

複断面水路の流れの諸問題

藤 田 正 治

1. はじめに

河川空間の高度な利用が望まれる中で、高水敷の有効な活用が重要になってきた。複断面水路の水理学的な目的は、河積の増大や堤防付近の流速の減少による河川の安全度の向上であるが、水と人との接点となる高水敷は、まさにリバー・フロントであり、河川公園等の場として有効に開発されるべき空間である。こうした状況の中で、高水敷に諸施設の計画や整備を進めて行く上で、複断面水路の流れの問題を明確にしておくことが重要であろう。

高水敷の活用を計る上で、水工学的な見地から解明しなければならない問題として、次のようなことが挙げられる。

- (1) 複断面水路の流れの抵抗特性、壁面せん断応力特性および乱流特性
- (2) 高水敷上の浮遊砂の堆積とその対策
- (3) 高水敷上の植生の効果・影響

これらのうち (1) の流れの特性については古くから研究されており、成果も多く得られている。複断面水路の流れの興味深い課題の一つは、流れの抵抗の評価方法についてである。複断面水路において、高水敷に少し流水が乗り上げたとき、粗度係数が低水路内のみに水が流れている場合より大きくなることが知られているが、これは高水敷上の低速流と低水路内の高速流の相互作用による付加的なせん断力 (apparent shear force) が作用するためである。したがって、この付加抵抗をいかに評価するかが抵抗に関する研究の焦点であり、実験的・理論的手法で研究が進められている。また、流れの可視化実験やレーザー・ドップラー流速計などを用いた詳細な乱流計測も盛んに行なわれるようになり、大規模渦の特性、二次流の特性、乱流特性などの貴重なデータも蓄積され、流れの構造もかなり明確になってきた。さらに、最近、コンピューター・シミュレーションの発達により、3 次元的な流れの解析ができるようになり、それに基づいて流れの特性が理論的に計算できるようになってきた。

高水敷の浮遊砂の堆積過程は、高水敷の諸施設の管理上または河川形状の変化を知る上で重要であるが、あまり研究されていないのが現状である。現地観測による調査では多量の土砂の堆積があると言う報告もあり、理論的または実験的な研究を推し進めていく必要がある。これも抵抗の問題と同様、横断方向の流速差に起因する拡散が重要であり、二次流による輸送過程も含めて流砂機構を解明することが研究の焦点となる。また、高水敷の堆砂の防止軽減策についても検討しておくことが、高水敷の利用を進めていく上で肝要であろう。

ついで、高水敷上の植生の問題は、植生による抵抗の増加、ごみ等の閉塞、景観の向上など植生のもつ様々な特徴を明確にすることが重要である。また、なるべく自然を活用した効果的な高水敷の利用を計る必要もあり、植生のもつ長所を活かした施策を講ずるべきであろう。

本文は、複断面水路をリバー・フロント開発の場として計画し、また構築された諸施設の管理を進めて行く上で考慮すべき問題、すなわち流れの構造、せん断応力特性と抵抗、流速分布、浮遊砂の高水敷への輸送過程および植生の影響などに関する問題について、従来の研究を総括し、今後の問題点について検討するものである。

2. 流れの構造

2. 1 直線水路の場合

複断面水路の流れは、低水路の高速流と高水数の低速流の相互作用によって特徴付けられる。すなわち、速度差に起因して低水路と高水数の接合部付近に強いせん断層が生じ、鉛直方向に軸をもつ大規模渦が規則的に形成される。それによって運動量が横断方向に輸送され、接合部の鉛直断面に付加抵抗力が作用する。このような現象は流れの全抵抗の評価や浮遊砂の流送機構の解明において極めて重要であり、とくに接合部付近の流れの構造について実河川の観測¹⁾や流れの可視化実験^{2)~8)} またはレーザー・ドップラー流速計などを用いた詳細な流速の測定^{9), 10)}などによって検討されている。河道が蛇行している場合には、わん曲の影響による二次流が生じ現象が複雑になるので、ここではせん断流の影響のみを見るために直線水路の場合を対象とする。

水面付近の大規模渦の存在は最初Sellin²⁾によって実験的に調べられ、実河川でも航空写真を使った木下の研究¹⁾によって示された。この大規模渦は二次元的な模式図で示すと図-1³⁾のようであり、低水路と高水数の流体の運動量の混合の役割を果たす。玉井ら³⁾は渦のスケールや渦内代表流速を可視化実験によって調べ、渦のスケールを極大にする水深が存在することやスケールの極大値は勾配によって変化することを示している。また、Tamai, Asaeda and Ikeda⁷⁾は、この大規模渦は二次元せん断層の不安定性から生じるとし、その周期性などについて理論的に検討している。

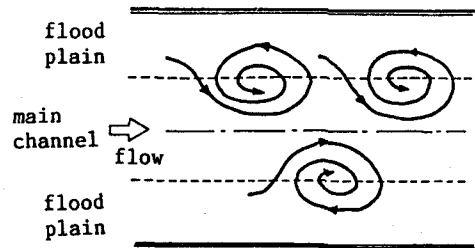


図-1 水面付近の大規模渦の模式図(玉井ら³⁾)

福岡ら⁶⁾はアルミ粉を使った水面付近の可視化から、低水路の水深 H と低水路底面から高水数の底面までの高さ Δ の比 H/Δ の値によって 2種類の組織構造が現われることを示した。一つは H/Δ が大きいとき(およそ $H/\Delta > 2$)で、低水路と高水数の境界付近に間欠的に発生する強いボイル、他の一つは H/Δ が 1よりわずかに大きいときに発生する図-2のような 3次元的な組織構造である。後者は高水数上に中心を持つ渦であり、渦の下流側で低水路から高水数への流れの乗り上げ、上流側で高水数から低水路への流れの沈み込みが生じている。今本・石垣^{4), 5)}は、水素気泡およびポリスチレン粒子による可視化実験を行い、ボイルは高水数の先端から間欠的な上昇流が発生しそれが水面に達したものとしている。黒木ら⁹⁾は、幅水深比が大きいときは大規模渦が見られず、低水路内の砂州の有無を問わず、低水路から高水数へ乗り上げる流れと高水数から低水路へ沈み込む流れが縦断的に交互におこるような蛇行状の流れが存在することを指摘している。

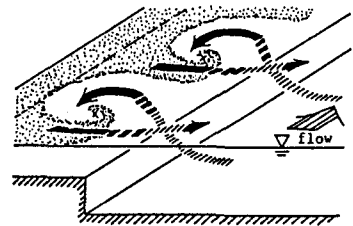


図-2 3次元的な流れの構造
(福岡ら⁶⁾)

一方、計測技術の進展によりかなり詳細かつ正確な乱流計測が行なわれるようになり、時間平均的な流れの構造が明確になってきた。^{9), 10)} 図-3は、低水路の水深を一定とし、高水数の高さを変えたときの横断面内の二次流ベクトルの計測結果を示したものである。¹⁰⁾ 富永らはこれらの図より二次流の特徴として次のようなことを指摘している。

- (1) 高水数と低水路の接合部のエッジから、主流速の 2~4%程度の流速の斜め上昇流が発生している。また、 $h/H=0.5$ のとき二次流が最も発達している。
- (2) 斜め上昇流の両側に渦が生じている。 h/H が大きいほど(高水数が低いほど)低水路側の渦は弱く、小

さくなると（高水敷が高くなると）渦が強くなり、横方向のスケールが大きくなる。高水敷側の渦は h/H が大きいときでも発達し水面にまで達している。

以上のように、複断面水路の流れの特徴は、高水敷と低水路の境界付近に生じる上昇流、それが発達したと考えられるボイル、および流下方向に規則的に配列された大規模渦の存在である。これらの現象は、水路の全幅、低水路の幅、高水敷の高さ、水深および勾配などの幾何パラメータに影響され、例えば富永らの実験からわかるように h/H が小さいほど横断方向の混合が強くなる。また、これらの現象の発生条件も幾何パラメータと関連があるようである。これらの点をもう少し明らかにし、色々観察されている諸現象間の関連性を明確にする必要がある。

2. 2 蛇行水路の場合

実河川は移動床でかつ低水路や高水敷が蛇行している場合が多い。木下¹¹⁾ は図-4のような平面形状の複断面水路に対して、流れの特性を次のように述べている。まず、(a) のような直線水路の場合、低水路内の交互砂洲の影響により水流が蛇行し高水敷への乗り上げが生じるが、その位置は不安定である。(b) のような低水路のみが蛇行している場合、水位の上昇とともに表面流線は低水路蛇行と逆転するようになる。(c) のように堤防も低水路と同じ位相で蛇行する場合、低水路の主流が高水敷の定位置に乗り上げる。(d) は単

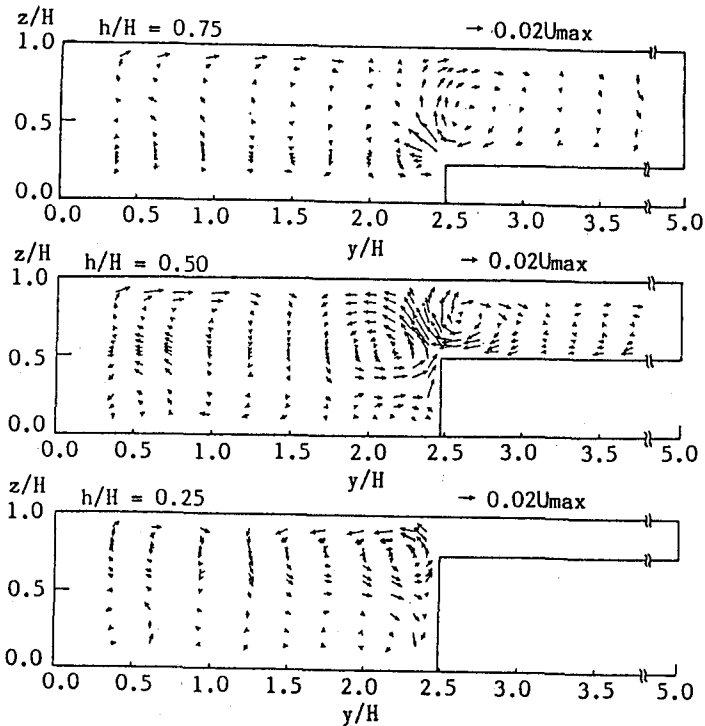


図-3 二次流ベクトルの計測値（富永ら¹⁰⁾）

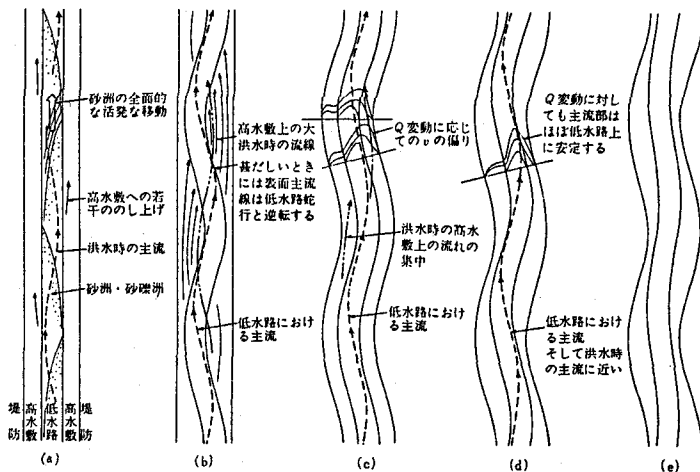


図-4 複断面蛇行水路の流況（木下¹¹⁾）

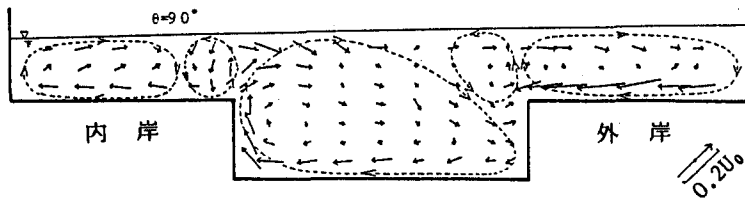


図-5 複断面わん曲水路の二次流の構造 (今本ら¹²⁾)

断面水路の場合の主流の流線の形状に低水路の法線を決めた場合で、主流部はほぼ低水路内を通る。これらの結果として、低水路の水衝部の深掘れを減少させることを考慮して低水路の法線の偏角を小さくした(e)のような河道平面形状が最適であると指摘している。

一般に、単断面のわん曲流の場合、水面付近の流れは外岸向き、底面付近は内岸向きの二次流が発生するが、複断面では今本らの実験¹²⁾によると図-5のようになり、複断面特有の高水敷と低水路の境界付近の二次流とわん曲流特有の二次流が共存している。また、芦田ら¹³⁾は、低水路のみが蛇行している図-4(b)のような水路において移動床の実験を行ない、低水路の主流の蛇行が単断面の場合より位相が下流にずれ、またわん曲による二次流が単断面の場合より弱いことを示した。そのため、わん曲部外岸側の河床の最大洗掘位置が単断面のときより下流に移動し、洗掘深も小さくなることを指摘している。

このように蛇行水路では、わん曲による二次流と複断面による二次流が相互に関係し合い、また流水の乗り上げ、外岸部への流れの集中なども生じるため、流れの構造は複雑になる。

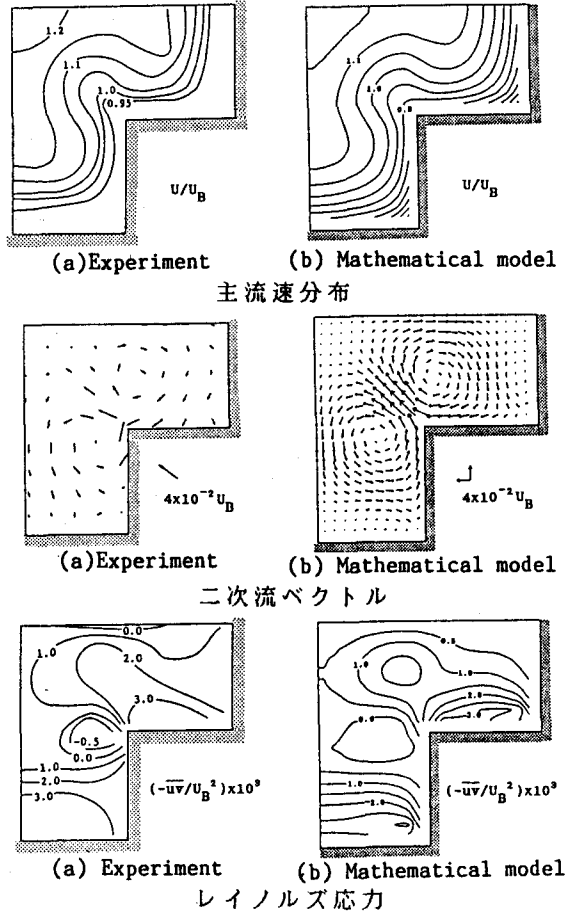


図-6 平均流速分布、二次流ベクトル、レイノルズ応力の数学モデルによる再現例 (河原ら¹⁵⁾)

2.3 乱流モデルによる研究

最近の計算機の処理速度、処理容量の発達と3次元的な流れの解析方法の発展により、複断面水路内の流速分布、乱れ強度分布、レイノルズ応力分布などの計算が行なわれるようになってきた。数学モデルの利点は、幾何形状や水理量の諸条件に対して簡単に流れの解析結果が得られることであるが、計算定数の一般性や結果がどの程度流れの特性を表現し得るか、さらに河床変動計算への応用性などの問題点もある。

乱流モデルにはk-εモデル、代数的応力モデル、応力方程式モデルなどがあるが、Krishnapannら¹⁴⁾や河

原ら¹⁵⁾は代数的応力モデルで複断面流れの流速分布や乱流特性量分布、壁面せん断力分布を計算している。図-6は河原らの主流速、二次流ベクトルおよびレイノルズ応力に関する計算結果を示したもので、実験値と比較すると実際の流れの特徴が良く再現されていることがわかる。また、森ら¹⁶⁾は複断面蛇行形状の実河川における流れと河床変動を数値計算する手法を示している。数学モデルは、複断面水路や蛇行水路のように複雑な境界をもつ場合にも適用でき汎用性があるが、計算に長時間要することや計算容量が大きくなることなどの問題もある。例えば、低水路と高水敷の境界付近の複雑な流れを詳細に解析をするためには、計算格子点間隔を小さくしなければならないが、河床変動の計算も合わせて行なう場合、計算時間や計算容量などの面で問題が生じ、格子点間隔を大きくせざるをえない場合がある。今後、計算機の充実や計算法の発展によって、さらに汎用的かつ正確な計算法の確立が期待される。

3. 流れの抵抗特性と平均流速分布

3. 1 合成粗度係数

複断面河道の流れの抵抗を表わす指標として、断面分割法による合成粗度係数がよく使われる。たとえば、図-7のような対称横断形状の場合、合成粗度係数は、

$$n_c = \{ (A_m + 2A_r) / Q \} \cdot R_c^{2/3} \cdot I_b^{1/2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

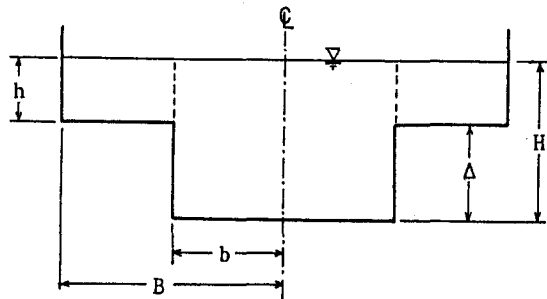


図-7 記号説明図

となる。ここに、 A_m 、 A_r ：低水路および高水敷の河積、 Q ：流量、 R_c ：合成径深、 I_b ：河床勾配である。合成径深は通常、井田の方法¹⁷⁾が用いられる。この式より、流量と水深の関係が合成粗度をパラメータとして算定できる。しかし、合成粗度は後述するように水深によって変化するため、これをどの様に見積るかが重要となる。

図-7の点線で示した鉛直断面には、低水路と高水敷の境界付近にできる大規模渦の作用で運動量が横断方向に輸送される結果としてせん断抵抗力が作用する。このせん断抵抗力を付加せん断抵抗力と称し τ と表示すると、水路中央より片側の低水路と高水敷において力の釣合式は次のようになる。

$$\rho g n_m^2 \cdot U_m^2 / R_m^{1/3} \cdot b + h \cdot \tau_a = \rho g \cdot H \cdot b \cdot I_b \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\rho g n_o^2 \cdot U_o^2 / R_o^{1/3} \cdot (B-b) - h \cdot \tau_a = \rho g \cdot h \cdot (B-b) \cdot I_b \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 n_m 、 n_o ：低水路および高水敷のマニングの粗度係数、 U_m 、 U_o ：低水路および高水敷の平均流速、 B ：水路半幅、 b ：低水路の半幅、 H ：低水路の水深、 h ：高水敷の水深である。全抵抗力に対する付加抵抗力 $\tau \cdot h$ の比は条件によって異なるが、後述の実験結果では5~15%になる場合があり、 τ を無視すると全抵抗力を過小に評価することになる。 τ が与えられれば、式(1)、(2)、(3)より水深と合成粗度係数の関係が得られる。図-8は $\tau_a = \rho \cdot f \cdot (U_m - U_r)^2$ としたとき、 f をパラメータとして合成粗度係数と水深の関係を計算したものである。⁶⁾ここに、 ρ ：流体密度、 f ：混合係数であり、計算条件は高水敷の高さ $\Delta = 9.5\text{cm}$ 、 $I_b = 1/500$ 、 $n_m = n_r = 0.011$ 、 $2b = 58\text{cm}$ 、 $2B = 300\text{cm}$ としている。また、実線は τ を無視したときの粗度係数である。このように、水位が高水敷の高さをわずかに上回ると粗度係数は増加し、さらに水位が上昇すると τ を無視したときの値に近づくことがわかる。このような特性は実験によっても確認されている。このため、後述の水位-流量曲線で見られるように高水敷に流水が乗り上げた状態では、低水路満杯状態より流量が減少することがある。福岡らはさらに実河川の複断面形状と相似なモデルで実験を行ない、 f はほぼ0.3であるとしているが⁶⁾、このとき合成粗度係数は付加抵抗を考慮しなかったときの最大約2割増しとなる。このように流れの抵抗を考えると付加抵抗力の評価法が重要である。また、底面せん断

応力は横断方向への運動量の輸送により水路幅方向に変化し、高水敷と低水路の境界付近では、高水敷上で増加、低水路上で減少する。そこで、つぎに付加抵抗力と高水敷上の底面せん断応力の横断分布について述べる。

3. 2 付加抵抗力と底面せん断応力

(1) 付加抵抗力に及ぼす幾何パラメータの影響

図-7のような複断面水路の流れを支配する幾何パラメータとして、次のようなものが考えられる。

$$\alpha = B/b, \beta = h/H, \gamma = n_r/n_m, \delta = b/\Delta \quad \dots (4)$$

このうち、 α と δ については福岡ら⁶⁾が全国主要40河川から抽出した73地点において調査し、図-9、10のような頻度分布を得ており、実河川で $\alpha = 1 \sim 5$ 、 $\delta = 5 \sim 50$ である。

さて、これらのパラメータによって、付加抵抗力がどのように変化するかが問題である。図-11は、全抵抗に占める鉛直断面の付加抵抗力の割合 $\%ASF_v$ と β との関係をも α をパラメータとして示したものである。¹⁸⁾ ただし、 $\delta = 1$ である。 $\alpha = 4$ のとき $\beta = 0.1$ 付近で付加抵

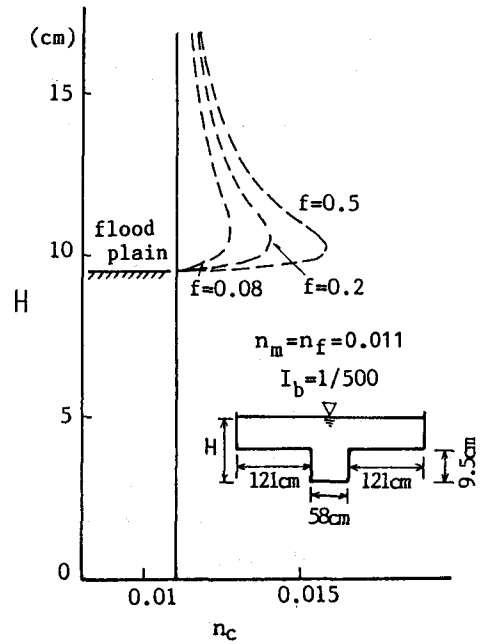


図-8 合成粗度係数の水深による変化 (福岡ら⁶⁾)

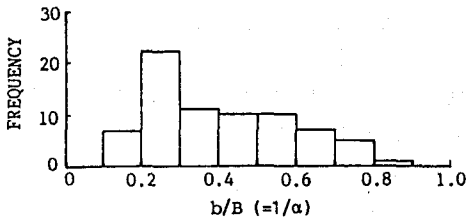


図-9 実河川の $b/B (=1/\alpha)$ の頻度分布 (福岡ら⁶⁾)

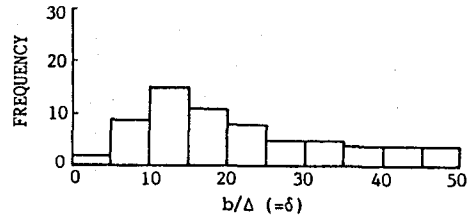


図-10 実河川の $b/\Delta (= \delta)$ の頻度分布 (福岡ら⁶⁾)

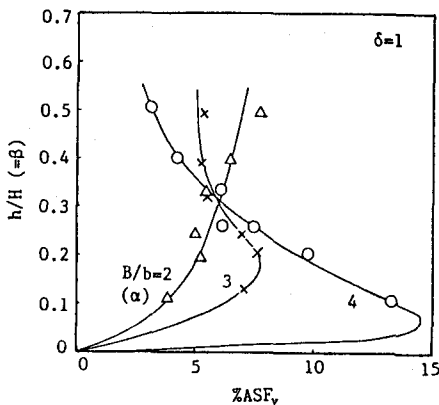


図-11 付加抵抗の全抵抗に占める割合の α による変化 (Knightら¹⁸⁾)

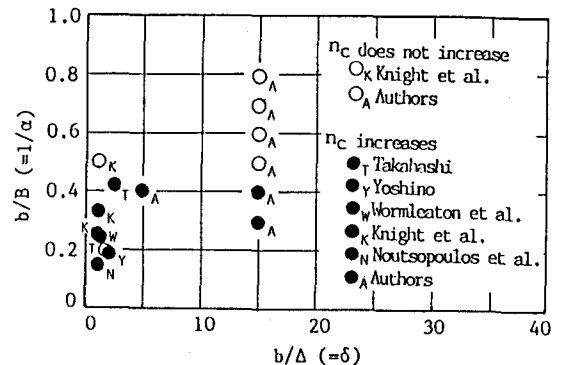


図-12 付加抵抗の全抵抗に占める割合が顕著なときの α と δ の条件 (福岡ら⁶⁾)

抗が極大値をとり、付加抵抗が全抵抗の 14% くらいとなっている。また、水深が大きくなると付加抵抗の値も小さくなっている。これは図-8 と一致している。ところで、 α が小さくなると付加抵抗があまり大きくなっていない。図-12 は流水が高水敷に乗り上げたとき合成粗度が顕著に増加する場合としない場合の区分を α と β をパラメータとして示したもので⁶⁾、この図より $\alpha > 2.5$ で付加抵抗が大きくなり、 $\alpha < 2.5$ ではあまり大きくないことがわかる。これは、 α が小さいと高水敷の流れ全体が低水路の流れに影響され、横断方向の流速の差が小さくなるためと考えられる。

図-13 は $\%ASF_0$ の β による変化を γ を変えて求めた結果である。¹⁹⁾ 図中の点線は等 γ 線をそれぞれの描点に対する γ の値から引いたものである。ただし、 $\alpha = 4.013$ 、 $\delta = 1$ である。高水敷の粗度が大きくなると付加抵抗が大きくなる傾向がある。また γ が大きいとき β が増加しても付加抵抗が大きくなる傾向があり、図-8 の結果と異なる。これは、高水敷の粗度が大きいために、低水路と高水敷の水深の差が小さくなくても、流速の差が顕著であるためだと考えられる。

また、図-12 を見ると $0 < \delta < 15$ の範囲では、 δ の値は全抵抗に対する付加抵抗の比とあまり関係ないようである。また、実河川で見られるように (図-10) δ がもっと大きい場合も、単断面に近くなるために、抵抗に及ぼす付加抵抗の影響は小さいものと考えられる。

(2) 付加抵抗力の評価

付加抵抗が全抵抗を評価する上で重要であることを述べたが、次にその算定法が問題である。福岡らの式 $\tau_a = \rho \cdot f \cdot (U_m - U_r)^2$ も一つの計算式であるが、 f の値の一般性が問題である。また、実験式はいろいろ提案されているようであるが²⁰⁾、付加抵抗は幾何パラメーター α 、 β 、 γ に影響されるため、それらが式に考慮されていなければならない。例えば、Wormleaton²¹⁾ は次のような実験式を提案している。

$$\tau_a = 13.84 (U_m - U_r)^{0.882} \cdot \alpha^{0.727} \cdot (1 - \beta)^{3.123} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、流速およびせん断応力の単位は m/s および N/m² である。この式は付加抵抗が α とともに大きくなり β とともに減少することを表わしており、実験値との適合性も良いことが示されている。

河原²⁰⁾ は せん断応力を有効粘性係数と速度勾配を用いて表わし、さらに有効粘性係数を $\nu_a = c' H_{m,r} / u_{*m,r}$ ($c' = 0.4$) と仮定し、運動方程式を水深方向に積分して流速分布やせん断応力を理論的に求めている。ここに、 $H_{m,r}$ 、 $u_{*m,r}$ は低水路または高水敷の水深および摩擦速度である。 τ_a についての結果を示すと次のようであり、 τ_a の概略値が計算できる。

$$\begin{aligned} \tau_a = & \rho \alpha_p c_p \{ \alpha_c c_h \cdot \sinh(A_c) [U_m^2 \cosh(A_p) + U_r^2 (1 - \cosh(A_p))] \\ & + h \cdot f_j \cdot \cosh(A_c) (1 - \cosh(A_p)) U_m^2 \} / 2 \{ \alpha_c c_h \cdot \sinh(A_c) \cdot \sinh(A_p) \\ & + \alpha_p c_p h \cdot \cosh(A_c) \cosh(A_p) + h \cdot f_j \cdot \cosh(A_c) (1 - \cosh(A_p)) U_r^2 \} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $\alpha_c = (2n_m / c')^{1/2} g^{1/4} H^{-1/12}$ 、 $\alpha_p = (2n_r / c')^{1/2} g^{1/4} h^{-1/12}$ 、 $c_c = c' g^{1/2} n_m H^{-1/6}$ 、 $c_p = c' g^{1/2} n_r h^{-1/6}$ 、 $A_c = \alpha_c b / H$ 、 $A_p = \alpha_p (B - b) / h$ 、 $f_j = 2n_c^2 g / ((H + h) / 2)^{1/3}$ である。

また、河原³⁾ は、水面付近で観察される大規模渦のスケール、配列、代表流速の計測結果に基づいて、運動量の横断方向の輸送から次式で付加抵抗力を検討している。

$$\tau_a = \alpha_1 \alpha_2 \rho L \cdot V \cdot (U_m - U_r) / G \dots\dots\dots (7)$$

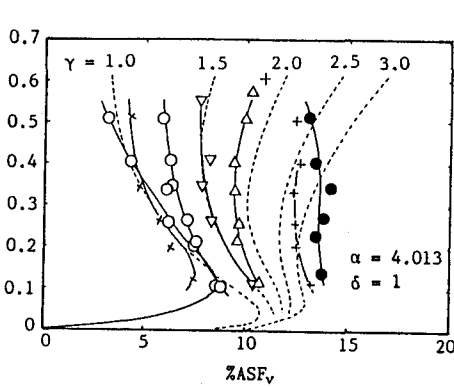


図-13 付加抵抗の全抵抗に占める割合の γ による変化 (Knight¹⁹⁾)

ここに、 α_1, α_2 : 補正係数、 V : 渦の代表流速、 L : 渦のスケール、 G : 渦の中心間隔である。図-14は式(7)を使って水位-流量曲線を求め実験値と比較したものである。³⁾ 一点鎖線は等価単断面法、点線は付加抵抗を考慮しない場合の断面分割法による結果である。水位が高水数の高さを超えると流量が減少または増加率が小さくなっている様子が見られる。また、等価単断面法は抵抗を過大に評価し、付加抵抗を考慮しない断面分割法では過小評価することがわかる。それに対し、式(7)は実験値とよく適合している。

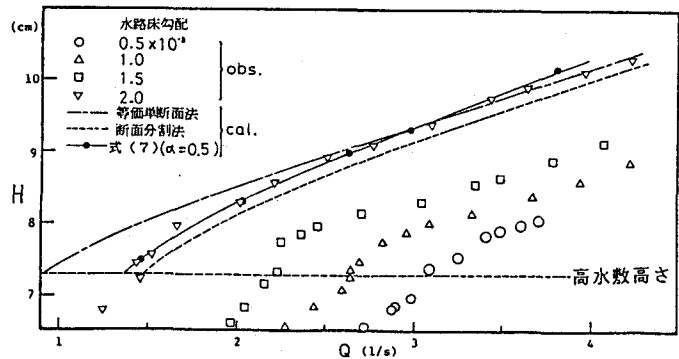


図-14 水位-流量曲線 (河原ら³⁾)

(3) 高水数の底面せん断応力

底面せん断力について 従来 多くの実験的検討が行なわれており、それに基づく実験式が得られている。^{22)~25)} Holden・James²⁶⁾は低水路と高水数の流れの混合の強さに応じて高水数上の底面せん断応力に 3つの型があることを指摘し、図-15のように分類した。すなわち、Low Turbulence、Moderate turbulence、High Turbulenceの 3つのパターンであり、

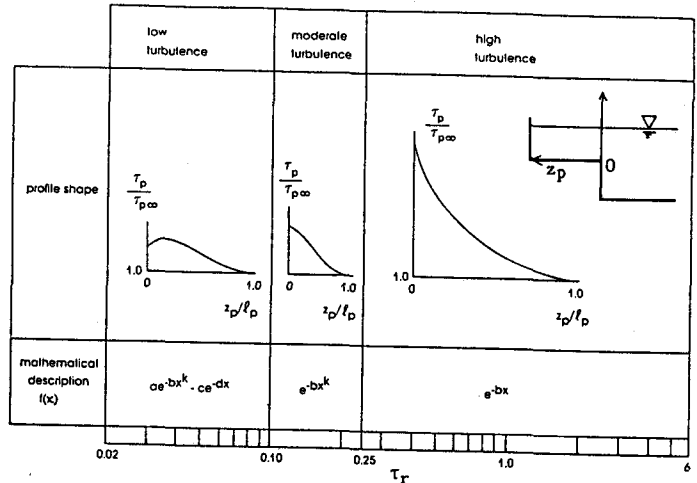


図-15 高水数上の底面せん断応力の横断分布の分類 (Holdenら²⁶⁾)

これが付加せん断応力 τ_a を $\rho g h i_b$ で除した τ_r をパラメータとして区別されることを示した。すなわち τ_r が小さいとき Low Turbulence、大きくなるにしたがって High Turbulenceになるとした。

一般的に、

$$(\tau_p - \tau_{p0})/(\tau_{p0} - \tau_{p\infty}) = a \cdot \exp(-b \cdot x^k) - c \cdot \exp(-d \cdot x) \quad \dots\dots\dots(8)$$

で表わすと、右辺の各係数は実験値との比較から次のとおりである。ただし、 $x = z_p/l_p$ である。ここに、 τ_0 : 高水数と低水路の境界から x 離れた高水数におけるせん断応力、 τ_{p0} : 境界から十分はなれた位置のせん断応力、 τ_{p0} : 高水数の最大せん断応力、 z_0 : 低水路と高水数の境界からの距離、 l_0 : 境界付近の混合領域のスケールである。

$$0.022 \leq \tau_r \leq 0.10:$$

$$a = 1.006 + 4.435 \exp \{-11.34(\tau_r - 0.02)\}^{0.156} \quad (0.22 \leq \tau_r \leq 0.07)$$

$$a = 1.103 \{\log(0.101/\tau_r)\}^{0.00194} \quad (0.07 < \tau_r \leq 0.10)$$

$$b = 0.56 \log \tau_r + 4.32, \quad c = -0.912(\log \tau_r + 1), \quad d = 36.7 \log \tau_r + 67.9, \quad k = -4.10 \log \tau_r - 1.46$$

$$0.10 < \tau_r \leq 0.25 :$$

$$a=1.0, b=0.56 \log \tau_r + 4.32, c=0, d=0, k=-4.10 \log \tau_r - 1.46$$

$$0.25 < \tau_r \leq 6 :$$

$$a=1.0, b=4.05 - 0.253 \tau_r, c=0, d=0, k=1.0$$

式(8)は最大せん断応力 τ_{om} とスケールパラメータ l_o を与えなければ計算できない。Holdenらはこれらも横断方向の混合の強度によって変化するとし、 τ_r を用いた実験値の内挿曲線として次式を求めている。

$$\tau_{om}/\tau_{o\infty} = 1.09 + 0.0116(\log \tau_r + 2)^{4.09} \quad \dots (9)$$

$$l_o/h = 3.17 + 0.569(\log \tau_r + 2)^{3.43} \quad \dots (10)$$

図-16は τ_r をパラメータとして高水数上の壁面せん断応力の分布を描いた例を示したものである。図-15に示したせん断応力分布の形状がよく表現できている。図-17はこれらの式と実験値との適合性を見たもので、実験値は図-15に示した分布形を呈しており、計算値はそれをよく表現している。

3.3 平均流速の横断分布

主流速分布の計算法には、数値シミュレーションによるものと実験結果に基づく半理論的なものがある。実用性や簡便さの点から言えば、後者の方がよいが、式の一般性があるか否かが問題となる。ここでは、数種の水理条件や幾何条件の実験結果から求めた Rajaratnam・Ahmadi の流速分布式²⁷⁾について示し、その妥当性について検討する。この式では、高水数と低水路の流れの相互作用領域のスケールが高水数の高さの倍数として考慮されている。

座標系は x 、 y および z 軸を 流下方向、横断方向および鉛直方向にとり、原点は図-18(a)のように高水数と低水路の境界における低水路の河床とし、 $y \geq 0$ を高水数側、 $y < 0$ を低水路側とする。また、 Δ ：高水数の高さ、 h ：高水数の水深、 H ：低水路の水深とする。また、幅の広い水路では流速の横断分布形は図-18(b)に示すように、5つの領域に分けられる。すなわち、① 低水路側の側壁の影響を受ける部分($-B < y < -B'$) ② 低水路の平衡領域($-B' < y < -b_1$) ③ 高水数の流れと低水路の流れの相互作用領域($-b_1 < y < b_2$)、④ 高水数上の平衡領域($b_2 < y < B_r'$)、⑤ 高水数側の側壁の影響を受ける領域($B_r' < y < B_r$)である。ここでは、側壁の影響を受けない $-B' < y < B_r'$ の領域のみを対象とする。

低水路と高水数の平衡領域の流速(等流状態の流速)を u_o および u_{ro} 、境界における流速を u_j として、Rajaratnamらは以下のような流速分布式を提案した。

$$-b_1 < y \leq 0 : u(y, z) = (1 - 0.75 \eta^2)(u_o - u_j) + u_j \quad \dots (11)$$

$$0 < y < b_2 : u(y, z) = (u_j - u_{ro}) \exp(-0.693 \eta'^2) + u_{ro} \quad \dots (12)$$

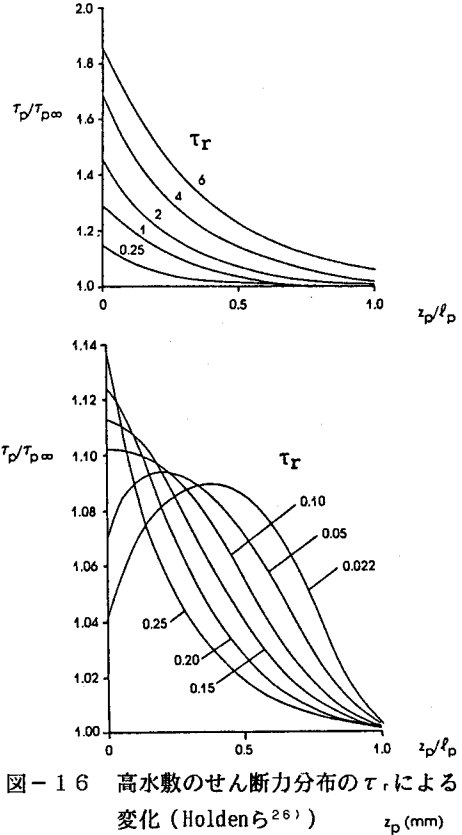


図-16 高水数のせん断力分布の τ_r による変化 (Holdenら²⁶⁾)

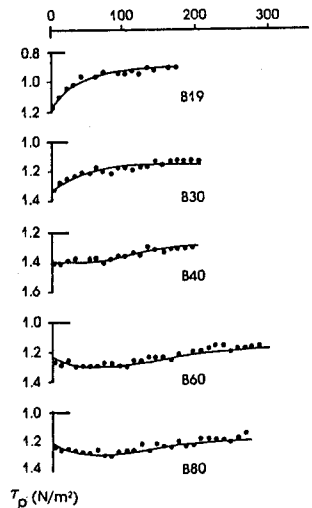


図-17 高水数のせん断応力の実験と計算の比較 (Holdenら²⁶⁾)

ここに、 $\eta = (y + b_l)/b_m$ 、 $\eta' = y/b_r$ で、 b_m 、 b_r ：相互作用の影響を示す低水路側と高水数側のスケールであり、以下のように定義される。 b_m は u が u_o から高水数側に減少して $u_j + (u_o - u_j)/4$ となるまでの距離、 b_r は u が u_j から低水路側に減少して $(u_j + u_{ro})/2$ になるまでの距離である。また、 b_l は $(2/\sqrt{3})b_m$ 、 b_2 は $(u - u_{ro})/(u_j - u_{ro}) = 0.01$ になる位置とすると $b_2 = 2.5b_r$ である。

u_o および u_{ro} の鉛直分布は対数則に従うことが実験値より検証されているので、 b_m や b_r などのスケール・パラメータと u_j が的確に与えられれば、式(11)、(12)の適合性は良くなる。Rajaratnamらは広範な実験より、 b_m 、 b_r を次式で表示している。

$$b_m/h = 3.78(H/h) - 3.78 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$b_r/h = 0.64(H/h) - 0.64 \quad \dots\dots\dots(14)$$

また、 u_j も実験値より次式で表わされるとしている。

$$(u_j - u_{ro}) = 0.2 + 0.14(z - \Delta)/h \quad \dots\dots\dots(15)$$

これらの式によると $b_m = 3.78\Delta$ 、 $b_r = 0.64\Delta$ となり、高水数の高さによってこれらのスケールパラメータが規定されることになる。図-19、図-20は式(13)、(14)の妥当性を調べたもので、Rajaratnamらと著者らの実験結果²⁹⁾が示されている。 b_m についてはよく適合しているが、 b_r については式(14)はあまり適合せず、むしろ

$$b_r/h = 2.5 \quad \dots\dots\dots(16)$$

としたほうが良いことがわかる。これは低水路における影響範囲は高水数の高さに関係するが、高水数側のスケールは高水数上の水深と関係することを示唆するものである。図-3の富永らの低水路の水深を一定としたときの二次流の実験結果において、低水路側の渦の横断方向のスケールは、高水数の高さとともに大きくなる傾向があるが、高水数の渦のスケールは高水数の水深とともに大きくなる傾向がある。したがって、式(16)の方が妥当であると思われる。

図-21に著者らの流速分布の実験値と式(11)、(12)との比較を示す。計算値は実験値とほぼ一致しており、一般的な条件に対して適用可能と考えられるが、 $\Delta/h = 1.0$ の場合に見られる $y = 5\text{cm}$ 付近の流速の極大値は説明できない。この極大値は高水数の先端に生じる二次流の影響によるものであり、これを再現するためには数学モデルによる方法が必要である。

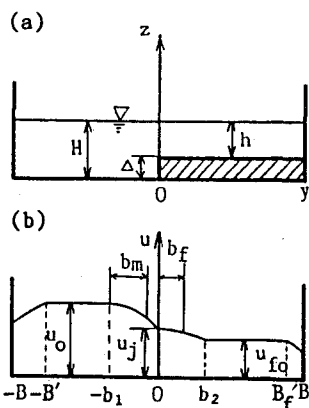


図-18 座標系および記号説明図

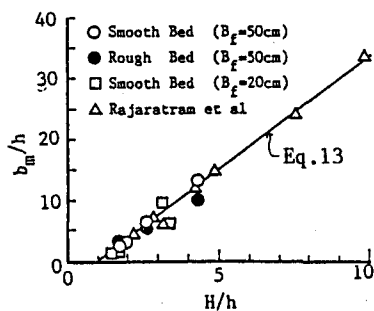


図-19 相互作用領域の低水路側のスケール

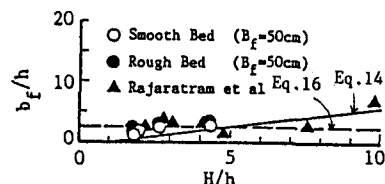


図-20 相互作用領域の高水数側のスケール

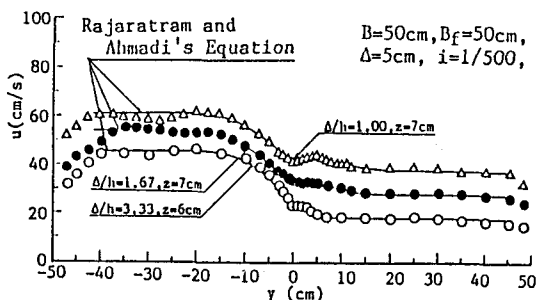
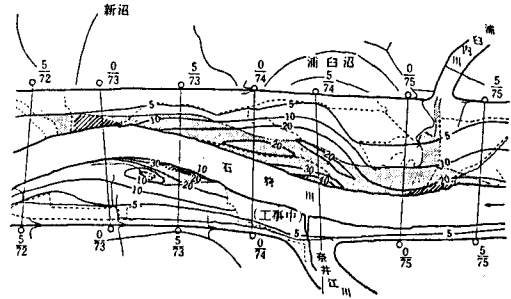


図-21 流速の横断分布の実験値と計算値の比較

4. 浮遊砂の横断方向の輸送・堆積機構

4. 1 実河川の例¹¹⁾

複断面水路における流れの特徴は、低水路の流れと高水敷の流れの相互作用による運動量の横断方向への輸送があるということであるが、流水中に浮遊砂やウォッシュロードが存在すれば砂粒子も低水路側から高水敷側に輸送される。洪水時、多量の土砂を含んだ流水が高水敷に乗り上げると、比較的掃流力の小さい高水敷では流砂が堆積する。実際には、河道が蛇行していると乗り上げ速度の大きい箇所が生じ洗掘傾向になる場所もあるが、いわゆる自然堤防状の堆積が生じる。図-22は木下らによる石狩川における高水敷の土砂の堆積厚の分布を調査した結果を示したものである。図中のコンターライン上の数値は堆積厚(cm)を表わ



斜線部：シルト・粘土を欠く地域

黒塗部：シルト・粘土の上に砂層をのせる地域

その他：シルト・粘土層のみ

図-22 高水敷の浮遊砂の堆積の実際例(木下¹¹⁾)

す。調査区域の高水敷の面積は32.4km²で、平均6.5cm、多いところで1mの堆積厚で合計210万m³の砂、シルト、粘土が堆積している。また、同図には堆積物の質的な違いについても示されており、河岸近くには粒径の粗い成分が堆積していることやわん曲部の流水が乗り上げるところにはシルトや粘土成分がほとんど堆積しておらず、堆積物の分級現象が生じていることがわかる。このように、高水敷上に堆積する浮遊砂量は多く、堆積物の粒径も場所によって異なるため、高水敷の諸施設の管理上、洪水時に高水敷に堆積する浮遊砂量や粒度分布の予測やその対策につての問題は重要である。

高水敷における浮遊砂の堆積機構をモデル化するためには、平均流速分布特性、乱流特性および壁面せん断応力分布特性の解明が基礎となるが、横断方向の拡散係数をいかに決定するかが最も重要な問題である。ここでは水深方向の拡散係数と同様に、レイノルズ・アナロジーによって渦動粘性係数との比例関係から求められるものとし、つぎにこれについて検討する。

4. 2 横断方向の渦動粘性係数^{28), 29), 30)}

複断面水路流のように流速が横断方向に変化する場合、横断方向の渦動粘性係数は幅方向に変化するものと考えられる。水路の右岸側と左岸側で粗度が異なる平面二次元流において、山崎・石川・金丸³¹⁾は低速流と高速流の相互作用領域内の平均的な横断方向渦動粘性係数を算定する式を求めているが、ここでは、渦動粘性係数の横断分布を求める方法について述べる。もちろん先に述べた数学モデルを用いるなら渦動粘性係数の値が詳細に計算されるが、現時点では精度的にまだ無理であるし、また簡単に求めることを目的として、水深方向に平均した運動方程式と流速分布より、水深方向に一定とした渦動粘性係数の値を求める。座標系および記号は図-18と同様とする。

まず、横断方向の渦動粘性係数を二つの要素に分けて考える。一つは単断面のときの渦動粘性係数で、従来の研究³²⁾によれば摩擦速度と水深で無次元化した値が0.1~0.25となる。もう一つはせん断流に起因するもので、これについては以下に述べる。両者が線形にたし合わせられるかは問題であるが、ここでは前者を ε_{y0} 、後者を ε_y として、渦動粘性係数を次式で算定する。

$$\varepsilon_{yT} = \varepsilon_{y0} + \varepsilon_y \quad \dots\dots\dots (17)$$

定常($\partial/\partial t=0$)かつ等流($\partial/\partial x=0$)における流下方向の運動方程式において、横断方向の渦動粘性係数が水深方向に変化しないものとし、ブシネスク近似($\tau_{xy} = \rho \varepsilon_y \partial u/\partial y$ など)を適用すると、高水敷の底面から水面まで積分することによって、次式のような渦動粘性係数に関する微分方程式を得る。

$$A(\hat{y}) \frac{\partial \hat{\varepsilon}_y}{\partial \hat{y}} + B(\hat{y}) \hat{\varepsilon}_y + C(\hat{y}) + D_1(\hat{y}) + D_2(\hat{y}) = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{ここに、} A(\hat{y}) = \int_{\hat{\Delta}}^{\hat{H}} \partial \hat{u} / \partial \hat{y} d\hat{z}, \quad B(\hat{y}) = \int_{\hat{\Delta}}^{\hat{H}} \partial^2 \hat{u} / \partial \hat{y}^2 d\hat{z}, \quad C(\hat{y}) = 1 - \hat{\tau}_{\Delta}$$

$$D_1(\hat{y}) = - \int_{\hat{\Delta}}^{\hat{H}} \partial \hat{u} \hat{v} / \partial \hat{y} d\hat{z}, \quad D_2(\hat{y}) = \hat{u} \hat{w} \mid_{z=\Delta}$$

である。ここに、 $\hat{\varepsilon}_y = \varepsilon_y / (u_* r_o h)$ 、 $\hat{y} = y/h$ 、 $\hat{z} = z/h$ 、 $\hat{u} = u/u_* r_o$ 、 $\hat{v} = v/u_* r_o$ 、 $\hat{w} = w/u_* r_o$ 、 $\hat{\Delta} = \Delta/h$ 、 $\hat{H} = H/h$ 、 $\hat{\tau}_{\Delta} = \tau_{\Delta} / \rho u_* r_o^2$ で、 τ_{Δ} は $z = \Delta$ における x - y 平面に作用する x 方向のせん断応力である。

$A(\hat{y})$ 、 $B(\hat{y})$ は、流速分布に式(11)と(12)を用い、 u_o 、 u_{ro} を対数則で与えると、 Δ/h と低水路および高水数の抵抗係数 ϕ 、 ϕ_r をパラメータとして計算される。 $C(\hat{y})$ は $z = \Delta$ におけるせん断応力から求められるが、この算定方法が問題である。Prandtl の混合距離理論によれば、せん断応力は速度勾配と混合距離に関係しているが、それらを厳密に議論することは難しい。従って、 τ_{Δ} の正確な解析方法については今後の課題であるが、ここでは τ_{Δ} は相互作用の影響範囲外では $\rho u_* r_o^2$ であると考え、それ以外では速度勾配を低水路で $u(\Delta)/L$ 、高水数で $u(\Delta')/L$ （ここに、 L は代表長、 Δ' は Δ より少し上の地点）とおけば、 τ_{Δ} は低水路と高水数において次の式で計算される。

$$\hat{\tau}_{\Delta} = \{ \hat{u}(\hat{y}, \hat{\Delta}) / \hat{u}_o(\hat{\Delta}) \}^2 \psi \quad (\text{低水路}) \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\hat{\tau}_{\Delta} = \{ \hat{u}(\hat{y}, \hat{\Delta}') / \hat{u}_{ro}(\hat{\Delta}') \}^2 \psi_r \quad (\text{高水数}) \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 ψ 、 ψ_r ：混合距離が y 方向に変化する影響を表わす係数である。 $u_{ro}(\Delta) = 0$ 、 $\Delta = \Delta'$ とすると、 $C(\hat{y})$ は低水路と高水数で次式で表わせる。

$$C(\hat{y}) = 1 - (1 - 0.6 \eta^2)^2 \psi \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$C(\hat{y}) = 1 - (0.2(\gamma - 1) \exp(-0.693 \eta'^2) + 1)^2 \psi_r \quad \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $\gamma = u_o(\Delta') / u_{ro}(\Delta')$ である。

ついで、 $D_1(\hat{y})$ 、 $D_2(\hat{y})$ を解析上考慮する必要があるか否かは、二次流の強さによる。例えば、蛇行水路ではそれが無視し得なくなるだろうし、直線水路においても h/H の値によっては二次流が強くなり考慮する必要がある。しかし、それを正確に定式化することは難しいので、ここでは二次流の影響は省略する。したがって、ここで得られる渦動粘性係数は二次流の効果を省略したため、若干歪んだものとなっている。

以上より、低水路内の相互作用領域外、すなわち、 $y < -b_1$ で $\hat{\varepsilon}_y = 0$ という条件で式(18)を解くと、 $\hat{\varepsilon}_y$ が $\hat{\Delta}$ と低水路および高水数における抵抗係数 ϕ 、 ϕ_r をパラメータとして計算される。すなわち、

$$\hat{\varepsilon}_y = f_n(\hat{\Delta}, \phi, \phi_r) \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 $\phi = \bar{u}_o / u_*$ 、 $\phi_r = \bar{u}_{ro} / u_* r_o$ 、 u_* ：相互作用影響範囲外における低水路上の摩擦速度、 $\bar{u}_o$ ： u_o の鉛直平均、 $\bar{u}_{ro}$ ： u_{ro} の鉛直平均である。図-23は低水路および高水数が滑面のとき、 $\phi = 21$ としたときの $\hat{\varepsilon}_y$ の横断分布を $\hat{\Delta}$ をパラメータとして描いたものである。ただし、 ψ 、 ψ_r は1とし、 γ は $y > b_2$ で $\varepsilon_y = 0$ となるように決めた。相互作用領域内で正となり、低水路と高水数の境界で最大、それから離れるにしたがって減少することがわかる。また、 $\hat{\Delta}$ が大きいほど $\hat{\varepsilon}_y$ が増加しており、このとき低水路と高水数の流れの混合が激しくなると言う結果とよく対応している。

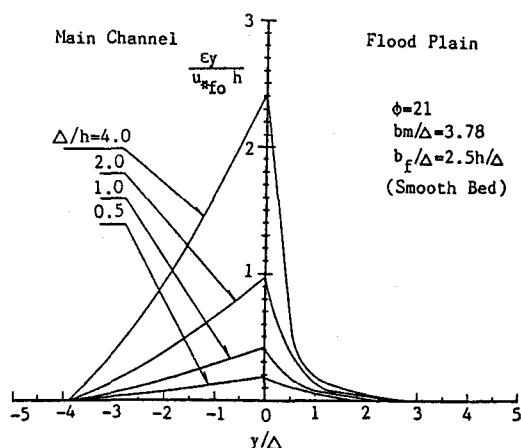


図-2.3 横断方向の渦動粘性係数

4. 3 浮遊砂の流送・堆積過程に関する数値シミュレーション

低水路と高水敷の土砂の収支を考えると、低水路から高水敷に輸送される浮遊砂量の方が高水敷から低水路に輸送される浮遊砂の量より多く、高水敷は堆積が続くので、非定常として解析する必要があるが、あまり断面形が変化しない時間内で議論することとし、疑似定常状態を考え、流下方向にも平衡状態となっているものとする。このとき、浮遊砂の拡散方程式は次式のようなになる。

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_{sz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) + w_o \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 w_o ：粒子の沈降速度、 ε_{sy} ：横断方向の拡散係数、 ε_{sz} ：鉛直方向の拡散係数である。

式(24)の水面、河床および側壁で境界条件は次のようである。

$$\text{水面: } \varepsilon_{sz} \frac{\partial C}{\partial z} + w_o C = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\text{側壁: } \varepsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\text{河床: } \int_0^h \frac{\partial (\varepsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y})}{\partial y} dz - w_o C + q_{su} = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 q_{su} は河床からの砂粒子の浮上量で芦田・藤田³³⁾によると次式で表わされる。

$$q_{su} = (2/3) K p_r \sqrt{(6/\pi)/(s+1)} \int_{\eta_o}^{\infty} u_* \cdot \sqrt{ck^2 \eta - (\pi/8) C_{D0} \xi_o^2} \cdot (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-0.5 \eta^2) d\eta \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 $\eta_o = (\pi/8) C_{D0} \xi_o^2 / (ck^2)$ 、 $\xi_o = w_o / u_*$ 、 $C_{D0} = 2 + 24\nu / w_o d$ で、 K ：比例係数で0.035、 k ：遮蔽係数、 c ：揚力圧係数、 s ：砂の水中比重、 p_r ：粒径 d の砂粒子の表面露出割合である。また、高水敷での土砂の堆積率は次式で計算される。

$$q_{sd} = \int_0^h \frac{\partial (\varepsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y})}{\partial y} dz \quad \dots\dots\dots (29)$$

ついで、拡散係数はレイノルズ・アナロジーに従って求めるものとし、鉛直方向についてはラウスの式を適用すると次式となる。

$$\epsilon_{sy} = \beta_y \epsilon_{yT} \dots\dots\dots (30)$$

$$\epsilon_{sz} = \begin{cases} \beta_z \kappa u_* z (1 - z/H) & \text{(低水路)} \\ \beta_z \kappa u_* (z - \Delta) \{1 - (z - \Delta)/h\} & \text{(高水敷)} \end{cases} \dots\dots\dots (31)$$

式(30)、(31)中の u_* は横断方向に変化させる必要があるが、ここでは平衡領域の u_* 。または u_{*r} を用いるものとする。以上の式より、浮遊砂濃度分布や高水敷上の浮遊砂の堆積率が数値計算できる。計算法はS.O.R.法による差分解法を用いるとよい。

図-24(a)は浮遊砂濃度の鉛直分布、(b)は横断分布の実験値と計算値を比較したものである。実験条件は、図-18の模式図において、 $B=50\text{cm}$ 、 $B_f=50\text{cm}$ 、勾配 $i_b=1/505$ 、 $\Delta=3\text{cm}$ 、流量 $Q=26.5\text{l/s}$ 、粒径 $d=0.15\text{mm}$ である。計算において式(30)、(31)の β_y 、 β_z はともに2とおいた。実験値を見ると、低水路内では高水敷から少し離れると鉛直濃度分布はほぼラウス分布に従っている。また、横断分布において高水敷と低水路の境界付近に濃度の極大値がみられるものがある。これは斜昇流によって底面の高濃度成分が輸送されるためと考えられる。このような特徴は本モデルでは再現できないが、全体的な濃度分布は表現できている。図-25は高水敷における浮遊砂の沈降率($q_{ss}=Cw_o|_{z=0}$)と堆積率(q_{sd})の実験値と理論値を比較したもので、これについても計算値は実験値の傾向とほぼ一致している。

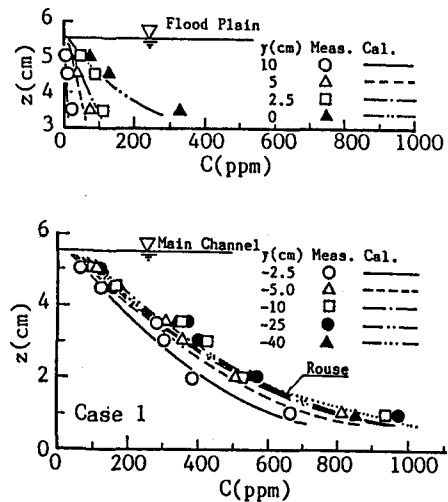


図-24(a) 鉛直濃度分布の実験値と計算値

4. 高水敷の堆砂に対する対策

高水敷の浮遊砂の堆積に対して、高水敷を管理する立場からなんらかの対策を講じる必要がある。例えば、高水敷上にトレンチを設けそこに土砂を集中的に堆積させ、なるべく諸施設のある箇所の堆積を減じるのも一つの方法である。著者らは、このような観点からトレンチ内の流れと流砂の堆積機構について理論的・実験的研究を進めている。

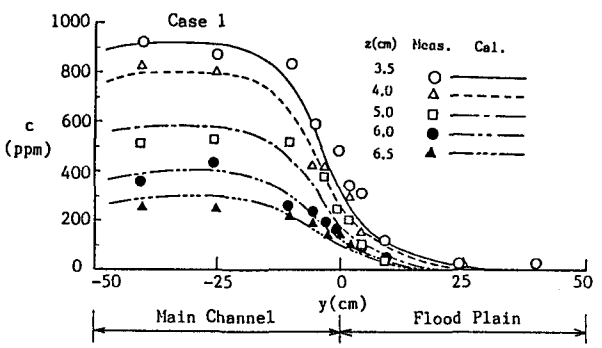


図-24(b) 横断濃度分布の実験値と計算値

5. 植生の影響

高水敷や低水路側壁の樹木は治水や環境面で次のような効果・影響を与えられらる。まず、治水面では、流水の抵抗増加による疎通能力の低下、堤防の水衝部の流速の減少効果、樹木群にごみ等が閉塞することによる流水の疎通能力の低下、樹木の流木化による下流への影響、土砂堆積による土砂侵食の軽減などである。環境面では、景観の向上、動物、魚類、植物などの生息場所の提供、親水活動の促進などである。³⁴⁾

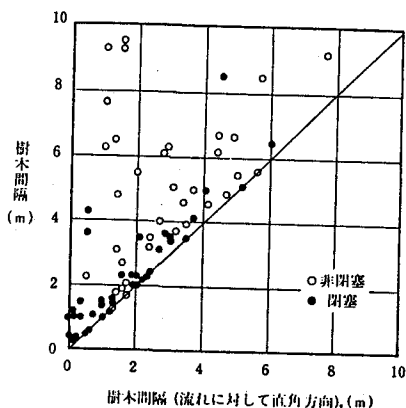
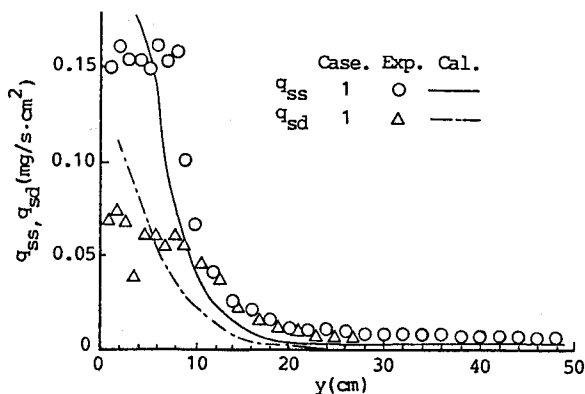


図-25 高水敷の浮遊砂の堆積率と沈降率の実験値と計算値

図-26 ごみの閉塞条件(北川ら³⁴⁾)

流水の抵抗については、樹木による付加抵抗を評価する手法について研究が行なわれている。^{35), 36)}
³⁷⁾ ごみの閉塞についても現地の観測により図-26のようなごみの閉塞条件が調べられている。³⁴⁾ この図は樹木の流下方向と横断方向の間隔とごみの閉塞の関係を見たものである。これによると、どちらの間隔も1m以下のときはすべて閉塞している。2m前後でもほとんど閉塞しているが、流れに直角方向の間隔が2m以内であっても、樹木間隔が5m以上であれば閉塞しない。また、6m以上の間隔のときは閉塞の確率は小さいことがわかる。

6. おわりに

以上、複断面水路の流れと浮遊砂の堆積機構について概要を述べた。これまで、流れの構造は様々な可視化実験、乱流計測によってかなり明らかにされてきたようであるが、その発生条件は水深、高水敷の高さおよび水路幅などの幾何形状に影響されるため、統一的な見解は得られていない。また、実河川では蛇行していたり、植生の影響があり、流れの構造は益々複雑になる。

流速分布やせん断応力分布などを定量的に評価をするためには、水路の形状の複雑さ、幾何形状による現象の相違などのため経験的にならざるを得ない。従来は、このような方法が主であったが、近年発達してきた数値解析法を用いれば、どのような条件でも計算が可能であり、大体正確な値が求められる。今後、河床変動も含めた複断面水路流の流れの解析をさらに進めていく必要がある。

参 考 文 献

- 1) 木下良作：第14回水工学に関する夏期研修会講義集、A-7、1978。
- 2) Sellin, R.H.J. : A Laboratory Investigation into the Interaction between the Flow in the Channel of a River and that over the Floodplain, *Houille Blanche*, 19(7), 1964, pp.793-802.

- 3) 玉井信行・河原能久：複断面開水路流れの特性と抵抗則に関する研究、第25回水理講演会論文集、1981、pp.113-118.
- 4) 今本博健・石垣泰輔：複断面開水路流れの水理特性に関する実験的研究、第27回水理講演会論文集、1983、pp.61-66.
- 5) 今本博健・石垣泰輔：複断面開水路流れにおける中規模渦の形成過程に関する研究、第29回水理講演会論文集、1985、pp.833-838.
- 6) 福岡捷二・浅野富夫・藤田光一・坂野 章：複断面河道における洪水流の抵抗特性、第30回水理講演会論文集、1986、pp.499-504.
- 7) Tamai, N., T. Asaeda and H. Ikeda : Study on Generation of Periodical Large Surface Eddies in a Composite Channel Flow, Water Resources Research, Vol.22, NO.7,1986, pp.1129-1138.
- 8) 黒木幹男・岸 力・奥芝義人：複断面水路境界部の流れの組織構造について、第42回年次学術講演会概要集、II-170、1987、pp.370-371.
- 9) 今本博健・久下俊夫：複断面流れに関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第17号B、昭和49年、pp.665-679.
- 10) 富永晃宏・江崎一博・森上秀樹：複断面開水路接合部の乱流構造、第33回水理講演会論文集、1989、pp.523-528.
- 11) 木下良作：航空写真による洪水流解析の現状と今後の課題、土木学会論文集、第345号、1984、pp.1-19.
- 12) 今本博健・石垣泰輔：複断面彎曲開水路流れの水理特性に関する実験的検討、第27回水理講演会論文集、1983、pp.67-72.
- 13) 芦田和男・江頭進治・劉 炳義・滝口将志：蛇行低水路を有する複断面流路における流れの特性と河床変動機構、京都大学防災研究所年報、第32号B-2（投稿中）.
- 14) Krishnappan, B.G. and Y.L. Lau : Turbulence Modeling of Flood Plain Flows, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.112, No.4, 1986, pp.251-266.
- 15) 河原能久・玉井信行：新しい代数的応力モデルの提案とその複断面流路の流れへの適用、第33回水理講演会論文集、1989、pp.289-294.
- 16) 森 明巨・岸 力：蛇行河道三次元流の数値解析と河床変動の計算、第29回水理講演会論文集、1985、pp.691-696.
- 17) 井田至春：広幅員開水路の定常流－断面形の影響について、土木学会論文集、第69号、別冊、1960.
- 18) Knight, D.W. and J.D. Demetriou : Flood Plain and Main Channel Flow Interaction, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.109, No.8, 1983, pp.1073-1092.
- 19) Knight, D.W. and M.E. Hamed : Boundary shear in symmetrical compound channels, Proceedings , ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol.110, HY10, pp.1412-1430.
- 20) 河原能久・玉井信行：複断面直線河道における流れの抵抗則に関する考察、長岡技術科学大学研究報告 第8号、1986、pp.27-36.
- 21) Wormleaton, P.R., J. Allen and P. Hadjipanios : Discharge Assessment in Compound Channel Flow, Proceedings, ASCE, Hydraulic Division, Vol.108, HY.9, pp.975-994.
- 22) Wright, R.R., and M.R. Carstens : Linear momentum flux to overbank sections, Proceedings, ASCE, Journal of the hydraulic Division, HY9, 1970, pp.1781-1793.
- 23) Myers, R.C. and M. Elsayy : Boundary Shear in Channel with Flood Plain, Proceedings, ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol.110, HY7, 1975, pp.933-946.
- 24) Rajaratnam, N. and R.M. Ahmadi : Hydraulics of Channel with Flood Plains, Journal of Hydraulics

- lic Research, Vol.19, 1981, pp.43-60.
- 25) Prinos, P., R.D. Townsend and S. Tavoularis : Structure of turbulence in compound channel flows, Proceedings, ASCE, Journal of Hydraulics Division, Vol.111, HY9,1985, pp.1246-1261.
 - 26) Holden A.P. and C.S. James : Boundary shear distribution on flood plains, Journal of Hydraulic Research, Vol.27, 1989, pp.75-89.
 - 27) Rajaratnam, N. and R.M. Ahmadi : Hydraulics of Channel with Flood Plains, Journal of Hydraulic Research, Vol.19, 1981, pp.43-60.
 - 28) 芦田和男・藤田正治・劉 炳義・田中孝昌：複断面直線水路における浮遊砂の流送・堆積機構、京都大学防災研究所年報、第30号B-2、1988、pp.407-419.
 - 29) 芦田和男・藤田正治・劉 炳義：複断面直線水路における浮遊砂の流送・堆積機構(2)、京都大学防災研究所年報、第31号B-2、1988、pp.461-475.
 - 30) Ashida, K., M. Fujita and B.Y. Liu : Suspended Load Transport in Compound Channels , 6th Congress, A.P.D., Kyoto, Japan, 1988, pp.75-82.
 - 31) 山崎真一・石川忠晴・金丸督司：開水路平面せん断流に関する実験的研究、第39回年次学術講演会講演概要集、1984、pp.473-474.
 - 32) Lau, Y.L. and B.G. Krishnappan : Transverse Dispersion in Rectangular Channels, ASCE, Vol. 103, HY10, 1977, pp.1173-1189.
 - 33) 芦田和男・藤田正治：平衡および非平衡浮遊砂量算定の確率モデル、土木学会論文集、第375号、1986、pp.107-116.
 - 34) 北川 明・島谷幸宏・小栗幸雄：川辺の樹木に関するフィールドワーク、第33回水理講演会論文集、1989、pp.625-630.
 - 35) 福岡捷二・藤田光一・平林 桂・坂野 章：樹木群の流水抵抗について、第31回水理講演会論文集、1987、pp.335-340.
 - 36) Pasche, E. and G. Rouve : Overbank Flow with Vegetatively Roughened Flood Plains, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.111, No.9, pp1262-1278.
 - 37) 福岡捷二・藤田光一：洪水流の横断方向流速差がもたらす付加抵抗の評価、第33回水理講演会論文集、1989、pp.301-306.