

山地河川の形態と流れ

長谷川 和 義

1 はじめに

山地河川を水理学的視点によってとらえようとする試みは世界的にみられ、研究は活況を呈している。背景として各種の開発が山間地にまで伸びてきていることが挙げられる。本邦では、特にこの20年山沿いの宅造地が土石流、崖崩れ、鉄砲水等に急襲される災害が著増しており、防災策への社会的要請が強まっている。

また、次のような工学的課題が山地河川研究の推進役になっている。

(1) 山地河川は沖積河川に対する土砂供給源であり、土砂生産機構とその輸送の解明が平野部河川の性格解明に不可欠になってきている。この点に関して、「上流谷の岩質（による土砂流出）の違いが、その川の性質を決定している」と言い切る研究者もいる。

(2) 山地河川は降雨流出水の集中・運搬路であり、流速予測の向上は流出解析の改善に欠かせない。特に近年、河道近傍からの部分流出が注目されるようになっており、横流入量の推定が可能なほどの精度を有する、実態に見合った流速公式の確立が望まれている。

(3) 山間地における土石流の発生・発達・堆積のメカニズム、ならびにその流動特性が未知の問題としてクローズアップされ、多くの関心を集めてきた。

ところで、山地部は自然的性質が強く、基岩・土壌・水・植生が一体になってある気候条件のもとに系を構成している。この立場から山地河川ならびに地形をとらえ解析する研究は重要であり、今後一層重要性を増すであろう。にもかかわらず、流れのもつ力学的性質に着目した定量的研究が必要になっているのは、まさしく上述したような理由による。

本論では、上記(1)、(2)に直接・間接に関連するが、未だ十分に知られていない山地河川の流路形態と流れの特徴、及び平均流速式について述べるつもりである。

さて、山地河川を他と分ける定義は必ずしも明瞭ではない。谷あいを通れる平均勾配5%以上の川というのがひとつの目安となっているが、沖積河川との性質の対比を表-1にあげる。これはきわめて一般的なものであり、現実の河川が必ずしもこの通りの性質を備えているわけではない。特に本邦では一河川が上流から下流までこれら全ての区間を有するわけではない。多くの地理学の成書（例えば(40)）がこのことを指摘しているとうりである。

2. 山地河川の実態1—小規模河床波（階段状河床、ステップ・プール、リブ）

山地河川の実例を見よう。以下、主にとりあげるのは札幌郊外定山溪に位置し、石狩川水系豊平川

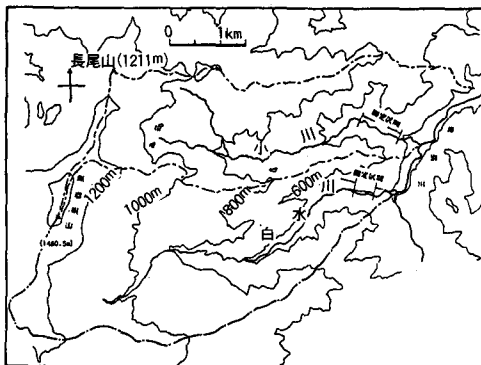
表－１ 流路特性の比較

	山地河川	沖積河川		
		扇状地域	中間地域	デルタ地域
河床勾配	$i > 1/20$	$1/500 < i < 1/20$	$1/5000 < i < 1/500$	$i < 1/5000$
流路構成材料	巨礫からシルト・粘土まで広い粒度分布	礫分主体	砂分主体	シルト分主体
流路形態	・大規模地形による規制 ・うねり ・滝状、階段状河床 ・分岐、合流	・複列砂州 ・網状 ・大蛇行 ・幅 / 水深比大	・単列砂州 ・蛇行（砂州性）	・分派路 ・蛇行（弯曲性） ・幅 / 水深比小
変動特性	・土石流等による大変化 ・溪岸・河床浸食 ・局所的突発的浸食、堆積	・流路移動 ・瀬がわり ・側岸浸食	・前進、振幅拡大、短絡 ・規則的側岸浸食	・河床堆積 ・変動小（ただし大規模流路移動もありうる）
氾濫原	持たないか小規模	原全体に流路移動	・自然堤防形成・川と平野部の区分明瞭化	・広い低湿地 ・湖沼、砂丘
土砂の平衡	非平衡的（浸食）	部分的に平衡	ほぼ平衡	非平衡的（堆積）
流れの性質	・射流、常射流混在、 ・スタンディングウェーブ ・カスケード	・常流、常射流混在	・常流 ・浅水弯曲流	・常流 ・深水弯曲流 ・感潮流

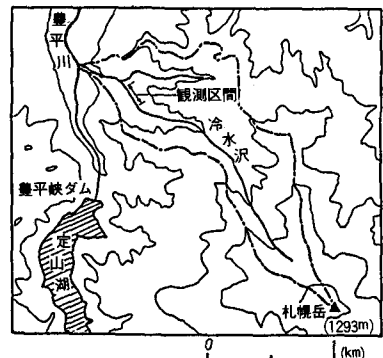
に合流する「小川」，「白水川」，「冷水川」である。観測は，北大工学部土木・防災研究室（⑱，㉑），⑳，㉓，㉔），同河川研究室（㉖，㉗，㉘），農学部林学・砂防研究室（㉙）によって行われた。

流域を覆う地質学的，地形学的性質に関しては，紙数の都合上講演時に触れることにして省略する。ただし，小川は推定7000年前に生じた無意根山頂の大滑落によって埋められた旧谷を再浸食中の川であり，近年砂防ダムが完成するまで土石流が頻発した河川であることを断わっておく。

三河川の流域概形と観測区間を図－１，２に，その諸元を表－２に示す。



図－１ 小川，白水川の流域概形



図－２ 冷水川流域概形

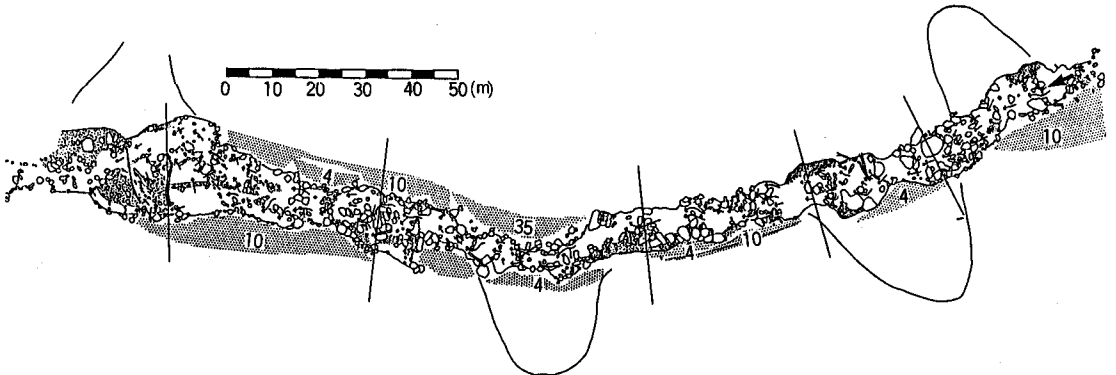
表－２ 観測河川諸元

河川名	流域面積 (km ²)	主流路長 (km)	観 測 区 間 内 の 値						
			平均勾配	河床構成礫中軸径 (m)		リブ・ステップ 平 均 波 高	リブ・ステップ 平 均 波 長	ピーク 流 量 (m ³ /s)	ピーク時 川 幅 (m)
				d84	d50	(m)	(m)		
小 川	10.80	7.0	0.102	0.54	0.17	0.58	4.2	39.9 (1981.8 推定)	22.2
白水川	16.46	8.2	0.0436	0.36	0.18	0.39	5.5	42.9 (1985.9)	9.0
冷水川	5.20	6.0	上流部 0.103	0.39	0.12	上流部 0.56	上流部 5.5		
			下流部 0.0675			下流部 0.20	下流部 2.7		

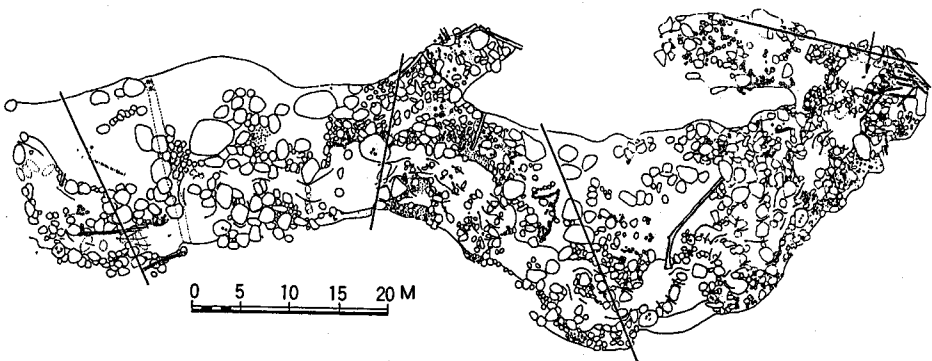
2.1

図－３，４は小川の一部を取り出し、平面図としたものである。図－３は谷の狹窄部、図－４は谷の弯曲部（幅広部）にあたる。また、図－５は冷水川の一部平面図である。いずれも、流れと石礫がどのような位置関係にあるかを詳しくみる目的で、河床表面にある30cm以上の礫を全て平板測量によって描いてある。これ以下の径の礫についてはスケッチで記入している。

三図で共通しているのは、礫の集中している場所（ステップ部）と空白の場所（プール部）が交互



図－３ 小川平面測量図（狹窄部＝小川－２）



図－４ 小川平面測量図（弯曲部）

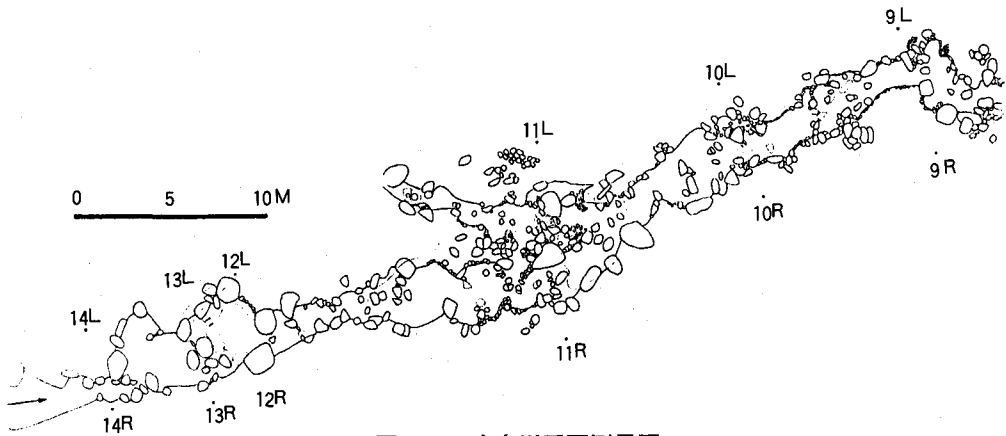


図-5 冷水川平面測量図

に連なっていることである。平面図では分かりにくいですが、平時、ステップ部では水流が段落ち状に流れおち、プール部でよどむ。この種の河床形状は、形態的には“Stair-like”「階段状」と呼称されるようであり、早くは Peterson ら(53), Leopold ら(43), 芦田ら(4)によって気付かれてきた。芦田・江頭ら(5), (6)も同様な用語を使用している。一方、これを“transverse ribs”と呼称している研究者もいる((1), (45), (46))。 (“rib” は肋骨の意味であり、川を横断して礫がなん列にも並ぶ様を表現したものである。)

ところで、これらの河床形態に二種類のものがあることが分かってきた。図-5 冷水川の距離杭11 R-11 Lの上流部(図の左)と下流部(図の右)の違いに着目願いたい。下流部では構成礫が小さく、写真1に見るようにステップ礫が横断方向に直線的に並んでいて、プール部の掘れがない(平均波長=2.66m, 平均波高=0.20m)。一方、上流部の構成礫は大きく写真2に示すようにステップ・プールの規模も大きく(平均波長=5.51m, 平均波高=0.56m), 流れは滝状に落下してプール部に滝壺を作っていることが多い。ステップ礫が平面的に見て円弧状に並んでいるため、プールが円みを帯びている。

白水川ではほとんどが前者である(写真3)のに対し、図-3, 4の小川のステップ・プールは大部分後者の形態を有している(写真4)。これらの違いは, Hayward(27), McDonald・Day(46)などにもよって指摘されている。ここでは前者をリブ、後者をステップ・プールと呼ぶことにする。

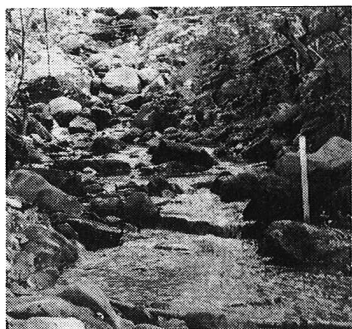
2.2 リブの性質と成因

リブの波長は平均河床勾配と密接に関係しており, Judd・Peterson(36)は

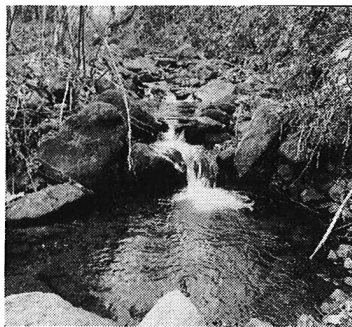
$$\lambda = \frac{k_e}{C I^a} \quad (1)$$

なる関係式を見いだしている。ただし, λ = リブステップ間の距離, I = 流路勾配, k_e = 河床要素の代表高, C, a = 定数。

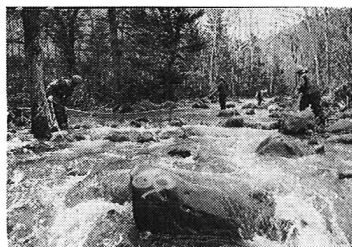
Whittaker(60)は, ニューゼーランド河川のデータを再整理して, $k_e = 0.3113$, $C = 1$, $a = 1.188$



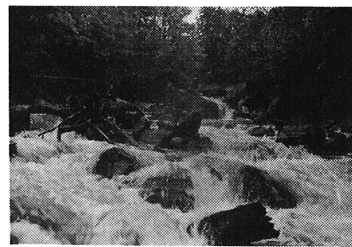
写真－１ 冷水川におけるリブの例



写真－２ 冷水川におけるステッププールの例



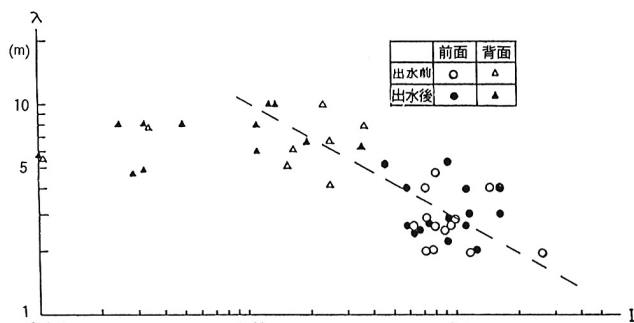
写真－３ 白水川におけるリブの例



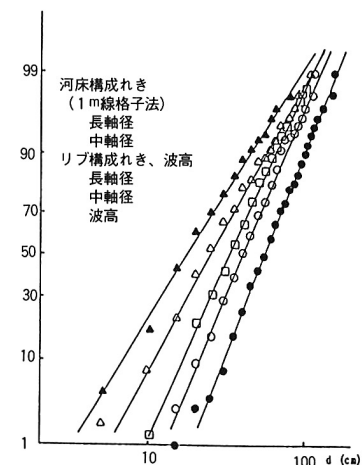
写真－４ 小川におけるステッププールの例

を得ている。McDonald・Day (46)は、波長が河床最大礫の中軸径と関係していることを示している。 k_e としてこれらの径がふさわしいものと言える。しかし、白水川に対しては、図－６に示すように、 $k_e/C=0.787$ 、 $a=0.552$ が最適であった。

一方、リブの波高は、リブ構成礫の１粒径程度であることが確かめられている。図－７は、白水川におけるリブ波高の分布を河床全体の礫径分布（１ｍ線格子法による）およびリブステップ構成礫径の分布と比較したものである。これによれば、波高がリブ構成礫の中軸径及び河床礫の長軸径に大体等しいことが分かる。代表波高（５０％波高）を考えれば、河床礫中軸径の８４％径が最もよい近似を与えるようである。これらの性質は、次



図－６ 白水川リブ波長の性質



図－７ 白水川のリブ波高、リブ構成礫径、河床礫径（１ｍ線格子法による）分布

に述べるリブの成因と密接に関係している。

リブ（ステップ・プール）の成因を反砂堆に求める考えは、多くの研究者によって提唱されている。しかし、その形成過程を水理学的な立場で説明したのは、Whittaker・Jaeggi (59)である。彼らは実験的な検討を加えつつ、高水時に生ずる反砂堆の他にアーミングが重要な役割を負っていることを指摘した。その後、芦田・江頭ら(5)も実験を重ね、(1)混合砂の分級をともなう活発な移動、(2)反砂堆河床波の形成、(3)反砂堆峰近傍での大礫の停止が、リブ形成の仕組みであるとともに形成条件であることを明らかにしている。森ら(47, 48)は、白水川の1985年9月10日出水の詳しい

記録をもとに、林(26)の反砂堆発生領域区分図へ波数、フルード数のプロットを試み、図-8を得ている。図中黒円は後述の中規模波のデータであり、白円がリブである。リブのデータは、洪水のピーク流量 ($42\text{ m}^3/\text{s}$) を用いると反砂堆発生領域から外れるが、その半分の流量を用いると図のように十分領域内にはいる。しかも、この流量によって区間全体の20%の場所でリブ構成礫の平均径に相等する礫の動きうることから確かめられた。このことから、小規模なリブは中規模波の形成（変形）後、減水時に形成されたものと判断される。

2.3 ステップ・プールの性質と成因

ステップ・プールをリブと分かつ一つの要因は流路勾配の大きさである。前述した冷水川の勾配は、No.11地点の上下流でそれぞれ0.103, 0.0675であり、この間に界があるように思われる。しかし、勾配のみによっては説明がつかない。

図-9は、小川観測区間の河床縦断変化を示すものである。ただし、最小自乗法によって平均河床勾配 ($=0.102$) を求め、この分を差し引いて表している。のこぎり刃状の一つ一つがステップ・プールであり、観測区間に242個見いだされた。平均間隔は4.2mとなる。図-10・11の波長・波高頻度分布に見られるように、あらかじめステップ・プールに着目して解析した場合には、比較的狭い範囲

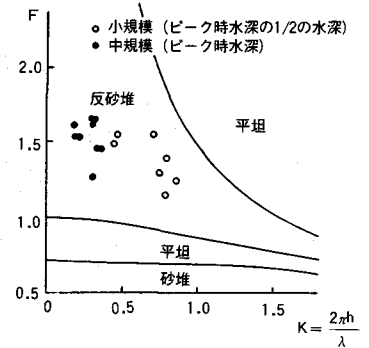


図-8 白水川のリブおよび中規模波形の領域区分

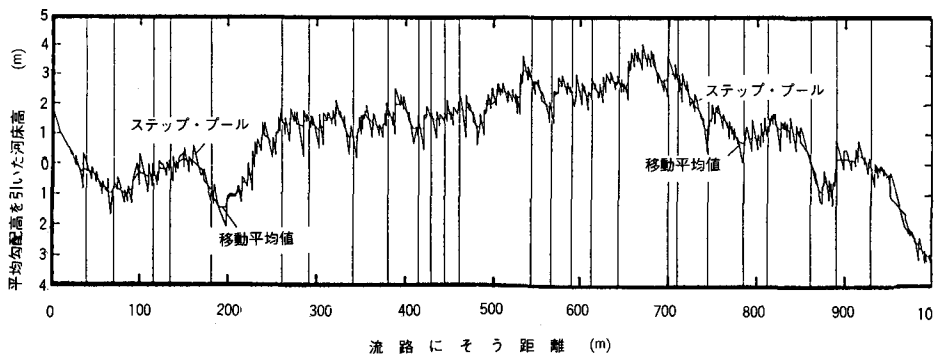


図-9 小川観測区間における河床縦断変化

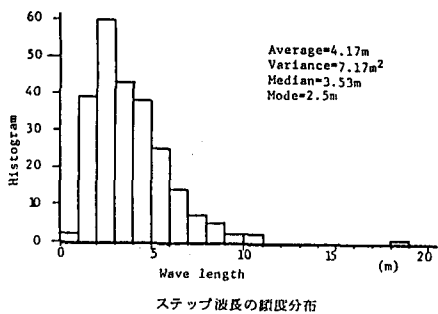


図-10 小川ステッププールの波長頻度分布

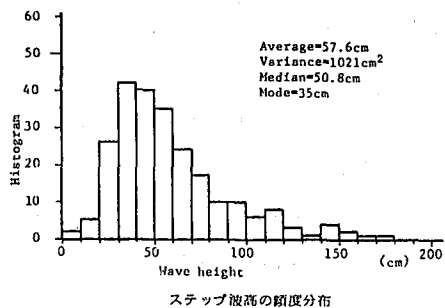


図-11 小川ステッププールの波高頻度分布

に分布する。しかし、この波形をスペクトルによって見ると、図-12のような興味深い性質が現れる。すなわち、基本波長を2.4mと考えると、これのほぼ整数倍のところにスペクトルピークが現れている。

これらの波に関して1985年9月の推定洪水流量によって林の領域区分を試みると、ステップ・プールの大部分を占める波長5m以下の波が反砂堆領域から外れる。白水川と同様にピークの半分程度の流量を用いても、礫の移動限界が相対的に小さなものとなり、発生の説明に難が生ずる。また倍数則の説明もつかない。このような性質は水面波を反映したものである可能性が強い。

いま、一様な流速 U をもつ流れの、3次元小振幅の定常解を求めると、解の存在条件としての次の分散関係が導かれる(25)。

$$\left. \begin{aligned} F_r^2 &= (\beta h \tanh \beta h) / (kh)^2 \\ \beta &= \sqrt{k^2 + l^2}, \quad F_r^2 = U^2 / (gh) \\ k &= 2\pi / \lambda, \quad l = 2\pi / b \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 h = 流れの水深、 λ = 表面波の流れ方向波長、 b = 表面波の横断方向波長。

上式は、斜め波の流下方向位相速度が流速 U に一致する条件に等しい。これらの波のみが定常波として同位置に留まりうるわけで、山田ら(6)の2次元波に於ける結果を拡張した結果になっている。

いま、スペクトルに現れているような波形がこの定常波によって誘起され、横断方向の基本半波長が水深程度(実際の計算では $0.9h$) になるものとする。その $2N$ 倍の波が河

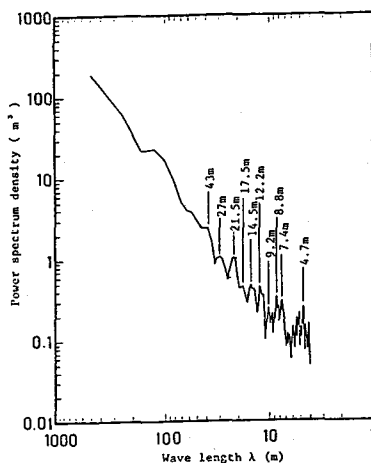


図-12 小川河床縦断形に関するパワースペクトル(ずらし幅25%, 分解能1/250m)

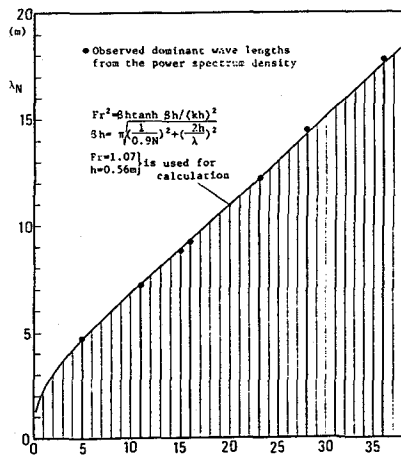


図-13 卓越河床波長の性質

床に作用するものとする、対応する波長 λ_N は、(2)式において $k = 2\pi/\lambda_N$ 、 $\beta h = \pi\sqrt{(2h/\lambda_N)^2 + (1/0.9N)^2}$ を代入した式を満足するはずである。1981年8月洪水時の推定 F 数(1.07)と水深(0.66m)を与えて、 N と λ_N の関係を描くと図-13のようになる。

N として5, 11, 15, 16, 23, 28の値を採用し、実際の λ_N (●印)と比較すると両者は非常に良く一致する。なぜ基本波長が水深程度なのか、なぜ上述のような N でのみ起伏が卓越するかは、現在のところ不明であるが、小川におけるステップ・プールが水面の定常波と密接に関連していることが分かる。

リブに比較するとステップ・プールの研究は少数で不明なことが多い。河床不安定現象

の一種である反砂堆の形成作用以上に水面波の影響が強まる時(それほど勾配がきついとき)、この波が成長するようになるが、それは次節に述べる交互砂州の形成とも関係しているように推察される。なお、射流時水面波下の河床せん断力は、図-14に例示するように上流側へ位相ずれをおこすのが一般であり(25)、河床波成長の要因となることが確認できる。なお、ステップ・プールの波高もまた、構成礫径と密接に関連している。表-2に見られるように、ステップ波高の平均0.58mは、河床礫中軸径の84%径にはほぼ等しい。

3. 山地河川の実態 2 一中規模河床波(うねり)

現地視察や平面図のみからは気づきにくい、縦断形状を調べるとリブやステップ・プールより1オーダー大きい波長の起伏が見いだされる。多くの山地河川の形態研究においてもこのような指摘はなされていない。著者ら(9)は、これらの波を「うねり」と呼ぶことにした。しかし、うねりの成因にも二種類あり、異なる性質を示すことが分かった。

3.1 反砂堆性うねり

図-15は白水川の縦断変化を示したものである。ただし、平均勾配(=0.0436)分を差引き、1985年9月出水の前後の形状を対比して描いている。縦の点線間に挟まれた起伏が「うねり」であり、20~40mの波長を有している。出水による波形の変化を見ると、図の左上に取り出して描いているように、

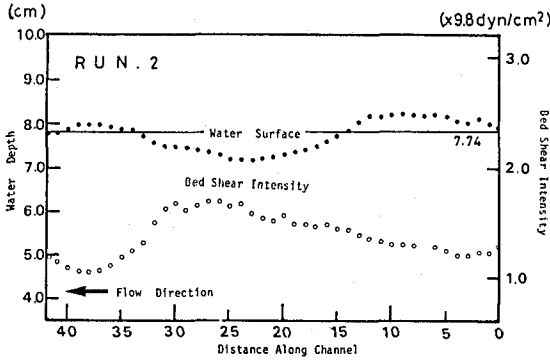


図-14 射流定常波のもとでのせん断力分布²⁵⁾
(底面勾配=1/300, 平均水深=7.74cm, フルード数=1.17)

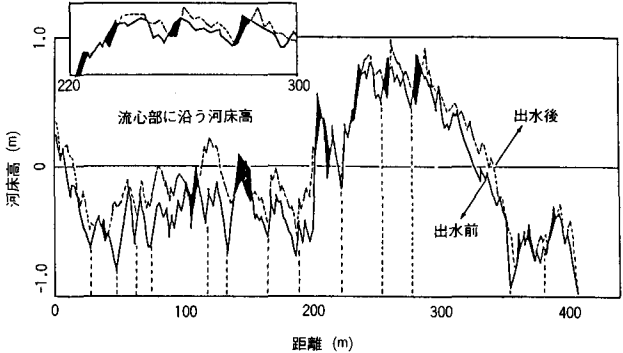


図-15 白水川観測区間における河床縦断形状の変動

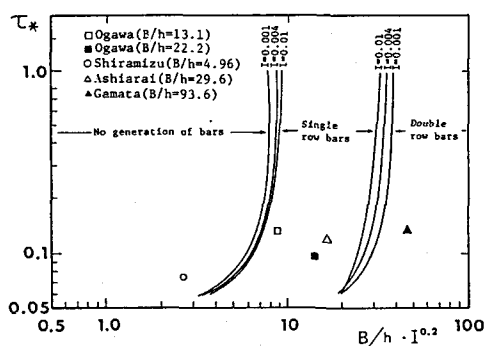
220～300mの区間において波形の明瞭な上流移動が認められる。また、図－8で確認したように、これらは反砂堆領域へ区分される。さらに波形が頂点を中心に上下流にほぼ対称であり、白水川のうねりが洪水ピーク時に形成された長波長の反砂堆であることを証している。

うねりとリブの関係は密接である。うねりの下流側斜面は急勾配であり、このため図－6の関係によって短波長リブが多数形成される。これらのリブが破壊されるとき、うねりの上流移動（変形）が開始されることになる。

3.2 交互砂礫堆性うねり

図－9の小川の縦断波形においても、波長30～50mの中規模波が明瞭に識別される。ただし、この場合の波形は、上流側勾配が緩く、下流側勾配が非常にきつくて1mを越える急な落込み（大ステップ）を形成している。このうねり先端（大ステップ）位置を平面図に描きいれると、図－3、4の横断実線のようになる。図－3の陰影部は堆積地を示しており、数字は植生から判断された測量年（1985年9月）までの経過年数である。（4年堆積地は1981年8月洪水によって、10年堆積地は1975年8月洪水によって形成されたものと推定される。）これらの堆積地は、ほぼ横断線内（うねり波長内）におさまっている。また、うねりを単位として左右岸交互に谷壁の浸食が生じている（浸食のない場所は、多く露岩箇所に対応している）。

図－4によると、うねり先端は、河道曲がりの頂部に一致している。水流の寄った左岸凹岸曲頂部の下流は、現在激しい浸食を受けている。これらの性質からみて、小川の「うねり」は沖積河川で一般的な交互砂州に極めて近いものである。実際、1981年8月および1985年9月洪水の推定水理量を使って黒木・岸(4)の領域区分図にプロットすると、図－16のように単列砂州の範囲内に入る。因みに、白水川のデータは非砂州領域に落ちる。



図－16 小川、白水川における「うねり」河床波形の領域区分

4. 山地河川の実態 3－大規模形態と山地河川の変動

沢田・芦田・高橋(54), 芦田・沢田(8)は足洗谷本川の河道変動の様子を通年観測し、次のような変動特性を見いだしている。

(1)山地河川の景観を変えるような河床変動は、土石流発生時、大崩壊時に現れる。その際土石流の通過域となるか、堆積域となるかによって大きく異なる。

(2)その後の中小洪水によって生ずる流路変動は、比較的範囲が小さく水面幅程度である。また蛇行変動では波長より振幅の変化が大きい。

(3)河床の変動は、次の4つの領域に分けられる。

- (Ⅰ) アーマーコートの破壊や溪岸浸食がない状態で、土砂の移動が発生している。
- (Ⅱ) アーマーコートの破壊にともない、河床の土砂が移動する。
- (Ⅲ) 溪岸浸食によって生産された土砂が移動する。
- (Ⅳ) 流路の変動によって新しい河床の土砂が移動する。

このうち、(1)は大規模形態の移動と言うことができる。今回取り上げた三溪流においても、共通して100～200mの規模の起伏が見られるが、土石流堆積地および、その上をうがつ流路の分合流の反映である。これが変化を被るのは再び土石流が発生したときであろう。

(2)は、うねりとの関連が深いものと思われる。特に交互礫堆性うねりの場合には河床効果と弯曲効果が相剰し、活発な溪岸浸食をひきおこす。岸・森ら⁸⁹⁾によれば、白水川では流量に応じて蛇行が発達したり直線化したり自己制御が生じている。

(3)の(Ⅰ)は、リブやステップ・プールの破壊しない状態での土砂移動である。(Ⅱ)はそれらの破壊が起き始める場合である。(Ⅲ)、(Ⅳ)はうねりの効果が働くとき、さらにはそれが変形破壊する場合の土砂移動に対応している。

以上のように、山地河川の変動すなわち土砂流出には、大・中・小規模の河床波の存在が密接に関わっており、その関連機構、発生・破壊条件の解明が重要になっているわけである。

5. 山地河川の流れ

リブやステップ・プールの普遍的存在や急勾配のために、山地河川の流れは固有の特徴をおびる。大流量時には、これらの河床起伏は粗度として働き、流れの状況はうねりや蛇行あるいはさらに大きな地形によって支配される。しかし中小の流量においては、河床起伏が水面形にまで影響を与え、シュート・プールの連続、あるいはカスケード（滝状落下）などの形態をもとらしめる。したがって流れの研究も多岐にわたっている。ここでは、障害物があるときの流れ、大きな起伏の続く流れについて考える。

5.1 障害物のある流れ

河床に突起がある場合、上流の条件によって実に多様な水面形態が生ずる。以下、山田ら⁶²⁾の研究によってこれを見よう。

幅方向に一樣な2次元の流れ場に突起がある場合を考える。図-17のように記号を定め、水面に対してベルヌイ式を適用すると、損失を無視した場合に

$$y^3 - \left(\frac{1}{2} F_0^2 + 1 - \eta \right) y^2 + \frac{1}{2} F_0^2 = 0 \quad (3)$$

のような3次式をうる。ただし、 $y = h/h_0$ 、 $\eta = \delta/h_0$ 、 $F_0^2 = U^2/gh_0$ であり、突起の上流側で h_0 、 F_0 を定めたとき、 y がどのような性質をもつか調べる。まず、この方程式が1負2正の実根をもつ（一つが必ず負実根なので、2正実根は常流水深、射流水深に対応する）条件を求めると

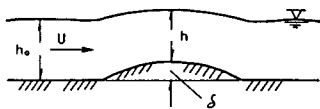


図-17 障害物のある流れ記号定義

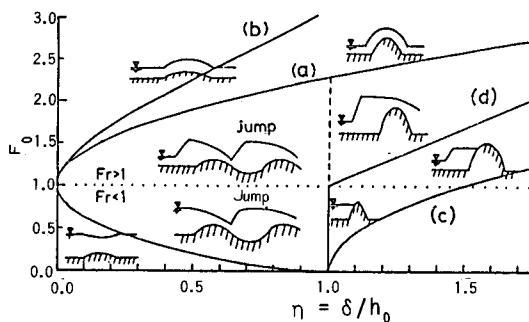


図-18 障害物のある流れの水面形（2次元）
（山田ら(62)による）

$$\eta < \frac{1}{2} F_0^2 - \frac{3}{2} F_0^{\frac{2}{3}} + 1 \quad (4)$$

である。この境界は図-18の(a)の曲線で表される。境界(a)の外側では上流での常・射流条件 ($F_0 \geq 1$) に対応して下に凸および上に凸の水面形が現れる。(a)の内側は解のない領域であり、本来移動性の段波のような不安定（非定常）水面が現れる。ただし、突起高が平均水深を越えている場合、段波水深が突起を越えるか否かで場合わけが生ずる。その境界(d)は、跳水水深の式を用いて

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 F_0^2} - 1 \right) \quad (5)$$

山田らは、このような突起が続けて存在する場合に、(a)域内でシュート・プールが生ずるものと考え、実験とも良い一致を得ている。

図-18中の(b)は、損失として跳水損失を考慮した場合の境界であり、

$$\eta < \frac{1}{2} F_0^2 - \frac{3}{2} F_0^{\frac{2}{3}} + 1 - \frac{(\sqrt{1 + 8 F_0^2} - 3)^3}{16(\sqrt{1 + 8 F_0^2} - 1)} \quad (6)$$

にて与えられる。(a)と(b)の間は一種のヒステリシスをあらわしている。すなわち、一度段波の起きた状態から射流に遷移するときには(b)を越える必要があるのに対し、射流から段波領域へ移るには、(a)を切る必要がある。

ところで、図-18とほとんど同一の図が、成層流（気流）の中に置かれた障害物（山岳）の影響を調べる気象学研究者（(9), (10), (32), (55)など）の手で得られている。障害物下流の流れの解析が古くからおこなわれてきたのに対して、上流側の問題を取り上げるようになったのは比較的新しいことのようなのである。これに関連して興味深いことは、 $\eta < 0$ の場合、すなわち河床に段落ちがあるような場合には、図-18から知られるように、常に η の解が存在することである。突起があつて η の解が存在せず、本来非定常な場の問題は upstream (forward) influence とか upstream blocking と呼ばれている。

5.2 急変流モデルによる検討

先述のように、リップやステップ・プールは大流量時に形成されるので、中小の流量ではなかなか移動や破壊を起こさない。このときの流れ方は、急拡・急縮、段落ち・段上がりといった急変流の連続をモデルとすることができる。運動量方程式による急変流解析には、芦田(2)、(3)の示唆に富む研究があるほか、段上がり、段落ちに関する Jaeger (35)、Forster・Skrinde (18)、Hsu (33)の研究を取りまとめて8領域に示した中川(49)の研究、および急拡流れに関して図-18と類似の不安定領域を明らかにした石原・志方(34)の研究がある。

さて、図-19により運動量方程式を立てて整理すると、段上がり ($\eta > 0$) にたいして

$$y^3 + 2\eta y^2 - (2F_0^2 + 1 - \eta^2)y + 2F_0^2 = 0 \quad (7)$$

段落ち ($\eta < 0$) に対して

$$y^3 - \{2F_0^2 + (1 - \eta)^2\}y + 2F_0^2 = 0 \quad (8)$$

を得る。上の両式 (太線) とベルヌイ式(3) (細線) を F_0 と y に関して描くと、図-20のようになる。ただし、 η をパラメータとして変えている。

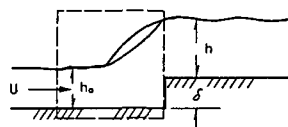


図-19 段上り流れ記号定義

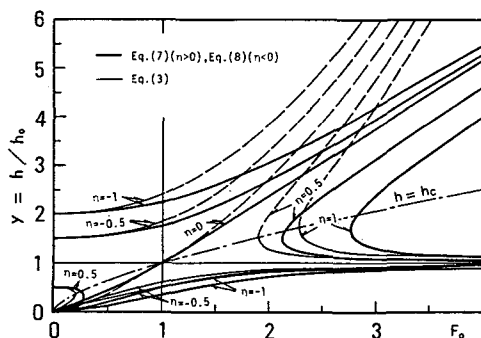


図-20 ベルヌイ式および運動量式による段上り ($\eta > 0$)、段落ち ($\eta < 0$) 流れの表示

段上がり ($\eta > 0$) についてみると、エネルギー、運動量両式ともに y の値が存在するべき限界の F_0 が存在する。上流側が常流の場合の y の二つの解、ならびに上流側が射流の場合の y の小さい方の解 (射流解) は両者ほぼ変わらないものの、 $F_0 > 1$ のときの y の大きい方の解 (常流解) に大きな開きがあり、跳水によってエネルギー損失の生じる運動量解の値が低く出ている。興味深いのは、この跳水解がエネルギー解の存在範囲内に完全に入っていることである。このことは、跳水の生じ得る場所が、特別の条件がない限り常射流水深をとりうる場所であることを意味している。下流側での堰上げが跳水発生条件ともいえる。 y の解が存在しない範囲は、まさしく upstream influence の生ずる範囲である。Benjamin (34)は上流側が常流の場合に突起の影響によって長波が上流側にさかのぼり、水位が増す現象を波動論の立場から解いている。

一方、段落ちの場合には前項でも触れたとおり常に解が存在する。しかし、上流側が射流の場合の常流解は、エネルギー式と運動量式で違いが大きく、跳水による損失の差が現れている。

山地河川の流れを運動量式を使ったモデルで表す場合、解の制約がなく、いかなる上流条件にも対応できる点から考えて、段落ちモデルが有効なように思われる。以下、図21のようなステップを考え、さらに拡幅をも考慮して運動方程式を導く(22)。コントロールボリュームをステップ長全体にとると、

$$y^3 - \tan \theta \cdot \frac{\lambda}{h_1} y^2 - \left\{ \frac{2\gamma}{\cos \theta} F_1^2 + \left(1 + \frac{\delta}{h_1} \right)^2 + \tan \theta \frac{\lambda}{h_1} \left(1 + \frac{\delta}{h_1} \right) \right\} y + \frac{2\gamma^2}{\cos \theta} F_1^2 = 0 \quad (9)$$

一方、エネルギー式は、

$$h_e = \sin \theta \cdot \lambda + \frac{\delta}{\cos \theta} + \left\{ (1-y) \cos \theta + \frac{1}{2} F_1^2 \left(1 - \frac{\gamma^2}{y^2} \right) \right\} \cdot h_1 \quad (10)$$

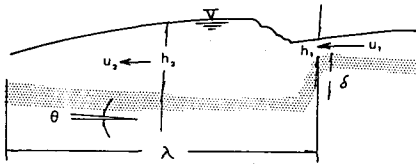


図-21 ステッププール上の流れのモデルと記号

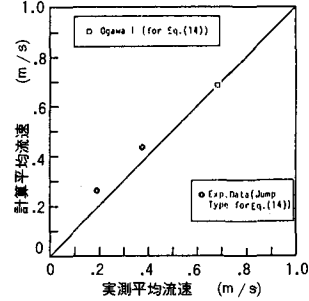


図-22 段落ちモデルによる平均流速と実測流速

ただし、 $\gamma = B_1/B_2$ 、 h_e = コントロールボリューム間の損失である。損失が全て形状損失によって、1ステップ下るときの位置エネルギーをちょうど消費するものとするれば、

$$h_e = \sin \theta \cdot \lambda + \frac{\delta}{\cos \theta} \quad (11)$$

したがって、(10)式右辺第2項はゼロとおくことができる。これより、式(9)の F_1^2 を消去する。このままでは、 h_1 を指定しなければ y を求めることができないので、平均水深 H によって書き換える。コントロールボリューム底面を台形で近似すると、 h_1 、 u_1 は

$$h_1 = \frac{\gamma + 1}{\gamma + \gamma} \cdot H, \quad u_1 = \frac{\gamma + \gamma}{2\gamma} \cdot U \quad (12)$$

であり (U = 平均流速)、最終的に次式を得る。

$$\{ (1 - \delta_*^2) - \tan \theta \cdot \lambda_* (1 + \delta_*) \} y^3 - \{ 3\gamma\delta_*^2 + 2\delta_* + 3\gamma + \tan \theta \cdot \lambda_* (3\gamma\delta_* + 2\gamma + 1) \} y^2 - \{ 3\gamma^2\delta_*^2 + 4\gamma\delta_* - 4\gamma + 1 + \tan \theta \cdot \lambda_* \gamma (3\gamma\delta_* + \gamma + 2) \} y - \{ \gamma(\gamma\delta_* + 1)^2 + \tan \theta \cdot \lambda_* \gamma^2(\gamma\delta_* + 1) \} = 0 \quad (13)$$

ただし、

$$\delta_* = \frac{\delta}{(\gamma + 1)H}, \quad \lambda_* = \frac{\lambda}{(\gamma + 1)H}$$

流路条件として δ , λ , γ , $\tan \theta$ を与え H を指定すれば y が決まる。この結果を(10)式右辺2項＝ゼロの式から導いた

$$U = \sqrt{\frac{8\gamma^2(\gamma+1)y^2(y-1)\cos\theta}{(y+\gamma)^3(y^2-\gamma^2)}} \cdot gH \quad (14)$$

に代入することにより、平均流速を求めることができる。

図-22は、小川における小規模出水時（1985年9月）の塩水流下法による流速測定結果、ならびにステップ・プール河道を模擬した実験（21）のうちジャンプの発生している流れに関して、式(14)との対応を見たものである。理論と実験はよく合っていると言えよう。ただし、得られた y の値が実際より大き目であるほか、シュート・プール等の跳水をともなう場合以外の流れ（小および大流量時）の時には、結果があまり良くない。これは形状損失のみによって流速を求めているためと思われ、摩擦過程が効いてくる場合には適用できない。両者を含めた解析が必要であろう。

6. 山地河川の抵抗則

相対粗度の大きな流れを対象とした抵抗則の研究には、次のようなものが見られる。

- (1)水深基準面の決定など流れの取扱の基礎を固めようとするもの（例えば(56)）。
- (2)大礫などの形状抵抗を加味しようとするもの（例えば(17), (31), (51)）。
- (3)水面の影響に着目するもの（例えば(20)）。
- (4)河床礫層内浸透流の表面流への影響を明らかにしようとするもの（例えば(50)）。
- (5)直接平均流速式を見いだそうとするもの（対数則の相当粗度の決定を含む）。

近年、砂利・礫床河川の流速測定が盛んに行われるようになってきており、様々な平均流速式が提案されるとともに、その精度の検定が行われている。これらは上記(5)の研究に近い。ここでは紙数の都合から(5)に関する結論を見ていこう。

6.1 砂利河床河川（ $d_{50} \leq 0.15\text{m}$, $h/d_{90} > 3$ ）

Bray (11)は、カナダアルバータ州の67におよぶ砂利床河川区間の流速データを以下の流速公式と対比させ、適合度に関する統計表を表-3のようにまとめている。

(1) Manning 型の式

$$\cdot \text{Chow (16)} \quad : n = 0.041 d_{50}^{\frac{1}{30}} \quad (15)$$

$$\cdot \text{Henderson (28): } n = 0.038 d_{90}^{\frac{1}{30}} \quad (16)$$

表－3 67砂利床河川区間データによる，計算平均流速の相対誤差の評価
(Bray (14) による。)

Equation	Equa- tion no.	相対誤差 (%) 分布に関する 統計値				
		平均	標準偏差	最小値	中央値	最大値
Manning's equation						
n by Strickler						
$=0.041d_{50}^{\frac{1}{3}}$	(15)	44.9	43.7	-18.6	31.8	181.9
$=0.038d_{90}^{\frac{1}{3}}$	(16)	37.5	40.9	-23.1	25.0	159.6
n by Limerinos	(17)	2.5	28.8	-41.8	-3.1	74.4
Keulegan's equation						
$k_s = d_{50}$	(19)	54.2	46.1	-12.7	40.4	195.3
$k_s = d_{65}$	(19)	47.0	42.7	-17.3	35.2	169.2
$k_s = d_{90}$	(19)	32.9	38.3	-23.9	23.0	136.4
Lacey's equation	(18)	8.6	29.4	-26.6	-0.7	116.1

注) 使用流量は2年洪水流量。

相対誤差 $= 100 \cdot (U_c - U_o) / U_o$, U_c = 計算平均流速,
 $U_o = h-Q$ カーブから求めた実測平均流速。

$$\begin{aligned} \cdot \text{Limerinos (44): } n &= \frac{0.113R^{\frac{1}{3}}}{1.16 + 2.00\log(R/d_{84})} \\ \text{or } &= \frac{R^{\frac{1}{3}}}{10.27 + 17.70\log(R/d_{84})} \end{aligned} \quad (17)$$

(2)指数型の式

$$\begin{aligned} \cdot \text{Lacey (42)} \quad &: U = 10.8 h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{3}} \quad (m, s \text{ 単位}) \\ \text{or } n &= I^{\frac{1}{3}} / 10.8 \end{aligned} \quad (18)$$

(3)対数型の式

$$\cdot \text{Keulegan (38): } \frac{U}{\sqrt{ghI}} = 6.25 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} \quad (19)$$

$$\cdot \text{Kamphuis (37): } k_s = 2 d_{90} \quad (20)$$

$$\cdot \text{Charlton et al (15): } k_s = 3.5 d_{90} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{Hey (29)} \quad &: \frac{U}{\sqrt{gRI}} = 5.75 \log \left(\frac{aR}{3.5d_{84}} \right) \\ a &= 11.16 \text{ (矩形)} \sim 13.46 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{or } n = \frac{R^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{g} \cdot 5.75 \log(aR/3.5d_{84})}$$

$$= \frac{R^{\frac{1}{3}}}{9.06 + 18.00 \log(R/d_{84})} \quad (22)'$$

表中の値は、2年洪水に相当するデータによるもので、 $100(U_c - U_0)/U_0$ (U_c = 計算流速の平均値, U_0 = 実測流速 (Q/A) の平均値) によって定義された相対誤差の平均値, 標準偏差, 最大値, 中央値, 最小値がリストされている。これによれば, Limerinos による n 値を用いた Manning 式の適合性が良く, ばらつきも小さい。Lacey 式がこれに続いている。

Keulegan 式は, k_s に d_{50} , d_{65} , d_{90} を選んだだけでは必ずしも適合性が良くなく, 形状損失を見込んだ修正が必要である。

6.2 礫床河川 ($0.15\text{m} < d_{50} < 1\text{m}$, $h/d_{50} < 3$)

礫床の場合には, 突出礫の形状抵抗が大きなウエイトをしめる。Bathurst (11) は, 次の半理論式を導き, 英国河川での適合性の良いことを確かめている。

$$\frac{U}{\sqrt{gRI}} = \left(\frac{R}{0.365d_{84}} \right)^{2.34} \left(\frac{B}{h} \right)^{7(\lambda_1 - 0.08)} \quad (23)$$

ただし, λ_1 = 単位河床面積上にある突出礫の水中断面積。

さらに, Bathurst は摩擦と形状の両者が同割合で効く $1.2 < R/d_{84} < 4$ あたりの式として

$$\frac{U}{\sqrt{gRI}} = \left\{ 1.842 \frac{B}{d_{84}} \log \left(\frac{R}{1.2d_{84}} \right) + 14.66 \right\} \times \left(\frac{B}{h} \right)^{7(\lambda_1 - 0.08)} \quad (24)$$

を提案している。

Thompson・Campbell (57) はスピルウェイのための礫仮排水路に関して次の経験式を得ている。

$$\frac{U}{\sqrt{ghI}} = 5.62 \left(1 - 0.1 \frac{k_s}{R} \right) \cdot \log \left(\frac{12R}{k_s} \right) \quad (25)$$

日本では, 尾崎ら (52) が礫床河川の式として

$$\frac{U}{\sqrt{gRI}} = 5.25 + 4.6 \log \frac{U}{\sqrt{gd}} \quad (26)$$

を示している。フルード数の効果を考えたものであるが, $U/\sqrt{gd} > 0.8$ ではバラつきが大きいものとされている。

芦田・江頭・西野 (7) は, ステップ下流の剝離域のエネルギー散逸に関してモデルをたて, 摩擦域に対数則を適用することによって, 次式を導いている。

$$\frac{U}{\sqrt{ghI}} = \frac{6.0 + 5.75 \log(h/k_s)}{\sqrt{\frac{1}{2} KE \cdot \frac{\delta}{h} \cdot \frac{a\delta}{\lambda} \{6.0 + 5.75 \log(h/k_s)\}^2 + 1 - \frac{a\delta}{\lambda}}} \quad (27)$$

係数を $E=0.08$, $K=6$ のように選べば、かなり良好な推定結果が得られるようである。ただし剥離係数 a には流れごとに経験的な値を与える必要がある。

Thorne ら(58)は、これらの式の適合性を、米国コロラド州のボルダー溪流のデータを用いて調べている。平均流速は、 $h-Q$ カープから求められた。図-23は、(23)あるいは(24)式の適合性を示すものである。また図-24は(25)式についてみたものである。いずれも計算流速が大きめに出的ている。図-25は、式(22) (Hey) および式(18) (Lacey) に関するものである。これによると Hey の式のまとまりが非常によい。式(22)を変形させて、 n 値による表現に改めると(22)'式が得られる。これを式(17) (Limerinos) と比較すると、両者がきわめて似ていることが分かる。結局、Hey 式あるいは Limerinos 式は、砂利床の場合にも礫床の場合にも比較的精度良く適合するということができる。

この点を確認するために、著者らのデータを含めて検討を行ったのが、図-26であり、Hey 式と実測値が描かれている。ただし、摩擦係数 f の形で示している。小川や冷水上流といったステップ・

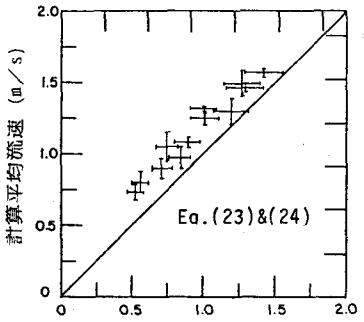


図-23 Bathurst 式の適合性
(Thorne ら(58)による)

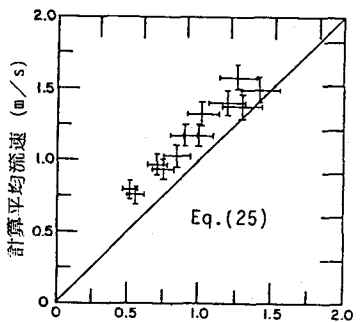


図-24 Thompson・Campbell 式の適合性
(Thorne ら(58)による)

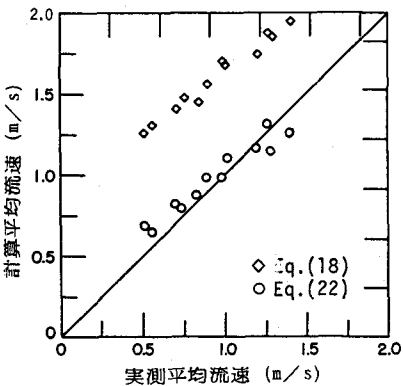


図-25 Lacey 式, Hey 式の適合性
(Thorne ら(58)による)

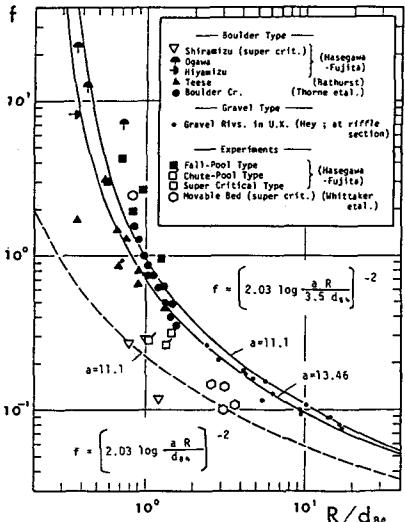


図-26 Hey 式の適合性

プールが発達している流れに関しては、驚いたことに、 $R/d_{84} \leq 1$ の領域にあるにもかかわらず同式の線上にある。前節および27式との関連で考えるならば、相当粗度 $k_s = 3.5 d_{84}$ によって様々な形状抵抗が代表されていることになる。このことは Bathurst (12) によっても示唆されており、等流的な河川よりも不等流的様相を呈する河川の f 値が Hey 式の近くにくるようである。

一方、全域射流となりリブが発達している白水川のデータは、Hey 式をいくぶん下まわり、むしろ $k_s = d_{84}$ とした線上にくる。実験値も、射流のデータは $k_s = d_{84}$ の線にのっており、射流が連続する場合には形状抵抗がかなり減ることが確認できる。

なお、流速推定のために代表粒径を d_{84} とするのが最適であるということと、リブやステップ・プールの波高が河床礫の84%径にほぼ等しいという事実とは無関係ではなからう。

7. おわりに

山地河川は見かけ以上に規則的である。人工の手が入らない（にくい）だけ自然法則が貫徹されているともいえる。ただ、本稿で述べてきたように異なる成因が複雑に絡み合うために、ていねいな分析が必要である。

山地河川研究における大目的の一つは土砂流出の解明であるが、本稿では一切触れることができなかった。この面でも近年大きな発展があり、興味深い問題も多く存在する。山地河川の形態や流れの問題は、むしろこれらの問題に触発されてとりあげられてきたものともいえる。得られた成果を再び土砂流出問題へ反映することを期したい。

謝 辞

本稿をまとめるにあたり、防災研究室、河川研究室スタッフの皆さんから多くの協力を頂いた。とくに、藤田教授、山田助教授から貴重な助言・討議を受けた。記して謝意を表す次第である。

参 考 文 献

- (1) Allen, J. R. L.: "Sedimentary Structures, Their Character and Physical Basis", Developments in Sedimentology 30, Elsevier, 1984
- (2) 芦田和男・荒木民哉：開水路断面急拡大における水理に関する研究(1), 土木研究所報告101号, 1959, 1
- (3) 芦田和男：開水路断面急拡大における水理に関する研究(2), 土木研究所報告102号, 1960
- (4) Ashida, K., Takahashi, T. and Sawada, T.: Sediment yield and transport on a mountainous small watershed, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ. Vol. 26, Part 3, No.240, Sept., 1976
- (5) 芦田和男・江頭進治・安東尚美：階段状河床形の発生機構と形状特性, 京大防災研究所年報, 第

27号 B - 2, 1984, 4

- (6) 芦田和男・江頭進治・沢田豊明・西本直史：山地河道における階段状河床形の構造，京大防災研究所年報，第28号 B - 2, 1985, 4
- (7) 芦田和男・江頭進治・西野隆之：階段状河床波上の流れと抵抗則，京大防災研究所年報，第29号 B - 2, 1986, 4
- (8) 芦田和男・沢田豊明：山地河川における河道変動と流砂の実態，「河道侵食と流砂機構に関する研究」2，文部省科研費研究成果報告書，1987
- (9) Baines, P. G. : Upstream blocking and airflow over mountain, Ann. Rev. Fluid Mech. 1987.
- (10) Baines, P. G. and Davies, P. A. : Laboratory studies of topographic effects in rotating/or stratified fluids., In "Orographic Effects in Planetary Flows", GARP Publ. No. 23, 1980
- (11) Bathurst, J. C. : Flow resistance of large-scale roughness, Jour. of Hy. Div., Proc. of ASCE, Vol. 104, No. HY12, Dec., 1978
- (12) Bathurst, J. C. : Flow resistance estimation in mountain rivers, Jour. of Hy. Engng., Vol. 111, No. 4, Apr., 1985
- (13) Benjamin, T. B. : Upstream influence, J. Fluid Mech. Vol. 40, Part 1, 1970
- (14) Bray, D. I. : Flow resistance in gravel-bed rivers, Chapt. 9 in "Gravel-Bed Rivers" Edited by R. D. Hey, J. C. Bathurst and C. R. Thorne, John Wiley and Sons, 1982
- (15) Charlton, F. G., Brown, P. M. and Benson, R. W. : The hydraulic geometry of some gravel rivers in Britain, Report IT180, Hy. Res. St., Wallingford, England, July 1978
- (16) Chow, V. T. : "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Co.
- (17) 大同淳之・松井弘：砂礫面の抵抗則1，第25回水理講演会論文集，1981
- (18) Forster, J. W. and Skrinde, R. A. : Control of the hydraulic jump by sills, Trans. of ASCE, Vol. 115, 1950
- (19) 藤田睦博・長谷川和義・大貫浩幸：山地河川の流路形態に関する調査研究－豊平川上流部・冷水沢を例として，土木学会北海道支部論文報告集，第41号，1985
- (20) Flammer, G. H., Tullis, J. P. and Mason, E. S. : Free surface, velocity gradient flow past hemisphere, Jour. of Hy. Div., Proc of ASCE, Vol. 96, No. HY7, July, 1970
- (21) 長谷川和義・藤田睦博・大島久生：山地河川の流れに関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第41号，1985
- (22) 長谷川和義・藤田睦博：ステップ・プールに視点をいた山地河川の流れの抵抗，第30回水理講演会論文集，1986
- (23) 長谷川和義・藤田睦博・新野康二：山地河川における流れ，流路形態と砂礫の移動，土木学会北海道支部論文報告集，第42号，1986

- (24) 長谷川和義・藤田睦博・山田正・平野直樹：山地河川におけるステッププールの構造および土砂流出，土木学会北海道支部論文報告集，第43号，1987
- (25) 長谷川和義・藤田睦博・小野寺正典：定常波を有する流れの河床せん断力，土木学会北海道支部論文報告集，第44号，1988
- (26) Hayashi, T. : Formation of dunes and antidunes in open channels, Jour of Hy. Div. Proc. of ASCE, Vol. 96, No. HY2, Feb., 1970
- (27) Hayward, J. A. : Hydrology and stream sediments in a mountain catchment, Ph. D. thesis, of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1978
- (28) Henderson, F. M. : "Open Channel Flow", McMillan Co., 1966
- (29) Hey, R. D. : Flow resistance in gravel-bed rivers, Jour. of Hy. Div., Proc. of ASCE, Vol. 105, No. Hy4, April, 1979
- (30) 東三郎・新谷融・中村太士・清水収：山地上流域における植生情報による土砂生産履歴の解析，「比較河川学の研究」14，文部省科研費成果報告書（代表 岸力），1987
- (31) 平野宗夫・岩元賢：粗度の大きい流れにおける抵抗と平均流速について，新砂防，Vol. 3 (110)，1979
- (32) Houghton, D. D. and Kasahara, A. : Nonlinear shallow fluid over an isolated ridge, Commun. Pure Appl. Math. 21, 1968
- (33) Hsu, E. Y. : Discussion on control of the hydraulic jump by sills, by J. W. Forster and R. A. Skrinde, Trans. of ASCE, Vol. 115, 1950
- (34) 石原藤次郎・志方俊之：開水路急拡部の水理学的性状に関する研究，土木学会論文集，第128号，1966
- (35) Jaeger, C. : "Engineering Fluid Mechanics", Blackie & Son Lim., 1961
- (36) Judd, H. E. and Peterson, D. F. : Hydraulics of large bed element channels, Rep. PRWG 17 - 6, Utah Wat. Res. Labo., Utah State Univ., 1969
- (37) Kamphuis, J. W. : Determination of sand roughness for fixed beds, Jour. of Hydraulic Research Vol. 12, No. 2, 1974
- (38) Keulegan, G. H. Laws of turbulent flows in open channels, Jour. of Research of the United States National Bureau of Standards, Vol. 21, Research Paper RP 1151. Dec. 1938
- (39) 岸 力・森明巨・長谷川和義・黒木幹男：山地河川における土砂輸送と河床形状に関する調査研究，「比較河川学の研究」15，文部省科研費成果報告書（代表 岸力），1986
- (40) 小出博：「日本の河川，自然史と社会史」，東京大学出版会，1974
- (41) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告集，No. 342，1984

- (42) Lacey, G. : A theory of flow in alluvium, Jour. of the Institution of Civil Engineers, Vol. 27, Paper No. 5518, 1946 – 1947
- (43) Leopold, L. B., Wolman, M. G. and Miller, J. F. : “Fluvial Processes in Geomorphology”, Freeman and Company, 1964
- (44) Limerinos, J. T. : Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels, Water Supply Paper 1898 – B, USGS, Washington, DC, 1970
- (45) McDonald, B. C. and Banerjee, I. : Sediments and bed forms on a braided outwash plain, Canadian Journal of Earth Sciences, Vol. 8, 1971
- (46) McDonald, B. C. : and Day, T. J. : An experimental flume study on the formation of transverse ribs, Current Research, Part A, Geological Survey Canada, Paper 78 – 1a, 1978
- (47) 森明巨・黒木幹男・岸 力・その他：白水川における階段状河床形状の調査研究，土木学会北海道支部論文報告集，第42号，1986
- (48) 森明巨・黒木幹男・岸 力・その他：山地河川における階段状河床形の分類と形成機構に関する研究，第30回水理講演会論文集，1986
- (49) 中川博次：河川構造物と流れの解析，「水工水理学」3，石原藤次郎編，丸善株，1972
- (50) 中川博次・辻本哲郎・清水義彦・村上正吾：礫床河川の流砂過程解明に果たす流れ構造の意義，第32回水理講演会論文集，1982
- (51) 岡部健士・肥本一郎：粗度の大きい山地河川の抵抗則に関する研究，新砂防，Vol. 39, No. 4 (147), 1986
- (52) 尾崎幸男・石橋毅・白砂孝夫：礫床河川における流れの抵抗則に関する研究，第25回水理講演会論文集，1981
- (53) Peterson, D. F. and Mohanty, P. K. : Flume studies of flow in steep, rough channels, Jour. of Hy. Div., Proc. of ASCE, Vol. 86, No. HY9, Nov., 1960
- (54) 沢田豊明・芦田和男・高橋保：山地河道の変動と砂礫の流出に関する研究，第26回水理講演会論文集，1982
- (55) Sheppard, P. A. : Airflow over mountains, Q. J. R. Meteorol. Soc. 82, 1956
- (56) 高橋迪夫：相対粗度の大きな急勾配流れの抵抗に関する基礎研究，新砂防，Vol. 37, No. 1 (132), 1984
- (57) Thompson, S. M. and Campbell, P. L. : Hydraulics of a large channel paved with boulders, Jour. of Hydraulic Research 17, No. 4, 1979
- (58) Thorne, C. R. and Zevenbergen, L. W. : Estimating mean velocity in mountain rivers, Jour. of Hy. Engrng. of ASCE, Vol. 111, No. 4 April, 1985
- (59) Whittaker, J. G. and Jaeggi, M. N. R. : Origin of step-pool systems in mountain streams, Jour. of

Hy. Div., Proc. of ASCE, Vol. 108, No. HY6, June, 1982

- (60) Whittaker, J. G. : Sediment transport in Step-pool Streams, in "Sediment Transport in Gravel-Bed Rivers" Edited by C. R. Thorne et als., John Wiley & Sons, 1987
- (61) 山田正・池内正幸・堀江良徳：不規則底面をもつ開水路流れに関する研究，第28回水理講演会論文集，1984
- (62) 池内正幸・山田正・村上良宏：溪流を模擬した開水路流れの水面形遷移と抵抗則に関する研究，第30回水理講演会論文集，1986