

漸近展開接合法の海岸工学 への応用

角 野 昇 八

1. 緒 言

最近、海岸工学の分野において、Method of Matched Asymptotic Expansions (漸近展開接合法、造船工学の分野では「接合漸近展開法」、また数学の分野では「きりつなぎ法」とも呼ばれる)を適用した研究例がいくつかみられるようになった。この手法は、Mei¹⁾によっても解説されているように、海岸工学の分野では現在のところ波長に比して狭い開口部を有する構造物と波の干渉の問題に主として適用されているが、その概念自体は海岸工学全般の未解決の諸問題に対して将来有力な武器となるのではないかと思われる。

一方、昨今の港湾内水域の有効利用の観点や海岸・港湾構造物に対する経済性の追求などの要請から、いわゆる直立消波構造物の築造例がますます増える傾向にあるようである。その水理特性については、本研修会においても既に幾度か触れられ^{2), 3)}、また専門書⁴⁾もあるので、筆者が改めて述べるまでのことも無いように思われるが、設計の面からはまだ多少の未解決の点が残されているようにも思われる(例えば、前面板の断面形が変われば特性がどう変化するかな等)。

以上のようなことを踏まえ、本小論では、海岸工学の問題に適用した漸近展開接合法の概念について解説するとともに、この手法を適用することによって筆者が得た縦スリットを有する様々の構造物の波浪に対する水理特性に関する結果について述べたいと思う。また巻末には、この手法が適用されたいくつかの研究例を関係文献として挙げた。

2. 漸近展開接合法概論

漸近展開接合法とは、数学辞典⁵⁾によれば、いわゆる特異摂動問題 (Singular Perturbation Problem, 微分方程式の最高階の項の係数が非常に小さいかあるいは低階の項に非常に大きい係数が掛かっている場合の問題) に対する一解法とされている。この手法の概要は、まず対象の全領域をいくつかの領域に分割し、各領域ごとに適当な独立変数を選んで方程式を書き直した上で、適当に選んだパラメタの級数の形に各領域での解を表して近似解を求める。次に、隣接する領域の境界上でその両側の級数の値が一致するように、解に含まれている未定係数を決定し、全領域で成立する近似解を得ようとするものである。このような手法は1950年代にカリフォルニア工科大学のKaplan⁶⁾ ほかによって数学的に厳密な形で定式化され⁶⁾、以来、流体力学や応用数学などの分野で幅広く用いられるようになった(流体力学あるいは造船工学の分野で用いられる摂動法を含めたこの手法についての最新の解説が松村⁷⁾によってなされている)。このように、本手法の名称は、現在では応用数学の一分野に対しても用いられているものの、概念は物理的な観点に裏付けされたものであり、その直接の原点は今世紀初頭のPrandtlによる「境界層理論」にみる事が

できる。すなわち、物体表面付近のごく薄い、粘性の影響を無視できない境界層内と、境界層外の、粘性影響が無視でき、ポテンシャル・フローとして取り扱える領域の二つに対象領域を分け、各々の領域に対して別々に立てた支配方程式あるいはその解〔それぞれ内部解（inner solution）および外部解（outer solution）と呼ばれる〕の漸近展開値を接合（matching）させることにより、最終的に境界層内を含めた全領域を満足するような近似解を求めるものである。さらにさかのぼれば、このような考え方はこれ以前にも、かなり古くより物理学の様々な分野で用いられてきた考え方であり、例えば Rayleigh⁸⁾ や Lamb⁹⁾ は狭いスリットからの音波の回折の問題を考察するにあたり、上記手法の物理的概念をより直感的な形で適用し、スリット近傍における流れはそれより遠方の場の影響を受けることなく局所的であるとして、スリット近傍とそれ以外の波動場に対して別々に解を設定し、最終的にそれらを重ね合わせることで全体場に対する解を求めることに成功している。このような経過より、現在ではこの名称は上述の特異摂動問題に対する数学的手法自体だけではなく、その物理的概念のみを適用した手法に対してもしばしば使用されるようになってきている。

3. 鉛直壁中の一つの水平スリットによる深海波の透過と反射の問題に関する Tuck の研究

(1) 概説

さて、このような漸近展開接合法の手法を Rayleigh よりはより洗練された形で構造物と波動の干渉の問題に適用したのは Tuck¹⁰⁾（1971 年）が最初と思われる。彼は、鉛直不透過壁（壁厚 = 0）に設けられた一つの水平スリットによる微小振幅深海波の反射と透過の問題を線形境界値問題として解析した（図 - 1 参照）。この際、スリット幅はスリットの水面下深さに比べて十分に小さいものとされている。

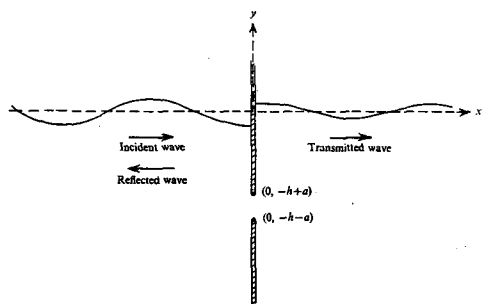


図 - 1 水平スリットからの深海波の透過¹⁰⁾

対象の現象に対する彼の漸近展開接合法の適用の方法は以下のようなものである。すなわち、速度ポテンシャルを介して表された構造物周辺の波動現象、あるいはスリットからの流れの巨視的挙動を外部解、またその微視的挙動を内部解として別々にまず求める。この外部解は現象を巨人あるいは遠視の人の目で眺めた映像に相当すると考えることができるので、その目には壁面周辺の波動現象の他、スリットの位置にあるわき出し（ただしその強さは波の周期とともに正負に変動している）の不鮮明な画像しか見えない。また内部解は小人あるいは近視の人の目で眺めた映像に相当するので、その目には開口部を通る流れの詳細が見えるものの、外部の波動現象は見えない。結局、双方の解はその概念を数学的に表現すれば良いことになる。外部解および内部解を求めることができれば、次には、この外部解の inner limit における挙動と内部解の outer limit における挙動とを接合（matching）させることにより、すべての領域で一意的に成立する速度ポテンシャルを求めることができることになる。この接合操作は、結局、巨人の目に映じた内

部の映像と小人の目に映じた外部のそれとが（近似的に）同じであることを保証することにはかならない。

(2) 問題の定式化

以下では、Tuck の研究をフォローする形でこの手法について紹介する。まず、問題を定式化するために、 x 軸を静水面上、波の進行方向に、また y 軸を鉛直上向きに取った二次元問題を考える。壁は y 軸に沿って設置され、その水面より h の深さに幅 $2a$ の水平スリットが設けられている。支配方程式は速度ポテンシャル ϕ に関する二次元のラプラスの方程式、

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 = 0 \qquad \dots\dots\dots (1)$$

であり、自由表面境界条件は、

$$g \partial \phi / \partial y + \partial^2 \phi / \partial t^2 = 0 \quad (\text{on } y = 0) \qquad \dots\dots\dots (2)$$

また壁面における境界条件は、

$$\partial \phi / \partial x = 0 \quad (\text{on } x = 0, \quad |y + h| > a) \qquad \dots\dots\dots (3)$$

さらに、無限遠点における境界条件、すなわち放射条件は、

$$\begin{aligned} \phi(x, y, t) \rightarrow \text{Re} [A_I \exp(-ikz + i\sigma t) + \xi A_I \exp(-ikz - i\sigma t)] \\ (x \rightarrow -\infty) \qquad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\phi(x, y, t) \rightarrow \text{Re} [\tau A_I \exp(-ikz + i\sigma z)] \quad (x \rightarrow +\infty) \qquad \dots\dots\dots (5)$$

である。ここに Re は実部を表し、 ξ , τ , A_I はそれぞれ反射率および透過率、入射波の振幅に相当する未知の複素定数、 g は重力加速度、 $i = \sqrt{-1}$, $k = \sigma^2/g$, $\sigma = 2\pi/T$ (T は周期), $z = x + iy$ である。

(3) 外部問題

スリット幅が狭いとき ($2a/h \ll 1$)、既述のようにスリットからの流れは強さが周期的に正負に変動している単なるわき出しからの流れのように見えるにすぎないに違いない。

このことは壁の一方の側ではわき出しが、また他方側ではわき出しと同じ強さを持つすい込みが見えることになる。したがって、 $x \geq 0$ の領域（スリットからの波のみが存在する）における外部解の複素ポテンシャル f ($\phi = \text{Re} \{f\}$) は以下のようにおける。

$$f = F(z, t) \qquad \dots\dots\dots (6)$$

ここに $F(z, t)$ は、自由表面を有する無限水深水域中の h の深さの点にあり、その強さが周期的に変動しているような水平の線わき出しからの流れを表し、Wehausen & Laitone¹¹⁾によれば、それは

$$\begin{aligned} F(z, t) = \left\{ \frac{1}{2\pi} \log \frac{z + ih}{z - ih} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-i\kappa(z - ih))}{\kappa - k} d\kappa \right\} \\ \times \cos \sigma t - \exp(-ik(z - ih)) \sin \sigma t \qquad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

のように既に与えられている。現象を遠視の人の目で眺めた映像に相当する外部解では、スリット幅 ($2a$) は確認できなく、したがって解にはその量は含まれていない。

前式の $x \rightarrow \pm \infty$ における極限値は容易に誘導されるように,

$$F(z, t) \rightarrow \pm i \exp(-ik(z - ih) \pm i\sigma t) \quad (x \rightarrow \pm \infty) \dots\dots (8)$$

であるので, このうちの $+\infty$ の極限値と式 (5) とを等値することにより, τ の形を決定することができる。

また, $x \leq 0$ の領域では入射波およびスリットからの波の他, 反射波が形成されているので, そこでの外部解としては,

$$f = -F(z, t) + (A \cos \sigma t + B \sin \sigma t) \exp(-ik(z - ih)) \dots\dots (9)$$

のようにおくことができる。ただしここに, A と B とは未知の実定数であり, 右辺第1項はすい込みからの波, また右辺第2項と第3項はそれぞれ入射波と不透過部からの反射波を表している。この式の $x \rightarrow -\infty$ における極限値を求め, その式と式 (4) とを等値することにより, A_I および ξ の形を決定することができる。但し, そこにはまだ定数 A, B が含まれているのでこれで問題が解決できたことにはならない。これらはこの外部解のみでは求めることはできず, スリット近傍の流れの詳細をさらに近付いて眺めて, 即ち, 内部解を知って初めて決定できることになる。いま, 準備のためにこの外部解のスリット近傍での挙動, すなわち inner limit における挙動を見てみると, それらは以下のように表される。

$$f(z, t) \rightarrow (\cos \sigma t / 2\pi) \log(z + ih) + C_+(t) \quad (z \rightarrow 0_+ - ih) \dots (10)$$

$$f(z, t) \rightarrow -(\cos \sigma t / 2\pi) \log(z + ih) + C_-(t) \quad (z \rightarrow 0_- - ih) \dots (11)$$

ここに $C_+(t)$ および $C_-(t)$ は適当に定めることのできる定数である。

(4) 内部問題

いま, スリット幅 $2a$ に比べてその深さ h は十分に大きいと考えているので ($2a/h \ll 1$), スリットを通るポテンシャル・フローは無限長の壁中に設けられた一つのスリットを通る二次元流れ (図-2) で近似することができる。このような流況を表す式は, ζ 平面の原点におかれたわき出し,

$$f = m/2\pi \cdot \log \zeta + C_1 \dots\dots\dots (12)$$

を以下の Joukowski 変換の式を介して物理平面 ($z = x + iy$) に変換することにより得られる。但し, m はわき出しの強さを表し, C_1 は任意の複素定数。

$$z + ih = -1/2 \cdot ia (\zeta + \zeta^{-1}) \dots\dots\dots (13)$$

外部解では確認できなかったスリット幅 $2a$ がここで初めて現れることに注意してほしい。さて, 内部解の $x \rightarrow \pm \infty$ の outer limit における極限形は $|\zeta| \rightarrow +\infty$ あるいは 0 とすることによって得ることができ,

$$f \rightarrow -m/2\pi \cdot \log(z + ih) + [C_1 + m/2\pi \cdot \log(-ia/2)] \quad (x \rightarrow +\infty) \dots\dots\dots (14)$$

$$f \rightarrow m/2\pi \cdot \log(z + ih) + [C_1 - m/2\pi \cdot \log(-ia/2)] \quad (x \rightarrow -\infty) \dots\dots\dots (15)$$

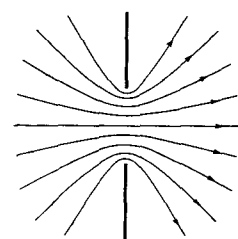


図-2 スリットを通るポテンシャル・フロー

のように表すことができる。

(5) Matching

式 (10) と式 (11) とは外部解の inner limit における極限を表し、式 (14) と式 (15) とは内部解の outer limit における極限を表している。matching はこれらが等しいとする操作であり、各々の式を等値することにより、先の未知の係数 A, B およびわき出しの強さ m が最終的に決定され、またそれらを ϵ および τ の関係式に代入することにより、これら複素形の反射率および透過率の最終的な形が定まることになる。

以上に見たように、漸近展開接合法を数学的に厳密な形ではなく、その概念のみを（ある意味では直感的に）適用する形で、他の、例えば Mei¹²⁾の方法では解析が極めて困難となるこの場合の解を Tuck は求めることに成功した。各式の誘導あるいは展開には多少の工夫や時間を要するかもしれないが、この手法の概念の適用およびその操作は極めて簡単であり、したがって、これ以外の様々な問題に対しても容易にこの手法を適用できる道が開かれているのではないと思われる。

なお、彼らはこの論文の発表から 1 年後に壁の厚みの影響を考慮した理論も発表している¹³⁾。

4. 縦スリットを有する構造物への適用

(1) 問題の定式化

以下では、水の波と構造物の干渉の問題に対して導入された漸近展開接合法を縦スリットを有する構造物と水の波との干渉の問題に適用する。構造物の側面はすべて鉛直側面のみから成っていなければならないが、列状構造物の場合、列数は何列であっても良く、また列の背後に不透過壁があっても構わない。対象の波は微小振幅浅海波であり、構造物の列方向に対して直角に入射するものとする。水深は一定である。なお、Tuck の論文と重複する記号については改めて説明を加えない。

いまから考える問題はすべて、以下のように境界値問題として定式化することができる。まず支配方程式としては、周知のように速度ポテンシャル $\phi(x, y, z, t)$ に関する三次元のラプラスの方程式、

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 = 0 \qquad \dots\dots\dots (16)$$

が流体領域全体で満足されていなければならない。また境界条件として、

$$g \partial \phi / \partial z + \partial^2 \phi / \partial t^2 = 0 \qquad (z = 0) \qquad \dots\dots\dots (17)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \qquad (z = -h) \qquad \dots\dots\dots (18)$$

$$\partial \phi / \partial \mu = 0 \qquad (\text{on } \Gamma) \qquad \dots\dots\dots (19)$$

が満足されていなければならない。但しここに、 h は水深、 Γ は構造物表面であり、 x は波の進行方向への座標軸、 y は波の進行方向に直角方向への座標軸、 z は鉛直上向きへの座標軸を表し、また μ は構造物表面からの外向き法線を表す。以上の境界条件の他、さらに、無限遠点における境界条件としていわゆる放射条件が課されなければならない。すなわち、

$$\phi \rightarrow \phi_I + \phi_R \quad (x \rightarrow -\infty) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\phi \rightarrow \phi_T (+\phi_R') \quad (x \rightarrow +\infty) \text{ あるいは } (0 < x < l) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 ϕ_I と ϕ_R 、 ϕ_T はそれぞれ入射波、反射波、透過波に相当する速度ポテンシャルであり、 ϕ_R' は直立消波工のように柱体列の背面に不透過壁がある場合の壁前面の反射波に相当する速度ポテンシャルである。また l は直立消波工の柱体列（前面板）と背面不透過壁との間の距離（消波室幅）である。

ここで、速度ポテンシャルを以下のように変数分離形で表して式 (18) の境界条件を満足させるようにする。

$$\phi(x, y, z, t) = F(x, y) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i\sigma t} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 k は Tuck が用いたのと同じく波数を表すが、浅海域を取り扱うここでは $k = 2\pi/L$ (L は波長) となる。また $F(x, y)$ は x と y の未知の関数である。式 (17) と式 (22) とからはよく知られた分散の関係式、

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad \dots\dots\dots (23)$$

が、また式 (22) を式 (16) に代入すればヘルムホルツの方程式、

$$\partial^2 F / \partial x^2 + \partial^2 F / \partial y^2 + k^2 F = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

が誘導される。同時に、式 (19) の境界条件は、

$$\partial F / \partial \mu = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

のように変形される。また式 (20) および式 (21) も、

$$\begin{aligned} F(x, y) &\rightarrow F_I(x, y) + F_R(x, y) \\ &= A_I \exp(ikx) + \xi A_I \exp(-ikx) \quad (x \rightarrow -\infty) \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &\rightarrow F_T(x, y) (+F_R'(x, y)) \\ &= \tau A_I \exp(ikx) (+\xi' A_I \exp(-ikx)) \\ &\quad (x \rightarrow +\infty) \text{ あるいは } (0 < x < l) \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

のように書き換えることができる。但しここに、 ξ は鉛直不透過壁面により反射された波の入射波に対する反射率を表す。なお、式 (26) および式 (27) は、構造物中に鉛直スリットが無数に並んでいて、構造物より反射および透過する波が平面波となって一次元的に伝播する場合に対応する式である。壁中に設けられた一つのスリットからの波の回折の問題のような場合には、透過波および反射波はスリットを中心にして円輪状に二次元的に伝播するが、その場合の放射条件は、いわゆる Sommerfeld の放射条件になる。

結局、当初の三次元問題は、式 (25) の構造物での境界条件および式 (26) と式 (27) あるいは Sommerfeld の放射条件の境界条件、さらに式 (23) の分散の関係式の下に式 (24) のヘルムホルツの方程式を関数 $F(x, y)$ について解くような二次元問題に帰着されることになる。

さてここで、式 (24) を放射条件の他、鉛直スリットの断面における境界条件をも厳密に満足する形で解析的に解こうとする場合にはかなりの困難を伴う。そこで、このうちの構造物における境界条件〔式 (25)〕は厳密に満足しなくてもよいことを許容して求められるのが漸近展開接合法における外部解であ

る。一方、波長に比して小さい断面を持つ構造物の周辺 ($k^2 \rightarrow 0$) では、現象を支配する上式は近似的に、

$$\partial^2 F / \partial x^2 + \partial^2 F / \partial y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

のようにみなせるものとし、その解として得られるのが内部解である。結局、外部解自身は物体表面における境界条件を詳細に満足する必要がなく、これに対して、内部解自身は無限遠点での境界条件を満足する必要がないので、全境界条件を同時に満足するようなただ一つの厳密解を見出す労力が軽減されることになり、ここに漸近展開接合法の大きな特長が示されている。

以下には、縦スリットを有する構造物と水の波との干渉の問題に適用した漸近展開接合法について述べるが、具体的な式の展開については原論文を参照して頂きたい。

(2) 無限長薄壁に設けられた一つの鉛直スリットによる波の回折と反射およびスリット通過水粒子速度¹⁴⁾

Tuck のアイデアを即座に適用できる例は無限長鉛直薄壁に設けられた一つの鉛直スリットによる波の反射と回折の問題であろう。これはいわば鉛直二次元の先の問題を平面二次元に置き換えることに相当することになる。以下では簡単のため、 x 軸上の現象のみに着目する。

さて、まずこの場合の外部解を求めねばならないが、支配方程式がヘルムホルツの式である場合のわき出し (その強さは 1 で、原点にある) を表す解は、二次元平面波動場のグリーン関数の概念とも関連してよく知られているように、0 次の第 1 種ハンケル関数、

$$F(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + y^2}] \quad \dots\dots\dots (29)$$

で表される。同じ二次元を対象としていても、支配方程式や自由表面と水底における境界条件が変わればわき出しを表す式も前とは変わることには注意しなければならない。

結局、この場合の外部解は次式のように置くことができる。

$$F(x, y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + y^2}] + A e^{-ikx} + B e^{-ikx}, (x < 0) \dots\dots\dots (30)$$

$$F(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + y^2}], \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 A と B とは未知の複素定数であり、式 (30) および式 (31) の右辺の各項に対しては式 (4) および式 (5) と同様の説明を加えることができる。

両式においては、スリットを挟む入射波側と透過波側とにおいて流量が連続していること、および不透過部を貫通する流れは存在しないとの二つの条件が満足されていなくてはならないが、この中の最初の条件は、式 (30) の右辺第 1 項と式 (31) の右辺に同じ強さ ($m = 1$) のわき出しとすい込みを一対に設定することにより満足されている。また、2 番目の条件を満足するためには、

$$A = B \quad \dots\dots\dots (32)$$

でなくてはならない。

(a) 外部解の outer limit における挙動

ハンケル関数の特性より、式 (29) はその $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty, (y = 0)$ の極限では、次式のように近

似できる。

$$F(x, 0) \rightarrow -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k |x|}} e^{i(k|x| - \pi/4)} \quad \dots\dots\dots (33)$$

この式を式 (30) および式 (31) に代入することにより、外部解の outer limit における挙動を得ることができる。

このようにして得られた外部解の outer limit における挙動と式 (26) および式 (27) とを等値することにより、反射率、透過率、ならびに A_I の形を決定することができる。

(b) 外部解の inner limit における挙動

外部解の inner limit における挙動を求めるためには、式 (29) のハンケル関数はその原点付近では次式のように近似できる特性を利用する。

$$F(x, 0) \rightarrow \frac{1}{2\pi} \log \frac{k|x|}{2} + \frac{\gamma}{2\pi} - \frac{i}{4} \quad \dots\dots\dots (34)$$

但しここに、 γ はオイラーの定数 ($= 0.577215 \dots\dots$) である。この関係式を式 (30) および式 (31) 中のハンケル関数の項に代入し、さらに他の項に対しては $x \rightarrow 0$ の極限值をとることにより、外部解の inner limit における挙動を表す式を得ることができる。

(c) 内部解の outer limit における挙動と matching

内部解は外的な境界条件には全く影響されないと考えることができるので、この場合のスリットを通るポテンシャル・フローも Tuck が適用したのと同様の解を用いることができる。

結局、このような操作により得た外部解の inner limit における挙動と内部解の outer limit における挙動とを matching させることにより、最終的に解を定めることができる。

この問題は Rayleigh⁸⁾により、以上に述べた手法よりはさらに直感的な方法によって既に解が求められているが(彼が対象としたのは水の波ではなく、音波もしくは電磁波であったが、支配方程式および境界条件が式 (24) 以下と同様になることから、解も同じ形となる)、ここで筆者が得た解が彼の解に一致することは容易に確認できる。

(d) スリット通過水粒子速度

本手法をスリットを有する構造物の問題に適用する場合の有利さの一つとして、スリット通過の水粒子速度をかなり容易に求めることができることが挙げられる。当然のことながらこの量は、スリットにおけるエネルギー損失の量を算定するための基本量となる量であるため、この量の算定が容易であることは、工学的な観点からも重要であろうと思われる。

さて、既述のように、漸近展開接合法における外部解においては、強さが $m=1$ のわき出しあるいはすい込みをスリットの位置に配置した。すなわち時間項をも考慮すれば、このことはわき出しあるいはすい込みの最大強さが $m=1$ であるということと等価である。一方、流体力学の基礎知識より、わき出しの強さはわき出しからの流量に相当するので、スリット通過の際の最大流量(深さ方向の単位長さ当り)も単

位流量であることになる。ただ注意したいのは、この流量はスリットの沖、岸両側へ流れ出る流量であるので、片側にはその半分の $1/2$ となる。それゆえ、スリット通過の流速の時間的的最大値 $V_{\max}$ は、流量を通過断面積 ($2a \times 1$) で除して、

$$V_{\max} = 1/4a \dots\dots\dots (35)$$

となる。しかしこの量は、基本量 ($m = 1$) に対応する量であるため、他の流速 (例えば入射波の水粒子速度) との比の形に表して初めて有意な量となるので、実際の計算においてはそのような操作が必要である。

(3) 無限長薄壁に設けられた無数の鉛直スリットによる波の反射と透過およびスリット通過水粒子速度^{15), 16)}

前節の内部解と外部解を用いた手法はそのまま無限長薄壁中の無数のスリット、即ち、無数の平板列と波との干渉の問題に拡張することができる。但し外部解では、スリットが無数にあるために次節で述べるようなハンケル関数の無限和を考える必要があり、また、内部解に適用するスリット通過のポテンシャル・フローは半無限領域中に流出するような流況に対応するものであったために、隣接スリットの間隔がスリット幅に比べて小さくなるにつれて解の精度は悪くなる。

この解析において最終的に得られる解は、スリット間隔に対する上述の制約の外、スリット (平板) 間隔 D が波長 L よりも小さいとの条件下で有効なものであるが、興味ある現象として、ちょうど $D/L \rightarrow 1$ の条件下での結果を挙げるができる。図-3 に、ここで得られる反射率と透過率の計算結果ならびに上記のような開口率に対する制約の無い Miles¹⁷⁾ による解を実験値とともに示すが、いずれの結果によっても、波長が隣接平板間隔に近付くにつれて波は透過せず、ほとんどが反射される傾向にあることが示されている (開口部における水粒子速度はこれに伴って 0 になる)。

ここで考える平板列と波の干渉の問題は、離岸堤と波との干渉の問題の簡単なモデル化とも見なされると思われるが、ここに示される結果は離岸堤の設置間隔を波長と同じとすれば開口部からの波の侵入はなく、同時に開口部を通過する流れも無くなるとの結果が得られることになる。この結果をそのまま現地に適用するには多少の無理があるにしても、離岸堤工法に対してある一定程度の知見を与えるものではないかと思われる。

(4) 任意断面柱体列による波の反射と透過およびスリット通過水粒子速度¹⁸⁾

鋼管防波堤を形成する円柱列や縦スリット直立消波工の前面板に見られる角柱列、あるいは大規模海上都市の基礎構造として想定されている多列の円柱列など、柱体列は海岸構造物や海洋構造物の構成基本要素として至るところにみられる構造である。それゆえ、これまでも柱体列を対象とする研究は数多くなされてきた (例えば、林・服部ほか¹⁹⁾⁻²²⁾ は、円柱列を対象として一連の系統だった理論的ならびに実験的研究を行っている)。それらについての概観は別の文献に譲ることとし、ここでは漸近展開接合法を適

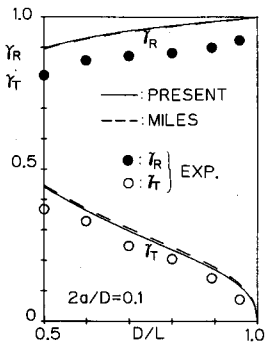


図-3 D/L→1のときの平板列による波の反射と透過

用することによって得られた諸結果について述べたいと思う。

(a) 理 論

いま、図-4 に示すような、 y 軸上に中心間隔 D で無数に設置された柱体列を考える。各柱体の断面の形状は任意であるが、 x 軸に平行な中心軸に関して対象形である必要がある。即ち、 x 軸方向の流れに対して揚力を発生させないような、いわゆる non-lifting な形状であることが必要である。スリットは $y = \pm nD$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) の位置にあり、その幅はここでも $2a$ である。したがって開口率は $2a/D$ で算定されることになる。

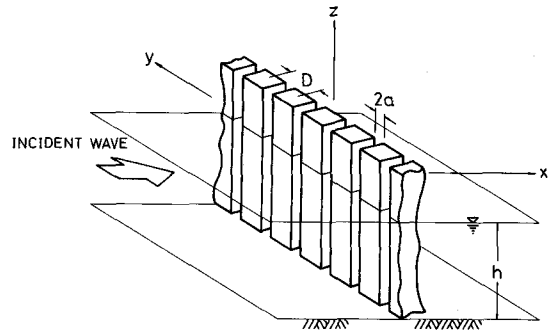


図-4 任意断面柱体列

(b) 内部解

これまでの取り扱いにおける内部解では、いずれも視点をスリットに限りなく近づけ、平板によって挟まれたスリットからの流れをいわばまのあたりに眺めたことに相当する流況を解として用いた。したがって、解は平板で挟まれたスリットを通る流れに対しては有効となるものの、列断面が平板以外の断面となる場合には当然のことながらこの解では対応が不可能となる。したがって、列断面が変わればそれに応じた流況を新たに内部解として求める必要が生ずることになる。しかし、この様な列断面の変化に応じて内部解を逐一求めるような手法では、この内部解を求める操作のみに多大の労力を費やすことになってしまう。そこでこれを回避するために、柱体列からある程度距離が離れた点に着目点を移し、柱体列を通過した流れはそこでは、柱体断面形状にかかわらず図-5 に示すような一様流を回復している特性を利用することにする。

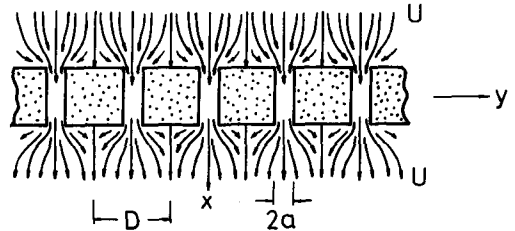


図-5 柱体列前後の一様流

このような流れを表す速度ポテンシャルの平面項は、Tuck⁶⁾ および Newman²³⁾ によって与えられた形を参考にして、

$$F(x, y) = (x - C) U_{\max} \times + \sum_{\nu=1}^{\infty} C_{\nu} \cos\left(\frac{2\pi \nu}{D} y\right) \exp\left(\frac{2\pi \nu}{D} x\right) + C_0, \quad (x < 0) \quad (36)$$

$$F(x, y) = (x + C) U_{\max} - \sum_{\nu=1}^{\infty} C_{\nu} \cos\left(\frac{2\pi \nu}{D} y\right) \exp\left(\frac{-2\pi \nu}{D} x\right) + C_0, \quad (x > 0) \quad (37)$$

と表すことにする。但しここに、 $U_{\max}$ は一様流部における流速 U の振幅、 C_0' は複素定数であり、 C_1 は実定数を表す。

ここで特に注意したいのは、式中含まれる係数 C である。この C は、彼らにより''blockage coefficient'' (閉塞係数) と名付けられた理論定数(実数、長さの次元を有する)であり、柱体列の慣性抵抗による非定常流の阻害(blockage)の程度を表す性質を有している。上式を x に関して微分したものは柱体列の上流側と下流側において同じ値(流速 U)となることより、列を挟む両側においては流速は列断面によらずに同じとなっていることが明らかであるが、その両側での速度ポテンシャルは列断面形状に応じて相対的に $2CU_{\max}$ だけの段差を持つこととなる。この定数 C は柱体列断面形状のみによって一意的に決定される量であるために、式(25)の柱体表面における境界条件は、解として式(36)および式(37)を採用することにより結果的に満足されることになる。またこの C は、一般に、列の付加質量 λ (単位長さ当たり)との間に次式に示される関係を有している²⁴⁾。

$$\lambda = -\rho S + 2\rho DC \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここに、 ρ は流体密度、 S は柱体断面積である。したがって、柱体列の付加質量あるいは付加質量係数が知られていれば、blockage coefficient は上式を介して直ちに求めることができることになる。

この C あるいは λ については、断面形状が任意であっても解を求めることは一般に可能であるが、断面形状が簡単な柱体列に対しては既に解が得られており、以下ではそれらを示す。

まず厚みのない平板の列に対しては、複葉飛行機の翼列回りのポテンシャル・フローの問題に関連して次式のように C の形が得られている²⁴⁾。

$$C = -\frac{D}{\pi} \log \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{2a}{D} \right) \quad \dots\dots\dots (39)$$

上式は、Mei²⁵⁾によって音響学より導入され、その後わが国の直立消波工に関する研究においてしばしば引用されている「見かけのオリフィス長さ」あるいは「有効慣性長」と呼ばれる理論定数と全く同一のものである。

次に、角柱列についてはいくつかの研究例があるが、実用上計算に用い易いのはFlagg & Newman²⁶⁾およびTaylor²⁷⁾により求められた、小さい開口率の条件の下で有効な以下の漸近解である。

$$C = \frac{b}{2} \left(\frac{D}{2a} - 1 \right) + \frac{D}{\pi} \left\{ 1 - \log \left(4 \frac{2a}{D} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2a}{D} \right)^2 + \frac{281}{180} \left(\frac{2a}{D} \right)^4 \right\} \quad \dots\dots\dots (40)$$

但し、ここに b は列方向に直角な方向の矩形断面の辺長を表している。

最後に、円柱列についてはこれまで具体的にその形に触れた研究例は見られなかったが、最近、角野・小田¹⁸⁾によってその形が示された(論文中では、付加質量係数とすべきところを質量係数とする誤りがある)。但し、それを求めるためには連立方程式を解く必要があるので、その形をexplicit な形で記すことは一般には不可能である。

図-6は、ここに取り上げた平板列および円柱列、正方形断面角柱列の無次元 blockage coefficient

(C/D) の値の開口率による変化の様子を示したものである。
 角柱列に対するものが最も大きく、次いで円柱列、平板列の順と
 なっている。即ち、流れに対する慣性抵抗は、角柱列、円柱列、
 平板列の順に小さくなることが分る。

(c) 外部解

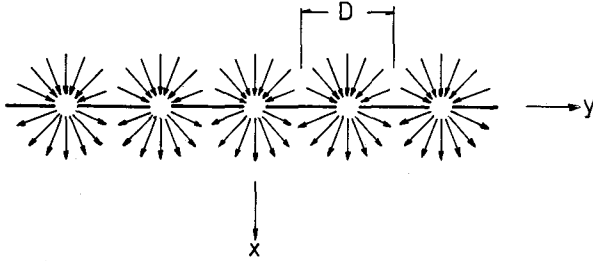


図-7 無限のわき出しとすい込み

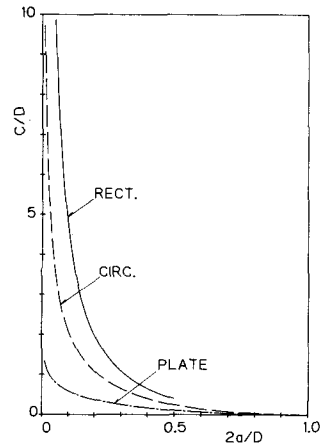


図-6 柱体列の blockage coef.

ここでも、スリットからの流れは前節あるいは前前節同様、0 次の第1種ハンケル関数によって表すことができるが、スリットが y 軸上に無数にあるために、その無限和を考慮にいれなければならない (図-7 参照)。いま、 $y = nD$ にあるスリットからの流れは、

$$F(x, y) = -i/4 \cdot H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + (y - nD)^2}] \quad \dots\dots\dots (41)$$

のように表されるので、外部解としては、無数のスリットに対応して上式の無限和を考慮することにより、以下のように置く。

$$F(x, y) = \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + (y - nD)^2}] + Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (x < 0) \quad \dots\dots\dots (42)$$

$$F(x, y) = -\frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_0^{(1)} [k\sqrt{x^2 + (y - nD)^2}] \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots (43)$$

上式中の各項やその係数の説明は前節におけるのと同じであり、また、

$$A = B \quad \dots\dots\dots (44)$$

の関係が得られることも同様である。

次に、外部解の無限遠点における挙動を求めなければならないが、そのためには、式 (41) のハンケル関数の無限和は $D/L < 1$ の条件下では、

$$F(x, y) = \frac{-i}{2kD} e^{ik|x|} - \frac{1}{kD} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \exp[-i2\pi \nu y/D] \times \frac{\exp[-k|x| \sqrt{(2\pi \nu/kD)^2 - 1}]}{\sqrt{(2\pi \nu/kD)^2 - 1}}$$

$$= \frac{-i}{2kD} e^{ik|x|} - \frac{1}{kD} \sum_{\nu=1}^{\infty} \cos(2\pi \nu y/D) \\ \times \frac{\exp[-k|x| \sqrt{(2\pi \nu / kD)^2 - 1}]}{\sqrt{(2\pi \nu / kD)^2 - 1}} \dots\dots\dots (45)$$

のように表されることを利用する。即ち、無数のわき出しからの波は、隣接わき出し間隔が波長よりも小さい場合には、平面的に進行するただ一つのモードの波と無数の減衰定常波（evanescent waves）との和として表されることになる。一つのモードの進行波が柱体列の背後に透過することは経験的にも知られていることであるが、従来、浮体や鉛直方向に断面が変化する構造物では生ずることが知られていたものの、鉛直側面のみを有する構造物からは発生することがあまり知られていなかった減衰定常波がこのような場合にも発生することが上式に示されている。ちなみに、 $D/L \geq 1$ の条件となるような場合では、無数の、またあらゆる方向に進行する波のモードが現れることが知られている²⁸⁾。

上式の outer limit ($x \rightarrow \pm \infty$) における挙動は容易に証明されるように、右辺の第1項のみとなる。そこで、外部解の outer limit における挙動としてはその形を式(42)および式(43)に代入することにより得ることができる。

さて、本節において matching を行う点はスリットから比較的離れた、一様流をほぼ回復する地点であるので、外部解の inner limit における挙動も平面波によって表現される形を採用することができる。したがって、まず、式(42)および式(43)中のハンケル関数の無限和表現に対して式(45)の平面波表現を用い、さらにその $x \rightarrow 0$ の極限操作を進行波モードに対して行うことにより、外部解の inner limit における挙動を得ることができる。

(d) Matching

matching はこれまでと同様の操作により行うことができ、その操作により、非定常ポテンシャル・フローの慣性抵抗係数 C を波動場に導入できることになる。但し、この際、matching をスムーズに行うためには $D/L \ll 1$ であることが必要となる。

(e) 反射率と透過率

結局、この場合の反射率および透過率の複素形は、以下のように k と C のみの関数の極めて簡単な形で求めることができる。

$$\xi = \frac{kC}{kC + i}, \quad \tau = \frac{i}{kC + i} \dots\dots\dots (46, a, b)$$

これらの実数形は、上式の絶対値をとることにより、

$$r_R = |\xi| = \sqrt{\frac{k^2 C^2}{k^2 C^2 + 1}}, \quad r_T = |\tau| = \sqrt{\frac{1}{k^2 C^2 + 1}} \dots\dots (47, a, b)$$

以上のようにして求められた反射率および透過率は、波長に比べて幅の狭い単一透過堤の反射率と透過率が持つ特徴として近藤²⁾によって指摘されている。

$$\xi + \tau = 1 \quad \dots\dots\dots (48)$$

の関係を満足し、また、

$$r_R^2 + r_T^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (49)$$

のエネルギー保存則および、Twersky²⁹⁾によって満足すべき関係として指摘されている。

$$Re[\tau \cdot \xi^*] = 0, \quad |\tau \pm \xi| = 1 \quad \dots\dots\dots (50, a, b)$$

も満足している。このうち式(50, a)は、反射波と透過波間において位相が90度ずれて保存される関係を示している。式中、*は共役複素数を表す。

(f) スリット通過水粒子速度

本節におけるスリット通過水粒子速度に関する理論展開も、前前節と全く同じ議論ができる。結果的に得られる、スリット通過の水粒子速度の最大値を入射波の水粒子速度の水平成分の最大値で除した流速比 $V_{\max} / u_{\max}$ に関する結果は、

$$V_{\max} / u_{\max} = \frac{1}{(2a/D) \sqrt{\frac{2}{k^2 C^2} + 1}} = r_T / (2a/D) \quad \dots\dots\dots (51)$$

のようである。即ち、スリット通過水粒子速度は、透過波の水粒子速度の水平成分にスリットにおける縮流効果を考慮した値となることが示されている。

以上のようにして、任意断面柱体列の各種の水理量を求めることができた。結果は、二つの無次元量 (D/L と $2a/D$) の関数として表されている(但し、角柱列の場合、 b/D の関数でもある)。この D/L (隣接スリット間隔/波長) のパラメタは、従来のこの種の解析のうち、土木工学の分野の研究においては考慮されていなかった無次元パラメタである。本解析の結果は、柱体列の水理特性を考察するにあたっては本パラメタでもデータを整理する必要があることを示している。

(g) 結果の考察

式(47)の形からも明らかなように、柱体列の反射率(透過率)は、blockage coefficient の値が大きいほど大きい(小さい)。したがって、図-6に示される各種断面に対する C の値の大小を参照してこの結果をみると、同じ開口率の下では、正方形断面角柱列の反射率が最も大きく、円柱列のそれがこれに次ぎ、平板列のそれは最も小さいことになる。また、同じ角柱列でも波向き方向の辺長が直角方向の辺長よりも長いほど C の値は大きくなるので、反射率も大きくなる。透過率およびスリット通過相対水粒子速度については、その順序はこの逆になる。

なお、これまでに見た理論展開では、その外部解において列の厚みの影響は盛り込まれておらず、わき出しとすい込みの配置位置および入射波の反射位置も列の軸中心に一致するものとして取り扱われた。しかし実際にはこの影響が僅かではあるが無視できない程度にある。したがって、ここに得られた結果は平板列に関しては、Lamb⁹⁾ならびに $D/L \ll 1$ の条件下にある Miles¹⁷⁾ の結果とは完全に一致するが、円柱列に関しては Twersky²⁹⁾ の結果と一般に僅かに異なる結果を与えることが最近筆者により明らかにされた。そこで上記の効果を考慮した理論展開を行ったところ、その効果は blockage coefficient の値を

厚みを考慮しない時の値よりも一定量大きく見積もれば算定できることが見い出された。その量 δ は、円柱列については、Twersky の結果との比較より、

$$\delta/D = \pi/8 \cdot (1 - 2a/D)^2 \quad (52)$$

のように求めることができる。また角柱列については、実験値との比較より、

$$\delta/D = \pi/6 \cdot (1 - 2a/D)^2 \quad (53)$$

のように決定することができる。

(5) 多列柱体列³⁰⁾

前節の手法を基本的に踏襲することにより、任意断面の無限柱体列が有限列あるような、いわゆる多列多柱列の問題にも理論を拡張することができる。但しこの場合、前述の列の厚みの影響は blockage coefficient の値を δ だけ増すことの外、列間間隔を 1 列当り δ だけ短くする効果としても現れる。図-8 は、2 列の円柱列に関して、スリットにおけるエネルギー損失の影響が極めて小さい開口率の条件 ($2a/D = 0.23$) における本理論による結果と大楠³¹⁾による線形理論値を実験値とともに示したものである。よく一致してい

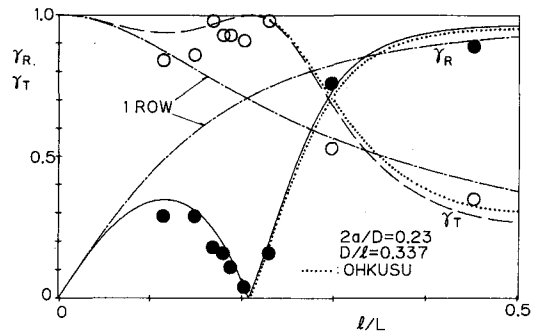


図-8 2列および1列円柱列の反射率と透過率

る両理論値は実験値ともよく合致し、理論の妥当性が示されている。また、2 列の結果は 1 列の場合と比べて大きく傾向が異なり、列間の干渉の効果は極めて大きいことが示されている。

(6) スリットにおけるエネルギー損失の考慮³²⁾

スリットを有する構造物の水理特性を考察する場合、スリットにおける渦の発生に起因するエネルギー損失の影響が無視できない。この効果は、一般にスリット通過水粒子速度の 2 乗に比例するようないわゆる非線形効果であり、線形問題であるこれまでの理論展開に直接的に導入するにはかなりの困難さが伴う。しかし、blockage coefficient を複素数とすれば、この非線形効果を線形理論に実質的に、しかも計算が容易な形で導入することができる。

いま、一般に、静水圧を除く圧力は速度ポテンシャル ϕ を介して、

$$p = -\rho (\partial \phi / \partial t) \quad \dots\dots\dots (54)$$

より求めることができるので、柱体列（何列であっても、また背後に不透過壁があっても構わない）の前後面各々における圧力は、上式に式 (36) および式 (37) より誘導される ϕ を代入し、さらに、 $x = 0$ とおくことにより求めることができる。得られた圧力の差をとれば、

$$\Delta p = 2\rho C \dot{U} \quad \dots\dots\dots (55)$$

の関係を導くことができる。ここに、 $\dot{U}$ は一様流部流速 U の時間微分値を表し、水粒子加速度の水平成分である。

上式よりも明らかなように、blockage coefficient C は、柱体列を過ぎる水粒子の加速度に比例する慣性抵抗の係数としての性格を有していることがここで再確認することができる。また、この式を他の研究者によって示されている運動方程式、例えば谷本・吉本³³⁾による、

$$\Delta p = \frac{1}{(2a/D)^2} \frac{1}{2} \rho f U |U| + \frac{1}{(2a/D)} \rho \varepsilon \dot{U} \quad \dots\dots\dots (56)$$

と比較するとき（ここに、 f は損失係数、 ε は既述の有効慣性長）、他の研究における「有効慣性長」、あるいは「見掛けのオリフィス長さ」と呼ばれるものは、ここでの blockage coefficient と呼ばれる量と全く同一の性質を持つ物理量であることがわかる。

さて、ここで、blockage coefficient C を実部に有し、虚部に任意の係数 C_i を有するような複素定数、

$$C_c = C + iC_i \quad \dots\dots\dots (57)$$

を考えてみる。上と同様の演算をこの C_c を用いて行えば、次式を得る（上の操作において C を C_c で置き換えるだけでよい）。

$$\Delta p = 2\rho C \dot{U} + 2 \rho C_i \sigma U \quad \dots\dots\dots (58)$$

この式よりも明らかなように、 C_i を虚部に持ついわば複素係数の blockage coefficient を導入することにより、水粒子速度（の 1 乗）に比例する抵抗を評価することができ、したがって、この C_i にエネルギー損失の効果を盛り込むことが可能となる。このように $C \rightarrow C_c$ とする場合、例えば式（47, b）の透過率は以下ようになる。

$$\tau_T = |\tau| = \sqrt{\frac{1}{k^2 C^2 + (kC_i + 1)^2}} \quad \dots\dots\dots (59)$$

このような方法によれば、これまでの線形境界値問題の解析において、実係数の blockage coefficient を単に複素係数の blockage coefficient で置き換えるだけでエネルギー損失の効果の算定も可能となり、したがって、計算方法も従来の線形理論によるものをそのまま利用できる利点が生ずることになる。

このようにして導入することができた線形抵抗は、スリット通過の水粒子速度の 2 乗に比例する形を持つエネルギー損失といわゆる「ローレンツの等価仕事原理」によって結び付けることができる。即ち、線形抵抗と非線形抵抗の両者による抵抗が波の 1 周期間になす仕事量が等しいと置くことにより、両者の抵抗に含まれる係数値の相互の関係を決定できる。最終的に得られる本手法における線形抵抗係数 C_i と通常の非線形抵抗係数 f との関係は以下のようである。

$$f = \frac{9\pi (\sinh 2kh + 2kh)}{4(\sinh^2 kh + 3)} \sqrt{k^2 C^2 + (kC_i + 1)^2} \left(\frac{2a}{D}\right)^2 \frac{L}{H} \frac{D C_i}{L D} \quad \dots\dots (60)$$

ここに示されるように、損失係数 f は、 C_i/D のほか、開口率 $(2a/D)$ 、波形勾配 (H/L) 、相対水深 (h/L) 、さらに D/L の無次元量の関数となっている。したがって、本理論においては、スリットにおけるエネルギー損失の非線形効果を考慮する場合に初めて、波形勾配や相対水深の波の特性がパラメタとして現れることが示されている。

なお、ここに求めることができた f と C_i の関係は、1 列の柱体列に対応するものであるが、背後に不透過壁がある直立消波工や多列多柱列の形式では、スリット通過水粒子速度の特性が異なるためにこの関係は変わり、したがって同じ f の値であっても C_i の値は構造物の形式によって異なることになる。

図-9 は、波向き方向の辺長が他辺の 0.5 倍であるような角柱列断面の 1 列の柱体列に関して、その反射率と透過率の線形理論値 ($f=0$) およびエネルギー損失考慮の値

($f=1.5$) を実験値とともに表したものである。エネルギー損失を考慮した理論値は現象を十分に説明できているが、線形理論によってもかなりの程度表現できることが示されている。なお、図中、 $D/L \rightarrow 0$ においては $r_T=0$ 、 $r_R=1$ となるような事実と矛盾した結果が現れているが、これは、ここで考慮しなかった運動量保存則がこの領域においては満足されていないためと思われる。

なお、このように角柱列の場合、 $f=1.5$ の値を用いて計算すれば実験値を十分説明できているが、この値は $b/(D-2a) \div 4.0 \sim 0.5$ 程度の偏平な角柱列断面まで適用でき、さらに円柱列に対しては $f=0.72$ 、また平板列に対しては $f=3.0$ の値とすればよい。

(7) 縦スリット直立消波構造物^{32), 34)}

既に触れた多列多柱列に対する本手法の適用は列の開口率に関わらず行えるので、2 列の角柱列を考え、2 列目の開口率を 0 とすれば縦スリット直立消波工の水理特性を考察することができる。同様に、 N 列の角柱列において最終列の開口率を 0 とすれば、 $N-1$ 重の前面板を有する縦スリット直立消波工の水理特性を考察することもできる。ここでは、通常タイプ (1 枚の前面板) の直立消波工の水理特性について話を進めてみたい。

さて、この場合の反射率は、

$$K_R = \sqrt{1 - \frac{4kC_i'(1 - \cos 2kl)}{2k^2(C^2 + C_i'^2)(1 - \cos 2kl) - 2kC \sin 2kl + 2kC_i'(1 - \cos 2kl) + 1}} \quad \dots\dots\dots (61)$$

のように表される。但し、 C_i' は直立消波工形式における線形抵抗係数であり、 f とは次式で関係づけられている。

$$f = \frac{9\pi (\sinh \frac{2kh}{kh} + 2kh)}{4 (\sinh^2 kh + 3)} \cdot \frac{1}{r} \left(\frac{2a}{D} \right)^2 \frac{L}{H} \frac{D}{L} \frac{C_i}{D} \quad \dots\dots\dots (62)$$

式中の r は次式により算定される。

$$r = \sqrt{\frac{2(1 - \cos 2kl)}{2k^2(C^2 + C_i'^2)(1 - \cos 2kl) - 2kC \sin 2kl + 2kC_i'(1 - \cos 2kl) + 1}} \quad \dots\dots\dots (63)$$

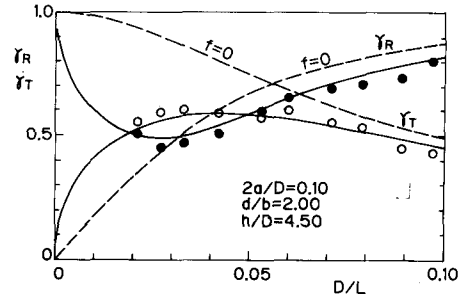


図-9 1 列角柱列の反射率と透過率

式 (61) および式 (63) においては、既述の列の厚みの効果を見積もるため式中の C は δ だけ大きく、また l は δ だけ小さくして (1 列の前面板の場合) 計算する必要がある。

図-10は、正方形断面角柱列の前面板を有する直立消波工の反射率およびスリット通過水粒子速度に関して、本手法による計算値と実験値とを横座標に相対消波室幅 (l/L) をとって示したものである。このとき、 f の値は柱体列に対して用いたのと同じ $f = 1.5$ および $f = 0$ (線形理論値に相当) としている。

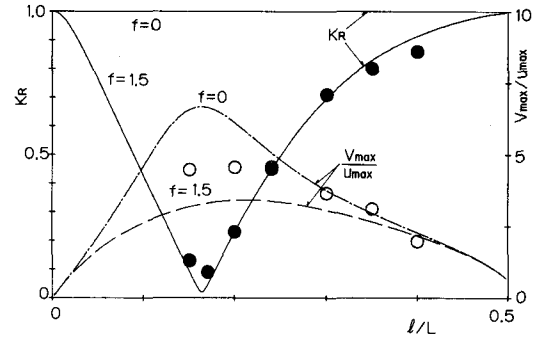


図-10 直立消波工の反射率とスリット通過水粒子速度

図において、 $f = 0$ の場合の線形理論値によってスリット通過水粒子速度はほぼ算定できているものの、反射率は消波工の構造形式および波の特性によらず常に $K_R = 1$ となっており、さらにこの値は $f = 1.5$ とすることによって実験値とよく合致するようになっていくことが注目される。即ち、この種の消波工の消波特性の中、反射率の増減の程度を決定づけるのはスリットにおけるエネルギー損失のみであり、波の位相の干渉等の線形効果はそれには関与していないことを結論づけることができる。したがって、このことと反射率が最小値をとる相対消波室幅においてスリット通過水粒子速度が最大値をとっていることの二つの事実より、消波効果を大きくするためには如何にしてスリット通過水粒子速度を大きくし、なおかつ断面の損失係数値 (f) を大きくするかにあるといえよう。

このうちの前者に対しては、前面板の下部を一部不透過壁として水粒子速度を鉛直方向にも縮流させる方法³³⁾が有効な一方法と思われる。これに対して、列の平面断面を変化させる操作では、線形理論による水粒子速度の最大値は列断面の形状にはよらずに開口率のみによって決定されるので (流速比の最大値は $2/(2a/D)$ となる)、水粒子速度の特性を大きく変化させることは困難であろうと思われる。一方、後者に対する方策としては、円柱よりは角柱というように柱体断面に鋭縁部を設ける方法が考えられる。しかし、水粒子速度の線形理論値からの減少の程度は損失量の大小によるので、 f の値を余りにも大きくすれば十分な速度が得られなくなってしまい、反射率の値は逆に大きくなってしまふことが懸念される。現在のところ f の値は実験的に定める必要があるため、上記3種以外の断面について最適の断面を検討するには、実験による必要がある。

このように、エネルギー損失の量は反射率の値を図-10においていわば上下に移動させる効果をもつが、それを左右に移動させる効果を持つのは柱体列の波向き方向の辺長、即ち前面板の厚みである。紙面の関係でここでは示せないが、前面板の厚みを増すにつれて水粒子速度が最大となる (即ち反射率が最小となる) 相対消波室幅の値は減少する (図で左に寄る)。したがって、設計上の重要な要素である、「特定の周期を持つ消波対象の波に対してできるだけ消波室幅を短くしたい」との要請に対しては、岩垣・樺木³⁵⁾によっても指摘されているように、前面板を厚くすることによってある程度解決できることになり、かつその

程度は本理論により予測できることになる。なお、この水粒子速度が最大となる l/L の値は前面板の厚みを薄くすれば逆に大きくなるが、厚みが 0 の平板列としてもその値は完全重複波相当の $l/L=1/4$ よりも小さい。したがって、一般に、反射率が最小となる $l/L=1/4$ よりも小さくなるのは、前面板の厚みの影響というよりはむしろ前面板が存在すること自体の影響といえる。

(8) 柱体列作用波力³⁶⁾

速度ポテンシャルを求める本手法では、得られた速度ポテンシャルを式 (55) や式 (58) に代入すれば圧力差を求めることができるので、さらにそれを水深および幅方向に積分することにより、柱体列作用波力も容易に算定することができる。

5. 結 言

以上の一連の解析において見たように、 $2a/D$ や D/L などの条件さえ合致していれば現象は構造物の絶対的な大きさによらず同じとなる。したがって理論面からは、対象が港の開口部や柱体列など、規模に大小がある構造物であっても結局は同じものとして扱ってよく、現象を統一的に眺めることができることになる。

Tuck の研究を契機とするように、漸近展開接合法を水の波と構造物との干渉の問題に適用した研究例がいくつか見られるようになった。既述のように、港内副振動などの問題に代表される狭い開口部を有する構造物と波との干渉に関する研究が現在のところその殆どである。しかし、なかにはこの手法を浅海域および深海域と極浅海域のおおのの領域の分散関係式のスムーズな接合関係を求めるために用いた研究例もある³⁷⁾。この小論の構成を考えていた当初、そのような研究例についてももっと詳細に触れるつもりであったが紙数の関係で諦めざるを得なくなった。巻末に係文献としてそれらを挙げておくので興味ある研究者は参照されたい。

最後に、本小論の草稿に目を通して頂き、有益な御助言を頂いた大阪市立大学小田一紀教授に謝意を表します。

引 用 文 献

- 1) Mei, C. C.: The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons, 1983.
- 2) 近藤倅郎: 直立消波構造物の水理的特性, 水工学シリーズ, 81-B-1, 1981.
- 3) 岩田好一郎: 消波構造物による波の反射と透過, 水工学シリーズ 80-B-6, 1980.
- 4) 近藤倅郎・竹田英章: 消波構造物, 森北出版, 1983.
- 5) 岩波数学辞典 (第3版), 岩波書店, 1985.
- 6) Tuck, E. O.: Matching problems involving flow through small holes, C. S. Yih ed., Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York, 1975.

- 7) 松村清重：流体力学における摂動法（基礎，応用編），関西造船協会誌，第197号，201号，1985，1986.
- 8) Rayleigh, Lord : On the passage of waves through apertures in plane screens, and allied problems, Phil. Mag., (5) xliii, 1897.
- 9) Lamb, H. : Hydrodynamics, 6th ed., Dover, 1932.
- 10) Tuck, E. O. : Transmission of water waves through small apertures, JFM., Vol. 49, Part 1, 1971.
- 11) Wehausen, J. V. & Laitone, E. V. : Handb. Phys. Vol. 9. Springer, 1960.
- 12) Mei, C. C. : Q. J. M. A. M., Vol. 19, 1966.
- 13) Guiney, D. C., et. al., : Transmission of water waves through small apertures, JFM., Vol. 55, Part 1, 1972.
- 14) Kakuno, S. : Water-wave transmission and reflection by a vertical aperture in a plane screen, Memoirs of the Faculty of Engineering, Osaka City University, Vol. 23, 1982.
- 15) Kakuno, S. : Water-wave reflection and transmission by an infinite array of vertical flat plates, Theoretical & Applied Mechanics, Vol. 32, 1984.
- 16) 角野昇八・小田一紀・沢田充弘：平板列による波の完全反射の条件，昭和60年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，1985.
- 17) Miles, J. W. : The diffraction of a plane wave through a grating, Quarterly Applied Mathematics, Vol. 7, 1949.
- 18) 角野昇八・小田一紀：任意断面柱体列による波の反射率および透過率の境界値問題解析，土木学会論文集，第369号／II-5，1986.
- 19) 林 泰造・狩野徳太郎・白井増次郎・服部昌太郎：簡型透過性防波堤の水理特性について，第12回海岸工学講演会論文集，1965.
- 20) 林 泰造・服部昌太郎・白井増次郎：透過性鋼管防波堤の水理，第13回海岸工学講演会論文集，1966.
- 21) 林 泰造・服部昌太郎・白井増次郎：透過性鋼管防波堤と底質の移動について，第14回海岸工学講演会論文集，1967.
- 22) 林 泰造・服部昌太郎：透過性鋼管防波堤と基部洗掘，第15回海岸工学講演会論文集，1968.
- 23) Newman, J. N. : Lateral motion of a slender body between two parallel walls, JFM., Vol. 39, 1969.
- 24) Sedov, L. I. : Two Dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics, Wiley, 1965.

- 25) Mei, C. C. et. al. : Quadratic head loss and scattering of long waves, Proc. ASCE, Vol. 100, No. WW 3, 1974.
- 26) Flagg, C. N., & Newman, J. N. : Sway added-mass coefficients for rectangular profiles in shallow water, J. Ship Res., Vol. 15, 1971.
- 27) Taylor, P. J. : The blockage coefficient for flow about an arbitrary body immersed in a channel, J. Ship Res. Vol. 17, 1973.
- 28) Twersky, V. : On multiple scattering of waves, J. Research National Bureau of Standards 64D, 1960.
- 29) Twersky, V. : On scattering of waves by the infinite grating of circular cylinders, IEEE. Trans. on Antennas and propagation, Vol. 10, 1962.
- 30) 角野昇八・小田一紀・阿部 功：任意列，任意断面柱体列周辺波動場の境界値問題解析，第32回海岸工学講演会論文集，1985.
- 31) 大楠 丹：多数の浮体で支持された海洋構造物に作用する波力について，西部造船会会報，Vol. 51, 1976.
- 32) 角野昇八・小田一紀・村本哲二・芳田利春：複素係数の blockage coef.を導入した漸近展開接合法，第33回海岸工学講演会論文集，1986.
- 33) 谷本勝利，吉本靖俊：スリットケーソンの反射率に及ぼす諸要因の影響，第29回海岸工学講演会論文集，1982.
- 34) 角野昇八・小田一紀・伊庭智生・芳田利春：縦スリット直立消波工の水理機能の境界値問題解析，第31回海岸工学講演会論文集，1984.
- 35) 岩垣雄一・樫木 亨：海岸工学，共立出版，1979.
- 36) 角野昇八・小田一紀・井筒清和・村本哲二：任意断面柱体列に作用する波力，昭和62年度土木学会関西支部講演会講演概要，1987.
- 37) Flick, R. E. : Study of shoaling waves in the laboratory, Ph. D dissertation, Univ. of California, San Diego, 1978.

関 係 文 献

引用文献に挙げた1)，6)～10)，13)，37) および筆者などによる研究の他，海岸工学分野では以下に示すような研究例がある。

- 1) Buchwald, V. T. : The diffraction of tides by a narrow channel, JFM., Vol. 46, 1971.
- 2) Leppington, F. G. : On the radiation and scattering of short waves (Part 1-3), JFM., Vol. 56, 59, 1972, 1973.

- 3) Su, C. L., : Asymptotic solutions of resonances in harbors with connected basins, Proc. ASCE, No WW 3, 1973.
- 4) Shaw, R. P. : Channel friction and slope effects on harbor resonance, Proc. ASCE, No WW 3, 1973.
- 5) Newman, J. N. : Interaction of water waves with two closely spaced vertical obstacles, JFM., Vol. 66, 1974.
- 6) Liu, P. L. F. : Scattering of water waves by a pair of semi-infinite barriers, ASME, J. Applied Mech., Vol. 42, 1975.
- 7) Rawlins, A. D. : Note on a paper by Liu on the scattering of water waves by a pair of semi-infinite barriers, ASME, J. Applied Mech., Vol. 48, 1981.
- 8) Ayad, A. M. et. al. : The diffraction of surface waves by plane vertical obstacles, JFM., Vol. 80, 1977.
- 9) Memos, C. D. : Energy transmission by surface waves through an opening, JFM., Vol. 97, 1980.
- 10) Count, B. M., et. al. : The influence of projecting sidewalls on the hydrodynamic performance of wave-energy devices, JFM., Vol. 145, 1984.
- 11) Timman, R. et. al. : Water Waves and Ship Hydrodynamics, Delft Univ. Press, 1985.
- 12) Monkewitz, P. A. et. al., : The response of Helmholtz resonators to external excitation. (Part 1, 2), JFM., Vol. 151, 156, 1985.
- 13) Smallman, J. V. : Diffraction by a gap between two breakwaters : solution for long waves by matched asymptotic expansion, JFM., Vol. 172, 1986.
- 14) Liu, P. L. F. : Effects of depth discontinuity on harbor oscillations, Coastal Engng., 10, 1986.
- 15) Liu, P. L. F. et. al. : Transmission of oblique waves through submerged apertures, Applied Ocean Reseach, Vol. 8, No 3, 1986.