

# 河川の洪水と粗度

福岡 捷 二

## 1. はじめに

現在、水位や流量を予測する手法の中で実用的かつ精度が最も高いと考えられるのが、1次元開水路流れの基本方程式に基づく不定流計算法と不等流計算法である。これらの手法は、マスキンガム法や貯留関数法などの近似手法に比較して、より忠実に洪水流の現象を取り込んでいるため、河道状態の変化に伴う洪水流の挙動の変化も予測できる利点を持っている。基本式は、横断面内の流れの性質はどれも同じであり、流れの方向に1次元的な挙動を示すとの仮定の下に導かれており、こうした基本式に基づく手法を「1次元解析法」とも呼ぶ。実際の洪水流は、基本的には1次元的な挙動を示すものの、場合によっては2次元的な挙動を示すことがある。このような場合に、流れが1次元性を示すことを前提にした1次元解析手法を用いると、予測精度が低下することも起こり得る。そこで、どのような場合に洪水流の2次元性が問題になるかをまず明らかにし、そうした場合に1次元解析の中に洪水流の2次元性を取り込んで精度を高める手法についての説明を行う。これらを通して、1次元解析法の有効性とその適用限界を明確にする。

次に、1次元解析法に基づいて、水位流量予測を行う場合に必要な粗度係数の各種逆算法について述べる<sup>1)</sup>。解析において河道の状況が正確に反映された粗度係数を設定することは、適切な洪水追跡モデルを選定することと同様に重要である。粗度係数推定方法としては、実洪水の観測結果から逆算する方法が最も広く用いられている。粗度係数逆算には数種類の方法があるが、それらの手法は互いに異なる特徴を持っており、その適用条件や得られた逆算粗度係数の意味も異なっている。場合によっては、手法による逆算値の違いが無視できない値に達することもある。したがって、精度良い粗度係数逆算を行うためには、各逆算手法の特徴を把握し、解析対象河道の条件に見合った手法の選択並びに結果の解釈を行うことが重要である。そこで、各逆算手法の特徴を示し、それらの適用条件を明らかにして、的確な粗度係数逆算を行うための方法を示す<sup>2)</sup>。なお、ここでは各逆算法の比較に重点をおいているため、手法自体の細かい説明は省略する。逆算法の詳細は、「河川砂防技術基準（案）—調査編」を参照されたい<sup>3)</sup>。

## 2. 洪水流の1次元解析法とその問題点

### 2.1 1次元解析法

運動量保存の原理を用いることにより、以下のような1次元解析法の基本式が得られる。

$$\frac{Q^2}{gA^2} \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2\beta Q}{gA^2} \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\beta Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{\rho g A} T_r = 0 \quad \dots (1)$$

ここで、 $H$ ：水位、 $Q$ ：流量、 $A$ ：断面積、 $T_r$ ：単位長さの河床に働く  $x$  方向（流下方向）の力 =  $\int \tau_b$ （河床に働く  $x$  方向のせん断力） $\times ds$ （潤辺長），である。また  $\beta$  は、横断面内の  $x$  方向の流速の分布状況に係数であり、運動量補正係数と呼ばれる。 $\beta$  は次式で表される。

$$\beta = 1/A \cdot \int (v^2/V^2) dA \quad (2)$$

ここで、 $v$ ：横断面内の各点における  $x$  方向の流速、 $V$ ：平均流速（ $=Q/A$ ），である。

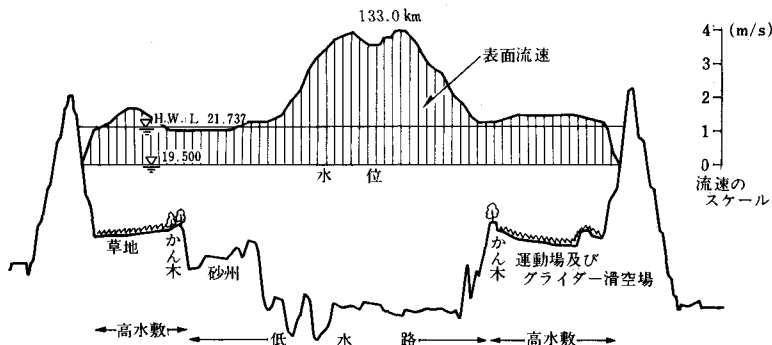
基本式（１）には、求めようとしている  $Q$ 、 $H$ （ $A$  は  $H$  の関数）以外に  $\beta$ 、 $T_r$  という水理量が含まれている。１次元解析法では、 $\beta$  は、横断面内の流速がほぼ一様であるという前提から、 $\beta = 1$  または  $\beta \approx 1.1$  とし、場所的に変化しないものとする。また  $T_r$  については、単一粗度からなる単断面において等流の場合に成立する抵抗則（ Manning、シェジーの式など）が、不等流でも成立するとの仮定から、次式により求める。

$$T_r = \rho g R I_b S = \rho g A n^2 V^2 / R^{4/3} \quad (3)$$

ここで  $I_b$ ：河床勾配、 $R$ ：径深、 $S$ ：潤辺長、 $n$ ：マンニングの粗度係数である。１次元解析法では、式（３）を式（１）に代入して得られる基礎式を用いて不定流計算や不等流計算を行う。

## 2.2 洪水流の２次元性が問題になる場合

2.1 に示した１次元解析法的前提条件は、洪水流の２次元性のために満足されなくなる場合がある。図－１は、そのような場合の代表例として、典型的な複断面河道の表面流速分布を示しており、横断方向に流速が大きく異なっていることがわかる。これは、河道が複断面形状を有しており、低水路の水深が高水敷の水深に比べて大きいことに加えて、高水敷の地被状態が草地や背の低い樹木であり、高水敷粗度係数が低水路に比べて大きいからである。このように横断面内で流速が大きく異なると、運動量補正係数  $\beta$  が１よりかなり大きくなるとともに、 $\beta$  の縦断方向の変化も無視できなくなる。また、底面せん断力も高水敷と低水路で大きく異なっているはずである。こうした場合に、単断面単一粗度の河道で



図－１ 複断面河道における洪水流の例

成立するマンニングの抵抗則を用いた  $T_r$  値により種々の計算を行っても、十分な精度は期待できない。

従来は、こうした解析手法自体に起因する誤差を粗度係数の中にしわ寄せすることが多かった。計画洪水の規模、計画河道形状、地被状態が、逆算粗度係数を算出した時の洪水および河道条件と近い場合には、水位予測についてはそれほど大きな誤差は生じないが、大きくなる場合には、水位予測に大きな誤差を生じるようになる。また、河道内の流量通減など流量に関する予測を精度良く行うためには、洪水流の持つ2次元性を考慮することが不可欠である。そこで次章では、実用性が保たれる範囲で、洪水流の2次元性を1次元解析手法に取込む手法について説明を行う。

### 3. 洪水流の2次元性を1次元解析法に取込む方法

#### 3.1 基本的な方法

洪水流の2次元性が問題となる図-2に示すような河道では、粗度係数と断面特性が各領域（図-2の河道では(1)~(4)）の間で大きく異なるため、流速と底面せん断力が各領域で変わってくる。このような河道の水位予測

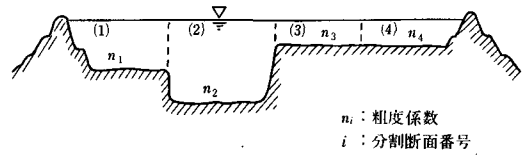


図-2 性質の異なる複数の断面からなる河道

を行うためには、流れを2次的に解く必要があるが、これにはかなりの労力を要する。そこで、以下に示す3つの仮定に基づいて  $\beta$  と  $T_r$  を簡便に評価することを考える。

① ある横断面内の流速分布形は、その横断面形が縦方向に無限に続く場合に現れる等流時の流速分布形で近似できる。

② 河道の各領域内では、単断面・単一粗度河道に適用されてきた抵抗則が成立する。

③ これらの各領域間の流水の相互作用は考えない。

以下に、上記の仮定に基づく  $\beta$ 、 $T_r$  算定法を示す。なお、計算の対象を図-2のようにはっきり分割できる複数の断面を持つ河道とする。以後、分割された断面を分割断面と呼ぶ。各分割断面の流速・面積・径深・潤辺長・粗度係数（マンニング）、底面せん断力をそれぞれ  $V_i$ 、 $A_i$ 、 $R_i$ 、 $S_i$ 、 $n_i$ 、 $\tau_{bi}$ （ $i$  は各分割断面に付けられた番号である）とすると、まず式（2）は次のように書き換えられる。

$$\beta = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m \frac{v_i^2}{V^2} A_i \quad (4)$$

ここで、 $m$ ：分割断面の総数である。また、仮定②、③より、 $T_r$  は次のようになる。

$$T_r = \sum_{i=1}^m \tau_{bi} \cdot S_i = \sum_{i=1}^m \rho g \frac{n_i^2 v_i^2}{R_i^{1/3}} \cdot S_i = \rho g \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{R_i^{4/3}} n_i^2 \cdot v_i^2 \quad (5)$$

一方、仮定①~③から横断面内の流速分布として次式が得られる。

$$v_i = \frac{R_i^{2/3} / n_i}{\sum_{i=1}^m A_i \cdot R_i^{2/3} / n_i} \times Q \quad (6)$$

式(6)を式(4), (5)に代入することによって, 次に示す $\beta$ ,  $T_r$ 算定式が得られる。

$$\beta = A \sum_{i=1}^m \frac{A_i \cdot R_i^{4/3}}{n_i^2} / \left( \sum_{i=1}^m \frac{A_i \cdot R_i^{2/3}}{n_i} \right)^2 \quad (7)$$

$$T_r = \frac{\rho g A Q^2}{\left( \sum_{i=1}^m A_i \cdot R_i^{2/3} / n_i \right)^2} \quad (8)$$

断面特性 $A_i$ ,  $R_i$ と各分割断面の粗度係数 $n_i$ , 水位がわかれば, 式(7), (8)によって,  $\beta$ と $T_r$ を算定することができる。したがって, 式(7), (8)を式(1)に代入して得た式を基本式として不定流, あるいは不等流計算を行うことにより, 流速分布と底面せん断力分布を近似的に考慮した水位・流量予測を行うことができる。

本手法の適用条件は, ①～③が満たされることであるが, 具体的な適用条件は以下のとおりである。  
①横断面形特性の縦断方向変化が緩やかである。②川幅のスケールが水深のスケールに比べ大きく, 流れが底面粗度の影響を強く受ける。③横断方向の流速差が大きくなり, 干渉効果が小さい。

### 3.2 通常の1次元解析法との比較

3.1で河道の断面特性と各分割断面の粗度係数がわかれば, 水位流量予測が可能であることを示した。しかし, 各分割断面の粗度係数 $n_i$ をあらかじめ知ることは必ずしも容易でない。このため通常の1次元解析法では, 粗度係数を1つの値, すなわち合成粗度係数 $N_c$ で代表させ, 次式を用いて, 水位・流量予測を行う。

$$V = \frac{1}{N_c} \cdot R_c^{2/3} \cdot I_e^{1/2} \quad (9)$$

後述するように, この $N_c$ は, 実測された洪水水位縦断分布と流量より逆算して求める。式(9)に基づく1次元解析と3.1で述べたより一般的な1次元解析を比較することにより, 合成粗度係数 $N_c$ の特性について考察する。

合成粗度係数は, 通常以下に示す2つの径深計算法のどちらかを用いて逆算される。

$$R_c = A / S \text{ (単断面河道で用いられてきた方法)} \quad (10)$$

$$R_c = \left( \frac{\sum_{i=1}^m R_i^{2/3} \cdot A_i}{A} \right)^{3/2} \text{ (井田法)}^{(6)} \quad (11)$$

ここで,  $R_c$ は合成径深と呼ばれる。以後, 前者による $N_c$ を $A/S$ 径深による逆算 $N_c$ , 後者を井田法径深による逆算 $N_c$ と呼ぶことにする。ここで, 図-3に示す断面形および粗度係数分布を持つ3種の河道について, それぞれの方法により $N_c$ を計算した結果を図-4に示す。この図では $N_c$ が水深との関係で示されている。なお,  $I_e$ は, 式(8)より得られる次式を用いて計算した。

$$I_e = \frac{T_r}{\rho g A} = \frac{A^2 \cdot V^2}{\left( \sum_{i=1}^m A_i \cdot R_i^{2/3} / n_i \right)^2} \quad (12)$$

式(9)の中の $I_0$ を式(12)で表わして得られた図-4の結果より、次のことが結論される。

洪水流の2次元性が考慮されている3.1の計算法の結果と同一の結果を式(9)で得るには、図-4で与えられるような $N_0$ を用いなければならないということになる。

図-4より以下のことがわかる。単断面河道Ⅰについては、実際の粗度係数、 $A/S$ 径深による逆算 $N_0$ 、井田法径深による逆算 $N_0$ の3つがすべて一致し、水深による粗度係数の変化もない。低水路と高水敷の粗度係数が同じである複断面河道Ⅱの場合には、井田法径深による逆算 $N_0$ は実際の粗度係数に一致し水深による変化もないが、 $A/S$ による逆算 $N_0$ は、高水敷に水が乗ると値を大きく減じ、水深の増加と共に漸増するという傾向を示す。複断面河道で高水敷の粗度係数と低水路の粗度係数が異なる場合(断面Ⅲ)には、井田法径深による逆算 $N_0$ が、高水敷水深が増すとともに低水路の粗度係数から低水路・高水敷の粗度係数の中間の値へゆっくり移行するのに対して、 $A/S$ 径深による逆算 $N_0$ には、断面Ⅱの場合と同様に高水敷に水が乗った時に値の急減が見られる。 $A/S$ 径深による逆算 $N_0$ が高水敷に水が乗った時に急減するのは、この時 $S$ の急増にともなって $R_0 = A/S$ が急減する一方、平均流速はそれほど急激には変化しないため、 $N_0$ の急減によって $A/S$ の急減を吸収しなければならないからである。以上のように、式(9)が2次元的挙動をする洪水に対し適用できるためには、多くの場合 $N_0$ を水深、言い換えれば洪水規模によって変えなければならないことがわかる。

しかし、妥当な $N_0$ を逆算により求めなければならないとすると、 $N_0$ が水深によって変化することは実用上問題が生じる。すなわち、通常逆算の対象となる洪水は計画洪水より小さい。図-4で言えば、より小さい水深に対応する $N_0$ を求めることになる。したがって、 $N_0$

が水深により異なると、計画洪水時の $N_0$ を過大あるいは過小評価(図-4からわかるように、多くの場合は過小評価)することにつながる。以上から、複断面河道に対して $A/S$ による径深を用いること

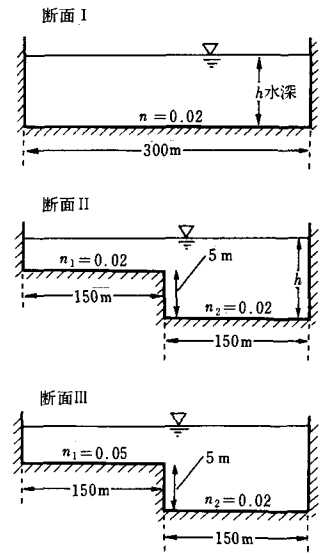


図-3 3種の計算断面

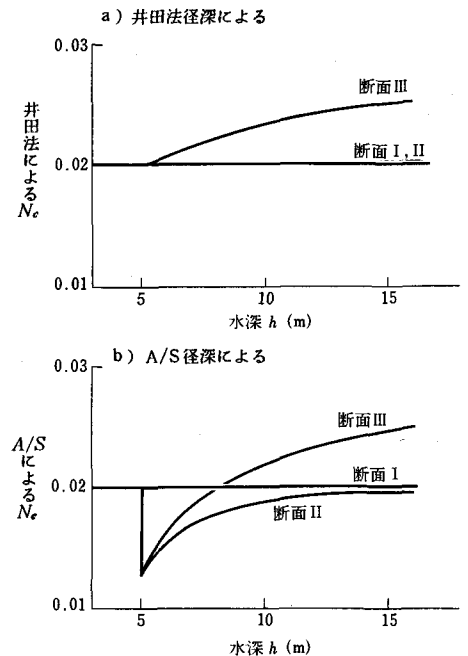


図-4 合成粗度係数 $N_0$ と水深 $h$ との関係

は好ましくないことがわかる。井田法径深による逆算  $N_c$  は、複断面形状の効果を径深にうまく取入れているので、高水敷と低水路の粗度係数の値があまり変わらない時には、この逆算  $N_c$  を用いることに問題はない。しかし、高水敷と低水路の粗度係数が大きく異なり、かつ低水路が全幅に比較して小さい場合には、井田法径深による逆算  $N_c$  も水深によってかなり変化する。この場合には、3.1に示した方法を取らなければ精度良い計算は望めない。

### 3.3 横断面内の粗度係数の分布を求める方法

より一般的な3.1の方法において、式(7)、(8)の $\beta$ と $T_r$ 値を計算するためには、 $n_i$ すなわち横断面内の粗度係数の分布を知る必要がある。通常は高水敷と低水路の粗度に違いが生ずる。したがって、3.1に示した手法を実際上有効なものにするには、低水路については河床材料と水理量から粗度係数を予測する手法を、高水敷については地被状態から粗度係数を予測する手法を確立し、粗度係数の分布を求められるようにしておくことが重要となる。しかし、現段階では、高水敷、低水路いずれの粗度係数予測手法も充分には確立されていない。したがって、高水敷・低水路それぞれの粗度係数に着目した以下のような密度の高い洪水流観測を行い、粗度係数に関するデータの蓄積を図る必要がある。

#### (1) 高水敷の地被状態と高水敷粗度係数 $n$ との関係把握のための洪水流観測

求めるべき粗度係数は、全断面の平均的な値でなく、単一の地被状態を示す部分局所的な値であることから、こうしたことを考慮した区間を決めての密度の高い観測を行う必要がある。

##### a) 観測対象河道が備えるべき条件

- ・全幅に比べて低水路幅が小さい(四割以下が望ましい)。
- ・河道がほぼ直線で、川幅や勾配の急変がない。高水敷が平坦でかつ分合流がない。
- ・同一の地被状態である区間が $[0.5/I_b]$  m以上続いている。

一番目と二番目の条件は、堤防沿いに測定した水位縦断が高水敷の地被状態を反映した水面勾配になっているための条件であり、三番目は、対象とする地被状態上の水面勾配を精度良く測定できるための条件である。

##### b) 観測対象となる洪水

高水敷水深が小さすぎると、流れに与える底面粗度の影響が大きすぎて、水深の変化にともなう粗度係数の変化が大きい領域のデータを取ることになり、計画規模の洪水の検討にあたってはあまり好ましくない。したがって本観測は、底面粗度の直接的な影響が効かない水深で行うことが望ましい。例えば、粗度の小さい運動場や草地では水深1 m以上、やや背の高い草地では2 m以上、よし原などでは3 m以上が望ましい水深の目安となる。ただし、これらの目安より水深が小さくても、粗度係数が水深の関数として得られれば、有意なデータとなる。

##### c) 観測項目と方法

- ・ある時刻における対象地被付近の流速の平面分布を洪水航測あるいは浮子投下により測定する。
- ・対象とした同一地被状態が続く区間内の数点において、対象とした高水敷がある側の堤防際の水位を

測定する。測定時刻は、流速測定と同一とする。

- ・水面勾配と河床勾配が大きく異なっていることも好ましくないので、観測はピーク水位発生時刻近くで行うことが望ましい。

#### d) その他の調査

対象としている高水敷の地被状態を調べておく。特に、草などの粗度要素がある場合には、それらの幾何学的特性（高さ、葉・茎・枝・幹の密度など）も調べておく。

#### e) 結果の整理法

上記の観測により得られた対象地被状態上の水深、水面勾配、流速より粗度係数を求め、粗度係数と地被状態との関係を調べる。このようにして得られた粗度係数と地被状態との関係のデータを蓄積することによって、高水敷の地被状態から粗度係数を予測することが可能となる。

### (2) 低水路の抵抗特性の把握のための洪水流観測

観測目的が粗度係数を求めることであるから、基本的には(1)と同じ観測方法が適用できる。ただし、低水路の流速を求めること、粗度係数の時間変化を知る必要があることの2点が(1)と異なるので、観測の際にはこれらを考慮しなければならない。

#### a) 観測対象河道が備えるべき条件

流量観測地点のうち、低水路幅が全幅の4割以上で、流観地点をはさんだ前後1kmの河道が一樣に近く、この付近に大きな分合流がなく、かつ、この区間で河床材料の急変がない河道。

#### b) 観測対象洪水

ピーク水位が低水路満杯となる洪水以上の規模を持つ洪水を対象とする。

#### c) 観測項目と方法

- ・流量観測のために投下する浮子の流下速度から低水路内の各測線における流速並びにその時間変化を求める。

- ・流量観測地点の水面勾配を測定する。水面勾配は、粗度係数の精度を左右するので、流量観測地点の他、上下流それぞれ(0.5～1.0)/ $I_b$  [m]離れた所でも水位の時間変化を同時測定する。この距離は、2点間の水位差が0.5～1mとなり、精度良く水位差が測定できるよう定めたものである。

#### d) 結果の整理法

図-5は結果の1例であり、低水路の流速係数 $\phi$ （粗度係数の逆数に相当する、 $\phi = h^{1/6}/g^{1/2}/n$ 、 $h$ ：水深）と流量との関係が示されている。この図から、流量規模による粗度係数の変化特性を把

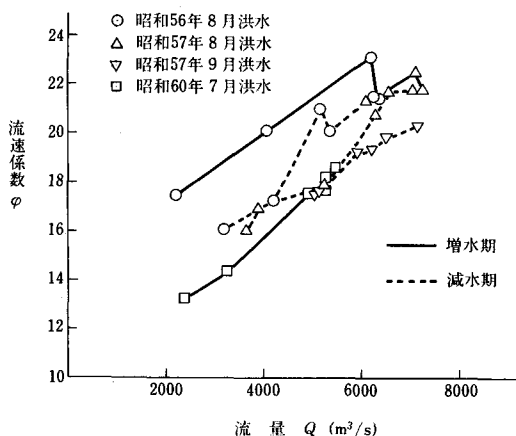


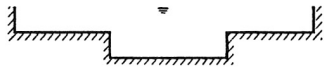
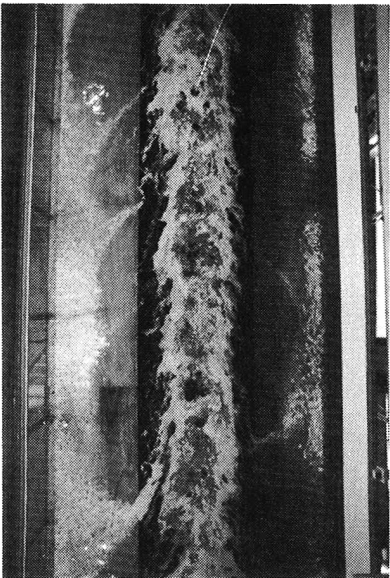
図-5 低水路の流速係数 $\phi$ と流量 $Q$ との関係

握することができる。多くの地点で粗度係数と河床材料及び種々の水量との関係を調べることにより、低水路粗度係数を把握する手法を確立することができる。

3.4 分割断面間の流水の干渉による抵抗増大を考慮する場合

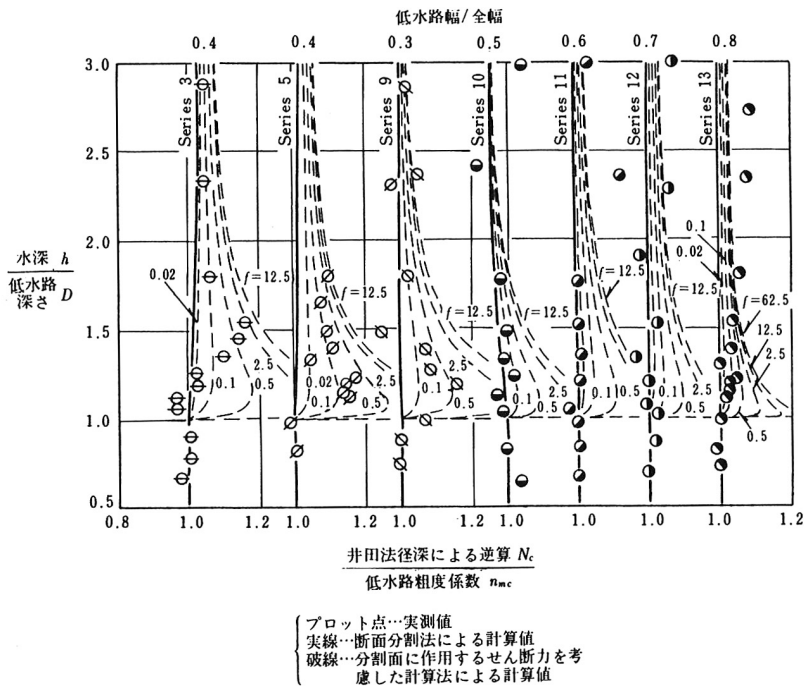
横断方向に大きな流速差があると、遅い流体と速い流体との間の干渉による影響が大きくなる。干渉効果が顕著な場合、流速の大きな流体が減速させられるために、干渉を考慮しない計算結果よりも流量が小さくなる。写真－１は、こうした干渉作用の例であり、流速の小さい高水敷と大きい低水路との境界部に大きな渦が形成され、両者の流体が混合していることがわかる。

ここでは、分割断面間の流水の干渉を考慮することにより、3.1に示した方法の適用範囲を広げることができる。



写真－１ 低水路の流れと高水敷の流れとの干渉

図－６は、種々の断面形を有する複断面河道におけ



図－６ 合成粗度係数  $N_0$  と低水路深さ  $D$  との関係

る実験から得られた井田法径深による逆算合成粗度係数  $N_c$  と水深との関係を示したものである。なお、この図では、水深が低水路深さで、 $N_c$  が低水路粗度係数  $n_{mc}$  で無次元化されている。図中の白い点は低水路幅が全幅に対して小さい（4割以下）河道に対応し、半黒の点は、低水路幅が全幅に対し大きい（5割以上）河道に対応する。この実験は、低水路と高水敷の粗度係数が等しい条件で行われているので、干渉効果が無視できれば、図-4に示したように、逆算  $N_c$  は水深によらず一定となる。しかし、低水路が狭い河道では、高水敷に水が少し乗った時に  $N_c$  値が2割程度大きくなっている。このことは、低水路幅が全幅に対して小さい時には、低水路と高水敷の流速差によって抵抗増大が生じることを示している。このような干渉による顕著な抵抗増大は、断面形状だけでなく、粗度の分布によっても起こり得る。例えば、樹木群など流速を小さくする粗度要素とその周りの流れとの間の干渉などがその例である。

干渉効果は、次のように分割断面間に流水の干渉による付加的せん断力を導入することにより考慮できる。図-7に示す河道を例として、その考え方を説明する。等流の場合、各分割断面の力の釣り合い式は、次式で表される<sup>8), 9)</sup>。

$$\frac{g n_1^2 V_1^2}{h_1^{1/3}} B_1 - \frac{h_1}{\rho} \tau = g h_1 B_1 I_b \quad (13)$$

$$\frac{g \cdot n_2^2 V_2^2}{h_2^{1/3}} B_2 + \frac{h_1}{\rho} \tau = g h_2 B_2 I_b \quad (14)$$

ここで、 $\tau$  は隣り合う分割断面間に作用するせん断力である。 $\tau$  は次式で表現される。

$$\tau = \rho \cdot f \cdot (V_1 - V_2)^2 \quad (15)$$

$f$  は、流速差による流水間の干渉の強さを表す混合係数である。式 (13), (14), (15) を連立させて解くことにより、流水の干渉を考慮した各分割断面の流速を得ることができる。図-6には、種々の  $f$  値を用いてこの方法により計算した  $N_c$  値が実験値と一緒に破線で示されている。これより、実験値を良く説明する  $f$  値は、 $10^{-1} \sim 10^{-2}$  程度であること、川幅や高水敷幅等により  $f$  値が変化することがわかる。以上より、干渉効果の影響を評価する基本的な方法が示された。

#### 4. 粗度係数逆算法の分類

ある地点の粗度係数を逆算するための基本式は、式 (9) を書き直した次式で与えられる。

$$N_c = \frac{A \cdot R_c^{2/3}}{Q} \cdot \sqrt{I_e} \quad (16)$$

エネルギー勾配  $I_e$  は、次式で表される。

$$I_e = - \underset{\text{第1項}}{\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t}} + \underset{\text{第2項}}{\frac{2Q}{gA^2} \frac{\partial A}{\partial t}} + \underset{\text{第3項}}{\frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x}} - \underset{\text{第4+5項}}{\frac{\partial H}{\partial x}} \quad (17)$$

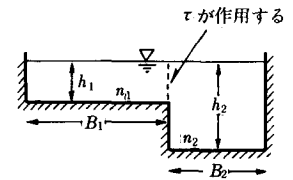


図-7 分割断面間の干渉の考慮

ここでは、洪水流の一次元解析が適用できる河道について、粗度係数の逆算法の検討を行うので、 $\beta = 1.0$ ，せん断力式として式（3）を用いている。粗度係数の逆算とは、対象地点の同一時刻における、 $A$ ， $Q$ ， $R_c$ ， $I_e$ を、洪水観測結果から何らかの方法を用いて求め、その結果を式（16）に代入して $N_e$ を求めることを意味する。

粗度係数逆算法は、2つの観点から分類できる。第1の分類は、 $I_e$ の求め方により分類するものである。すなわち式（17）において、第1～5項すべてを考慮した逆算法が「不定流計算による逆算法」、非定常項である第1～2項を除いた第3～5項を考慮した逆算法が「不等流計算による逆算法」、水面勾配すなわち第4＋5項だけを考慮した逆算法が「等流計算による逆算法」である。第2は、 $A$ ， $R_c$ ， $I_e$ の推定に洪水痕跡水位縦断を用いるか用いないかで分類する方法である。痕跡水位を用いる場合には、河道の長い区間にわたって粗度係数を得ることができる。ただし、得られる粗度係数は、各地点の最大水位発生時刻だけの値となる。一方、痕跡水位によらない場合には、 $I_e$ を対象地点付近にある近接した2つの水位観測所の水位データから求めることになる。この場合、得られる粗度係数は対象地点だけのものとなるが、種々の時刻での水位データを用いることにより、異なる時刻の粗度係数を求めることができ、一洪水中の粗度係数変化特性の把握が可能となる。なお、いずれの方法においても、対象区間あるいは対象地点の流量データが必要となる。表－1に、以上2つの観点から分類した粗度係数逆算法をまとめて示す。なお表－1では、逆算法を簡略化した名前で表現している。以後の説明においても、この簡略化した名称を用いることにする。

以下に、各逆算法の原理，特徴，適用条件について説明する。

表－1 粗度係数逆算法の分類

|                     |                         | 洪水痕跡水位を用いるかどうか |                            |
|---------------------|-------------------------|----------------|----------------------------|
|                     |                         | 痕 跡 を 用 い る    | 痕跡を用いず、近接した水位観測所の水位データを用いる |
| エネルギー勾配 $I_e$ の算定方法 | 式(17)のすべての項(第1～5項)を考慮   | 痕跡不定流逆算法       | 局所不定流逆算法                   |
|                     | 非定常項(第1～2項)を無視する        | 痕跡不等流逆算法       | 局所不等流逆算法                   |
|                     | さらに運動量の場所的変化項(第3項)も無視する |                | 局所等流逆算法                    |

## 5. 不定流逆算法について

### 5.1 局所不定流逆算法

この手法では、適当な間隔にある2つの近接した水位観測所のデータと、どちらかの水位観測地点、あるいはその間にある流量観測所の流量データを用いて、次式により  $N_c$  の逆算を行う。

$$N_c = \frac{A \cdot R_c^{2/3}}{Q} \left( -\frac{1}{gA} \frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t} + \frac{2Q}{gA^2} \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t} + \frac{Q^2}{gA^3} \frac{A_{x+\Delta x} - A_x}{\Delta x} - \frac{H_{x+\Delta x} - H_x}{\Delta x} \right)^{1/2} \quad (18)$$

ここで、 $\Delta t$  : 測定時間間隔、 $\Delta x$  : 2つの水位観測所間の距離、添字  $t + \Delta t$ 、 $t$  の付けられた記号 : それぞれ時刻  $t + \Delta t$  と  $t$  の水理量、添字  $x + \Delta x$ 、 $x$  の付けられた記号 : それぞれ下流及び上流側の水理量、を表す。 $A$ 、 $Q$ 、 $R_c$  には、上・下流どちらかの水位観測地点での値、あるいはその平均値を用いればよい。 $\Delta t$  は、流量の時間変化が精度良く再現できるような時間間隔を取る。本手法は、開水路一次元流れの基本式中の項のすべてを考慮しているので、原理的には適正な  $N_c$  値を与える。ただし、通常観測された流量はかなりバラつくので、 $\partial Q / \partial t$  を計算する前に  $Q \sim t$  関係を平滑化しておく必要がある。また、2つの水位観測所のデータから1地点の粗度係数しか求まらないことから、長い区間における粗度係数の縦断変化を求めるためには非常に多くの水位・流量観測所を要するという欠点を待っている。

### 5.2 痕跡不定流逆算法

この手法では、対象区間の上流端で実績流量ハイドログラフを与え、下流端で実績水位ハイドログラフを与えて、不定流計算を行う。計算結果から得られる各点の最大水位の縦断分布と痕跡水位の縦断分布が一致するまで粗度係数の縦断分布を変えて不定流計算を行い、最終的に得られた粗度係数の縦断分布を逆算値とする。この方法も、開水路流れ基本式のすべての項を考慮した不定流計算に基づいて逆算を行っていることから、原理的には正しい  $N_c$  値を与える。また、多くの水位流量観測所を必要とすることなしに粗度係数の縦断分布が求まるという特徴を有している。ただし本手法では、実測値として上流端の流量と下流端の水位しか用いないので、特に上流端の流量に誤差が含まれていると、それが全区間の逆算  $N_c$  値に大きな影響を与える。したがって、上流端で与える流量データの精度の吟味を特に慎重に行う必要がある。

### 5.3 不定流逆算法が必要となる条件

不定流逆算法は、非定常現象を考慮している分だけ逆算により多くの労力を要し、特に痕跡不定流逆算法では、不定流計算を何度も繰返す必要がある。したがって現実的には、労力の小さい不等流や等流逆算法が採用される傾向が強い。そこで、他の手法でなく不定流逆算法でなければ精度良い逆算値を期待できないケースを示しておく。第1は、非定常項である式(17)の第1、2項が他の項に比較して無視できない大きさを持つ場合である。この場合には、これらの項を無視している不等流・等流逆算法

では正確な  $N_0$  値を求めることは不可能となる。第1項と第2項の他の項に対する比は、通常の洪水では、かなり河床勾配の小さい河道でも1割以下であることが一般的である。図-8は、河床勾配が小さい(1/10000以下)利根川下流部における洪水流についての不定流計算結果から得られた第1~5項の値を示したものである。この図からも、第1, 2の項が他の項に比較して小さいことがわかる。以上から、第1の条件が満たされるのは、水門操作や氾濫、河道への津波の遡上などによって生じる変化の速い特殊な非定常流に限定されると考えて良いであろう。不定流計算が必要となる第2のケースは、痕跡縦断から粗度係数の縦断変化を求める場合で、上記の第1, 2項は他の項に比較して充分小さいものの、痕跡を用いて逆算を行うために生じる種類の問題によって、痕跡不等流逆算法では精度良い結果が期待できない場合である(こうしたことが起こる具体的な河道条件は次章で説明する)。この場合は、残るただ1つの手法である痕跡不定流逆算法に頼らざるを得ない。

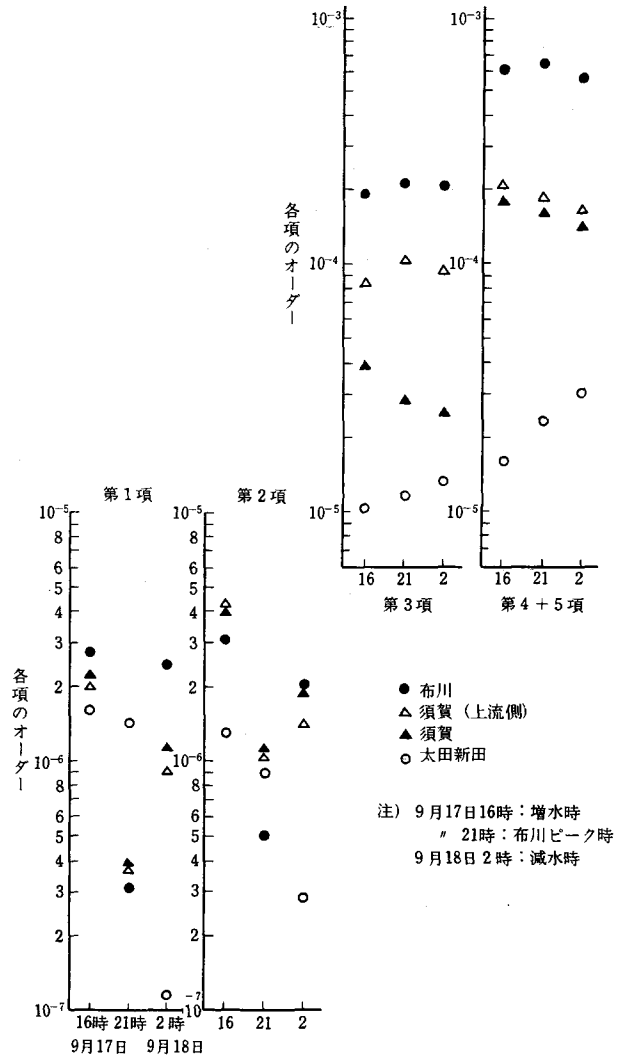


図-8 洪水時の各項の値(利根川下流部)  
—昭和47年9月洪水波形を与えた  
モデル計算—

## 6. 痕跡不等流逆算法について

### 6.1 手法の原理

痕跡不等流逆算法では、まず、河道を粗度係数が一定と考えられるいくつかの区間に分割する。次に、流量観測データから、分割された各区間の最大流量を推定する。得られた最大流量に用いて、各区間ごとに粗度係数を変えて不等流計算を行い、痕跡水位縦断と不等流計算結果から得られた水位縦断が一致するような粗度係数を各区間ごとに求める。この時、各区間の下流端には実績(痕跡)水位を与える。以上により、粗度係数の縦断分布を得ることができる。この手法は、原理的には次式に基づき  $N_0$  値を

求めることを意味する。

$$N_c = \frac{A' \cdot R_c'^{2/3}}{Q_{\max}} \left( \frac{Q_{\max}^2}{g A'^3} \frac{A'_{x+\Delta x} - A'_x}{\Delta x} - \frac{H'_{x+\Delta x} - H'_x}{\Delta x} \right)^{1/2} \tag{19}$$

ここで、 $Q_{\max}$ ：各点の最大流量，ダッシュ：痕跡により求めた水理量， $\Delta x$ ：痕跡測定間隔，を意味する。ところで、痕跡水位は各地点の最大水位（ピーク水位）に等しい。また、図-9からわかるように、痕跡水位の縦断分布は、各時刻の水位縦断分布の包絡線であり、水位縦断曲線は痕跡水位縦断曲線に接しながら下流に移動する。したがって、痕跡水位の勾配は、その地点で痕跡水位が発生する時刻の水面勾配に一致する。以上から、式(19)は、次式を差分化した式と考えることができる。

$$N_c = \frac{A \cdot R_c^{2/3}}{Q_{\max}} \cdot \sqrt{\frac{Q_{\max}^2}{g A^3} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial x}} \tag{20}$$

（流量を除く水理量はすべて最大水位発生時のもの）

6.2 精度良い逆算値を得るための基本的条件

- ① 式(2)の第1, 2項が他の項に比較して無視できる程小さい。
- ② 水面勾配が精度良く測られている
- ③ 最大流量と最大水位発生時の流量に大きな差がない。
- ④ 最大流量の推定が精度良く行われる。

①は、逆算の基本式に第1, 2項を省略した式を使っていることから、③は、最大水位発生時の流量を使うべきところに最大流量を使っていることから必要となる条件である。

前章で述べたように、通常の洪水では、条件①は一般に満足される。②については、2地点間の痕跡水位差が充分つくような距離で測定が行われていれば、痕跡水面勾配の精度は良いと判断される。そこで、実際上問題となる③、④の条件が成立するための、河道等の条件を以下の節で述べる。

6.3 最大水位発生時の流量と最大流量との差について

痕跡不等流逆算法では、式(19)において最大水位発生時の流量を用いるべきところに最大流量を用いて  $N_c$  の逆算を行っている。しかし、図-10に示す  $H \sim Q$  関係の例からわかるように、特に河床勾配が小さい河道においては、 $H_{\max}$  時の流量と  $Q_{\max}$  とが必ずしも一致しない。このような場合には、式(19)あるいは式(20)において実際よりも大きな流量を用いることになり、粗度係数を小さめに見積もることになる。この場合、正しく逆算された  $N_c$  値に対する痕跡

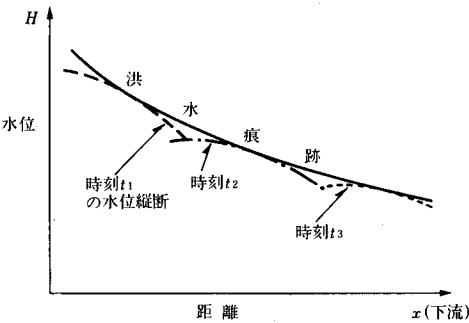


図-9 洪水痕跡縦断曲線と各時刻の水位縦断曲線

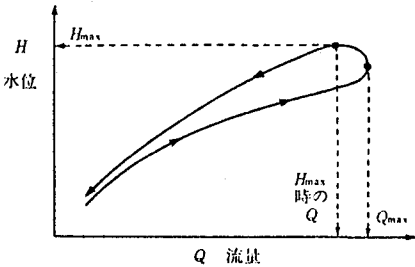


図-10  $H \sim Q$  曲線の例

不等流法による逆算値の比  $r$  は、近似的に次式で表される。

$$r = \frac{N'_c}{N_c} \div \frac{Q_{\max}}{Q'_{\max}} \quad (\text{通常 } 1 \text{ 以下}) \quad (21)$$

ここで、 $N'_c$  : 痕跡不等流法による逆算粗度係数、 $N_c$  : 正しく逆算された  $N_c$  値、 $Q_{\max}$  : 最大流量、 $Q'_{\max}$  : 最大水位発生時の流量、である。本節では、 $Q_{\max}$  と  $Q'_{\max}$  の差によって生じる逆算  $N_c$  値の誤差について述べ、これ以外の要因による誤差はないものとする。以下に、 $r$  を支配する河道及び洪水流特性について検討する。

### 1) 無限に長い一様河道の場合

$r$  は次式に示すパラメータ  $p$  だけの関数となると考えてよい。

$$p = \frac{-n^2 \cdot \ddot{H}}{2 I_b^3 \cdot h_{\max}^{1/3}} \quad (22) \text{ 注)}$$

ここで、 $h_{\max}$  : ピーク水位発生時の水深、 $\ddot{H}$  : 対象地点における水位ハイドログラフの時間に関する2階微分(最大水位発生時)、である。 $\ddot{H}$  は、水位ハイドロの尖り具合を表し、水位ハイドロが尖る程  $|\ddot{H}|$  が大きくなる。図-11は、広長方形断面についての不定流計算から求めた  $r$  と  $p$  との関係であり、 $p$  の増加に伴い  $r$  が減少することがわかる。図-12は、図

-11の  $r \sim p$  関係を用い、 $I_b$  以外の水理量を適当な値に固定して得られた  $r \sim I_b$  関係である。この図から、 $1/I_b > 4000$  となると、痕跡不等流逆算法による逆算値の過小評価の度合いが大きくなることがわかる。なお、複断面河道に対しても  $h_{\max}$  の代わりに  $R_{c,\max}$  (最大径深、井田法による) を用いることにより、図-11、12の関係が適用できる。

### 2) 河口が存在することの影響

河口での水位は潮汐等によって変動する。この水位変動の影響については3)において述べることに

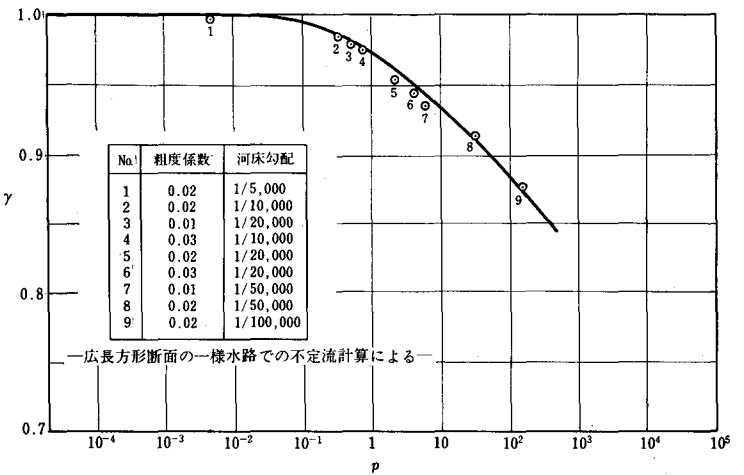


図-11  $r$  と  $p$  との関係 (無限に長い河道の場合)

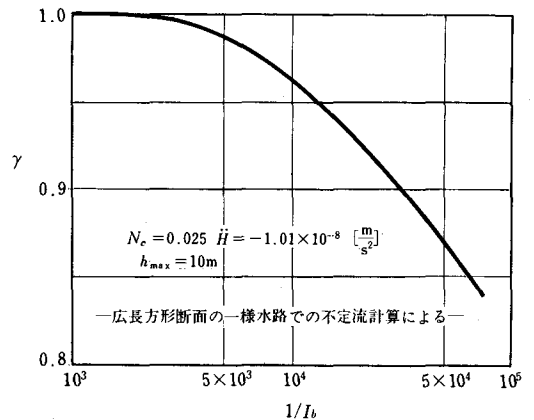


図-12  $r$  と  $I_b$  との関係 (無限に長い河道の場合)

河口付近の  $r$  は、水位一定という河口での境界条件の影響を受け、河道が無限に長い場合とは異なる値をとる。この時  $r$  は、パラメータ  $p$  の他に河口からの距離を表す無次元量  $L_*$  の影響を受けるようになる。 $L_*$  は次式で表される。

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{I_b}{h_{\max}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 16p}} \quad (24)^{\text{注}}$$

| No. | $p$   |
|-----|-------|
| 1   | 120   |
| 2   | 21    |
| 3   | 3.7   |
| 4   | 1.8   |
| 5   | 0.45  |
| 6   | 0.24  |
| 7   | 0.13  |
| 8   | 0.034 |

—広長方形断面の一樣水路での不定流計算による—

元化されている。

$$\text{無次元距離 } l_* = \sigma L \quad (25)$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{I_b}{\bar{h}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 16 \cdot q}} \quad (26)$$

ここで  $\bar{h}$  は、下流端での平均水深である。パラメータ  $q$  は次式で表される。

$$q = \frac{\pi^2 \cdot N_c^2 \cdot \bar{h}^{2/3}}{I_b^3 \cdot T^2} \quad (27)$$

$T$  は周期である。平均水深を下流端条件として最大流量を与えた不等流計算を行い、各地点の水深を得る。図-14で推定される波高が得られた水深に対し充分小さければ、その地点では下流端水位変動の影響を無視してよい。充分小さくない場合は、その地点まで痕跡不等流逆算法を適用することは好ましくない。

#### 4) 実河道における $\gamma$ 値の縦断分布

実河道における  $\gamma$  値の縦断分布を不定流計算により求め、得られた結果が1)～3)に示した情報を組合せることにより説明できることを示す。対象とした実河道は利根川の0～130km区間であり、昭和

56年8月洪水時の流量波形を上流端で、水位変動を下流端で与えている。なお、本計算の目的は  $\gamma$  値縦断分布特性の把握にあり、計算では厳密に逆算された粗度係数を用いているわけではないので、計算で得られた水位・流量の数値は、昭和56年8月洪水の実測値と直接のつながりを持たない。図-15に、 $Q'_{\max}/Q_{\max} = \gamma$  の縦断分布を実線で示す。図中には、1)で述べた無限に河道が長い場合の  $\gamma$  値

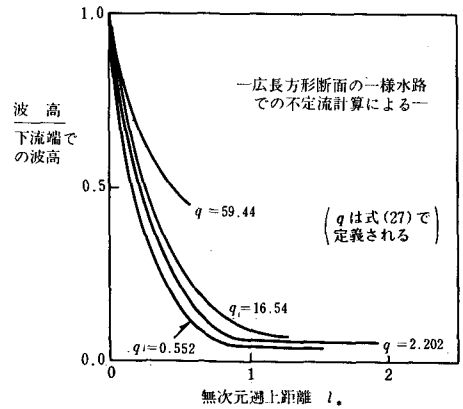


図-14 下流端で正弦波形の水位変動がある場合の遡上距離と波高との関係

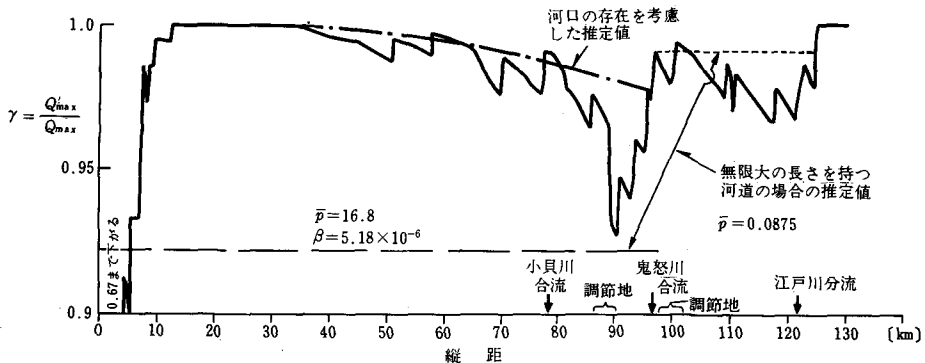


図-15 実河道における  $\gamma$  の縦断分布 (利根川下流部)

(破線)，2)で述べた河口の存在を考慮した $r$ 値(一点鎖線)を一緒に示してある。

日本の河川の多くは、利根川のように、まず河口からある距離緩勾配の区間が続く、その上流にやや勾配の大きな区間が現れる河道縦断パターンを持っている。したがって、図-15に見られる $r$ の縦断方向の変化パターンは一般的なものと考えられる。このことから、逆算値が真値から離れる可能性があるのは、河口近傍の潮汐の影響を受ける範囲と、河口から続く緩勾配区間の上流端の2カ所と考えられる。このうち、後者による誤差が實際上問題になる程の大きさになるのは、河口からの緩勾配区間長が非常に大きい場合だけであるが、前者については、たとえ短区間でも $r$ 値の1からの低下量が大きいので、ここでは痕跡不等流逆算法の適用を避けるべきである。なお、本川水位の変動の影響を受ける支川合流点近傍についても、潮汐の影響を受ける河口近傍と同様のことが言える。

#### 6.4 最大流量の推定誤差について

式(19)からわかるように、最大流量に含まれる誤差がそのまま逆算 $N_c$ 値に含まれる誤差となる。最大流量に含まれる誤差の原因としては、流量観測上の誤差と、流量観測地点が少ないために観測所間の最大流量を推定して求める際の誤差が考えられる。前者の誤差は、ある意味ではやむを得ないものであるが、後者の誤差は、ある程度制御できるものである。そこで、流量観測所間の最大流量の推定法について考えてみる。図-16に示すように、河道のいくつかの点での最大流量がわかっている、分合流のない一本

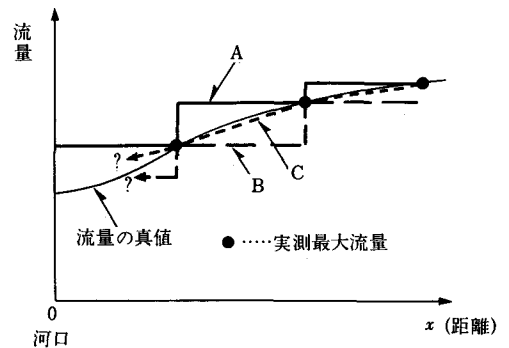


図-16 流量観測所間の流量推定法

の河道を考える。観測所間の最大流量設定方法として、図中のA、B、Cの3つの方法が考えられる。Aは、ある区間の最大流量を上流側の流量データに等しいとする方法、Bは、下流側の流量データに等しいとする方法、Cは、上下流の流量データを直線で結ぶ方法である。方法Aによれば、各流量観測所間の最大流量は大き目に推定され、Bによれば小さ目に推定される。したがって、式(19)からわかるように、方法Aでの逆算 $N_c$ 値は小さ目に、方法Bでの逆算値は大き目に算定される。方法Cは、A、Bの中間となる。以上のことからわかるように、痕跡不等流逆算法では、最大流量を大き目に推定することは逆算 $N_c$ 値を小さくすることにつながり、これは、河道計画上はむしろ危険側の粗度係数推定となる。こうした $N_c$ 値の過小評価は特に河口付近で起こりやすい。すなわち河口付近では、上流側にしか流量データがないので最大流量を上流側のデータから推定することが多く、流量が逓減している場合には最大流量の過大評価につながるからである。したがって、各地点での最大流量を推定するに当たっては、単に最大流量を大き目に取るのではなく、不定流計算などを用いて流量観測所間の最大流量の縦断変化特性について吟味し、実態に近い値を与える必要がある。また、この際、最大流量の過大評価がむしろ逆算 $N_c$ 値の過小評価につながることを認識しておかなければならない。

## 6.5 痕跡不等流法の適用条件

対象とする流れが通常の洪水による流れであり、水門操作や津波、氾濫などによって生じる時間変化の速い流れでないこと、対象区間の下流端での一洪水時の水位変動の影響が及ばない区間であることがまず必要である。また、河口からの緩勾配区間が非常に長い（例えば河床勾配 1/10000 の区間が 150 km 続く場合など）場合には、その区間の上流端付近での適用は避けた方がよい。さらに、最大流量の推定を目的に見合う精度で行うのに十分な数の流量観測所が対象区間にあるか、数が充分でなくても何らかの方法で観測所間あるいは観測所から河口までの最大流量を精度良く推定できるような河道でなければならない。

## 7. 局所不等流逆算法と局所等流逆算法について

局所不等流及び局所等流逆算法では、適当な間隔にある 2 つの近接した水位観測所のデータと、水位観測所、あるいはその間にある流量観測所の流量データを用いて、次式により  $N_c$  の逆算を行う。

局所不等流逆算法

$$N_c = \frac{A \cdot R_c^{2/3}}{Q} \sqrt{\frac{Q^2}{gA^3} \frac{A_{x+\Delta x} - A_x}{\Delta x} - \frac{H_{x+\Delta x} - H_x}{\Delta x}} \quad (28)$$

局所等流逆算法

$$N_c = \frac{A \cdot R_c^{2/3}}{Q} \sqrt{-\frac{H_{x+\Delta x} - H_x}{\Delta x}} \quad (29)$$

これら 2 つの手法が有効となるためには、次の 2 つの条件がまず満たされなければならない。第 1 は、式 (28) の局所不等流逆算法においては、式 (17) の第 1～2 項が他の項に比較して充分小さいこと、式 (29) の局所等流逆算法においては、式 (17) の第 1～3 項が他の項に比較して充分小さいという条件である。4 章で述べたように、式 (17) の第 1, 2 項は通常の洪水では無視できると考えてよい。第 3 項は、 $Fr$  数 ( $V/\sqrt{gh}$ ,  $V$ : 流速,  $h$ : 水深) が大きい程、また河道の凹凸の度合いが高い程大きくなる。図-8 は、利根川下流部での不定流計算結果から見積もられたもので、第 3 項が第 4, 5 項に対して無視できない大きさであることがわかる。このように、 $Fr$  数が小さく、比較的河道が整正された利根川下流部でも、第 3 項を無視することはできない。したがって、非常に流れがおだやかで、かつ人工水路のように河道が様な水路を除いて、局所等流逆算法を用いるのは好ましくないと考えて良い。

局所不等流逆算法が有効となるための第 2 の条件は、水位観測所間の距離が適当な大きさにあり、そこでの水面勾配が精度良く測定できていることである。水位観測所間の距離は次のような条件を満たす必要がある。

- ① 川幅程度以上離れていること。
- ② 水位差が精度良く測定できる距離であること。
- ③ ①, ②を満たす範囲でなるべく短い距離であること。

観測所間の距離が川幅よりも短いと、特に急河川においては、流下方向の平均的な水面勾配ではなく、河床地形の影響による局所的な水面勾配が測定されてしまうので好ましくない。そのため①の条件が必要となる。観測所間の距離が大きすぎると、2つの観測所の水位差から求めた水面勾配と、流量観測を行っている場所の水面勾配が一致しなくなるので、③の条件が必要となる。十分な精度で測定できる水位差は0.5m程度であるので、②の具体的な条件として、次式が得られる。

$$D > 0.5 / I_b \text{ [m]} \quad (30)$$

ここで、 $D$ は観測所間の距離を表す。

以上から、理想的な距離としては、式(30)の $D$ が川幅の大きい方ということになる。実際の距離が理想的な値から大きく異なる場合には、得られた水面勾配を流量観測地点を代表する水面勾配と考えてよいかどうかを、痕跡水位縦断や不等流計算結果との比較によりチェックする必要がある。

図-17は、流量観測地点の上

・下流にある2断面の水位観測所のデータより得た水面勾配と痕跡水位より求めた痕跡水面勾配を水位に対して示したものである。最大水位発生時の2点間の水位差より求めた水面勾配は、原理的には図-17に示すように痕跡水面勾配と一致するものである。水位観測所間の水位差より求めた水面勾配は、一般に誤差が入りやすいので、図-17の方法で水面勾配の精度を確認するのがよい。

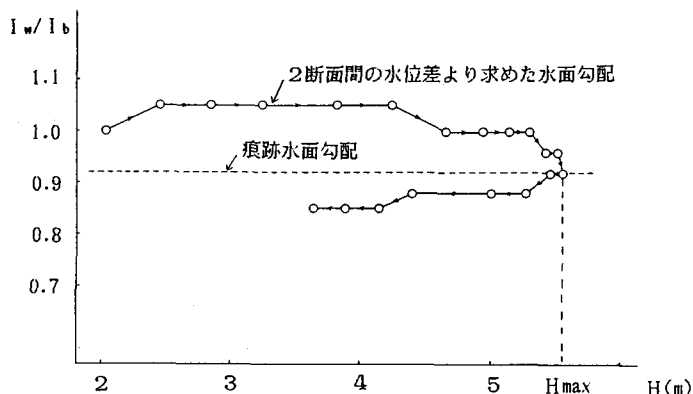


図-17 2断面間の水位差より求めた水面勾配と痕跡水面勾配の関係

## 8. 粗度係数逆算法の選定基準

ある区間の粗度係数縦断分布を求める際には、痕跡不定流逆算法か痕跡不等流逆算法を用いることになる。このうち痕跡不定流逆算法は、原理的には精度良い逆算値が得られる手法であるが、5章で述べたような欠点を持っているので、労力が大きいだけ精度良い結果が得られるとは限らない。したがって6章で述べた痕跡不等流逆算法が適用できる条件が満足される場合には、痕跡不等流逆算法を用いれば良い。一方、この方法が適用できない条件にある場合には、痕跡不定流逆算法を用いなければならない。

痕跡水位が取られていない場合、あるいは粗度係数の一洪水中の時間変化特性を知る必要がある場合には、局所不定流、不等流逆算法を用いることになる。局所等流逆算法は、十分な精度を期待できないので、用いることは好ましくない。通常の洪水を対象にする場合には局所不等流逆算法を用いれば充分

である。局所不定流逆算法は、水門操作や津波などによって生じる時間変化の非常に大きい流れに対して用いる。

## 9. おわりに

本文では、洪水の水位・流量予測のための一次元解析法と、この一次元解析の中に洪水流の二次元的挙動を取りこむ方法及び粗度係数の逆算法について記述した。本文で扱った内容は、洪水流解析上基本をなすものであるが、この他にも紙数の制約上割愛したものは多い。すなわち、複雑な縦・横断形状を有する河道における洪水流の二次元解析法、多面的でかつ質の高い洪水流解析を行うために必要な洪水流及び洪水時の河床変動に関する現地観測手法などについては、別の機会に報告したい。

## 参 考 文 献

- 1) 福岡捷二・藤田光一：洪水追跡法（その4）——一次元解析法の有効性とその適用限界一，土木技術資料28-11，1986.
- 2) 福岡捷二・藤田光一・野口 均：洪水追跡法（その3）——種々の粗度係数逆算法の比較と適用条件一，土木技術資料28-10，1986.
- 3) 福岡捷二・藤田光一・野口 均：種々の粗度係数逆算法の比較と適用条件，第31回水理講演会論文集，1987.
- 4) 建設省河川砂防技術基準（案）——調査編一，第6章第2節，「粗度係数」，山海堂.
- 5) 土木研究所河川研究室：河川における不定流計算法（IV），土木研究所資料第2080号，1984.
- 6) 井田至春：広幅員開水路の定常流一断面形の影響について一，土木学会論文集第69号別冊（3-2），1960.
- 7) 石川忠晴：高水敷地被状態と粗度係数について，第38回年講概要集第2部，p.497，1983.
- 8) Knight, B.・Demetviou：Flood plain and main channel flow interaction, J. of Hy. Div., ASCE, 1983.
- 9) 福岡捷二・浅野富夫・藤田光一・坂野 章：複断面河道における洪水流の抵抗特性，第30回水理講演会論文集，1986.
- 10) 土木研究所河川研究室：河川における不定流の計算法——陰形式差分法一，土研資料第1569号，1980.
- 11) 土木学会：水理公式集昭和60年度版，河川編4.4「洪水の伝播特性」.
- 12) 福岡捷二・角田 学・鈴木研司・半沢敏彦：変断面河道における洪水流の水理解析と等価粗度係数，土木学会論文集，第363号／II-4，1985.
- 13) 福岡捷二・角田 学・鈴木研司・半沢敏彦：変断面河道における洪水流の二次元解析，東工大土木工学科研究報告No.34，1985.