

地下密度流の諸問題

Some Works on Coastal Groundwater Flow in Unconfined Aquifers

杉 尾 哲

Satoru SUGIO

1. まえがき

地下水は昔から清涼な水を供給する貴重な水源として利用されてきた。特に海岸付近においては、良質で豊富な地下水が比較的容易に得られることから、地下水の個人的な利用が極めて多い。このため地方自治体が苦勞して上水道施設を設けても、上水道普及率が上がらないことがある。しかし、海岸付近での地下水利用は小規模の取水には適しているが、多量の揚水を行うと地下水中の塩分濃度が上昇するので、各種用水の水源として大規模に利用するには不向きである。この塩分濃度の上昇は、海岸付近の浸透層においては図-1に示すように、陸側から海へ向かって流出する淡水の地下水の底部に塩水が海側から侵入しているために引き起こされる海岸地下水特有の密度流現象である。

海岸地下水の密度流現象はGhyben, Herzbergおよび野満らによって先駆的な研究が行われ、Henry, Rumer-Hartleman, Bear-Dagan¹⁾、玉井・嶋²⁾などによる解析的な研究によって、その特性が明らかにされた。その後、わが国でも地下水の過剰揚水による塩水化障害が深刻化するとともに、海岸地下水の有効利用を計るための応用的な研究が活発に行われるようになり、そのなかで塩水侵入に対する防御工法が種々検討された。防御工法³⁾としては、浸透層内に止水矢板や地下ダムなどの物理的な遮水壁を構築する方法と、井戸や暗渠あるいは溝などの水理構造物から淡水を地盤中に注入してウォーターカーテンを設ける方法がある。このうち、ウォーターカーテンについてはイスラエルやハワイなどですでに適用されており、解析的にも多くの研究⁴⁾が行われている。しかし、浸透層地質条件の複雑なわが国の場合には適用が困難なようで、まだ適用された例はない。物理的な遮水壁を設ける場合については、これまで一般に止水矢板が用いられてきたが、近年では、地下ダムが計画されるようになった。

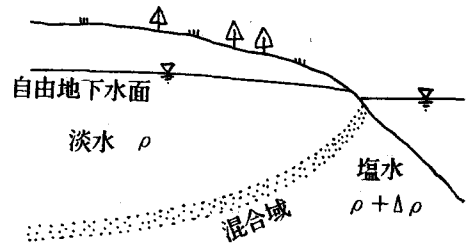


図-1 海岸付近の地下水

地下ダムは、地下水が流れる浸透層中に遮水壁を設けることによって地下水位をせき上げ、地下水量を増加させて種々の用水を確保するものであり、主に次のような特徴を持っている。1) 地下に貯留するために家屋や土地の水没がなく、地表面は貯水域であっても建設前と同様の土地利用が可能である。2) 降雨によって地下水が涵養されれば、表流水の有無と関係なく貯留が可能である。3) 地下水の無効流出を抑止でき、年間を通じて必要水量が確保できる。現在わが国には表-1に示すように樺島ダム、皆福ダム、常神ダムおよび天ヶ熊ダムの4つの地下ダムが完成している⁵⁾。この内、塩水排除の機能を要求されているものは樺島ダムと常神ダムであり、両地下ダムとも渇水期に不足する上水道用水などの確保に利用されている。皆福ダムは技術開発用の地下ダムであり、通常は利用されていない。なお宮古島では、現在、皆福ダムの10倍以上の貯水規模を持つかんがい用水用の地下ダムの建設が行われているが、これらはいずれも浸透層の基盤面標高が海水面より高いため、かんがい期にダム貯水位が低下しても、塩水が貯留域に侵入することはないと考えられている。樺島ダムと常神ダムの場合には基盤面標高が海水面より低く、ダム壁体の前面に塩水域が存在するため、夏季にダム貯水位が低下すると貯留水に高い塩分濃度が観測されているようである。グラウト工

表-1 既設の地下ダム

ダム名	壁高 (m)	壁長 (m)	貯水量 (m^3)	分類			所在地	建設年度
				型式	壁体	目的		
樺島ダム	24.8	58.5	9,340	塩水侵入阻止	グラウト壁	水道用水	長崎県西彼杵郡野母崎町	1973年度
皆福ダム	16.5	500	700,000	せき上げ	グラウト壁	技術開発	沖縄県宮古郡城辺町	1977年 ～1978年度
常神ダム	18.6	202	73,500	塩水侵入阻止	地下連続壁	水道用水 水産用水	福井県若狭郡三方町	1982年 ～1984年度
天ヶ熊ダム	12.5	129	17,500	せき上げ	グラウト壁	水道用水	福岡県粕屋郡宇美町	1987年 ～1988年度

法で構築された樺島ダムの場合には遮水壁の透水性の改良度が不十分であるため、地下連続壁で構築された常神ダムの場合には遮水壁の建設前に貯水域位置に侵入していた塩水の排除が建設時に十分でなかったためと考えられる。このことは、海岸地盤で地下ダム計画を立案する際には、海岸地下水流の特性を十分に理解しておくことが必要であることを示唆している。

海岸地下水の密度流現象に係わる研究は数多く行われていて、本文でその全てを紹介することは不可能である。そこで、地下ダム計画に関連した問題に範囲を限定して、その中で考慮すべき地下密度流の基本的特性について解説を行うこととする。

2. 非混合理論による地下密度流の解析

2-1. 地下密度流の基本式

これまでの海岸地盤における塩水侵入問題の研究は、大きく分けて二種類に分類される。一つは図-1のように陸側から流れてくる地下水の淡水領域と海側から侵入してくる塩水領域との間に混合域が存在することを考慮して解析するもので、他の一つは混合域の存在を無視して解析するものである。ここに、浸透層内においては淡水と塩水との間には必ず分散による混合域が生ずるが、種々の実測結果を参照すると、混合域の厚さは浸透層の厚さ等の他の代表長さに比べて非常に小さいことが多い。図-2は沖縄本島の南部で観測された琉球石灰岩中の地下水の電気伝導度の鉛直分布⁶⁾であり、地下水中の塩分濃度の鉛直分布を概略表現しているものと考えられ、塩水が非常に大きく侵入した1983年9月を挟んでその前後の一年間の経時変化を示している。この図から1983年11月から翌年の2月にかけての塩水が排除される期間を除けば、電気伝導度が不連続的に変化していて、混合域は極めて薄いことが分かる。したがって、塩水侵入過程については、分散解析を行わず、地下水が淡塩境界面を形成して非混合状態で流動しているとした解析で塩水侵入の傾向を十分に検討できることが考えられる。このような考え方で検討されたのが以下の地下密度流の解析である。

陸側から海に向かって流出している地下水の淡水層と、その下部に海側から侵入した塩水層との混合域が明瞭な境界面を形成してい

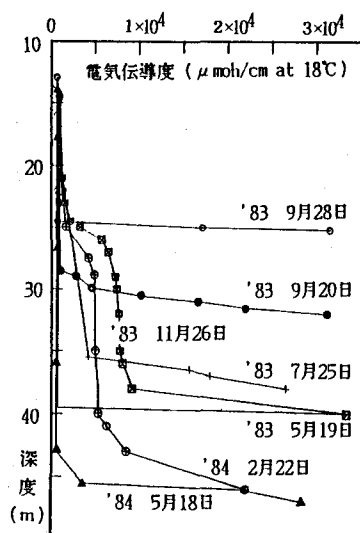


図-2 電気伝導度の鉛直分布

る場合を例にとりて、地下密度流の基本式⁷⁾を考えてみよう。

淡水層内の流れにおいては、海岸線付近を除けば、鉛直流速成分は小さいので、鉛直断面内で水平流速は一樣であるとする準一様流の仮定を適用できる。このような流れにおいては、圧力分布は静水圧分布と見なされるので、淡水の密度を ρ 、塩水の密度を $\rho + \Delta\rho$ 、重力の加速度を g 、自由地下水面から淡塩境界面までの深さを $\zeta + h$ とすると、淡塩境界面位置の淡水の圧力の強さ p_i は次式で示される。

$$p_i = \rho g (\zeta + h) \quad (1)$$

一方、塩水層は定常状態では静止していると考えられるので、淡塩境界面位置の塩水の圧力の強さ p_s は、

$$p_s = (\rho + \Delta\rho) g h \quad (2)$$

となる。定常状態においては $p_i = p_s$ であるから、式(1)と式(2)を整理すると次式を得る。

$$h = \zeta / \epsilon \quad \epsilon = \Delta\rho / \rho \quad (3)$$

このような関係式をヘルツベルグの近似式と呼んでいる。

また図-3のように、海岸線付近の井戸で揚水を行う場合には、井戸内の水位が低下し、それにつれて井戸の周辺の自由地下水面も低下するので、それに応じて淡塩境界面が上昇する。いま自由地下水面の低下量を $\Delta\zeta$ とすれば、淡塩境界面上昇量はヘルツベルグの近似式より、次式で概略値が示される。

$$\Delta h = \Delta\zeta / \epsilon \quad (4)$$

ここに、淡水の密度は $\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 、塩水の密度は $\rho + \Delta\rho = 1.025 \sim 1.03 \text{ g/cm}^3$ であるから、 $1/\epsilon$ の値は33~40であり、井戸内の水位が低下すると、非常に大きな淡塩境界面上昇が起り、ついには塩水を汲み上げる事態が発生することになる。しかし、海岸線近くや井戸の周辺では、流れの鉛直流速成分が相当に大きくなるので準一様流の仮定が成立しなくなる。このような場所では鉛直流速の影響を考慮した部分的な補正をしなければならない。

2-2 断面2次元流の理論解析

これまでに行われた数多くの研究のほとんどは、均質等方性の理想的な浸透地盤を対象としたものであった。しかし、わが国の場合は特に、実際の海岸地盤は鉛直方向に種々の透水性の地層が分布する成層地盤である場合が多い。そこで、成層地盤の基本として、難透水層を挟まない上下二層の浸透層で透水性が異なる成層地盤を考え、これについて鉛直流速成分を考慮した解析を行って塩水侵入特性を検討してみよう。

このような二層地盤については佐藤・渡辺によって理論的解析⁸⁾が行われているので、ここではその理論解にAnwarが用いたvelocity shape factor⁹⁾を準用した水頭分布係数を適用して修正することを考える¹⁰⁾。

図-4のように海水面下 H_1, H_2 の位置に不透水層が存在する二層地盤に、海側から塩水が侵入している場合を考える。地表面と海水面の交点を座標軸の原点に取り、陸側に向けて x 軸、鉛直下向きを z 軸に選ぶ。なお、この流れは二次元的であり、各浸透層は等方性であるとする。

まず図-4の $0 \leq x \leq L_1$ の領域1について考えよう。いま浸透領域内の任意点における水平流速を $u(x, z) = U(x) \cdot S(z)$ で表現し、 $U(x)$ をその鉛直断面内のその点を含む層内での平均した

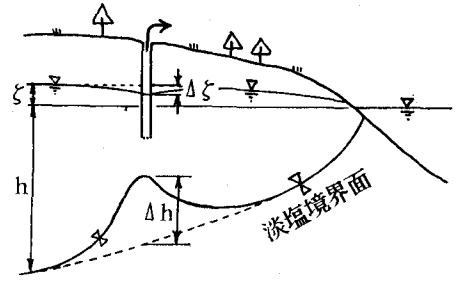


図-3 淡塩境界面とその上昇

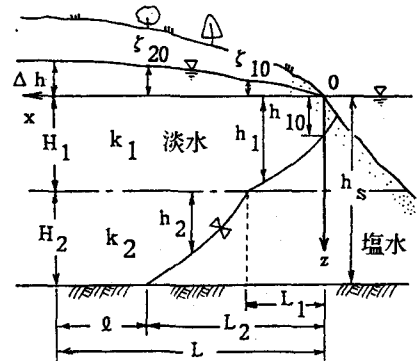


図-4 二層地盤の塩水侵入($k_1 > k_2$)

水平流速、 $S(z)$ を鉛直流速成分の影響を受けた水頭分布に係わる値とする。領域1では淡水は上層だけ流れているので、 $u_1(x, z)$ を自由地下水面から淡塩境界面まで z 方向に積分すると、陸側から流出している単位幅当りの淡水流量 Q に等しくなる。これが領域1の連続条件であり、次のように表される。

$$Q = \int_{-\zeta}^{h_1} u_1(x, z) dz = Sv_1 \cdot U_1(x) \cdot (h_1 + \zeta) \quad (5)$$

ここに $Sv_1 = \frac{1}{(h_1 + \zeta)} \int_{-\zeta}^{h_1} S(z) dz$ で、結果的に準一様流の仮定とヘルツベルグの近似式を合わせて修正する係数となり、水頭分布係数と呼ぶことにする。

運動式はダルシー式を用い、層内の平均流速を、その鉛直断面の水面勾配を用いて次式で表す。

$$U_1(x) = -k_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (6)$$

式(5)に式(3)と(6)を代入して水平方向に積分し、 $x=0$ で $\zeta = \varepsilon h_{10}$ の境界条件を与えると、領域1における自由地下水面が次式で表される。

$$-Q \cdot x = k_1 Sv_1 (1 + 1/\varepsilon) (\zeta^2 - \varepsilon^2 h_{10}^2)/2 \quad (7)$$

また式(7)に式(3)を適用すると、領域1における淡塩境界面の式を得る。

$$-Q \cdot x = k_1 Sv_1 \varepsilon (1 + \varepsilon) (h_1^2 - h_{10}^2)/2 \quad (8)$$

ここで $h_1 = H_1$ となる位置を $x = L_1$ とおくと、領域1の範囲を与える L_1 が次式で決定される。

$$-Q \cdot L_1 = k_1 Sv_1 \varepsilon (1 + \varepsilon) (H_1^2 - h_{10}^2)/2 \quad (9)$$

これらの式には未知量 h_{10} が含まれているので、 h_{10} を別途に求めることを考えよう。鉛直流速を $w(x, z)$ とおくと、領域1内に考えた微小四辺形についての連続式は

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

であり、鉛直方向に積分すると $w_1 = - \int_{-\zeta}^{h_1} \frac{\partial u_1}{\partial x} dz + [w_1]_{z=-\zeta}$ となる。ここで $\int_{-\zeta}^{h_1} \frac{\partial u_1}{\partial x} dz = \int \frac{\partial U_1}{\partial x} dz$ と

近似し、式(3)、(5)および(6)を代入して積分すると w_1 の近似式が次式のように得られる。

$$w_1 = -(Q^2/k_1 Sv_1^2)(1 + 1/\varepsilon)(z + h_1)/(h_1 + \zeta)^3 \quad (11)$$

ここに、自由地下水面の変化は淡塩境界面の変化に比べて小さいので、 $[w_1]_{z=-\zeta} = 0$ としている。一方、Darcyの式より w_1 は次式で表される。

$$w_1 = -k_1 \frac{\partial [(p/\rho g) - z]}{\partial z} \quad (12)$$

式(11)を式(12)と等値して z 方向に積分し、 $z = -\zeta$ で $p = 0$ とおくと、淡水層内の水圧分布が

$$p/\rho g = z + \zeta + \{Q(z + \zeta)/k_1 Sv_1\}^2 (1 + 1/\varepsilon)/2(h_1 + \zeta)^3 \quad (13)$$

で表され、 $x=0$ 、 $z=h_{10}$ における圧力の強さを浸透層外側の海水のそれと等値すると、 h_{10} が次式のように求まる。

$$h_{10} = \frac{Q}{k_1 Sv_1} \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{2}} \quad (14)$$

次に $L_1 \leq x \leq L_2$ の領域2について考えよう。領域2では淡水は上層と下層を流れているから、連続式は

$$Q = \int_{-\zeta}^{H_1} u_1(x, z) dz + \int_{H_1}^{H_1 + h_2} u_2(x, z) dz = Sv_1 \cdot U_1(x) \cdot (\zeta + H_1) + Sv_2 \cdot U_2(x) \cdot h_2 \quad (15)$$

運動式はダルシー式を用い、それぞれの層内の平均流速を、その鉛直断面の水面勾配を用いて次式で表す。

$$U_1(x) = -k_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad U_2(x) = -k_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (16)$$

式(15)に式(3)と(16)を代入して水平方向に積分し、 $x=L_1$ で $\zeta = \zeta_{10}$ とおくと、領域2における自由地下水面と淡塩境界面がそれぞれ次式で表される。

$$-Q(x-L_1) = (k_1 S_{V1} + k_2 S_{V2} / \varepsilon) (\zeta^2 - \zeta_{10}^2) / 2 + (k_1 S_{V1} - k_2 S_{V2}) H_1 (\zeta - \zeta_{10}) \quad (17)$$

$$-Q(x-L_1) = \varepsilon (\varepsilon k_1 S_{V1} + k_2 S_{V2}) h_2^2 / 2 + k_1 S_{V1} \varepsilon (1 + \varepsilon) h_2 H_1 \quad (18)$$

ここに、 ζ_{10} は式(3)より $\zeta_{10} = \varepsilon H_1$ で得られ、領域2の範囲を与える L_2 は、式(18)に $h_2 = H_2$ となる位置を $x=L_2$ とおくことにより決定される。

$L_2 \leq x \leq L$ の領域3においても、連続式は、式(15)と同様に次式で表され、

$$Q = S_{V1} \cdot U_1(x) \cdot (\zeta + H_1) + S_{V2} \cdot U_2(x) \cdot h_2 \quad : (L_2 \leq x \leq L) \quad (19)$$

式(3)と式(16)を代入して、 $x=L$ で $\zeta = \Delta h$ とおくと、領域3の自由地下水面が次式で表される。

$$-Q(L-x) = (k_1 S_{V1} H_1 + k_2 S_{V2} H_2) (\Delta h - \zeta) + k_1 S_{V1} (\Delta h^2 - \zeta^2) / 2 \quad (20)$$

さらに $x=L_2$ で $\zeta = \zeta_{20}$ とおくと

$$-Q(L-L_2) = k_1 S_{V1} \{ (H_1 + \Delta h)^2 - (H_1 + \zeta_{20})^2 \} / 2 + k_2 S_{V2} H_2 (\Delta h - \zeta_{20}) \quad (21)$$

が得られる。領域3においては、等水頭線が鉛直な直線であることから、式(21)で $S_{V1} = S_{V2} = 1$ とおき、 $L-L_2 = \varrho$ とおくと、次式のような淡水流量の算定式を得る。

$$|Q| = k_1 \frac{(H_1 + \Delta h)^2 - (H_1 + \zeta_{20})^2}{2\varrho} + k_2 H_2 \frac{\Delta h - \zeta_{20}}{\varrho} \quad (22)$$

さらに、式(22)を近似的に全領域に拡張して $\varrho \rightarrow L$ 、 $\zeta_{20} \rightarrow \varepsilon h_{10}$ と置き換えると、次式を得る。

$$|Q| = k_1 \frac{(H_1 + \Delta h)^2 - (H_1 + \varepsilon h_{10})^2}{2L} + k_2 H_2 \frac{\Delta h - \varepsilon h_{10}}{L} \quad (23)$$

したがって、式(14)と(23)を連立させて Q, h_{10} を求めると、自由地下水面の形状が式(7)、(17)および(20)から算定され、淡塩境界面の形状が式(8)、(18)から算定できる。また以上の各式において $k_2 = 0$ とおくと浸透層が上層だけの単一層の場合に適用できる。

次に、上層の透水性が下層より低い場合、図-5の様に、淡水の流出面が下層に現れる。この場合の $0 \leq x \leq L_2$ の領域の現象が図-4の領域2のそれに相当する。この領域の連続式は式(15)で表されるから、境界条件として $x=0$ で $\zeta = \varepsilon (H_1 + h_{20})$ とおくと、自由地下水面と淡塩境界面がそれぞれ次式で表される。

$$-Q \cdot x = (\varepsilon k_1 S_{V1} + k_2 S_{V2}) \{ \zeta^2 - \varepsilon^2 (H_1 + h_{20})^2 \} / 2 + (\varepsilon k_1 S_{V1} - k_2 S_{V2}) H_1 \{ \zeta - \varepsilon (H_1 + h_{20}) \} \quad (24)$$

$$-Q \cdot x = (\varepsilon k_1 S_{V1} + k_2 S_{V2}) \varepsilon \{ (H_1 + h_2)^2 - (H_1 + h_{20})^2 \} / 2 + (\varepsilon k_1 S_{V1} - k_2 S_{V2}) H_1 \varepsilon (h_2 - h_{20}) \quad (25)$$

また $L_2 \leq x \leq L$ の領域は図-4の領域3に相当するから、式(20)~(22)はそのまま適用される。しかし、式(23)は、下流側の境界条件が異なるので、 $\zeta_{20} \rightarrow \varepsilon (H_1 + h_{20})$ と置き換えると次式を得る。

$$|Q| = k_1 \frac{(H_1 + \Delta h)^2 - (H_1 + \varepsilon (H_1 + h_{20}))^2}{2L} + k_2 H_2 \frac{\Delta h - \varepsilon (H_1 + h_{20})}{L} \quad (26)$$

h_{20} については、式(14)と同様に、領域2の中に考えた微小四辺形についての連続式を鉛直方向に積分することによって求める。この時、上層の透水係数が小さいことから $Q = S_{V2} \cdot U_2(x) \cdot h_2$ と近似すると

$$w_2 = -(Q^2 / k_2 S_{V2}^2) \cdot (z - H_1) / \varepsilon h_2^3 \quad (27)$$

を得る。一方、Darcyの式より w_2 は次式で表されるから

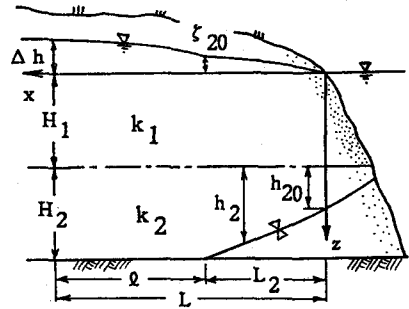


図-5 二層地盤の塩水侵入($k_1 < k_2$)

$$w_2 = -k_2 \partial ((p/\rho g) - z)/\partial z \quad (28)$$

式(27)を式(28)と等値して z 方向に積分し、 $z=H_1$ で $p=\rho g(H_1+\zeta)$ とおくと、下層の淡水の水圧分布が

$$p/\rho g = z + \zeta + (Q(z-H_1)/k_2 S v_2)^2 / 2 \epsilon h_2^3 \quad (29)$$

で表され、 $x=0$ 、 $z=H_1+h_{20}$ における圧力の強さを領域外側の海水のそれと等値すると、 h_{20} が次式のように求まる。

$$h_{20} = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{H_1^2 + 2 \left(\frac{Q}{k_2 S v_2 \epsilon} \right)^2} - H_1 \right\} \quad (30)$$

この場合には、式(26)と式(30)を連立させて Q 、 h_{20} を求めると、自由地下水面の形状が式(24)と(20)から算定され、淡塩境界面の形状が式(25)から算定できる。

次に、以上の式に用いられた水頭分布係数 Sv がどのような値を示すのかを調べてみよう。数値解析によって求めた二層地盤の等水頭線を図-6に示している。基本的には、等水頭線が鉛直な直線の場合に $Sv=1$ と置けることを考慮すると、 $k_1 > k_2$ の場合、上層の領域2と領域3で $Sv_1=1$ と近似でき、下層では領域3で $Sv_2=1$ と近似できると考えられる。また $k_1 < k_2$ の場合には、領域3で $Sv_1=Sv_2=1$ と近似できると考えられる。これらのほかの領域について、種々の境界条件について求めた数値解を用いて Sv の値を求め、これらをまとめたものが表-2である。

これらの Sv の値を用いて淡塩境界面の形状を求めると図-7、8のようになる。両図とも $dh/h_s=0.075$ の場合について上層と下層の透水係数の比率を変えて淡塩境界面の形状を求めたものである。この結果から、図-7の場合 $k_1/k_2 \leq 1/100$ で、図-8の場合 $k_1/k_2 \geq 100$ で淡塩境界面の形状の違いがわずかに変わっている。このことから、透水係数の比率が 10^2 を越えると、透水係数の小さいほうの浸透層を不透水層と見なせることが分かる。

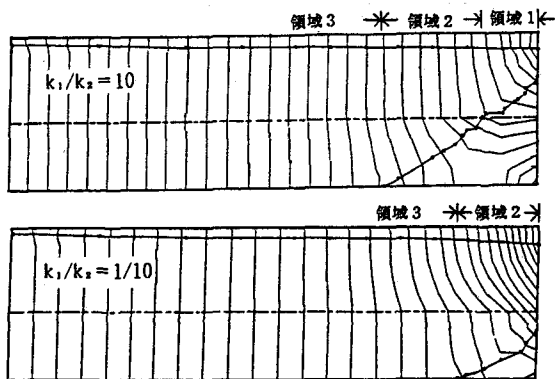


図-6 二層地盤の等水頭線

表-2 各領域の Sv の値

k_1/k_2		$0 \leq x \leq L_1$	$L_1 \leq x \leq L_2$	$L_2 \leq x \leq L$
> 1	Sv_1	1.3	1.0	1.0
	Sv_2	-	1.0	1.0
< 1	Sv_1	-	1.5	1.0
	Sv_2	-	1.0	1.0

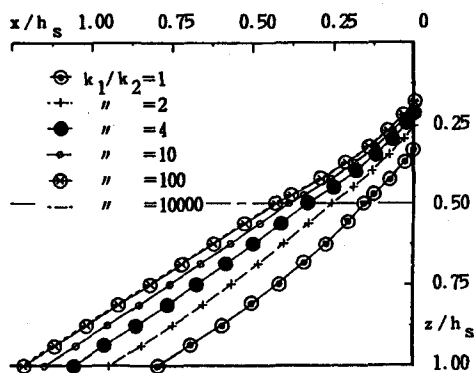


図-7 二層地盤の淡塩境界面($k_1 > k_2$)

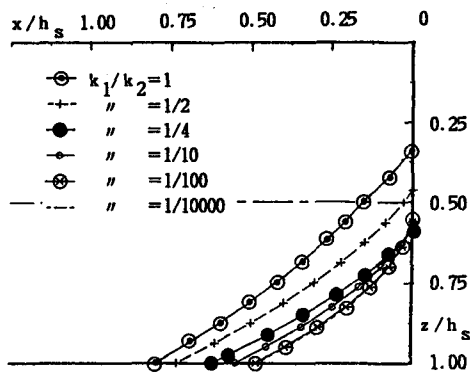


図-8 二層地盤の淡塩境界面($k_1 < k_2$)

2-3. 平面2次元の理論解析

海岸線付近に設置した井戸で地下水を過剰に揚水すると、すでに述べたように、塩水域が拡大して塩水障害を起こす。そこで、海岸付近の広域地下水流を対象として、井戸からの揚水をどのように行くと塩水障害が起こるのかについて理論的に考えてみよう¹¹⁾。

まず、海側から侵入した塩水域よりも陸側に井戸が設置された海岸地盤において、次のように仮定する。

1) 不透層底面の不透層は水平である。2) 地下水流はダルシーの法則に従い、準一様流の仮定が適用できる。3) 淡水の地下水と侵入した塩水との境界は明瞭であるものとする。

そこで、図-9に示すように、海岸

線から陸側へ向けてx軸、海岸線に沿ってy軸、鉛直上向きにφ軸とする。また水理量は、これまでと同じものの他に、不透層から計った淡水の水頭をφとし、淡水層の厚さをbで表す。

ダルシーの法則を適用すると、x、y方向の単位幅当りの流量 Q_x, Q_y は次式で表される。

$$Q_x = -kb \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad Q_y = -kb \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (31)$$

ヘルツベルグの近似式より $h = \xi / \epsilon$ であるから、塩水が侵入している領域1では

$$b = \xi + h = \xi(1 + 1/\epsilon) = (\phi - H)(1 + \epsilon)/\epsilon \quad (32)$$

となり、塩水が侵入していない淡水だけの領域2では

$$b = \phi \quad (33)$$

である。したがって、bとφの関係は両領域において次のように同じ形式で表現できる。

$$\left. \begin{aligned} b &= \alpha \phi + \beta \\ \alpha &= (1 + \epsilon)/\epsilon, \quad \beta = -H(1 + \epsilon)/\epsilon & \text{領域1} \\ \alpha &= 1, \quad \beta = 0 & \text{領域2} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

そこで、式(34)を式(31)に代入すれば、

$$Q_x = -k \frac{\partial \{ \alpha (\phi + \beta/\alpha)^2 / 2 \}}{\partial x}, \quad Q_y = -k \frac{\partial \{ \alpha (\phi + \beta/\alpha)^2 / 2 \}}{\partial y} \quad (35)$$

となり、

$$\Phi = k \alpha (\phi + \beta/\alpha)^2 / 2 + C \quad (36)$$

とおくと、式(35)は $Q_x = -k(\partial \Phi / \partial x)$, $Q_y = -k(\partial \Phi / \partial y)$ と表現できるから、このΦを流量ポテンシャルと呼ぶ。このΦを用いると、領域1と領域2の流量ポテンシャルが、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= k(1 + \epsilon)(\phi - H)^2 / 2\epsilon + C_1 \\ \Phi_2 &= k\phi^2 / 2 + C_2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

で表される。ここに C_1, C_2 はそれぞれの領域における定数である。いま領域1と領域2の接続位置の ϕ_c について考えると、ヘルツベルグの近似式から

$$\phi_c = (1 + \epsilon)H \quad (38)$$

であり、これを式(37)に代入して $\Phi_1 = \Phi_2$ とおくと

$$C_1 - C_2 = (1 + \epsilon)H^2 / 2 \quad (39)$$

となる。ここに、 $C_1 = 0$ を与えると、 $C_2 = -(1 + \epsilon)H^2 / 2$ となり、式(37)は次のように決定される。

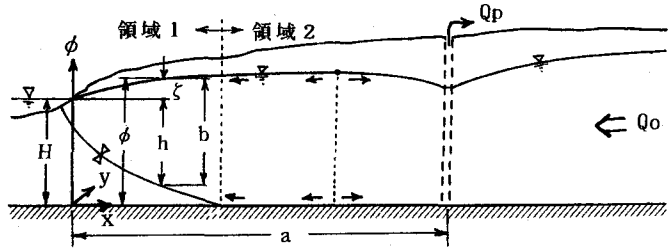


図-9 海岸付近の広域地下水流の断面図

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= k(1+\epsilon)(\phi-H)^2/2\epsilon \\ \Phi_2 &= k\{\phi^2-(1+\epsilon)H^2\}/2 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

また塩水の侵入先端位置における流量ポテンシャル Φ_c は、式(40)に式(38)を代入して

$$\Phi_c = k\epsilon(1+\epsilon)H^2/2 \quad (41)$$

と表される。

以上によって、図-9に示した広域地下水流における海岸線位置の境界条件 $\phi=H$ は次のようになる。

$$\Phi=0 \quad (x=0, -\infty < y < \infty) \quad (42)$$

ここで、図-9の地下水流を平面的に考えると、この流れは陸側から海へ向かう一様流の中に揚水井戸が存在するポテンシャル流である。ここに、境界条件(42)を満足し、陸側から海へ向かう平面的な流れのポテンシャルは、 Q_0 を一様流の単位幅当りの淡水流量とすると、 $\Phi=Q_0 \cdot x$ で表される。また、揚水井戸に向かう流れのポテンシャルは、鏡像の原理によって簡潔に表現されるから、両ポテンシャル流を重ね合わせると、 $x=a, y=0$ の位置に揚水量 Q の井戸が一本だけ存在する場合の流量ポテンシャルは次式のように表される。

$$\Phi = Q_0 \cdot x + \frac{Q}{2\pi} \ln \left\{ \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} \right\}^{1/2} \quad (43)$$

塩水の侵入先端位置においては式(41)と式(43)が等しくなるから、

$$k\epsilon(1+\epsilon)H^2/2 = Q_0 \cdot x + \frac{Q}{2\pi} \ln \left\{ \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} \right\}^{1/2} \quad (44)$$

となり、 $y=0$ の x 軸上における x 座標 x_s については次式が成立する。

$$k\epsilon(1+\epsilon)H^2/2 = Q_0 \cdot x_s + \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{x_s - a}{x_s + a} \quad (45)$$

図-9の状態から井戸の揚水量を増加させると、井戸に向かって流れる領域が拡大する。この領域が塩水の侵入先端位置を越えると、井戸に向かう淡水の流れに引かれて塩水域は陸側へと侵入していき、最終的には図-10に示すような状態になる。図-10の様に塩水が井戸に引き込まれている状態では、塩水域においても井戸に向かう定常流が存在するために、式(43)は成り立たなくなる。

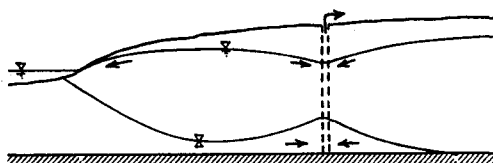


図-10 塩水が井戸に引き込まれている状態

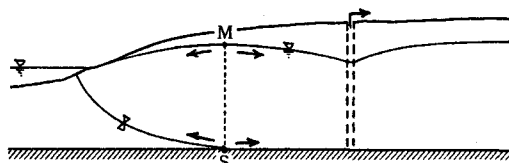


図-11 不安定な状態

図-11は淡水の海に向かう流れと井戸に向かう流れの分岐位置が塩水の侵入先端位置と一致している状態である。図中のM-S線は淡水層の流れのよどみ点を示す線であり、M-S線を横切る流れは生じない。ここに、揚水量のわずかな増加によって塩水の侵入先端位置がよどみ点より少しでも陸側に侵入すれば、塩水は井戸に向かって急速に引き込まれることになるから、図-11の流れの状態は不安定な状態である。この状態における流れの平面図を図-12に示しているが、この状態は次の

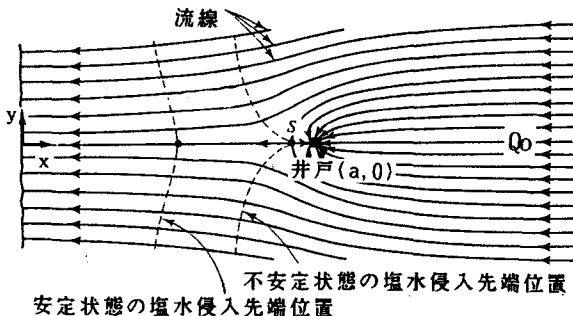


図-12 広域地下水流の平面図

様に表される。

単位幅当りの流量 Q_x, Q_y は、式(43)の流量ポテンシャルから、次のように求められる。

$$\begin{aligned} Q_x &= -k \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -Q_0 \cdot x - \frac{Q}{2\pi} \left\{ \frac{x-a}{(x-a)^2+y^2} - \frac{x+a}{(x+a)^2+y^2} \right\} \\ Q_y &= -k \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{Q}{2\pi} \left\{ \frac{y}{(x-a)^2+y^2} - \frac{y}{(x+a)^2+y^2} \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

ここに図-12のよどみ点Mにおいては $Q_x=Q_y=0$ であることから、式(46)から、この条件を満足するよどみ点の座標 (x_M, y_M) を求めると、次のように決定される。

$$(x_M, y_M) = \left\{ a \left(1 - \frac{Q}{\pi Q_0 \cdot a} \right)^{1/2}, 0 \right\} \quad (47)$$

したがって、 x 軸上の塩水侵入先端位置Sの座標 x_S を式(45)から求めると、この値が $x_S < x_M$ であれば、その流れは定常的に安定で、揚水井戸に塩水を引き込む危険性のないことが分かる。なお、よどみ点が海岸線よりも陸側に位置するためには、 x_M は実数で、かつ正でなければならない。したがって式(47)から揚水量 Q の条件式が次のように得られる。

$$Q / (Q_0 \cdot a) < \pi \quad (48)$$

また x 軸上で塩水の侵入先端位置がよどみ点と一致する $x_S = x_M$ の不安定な状態は、式(47)の解を式(45)に代入することによって表現される。これを整理すると次式を得る。

$$\lambda = 2 \left(1 - \frac{\mu}{\pi} \right)^{1/2} + \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{1 - (1 - \mu/\pi)^{1/2}}{1 + (1 - \mu/\pi)^{1/2}} \quad (49)$$

ここに

$$\lambda = \frac{k \varepsilon (1 + \varepsilon) H^2}{Q_0 \cdot a}, \quad \mu = \frac{Q}{Q_0 \cdot a}$$

であり、式(49)を図示すると図-13のような曲線になる。井戸からの揚水量を増加すると μ が大きくなることで分かるように、図-13の曲線より左側の条件で揚水すれば、定常的に安定で、揚水井戸に塩水を引き込む危険性がないことになる。

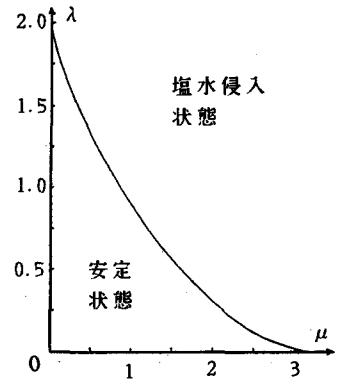


図-13 不安定な状態を示す曲線

2-4. 地下密度流の数値解析

図-4あるいは図-9のような境界条件の簡単な場合には上記のような理論解析が可能であるが、流れが定常状態であっても境界条件が複雑になると数値解析に頼らざるを得なくなる。以下にそれらについて説明しよう。数値解析手法としては、自由地下水面より上側の不飽和帯を含めて解くものと、それを無視して飽和帯の流れだけを解くものがある。

まず、淡水が自由地下水面と淡塩境界面に挟まれた淡水の飽和領域だけを定常状態で流れている場合について考えると、連続式は式(10)であり、これにダルシー式を適用することで解析できる。この時、 z 軸を鉛直下向きに選び、不透水層から測った淡水水頭 ϕ を用いて $\phi = (p/\rho g) + H - z$ と書き換えると、基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \quad (50)$$

この基礎方程式を与えられた境界条件で解くことになるが、境界条件の設定には、1) 淡水水頭を指定するもの。2) フラックスを指定するもの。3) 淡水水頭とフラックスを指定するものがある。例えば、図-9においては、海岸線位置は1)の水頭指定境界であり、不透水性底面は2)のフラックス指定境界であり、自由地下水面と淡塩境界面は3)の水頭とフラックスの指定境界である。自由地下水面と淡塩境界面は、両方とも流れ

の境界と一致する流線の一部であるから、それらに直交する流れがないとするフラックスを指定するが、同時に、自由地下水面においては $\psi=0$ であり、淡塩境界面においては式(2)の圧力条件が成立するから、境界条件はそれぞれ以下のように表される。

自由地下水面において

$$\phi = H + \zeta \quad (51\cdot a), \quad \partial \phi / \partial n = 0 \quad (51\cdot b)$$

淡塩境界面において

$$\phi = z(1 + \varepsilon) + H - z \quad (52\cdot a), \quad \partial \phi / \partial n = 0 \quad (52\cdot b)$$

ここに n はそれぞれの曲線境界上の任意点における法線方向を表す。

しかし、これらの曲線形状は未知であり、しかも解析対象領域の境界であるから、これらの曲線上の座標を仮想しなければ式(50)を解くことはできない。したがって、これらの曲線位置を仮想して $\partial \phi / \partial n = 0$ の境界条件を用いて式(50)を解き、この解が式(51・a)および式(52・a)を満足するまでこれらの曲線位置を修正して行くことになる^{12), 13)}。

次に、定常状態の自由地下水面よりも上側の不飽和帯の流れを含めて解析する場合について考えよう。この場合には、圧力水頭 $(p/\rho g)$ を ψ とおくと、不飽和帯 ($\psi < 0$) の透水係数 k を、図-14に示すように、体積含水率 θ の関数として取り扱うことによって解析する手法と、図-15に示すように、 ψ の関数として取り扱うことによって解く手法とがある。透水係数を θ の関数として取り扱う手法では、 θ についての連続条件式を流動の基礎方程式と連立に解くことが必要となるだけでなく、図-14に示すような $\theta \sim \psi$ 曲線も必要となり、非常に煩雑になる。なお図-14と15は豊浦標準砂について不飽和透水試験器を用いて測定したものである。図-14立軸の k_r は比透水係数で、不飽和透水係数と飽和透水係数の比率である。

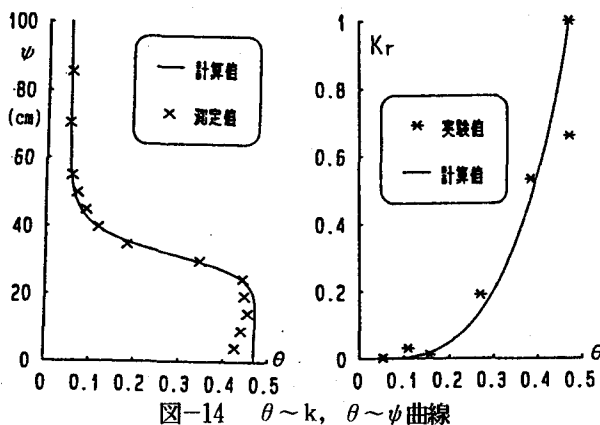


図-14 $\theta \sim k$, $\theta \sim \psi$ 曲線

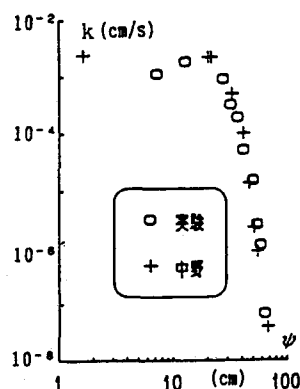


図-15 $k \sim \psi$ 曲線

透水係数を ψ の関数として取り扱う場合には式(50)を用いて解くことになる。この場合には、全領域を飽和領域とみなして与えられた水頭指定境界とフラックス指定境界を設定して解くと、負の圧力を持つ飽和領域が得られるが、この部分を不飽和領域とみなし、透水係数を正圧の部分に与える透水係数よりも小さな値を与えて解析する。

以下に示す解法は、透水係数を ψ の関数として取り扱う飽和-不飽和解析手法を塩水領域にも適用したものである¹⁴⁾。図-9の海水中的の水面下 z の位置に小さな淡水塊を仮想し、不透水層から測った淡水水頭 ϕ を考えると、水圧は周囲の塩水圧に等しいから、

$$\phi = z(\rho + \Delta \rho) / \rho + H - z = H + z\varepsilon \quad (53)$$

となって、 ϕ は深さ方向に次第に大きくなる分布を示す。また、この水頭分布は式(52・a)の淡塩境界面上の水頭分布と同じである。そこで塩水領域を、淡塩境界面上と浸透領域下流端境界上で、式(53)の水頭分布を

持つ仮想上の淡水領域に変換する。このように変換すると、淡水だけの流れとみなすことができ、式(50)によって全領域を解くことができる。この時、淡塩境界面上側の淡水が淡塩境界面を横切ることについては制限されなければならないから、地下密度流における混合領域内の相対透水性 (Relative permeability) の変化¹⁵⁾を考慮して、淡塩境界面の近傍を含めて、その下側では透水性に小さな値を与えて解析する。解析上は、不飽和帯で透水性に小さな値を与えて解析することと同じであるから、飽和-不飽和解析と同じアルゴリズムで塩水侵入問題を解けることになる。

なお、この解析における自由地下水面と淡塩境界面の位置は以下の様に決定される。すなわち自由地下水面の位置は、各節点の圧力水頭 ψ を用いて、自由地下水面の境界条件 $\psi = 0$ を満足する位置を内挿計算により算出することによって得られる。また淡塩境界面の位置は、境界条件式(53)を満足する位置を内挿計算により算出して得られる。

図-16, 17は、地下連続壁が不完全遮水状態で設置された場合の、多層地盤についての解析結果を示したものである。図-16は二層地盤の上下層の透水性の比率が10の場合を示して、比較のために均質地盤の結果も合わせて描いている。下層が難透水層の場合には、地下ダムが上層を完全に締め切っているので、ダム先端を迂回する際に大きな水頭の損失が起り、地下ダム下流側の上層で水頭が低下して塩水の侵入域が非常に拡大している。上層が難透水層の場合の淡塩境界面の位置は地下ダムを設置しない場合とほぼ同じ位置になっている。したがって、この場合の地下ダムの塩水排除効果は極めて小さいことになる。

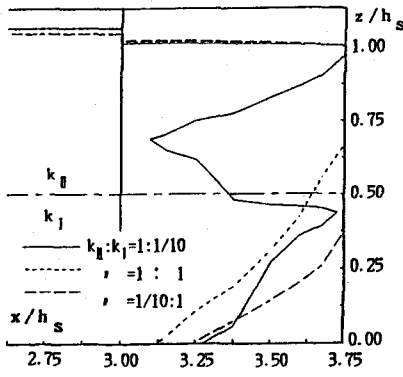


図-16 地下ダム下流の塩水侵入(二層地盤)

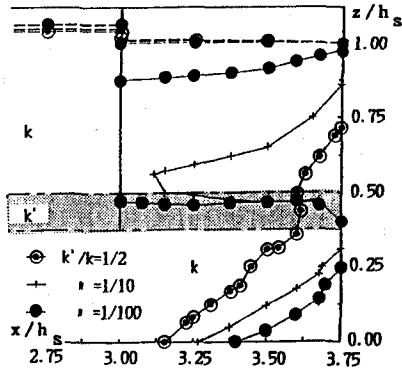


図-17 地下ダム下流の塩水侵入(多層地盤)

次に図-17は浸透層の中央部分に難透層を挟む場合を示したものである。 $k'/k=1/2$ 程度であれば、地下ダムの設置によって、淡塩境界面は海側へ後退して地下ダムの排除効果が認められるが、 $k'/k \leq 1/10$ では上層で淡塩侵入域が拡大し、 $k'/k=1/100$ の場合には地下ダム下流部の上層は完全に塩水化されてしまう。自由地下水面部分に独立した淡水領域が算定されているが、降雨などによる淡水の補給を受けないかぎり、この部分もついには塩水化されてしまうと考えられる。したがって、難透層を挟む多層地盤で良透層を地下ダムで締め切った場合には、その下流側で塩水の侵入域が非常に拡大することが分かる。

次に自由地下水面と単塩境界面が時間的に変化する非定常状態を解析する場合について考えてみよう。この非定常状態についてのこれまでの解析は、飽和領域だけを取り扱う解析が一般的であり、広域地下

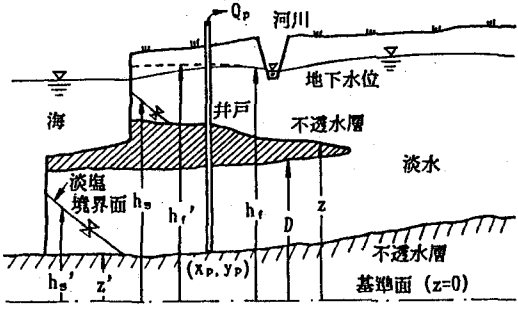


図-18 二層状態の流れの断面図

水の平面2次元流への適用を考慮して、準一様流の仮定を適用した解析が行われている^{16), 17)}。この場合、淡水層の連続式にダルシー式を適用した淡水の水頭についての基礎方程式と、塩水層の連続式にダルシー式を適用した淡塩境界面の高さについての基礎方程式を連立して解くことになる。図-18に示すような不圧浸透層と被圧浸透層の二層状態の流れの場合における基礎方程式は、次のように表される¹⁸⁾。

淡水の水頭について

$$S \frac{\partial H_f}{\partial t} - m \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k(D_f - Z) \frac{\partial H_f}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ k(D_f - Z) \frac{\partial H_f}{\partial y} \right\} + Q_r + \sum Q_p \cdot \delta(x - x_p) \cdot \delta(y - y_p) \quad (54)$$

淡塩境界面の高さについて

$$m \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k(Z - z_s) \left\{ \frac{1}{(1 + \epsilon)} \frac{\partial H_f}{\partial x} + \frac{\epsilon}{(1 + \epsilon)} \frac{\partial Z}{\partial x} \right\} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(Z - z_s) \left\{ \frac{1}{(1 + \epsilon)} \frac{\partial H_f}{\partial y} + \frac{\epsilon}{(1 + \epsilon)} \frac{\partial Z}{\partial y} \right\} \right] \quad (55)$$

ここに、 n は有効空隙率、 S_o は比貯留量、 Q_r は降雨かん養量、 Q_p は井戸の揚水量、 $\delta(x)$ はデルタ関数、 x_p, y_p は井戸の座標である。また不圧浸透層については、 $S=n$, $D_f=H_f=h_f$, $Z=h_s$, $z_s=z$ とおき、被圧浸透層については $S=S_o(D_f - Z)$, $H_f=h_f'$, $Z=h_s'$, $D_f=D$, $z_s=z'$ とおく。

鉛直断面内を淡水だけが流れている領域では $m=0$, $Z=z_s$ において、式(54)だけを解き、鉛直断面内に淡塩境界面が存在して、その上部を淡水が流れている領域では $m=n$ において、式(54)と式(55)を連立して解く。離散化するには、時間的には不圧浸透層の場合には前進差分が適用できるが、被圧浸透層の場合には後退差分を採用する。

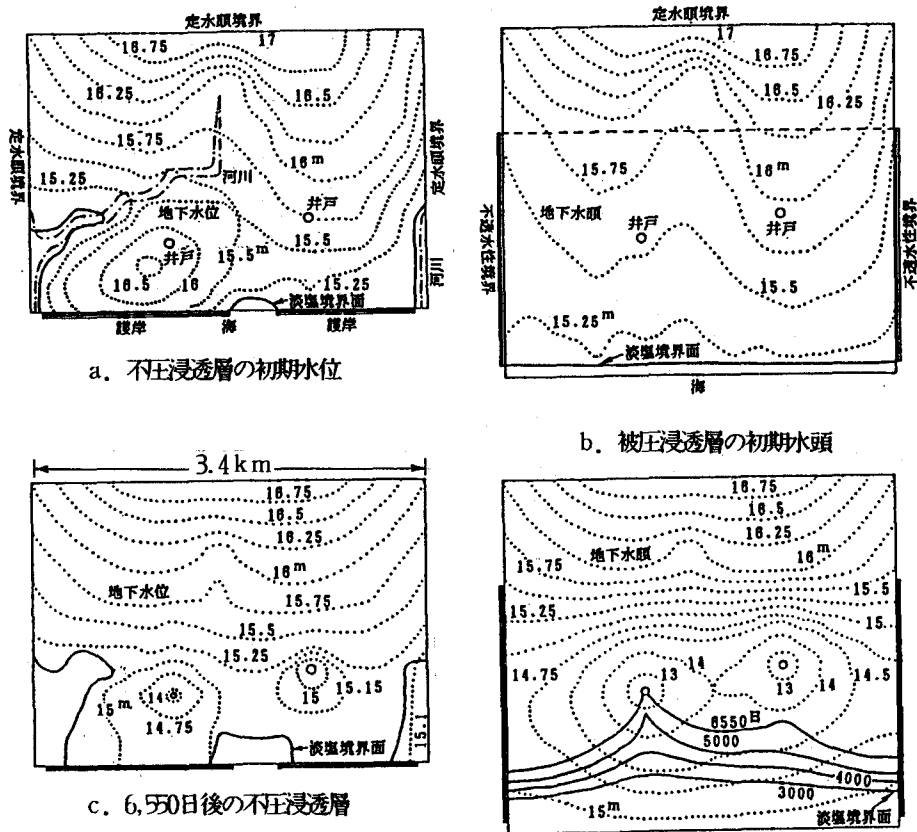


図-19 二層地盤への塩水侵入解析

d. 6,550日後の被圧浸透層

図-19は、この解析結果を平面図に示したもので、図中の実線は浸透層を侵入する淡塩境界面の先端位置を示したものである。この解析は、図-19-aの不透浸透層において各 $50\text{m}^3/\text{日}$ の揚水量を2地点で定常的に揚水した場合、わずか60日で井戸に塩水を引き込むので、不透浸透層から $50\text{m}^3/\text{日}$ 、被圧浸透層から $500\text{m}^3/\text{日}$ に分配して2地点の井戸でそれぞれ揚水する計画を立てたものである。解析対象領域内の都市化が進行していることを考慮して地表からの降雨による地下水かん養がないものと設定し、a、b図のような初期水頭分布から揚水を開始すると約18年後に井戸に塩水を引き込むことが予測されている。なお被圧浸透層はb図の点線の位置から下の部分である。解析に用いた地盤水理定数は $k=10^{-2}\text{cm/s}$ 、 $S_o=10^{-4}/\text{cm}$ 、 $n=0.1$ とし、淡水と海水の密度は $\rho=1.0$ 、 $\rho+\Delta\rho=1.025$ として、計算時間間隔は $\Delta t=120\text{時間}$ で計算したものである。

また図-20は、沖縄の地下ダム候補地を対象として、グラウト壁を海岸線付近に建設した場合に、貯留域内の3地点で各 $6,000\text{m}^3/\text{日}$ の連続揚水を行った状態で、地下ダム壁体が貯水地への塩水侵入をどの程度の期間で防御できるかを調べたものである。この解析により、宮古島皆福ダムのグラウト壁と同規模(壁厚 5m 、透水係数 $\times 10^{-5}\text{cm/s}$)の壁体を建設すると、塩水が壁体を通過する所要日数は62日と短いことが明らかにされた。なお貯留域の地盤水理定数は $k=0.17\text{cm/s}$ 、 $n=0.2$ とし、密度は $\rho=1.0$ 、 $\rho+\Delta\rho=1.03$ 、 $\Delta t=0.3\text{時間}$ で計算したものである。

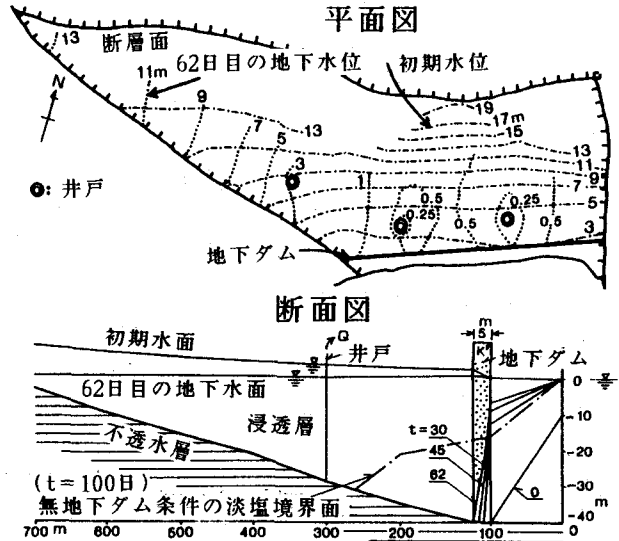


図-20 地下ダムによる塩水侵入防御

3. 浸透層内の移流分散解析

3-1. 分散現象

浸透層内の淡水と塩水の混合に関する研究は従来からも行われてきたが、第2章で述べた成層地下密度流の研究が一段落ついたことと、近年特に地下ダムの建設計画や建設後の運転・水質管理を行う上で、その必要性が高まってきたことから、現在はこの現象が主に検討されている。

浸透層内の混合現象は主に分散によって起こっているが、分散現象は一般の水域での拡散現象と次の点で基本的に相違している。すなわち拡散は実際の物質輸送量と時間的に平均した輸送量との偏差を表したものである¹⁹⁾。例えば、静水中でも塩水の分子は分子運動によって各瞬間ごとに不規則な方向へ移動するから、淡水の分子に衝突しながら徐々に移動して互いに混合する分子拡散を生ずる。これに対し、分散は実際の物質輸送量と空間的に平均した輸送量との偏差を表したものである。例えば、混合が生じない水流を仮想しても速度分布が存在すれば塩分は速度に比例した距離だけ移流されるから、流れの方向に塩分が分布することになる。実際の流れでは、層流であっても分子拡散が生ずるので、流下に伴って流れと直角方向にも拡がっていく。この見かけ上の拡散を分散と言っている。ここに浸透層内の塩分の輸

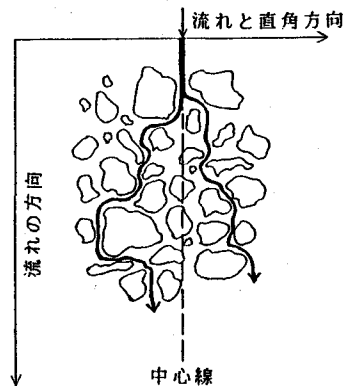


図-21 浸透層内の分散現象

送を考えると、空隙規模の微視的レベルでは空隙内の速度分布が存在し、それより少し大きな空間規模では大小の空隙が不規則的に連なって図-21のように流路を形成していることから、浸透層では必ず分散現象が起こることになる。この浸透層内の塩分の収支を表現した連続式に、拡散による物質輸送が断面に直角な方向の濃度勾配に比例するとするFickの法則を分子拡散だけでなく分散にも適用して、移流分散の基礎方程式を誘導すると次式を得る²⁰⁾。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (u'c) - \nabla \cdot \{ (D_m + D) \nabla c \} = 0 \quad (56)$$

ここに c は塩分濃度、 ∇ はナブラオペレーター、第2項は移流項と呼ばれ、 u' はダルシー流速を有効空隙率で割って表される実流速、第3項は分子拡散と分散の項、 D_m は分子拡散係数、 D は分散テンソルである。

3-2 分散係数

流れの場の座標軸の一つが流れの方向と一致するとき、分散テンソルは次のように表される。

$$D = \begin{pmatrix} D_L & 0 \\ 0 & D_T \end{pmatrix} \quad (57)$$

ここに D_L は縦方向分散係数、 D_T は横方向分散係数であり、いずれも実流速の絶対値と長さの次元を持つ分散定数 α との積で表される。また任意の座標系におけるテンソルの成分は次のように表される。

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$D_{xx} = \alpha_L u'^2 / V + \alpha_T v'^2 / V$$

$$D_{yy} = \alpha_T u'^2 / V + \alpha_L v'^2 / V$$

$$D_{xy} = D_{yx} = (\alpha_L - \alpha_T) u' v' / V$$

ここに u', v' は、それぞれ x 方向、 y 方向の実流速、 $V = (u'^2 + v'^2)^{1/2}$ である。

数値解析には、分散定数の数値を与える必要があるが、この値は流れの場の空間規模に依存するため、前もって既知であることは少ない。例えば実験室内のモデル実験であれば、分散現象は流れと土粒子の相互作用によるものであるから、縦方

向分散定数の値は、空隙率、土粒子径、土粒子の形状および粒度分布によって変化する。また現地観測においては、分散現象が主に浸透層の非一様性によって生ずるから、広域地下水の縦方向分散定数の値は室内実験の値よりも大きな値になる。この空間規模による縦方向分散定数の変化を図-22に示している。

水平面内の横方向分散係数の値は、一般に縦方向分散係数に比べて小さなオーダーとなり、室内実験においてはその比率 $D_T/D_L=0.1$ となる。しかし横方向分散係数は縦方向の巨視的分散に関与するものであるから無視することはできない。縦方向分散係数および横方向分散係数についての理論解と実験結果は種々あるが、現在のところ、室内実験の再現計算においては、 $d_{50}=0.96\text{mm}$ のプラスチック球について求められた次式の Harleman-Rumerの実験公式²¹⁾が適用されることが多い。

$$D_L/\nu = 0.66 \text{ Re}^{1.2}, \quad D_T/\nu = 0.036 \text{ Re}^{0.7} \quad (59)$$

ここに Re はレイノルズ数で、 $\text{Re} = d_{50} u' / \nu$ である。

また現地観測による最近の検討としては、吉野川下流部の感潮域における希釈塩水について縦方向分散係数を検討した尾島・鐘江の研究²²⁾や福岡市西戸崎海岸の塩水について横方向分散定数を検討した細川・舛井・神野の研究²³⁾などがある。

分子拡散係数は $D_m=10^{-9}\text{m}^2/\text{s}$ であるから、通常の浸透層内の流れにおいては分子拡散項を無視して解析できる。しかし地下水流のよどみ点においては分子拡散が卓越するので、この場合には無視できない。

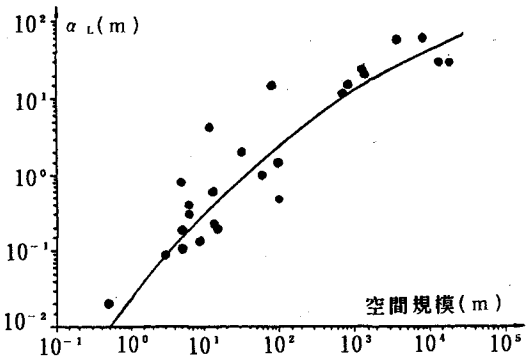


図-22 空間規模による縦方向分散定数の変化

3-3. 移流分散解析

移流分散の数値解析は流れの基礎方程式と式(56)の移流分散の基礎方程式を連立に解くことによって行われる。ここに、流体の濃度変化に伴う流れの様子の変化を取り込むために細川ら²⁴⁾は鉛直断面2次元の流れの基礎方程式に次式を用いている。

$$S \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad u = -k \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad v = -k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho} \right) \quad (60)$$

ここに z 軸は鉛直上向きとし、 S は非貯留量、 ψ は圧力水頭、 ρ は淡水密度で、流体密度 ρ' と濃度 c との間には次の関係を用いている。

$$c = 100(\rho' - \rho) / \varepsilon \quad (\%) \quad (61)$$

その一例を示すと図-23のようである。この実験は $\phi = 2.5$ mm のガラス球を用いて、陸側の淡水位を低下させた場合の塩水の侵入過程を被圧状態について測定されたものであり、分散係数には式(59)が適用されている。図中には目視によって観測された淡塩境界面の位置が描かれているが、解析結果と良く一致しており、このことから式(60)の妥当性が確認されたことが分かる。また、実験に使用された多孔質体が比較的大きな粒径であることから、この実験の現象は混合域の幅が比較的大きいほうであると考えられるが、計算された混合域はそれほど大きくないことが分かる。

3-4. 塩分残留現象

以上の解析では、土粒子による吸着や空隙内の流動に寄与しない死水領域での塩分の貯留は無視できるものと見なしてきた。しかし室内実験で塩水の侵入と排除を連続して行くと、侵入過程と排除過程で現象が相違し、侵入過程でよく一致した実験結果と解析結果が、排除過程においては実験の現象が解析結果より早く現れる。また流量を設定して侵入過程と排除過程を繰り返し実験すると、図-24に示すように塩水侵入の所要時間が次第に短くなってくる²⁵⁾。このことから塩水の移流分散現象には吸着や貯留による輸送の遅れが生じていることが分かる。この遅れ現象は、遅れ係数 R を用いて式(56)の実流速 u' を遅れ速度 u'/R に置き換えることによって表される。

いま鉛直一次元の砂層での塩分輸送を考えると、その現象は式(56)の基礎方程式を書き換えて、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u'}{R} \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{D_L}{R} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \omega c \quad (62)$$

で表される²⁰⁾。ここに ω は減衰係数である。式

(62)を次の塩分濃度 $c(z, t)$ の初期条件と境界条件での解が

初期条件 $c(0, 0) = 0, c(z, 0) = 0 : z > 0$ において

境界条件 $c(0, t) = c_0, c(\infty, t) = 0 : t > 0$ において

次式のように得られている。

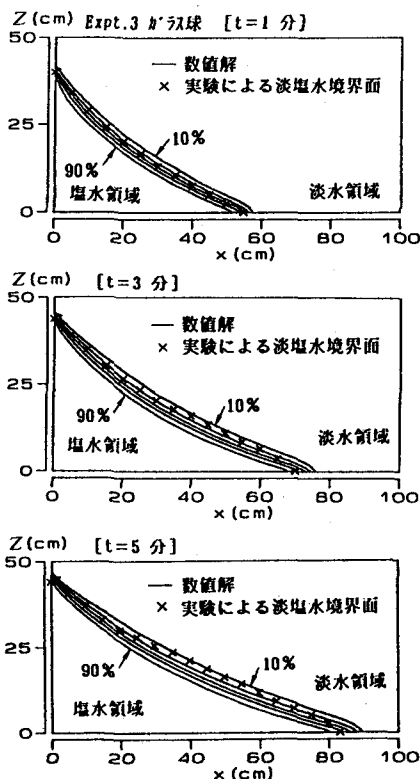


図-23 塩水侵入過程の濃度分布

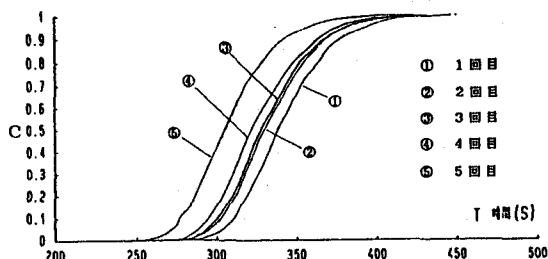


図-24 塩水侵入過程の濃度変化

(63)

$$c(z,t) = \frac{C_0}{2} \exp\left(\frac{z}{2\alpha_L}\right) \left[\exp\left(\frac{-zr}{2\alpha_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z-u'tr/R}{2\sqrt{\alpha_L u't/R}}\right) + \exp\left(\frac{zr}{2\alpha_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z+u'tr/R}{2\sqrt{\alpha_L u't/R}}\right) \right] \quad (64)$$

ここに $r = \sqrt{1 + 4\omega\alpha_L R/u'}$ 、 $\operatorname{erfc}(x)$ は補誤差関数で、 $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$ である。

式(64)はペクレ数 $Pe = z/\alpha_L$ が $Pe > 10$ と大きい場合、次のように近似される。

$$c(z,t) = \frac{C_0}{2} \exp\left[\frac{z(1-r)}{2\alpha_L}\right] \operatorname{erfc}\left(\frac{z-u'tr/R}{2\sqrt{\alpha_L u't/R}}\right) \quad (65)$$

さらに吸着や貯留による輸送の遅れがなく ($R=0$)、減衰のない ($\omega=0$) 場合には次のようになり、良く知られている解と一致する。

$$c(z,t) = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{z-u't}{2\sqrt{\alpha_L u't}}\right) \quad (66)$$

図-24は実験流量 4 ml/s の測定濃度曲線を示したものであるが、一連の実験では測定濃度に減衰は顕著に現れないので、式(65)に $\omega=0$ ($r=1$) とおいて時間的な濃度変化の測定結果から分散定数と遅れ係数を求めると、図-25、26が得られた。図-25は分散定数の範囲と平均値を描いたものであり、塩水排除過程の値が侵入過程の値よりわずかに大きく得られている。またレイノルズ数による変化は小さく、ほぼ一定値になっている。図-26は遅れ係数の値の範囲と平均値を描いたもので、侵入過程ではほぼ $R=1.5$ の一定値になるが、排除過程ではやや小さい値になって、レイノルズ数が大きくなるほど1に近づく傾向にあることが分かる。なお実験砂は熊本産の珪砂であり、平均粒径は 0.76 mm 、空隙率は47%である。図-27は、1回目の実験流量 1 ml/s の測定濃度曲線(実線)と、式(65)の計算曲線(点線)および式(66)の計算曲線(破線)を比較したものである。右上がりの曲線は塩水侵入過程の結果で、右下がりの曲線が排除過程の結果である。実線を破線と比較すると、侵入過程の時間的なずれが大きくなっていて、遅れ係数の効果が理解できる。

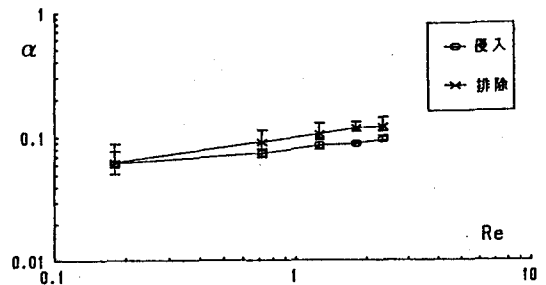


図-25 分散定数の測定値

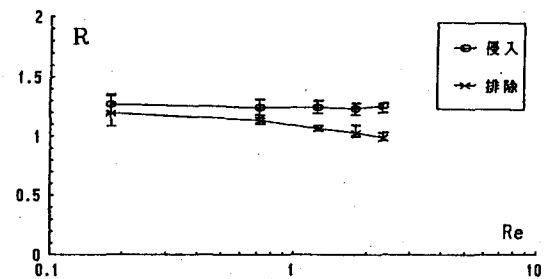


図-26 遅れ係数の測定値

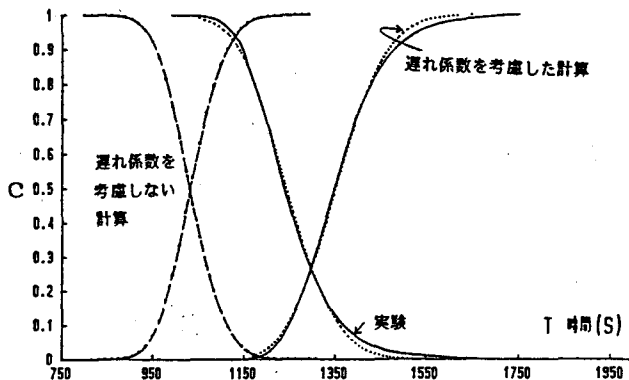


図-27 測定濃度変化と計算濃度変化の比較

参考文献

- 1) Bear, J. and G. Dagan: Moving interface in coastal aquifers, ASCE, HY, Vol. 90, No. 4, pp. 193~216, 1964.
- 2) Tamai, N. and S. Shima: Salt-water wedge in unconfined coastal aquifers, Trans. JSCE., No. 139, pp. 31~38, 1967.
- 3) Todd, K. T.: Groundwater Hydrology, 2nd ed., John Wiley & Son, pp. 510~515, 1980.
- 4) 上田年比古・杉尾哲: 暗きょからの淡水注入による淡塩境界面の解析、土木学会論文報告集、第225号、pp. 43~52, 1974.
- 5) 榎並信行: 沖縄における地下ダム開発とその現況、工業用水、No. 374, pp. 60~73, 1989.
- 6) 杉尾・森: 不均質地盤における塩水侵入、土と基礎、Vol. 37, No. 6, pp. 35~40, 1989.
- 7) 嶋裕之: 地下水(密度流的諸問題)、1971年度水工学に関する夏期研修会講義集、pp. A-8-1~A-8-25, 1971.
- 8) 佐藤邦明・渡辺邦夫: 成層帯水層における地下塩水楔の挙動、第19回水理講演会論文集、pp. 127~132, 1975.
- 9) Anwar, H. O.: The effect of a subsurface barrier on the conservation of freshwater in coastal aquifers, Water Res., Vol. 17, No. 10, pp. 1257~1265, 1983.
- 10) 杉尾哲: 二層地盤における塩水侵入、第33回水理講演会論文集、pp. 199~204, 1989.
- 11) Strack, O. D. L.: A single-potential solution for regional interface problem in coastal aquifers, Water Resour. Res., Vol. 12, No. 6, pp. 1165~1174, 1976.
- 12) 杉尾・泊: 半透水性部分遮水壁による地下貯留水の塩水化防止に関する検討、日本地下水学会誌、第26巻、pp. 1~11, 1984.
- 13) 藤野和徳: 境界要素法による地下密度流の数値解析および遮水壁の塩水侵入抑制の効果について、日本地下水学会誌、第27巻、pp. 51~60, 1985.
- 14) 杉尾・森: 浸透層条件が不圧浸透地盤内の塩水侵入に及ぼす影響について、土木学会論文集、第411号、II-12, pp. 73~80, 1989.
- 15) Bear, J.: Two-Liquid Flow In Porous Media, Advances in Hydrosience, Vol. 6, Academic Press, pp. 141~252, 1970.
- 16) Kawatani, T.: Numerical analysis of the ground water mound and fresh-salt water interface in a coastal aquifer, Proc. JSCE., No. 238, pp. 89~98, 1975.
- 17) Sugio, S. et al.: Subsurface seawater intrusion barrier analysis, Jour. Hydraulic Eng. ASCE., Vol. 113, No. 6, pp. 767~779, 1987.
- 18) 中田・杉尾: 海岸互層地盤における地下密度流について、土木学会西部支部研究発表会講演概要集、pp. 220~221, 1990.
- 19) 玉井信行: 密度流の水理、新体系土木工学22, 技報堂出版、pp. 13~30, 1980.
- 20) 上田年比古監訳: パソコンによる地下水解析、森北出版、pp. 162~181, 1990.
- 21) 土木学会水理委員会編: 水理公式集—昭和60年版、pp. 390, 1985.
- 22) 尾島・鐘ヶ江: 吉野川下流域自由地下水帯における流況と塩分挙動に関する準三次元解析、第33回水理講演会論文集、pp. 205~210, 1989.
- 23) 細川・枅井・神野: 現地海岸帯水層における横分散長の推定法について、土木学会第44回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp. 268~269, 1989.

- 24) 細川・枋井・神野・上田・伊藤：被圧帯水層における塩水混合の分散特性に関する実験及び数値解析による検討、第33回水理講演会論文集、pp.193~198, 1989.
- 25) 樋口公孝：砂層内の塩水移動の測定、宮崎大学工学部卒業論文、1990.