

密度流フロントの流動特性

Characteristics of Motion of a Density Current Front

平野 宗夫

Muneo HIRANO

1. まえがき

静止した流体中に密度の大きな流体が流入すると、その流体は軽い流体の下に潜り込み、底面に沿って流動する。このような密度流は傾斜密度流、下層密度流などと呼ばれており、濁水の流入によって貯水池の底面に発生する泥水密度流はその典型である。泥水密度流は海底地震などによって海底にも発生することが知られており、地質学者の興味をひいてきた。傾斜密度流は、高密度の流体が連続的に供給される傾斜ブルーム(inclined plume)と、瞬間的に供給され以後の供給のない傾斜サーマル(inclined thermal)に分けられる。傾斜密度流は、盛り上がった先端部と、定常に近い後続流から成っている。後続流については、定常流としての密度流に関する研究成果が適用できる。本文においては、非定常性の強い先端部を対象にし、まず傾斜ブルームの特性を述べ、傾斜サーマル、漸拡水路における傾斜密度流、土粒子の巻き上げ・沈降による泥水密度流の発達・減衰、静水上の油の拡散などについて記述する。

2. 連続流入による傾斜密度流

2. 1 先端部の特性

静水中に連続的にそれより密度の高い流体(塩水、濁水など)を供給すると高密度の流体は底面に沿って流動し、図1に示すように盛り上がった先端部が形成される¹⁾。このような傾斜密度流先端部の形状を測定し、最大厚さで無次元化して示したものが図2である。



図1 傾斜密度流先端部の写真

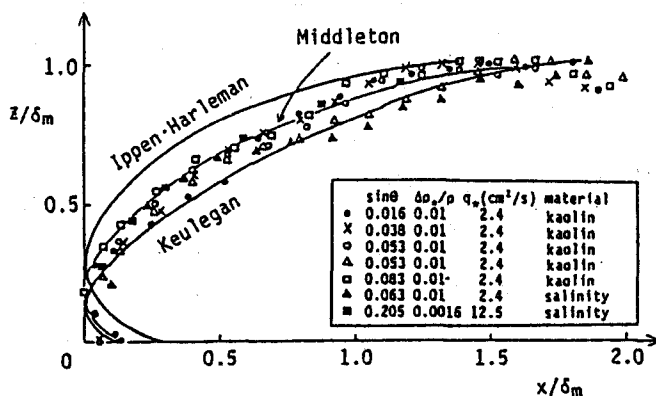


図2 密度流先端部の形状

密度流先端部については、すでにIppen and Harleman²⁾とKeulegan³⁾によって研究されており、無次元化された形状は勾配などによらず相似形になることが示されているが、両者により得られた形状は若干相違している。また、Middleton⁴⁾は両者の中間的な形状をえており、形状の差異はレイノルズ数の違いによるとしているが、図2ではレイノルズ数による系統的な違いは明瞭でない。

先端部盛り上がりの高さは流下とともにほぼ直線状に増大することが知られている^{5),6)}。図3は実験例を示したもので、先端部は直線的に高くなっているが、その増加割合は実験条件によって異なっている。

つぎに、流入水の密度と流入量および水路勾配を変えて実験を行い、高さの変化の割合の平均値を求め、勾配に対してプロットしたのが図4である。

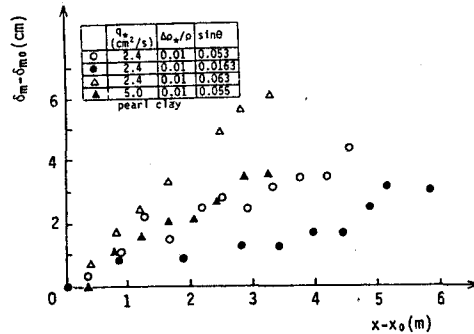


図3 先端部の高さ と 流下距離の関係

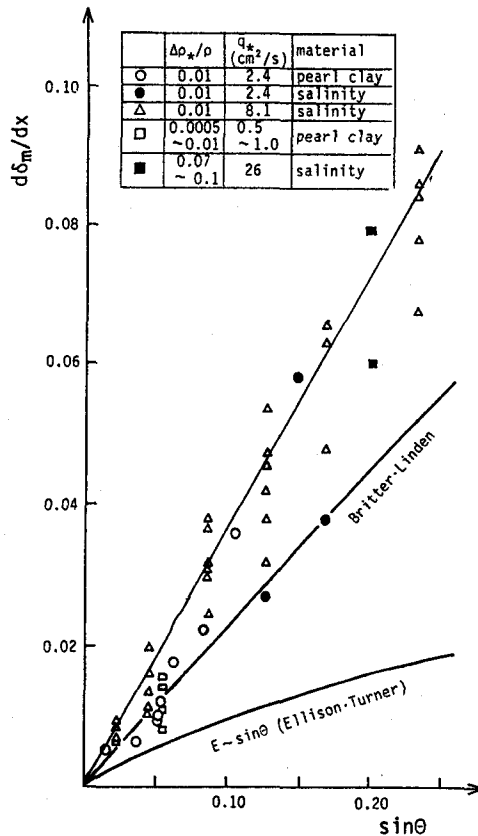


図4 フロント厚さの増加割合と水路勾配

図4によると、高さの増加割合は、勾配とともに増加するが、密度や流入量による差異は不明瞭であった。図にはBitter and Linden⁷⁾による線も記入されており、実験値はこれより若干大きな値になっているが、かれらの実験は密閉容器内で行われたもので、条件が若干異なっている。また、Erison and Turner⁸⁾によりえられた連行係数と比較するとかなり大きく、後続部に比し先端部への周囲水の流入が著しいことを示している。図にプロットされたデータに対して平均的な線を引くと次式がえられる。

$$\frac{\partial \delta_m}{\partial x} = 0.35 \sin \theta \quad (1)$$

ここに、 δ_m は先端部の高さ、 x は流下方向にとった距離である。

また、先端部のまわりの流速を測定した結果を示すと図5のようである。先端部周辺の流況は、完全流体として計算された移動する楕円のまわりの流れ(図6)と類似しているが、くびれの部分では上部の淡水が流入しており、先端部における周囲水の連行は、主としてくびれの箇所で行われていることがわかる。

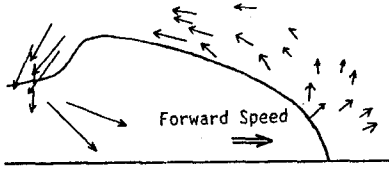


図4 フロント周辺部の速度ベクトル

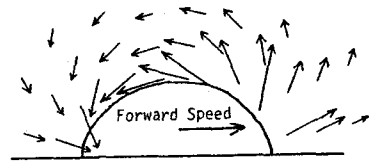


図6 移動楕円柱周辺の速度ベクトル

2. 2 解析

密度流先端部に関する研究としては、定常流の式を適用したもの^{9), 10)}や先端部を流体塊として取り扱ったもの^{11), 12)}などがある。ここでは、2次元非定常流として取り扱い、特性曲線法によって解いた例を説明する¹⁾。

図7に示すような2層流を考え、図の斜線を施した部分について体積保存則、質量保存則および運動の式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = V_e \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} + \frac{q}{\delta} \frac{\partial \Delta p}{\partial x} = -\frac{\Delta p V_e}{\delta} \quad (3)$$

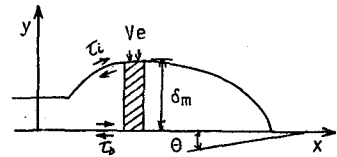


図7 記号説明図

$$\int_0^\delta \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = - \int_0^\delta \frac{\partial p}{\partial x} dy + \int_0^\delta \rho g \sin \theta dy + \tau_i - \tau_b \quad (4)$$

ここに、 δ は密度流の厚さ、 t は時間、 V_e は連行速度、 ρ および ρ_0 はそれぞれ周囲水および密度流の密度、 $\Delta p = \rho - \rho_0$ 、 p は圧力、 u および v はそれぞれ x および y 方向の流速成分、 g は重力の加速度、 τ_i および τ_b はそれぞれ界面および底面におけるせん断応力である。

(1)式を

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \delta}{\partial x} = E - \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (5)$$

のように書き換えることにより、特性曲線 $d u / d x = \bar{u}$ 上において次式がえられる。

$$\frac{d \delta}{d x} = E - \frac{\delta}{\bar{u}} \frac{d \bar{u}}{d x} \quad (6)$$

ここに、 E は連行係数で $V_e = E \bar{u}$ 、および $\bar{u}$ は密度流の断面平均流速で $\bar{u} = q / \delta$ である。

(6)式は、流動厚さが周囲水の連行と流速の流下方向の変化によって増大することを示している。図3に示したように、先端部厚さは流下方向に直線的に増大する。そこで厚さの増加割合を一定と仮定することにより次式が

えられる。

$$\delta = m(x - x_0) + \delta_0 \quad (7)$$

ここに、 m はふくらみ係数で $m = E - \delta / \bar{u} \cdot \partial \bar{u} / \partial x$ 、 δ_0 は $x = x_0$ における δ の値である。

同様に、(3)式に特性曲線法を適用すると、同じ特性曲線 $du/dx = \bar{u}$ 上において

$$\frac{d\Delta\rho}{dx} = -\frac{\Delta\rho E}{\delta} \quad (8)$$

上式に(7)式を代入し、 E を一定とすると次式がえられる。

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0} = \left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^{-E/m} = \left\{ \frac{m(x - x_0)}{\delta_0} + 1 \right\}^{-E/m} \quad (9)$$

次に、(4)式において、フジネスク近似と静水圧分布の仮定を適用すると

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\Delta\rho}{\rho} g \sin\theta - \frac{1}{\rho\delta} g \cos\theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta\rho \delta^2 \right) - \frac{\bar{u}}{\delta} \{E(1-k)+f\} - (\beta-1) \frac{\bar{u}}{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\delta) - (\beta-1) \frac{\bar{u}}{\delta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \quad (10)$$

ここに、 f は抵抗係数で $\tau_i - \tau_o = \rho f u^2$ 、 β は運動量の補正係数、 $k = u(\delta)/u$ である。

上式の特性曲線表示から、特性曲線 $du/dx = u$ 上において次式がえられる。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dx} + 2 \left[\frac{1}{\delta} \{E(1-k)+f\} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right] \bar{u} &= \frac{2\Delta\rho}{\rho} g \sin\theta - \frac{2}{\rho\delta} g \cos\theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta\rho \delta^2 \right) \\ &\quad - 2(\beta-1) \frac{\bar{u}}{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\delta) - 2(\beta-1) \frac{\bar{u}}{\delta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (11)$$

上式を解くに当たって以下のような取扱を行う。まず、最大厚さの断面を対象にする。したがって、 $\partial\delta/\partial x = 0$ である。また、 $\Delta\rho$ の x 方向の変化量は $\Delta\rho$ 自身に較べて小さい、すなわち、 $\partial\rho/\partial x \ll \Delta\rho/\delta$ と考えられるから、(11)式右辺第2項を無視する。つぎに、(8)および(9)式を代入し、 E 、 f 、 b および k を一定値とすると下記のような解析解がえられる。

$$\begin{aligned} U^2 &= \frac{2F_o^{-2} \sin\theta}{2f+E(1-2k)+m-4(\beta-1)(m-E)} \{m(X-X_0)+1\}^{(1-E/m)} \\ &\quad + \left[1 - \frac{2F_o^{-2} \sin\theta}{2f+E(1-2k)+m-4(\beta-1)(m-E)} \right] \{m(X-X_0)+1\}^{-2\{E(1-k)+f-2(\beta-1)(m-E)\}/m} \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、 $U = \bar{u}/\bar{u}_0$ 、 $X = x/\delta_0$ および $F_o = \bar{u}_0/\sqrt{(\Delta\rho/\rho)g\delta_0}$ である。

上式は先端部最大厚の断面位置における移動速度を表し、先端位置と移動速度のそれではない。両者の関係は、最大厚の断面から先端までの距離を L とすると次のように表される。

$$x_f = x + L, \quad u_f = u + \frac{dL}{dt} \quad (13)$$

ここに、 x_f および u_f はそれぞれ先端の位置および移動速度である。図2の結果より先端部を相似形とみなすと

$$X_f = X + L/\delta_m, \quad U_f = U \quad (14)$$

となる。ここに、 $X_f = x_f/\delta_m$ 、 $U_f = \bar{u}_f/\bar{u}_{f0}$ 、 δ_m は最大厚さ、および u_{f0} は $x = x_0$ における $\bar{u}_f$ の値である。また図2によると L/δ_m は2程度値である。したがって、(12)式はほぼそのまま先端の移動速度に適用できる。

2.3 結果とその考察

(12)式において、右辺第1項の指数 $(1-E/m)$ は E/m と1の大小関係によって正、負または0となる。また右辺第2項の指数 $-2\{E(1-k)+f-2(\beta-1)(m-E)\}/m$ は $m < E$ の場合負の値をとる。したがって、充分遠方 ($X \rightarrow \infty$) においては

$$\begin{aligned}
 X &\rightarrow \infty \\
 U &\rightarrow 0 \quad ; E/m > 1 \\
 U &\rightarrow \text{const.} \quad ; E/m = 1 \\
 U &\rightarrow 0 \quad ; E/m < 1
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

となる。従来の実験結果によると、傾斜ブルームの先端速度は一定に漸近するとされているので、 E/m は1に等しいか、かなり近いものと考えられる。

図8および9は、(9)および(12)式の適用性を調べるために、実験値と E/m をパラメータとして計算した結果を示したもので、実測値は $E/m=1$ とした計算値にほぼ一致している。

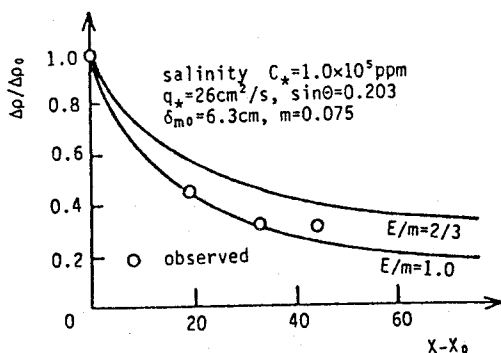


図8 計算値と実測値の比較 (密度)

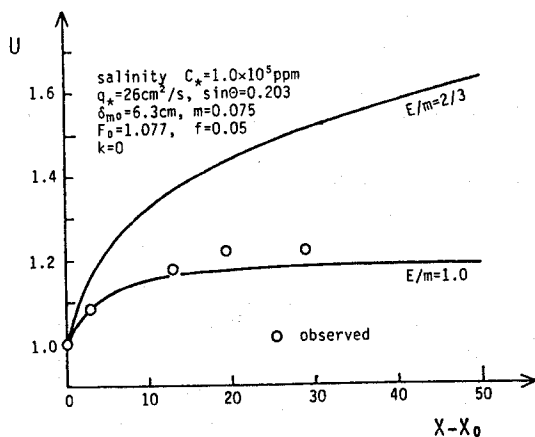


図9 計算値と実測値の比較 (先端速度)

図10は初期フルード数をパラメータとして計算した先端速度を示したものである。フルード数が小さい場合は次第に加速され、フルード数が大きい場合は次第に減速されることがわかる。

3. 瞬間流入による傾斜密度流

高密度流体の瞬間的供給によって発生する傾斜密度流は、高濃度の濁水が短時間に集中的に貯水池に流入する場合や、海底地震によって海底に発生する。このような流れを傾斜サーマルといい、先端部の形状はほぼ相似で下流へ行くにしたがって高さを増すが増加割合はほぼ一定に保たれること、しかし、先端の移動速度はブルーム

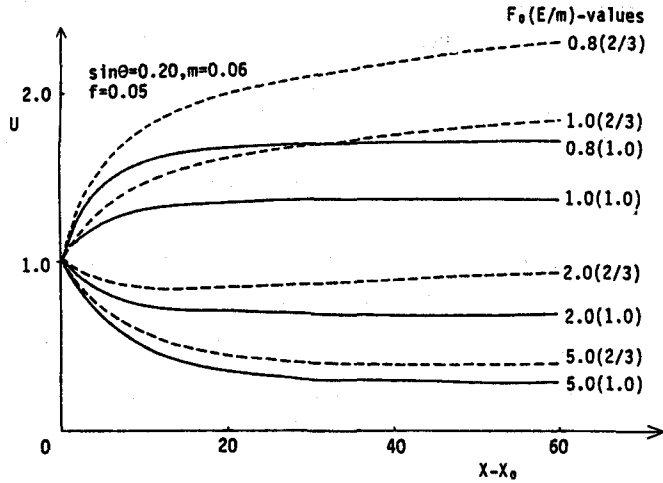


図10 初期フルード数と流速の関係

の場合と異なり下流において通減すること、などが明らかにされてきた^{13),14),15)}。

2次元の傾斜サーマルについては、(2)・(4)が基礎式として適用され、ブルームの場合と同じ手法で解くことができる。したがって、(5)・(15)式も適用可能である。ただし、式に含まれるパラメータの値は同じではなく、サーマルの場合は先端速度が下流で通減するから、(15)式より $E/m > 1$ となることが予想される。(9)式より

$$\frac{E}{m} = - \frac{\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)}{\ln(\delta/\delta_0)} \quad (16)$$

となる。そこで、 δ と ρ の測定値から $\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$ と $\ln(\delta/\delta_0)$ を求めてプロットすると図11のようになる。

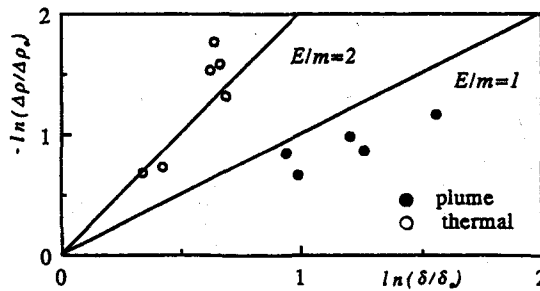


図11 $-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$ と $\ln(\delta/\delta_0)$ の関係

図より、 E/m の値は、サーマルの場合は2-3程度、ブルームでは1より若干小さくなっており、上述の予想を裏付けている。

(12)・(14)式により計算したフロントの速度を実験結果と比較したものが図12であり、 $E/m = 2$ とした計算曲線は実測値とよく一致している。

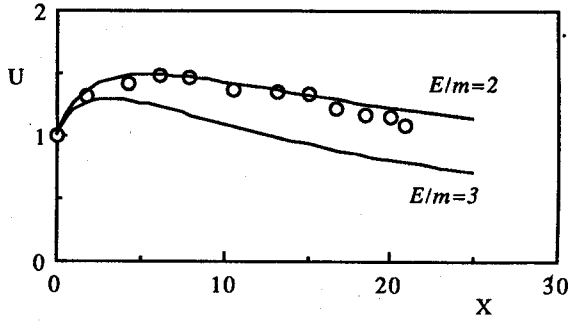


図 12 計算値と実測値の比較

4. 漸拡水路における傾斜密度流

漸拡水路を流下する密度流に関する連続の式、質量保存則および運動の式は以下のようである。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \int_s V_s ds \quad (17)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} = -\rho_s \int_s V_s ds \quad (18)$$

$$\int_A \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA = - \int_A \frac{\partial p}{\partial x} dA + \int_A \rho g \sin \theta dA - \int_s \tau_s ds \quad (19)$$

ここに、 A は密度流の流積、 Q は密度流の流量である。矩形水路において、(17)および(18)式は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x} = \tilde{V}_s - \frac{\tilde{q}}{b} \frac{db}{dx} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial x} = \tilde{V}_s - \frac{\tilde{q}}{b} \frac{db}{dx} - \frac{\tilde{d}}{\tilde{u}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \quad (21)$$

ここに、 b は水路幅、 $\sim$ を付したものは水路幅での平均値を意味する。

また、2次元の場合と同様に、圧力を静水圧分布とし、ブジネスク近似を用いると(19)式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = & \frac{\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{1}{\rho \tilde{\delta}} g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \tilde{\delta}^2 \right) - (\tilde{\beta} - 1) \frac{\tilde{u}}{\tilde{\delta}} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{u} \tilde{\delta}) \\ & - \frac{\tilde{u}^2}{\tilde{d}} \left\{ E(1-k) + f + 2f_s \frac{\tilde{\delta}_s}{b} \right\} - (\tilde{\beta} - 1) \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial x} + \frac{\tilde{u}}{b} \frac{db}{dx} (1-k) \end{aligned} \quad (22)$$

となる。ここに、 f および f_s はそれぞれ $\tau_t + \tau_b = f \rho \tilde{u}^2$ および $\tau_s = f_s \rho \tilde{u}^2$ によって定義される抵抗係数、添字 s は水路側壁における値を表す。

(20)-(22)式を特性曲線表示することにより、同一の特性曲線 $d\tilde{u}/dt = \tilde{u}$ 上において次式がえられる。

$$\frac{d\tilde{\delta}}{dx} = E - \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{u}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \frac{\tilde{\delta}}{b} \frac{db}{dx} \quad (23), \quad \frac{d\Delta \rho}{dx} = -\frac{\Delta \rho E}{\tilde{\delta}} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{u}^2}{dx} + 2 \left[\frac{1}{\tilde{\delta}} \left\{ E(1-k) + f - 2f_s \frac{\tilde{\delta}_s}{b} \right\} + \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial x} \frac{1-k}{b} \frac{db}{dx} \right] \tilde{u}^2 = & \frac{2\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{2}{\rho \tilde{\delta}} g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \tilde{\delta}^2 \right) \\ & - 2(\tilde{\beta} - 1) \frac{\tilde{u}}{\tilde{\delta}} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{u} \tilde{\delta}) - 2(\tilde{\beta} - 1) \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial x} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、(7)式と同様にくらみ係数 m を

$$m = E - \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{u}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \quad (26)$$

と定義し、 m を一定として(23)式を積分すると

$$\tilde{\delta} = \frac{1}{b} \left(\int_{x_0}^x m b x dx + b_0 \tilde{\delta}_0 \right) \quad (27)$$

となる。ここに、添字 0 は $x=x_0$ における値を表す。水路幅が直線的に拡大する水路における実験結果から m の値を求めてプロットしたものが図13である。それによると、一樣幅の場合と同様に、 m の値は水路勾配にほぼ比例しているが、水路の拡幅率によっても増加し、しかも一樣幅の場合の(1)式と平行に並んでいる。そこで一樣幅の場合の値 m_0 と m との差を、拡幅率に対してプロットすると図14のようになる¹⁶⁾。

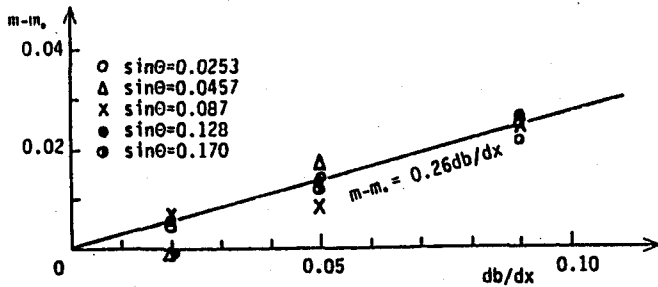


図13 ふくらみ係数 m と勾配の関係

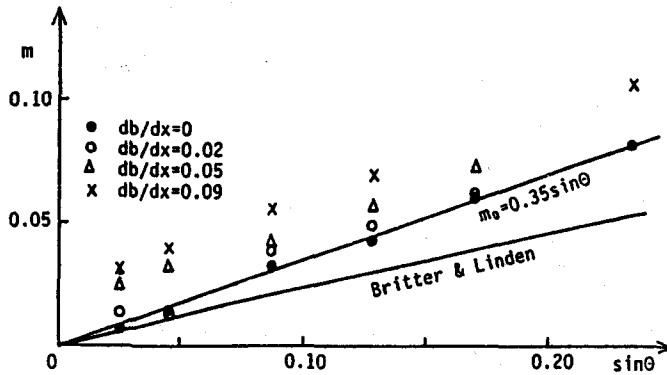


図14 ふくらみ係数 m と拡幅率の関係

図14より次の実験式が得られる。

$$m = 0.35 \sin \theta + 0.26 \frac{db}{dx} \quad (28)$$

また(24)式より

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \left(\frac{b \tilde{\delta}}{b_0 \tilde{\delta}_0} \right)^{-E/m} \quad (29)$$

水路幅が直線的に変化する場合、すなわち幅 b が次式

$$b = b_0 + B(x - x_0) \quad (30)$$

で与えられる場合には、(26)および(27)式はそれぞれ

$$\frac{\tilde{\delta}}{\delta_0} = \frac{\frac{m}{2} (X-X_0)^2 - m \frac{b_0}{\tilde{\delta}_0 B_0} (X-X_0) + 1}{X-X_0 + \frac{b_0}{\tilde{\delta}_0 B_0}} \quad (31)$$

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \left\{ \frac{m}{2} \frac{\tilde{\delta}_0}{b_0} B_0 (X-X_0)^2 + m(X-X_0) + 1 \right\}^{-E/m} \quad (32)$$

ここに、 $B_0 = db/dx$ である。また、(31)および(32)式を(25)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{dU^2}{dX} + 2U^2 \left[\frac{\tilde{\delta}_0}{\delta} \{ E(1-k) + f - 2f_s \frac{dx}{b} - (\tilde{\beta}-1)(m-E) \} + \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial x} - \frac{\tilde{\delta}_0}{b} (1-k) B_0 \right] = 2F_0^{-2} \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} \sin \theta \quad (33)$$

(31)-(33)式を用いた計算値を実験値と比較したものが図15であり、 $E/m=1$ とした計算曲線は実測値によく一致している。

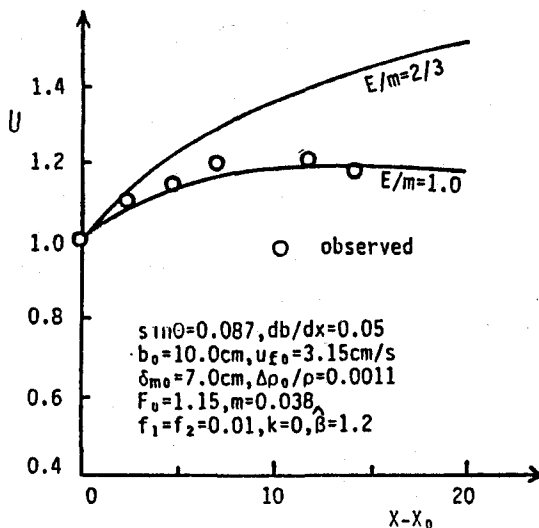


図15 計算値と実測値の比較

また、(28)および(31)式を用いて計算したフロントの最大厚さの流下方向の変化を、拡幅率パラメータとして示すと図16のようになり、フロントの発達には直線ではなく、また、拡幅率の増大とともに発達がおさえられることが分かる。

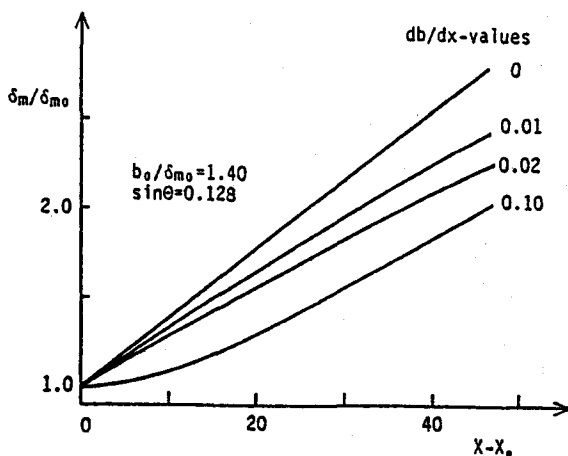


図16 フロントの発達と拡幅率の関係

5. 河床の洗掘、堆積を伴う泥水密度流の特性

泥水密度流に関する連続の式、質量保存則および運動の式は以下のである。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = V_e + r_p - r_d \quad (34)$$

$$\frac{\partial (\rho \delta)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho q)}{\partial x} = \rho_w V_e + \{ \sigma (1 - \lambda) + \rho_w \lambda \} (r_p - r_d) \quad (35)$$

$$\int_{z_b}^{z_b+\delta} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz = - \int_{z_b}^{z_b+\delta} \frac{\partial p}{\partial x} dz + \int_{z_b}^{z_b+\delta} \rho g \sin \theta dz + \tau_i - \tau_b \quad (36)$$

ここに、 r_d および r_p はそれぞれ路床における堆積速度および洗掘速度、 σ および ρ_w はそれぞれ砂および水の密度、 z_b は路床の高さである。前章と同様に特性曲線法適用すると(34)-(36)より以下の式が得られる。

$$\frac{dD}{dX} = m + \frac{r_p - r_d}{\bar{u}} \quad (37)$$

$$\frac{dR}{dX} = - \frac{R}{D} \left[E + \frac{r_p - r_d}{\bar{u}} \left\{ 1 - \frac{(1 - \lambda) F_o^2}{R} \frac{\delta_o}{\delta} \frac{f_b}{\tau_o} \right\} \right] \quad (38)$$

$$\frac{dU}{dX} = - \frac{U}{D} \left\{ \frac{\rho_o}{\rho} (1 - k) E + \frac{\sigma(1 - \lambda) + \rho_o \lambda}{\rho} \frac{r_p - r_d}{\bar{u}} + f_i + f_b \right\} \quad (39)$$

ここに、 $X = x/\delta_o$ 、 $D = \delta/\delta_o$ 、 $R = \Delta\rho/\Delta\rho_o$ 、 $U = u/u_o$ 、 $F_o = u_o/\sqrt{\Delta\rho_o g \delta_o/\rho_o}$ および $\tau_o = f_b u_o^2/(\sigma/\rho_o - 1)g$ 、添字 o は初期値を表す。これらの式において、 $r_d = r_p$ とおくと、巻き上げ、堆積のない場合の式(6)、(8)および(11)に一致する。Altinakarら¹⁶⁾は泥水密度流の実験を行い、粒子の沈降が卓越する場合には先端部の発達が抑制されることを示したが、(37)式は実験の傾向と定性的に一致する。

次に、河床の洗掘速度について考える。まず、河床上の1個の砂粒が単位時間に浮上する確率(pick up rateという)を p_s とすると、河床の洗掘速度 r_p は河床の空隙の割合を λ として次式で表される。

$$r_p = \frac{\pi d^3}{6(1 - \lambda)d^2} p_s d \approx p_s d \quad (40)$$

移動床におけるpick up rateに関しては、辻本¹⁸⁾が次式を与えている。

$$p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = 0.03 \tau_o (1 - \frac{\tau_{oc}}{\tau_o})^3 \quad (41)$$

傾斜密度流においても上式が適用性を持つことがけい砂上を流れる塩水密度流の実験¹⁹⁾によって確かめられている。(23)および(24)式より河床洗掘速度に関して次式が得られる。

$$\frac{r_p}{\bar{u}} = 0.03 \sqrt{f_b} \tau_o (1 - \frac{\tau_{oc}}{\tau_o})^3 \quad (42)$$

また、堆積速度 r_d 、粒子の沈降速度を W_o 、体積濃度を C として

$$r_d = \frac{1}{1 - \lambda} C W_o = \frac{1}{1 - \lambda} \frac{\Delta\rho}{\sigma - \rho_o} W_o \quad (43)$$

と表すと、その無次元表示は

$$\frac{r_d}{\bar{u}} = \frac{F_o^2}{1 - \lambda} \frac{\tau_o}{f_b} \frac{d}{\delta_o} \frac{W_o}{u_o} \frac{R}{U} \quad (44)$$

となる。(37)-(39)、(43)および(44)式によりフロントの厚さ、密度および速度を計算することができる。

5.2 フロントの減衰と発達

掃流力が限界掃流力より大きく、かつ、流れが加速される場合は、密度流の濃度は次第に高くなり、またそ

れが泥水密度流を加速するので、流れは発達して泥流に移行すると思われる。流れの初期の段階で加速される条件 ($D=R=1$ で $DU/DX>0$ となる条件) は、(39)式より

$$F_o^2 < \frac{\sin \theta + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\tau_{*o}}{f_b} \frac{d}{\delta_o} \frac{W_o}{u_o} \frac{\sigma(1-\lambda) + \rho_o \lambda}{\rho_b}}{(1-k)E + 0.03 \left\{ \frac{\sigma(1-\lambda) + \rho_o \lambda}{\rho_b} \right\} \sqrt{f_b \tau_{*o} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*o}}\right)^3} + f_i + f_b} \quad (45)$$

である。この条件を F_o^2 と τ_{*o}/τ_{*c} の平面上に模式的に描くと図17のようになる²⁰⁾。

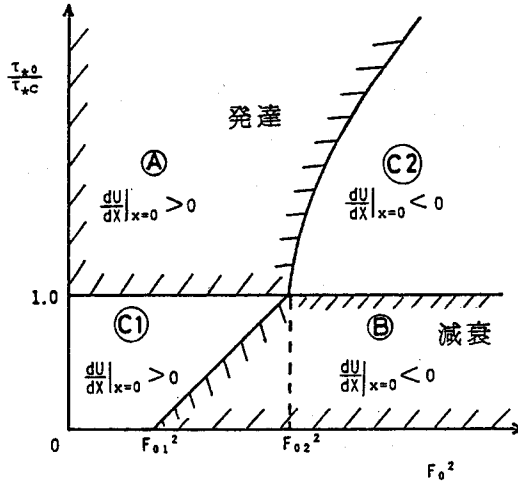


図17 泥水密度流の発達、減衰領域

図の F_{o1} および F_{o2} はそれぞれ次式で与えられる。

$$F_{o1}^2 = \frac{\sin \theta}{(1-k)E + f_i + f_b} \quad (46)$$

$$F_{o2}^2 = \frac{\sin \theta + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\tau_{*o}}{f_b} \frac{d}{\delta_o} \frac{W_o}{u_o} \frac{\sigma(1-\lambda) + \rho_o \lambda}{\rho_b}}{(1-k)E + f_i + f_b} \quad (47)$$

図において、領域Aは泥水密度流が発達して泥流や度間流土石流となる領域、Bは減衰する領域を示している。領域Cで発生したものは、領域Aに入って発達するか、またはBに移行して減衰するか、のいずれかを辿ることになる。

6 水面上に流出した油の拡がり

航行中のタンカーや海底油田の事故による大量の油の流出は、広い海域を汚染して生態系や水産業に大きな打撃を与える。

水面上に流出した油の拡がりを系統的に研究したのは、Fay²¹⁾が最初であろう。Fayは、瞬間的に静水面上に放出された油に関して、卓越する力が時間の経過とともに変えることに着目して、拡がり現象を重力・慣性力領域、重力・粘性領域および粘性力・表面張力領域に分け、それぞれの領域に対して表示式を与えた。その後、Hoult²²⁾、Fannelope and Waldman^{23), 24)}、Buckmaster²⁵⁾らは、Fayのモデルを発展させ、相似解を仮定して運動方程式を解くことを試みているが、いずれもFayの結論の域を出ないようである。

ここでは、点源から放出される油の拡散を取り扱う。供給源から同心円状に拡がる油に関する連続および運動

の式はそれぞれ次のように表される。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + u \frac{\partial \delta}{\partial r} + \delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) = 0 \quad (48)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -g \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{\partial \delta}{\partial r} - \frac{\tau_i}{\delta \rho_o} \quad (49)$$

ここに、 r は水平方向の距離、 δ は油層の厚さ、 u は油層の水深方向に平均した速度、 τ_i は油水境界面におけるせん断力である。

これらの式を特性曲線表示することにより、特性曲線 $dx/dt=u$ 上において

$$\frac{d\delta}{dr} = -\delta \left(\frac{1}{u} \frac{du}{dr} + \frac{1}{r} \right) \quad (50)$$

$$\frac{du^2}{dt} = -2 \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} g \frac{\partial \delta}{\partial r} + \frac{\tau_i}{\delta \rho_o} \right) \quad (51)$$

をうる。上式は偏微分の項を含んでいるので、一般に解くことは容易でない。そこで、取扱を簡単にするために以下の相似性の仮定を導入する。

$$\frac{u}{u_f} = \zeta \left(\frac{r}{r_f} \right), \quad \frac{\delta}{\delta_f} = \varphi \left(\frac{r}{r_f} \right) \quad (52)$$

ここに、添字 f は油層先端における値を表す。上記の式を(50)および(51)式に代入して油層先端部に適用すると

$$\frac{du_f^2}{dx} + 2 \frac{f_i}{\delta_o} \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^{C_1+1} u_f^2 + 2 \frac{\Delta \rho}{\rho} g C_2 \left(\frac{\delta_o}{r_o} \right) \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^{-(C_1+2)} \quad (53)$$

る。ここに、 u_o および δ_o はそれぞれ $r_f=r_o$ における油層の速度および油層の厚さ、 f_i は抵抗係数、 $C_1=\zeta'(1)$ 、 $C_2=\varphi'(1)$ である。 f_i を定数とし、初期条件として $r_f=r_o$ の点で $u_o=u_o$ とし、さらに $r_f/r_o=R$ および $u_o/u_o=U$ とて(53)式を積分すると次式がえられる。

$$U^2 = \exp \{ K(1-R^{C_1+2}) \} - \frac{2C_2}{F_o^2} \exp \{ -KR^{C_1+2} \} \int_1^R x^{-(C_1+2)} \exp \{ -Kx^{C_1+2} \} dx \quad (54)$$

ここに、 $K=f_i r_o / (C_1+2) \delta_o$ 、 $F_o=u_o / \sqrt{(\Delta \rho / \rho) g \delta_o}$ である。上式の適用性は図18のように実験によって確かめられている²⁶⁾。なお、抵抗係数については既往の実験結果²⁷⁾を参照して決めている。

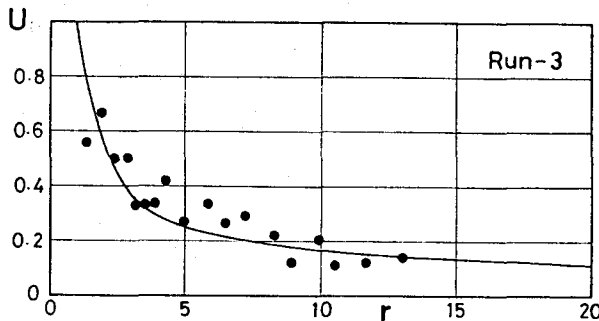


図18 計算値と実測値の比較 (フロントの速度)

しかし、油層の拡がりについては、先端の速度よりその位置が実用上問題であろう。(53)式より、先端部の位置に関して表示すると次式となる。

$$\frac{d^2 R}{dT^2} + f\left(\frac{r_o}{\delta_o}\right) R^{C_1+1} \left(\frac{dR}{dT}\right)^2 + C_2 \frac{r_o}{\delta_o} R^{-(C_1+2)} = 0 \quad (54)$$

ここに、 $R = r/r_o$ 、 $T = t/\sqrt{(\Delta\rho/\rho)g/\delta_o}$ である。この式はパラメータの値が与えられたら数値的に解くことができる。油の供給源においては、以下の関係が期待される。

$$2\pi\delta_o r_o u_o = Q_o, \quad \pi\delta_o r_o^2 = Q_o t_o \quad \text{and} \quad \frac{u_o}{\sqrt{\Delta\rho/\rho g \delta_o}} \approx 1 \quad (55)$$

ここに、 Q は単位時間当りの油の供給量、 $t_o = r_o/(\Delta\rho/\rho)g$ である。上式より、 $r_o/\delta_o = 4$ がえられる。

油層の先端においては $\partial u/\partial x < 0$ と考えられるから、 $C_1 < 0$ である。また、 $\partial\delta/\partial t$ は先端部では負ではないことから、(48)式に(52)を代入することにより $C_1 + C_2 + 1 < 0$ がえられる。また、(54)式において、時間が経つにつれて加速度が小さくなり左偏第1項は他の2項に比し無視できるようになるので、 $d^2 R/dT^2 = 0$ とおくことにより、次式がえられる。

$$R = \{C(T - 1) + 1\}^{\frac{2}{2C_1+5}} \quad (56)$$

ここに、 $C = (2C_1 + 5)/\sqrt{-C_2/f}$ である。前述のFayは重力粘性力領域において、油層の先端の位置が時間のべき乗に比例するとしているが、上式はそれを裏付けている。首藤²⁸⁾はFayが瞬間流出に対して与えた関係を連続流出に適用して、重力・粘性力領域においてべき数7/12を与えており、それから C_1 を逆算すると $C_1 = -11/14$ となる。また、 $C_1 = -1$ とすると(56)式のべき数は2/3となる。これらの関係を考慮して $C_1 = 1$ および $C_2 = -0.1$ として計算した値を実験結果と比較したものが図19であり、両者はよく一致している。

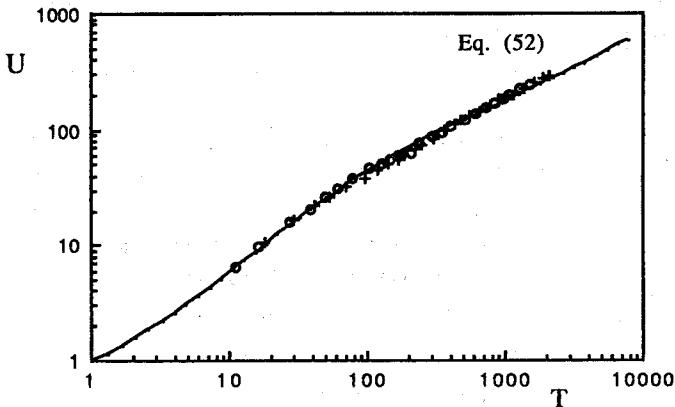


図19 計算値と実測値の比較（フロントの位置）

7. おわりに

密度流に関する連続および運動の式を特性曲線法によって解き、密度流先端部の流動特性を規定する式が導かれた。周知のように、特性曲線法は洪水の流出解析や伝播の計算に利用されており、密度流先端部のように非定常性の強い現象に対して特に有効な手法であると考えられる。

謝辞

本文は、筆者と波田野袈裟義氏（現山口大学助教授）による泥水密度流に関する研究、および油の拡がりに関する埜口英昭氏（中国工業試験所）との協同研究の成果に基づいて書かれたものである。また、執筆に当っては両氏から多くの援助を受けた。記して謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 平野宗夫、波田野袈裟義：密度流先端部の流動特性について、土木学会論文報告集、No.314、1981
- 2) Ippen, A.T., and D.R.F. Harleman : Steady State Characteristics of Subsurface Flow, U.S. Natl. Bur.

Std., Cir. 521, 79, 1952

3)Keulegan, G.H. : The Motion of Saline Fronts in Still Water, U.S. Natl. Bur. Std., Rept. 5831, 1958

4)Middleton, G.V.: Experiments on Density and Turbidity Currents. I. Motion of the head, Can. J. Earth Sci., 3, 1966

5)福岡捷二、水村和正、加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、No.274, 1978

6)Altinakar, S., W.H. Graf and E.J. Hopfinger : Weakly Depositing Turbidity Current on a Small Slope, J. Hydraulic Research, Vol.22-1, 1990

7)Bitter, R.E. and P.F. Linden : The Motion of the Front of a Gravity Current Traveling down an Incline, J. Fluid Mech. Vol.99, Part 3, 1980

8)Ellison, T.H., and J.S. Turner : Turbulent Entrainment in Stratified Flows, J. Fluid Mech. Vol.6, 1959

9)Plapp, J. E. and J. P. Mitchel : A Hydrodynamic Theory of Turbidity Currents, J. Geophys. Res., Vol.65, No.3, 1960

10)福岡捷二、水村和正、加納敏行：泥水密度流先端部の流動特性、第21回水理講演会論文集、1977

11)芦田和男、江頭進治、中川一：傾斜路床面上における泥水塊の挙動に関する研究、京都大学防災研究所年報、No.24-B, 1981

12)前出5)

13)Begin, P., E.J. Hopfinger and R.E. Bitter : Gravitational Convection from Instantaneous Source on Inclined Boundaries, J. Fluid Mech. Vol.107, 1981

14)Büler, J. : Density Currents Generated by Submarine Slumps, Proc. of 2nd Intl. Symp. on Stratified Flow, IAHR, Trondheim, 1980

15)平野宗夫、波田野袈裟義：Inclined Thermal の流動特性について、第27回水理講演会論文集、1983

16)平野宗夫、波田野袈裟義：漸拡水路における密度流先端部の挙動、土木学会論文報告集、No.332, 1983

17)前出6)

18)辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への適用、京都大学学位論文、1978

19)赤司淳也：貯水池に流入する泥水密度流に関する研究、九州大学修士論文、1980

20)Hirano, M., K. Hadano, J. Akiyama and T. Saitou : Activation and Degeneration of Turbidity Current, Proc. Intl. Symp. of H2AL, San Diego, 1990

21)Fay, J.A. : The Spread of Oil Slick on a Calm Sea, Prentice Hall, 1969

22)Hoult, D.P. : Oil Spreading on the Sea, Annual Review of Fluid Mech. Vol.4, 1972

23)Fanninlop, T.K. and G.D. Waldman : The Dynamics of Oil Slicks or "Creeping Crude", AIAA 9th Aerospace Science Meeting, No.71-14, 1971

24)Fanninlop, T.K. and G.D. Waldman : Dynamics of Oil Slicks, AIAA Journal, Vol.10, No.4, 1972

25)Buckmaster, J. : Viscous-Gravity Spreading of an Oil Slick, J. Fluid Mech. Vol.59, Part 3, 1973

26)埜口英昭、平野宗夫：静水面上に連続流出する油層の拡がりに関する研究、土木学会論文集、No.393/II-9, 1988

27)Lau, Y.L. and J. Moir : Booms used for Oil Slick Control, J. EE Division, ASCE, Vol.111, 1979

28)首藤伸夫：海での石油の拡がり、第3回環境問題シンポジウム講演集、1975