

漂砂量則について

土 屋 義 人

1. 緒 言

自然において、砂が流送される現象、すなわち流砂、飛砂および漂砂は、それぞれの系における輸送現象の基本を構成し、それに伴う現象、河床変動、砂丘の形成、海浜変形と表裏の関係にあり、河川工学、海岸工学のみならず、陸水学、海洋学などの主テーマとなっていることは、よく知られていることである。海岸工学の分野においては、従来より積極的な数多くの研究が進められ、漂砂の基本的な動態はかなり明らかにされてきた。しかし、高波浪時の漂砂の動態のように、いまだ未解明のものも少なくなく、またかなりその実態が解明されてきたにもかかわらず、前述した流砂や飛砂における法則性と関係させると、相補的なものもあるが、なかには相反的なものも多いといわざるを得ない。自然における砂の流送においては、異なる数種の形態があるにせよ、力学的には共通した法則が存在するはずであり、またそれぞれの形態における特殊性が付加されているはずである。

一方、その取扱い方法においても、砂粒の運動に立脚して、その力学過程として追求するものと、確率過程としてとらえて、その実態を見出そうとするものがあることはいうまでもないが、わたくしは1970年のこの講習会において掃流砂れきの流送機構¹⁾として述べ、これら両取扱いの融合こそ流砂力学の命題であると結論しておいた。それ以降、後者による研究もかなりの進展をみせたが、指摘したこの命題についてはなお道遠しの感がある。とくに、漂砂においては、波動運動に伴う現象の特殊性のため、ともすれば、流砂、飛砂における法則性との関連がとりあげられず、その特殊性に基づいた現象の究明が主体となっているものが少なくない。

本文では、できるだけ両者の関係に注目して、漂砂における法則性を調べ、とくにその漂砂量則について考察する。この場合、漂砂の形態とその発生領域のみならず、砂連などの形状特性についても言及すべきであるが、ここでは漂砂量則の基本について考察することとして、漂砂の移動限界について述べ、ついで最も単純化した場合の一樣水深における漂砂量則を飛砂量則との関連において、できる限り bed material load の考えで考察することにしたい。

2. 漂砂の移動限界

従来、漂砂の移動限界に関しては、優れた研究がなされ、実用的にも十分適用できる実験式が得られている。しかし、それらのほとんどの研究では、波の作用に対する砂粒の静的な釣合条件から移動限界を考察するか、あるいは次元解析によって実験結果を整理しているものが多い。

ここでは、漂砂の移動限界近傍における砂粒の動的挙動を rocking motion として、力学的に定式化し、Mathieu 方程式と同形の非線形常微分方程式を得たので、層流および乱流境界層理論による水粒子速度の表示を用いて数値積分し、その安定解から不安定解への限界として漂砂の移動限界を求める。多くの波および底質特性に対応して数百に及ぶこの方程式の解から求められる漂砂の移動限界を Shields 数と砂粒 Reynolds 数との関係、または砂粒 Reynolds 数に対応する砂粒特性の無次元量の関係として表わすと、波による加速度の効果として水粒子軌道直径と粒径との比 d_0/D が介入することがわかり、その一般表示を与え、実験値と比較して、両者がよく一致することを示す。

まわりで角速度 $\dot{\theta}_1 (< 0)$ に移行したとして、角運動量の保存式を作れば次のようになる。

$$\dot{\theta}_1 = \lambda \dot{\theta}_0 \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここに、 $\lambda = \{2a\xi + 5(a+b)\cos(\alpha+\beta)\} / \{2a\xi + 5(a+b)\}$ である。

(2) 流体力の表示

流動中で運動している粒径 $D (= 2a)$ の球状砂粒に作用する流体力は、一般に次のように表示される。まず、水平方向の流体力 R_T を形式的に次式で表わす。

$$R_T = F_d + F_p + F_a \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

ここに、 F_d は抗力、 F_p は慣性力および F_a は付加質量による抵抗で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F_d &= (\rho/2)\pi a^2 C_D |u-U| (u-U) \\ F_p &= (4/3)\rho\pi a^3 (du_0/dt) \\ F_a &= (4/3)\rho\pi a^3 C_M \{(du/dt) - (dU/dt)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.6)$$

ここに、 u は水平方向の水粒子速度、 u_0 は境界層の外縁における水粒子速度、 U は砂粒の水平速度、 C_D は抗力係数および C_M は慣性係数である。ただし、抗力係数に対しては、計算の便宜上一様流における球の抗力係数を次式によって近似して用いる。

$$C_D = \begin{cases} K/R_*^{1/2} ; & 1 < R_* < 10^3 \\ K & ; & 10^3 < R_* < 10^5 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

ここに、 $R_* = |u-U|D/\nu$ および K は定数である。また、慣性係数 C_M については、非定常の流体運動中において種々検討されているが、Reynolds 数 R_* の値が十分大きいことから $C_M = 0.5$ とする。

同様に、鉛直方向の流体力については、抗力 F_{dL} 、Magnus 効果による揚力 F_{ML} および付加質量による抵抗 F_{aL} を考え、次式で表わす。

$$R_L = F_{dL} + F_{ML} + F_{aL} \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} F_{dL} &= (\rho/2)\pi a^2 C_{DL} |w-W| (w-W) \\ F_{ML} &= (\rho/2)\pi a^2 C_L |u-U| (u-U) \\ F_{aL} &= (4/3)\rho\pi a^3 C_{ML} \{(dw/dt) - (dW/dt)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$

であり、 w は鉛直方向の水粒子速度、 W は砂粒の鉛直速度、 C_{DL} は抗力係数 (C_D と同様に取扱う)、 C_L は揚力係数 ($= 0.85C_D$ と仮定する) および C_{ML} は慣性係数 ($C_{ML} = C_M$ と仮定する) である。

(3) 水粒子速度の表示

波による層流および乱流境界層の理論に基づいて、水粒子速度を表し、波の理論としては微少振幅波理論を用いる。ただし、波による乱れについては、一般的表示が得られていないので考慮しない。

1) 層流境界層の場合 この場合には、境界層厚 δ は実用上

$$\delta = 5\sqrt{2\nu/\omega}, \quad \omega = 2\pi/T \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

であるから、これが粒径 D より大きい小さいかによって、次のように考える。波による層流境界層理論

によれば、 u および w が求められているので、 $D < \delta$ の場合には、その表示において $z = D$ とした値を用い、また $D > \delta$ の場合には、砂粒が境界層より露出することになるので、微小振幅波理論によって与えられる境界層外縁における水粒子速度を用いる。

b) 乱流境界層の場合　すでに、梶浦⁴⁾によって、境界層を内層、中間層および外層の3層に分けた理論が展開されているが、ここではより取扱いの簡単な2層モデルによるBrevik⁵⁾の理論を用いる。これは境界層を overlap layer と outer layer の2層に分け、前者では渦動粘性係数が床面よりの高さに比例するとし、また後者では一定として取扱い、0次のKelvin関数で表される偏微分方程式の解として、水粒子速度の表示が得られている。

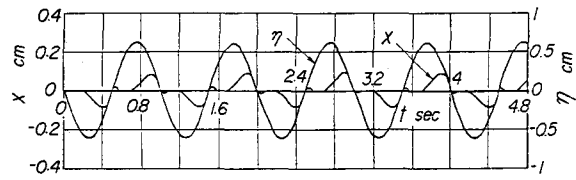
層流境界層の場合と同様に、砂粒が overlap layer の中に入る場合と outer layer に露出する場合とに分けて、前述した流体力を計算することができる。

以上、境界層内における水粒子の速度分布の表示およびその計算法の詳細は、紙数の関係で省略する。

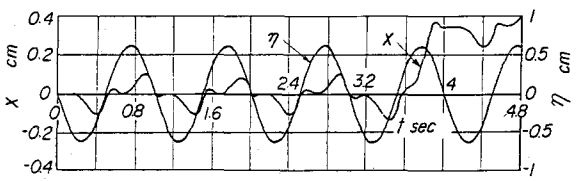
(4) 安定解と不安定解

前述した式(2.1)および(2.2)は、複雑な非線形2階常微分方程式であるが、基本的にはMathieu方程式となっている。これらの式によって、具体的に層流境界層を仮定して、砂粒の挙動(x)を数値積分した結果の一例を図-2.2に示す。これは $D = 0.39$ cm, $\sigma/\rho = 1.18$ のナイロン球の場合について計算した結果であり、図中 η は波形であり、 H/h

は波高・水深比を示す。図-2.2(a)は波の作用に伴ってrocking motionをくり返す安定解を表わしており、この場合は初期条件によらない。しかし、(b)の場合のように、少し波高を大きくすると、周期的変化をしたあと、砂粒は突然大きく移動し、もはや再帰しない。これは不安定解に対応している。このように、式(1)および(2)で表わされる砂粒のrocking motionにはMathieu方程式と同様に、安定解と不安定解が存在することがわかる。これらの式に含まれる諸定数を適当に定めて計算した結果は、粗面上におかれた球状粒子の運動をストロボを用いて写真撮影しrocking motionの時間的変化を測定した実験値と、かなりよく一致することが確かめられている。ただし、この場合、対象とする球状粒子の基準面からの高さも若干補正しなければならなかったが、これは後述する粒子の遮へい係数に関係する。



(a) 安定解



(b) 不安定解

図-2.2 砂粒の挙動と解の特性

2.2 漂砂の移動限界

(1) 移動限界の定義

まず、漂砂の移動限界の力学的意義について考察する。砂粒の運動を単純化した場合には、その運動方程式はMathieu関数を解とすることがわかった。その場合、砂粒の運動が安定解として表されれば、これは隣接する砂粒間で周期的な運動をしているだけで、真の移動を開始したことはない。しかし、不定解で表される場合には、真の移動が起こることになるので、力学的にはこの限界が漂砂の移動限界と定義される。

この立場から、式(2.1)および(2.2)に波および底質特性に関する種々の条件を入れて数値積分し、砂粒の移動量と波高・水深比との関係を示すと図-2.3のようにする。すなわち、ある特定の波条件のところで不安定解に移行することがわかる。その限界条件を求め、これを漂砂の移動限界とする。

一方、式(2.1)または式(2.2)において、砂粒の加速度項および速度項を省略すれば、砂粒の静的な釣合条件が得られる。このモデルは、従来多くの研究者によって取扱われてきたものであるが、ここでは静的な漂砂の移動限界とよぶ。これに対して、前述した砂粒のrocking motionによるものを動的な漂砂の移動限界ということにする。すでに述べたように、波による境界層内における乱れの効果を省略しているので、これら両者の移動限界には、あまり大きな相違は期待されないであろう。

(2) 移動限界の表示

移動限界の力学的意義によれば、漂砂の移動限界には砂粒の比重の効果が現われるが、前述した非線形2階常微分方程式を数種の比重に対して、粒径および波特性を変えて数値積分することは、かなり労力的である。ここでは、漂砂を対象とすることから、砂粒の比重 σ/ρ は、2.65と仮定する。数百に及ぶこの方程式の解を数値計算によって求め、層流および乱流境界層のそれぞれに対して、次式による摩擦係数 f の表示式を用いて、底面摩擦応力(最大値)を計算する。層流の場合、

$$f = \sqrt{16(\nu/u_*^* D)^2 (D/d_0)^2} \dots\dots\dots (2.11)$$

であり、乱流の場合は、Swart⁶⁾による次式を用いる。

$$f = \exp \{ 5.21 (2D/d_0)^{0.194} - 5.98 \} \dots\dots\dots (2.12)$$

漂砂の移動限界に対して計算された限界摩擦応力を用いて、Shields数 τ_*^* 、砂粒Reynolds数 $u_*^* D/\nu$ および粒子の軌道直径・粒径比 d_0/D を計算すると、これらがすべての無次元量であることがわかる。すなわち、漂砂の移動限界は、次式で表示される。

$$\tau_*^* = f(u_*^* D/\nu, d_0/D) \dots\dots\dots (2.13)$$

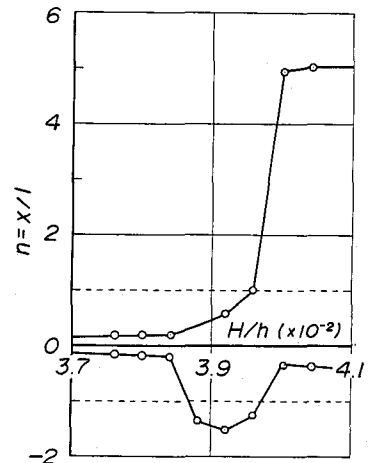


図-2.3 砂粒の移動量の変化

ただし、 $\tau_c^* = u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gD \tan \varphi$ として通常のように砂粒の静止摩擦係数 $\tan \varphi$ を付加して表わす。

一方、式(2.13)はShields 数 τ_c^* 、砂粒Reynolds 数 $u_c^* D/\nu$ と d_0/D とで表されるが、いま岩垣⁷⁾が限界掃流力の研究で用いたように、

$$D_V^* = [(\sigma/\rho - 1)g/\nu^2]^{1/3} D \dots\dots\dots (2.14)$$

を定義すれば、式(2.13)は次式のように表わされる。

$$\tau_c^* = g(D_V^*, d_0/D) \dots\dots\dots (2.15)$$

なお、静的な漂砂の移動限界も式(2.11)および(2.12)を用いると、式(2.13)および(2.15)で表わされる。このような漂砂の移動限界のように波による加速度が存在する場合には、その影響を表わすパラメータとして d_0/D が加わり、もし $d_0/D \rightarrow \infty$ であれば、一方向流すなわち流砂の場合における限界掃流力に対応することになる。

(3) 漂砂の移動限界

前述した方法によって、種々の条件に対する数値計算によって求められた動的な漂砂の移動限界を式(2.13)の関係で表わすと、図- 2.4 のようになる。層流および乱流境界層を仮定した場合に対して、 d_0/D をパラメータとして計算点を結ぶと図に示したような曲線群が得られる。確かに、式(2.13)の関係によって、漂砂の移動限界が表示されることがわかる。ただし、層流境界層から乱流境界層への遷移限界を明確にすべきであるが、ここでは実験値との比較において考察することにして、詳細には論じない。

さて、この理論結果と実験値を比較するために、岩垣⁷⁾が導入した遮へい係数 ϵ を用いて、式(2.13)および(2.15)を次のように表す。

$$\tau_c^* = (1/\epsilon) \begin{cases} f(u_c^* D/\nu, d_0/D) \\ g(D_V^*, d_0/D) \end{cases} \dots\dots\dots (2.16)$$

ただし、遮へい係数 ϵ としては、岩垣が用いた0.4 とするが、これがひとつの普遍定数としての意義をもつことはきわめて興味深い。

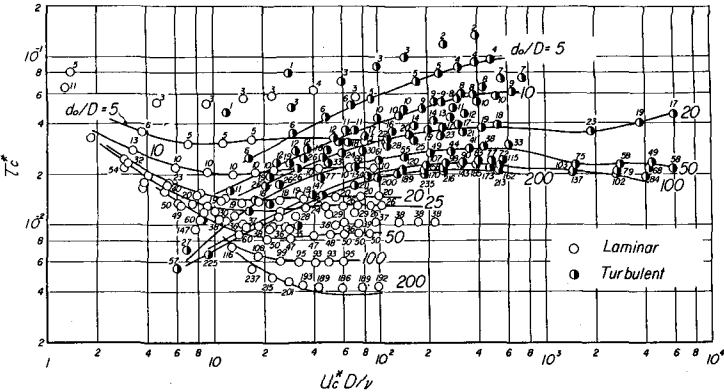


図- 2.4 動的な漂砂の移動限界の理論曲線

式(2.16)に基づいて、動的な漂砂の移動限界の理論曲線と実験値との比較を図-2.5に示す。ただし、 d_0/D をパラメータとして層流および乱流境界層を仮定した理論曲線を結んで示してある。まず、静的な漂砂の移動限界も全く同様な表示が得られるが、両者の相違は d_0/D の値の小さいところにおいて著しいけれども、 $d_0/D \approx 50$ 程度以上になればほとんど差がない。また、 d_0/D の値の増大に伴ってある曲線に漸近する傾向があり、 $d_0/D \approx 200$ 程度でそれに近い。理論曲線と実験値との比較はManohar の実験値を除いて、かなりよく一致することがわかる。この場合は、層流境界層から乱流境界層への実験値の遷移は明確でない。

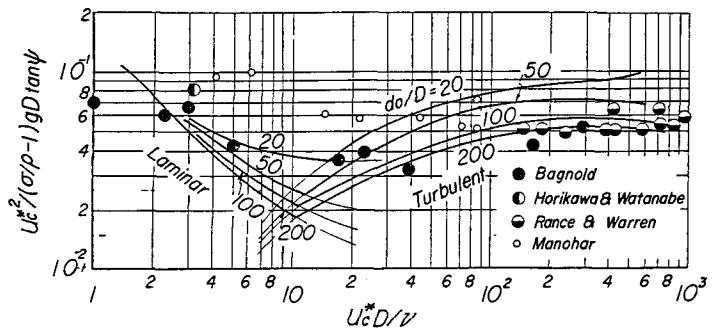


図-2.5 動的な漂砂の移動限界と実験値との比較

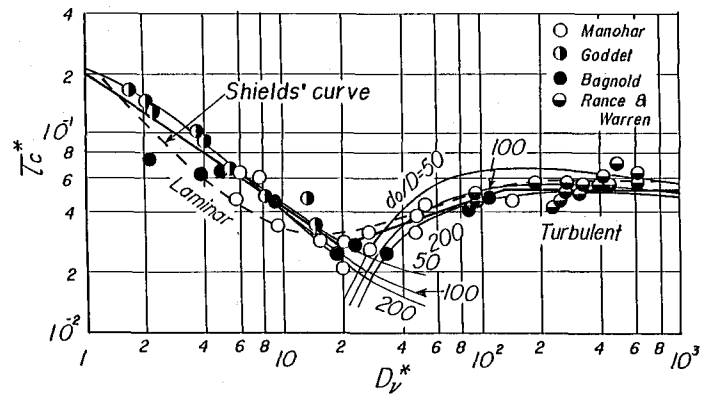


図-2.6 Sleathが整理した実験値との比較(1)
動的な漂砂の移動限界の場合

次に、図-2.6には、動的な漂砂の移動限界に対して、Sleath⁸⁾が整理した実験値と式(2.15)および(2.16)の関係で比較してある。実験値の整理法に若干不明な点があるので、その correction factor を約1.2倍してあるが、実験値は移動限界に関する理論曲線ときわめてよく一致し、また層流境界層から乱流境界層への遷移点付近における実験値の傾向は、理論曲線とよく対応している。

なお、図-2.6には、比較のために流砂の移動限界、すなわち限界掃流力に関する Shields 曲線を示してあるが、漂砂の移動限界の実験値のみならず、理論曲線もきわめて相補的であり、よく対応しているといつてよい。いいかえれば、漂砂の移動限界に対しては、加速度のパラメータが十分大きくなれば、その影響は無視される程度となって、漂砂と流砂の移動限界はこのような表示においてほぼ一致するといつてよい。ただし、前述したように、この数値計算においては、砂粒の比重(正しくは密度比)といった方がよい)を一定としたので、飛砂の場合のように、この値が大きくなると rocking motion に仮想質量力が大きく影響して、限界 Shields 数が小さくなるようである。これを簡単な理論に

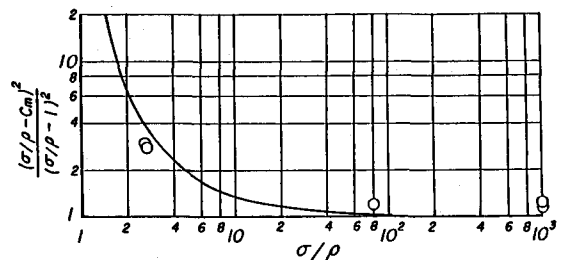


図-2.7 砂粒の移動限界に及ぼす密度比の影響

よって考察して、土屋³¹⁾は図-2.7のような結果を得ている。すなわち、砂粒の密度比 σ/ρ による係数 $(\sigma/\rho - C_m)^2/(\sigma/\rho - 1)^2$ (ここに、 $C_m = 1/2$)を飛砂の移動限界にかければ、図-2.6と同一に表示できることを示している。

(4) 実験式

漂砂の移動限界については、たとえばSleath⁹⁾がとりまとめているように、数多くのものが提案されており、実用的にも十分活用されている。ここでは、まず図-2.6によって、実験値と理論曲線とから図中に折線で示すような実験式を提案する。

$$\tau_c^* = \begin{cases} 0.2 ; & D_*^* \leq 1 \\ 0.2 D_*^{*-2/3} ; & 1 \leq D_*^* \leq 20 \\ 0.01 D_*^{*1/3} ; & 20 \leq D_*^* \leq 125 \\ 0.05 & 125 \leq D_*^* \end{cases} \dots\dots\dots (2.17)$$

ただし、漂砂の移動限界の理論において、もし層流境界層から乱流境界層への遷移を考慮すれば、両者の理論曲線を接続することができるはずであるが、その計算を行っていないので、遷移領域については、若干問題を残しているといわなければならない。

つぎに、従来発表された実験式について簡単に考察しておこう。前述した実験式のように、波動境界層による摩擦速度を用いるものについては、その推定法が問題となることはいうまでもないが、最近の理論結果は十分役立つといえる。これに対して、摩擦速度の代りに、波特性などを用いて漂砂の移動限界を表示するとすれば、式(2.13)および(2.15)と物理的にはほぼ同一であると考えられる次式が有効であろう。

$$\frac{U_o^2}{(\sigma/\rho - 1)gD} = f(D_*^*, D^2/\nu T) \dots\dots\dots (2.18)$$

ここに、 U_o は底面における最大水粒子速度で、

$$U_o = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kh} \dots\dots\dots (2.19)$$

で与えられ、また $D^2/\nu T$ は $(D/\delta)^2$ に対応し、波動境界層とくに層流境界層を規定することになる。式(2.18)によれば、たとえばKomar²⁾の実験式は次のように変形される。

$$\frac{U_o^2}{(\sigma/\rho - 1)gD} = \begin{cases} 0.058 \left(\frac{D^2}{\nu T}\right)^{-2/3} D_*^* ; & D_*^* < 12.5 \\ 1.10 \left(\frac{D^2}{\nu T}\right)^{-2/7} D_*^* ; & D_*^* > 12.5 \end{cases} \dots\dots\dots (2.20)$$

また、佐藤ら¹⁰⁾による式も全く同様に表されるが、式(2.20)における係数0.058が0.15となる。

3. 漂砂量則

一般に、波の作用による底質の移動を漂砂といい、広義には風による砂の移動すなわち飛砂もこれに加えられる。これは、いずれも海浜変形と表裏をなすものであるためであろうが、ここでは緒言において述べたように、それらの基本は力学的に同一であるという観点において考察する。この力学過程の追求はきわめて興味あるが、従来 Einstein³²⁾ を除いて誰れもこの立場からの研究は行っていないといつてよい。したがって、この理想にどれだけ近づけるかは心配であるが、少なくとも 2. において述べた漂砂の移動限界については、流砂と漂砂との対応に十分満足してよいであろう。そこに現われた物理量は無次元加速度項と底質の相対密度であるが、漂砂量則においても、これらの影響が現われるかどうかを目標のひとつにして考えていくことにしよう。

そのため、まず飛砂量則を流砂との関連において、砂粒の運動の力学過程と確率モデル（俗にそういわれるが）に基づいて、理論的にどこまで表示できるかを簡単な場合について示す。ついで、漂砂の場合への拡張、または試みについて述べ、掃流・浮遊漂砂の理論を試みてみたい。ただし、ここで述べる取扱いは最近著者が思考してきている研究の一端であって、十分完成しているものでもなく、また未発表であるので、そのことを考慮していただきたい。

3.1 飛砂量則

Bagnold¹¹⁾ 以来、飛砂に関しては数多くの研究が行われてきたが、最近堀川¹²⁾ による大規模な現地観測によって、その実態がさらに解明されてきた。その中で、飛砂量則に関しては、Bagnold によるもののほか、河村¹⁷⁾ による飛砂力学は現在においても高く評価されるし、同様な取扱いで飛砂・流砂を統一しようとした土屋¹³⁾ の理論がある。一方、流砂においても、Kalinske や芦田¹⁴⁾ による取扱いのほか、最近では Einstein¹⁵⁾ によって始められた確率モデルによる流送機構の解明が再熟してきた¹⁶⁾

これらの取扱いは、砂粒の流送過程に存在する力学的法則たとえば運動量またはエネルギーの保存則を究明し、それによって飛砂または流砂量則を求めようとする、いうなれば Bagnold 流のものと、砂粒の流送過程を確率過程としてとらえ、簡単なモデルによって流砂量則に結びつけようとする、いうなれば Einstein 流のものとに分けられる。図-3.1 に示すように、これら 2 つのアプローチを砂粒の運動力学によって結び融合してこそ、力学的な飛砂・流砂量則が得られると思われる。ここでは、その方法を最も簡単な例によって説明し、具体的に飛砂量則について述べてみたい。

(1) 飛砂層における運動量保存則

飛砂のみならず、流砂のような一方向流においては、流れによって与えられるせん断応力 τ_b は底面に作用する部分 τ_b と砂粒の運動によるもの τ_s との和として表わされることを Bagnold が示したが、これは飛砂・流砂層

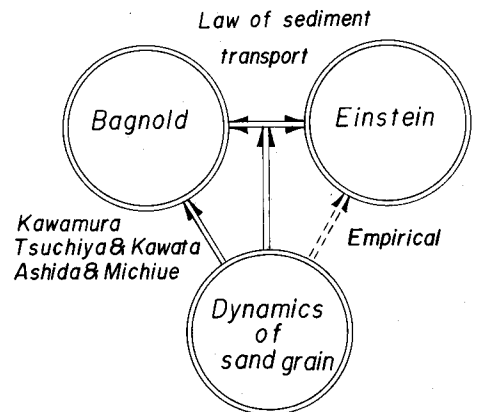


図-3.1 飛砂・流砂・漂砂力学の構成

における運動量保存則にはかならない。すなわち、

$$\tau_o = \tau_b + \tau_s \dots\dots\dots (3.1)$$

ただし、平衡状態の飛砂・流砂を考える限りでは、河村¹⁷⁾が行った図-3.2に示す実験結果からもわかるように、底面近傍はつねに砂粒の移動限界状態にあると考えてよく、式(4.1)は次のようになる。

$$\tau_o = \tau_o + \tau_s \dots\dots\dots (3.2)$$

ここに、 τ_o は砂粒の移動限界掃流力である。

(2) 飛砂層における砂粒の移動機構

一般には、saltationを主体とする運動として特長づけられるが、実際には土屋¹³⁾が明らかにしているように、sliding, rolling, jumpingおよびsurface creepなどがあり、さらにjumpingあるいは狭義のsaltationにおいてfirst, second, ……、およびsuccessive saltationが存在すると考えられる。しかし、流砂の確率モデルからもよく理解されるように、砂粒はつねにstep(あるいはjump)とrestとを繰り返しながら、そこに流砂場の一様性が確保され、bed material loadとしての移動機構が存在するはずである。このことは飛砂であろうと後述する漂砂でも全く同じことである。

さて、図-3.1に示したこの力学過程のシステムによる場合、砂粒の運動力学として何を対象とするか、すなわちどのような運動形態を取りあげて、その力学を取扱うかを明確にしなければならない。運動形態として考えられるのは、通常、滑動(sliding)、転動(rolling)、跳躍(jumping, or skipping)およびクリープ(surface creep)などがあげられ、前3者を総称してsaltationということもあり、また跳躍を狭義にそういう場合もある。これらの4つの運動形態について、それぞれ力学的な検討は十数年前に土屋¹³⁾によって詳細に実施されており、またそれらの運動形態の力学的配分も理論的に考察されている。したがって、ここでは図-3.1の力学過程の具体的な適用例を示すために、砂粒の運動形態として跳躍を主対象とするが、そのほかの形態およびそれらの力学的配分も考慮した場合については、これらに関する論文として公表する予定である。

砂粒に働く抗力として相対速度を用いた2乗則を適用し、河村¹⁷⁾の理論と同様にsaltation(jumping)に及ぼす乱れの影響を省略して、砂粒の運動方程式を表示し、その解から、砂粒の跳躍高さ H_s および L_s を求めれば、近似的に次のように表される。

$$\frac{H_s}{D} (= \bar{H}_s) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{2} \right) \tau^* \bar{W}_o^2 \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに、 $\bar{W}_o = W_o/u^*$ で、 W_o は砂粒の鉛直跳躍速度の初期値である。したがって、式(3.3)の右辺は $(1/2)(\sigma/\rho + 1/2) W_o^2/(\sigma/\rho - 1)gD$ となっている。また、跳躍距離 L_s は若干粗い近似によれば、次のように表される。

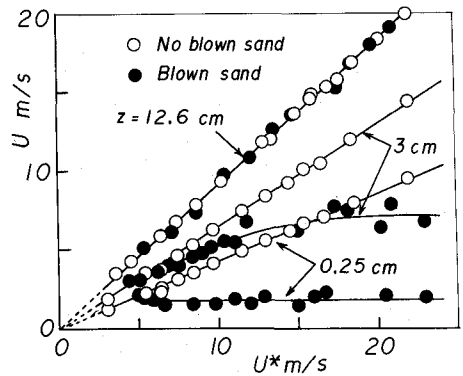


図-3.2 飛砂層内における流速特性

$$\frac{L_s}{D} (= \bar{L}_s) = \frac{4}{\lambda} H_s \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

ここに、 λ は定数で、飛砂および流砂において、それぞれ 0.26 および 0.40 である。

式 (3.2) における τ_s は、当然砂粒の運動形態によって、その表示を与えなければならないが、saltation の場合には次式で表される。

$$\tau_s = \frac{G_0}{n} \sum_{i=1}^n (U_{1i} - U_{0i}) \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

ここに、 U_{0i} および U_{1i} はそれぞれ砂粒の跳躍前後の水平速度で、鉛直速度とは一般に $W_0 = \beta_s U_i$ と仮定されるものであり、 n 個の砂粒による全運動量の変化として τ_s が表されている。したがって、 G_0 は単位時間単位面積当りから pick-up される砂粒の質量を表す。式 (3.3) および (3.4) に対応する砂粒の跳躍前後における速度の関係を式 (3.5) に代入して、変形すれば、saltation 層における運動量保存則、式 (3.2) から G_0 を与える関係式が得られることになる。ただし、その場合、砂粒の跳躍速度の初期値をその運動形態に応じて与える必要がある。たとえば、対象としている力学過程はいわゆる granular の場であることを考えると、粒径程度の rolling または sliding によって jumping に移行すると考えれば、初期値は次式で与えられる。

$$\bar{W}_0 = \frac{\beta_s A_r}{1 + \sqrt{(4/3)(\sigma/\rho + 1/2)/C_D}} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

これを式 (3.3) に用いて運動量保存則から、具体的に G_0 を求めれば、次の関係式が得られる。

$$\frac{G_0}{(\sigma - \rho) \sqrt{gD}} = A_0 \frac{(\tau^* - \tau_e^*)}{\sqrt{\tau^*}} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

ここに、

$$A_0 = \left(\frac{e}{1 - e} \right) \frac{(1 + \sqrt{(4/3)(\sigma/\rho + 1/2)/C_D})}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)(\sigma/\rho + 1/2)}} \frac{1}{A_r} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

であり、 e は砂粒の床面との反発係数で飛砂の場合 0.91 程度である。

式 (3.6) に代って、もし saltation の初期値において乱れの作用が effective であると考ええるならば、Einstein のような方法で、乱れの確率分布との関係で砂粒の pick-up を力学的に導入することも可能であろう。ただし、重力との関係や局所的な力学機構の導入では、飛砂または流砂としての表示は与えられないであろう。

次に、前述したように、granular の場におけるこの力学過程は、確率モデルで取扱っているように、そこにはいくつかの不確定性が存在する。たとえば、step length の概念もそこに端を求めたものであるが、図-3.1 は生かされない。最も簡単な確率モデルによれば、step length の分布は、前述したようにこの場の一様性から、当然次のように表される。

$$f(L) = \frac{1}{L_m} e^{-L/L_m} \dots\dots\dots (3.9)$$

ここに、 L は step length で、 L_m はその平均値を表す。

前述したように、step length 間における砂粒の運動を saltation と考えれば、式(3.9)は砂粒の跳躍距離 L_s の分布に対応する。式(3.7)および(3.8)を求める過程では、この分布を考えず、いわば平均値に対応した力学過程として計算をしたが、式(8.5)は $\sqrt{L_s}$ に比例すると定式化されるので、その分布を式(3.9)によって表して評価すると、式(3.8)は次式のようになる。

$$A_0 = \left(\frac{e}{1-e} \right) \frac{(1 + \sqrt{(4/3)(\sigma/\rho + 1/2)/C_D})}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)(\sigma/\rho + 1/2)}} \frac{\sqrt{\pi}}{A_v} \dots\dots\dots (3.10)$$

すなわち、 $\sqrt{\pi}$ だけ大きく表わされることになる。

式(3.8)および(3.10)を用いて、式(3.7)を計算し、河村の実験結果と比較すると、図-3.3のようになる。ただし、式中の定数としては、 $C_D = 0.4$ 、 $e = 0.91$ および $A_v = 8.5$ とした。これから、平均値を対象とするよりも、その分布を考慮した方がより実験に一致するようになることがわかり、図-3.1に示したシステムの意義を理解することができよう。

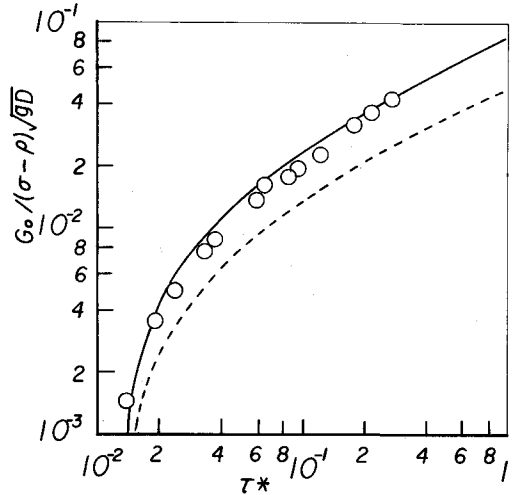


図-3.3 Pick-up rate の理論値と実験値との比較

飛砂量 q_B は $q_B = (G_0/\sigma)L$ によって表されるので、この場合における飛砂量則は、式(3.7)を用いて次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{q_B}{u_*^* D} &= B_0 (\tau^* - \tau_c^*) \\ &= B_0 \tau_c^* \left(\frac{\tau^*}{\tau_c^*} - 1 \right) \dots\dots\dots (3.11) \end{aligned}$$

ここに、

$$B_0 = \frac{A_v B_s^2}{\lambda} \left(\frac{e}{1-e} \right) \frac{\sqrt{(\sigma/\rho + 1/2)}}{(\sigma/\rho)(1 + \sqrt{(4/3)(\sigma/\rho + 1/2)/C_D})} \dots\dots\dots (3.12)$$

ただし、前述したように、step length の分布を考えれば、 $\sqrt{\pi}$ 程度の補正を余儀なくする。ここで取扱った saltation は first saltation を主体としているので、飛砂のようにいくつかの saltation の繰返しによって step length が規定される場合には、土屋ら¹³⁾ が取扱ったようにそれぞれの運動形態の力学的配分を考えなければならない。しかし、式(3.11)として表される飛砂量則の表示はほとんど変わらず、係数 B_0 が若干複雑になり、 τ^* の小さい範囲において τ^* の影響が介入する。

なお、河村¹⁷⁾は式(3.7)に対して実験式を適用して、次式のような飛砂量則を導いている。

$$\frac{q_B}{u_*^* D} = K_0 \tau_{e*}^* \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{e*}^*}{\tau_*^*}}\right) \left(1 + \sqrt{\frac{\tau_*^*}{\tau_{e*}^*}}\right)^2 \dots\dots\dots (3.13)$$

ただし、原式の特長を損わないように無次元表示してあり、また K_0 は定数である。また、砂粒の運動形態として滑動を対象とし、式(3.2)を用いて導かれた芦田ら¹⁴⁾の流砂量則は、同様に变形して次式で表される。

$$\frac{q_B}{u_*^* D} = A_M \tau_{e*}^* \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{e*}^*}{\tau_*^*}}\right) \left(\frac{\tau_*^*}{\tau_{e*}^*} - 1\right) \dots\dots\dots (3.14)$$

ここに、 $A_M = A_r / \mu_f$ で、 μ_f は砂粒の摩擦係数である。ただし、この取扱いでは、砂粒の運動を定常な滑動として取扱っているため、前述したような図-3.1のシステムの適用はできないが、非定常な砂粒の運動を抗力に対してStokesの法則を用いた計算によれば、同様な流砂量則が得られ、step lengthの分布も導入できるが、砂粒 Reynolds 数 $u_*^* D / \nu$ が介入することになる。

以上とりあげた飛砂・流砂量則の関数形を比較するために、式(3.11)、(3.13)および(3.14)を $q_B / \tau_{e*}^* u_*^* D$ と τ_*^* / τ_{e*}^* との関係で示すと、図-3.4 になる。当然のことながら、それぞれの表示における定数はすべて1としてある。なお、以上検討した結果を砂連などが存在する場合に適用するときは、いわゆる有効掃流力の概念が有用であると思われる。浮遊漂砂の基準濃度の推定において、後述するようにこの概念が具体的に適用される。

3.2 漂砂量則

前述した飛砂量則との関係で、漂砂量則を考察する

ことにすれば、bed material load としての基本は全く同じはずであるが、両者の根本的な相違は前者は unidirectional なほとんど加速度が存在しない流れの場であり、後者は周期的な運動で加速度が存在する場である。従来、この点を強調したのは Einstein³²⁾であり、かれの指導による Abou-Seida の研究において示されているが、その後ほとんどとりあげられなかった。最近、土屋ら¹⁸⁾が再びこの加速度の影響を検討したが、2.において述べた漂砂の移動限界においても、理論的に加速度の影響を表すパラメータとして d_0 / D が現われていることを考えると、飛砂量則との対応から漂砂量則を論ずることは有意義であろう。

ここでは、漂砂の運動形式を従来と同じように掃流および浮遊漂砂に分けて取扱い、その中で飛砂量則とどのように関係すべきかに注目して考察することにしよう。

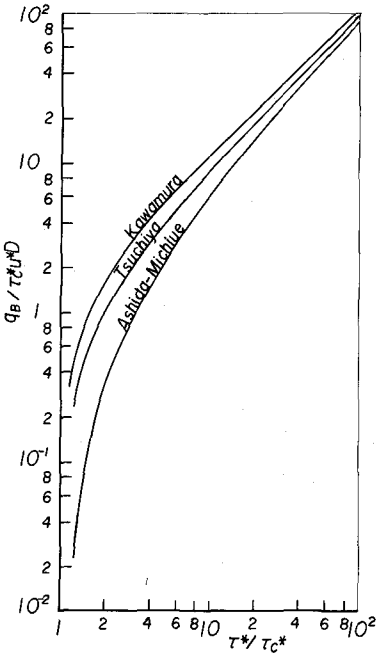


図-3.4 飛砂・流砂量則の比較

(1) 掃流漂砂量則

小林¹⁹⁾は式(3.2)を用いて、傾斜海浜上における漂砂量則の定式化を試みている。ただし、式中の τ_* については、単位面積当り運動している n ヶの砂粒による運動量によって評価し、式(3.5)を次のように表している。

$$\tau_* = n \left(\frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi}{4} D^2 \right) U^2 \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

ここに、 U は砂粒の速度である。ただし、 U としては、砂粒に作用する抗力および摩擦力のみを取りあげ、擬定常な砂粒の運動を仮定して求め、それを用いて式(3.15)を評価し、局所漂砂量則を得ているが、その水平床の場合を示せば、次式のようになる。

$$\frac{q_B(t)}{u_*^* D} = A_r \sqrt{\frac{\tau_c^*}{\tau_*^*}} (\tau_*^* - \tau_c^*) \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

ただし、小林は無次元漂砂量の表示として砂粒の沈降速度 w_0 を用いて $q_B(t)/w_0 D$ としているが、これは上式のようになる。これはその仮定より明らかなように、流砂の場合の芦田らの取扱いに類似しており、波動場における加速度の影響を導入するわけにはいかない。しかし、Shields数を計算するに当たって、その周期的変化を

$$\tau = \tau_0 \cos^2 \omega t \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

によって表し、式(3.16)によって半周期平均の掃流漂砂量則を次式によって示している。ただし、式(3.17)において、 τ_0^* は最大Shields数を表わし、 ω は角周波数である。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{q}_B}{u_0^* D} = K \left\{ \tau_0^* \left(\frac{\tau_0^*}{\tau_c^*} - 1 \right) \right\}^{1/2} \left\{ 1 - \frac{7}{4} \left(\frac{\tau_c^*}{\tau_0^*} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{\tau_0^*}{\tau_c^*} - 1 \right)^{1/2} \right. \\ \left. \left(2 \frac{\tau_c^*}{\tau_0^*} - 1 \right) \cos^{-1} \sqrt{\frac{\tau_c^*}{\tau_0^*}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.18) \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{q}_B$ は半周期平均の漂砂量であり、 $u_0^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ 、 $\tau_0^* = u_0^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gD$ および $K = 8/3\pi\sqrt{3C_D}$ である。ただし、提案された式では、無次元漂砂量を $\bar{q}_B/w_0 D$ で表しており、水粒子速度に関する係数 b_2 が導入されているが、その物理的意味からここでは $b_2 = 1$ としてある。また、この表示法については、一般に漂砂量 q_B に対して、 $q_B/u_*^* D$ または $q_B/w_0 D$ が用いられてきているが、砂粒の形状特性を考慮すると後者がよく、理論的には前者となる。

一方、飛砂量則において述べたように、砂粒の運動形態のうち、たとえばslidingでもsaltationでも、波動場を対象とする限りでは、砂粒の速度、またはその平均速度は砂粒近傍の水粒子速度のほか波による加速度の影響をうける。たとえば、抗力としてもStokesの法則を用いた場合の土屋による計算によれば、砂粒の速度と摩擦速度との関係には、前述したパラメータ d_0/D が介入することがわかっているので、式(3.16)で表される漂砂量則にもそれが加わることが想像される。このことを実験的に確かめるために、基準となる漂砂量則として、飛砂量則とのアナロジーから局所掃流漂砂量則として、次式を採用する。

$$\frac{q_B}{u_*^* D} = B_0 w (\tau_*^* - \tau_c^*) \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

ただし、波動場における砂粒の運動を力学的に究明して、その基本モードを解明し、できれば飛砂量則の場合のように確率モデルとの関連を見出すべきであるので、現在そのような計算をしている。ここでは、従来 Manohar, Abou-Seida, および Sleath らによって実施され、Madsen ら²⁰⁾によっても用いられた実験結果によってこのことを確かめたが、その結果を図-3.5に示す。すなわち、係数 $B_0 w$ は加速度のパラメータ d_0/D によって表され、図中に示した曲線は次式で示される。

$$B_0 w = 0.6 \left(1 + \frac{50}{d_0/D} \right)^3 \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

これによると、 d_0/D が小さくなると加速度の影響が著しく、みかけ上無次元漂砂量は増大するが、 $d_0/D \gg 400$ 程度になると、もはや加速度の影響は無視される。この事実は、2.において述べた漂砂の移動限界において述べた考察に対応するものであって、きわめて興味あるものといえよう。

つぎに、式(3.17)を用いて、半周期平均の漂砂量を簡単な場合について計算する。前述した小林¹⁹⁾の計算では、漂砂の移動限界時の位相 ωt_c を求めて、その間の漂砂量を計算しているが、ここでは簡単のために、この位相の表示においては、 $\tau_*^*/\tau_0^* \ll 1$ と仮定する。すなわち、式(3.17)において $\cos^{-1}(\tau_*^*/\tau_0^*)^{1/2} \approx 0$ として、式(3.17)を式(3.19)に用いて半周期平均の漂砂量を表せば、次式のようになる。

$$\frac{\bar{q}_B}{u_0^* D} = \frac{4}{3\pi} B_0 w \left(\tau_0^* - \frac{3}{2} \tau_c^* \right) \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

ただし、このような近似計算によれば、漂砂の移動限界はみかけ上 $(3/2)$ だけ割増されることになるが、さらに理論的な検討が必要であることはいうまでもない。しかし、前述したような方法によって、局所掃流漂砂量則が求められると、波動境界層理論の進歩とあいまって、任意の波動場または波と流れの共存場に対しても拡張することは可能であると思われるし、また plane bed を対象としたこの場合を基準として、たとえば有効掃流力の計算法によって、砂連が存在する場合でも半周期ごとの平均漂砂量を求めて、net transport とその方向を計算することも可能であろう。

なお、最近大規模な漂砂実験によって漂砂量則の検討が行われ、清水ら²¹⁾によって渡辺²²⁾による式の適用性が調べられた。その結果、かなり広範囲の Shields 数に対して、次のような実験式を示している。

$$\frac{q_B}{w_0 D} = AB \sqrt{\tau_0^*} (\tau_0^* - \tau_c^*) \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

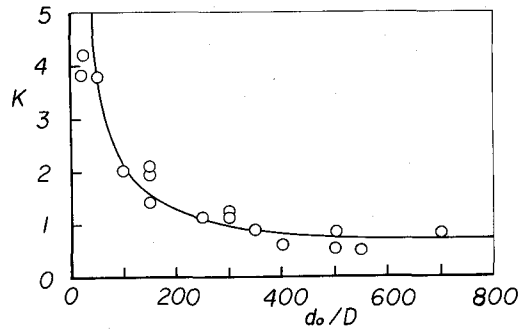


図-3.5 半周期平均の漂砂量に及ぼす加速度の影響 ($K = B_0 w$)

ここに、 A は実験的に定められた gD/w_0^2 の関数であり、 B は浜勾配 $\tan \beta_B$ の関数として定められており、かつ岸向漂砂の場合 $B=1$ である。また、限界 Shields 数 τ_*^* は通常図-2.6 として与えられている値より、約 40% 大きくとられている。この表示は、当然変形すれば、式(3.20)と一致し、またなぜ τ_*^* の値が若干大きく表わされたのか、それが前述した計算に現われたみかけ上の割増しとどう対応するかは今後の検討によらなければならない。

(2) 浮遊漂砂量則

波の作用による漂砂の浮遊に関しては、数多くの研究が実施されたが、その中で特記すべきことはその一例を図-3.6 に示すように、任意の点における浮遊漂砂濃度が周期的に変動し、一般に一周期間に 2~4 個のピークを示すことである。このような現象をいかにとり入れて漂砂量則として表すかがポイントであり、また浮遊漂砂の拡散係数 ϵ をいかに定式化するかも基本的な問題である。ここでは、前述したように、掃流・浮遊漂砂を通じてそこには bed material load としてのバランスが必要であるとする立場から考察し、最

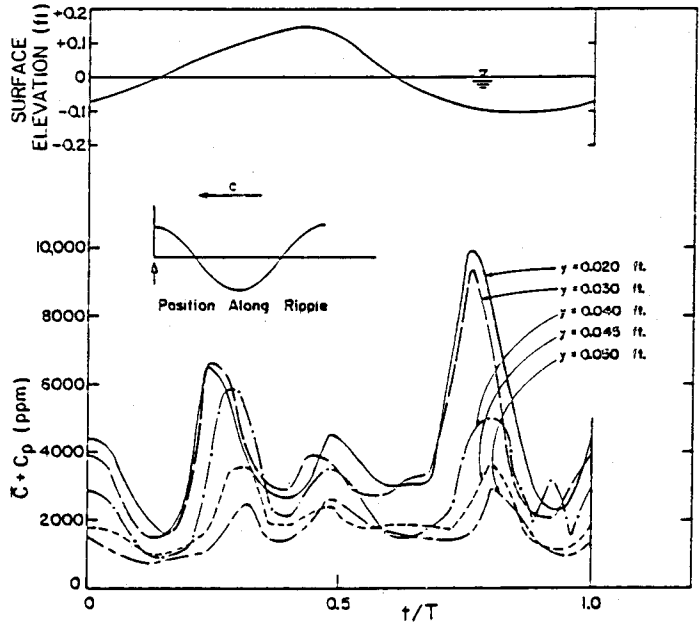


図-3.6 浮遊漂砂濃度の時間的变化の一例
(Kennedy らによる, 1972)

初に従来の方法において拡散係数の表示を工夫した Skafel ら²³⁾ の取扱いを示し、ついで Nielsen ら²⁴⁾ の理論を利用して、底面境界条件において漂砂濃度の変動をとり入れ、掃流漂砂と結びつけた試みを示そう。

まず、1次元の場合を対象とすれば、浮遊漂砂の連続方程式は、一般に次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} - w_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

ここに、 $\bar{c}$ は浮遊漂砂濃度である。

1) 従来の取扱いによる浮遊漂砂量則

式(3.23)を1周期について積分すれば、右辺第1項は省略されるので、漂砂濃度分布を求めるには、いかに拡散係数を波動の場との対応で定式化するかである。Skafel ら²³⁾ は波動境界層における混合現象として、拡散係数が摩擦速度と水粒子の軌道直径とによって特長づけられるとし、次式を仮定している。

$$\epsilon = \beta d_0 w_0^* \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

ここに、 β は定数であるが、後述するように実験結果との比較によって表される。この表示によれば、浮遊漂砂濃度の鉛直分布は、時間平均された式 (3.23) を $z = z_0$ において $\bar{c} = \bar{c}_0$ および $z \rightarrow \infty$ において $\bar{c} = 0$ として積分して、次式のように表される。

$$\frac{\bar{c}}{\bar{c}_0} = \exp\left(\frac{w_0}{\beta u_0 t}\right) \left(\frac{z - z_0}{d_0}\right) \dots\dots\dots (3.25)$$

ここに、 $\bar{c}_0$ はいわゆる基準濃度であって、Einstein と同様に、掃流漂砂量 q_B によって表す。

$$\bar{c}_0 = \frac{\bar{q}_B}{z_0 U_0} \dots\dots\dots (3.26)$$

ただし、 $\bar{q}_B$ として Madsen ら²⁰⁾ による実験式を用い、また Kamphuis ら²⁵⁾ による砂連の形状特性を用いて波動境界層の結果から摩擦速度を推定して Shields 数を計算し、掃流漂砂量 q_B を求めて、漂砂濃度分布を実験結果と比較して、係数 β を次式で表している。

$$\beta = 8.7 (u_0^* D/\nu)^{-2.2} \dots\dots\dots (3.27)$$

ただし、式 (4.27) の表示においては、実験値の範囲は必ずしも広くないので、さらに検討すべきであるか、これによる漂砂濃度分布式 (3.25) の適用性は実用上十分であることが確かめられている。²⁶⁾

2) 底面境界条件を考慮した浮遊漂砂量則

図-3.6 に示したような浮遊漂砂濃度の変動は、そこに形成されている砂連と水粒子速度との関係が深く、一般に波の位相と関係して図-3.7 に示すようになり、漂砂雲 (sediment cloud) の往復運動が注目されてきた。Nielsen ら²⁴⁾ は砂連上における漂砂の pick-up mechanism に着目して、底面における境界条件にはじめて pick-up function $p(t)$ を導入し、次のように表した。

$$z = z_0 \text{ において, } -\epsilon \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = p(t) \dots\dots\dots (3.28)$$

しかし、漂砂の沈降を考えると、これは次のように表されるはずである。

$$-w_0 \bar{c} - \epsilon \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = p(t) \dots\dots\dots (3.29)$$

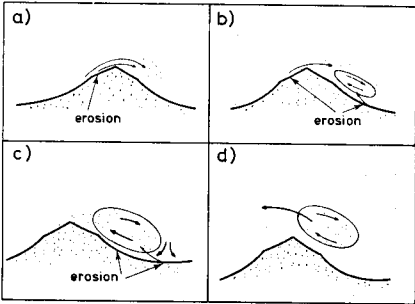


図-3.7 砂連の発生に伴う漂砂雲の挙動 (a ; 加速時, はく離なし, pick-up 著しからず b ; 減速時, はく離開始, 渦中へ漂砂集まる c ; 流速停止, 渦発達 d ; 流れ反転, 渦移動, pick-up 著しい)

これは流砂において、最近 Murphy²⁷⁾ が示した境界条件に対応するものであり、波の水用下における漂砂のように周期的な外力によって漂砂が pick-up される場合には、とりあげられるべき境界条件といえる。前述した漂砂雲の挙動を考えると、これにのみ注目しがちであるが、前述したように bed material load としてそこには漂砂の平衡状態 (たとえ局所的であっても) が存在するはずであることを考えると、漂砂雲を通じて掃流漂砂から浮遊漂砂に移行し、また浮遊漂砂から掃流漂砂または底面漂砂となって平衡を保

つことになる。式(3.29)はpick-up functionを通じて、掃流漂砂と結びつけられるので、bed material loadとして考えられるはずである。なお、Nielsen ら²⁰⁾の場合には、結果的に式(3.29)の右辺第1項の漂砂の沈降による項をpick-up function自身の中に入れたことになっている。

いま1つの境界条件は、数学的な便宜を考えて、水面に対応するものとして、次式によって与えられる。

$$z \rightarrow \infty \text{において, } \bar{c} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

これら2つの境界条件によって式(3.23)を解くに当たり、 $\bar{c}(z, t+T) = \bar{c}(z, t)$ のような周期性を仮定し、pick-up functionとして次式を仮定する。

$$p(t) = \text{Re} \sum_0^N p_n e^{in(\omega t - \varphi_n)} \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

ここに φ_n は水粒子速度が $e^{i\omega t}$ で変わるとしたとき $p(t)$ との位相差を表し、また z は砂連の峰からの鉛直距離として定義する。これらの条件のもとに、Nielsen ら²⁰⁾らによって求められた式(3.23)の解は、次式で表される。

$$\bar{c}(z, t) = \sum_0^\infty \frac{p_n}{w_0 |\alpha_n|} \cos n \left\{ \omega t - \varphi_n - \frac{1}{n} \left(\arg \alpha_n + \frac{w_0 z}{\epsilon} \text{Im}(\alpha_n) \right) \right\} e^{-(w_0 z / \epsilon) \text{Re}(\alpha_n)} \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

ここに、

$$\alpha_n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + i \frac{n\omega\epsilon}{w_0^2}}, \quad p_0 = w_0 \bar{c}_0 \quad \dots\dots\dots (3.33)$$

ただし、 $\bar{c}_0$ は $z=0$ で砂連の峰における基準濃度で、掃流漂砂との関係で後述される。また、拡散係数 ϵ についてはすでに論じたが、ここではNielsen らの与えた次式を用いておく。

$$\epsilon = (\eta + k\delta) gT f(U_0/w_0) \quad \dots\dots\dots (3.34)$$

ただし、この表示は波動乱流境界層における仮定と類似させ、境界層厚さ δ によるものに砂連の高さ η を加えて表し、式(3.24)における摩擦速度の代りに同じ次元をもつ(gT)を用いている。また、境界層厚さとしては、次式を用いる。

$$\delta/d_0 = 0.072 (2.5D/d_0)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (3.35)$$

当然、波が碎けるような場合には、これらの表示は適用できず、碎波に伴う拡散が底面からのそれに加わるような機構になるが、最近Deigaard, Fredsoe ら²⁸⁾によるいわゆる k 方程式によるモデル化は有効な1つの方法であろう。これらの表示については、なお検討すべきであるが、ここでは、浮遊漂砂を最も規定する基準濃度について検討しておく。Nielsen ら²⁰⁾は図-3.8に示すように、式(3.33)における基準濃度 $\bar{c}_0$ を砂連の峰における実験値をShields 数 τ^* との関係で表した実験式を用いているが、掃流漂砂との対応はつけていない。ここでは、図-3.9に基づいて、砂連の背面に作用するせん断応力により掃流漂砂が規定されるとして、いわゆる有効掃流力の方法を適用して、砂連の峰を通過する漂砂量から基準濃度を評価する。掃流漂砂量 Q として、式(3.21)を用いれば、基準濃度 $\bar{c}$ は次式で表される。

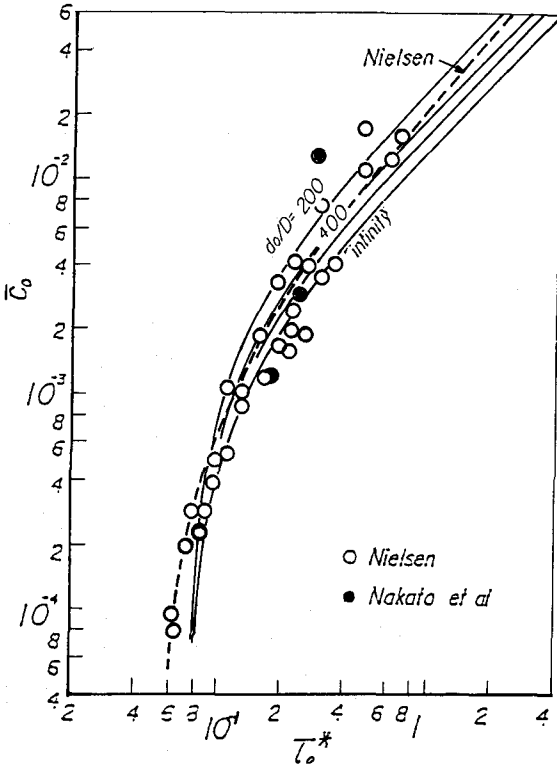


図-3.8 浮遊漂砂の基準濃度の表示

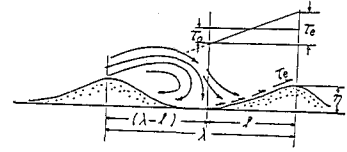


図-3.9 有効掃流力の表示

$$\bar{c}_0 = \beta_{ow} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right) \left(1 - \frac{C_D'}{f} \right)^{3/2} \left(\frac{\lambda}{\ell} \right)^{3/2}$$

$$\sqrt{\frac{f}{2}} \left(\tau_0^* - \frac{3}{2} \tau_c^* \right) \dots\dots\dots (3.36)$$

ここに、図-3.9に示していない記号のうち、 C_D' は砂連の形状抗力係数および f は摩擦係数で、Longuet-Higgins²⁹⁾によれば、 $C_D'/f = 0.44$ 程度と推定される。またMadsenら³⁰⁾によれば、 $f = 0.24$ であり、さらに $\lambda/\ell = 2$ および $\alpha = 2.5$ とすれば、式(3.36)は図-3.8に実線で示すように加速度のパラメータ d_0/D によってShields数 τ^* の関数として表

される。実験値における d_0/D の値はわからないが、全体的な傾向および $d_0/D \rightarrow \infty$ の曲線との対応は比較的よく実験結果を説明しており、またNielsenら²⁴⁾の実験式とも協調している。

これらの諸式を用いれば、全浮遊漂砂量 q_s は次式によって求められる。

$$q_s = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^h \sum_0^N \bar{c}_n(z, t) u_n(z, t) dz dt \dots\dots\dots (3.37)$$

ここに、 $u_n(z, t)$ は水平方向の水粒子速度(流れが共存してもよい) $u(z, t)$ の成分で、次式の関係にある。

$$u(z, t) = \sum_0^N u_n(z) \cos n\omega t \dots\dots\dots (3.38)$$

一例として、Stokes波を対象とし、質量輸送も加味した場合を考えて、

$$u(z, t) = U_0 + U_1 \cos \omega t + U_2 \cos 2\omega t \dots\dots\dots (3.39)$$

とすれば、全浮遊漂砂量は次式で表される。

$$\frac{q_s}{u^* D} = K_1 \left(\frac{U_0}{u^*} \right) \left(\frac{\varepsilon}{w_0 D} \right) \left[1 - 2(1 + \beta) \sum_{n=1,2} \frac{\alpha_n U_n}{U_0 |\alpha_n|^2} \left\{ \cos(n\varphi_1 + 2 \arg \alpha_n + \beta \cos(n\varphi_2 + 2 \arg \alpha_n)) \right\} \right] \dots (3.40)$$

この表示によれば、大カッコ内の第1項は定常な流れ U_0 による漂砂量を表し、第2項は振動流によるものである。Nielsenら²⁰⁾は式(3.40)(ただし、 $\bar{\varepsilon}_0$ の表示は図-3.8に示した実験式)を用いて、具体的に2種の底質について浮遊漂砂量を計算している。その結果を図-3.10に示すが、この場合式(3.39)中の U_n としては、Stokes波の第2次近似解に対応させて、次のように与えている。

$$U_0 = -\frac{gH^2}{8ch}, \quad U_1 = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kh},$$

$$U_2 = \frac{3c}{16} \frac{(KH)^2}{\sinh^4 kh} \dots (3.41)$$

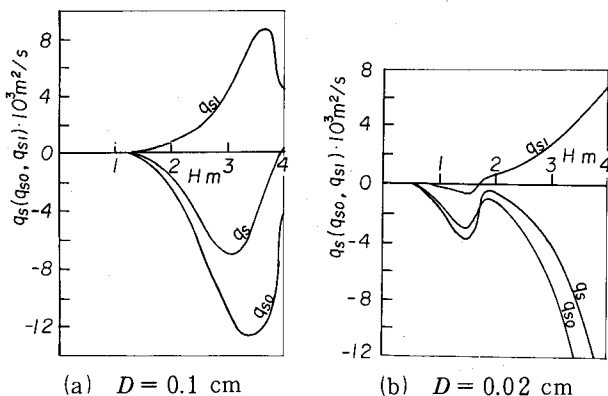


図-3.10 浮遊漂砂量の波および底質特性による変化の一例 (Nielsenらによる, 1978)

ここに、 c は波速で、 $k = 2\pi/L$ である。図中、 q_{s0} および q_{s1} はそれぞれ式(3.40)における定常流および振動流による漂砂量を表す。これによって、浮遊漂砂量は底質特性によって変わるが、定常流および振動流の寄与が大きく異なり、その大きさによって漂砂の方向が規定されるので、波高とともに一般には単調に増大しないことがよく理解される。

なお、以上述べた掃流および浮遊漂砂量則によって数値的に計算される漂砂量を加えることによって、全漂砂量とその方向を求めることは原理的に可能であろう。

4. 結 語

以上、漂砂量則として、漂砂の移動限界から漂砂量の表示について、飛砂量則との関連から、最も簡単な場合をとりあげて考察してみた。漂砂を広義に考えて、このように飛砂量則まで含め、さらに流砂量則との関係に注目しながら考察すると、そこには共通性があり、砂粒の輸送現象の力学過程としての法則性があるように思われる。その追求するための方法論も、砂粒の運動を主体とした力学と確率モデルによるものがあるが、要はそこに存在する力学過程をどうとらえて、共通の法則性を挿出するかである。したがって、漂砂量則のような1つの保存量を求めるためには、確率モデルによってその動態を理解することはきわめて有効であるか、力学過程としてはじめて保存量の表示が与えられるものであろう。

ここで述べた取扱いは、漂砂量則についての最近の著者の試みの一端を示したものであって、いまだ緒

についたところであるが、その方法論においてはほぼ確定してきたものと考えている。この機会に、ご批判をいただき、この方面の研究にいささかでも役立つことができれば幸である。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人：掃流砂礫の流送機構，1970年度水工学に関する夏期研修会講義集，B. ダム・河川コース，70-15，23p，1970.
- 2) Komar, P. D. and M. C. Miller : Sediment threshold under oscillatory waves, Proc. 14th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 756~775, 1974.
- 3) Larsen, L. H., R. W. Sternberg, N. C. Shi, M. A. H. Marsden and L. Thomas : Field investigations of the threshold of grain motion by ocean waves and currents, Marine Geology, 42, pp. 105~132, 1981.
- 4) Kajiura, K. : On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, Vol. 42, No. 1, pp. 147~174, 1964.
- 5) Brevik, I. : Oscillatory rough turbulent boundary layer, Jour. ASCE, WW 3, pp. 175~181, 1981.
- 6) Swart, D. H. : Predictive equations regarding coastal transports, Proc. 15th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1131~1132, 1976.
- 7) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究，(1) 限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，pp. 1~21, 1956.
- 8) Sleath, J. F. A. : Measurements of bed load in oscillatory flow, Jour. ASCE, WW4, pp. 291~307, 1978.
- 9) Sleath, J. F. A. : Sea Bed Mechanics, John Wiley & Sons, 1984.
- 10) 佐藤昭二，田中則男：水平床における波による砂移動について，第4回海岸工学講演会論文集，pp. 95-100, 1962.
- 11) Bagnold, R. A. : Physics of Blown Sand and Desert Dune, Methuen & Co. Ltd., 1954.
- 12) Horikawa, K., S. Hotta. and S. Kubota : Field measurement of blown sand transport rate by trench trap, Coastal Eng. in Japan, Vol. 27, 1984, pp. 213-232.
- 13) 土屋義人，河田恵昭：砂粒の saltation に基づく飛砂量則について，第19回水理講演会論文集，pp. 7-12, 1975.
- 14) 芦田和男，道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，No. 206，pp. 59-70, 1972.
- 15) Einstein, H. A. : Der Deschiertrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, Verlag Rascher Co., Zurich, 1937.

- 16) Cheong, H. F. and, H. W. Shen : Statistical properties of sdiment movement, Jour. ASCE, Vol. 109, No. HY12, pp. 1577-1588, 1984.
- 17) 河村竜馬：飛砂に関する研究，東大理工研報告，第5巻，第3，4号， pp. 95-112, 1951.
- 18) 土屋義人，上田康裕，大下哲也：掃流漂砂量について，第31回海岸工学講演会論文集， pp. 306-310, 1984.
- 19) Kobayashi, N. : Sediment transport on a gentle slope due to waves, Jour. ASCE, Vol. 108, No. WW3, pp. 254-271, 1982.
- 20) Madsen, O. S. and Grant, W. D. : Quantitive description of sediment transport by waves, Proc. 15th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1093-1112, 1976.
- 21) 清水隆夫，齊藤昭三，丸山康樹，長谷川寛，鹿島遼一：大型造波水路実験による岸沖漂砂量分布形のモデル化，電力中央研究所報告，384028，60p，1985.
- 22) 渡辺 晃：海浜流と海浜変形の数値シミュレーション，第28回海岸工学講演会論文集， pp. 250-254, 1978.
- 23) Skafel, M. G. and, B. G. Krishnappan : Suspended sediment distribution in wave field, Jour. ASCE, Vol. 110, No. WW2, pp. 215-230, 1984.
- 24) Nielsen, P. , I. A. Svendsen and, C. Staub : Onshore-offshore sediment movement on a beach, Proc. 16th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1475-1492, 1978.
- 25) Mogridge, G. R. and, J. W. Kamphuis : Experiments on bed form generation by wave action, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1123-1142, 1972.
- 26) 入江 功，寺岡賢次，加藤一正：砂れん上の底質の浮遊過程を考慮した漂砂観測法に関する実験的研究，港湾技研報告，第24号，第2号， pp. 123-156, 1985.
- 27) Murphy, P. J. : Equilibrium boundary condition for suspension, Jour. ASCE, Vol. 111, No. HY1, pp. 108-117, 1985.
- 28) Deigaard, R. , Fredsoe, J. and, I. B. Hedegaard : Suspended sediment in the surf zone, Jour. ASCE, Vol. 112, No. WW1, pp. 115-128, 1986.
- 29) Longuet-Higgins, M. S. : Oscillating flow over steep sand ripples, Jour. Fluid Mech., Vol. 107, pp. 1-35, 1981.
- 30) Grant, W. D. and, O. S. Madsen : Movable bed roughness in unsteady oscillatory flow, Jour. Geophy. Res., Vol. 87, No. C1, pp. 469-481, 1982.
- 31) Tsuchiya, Y. : Lecture Notes on Theoretical Coastal Sedimentation, presented at the University of Western Australia, p. 2-9, 1985.
- 32) Einstein, H. A. : Sediment transport by wave action, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 933-952, 1972.