

# 現地波浪の波群の力学的特性

間瀬肇

## 1. まえがき

現地波浪の水位変動、波高、周期等は時間とともに不規則に変動し、次の時間の状況は決定論的には予知できないが、観測結果にはある種の統計的な法則が見られる。水位の出現確率はGauss分布、波高の確率分布はRayleigh分布でほぼ表わされる（このことは数多くの現地観測で確かめられているが、詳細に調べると若干相違する場合がある）。また、波浪のスペクトルは波の発生期・発達期、地域特性に応じてある程度普遍的な形状を持つ。

海の波を観察してみると、その他に、波高の大きな波が何波か続いて現われた後に小さな波が続き、その後また大きな波が現われるといった傾向を有していることに気づく。このような高波の連なり（波群、あるいはwave groupと呼ばれる）や高波が連なって現われる現象（波群化現象、あるいはwave groupingと呼ばれる）が海岸・海洋構造物の安定性に影響を及ぼすことについては、多くの研究者が認めているところである。

波群に関する研究としては、①波群の統計的特性、②海岸・海洋構造物の耐波性に及ぼす波群の影響、③波群構造に関する非線形波動理論、の三つのテーマに大きく分けられる。構造物を設計・施工する土木技術者にとっては、②の問題が非常に重要である。構造物に作用する外力の算定には既存の理論が使われたり、それが不十分な場合には水理模型実験が行われたりする。②の研究によれば、波群は捨石防波堤の安定性<sup>1)</sup>、波の週上<sup>2)</sup>、越波<sup>3)</sup>のほか浮体構造物の長周期動揺や係留力<sup>4)</sup>等に少なからず影響を及ぼすことがわかっており、水理実験において、波のスペクトルだけを再現した不規則波を用いるのでは不十分であると言える。幸い現在では、スペクトルのみならず、波の連なり状況まで再現できる不規則波の数値シミュレーション法が開発されている<sup>5), 6)</sup>。

海岸工学の分野では、これまで①と②の研究が主としてなされてきた。③の研究は近年めざましく発展してきたものである。これら①から③までの研究は、今のところほとんど関連なく進められている状況にある。不規則波浪の波群特性の研究は新しく、研究成果が次第に積み重ねられつつあるが、本小論では、不規則波浪の波群特性の主として力学的側面を解説する。

## 2. 波群特性に関する従来の研究

### 2.1 波群の統計的特性

波群の大きさ、程度を表わすパラメーターとして、次に示すいくつかのものが用いられる。

波高の連  $j(H_c)$  は波高の設定値  $H_c$  を続けて越える波の数であり、高波の繰り返し長さ  $l(H_c)$  はある

波が  $H_c$  を越えてから次に  $H_c$  を越えるまでの波の数である<sup>7)</sup>。これらの平均値がそれぞれ波高の平均連長、高波の平均繰り返し長さである。Funke - Mansard<sup>5)</sup>は、次式で表わされる SIWEH (Smoothed Instantaneous Wave Energy History)を提案した。

$$E(t) = \frac{1}{T_p} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2(t + \tau) Q(\tau) d\tau \quad \dots \quad (1)$$

$$Q(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/T_p & : |\tau| < T_p \\ 0 & : |\tau| \geq T_p \end{cases} \quad \dots \quad (2)$$

ここで、 $T_p$  はスペクトルのピーク周期、 $\eta(t)$  は水位変動、 $\tau$  はタイムラグ、 $Q(\tau)$  は三角形データウインドーである。この SIWEH は、Mark<sup>8)</sup>により提案された物理スペクトルを周波数について積分した瞬間パワーの期待値と、データウインドーと同じものに選べば同一である<sup>9)</sup>。SIWEH の変動係数が Groupiness Factor と呼ばれる波群の程度を表わすパラメーターである。

スペクトル幅パラメーターやスペクトルの尖鋭度パラメーターは、波高の平均連長や高波の平均繰り返し長さを推定するためのパラメーターとして使われたりする。前後の波高の相関係数は、それ自身波群の程度を表わすパラメーターとして使われたり、波高の連や高波の繰り返し長さの確率分布を規定するパラメーターとして使われたり、また尖鋭度パラメーターに関係づけられたりする。なお、スペクトルの尖鋭度パラメーター  $Q_p$  は次式で定義される<sup>7)</sup>。

$$Q_p = 2 \int_0^{\infty} f S^2(f) df / \left( \int_0^{\infty} S(f) df \right)^2 \quad \dots \quad (3)$$

ここで、 $f$  は成分波の周波数、 $S(f)$  は波のエネルギースペクトルである。

Goda<sup>7)</sup>は、波高をランダム変量と仮定した波高の連長の確率分布の理論を示した。Nolte - Hsu<sup>10), 11)</sup>および Ewing<sup>12)</sup>は、包絡波形の解析法を利用して波高の連の確率分布の理論を示した。Kimura<sup>13)</sup>は、波高の時系列を単純マルコフ過程と仮定した（前後の波高の相関を考慮した）連の確率分布の理論を提案している。Elger ら<sup>14)</sup>は従来の連の理論をレビューし、また理論の誘導過程に含まれる矛盾点を整理している。

Wilson - Baird<sup>15)</sup>はカナダ東部沿岸、Rye<sup>16)</sup>はノルウェー西部、合田・永井<sup>17)</sup>は日本の各港湾において得られた波浪観測記録を用いて、Goda の連の理論値や、数値シミュレーションによって得られる波高の平均連長と、観測値とを比較している。これらの研究によると、波浪の波高の連長は Goda の理論値より大きいこと<sup>15), 16)</sup>、あるいは数値シミュレーション結果よりも概して大きいこと<sup>17)</sup>、Storm の発達期の方が減衰期よりも前後の波高の相関係数や平均連長が大きいこと<sup>16)</sup>が報告されている。Elger ら<sup>14)</sup>は、現地観測結果と理論結果との比較はしないで、現地波浪のスペクトルに対し 100 組の不規則波をシミュレートし、それらの波高の連長の出現率や平均連長の統計的変動を考慮しながら、線形フーリエ成分波の重ね合わせで現地波浪の波群特性を説明できるかどうかに重点を置いて調べた。そして、碎波の影響が

ない場合には成分波の線形重ね合わせで現地波浪の波群特性を再現できるが、碎波の影響が含まれる浅海波浪については、成分波の線形重ね合わせでは説明し得ないことを示した。

水深の減少に伴う波群特性の変化は、岩垣ら<sup>18)</sup>およびThompson-Seelig<sup>19)</sup>によって調べられた。その結果、碎波帯のある地点で波高の平均連長や高波の平均繰り返し長さが極大となることがわかった。

## 2.2 波群に関する非線形波動理論

波の基礎方程式の境界条件は非線形である。3次のオーダーの解析になると、互いに干渉しあって別の第4の波に連続的にエネルギーが移行する三つの波の組み合わせがあることがPhillips<sup>20)</sup>によって示された。

これと似た現象が Benjamin-Feir<sup>21)</sup> の波の不安定といわれるものである。波を発生させる時、基本波（搬送波、carrier wave）の振幅に比べて非常に小さい振幅を持ち、位相関数は基本波のそれをはさんでわずかに異なる、二つの擾乱波が付随する場合を考える。基本波二つと擾乱波一つの干渉の結果、他の一つの擾乱波にエネルギーが移行し、発生させようとした Stokes 波は一定振幅を保てなくなる（擾乱波の振幅は指数関数的に増加していく）。これを Benjamin-Feir の不安定という。波が不安定となる条件は、

$$0 < \Delta \leq \sqrt{2} k_0 a_0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

で与えられ、波が最も不安定となるのは次の場合である。

$$\Delta = k_0 a_0 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

ここで、 $\Delta$  は基本波と擾乱波との無次元周波数差、 $a_0$  と  $k_0$  は基本波の振幅と波数である。ただし、これらは深海の場合の条件式である。その結果、振幅変調周期が  $2\pi/(\Delta\omega_0)$  なる群波（波群構造）が形成される。任意水深の場合も Benjamin<sup>22)</sup> によって扱われ、Stokes 波の変調不安定は  $k_0 h > 1.36$  ( $h$  は水深) の場合に起こることが示された。

非線形 Schrödinger 方程式は弱非線形波列の包絡波形の時間発展（time evolution）を記述する（Benney-Newell<sup>23)</sup>, Zakharov<sup>24)</sup>, Hasimoto-Ono<sup>25)</sup>, Davey-Stewartson<sup>26)</sup>, Yuen-Lake<sup>27)</sup>, Mei<sup>28)</sup>）。この方程式を用いても波の変調不安定を解析することができる。その他にも非線形 Schrödinger 方程式は非常に興味深い解の特性を有している。

3次オーダーの非線形 Schrödinger 方程式の分散係数と非線形係数が同符号の場合、局在化した擾乱の時間発展は逆散乱法で解析的に解くことができ、その解析結果としていくつかの安定な包絡ソリトン（envelope soliton）としっぽ（tail）に分裂することが示され（Zakharov-Shabat<sup>29)</sup>），実験的にも確かめられている（Yuen ら<sup>27)</sup>）。一定振幅を持つ波列の場合には、数値計算によって一定波列に擾乱を加えて時間発展を調べ、FPU 再帰現象が見られることが示された。これは実験的にも確かめられているが、初期波形勾配が大きくて、部分的に碎波が生じる条件下では完全な再帰現象は見られず、搬送周波数が低周波数側へ移行する（Lake ら<sup>30)</sup>, Melville<sup>31)</sup>）。Su<sup>32)</sup> の一定振幅を持つ有限長さの单一波群の

伝播変形の実験によると、初期波形勾配が小さい時でも搬送周波数が低周波数側に移行し、形成される包絡ソリトンは搬送周波数が小さいほど大きな振幅となる。Lo-Mei<sup>33)</sup> は、4次オーダーの非線形 Schrödinger 方程式の数値計算により、Su の実験結果の説明を試みている。

波の変調不安定の解析に当り、非線形 Schrödinger 方程式を2次元に拡張すると不都合なことが起こる。そのため2次元の場合、Zakharov 方程式が用いられる（Zakharov<sup>24)</sup>、Crawford ら<sup>34)</sup>、Stiassnie-Shemer<sup>35)</sup>）。1次元の場合、非線形 Schrödinger 方程式では考慮できない有限振幅性が考慮できる（Crawford ら<sup>34)</sup>）。他に Stokes 波の分岐解が導かれる（Saffman-Yuen<sup>36)</sup>）。

### 3. 現地波浪の波群の力学的特性

#### 3.1 波浪の振幅変調

ここでは、波の変調不安定という観点から現地波浪の波群特性を考察することを目的とし、波群特性を表わす統計量として波の振幅変調周期（これを代表的な波の周期で割れば高波の繰り返し長さに対応する）を取り上げ、その実測値と非線形波動理論の一つである Zakharov 方程式を用いて得られる波の振幅変調周期を比較・検討した著者らの研究<sup>37)</sup>について述べる。

##### (1) 変調不安定の理論

波の変調不安定を解析する場合、有限振幅の影響を考慮できる Zakharov 方程式を用いなければならぬことが、Crawford ら<sup>34)</sup>によって示された。

いま  $B(\mathbf{k}, t)$  を振幅スペクトルとすれば、Zakharov 方程式は次のように表わされる。

$$i \frac{\partial B(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = \iiint_{-\infty}^{\infty} T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) B^*(\mathbf{k}_1, t) B(\mathbf{k}_2, t) B(\mathbf{k}_3, t) \\ \times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \exp [i \{ \omega(\mathbf{k}) + \omega(\mathbf{k}_1) \\ - \omega(\mathbf{k}_2) - \omega(\mathbf{k}_3) \} t] d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 \quad \dots \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{k}$  は  $(k_x, k_y)$  なる波数ベクトル、 $\omega(\mathbf{k})$  は  $\omega(\mathbf{k}) = (g|\mathbf{k}| \tanh |\mathbf{k}| h)^{\frac{1}{2}}$  の分散関係を満たす角周波数、 $i$  は  $\sqrt{-1}$  の虚数単位、\* は共役複素数、 $\delta$  はデルタ関数であって、この式は振幅スペクトル  $B(\mathbf{k}, t)$  の相互干渉を表わしている。 $T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$  は積分核であり、以後  $T_{0,1,2,3}$  のように波数を略して記す。

波数ベクトル  $\mathbf{k}_0 = (k_0, 0)$  を持つ一定振幅の波列は次のようになる。

$$B_0(\mathbf{k}_0, t) = b_0 \exp(-i T_{0,0,0,0} b_0^2 t) \quad \dots \quad (7)$$

搬送波の振幅  $a_0$  と式(7)の  $b_0$  には

$$b_0 = \pi \sqrt{2g/\omega_0} a_0 \quad \dots \quad (8)$$

の関係がある。ここで、 $g$  は重力加速度である。この一定波列に  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 - \mathbf{K}$  および  $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_0 + \mathbf{K}$  の波数を持ち、振幅がそれぞれ  $B_1(\mathbf{k}_1, t)$ 、 $B_2(\mathbf{k}_2, t)$ （ただし、 $|B_1|, |B_2| \ll |B_0|$ ）の擾乱波が加わっ

た場合を考える。式(6)から、微小量の2次のオーダーを無視して、次式が得られる。

$$i \frac{d B_1}{d t} = 2 T_{1,0,1,0} b_0^2 B_1 + T_{1,2,0,0} B_2 * b_0^2 \exp(-i\tilde{\omega}t) \quad \dots \quad (9)$$

$$i \frac{d B_2}{d t} = 2 T_{2,0,2,0} b_0^2 B_2 + T_{2,1,0,0} B_1^* b_0^2 \exp(-i\tilde{\omega}t) \quad \dots \quad (10)$$

ここで、

$$\tilde{\omega} = (2\omega_0 - \omega_1 - \omega_2) + 2T_{0,0,0,0} b_0^2 \dots \quad (11)$$

である。

$B_1, B_2$  に次の解を仮定する。

$$B_1 = b_1 \exp \{ -i (0.5 \tilde{\omega} - Q) t \} \quad \dots \quad (12)$$

$$B_2 = b_2 \exp \{ -i (0.5 \tilde{\omega} + Q) t \} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

これらを式(9)および(10)に代入し、その結果から  $b_1, b_2$  が有意な解を持つ条件として、

$$\begin{aligned} Q &= (T_{2,0,2,0} - T_{1,0,1,0}) b_0^2 \\ &\pm \sqrt{\{0.5 \tilde{\omega} - (T_{1,0,1,0} + T_{2,0,2,0}) b_0^2\}^2 - T_{1,2,0,0} T_{2,1,0,0} b_0^4} \dots \quad (14) \end{aligned}$$

が得られる。 $\Omega$  が虚数の場合、攪乱波は時間とともに増大し、振幅変調が現われることになる。

波はすべて一方向に伝播する場合を考え、 $K = (K_x, 0)$  とし、無次元波数差  $\kappa = K_x / k_0$  を定義する。

図-1は、変調モードの無次元増加割合  $2Im(\Omega) / (\omega_0 k_0^2 a_0^2)$  を、搬送波の波形勾配  $k_0 a_0$  をパラ

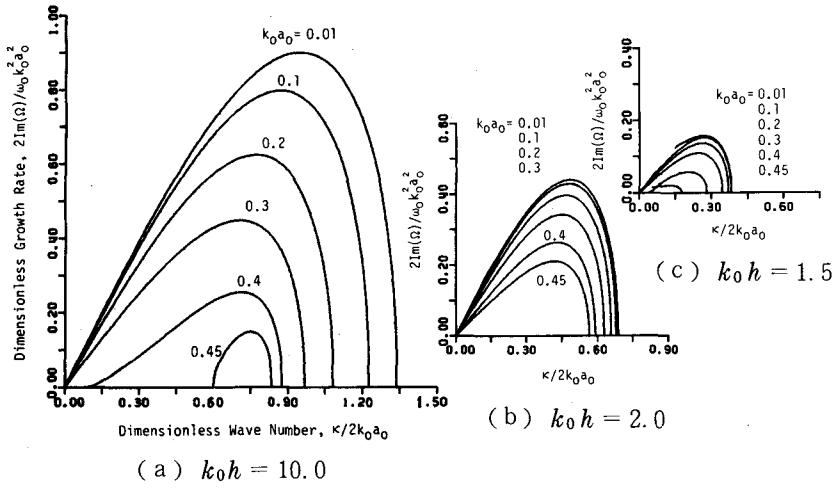


図-1 波の不安定ダイアグラム

メーターとして、無次元波数差  $\kappa$  を  $2k_0 a_0$  で割ったものに対して求めた結果を示したものである。ここで、

$Im$  は複素数の虚数部を意味する。 (a) は水深波長比  $k_0 h$  が 10.0 の場合(これは深海の条件となっており Crawford らの結果と同じである), (b) は 2.0, (c) は 1.5 の場合である。例えば, (a) 図で波形勾配  $k_0 a_0$  が 0.1 の場合,  $0 < \kappa/2k_0 a_0 < 1.23$  なる条件で変調不安定が起こることを示している。深海における非線形波列の実験では, 一定振幅の波を造波していても, 伝播距離が増加すると変調モードが発達してきて, 波はビートを打つようになる。例えば, 図の (a) の深海の場合, 波形勾配  $k_0 a_0$  が 0.1 の波を造波すると,  $\kappa/2K_0 a_0$  が約 0.87 となる変調モードが発達してくる。しかし, この変調モードは永久に増加し続けるのではなく, 後に減少し, FPU 現象が見られるものである。

図-1 から,  $k_0 a_0 \leq 0.3$  の場合には, 水深波長比  $k_0 h$  が減少するにつれ, 同じ波形勾配の波に対して, 変調不安定となる波数差の領域が狭くなるとともに, 時間的増加割合も減少していくことがわかる。また, 水深波長比が 1.36 より小さくなると変調不安定はもはや起こらない。

実測値と比較するための波の振幅変調周期は次のようにして求める。波が最も不安定となる場合の  $\kappa$  が求まれば, その関数である変調モードの周波数は

$$\omega_1' = \omega_1 + 0.5 \tilde{\omega} - Re(\Omega) \quad \dots \quad (15)$$

$$\omega_2' = \omega_2 + 0.5 \tilde{\omega} + Re(\Omega) \quad \dots \quad (16)$$

となる。ここで,  $Re$  は複素数の実数部を意味する。一方, 非線形性による周波数のずれを搬送波にくり込んで, 主要波の周波数は次のように求められる。

$$\omega = \omega_0 + T_{0,0,0,0} b_0^2 \quad \dots \quad (17)$$

これらを用いて無次元周波数差は

$$\begin{aligned} \Delta &= (\omega - \omega_1') / \omega = (\omega_2' - \omega) / \omega \\ &= \{ 0.5 (\omega_2 - \omega_1) + Re(\Omega) \} / \omega \quad \dots \quad (18) \end{aligned}$$

で与えられる。波の振幅変調周期は次のようになる。

$$T_g = 2\pi / \Delta \omega \quad \dots \quad (19)$$

以上の式の展開においては, 搬送波の波数  $k_0$  と振幅  $a_0$  を用いている。実際に実験および現地観測で測定できるものは波高  $H$  と周期  $T$  である。従って, この  $H$  と  $T$  を用いて搬送波を推定しなければならない。近似的には,  $T$  と水深から微小振幅波理論により波数  $k_0'$  が得られ,  $H$  の 1/2 倍として振幅  $a_0'$  が得られる。これらの波数と振幅を用いて式 (8) と (17) から  $\omega$  が計算でき, これより  $T = 2\pi/\omega$  と求められる。この  $T'$  と測定された  $T$  は等しくない。 $T' = T$  となるような  $k_0$  と  $a_0$  は 3 次のオーダーの Stokes 波理論から求められる。しかし, 解析する現地波浪はもともと一定振幅, 周期の波ではなく, 搬送波としてどのような代表量を用いればよいかは明らかではなかったので, とりあえず有義波と平均波を搬送波として用いた。結果としては, 平均波を用いるのが良かった。

## (2) 用いた波浪観測記録

解析に用いた観測資料は, 彦根愛西地区における 1975 年 10 月 5 日 11 時 27 分から 5 時間, 10 月 5 日 18 時 00 分から 5 時間, 10 月 5 日 23 時 00 分から 5 時間および 12 月 16 日 18 時 30 分から 5 時間の

四つの連続記録である。解析に当っては、それぞれ5時間の連続記録を20分ごとに分割し、その間の波浪は定常であるとして取り扱った。

### (3) 振幅変調周期に関する観測結果と理論結果の比較

現地波浪の振幅変調周期は、次の二通りの方法で求めた。  
 ① SIWEHのスペクトルを計算し、そのスペクトル密度が最大となる周期を代表値とする。  
 ② SIWEHにもう一度数値フィルターをかけ滑らかな波形とし、その波形に対して、平均値  $\bar{E}$  を基準としてゼロアップクロス法で個々の周期を求め、その平均を代表値とする。

②で用いたフィルターは SIWEH のスペクトルのピーク周波数の 0.5 倍以下および 1.5 倍以上の成分波の振幅をすべて 0 とするものである。スペクトルのピーク周波数は分解周波数、自由度の取り方によって少しずつ異なるが、多少ピーク周波数の算定がずれても②の方法で算定される平均周期はほとんど変化しなかった。また、二通りの方法で求めた波の振幅変調周期を比較したところほぼ一致した。

図-2 は、観測値  $(T_g)_{MF}$  と、搬送波として平均波を用いて Zakharov 方程式より算定される理論値  $(T_g)_{CM}$  の両者を比較したものである。図中、 $k_m h < 2.1$  (添字  $m$  は平均波を用いたことを示す) の場合は・印でプロットしてある。全体的には  $(T_g)_{CM}$  の方が  $(T_g)_{MF}$  より若干大きくなっているが、 $k_m h < 2.1$  のケースを除いて比較すると、両者の対応はかなり良い。

解析に用いた Zakharov 方程式は、一定水深に対するものである<sup>35)</sup>。現地は海底勾配が約 1/50 で水深変化がある。波浪は水深が 4m の地点で測定されたものであり、そこで観測されるものにはそれより沖の特性も残っている。今回の解析結果は、 $k_m h > 2.1$  の水深がある程度大きい場合には、その地点の水深だけを考えて（それより沖の水深変化を考えなくても）

Zakharov 方程式を用いて波の振幅変調周期が算定できることを示している。水深波長比が小さい場合には、図-1 に見られたように、理論では変調モードの時間的発達割合が小さくなり、また搬送波の周波数と変調モードの周波数の差が小さくなっている、変調周期が大きくなる。すなわち、 $k_m h < 2.1$  の場合には、その地点で本来形成されるべき振幅変調が十分起こっておらず、それより沖の地点で卓越していた変調周期の影響が残っているために、実測値は理論値より小さくなるのではないかと考えられる。

水理実験では、現地波浪の再現は、波のスペクトルを再現させることを第一の目標とする。しかし、より現実に近い不規則波をシミュレートするためには、波の連なりを考慮しなければならない。現在では、波のスペクトル形のみならず、SIWEH 波形を再現する不規則波のシミュレーションが開発されているが、用いる SIWEH 波形は、その繰り返し周期の平均値（期待値あるいは SIWEH のピーク周期）が波高・周期から理論的に決まる振幅変調周期と一致するようにしなければならない。

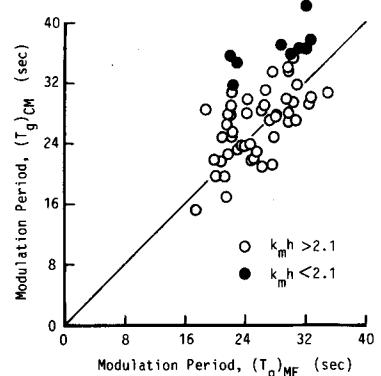


図-2 振幅変調周期に関する観測結果と理論結果の比較

### 3.2 伝播に伴う波群特性の変化

ここでは、伝播に伴う不規則波浪の波群特性の変化を、波群の発達（evolution）ならびに振幅変調（modulation）という観点から検討した著者らの研究<sup>38), 39)</sup>について述べる。

#### (1) 単一波群の伝播変形<sup>38)</sup>

一定水深領域を伝播する单一波群（包絡波形が1/2周期の正弦波形となるようにシミュレートしたsin型波群および包絡ソリトンをシミュレートしたsoliton型波群）の変形を、水理実験ならびに次式で表わされる3次のオーダーの非線形 Schrödinger 方程式<sup>28)</sup>の数値計算の両面から検討した。

$$-i \frac{\partial A}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \beta |A|^2 A = 0 \quad \dots \quad (20)$$

$$\alpha = \left( \frac{C_g^2}{2\omega_0} - \frac{\omega_0 h \cosh^2 k_0 h}{k_0 \sinh 2k_0 h} + \frac{C_g h \sinh k_0 h}{\cosh k_0 h} \right) / C_g^3 \quad \dots \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \beta = & \left\{ \frac{\omega_0 k_0^2}{16 \sinh^4 k_0 h} (\cosh 4k_0 h + 8 - 2 \tanh^2 k_0 h) \right. \\ & \left. - \frac{\omega_0 (2\omega_0 \cosh^2 k_0 h + k_0 C_g)^2}{2 \sinh^2 2k_0 h (gh - C_g^2)} \right\} / C_g \quad \dots \quad (22) \end{aligned}$$

$$\xi = x / C_g - t \quad \dots \quad (23)$$

ここで、 $C_g$  は群速度である。

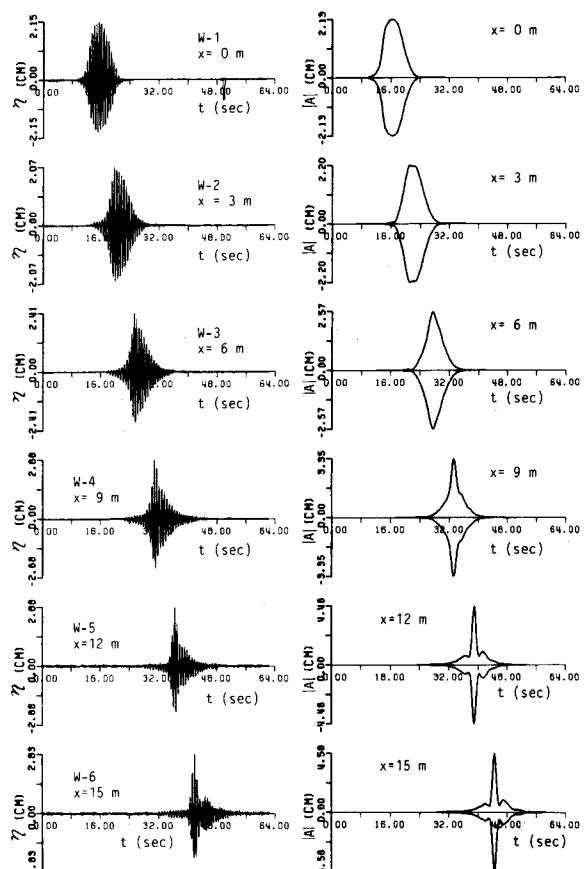
実験結果は水槽底面および側壁の摩耗のため、それらの影響を考慮していない計算結果と比べると、包絡波形の振幅の値そのものは実験結果の方が小さくなっていること、波群の分裂に関して計算結果が実験結果より早く起こることの相違点はあるが、最大振幅が図の上で同じ長さになるようにプロットすると、図-3 および図-4 に見られるとおり両者は良く一致する。非線形 Schrödinger 方程式に粘性摩擦の効果を表わす項を導入した計算結果は、より実験結果と一致するようになる<sup>40)</sup>。

sin型波群は安定ではなく、伝播に伴って変形し、 $k_0 h > 1.36$ なる場合には、包絡ソリトンが形成される。 $k_0 h < 1.36$ の場合には、波群は扁平化していく。水深が 50 cm で安定であるようにシミュレートした包絡ソリトンは、50 cm の一定水深領域を伝播してもやはり変形しない。しかし、その包絡ソリトンが水深が 30 cm や 15 cm の浅い一定水深領域を伝播すると変形する。 $k_0 h > 1.36$ であれば、その水深に対して安定な包絡ソリトンが形成されるが、 $k_0 h < 1.36$ の場合には、図-4 に見られるように包絡ソリトンは扁平化する。

#### (2) 不規則波浪の伝播に伴う波群特性の変化<sup>39)</sup>

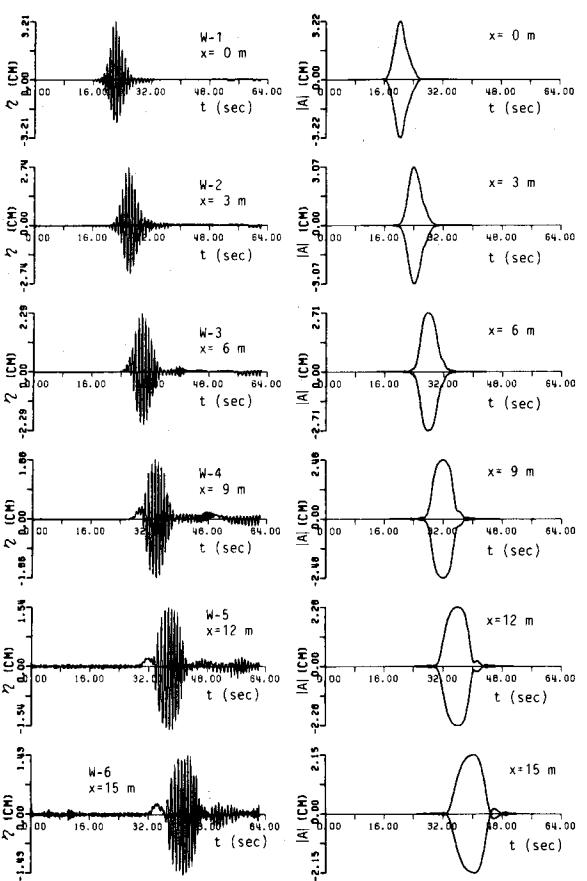
海岸工学の分野における不規則波浪の波群特性についての研究は、ある地点における波高の連、前後の波高の相関係数といった統計諸量を波のスペクトル形との関連において調べたものがほとんどで、波の伝播方向にどのように波群特性が変化するかについては調べられていない。

波群化の程度を表わす代表量として、Groupiness Factor と波高の平均連長を取り上げ、波の伝播に伴



(a) 実験結果

(b) 計算結果

図-3 sin型波群の伝播変形 ( $k_0 h = 2.74$ )

(a) 実験結果

(b) 計算結果

図-4 soliton型波群の伝播変形 ( $k_0 h = 1.09$ )

うそれらの変化傾向を調べた。その結果を図-5に示す。No.1から6の相対水深  $k_{1/3} h$ （添字 $1/3$ は有義波を用いたことを示す）はそれぞれ 0.63, 0.84, 0.99, 1.40, 2.05 および 2.69 である。 $k_{1/3} h < 1.0$  の実験ケースの場合には、無次元伝播距離  $k_{1/3} x$  が増加しても Groupiness Factor はあまり変化しない場合と、 $k_{1/3} x$  の増加とともに減少する場合がある。一方、波高の平均連長は伝播に伴い増加の傾向にある。これは不規則波を構成する波群が扁平化していくためであると考えると説明できる。 $k_{1/3} h > 2.0$  の実験ケースの場合、伝播距離の増加に伴い Groupiness Factor が増加するとともに、波高の平均連長も増加する。これは伝播に伴い変調モードが卓越してきて波群化が進むためであると考えると説明できる。

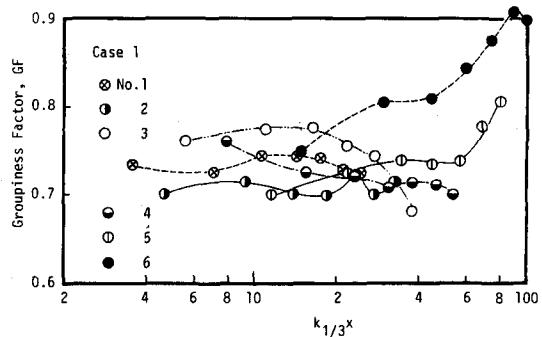
図-6には波のエネルギースペクトルの変化について調べた結果の一例を示してあるが、 $k_{1/3} h \geq 1.40$  の実験ケースの場合には、伝播に伴いスペクトルのピーク周波数のエネルギー密度が減少していき、それ

にかわって低周波数モードのスペクトル密度が増加してきて新たにスペクトルのピークとなるという現象が見られた。この現象は、非線形波列のスペクトルの変化<sup>30)</sup> および風波の発達過程のスペクトルの変化<sup>41)</sup> に見られるものと同じであり、波の変調不安定性に起因するものである。

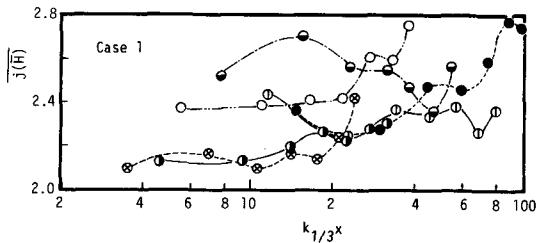
### 3.3 うねりの波高の連

実際に観測したうねりの波高の連を解析した研究には、Goda<sup>42)</sup> および Thomas ら<sup>43)</sup> のものがある。一般にスペクトルが鋭いほど波高の連は大きくなるが、Goda や Thomas らが整理したうねりの波高の平均連長は、同程度の  $Q_p$  の値を持つ数値シミュレーションによる不規則波の平均連長よりも概して大きくなっている (Goda の Fig. 23, Thomas らの Fig. 7 参照)。

うねりが観測された地点は水深が浅く、そこではもはや包絡ソリトンは安定な基本モードとはなり得ない条件となっている。水深が 50 cm



(a) Groupiness Factor



(b) 波高の平均連長

図-5 無次元伝播距離に対する Groupiness Factor と波高の平均連長の変化

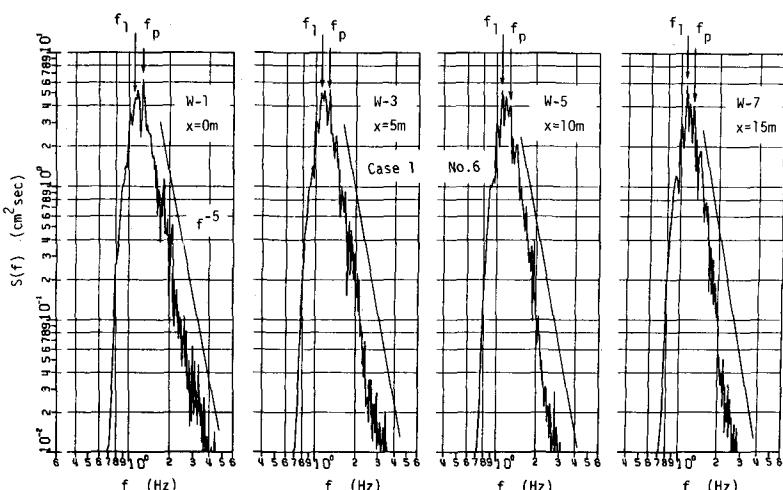


図-6 伝播に伴うスペクトルの変化

の場合に安定な包絡ソリトンが、水深15cmの一定水深領域を伝播していく時の包絡波形の変形について調べた結果によれば、包絡波形は伝播に伴って振幅が減少していくとともに、その長さは増加していき、波群は扁平になっていくことがわかった。一定水深のこの実験と、うねりが観測された現地では状況は異なるが、包絡波形の変形に関するプロセスとしては、ほぼ同様な現象が生じているのではないかと考えられる。ここでは波の伝播過程に注目して、著者らはうねりの波群構造について次のように考察した。

深海域を狭帯域スペクトルのうねりが長距離伝播する過程で包絡ソリトンが形成され、この包絡ソリトンを基本モードとする波群構造が形成される。そして、この波群が浅海に入り伝播していくうちに、それぞれの包絡ソリトンは振幅が減少し、また幅が広くなって、扁平な波群が連なったものとなる。そのため、うねりの波高の連は、線形成分波を重ね合わせて目標とするスペクトル形を再現させた不規則波の連長より大きくなる。(ここでは、包絡ソリトンの形成を考えたが、包絡ソリトンでなくとも、任意の波群は浅海域を伝播するうち扁平化するため連長が長くなる。)

この解釈は、個々波がソリトン化していくために、包絡ソリトンが崩壊していくという土屋ら<sup>44)</sup>の説明と似ているが、ここでは波群を構成する個々の波がソリトン化していくためであると考えないで、 $k_0 h < 1.36$ なる浅海域を包絡ソリトンが伝播していく過程で扁平化していくと考える点が異なる。

## 5. あとがき

以上、不規則波浪の波群特性の主として力学的特性を述べてきたが、基礎として用いた非線形波動理論は近年発展めざましいものである。これらは多少取りつきにくいが、波群特性の力学的性質を説明するのに役立つばかりでなく、波動理論そのものとしても非常に興味深いテーマである。非線形 Schrödinger 方程式は、最近流行の屈折・回折方程式と深く係っている<sup>45)</sup>。

本小論が多少なりとも現地波浪の波群特性に関する今後の研究の助けとなれば幸いである。なお、本小論は、著者が前京都大学工学部岩垣雄一教授（現名城大学理工学部）の御指導のもとで行った研究成果の一部であり、岩垣教授に謝意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) Johnson, R. R., E. P. D. Mansard and J. Ploeg : Effects of wave grouping on break water stability, Proc. 16th ICCE, ASCE, pp. 2228 - 2243, 1978.
- 2) 間瀬 肇・土居宏行・岩垣雄一：不規則波の遇上特性に及ぼす Wave Grouping の影響に関する実験的研究, 第30回海講, pp. 114-118, 1983.
- 3) 木村 晃・瀬山 明・山田敏彦：不規則波の短時間越波量の確率特性, 第28回海講, pp. 335-338, 1981.
- 4) Spangenberg, S. : The effect of wave grouping on slow drift oscillations of an offshore structure, Danish Ship Res. Lab., Bul. No. 46, 51p., 1980.

- 5) Funke, E. R. and E. P. D. Mansard : Synthesis of realistic sea states in a laboratory flume, National Res. Council of Canada, Hydraulics Lab. Rept., LTR - HY - 66, 54 p., 1979.
- 6) Mase, H., N. Kita and Y. Iwagaki : Random wave simulation considering wave groups, Coastal Eng. in Japan, Vol. 26, JSCE, pp. 61-75, 1983.
- 7) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 9, No. 3, pp. 3-57, 1970.
- 8) Mark, W. D. : Spectral analysis of the convolution and filtering of nonstationary stochastic processes, Jour. Sound Vib., Vol. 11, No. 1, pp. 19-63, 1970.
- 9) 間瀬 肇・古室健史・岩垣雄一：伝播に伴う Wave Group 特性の変化，第31回海講，pp. 158 - 162, 1984.
- 10) Nolte, K. G. and F. H. Hsu : Statistics of ocean wave groups, Prepr. 4th OTC, No. 1688, 1973.
- 11) Nolte, K. G. and F. H. Hsu : Statistics of larger waves in a sea state, Proc. ASCE, Vol. 105, No. WW 4, pp. 470-474, 1979.
- 12) Ewing, J. A. : Mean length of runs of high waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 78, No. 12, pp. 1933-1936, 1973.
- 13) Kimura, A. : Statistical properties of random wave groups, Proc. 17th ICCE, ASCE, pp. 2955-2973, 1973.
- 14) Elgar, S., R. T. Guza and R. J. Seymour : Groups of waves in shallow water, Jour. Geophys. Res., Vol. 89, No. C 3, pp. 3623-3634, 1984.
- 15) Wilson, J. R. and W. F. Baird : A discussion of some measured wave data, Proc. 13th ICCE, ASCE, pp. 113-130, 1972.
- 16) Rye, H. : Wave group formation among storm waves, Proc. 14th. ICCE, ASCE, pp. 163-183, 1974.
- 17) 合田良実・永井康平：波浪の統計的性質に関する調査・解析，港研報告，第13巻，第1号，pp. 3 - 37, 1974.
- 18) 岩垣雄一・間瀬 肇・古室健史：不規則波の碎波変形特性に関する研究，京大防災研年報，第26号 B - 2, pp. 55.9 - 575, 1983.
- 19) Thompson, E. F. and W. N. Seelig : High wave grouping in shallow water, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., Vol. 110, No. 2, pp. 139-157, 1984.
- 20) Phillips, O. M. : On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Jour. Fluid Mech., Vol. 9, pp. 193 - 217, 1960.

- 21) Benjamin, T. B. and J. E. Feir : The disintegration of wave trains on deep water, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 27, pp. 417 - 430, 1967.
- 22) Benjamin, T. B. : Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems, *Proc. Royal Soc. Lond. A* 299, pp. 59 - 75, 1967.
- 23) Benney, D. J. and A. C. Newell : The propagation of nonlinear wave envelopes, *Jour. Math. Phys.*, Vol. 46, pp. 133 - 139, 1967.
- 24) Zakharov, V. E. : Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid, *Jour. Appl. Mech. Tech. Phys. (Engl. Transl.)* 2, pp. 190 - 194, 1968.
- 25) Hasimoto, H. and H. Ono : Nonlinear modulation of gravity waves, *Jour. Phys. Soc. Japan*, Vol. 33, No. 3, pp. 805 - 811, 1972.
- 26) Davey, A. and K. Stewartson : On three-dimensional packets of surface waves, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 338, pp. 101 - 110, 1974.
- 27) Yuen, H. C. and B. M. Lake : Nonlinear deep water waves, *Phys. Fluids*, Vol. 18, pp. 956 - 960, 1975.
- 28) Mei, C. C. : The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, Wiley - Interscience, Chapter 12, 1983.
- 29) Zakharov, V. E. and A. B. Shabat : Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulating waves in nonlinear media, *Sov. Phys. - JETP (Engl. Transl.)* 65, pp. 997 - 1011, 1972.
- 30) Lake, B. M., H. C. Yuen, H. Rurgaidier and W. E. Ferguson, Jr. : Nonlinear deep-water waves, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 83, pp. 49 - 74, 1977.
- 31) Melville, W. K. : The instability and breaking of deep-water waves, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 115, pp. 165 - 185, 1982.
- 32) Su, M. Y. : Evolution of groups of gravity waves with moderate to high steepness, *Phys. Fluids*, Vol. 25, No. 12, pp. 2167 - 2174, 1982.
- 33) Lo, E. and C. C. Mei : A numerical study of water-waves modulation based on a high-order nonlinear Schrödinger equation, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 150, pp. 395 - 416, 1985.
- 34) Crawford, D. R., B. M. Lake, P. G. Saffman and H.C. Yuen : Stability of weakly nonlinear deep water waves in two and three dimensions, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 105, pp. 177 - 191, 1981.
- 35) Stiassnie, M. and L. Shemer : On modifications of the Zakharov equation for

- surface gravity waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 143, pp. 47 - 67, 1984.
- 36) Saffman, P. G. and H. C. Yuen : Bifurcation and symmetry breaking in nonlinear dispersive waves, Phys. Rev. Lett., Vol. 44, pp. 1097 - 1100, 1980.
- 37) Mase, H. and Y. Iwagaki : Wave group analysis based on modulational instability theory, Coastal Eng., Vol. 10, pp. 341 - 354, 1986.
- 38) 間瀬 肇・古室健史・岩垣雄一：單一波群の非線形伝播変形とうねりの波群構造, 第32回海講 pp. 189 - 193, 1985.
- 39) 間瀬 肇・古室健史・岩垣雄一：伝播に伴う Wave Group 特性の変化, 第31回海講, pp. 158 - 162, 1984.
- 40) 間瀬 肇・松元和伸・岩垣雄一：波群の伝播変形に及ぼす粘性摩擦の効果, 第34回海講, 1987(印刷中)
- 41) Hatori, M. : Nonlinear property of laboratory wind waves at energy containing frequencies, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 40, pp. 12 - 18, 1984.
- 42) Goda, Y. : Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 22, No. 1, pp. 3 - 41, 1983.
- 43) Thomas, K. V., M. Baba and C. M. Harish : Wave groupiness in long-travelled swell, Jour. Waterway, Port. Coastal and Ocean Eng., Vol. 112, No. 4, pp. 498 - 511, 1986.
- 44) 土屋義人・安田孝志・篠田成郎：うねりのソリトンモードと波群構造, 第31回海講, pp. 188 - 192, 1984.
- 45) Kirby, J. T. and R. A. Dalrymple : A parabolic equation for the combined refraction - diffraction, Jour. Fluid Mech., Vol. 136, pp. 453 - 466, 1983.

(注: 「海講」は「海岸工学講演会論文集」, 「ICCE」は「International Conference on Coastal Engineering」の略)