

結氷河川の水利

平 山 健 一

1. まえがき

冬期の東北、北海道の河川・湖沼の水面には氷が発生する。発生する氷の形態や量は、気象条件やそれぞれの地点の水利条件によって異なる。北海道北部を流れる天塩川の氷厚は1 mに達し、水面は完全に氷で覆われ、水利観測に支障となるばかりでなく 流れは管水路となり流況は一変する。春先にはこれらの氷板が氷片となって流下し橋脚やダム堤体などの水利構造物に大きな衝撃力を及ぼす。一方、山地河川で発生する晶氷は取水施設の機能を低下させ、利水面で多くの障害を発生する。

湖沼における結氷は、湖水に安定した温度環境を与え、氷上の交通路として利用されるが、諏訪湖の御神渡で知られるような氷板の挫屈に至る程の温度応力を生じ、ダム貯水池では堤体に水平氷圧力を作用させる。これらの例に留まらず水域の結氷は我々の生活に深いかかわりを持ち、特に東北・北海道では水域の計画・管理を考える上で重要な問題を含んでいる。

本文ではまず水域の熱収支と結氷過程を述べ、次節で結氷下の流れの概要と研究の現状にふれる。我が国の河川では事例の少ない閉塞氷と一工学分野を形成する構造物に作用する氷圧力については紙面の制約から除外した。

2. 水域の熱収支と結氷過程

2.1 水域内の熱収支

北海道の河川の水温は、図 2.1 に示すように8月を過ぎると気温と共に低下し、12月には、ほぼ0℃に近く結氷を待つばかりとなる⁽¹⁾。結氷の発生時期、結氷範囲、結氷厚の予測をするためには、寒冷地における水面地よりの熱収支を知る必要がある。水面からの熱移動は、日射、対流、蒸発と降水による要因があり次のようにまとめられる(図 2.2 参照)。

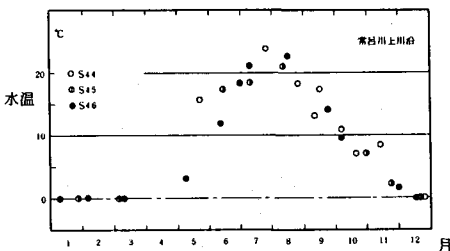
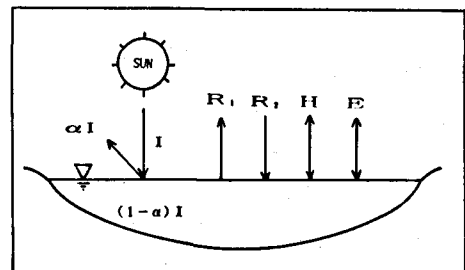


図 2.1 北海道の河川の水温変化
(常呂川上川沿地点の例)



水面熱収支

図 2.2 水面の熱収支

(1) 太陽よりの日射（短波放射） I 及びその反射 αI

日射量 I は水平面全天日射として計測されるが、日射量の計算式として次式があげられる。

Ångström $I = I_0 \{ 0.235 + 0.765S \}$ (cal/cm²・day) (2.1)

Kimball $I = I_0 \{ 0.29 + 0.71(1 - n) \}$ (cal/cm²・day) (2.2)

I_0 は天文学的に表2.1のように与えられる最大可能な水平面日射量(完全晴天時の水平面日射量), S は日照率(日照時間数/可照時間数), n は雲量(0~1), 水面よりの反射率 α (Albedo)については表2.2のように太陽高度の高い夏期は6%程度であるが冬期は最大11%程度まで増加する。

表 2.1 地上における最大可能な水平面日射量 I_0 (cal/cm²・day)

緯度	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
°N												
45	213	336	497	633	729	777	739	648	533	374	257	184
40	281	411	548	667	739	783	748	680	587	432	323	248
35	348	486	597	700	742	783	752	703	627	487	393	310

表 2.2 平均水面反射率 α (Albedo)

緯度	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
50°N	0.16	0.12	0.09	0.07	0.07	0.06	0.07	0.07	0.08	0.11	0.14	0.16
40	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07	0.08	0.11	0.12
30	0.09	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07	0.08	0.09

(2) 水面・大気間の長波放射 R

水面から大気に向かう長波放射 R_1 は、水面の絶対温度 T_{surf} (K°)とするとステファン・ボルツマンの法則に従って次式で示される。

$R_1 = \epsilon \sigma T_{surf}^4$ (cal/cm²・min) (2.3)

ϵ は水面の射出率で1.00~0.97, σ は定数で 8.14×10^{-11} 。

一方、大気から水面に向かう長波放射 R_2 は、水蒸気圧力 e と定数 a, b を用いて次式のように与えることが出来る。

Brunt の式

$R_2 = aT_a^4 (a + b \sqrt{e})$ (2.4)

従って水面から失われる有効放射 R は $R = R_1 - R_2$ で求められ、気温と水温の間に大きな温度差がなければ近似的に次式で与えられる。

$R = \sigma T_a^4 (1 - a - b \sqrt{e})(1 - cn^2) + 4\sigma T_a^3 (T_{surf} - T_a)$ (2.5)

上式で $(1 - cn^2)$ は雲量 n (0~1.0)の効果を表す係数で、 c は北緯50度で0.72, 40度で0.63の値をとる。純放射計を用いて正味の放射交換量 $R_N = (1 - \alpha)I - R$ を直接測定することが出来る。

(3) 顕熱交換 H , 潜熱交換 E

水面と大気の間には気温 T_a (°C), 水温 T_w (°C)との差にもとづく顕熱の移動, 表面水温に対する飽和水蒸気圧 e_w (mb)と空気中の水蒸気圧 e_a (mb)の差にもとづく水蒸気の移動, すなわち蒸発または凝結にと

もなう潜熱の移動が生ずる。本交換は水面上の乱流交換による効果が大きく米国、ソ連、北欧で類似の式が用いられている⁽²⁾

$$\text{米 国} \quad H = (0.0796 + 0.1529 V_a) (T_w - T_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

(Kohler)

$$E = (0.1306 + 0.2505 V_a) (e_w - e_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

V_a : 高さ 4 m の風速 (m/s)

$$\text{ソ 連} \quad H = (0.0417 K_n + 0.1625 V_a) (T_w - T_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

(Rimsh &

$$\text{Dontshenko}) \quad E = (0.0650 K_n + 0.2533 V_a) (e_w - e_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

$K_n = 8.0 + 0.35 (T_w - T_a) \quad V_a = \text{高さ 2 m の風速 (m/s)}$

$$\text{北 欧} \quad H = 0.504 (V_a + 0.3)^{0.5} (T_w - T_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

(Devik)

$$E = 0.81 (V_a + 0.3)^{0.5} (e_w - e_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

V_a : 高さ 1.5 m の風速 (m/s)

冬期間の熱移動は、水面からの放熱となる。

(4) 降水による熱移動 P

降雪による水面の冷却熱量は次式で与えられる。

$$P = A \{ L + C_i (T_w - T_a) \} \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

A は降雪量 ($\text{gr/cm}^2 \cdot \text{day}$)、 L は水の融解潜熱 (79.8 cal/gr)、 C_i は氷の比熱 (約 $0.506 \text{ cal/gr} \cdot ^\circ\text{C}$) である。 A は視界 V (km) を用いて次式で求められる。⁽³⁾

$$A = 7.85 V^{-2.375} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

上記の水面からの熱移動の他、次のような熱収支が水温に関係する。

(5) 地熱 B

水底よりの熱流入量については、 $0.1 \sim 20 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{day}$ の範囲の観測値があり、^{(2),(4)} 無視できる程度に小さい値とされるが、大水深の流れや、結氷後の湖沼においては、無視しえない場合もある。

(6) 流れによる摩擦熱の発生 F

流れにおける損失水頭 Δh と発生熱量の関係は次式で与えられる。⁽⁵⁾

$$F = \frac{0.36}{427} \times 10^6 \frac{q}{b} \frac{\Delta h}{l} \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

q は流量 (m^3/sec)、 l : 流下距離 (m)、 b : 河巾 (m)。本熱量は急流河川においては考慮すべき値となる場合がある。

図 2.3 には 1, 2 月の水面よりの各成分 (但し、(4)~(6)による熱移動は除く) の大きさの時間分布を示した。北海道網走における 3 時間毎の気象資料を用いて各式より熱移動量を計算し、各月の平均値を与えたが、日中においては短波放射の影響が大きく、夜間は他成分の和が水面よりの熱収支を支配し、全日の熱

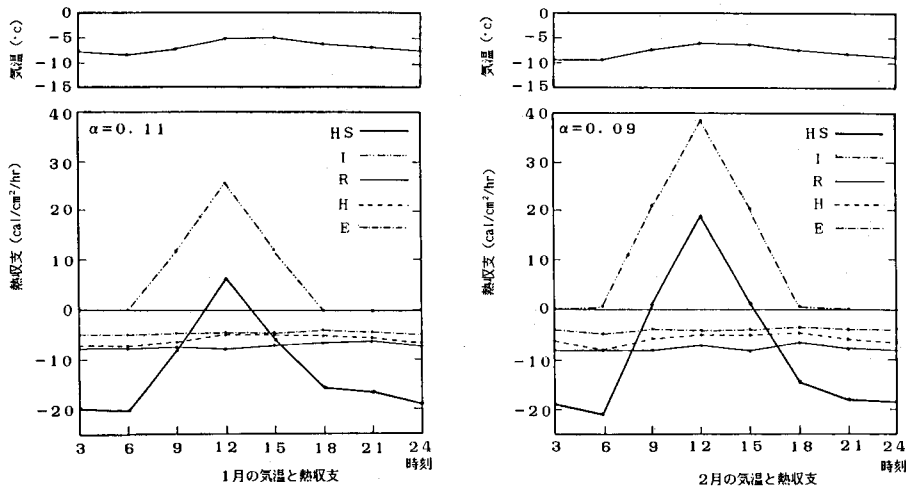


図 2.3 網走 1, 2 月の平均熱収支の時間分布

収支は、水面よりの放熱となっていることがわかる。

一般に、水域における熱収支は、水面からの熱移動が主要な成分となるが、各成分の計算は種々の気象資料が必要であり、水温と気温差による近似式が提案されている。図 2.4 には前述の網走地点の水域について日平均気温と水温（0 °C と仮定）の差とその日の総熱収支 HS を $\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}$ 単位で表わして示した。同図にはこれまでの研究より得られた結果⁽²⁾ も加えてあるが、両者の関係は概略次式で近似出来る。

$$HS \approx 2(T_w - T_a) \quad (\text{cal/cm}^2 \cdot \text{hr}) \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

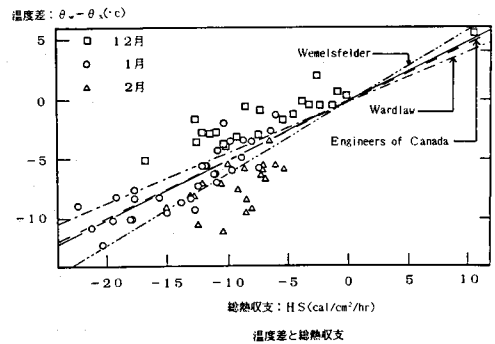


図 2.4 日平均気温と水温の温度差と日総熱収支

2.2 水路中の水温変化

図 2.5 に示すような流水断面について熱収支方程式は、深さ、横方向の速度を無視すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho C_p T_w dA + \frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho C_p u T_w dA = \\ \frac{\partial}{\partial x} \int_A E_x \frac{\partial}{\partial x} (\rho C_p T_w) dA + \frac{\partial}{\partial y} \int_A E_y \frac{\partial}{\partial y} (\rho C_p T_w) dA + \frac{\partial}{\partial z} \int_A E_z \frac{\partial}{\partial z} (\rho C_p T_w) dA \\ - \int_S (H_s + P) dS + \int_b \left(B + \frac{\tau_{bu}}{J} \right) db \quad \dots\dots\dots (2.16) \end{aligned}$$

ここで A : 流水断面積, ρ : 水の密度, C_p : 水の比熱, T_w : 水温, u : 流速, E_x, E_y, E_z : x, y, z 方向の拡散係数, S : 水面巾, b : 潤辺, τ_b : セン断力, J : 熱の仕事当量 (= 427 kgf・m/kcal, 4.1868 ジュール/ 1 T カロリー), $H_s + P$: 水面よりの熱移動量, $B + \tau_b u / J$: 河床よりの熱移動量。

いま, 流れの水深方向の温度分布が一様であり, 水深及び流速 u をそれぞれ一定値 D, U と近似できれば, 上式は次式のように書き直される。

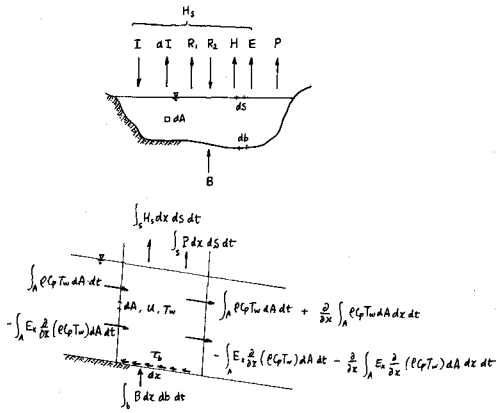


図 2.5 水温の熱収支

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} + U \frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) - \frac{\Phi}{\rho C_p D} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

但し

$$\Phi = H_s + P - B - \frac{\tau_b u}{J} \quad (\because S \div b, SD = A) \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

さらに流れ方向の拡散が無視でき, 横断方向に水温が一様であれば次式が得られる。

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} + U \frac{\partial T_w}{\partial x} = - \frac{\Phi}{\rho C_p D} \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

さらに, 水面よりの熱移動のみを考慮すれば Φ は次式される。

開水路流れの場合 $\Phi_{wa} = h_{wa} (T_w - T_a)$
 結水下流れの場合 $\Phi_{wi} = h_{wi} (T_w - T_m) \quad \dots\dots\dots (2.20)$

(2.19) 式は $x = x_0$ に対して $T_w = T_{w,0}$ の条件により次のように積分でき流下方向の水温分布を求める事が出来る。

開水路流れ $\frac{T_w - T_a}{T_{w,0} - T_a} = \exp \left[\frac{-h_{wa} (x - x_0)}{\rho C_p U D} \right] \quad \dots\dots\dots (2.21)$

結水下流れ $\frac{T_w - T_m}{T_{w,0} - T_m} = \exp \left[\frac{-h_{wi} (x - x_0)}{\rho C_p U D} \right] \quad \dots\dots\dots (2.22)$

大気-水面の熱交換係数は, 風速 V_m の影響が大きく

$$h_{wa} = a + b V_m \quad \dots\dots\dots (2.23)$$

或いは図 2.6 のように与えられる⁽³⁾一方、
流水－氷板の熱交換係数はNusselt 数、
Reynolds 数、 Prandtl 数を用いて次のよ
うに表示される。

$$\frac{h_{wi} \cdot R}{k_w} = C \left(\frac{UR\rho}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{\mu C_p}{k_w} \right)^{0.4}$$

..... (2.24)

ここで R : 径深, k_w : 熱伝導率, μ : 粘
性係数

実験実数 C は Rohsenow & Choi⁽⁶⁾ によれ
ば、滑らかな氷板に対して 0.023 であるが
Ashton & Kennedy⁽⁷⁾ は凹凸のある氷板
に対しては、約 50 % 大きくなる事を見出
している。0 °C に対する諸量を代入する
と次式が得られる。

$$h_{wi} = C_{wi} \frac{U^{0.8}}{D^{0.2}}$$

..... (2.25)

$$C_{wi} = 1622 \text{ W s}^{0.8} \text{ m}^{-2.6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad (C = 0.023)$$

$$C_{wi} = 2433 \text{ W s}^{0.8} \text{ m}^{-2.6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad (C = 0.0345)$$

従って図 2.7 のように氷板下の流れ
に対して流下距離と水温の関係が与
えられ⁽⁶⁾、温排水などによる結氷域の
予測等に (2.22) 式を用いること
が出来る。結氷板下の流れでは、水
温の計算に外気温の影響が直接表わ
れず氷板下面の温度は常に 0 °C と
なる。一般に、温排水、地下水流入
が顕著な場合に除き結氷下の河川水
温は実用上 0 °C と近似して差しつ
かえない場合が多い。

2.3 結氷のはじまりと氷厚の増加

河川水温は、流れの攪拌によって

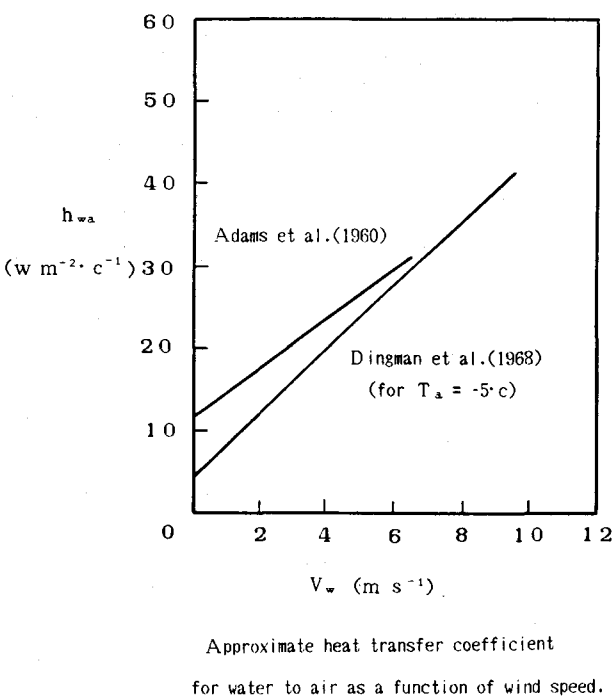


図 2.6 大気－水面の熱交換係数

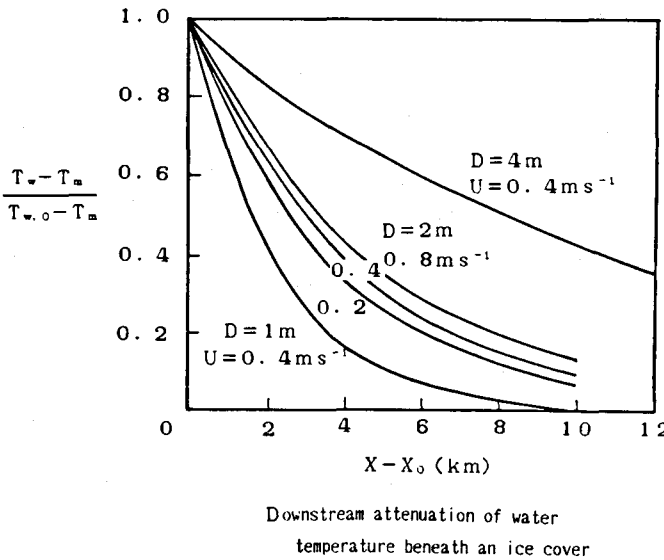
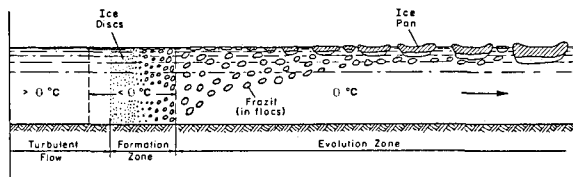


図 2.7 流下に伴う水温の変化計算例

過冷却の状況が発生し、水中の浮遊物などを核とした晶氷と呼ばれる氷の結晶が発生する（図 2.8 参照）。過冷却の程度は 0.03°C 位であり、晶氷は円盤状で厚さ $25\sim 100\text{microns}$ 、直径 $1000\sim 5000\text{microns}$ の寸法を持つ⁽⁹⁾。新しい晶氷は、さらに成長するポテンシャルを持つため晶氷同志が凝集して floc 状になったり、河床の石に附着して錨氷（Anchor ice）を形成する。floc 状の晶氷はさらに流下中にさらに成長して水面に浮上し表 2-3 に示されるように泥状晶氷、氷泥球をつくり、蓮葉氷、小氷盤へと氷化が進んでいく。一方、ゆるやかな流れや静水面では平坦な岸氷が発達する。

図 2.9 には湧別川開盛地点での冬期間定時写真撮影結果と気象資料より求められた晶氷の発生とその前日の熱収支の関係を示している。開盛地点は冬期流量 $6\sim 10\text{m}^3/\text{sec}$ 、勾配 $1/700\sim 1/1000$ 程度の山地河川であるが 1 日の総熱収支が約 $5.0\text{ cal}/\text{cm}^2\cdot\text{hr}$ で晶氷の流下がみられ、 $15\text{ cal}/\text{cm}^2\cdot\text{hr}$ 以上になると晶氷の発生量が大量となることが認められた⁽¹⁰⁾。これらの数値は、それぞれ、日平均気温 -2.5°C 、 -7.5°C に相当する。又網走地方常呂川上川沿地点の晶氷流下量（水体积）として $12000\text{m}^3/\text{日}$ が得られている（昭 52. 12. 20 の観測資料）⁽¹¹⁾。



Development of frazil in a river.

図 2.8 晶氷の発生と流下

表 2.3 水域の氷の種類

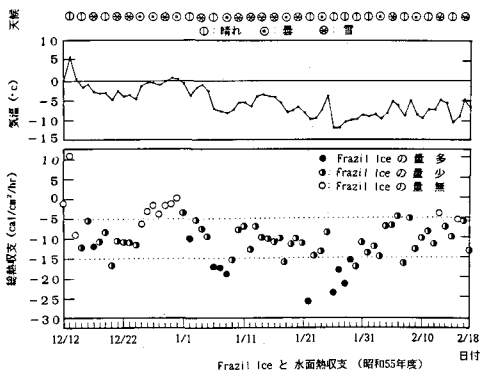
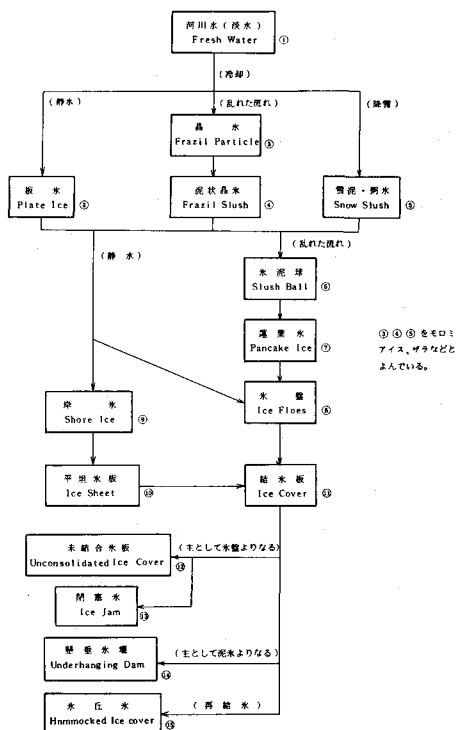


図 2.9 晶氷の発生と水面熱収支

大量の晶氷の流下は、河口、蛇行区間などの緩流部の水面に滞留をひきおこし、さらに滞留は上流に向けて波及し水面は氷で覆われていく。昭和 50 年冬の日高地方鶴川下流部の観測では、波及の速度は 1 日に 9 km に達した。滞留した晶氷、泥状晶氷、蓮葉氷は相互に結氷結合して横断方向にほぼ一様な厚さをもつ氷板を短期間に形成する。又、完全結氷により水位は急激に上昇するため、水位記録より結氷日を容易に判定す

ることが出来る。上記の様な結氷パターン（Ⅰ型と呼ぶ）と兩岸や河道中の大石等から流心に向って岸氷が発達するパターンⅡ型が実際河川ではよく見られ、それぞれの発生のめやすは図 2.10 で与えられる⁽¹⁰⁾。パターンⅠに属する常呂川上川沿とパターンⅡに属する湧別川開盛について全河巾に対する結氷巾の割合（結氷率）と積算寒度の関係は図 2.11 の様であり、両結氷過程の速さの違いを知ることが出来る。

氷板が形成された後も上流域に開水面が存在すると晶氷の流下は続き氷板下に附着滞留するが、図 2.12 に示す常呂川上川沿の例では時間と共に滞留量は減少した。又、下流に取水セキのある美幌川（美幌）の例では、晶氷の流下がセキによって止まり高密度の滞留が全断面にわたって生じ、流水は兩岸近くの小部分にとじこめられて流速の増加が著しい⁽¹²⁾

氷板下に滞留する氷晶の濃度 C については Pariset & Hausser⁽⁵⁾ が流水断面内に一様な濃度分布 C_0 をもって氷板下に流入する場合の流れ方向の濃度分布を浮遊砂の拡散方程式を用いて、次式で表わした。

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial C}{\partial y} + wC \right) = V \frac{\partial C}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.26)$$

$$\epsilon = \kappa U_* y \left(1 - \frac{y}{D} \right) \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

ここで、 κ ：カルマン定数、 U_* ：マサツ速度、 w ：晶氷の上昇速度

上式より、浮遊晶氷の濃度と C_0 の比 $\bar{C}$ の流れ方向の分布を次式で与えている。

$$\bar{C}(b, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2z+2n+1) \Gamma(2z+n+1)}{(z+n)^2 (z+n+1)^2 n! \Gamma(z)^2} e^{-(n+z)(n+z+1)\frac{b}{z}} \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

但し

$$b = \frac{x w}{D U} \quad z = \frac{C}{\kappa \sqrt{g}} \frac{w}{U} \quad (\text{Rouse number}) \quad \dots\dots\dots (2.29)$$

κ ：Karman 定数、 C ：Chezy's 平均流速公式における C

上記のアプローチでは一旦氷板下面に到達した晶氷は再び運動を開始せず、河床による乱れは氷板による

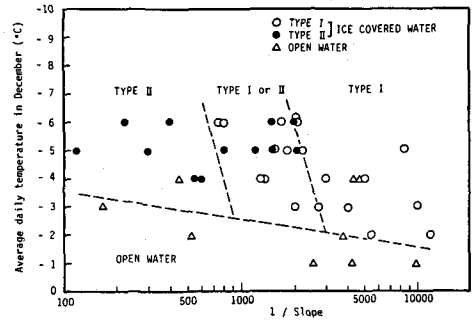


図 2.10 結氷パターンの判別図

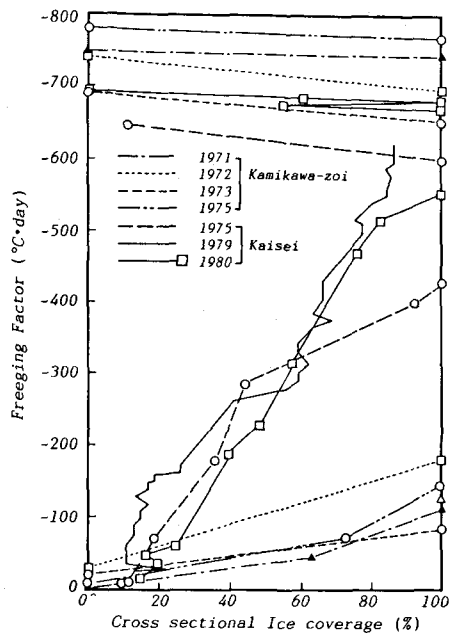


図 2.11 結氷率と積算寒度の関係

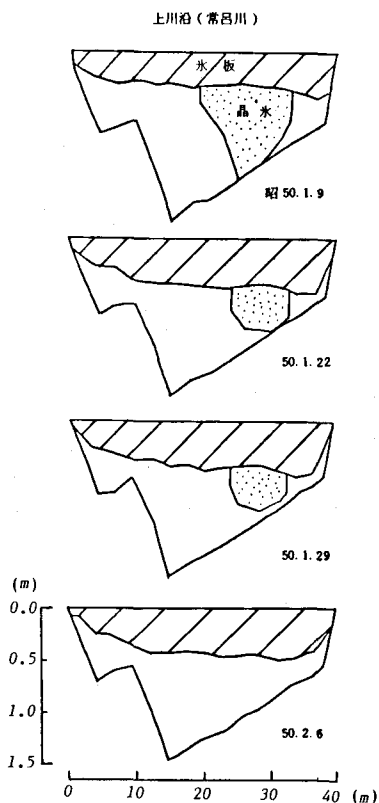


図 2.12 晶氷の滞留

氷板の厚さは、氷板上の積雪分布、氷板下に附着する滞留晶氷厚の分布などにも影響され、2.1節で述べた熱収支の各項を考慮しても精度を向上することは難しい。このため熱移動量としては水温と気温の温度差をパラメーターとする近似式を用い、水温を 0°C として日平均気温の積算値である積算寒度 ($\Sigma^{\circ}\text{C}\cdot\text{day}$) がパラメーターとなる場合が多い。図 2.14 において ϕ_{sa} 、 ϕ_{is} 、 ϕ_i 、 ϕ_{wi} をそれぞれ

$$\phi_{sa} = h_{sa} (T_{sa} - T_a)$$

乱れに比べて小さいとしており実際の現象とは異っている。

流量観測資料によれば⁽¹²⁾ 氷板下における晶氷の滞留は図 2.13 に示すように $U < 0.8 \text{ m/s}$ 、 $Fr < 0.26$ の範囲で生じており掃流力になおすと $10^{-1} \sim 10^{-2} \text{ gr/cm}^2$ 、 $U_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd \sim 10^0$ のオーダーであったが、結氷による粒子間の結合のため、砂の場合の理論は必ずしもあてはまらない。氷板下の晶氷の滞留の分布を予測するためには、晶氷の移動限界の検討など今後の理論的、実験的研究が必要である。

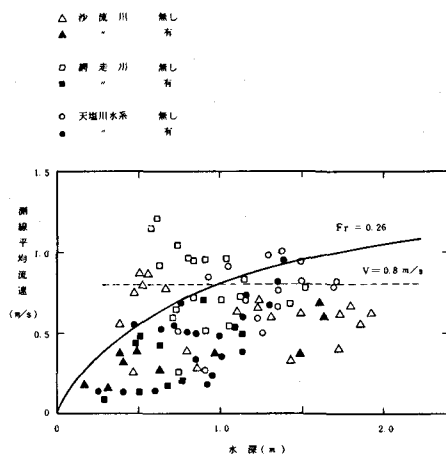


図 2.13 晶氷の滞留条件

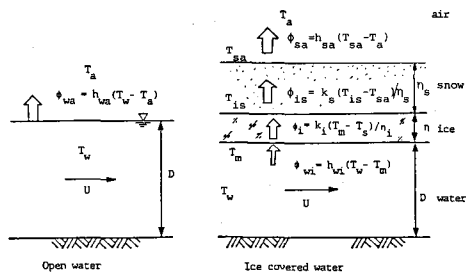


図 2.14 水面、氷板よりの熱移動概略図

$$\Phi_{is} = k_s \frac{T_{is} - T_{sa}}{\eta_s}$$

$$\Phi_i = k_i \frac{(T_m - T_s)}{\eta_i}$$

$$\Phi_{wi} = h_{wi} (T_w - T_m) \dots\dots\dots (2.30)$$

とくと氷厚の増減に関して次式が得られる。

$$\Phi_i - \Phi_{wi} = \rho_1 \lambda \frac{d\eta_i}{dt} \dots\dots\dots (2.31)$$

(2.30) 式を代入して

$$\frac{T_m - T_a}{\frac{\eta_s}{k_s} + \frac{\eta_i}{k_i} + \frac{1}{h_{sa}}} - h_{wi} (T_w - T_m) = \rho_i \lambda \frac{d\eta_i}{dt} \dots\dots\dots (2.32)$$

T_w , T_a , η_s は時間と共に変化するので上式は差分を考えて数値積分することが出来る。又, $T_w \div T_m$ と近似できれば左辺第2項は省略される。さらに η_s を一定とみなし

$$k_i \left(\frac{\eta_s}{k_s} + \frac{1}{h_{sa}} \right) \ll \frac{2k_i}{\rho \lambda} \int_0^t T_a dt$$

とすれば氷厚の増加に対するステュファンの式が得られる。

$$\eta_i = a \sqrt{\Sigma T_a} \dots\dots\dots (2.33)$$

定数は a は常呂川上川沿地点で η_i を m-単位で $a = 0.023$ であった。⁽¹³⁾

小川原湖(青森県)は1,2月の平均気温 -2.0°C にすぎないが,降雪量は140 mmに達するため,氷板上積もる雪の重さのため氷板が沈み雪層に水が浸透する。このため図2.15に示すような雪氷層と雪泥層が互層となった氷層が形成される。平山⁽¹⁴⁾は(2.32)式を用いて降雪量,気温資料より氷厚の増加を求め実測値と比較して図2.16がえられた。

又,水温,氷厚に関する(2.17), (2.32)式を組合わせて岸氷の発達計算を行う事も可能であり図2.17のような計算例が得られている⁽¹¹⁾。

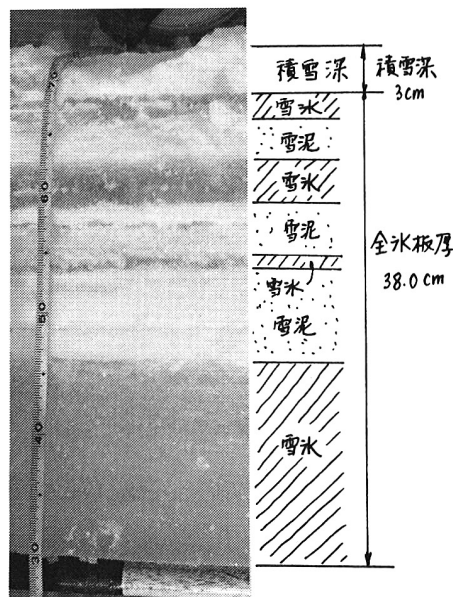


図 2.15 小川原湖の氷層例
(昭55.2.15, 平山)

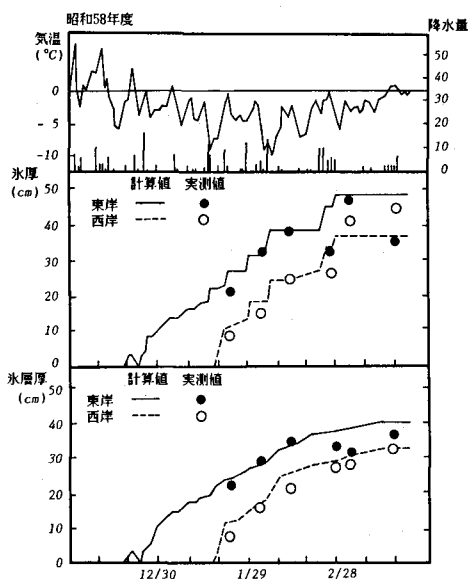


図 2.16 小川原湖水厚の予測

結氷板の成長に伴って氷板下の流れは外気より遮断され、晶氷の発生も少なく、氷状は安定してくる。氷板下の流量も融雪流出が始まる迄、徐々に減少するが、融水の流入と水温の上昇により氷板下面には ice ripple と呼ばれるゆるい波形が発生してくる。

結氷河川の解氷は、気温と上昇と日射による氷板強度の劣化と、融雪出水、降雨などによる流量の増加によって急激にすすみ、開水面が再び姿をあらわす。

3. 結氷板下の流れ

3.1 氷板下の流れの概要

結氷期間の河川流量は降雪の流域貯留される為、ダム貯水池からの発電放流などを除けば漸減し、非結氷期の降雨流出のような大きな流量変動はみられない。しかし部分結氷から完全結氷への進行や、晶氷の流下滞留に伴う流水断面形の変化、結氷板下面形状の流体抵抗の変動、あるいは解氷期の氷板の破壊と流下過程に発生する閉塞氷 (ice jamming) に伴う水位上昇など、気象条件の変化に起因する不等流性、非定常性と流れの境界条件の変化が結氷板下の流れの特徴である。

結氷下の流れの概要を北海道の河川の冬期観測結果を用いて説明する^{(12),(15)}

図 3.1 は常呂川河口より 10.5 ~ 12 km 附近の昭和 52 年度の水面形である。8 月 1 日は非結氷期、12 月 20 日は晶氷の流下とその滞留のはじまった結氷初日である。翌日の 21 日は滞留した晶氷の表面が凍結

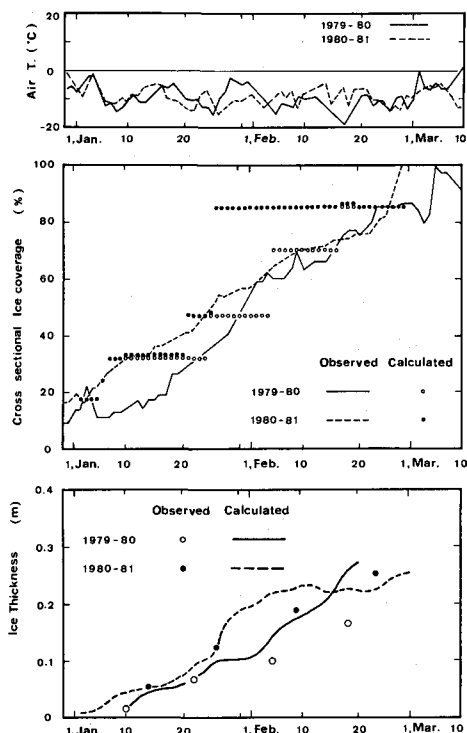


図 2.17 岸氷の発達に関する結氷率 (結氷巾/全巾) の実測値と計算値の比較 (湧別川開盛の例)

して全面結氷となり、上流よりはさらに晶氷が供給されている（写真 3.1 参照）。2 月 1 日は氷板厚が 30 cm に成長し、下面に停留していた晶氷がなくなった状況を示している。それぞれの観測日の流量は附記し

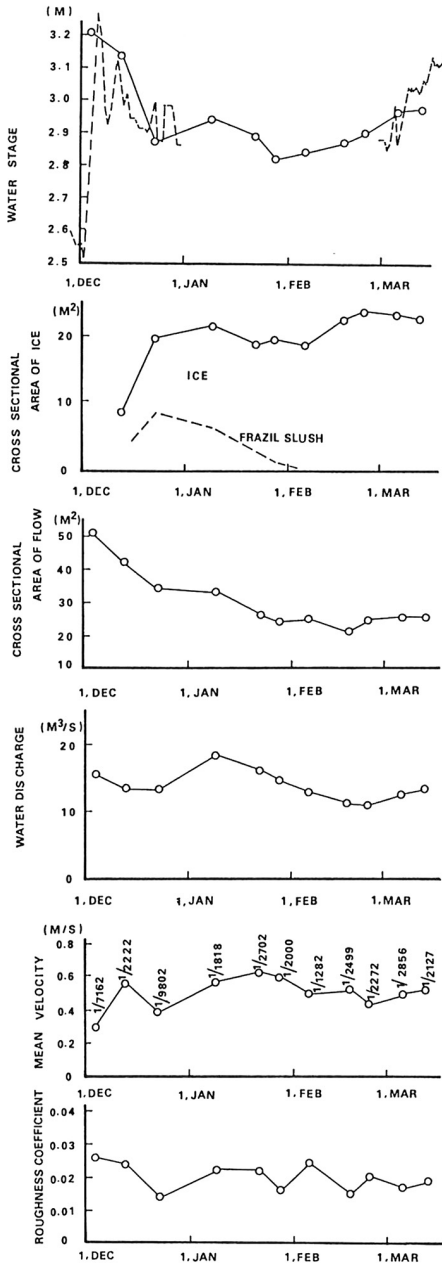


図 3.2 結氷期間中の水理量の変化（常呂川上川沿地点，昭 49-50 冬）

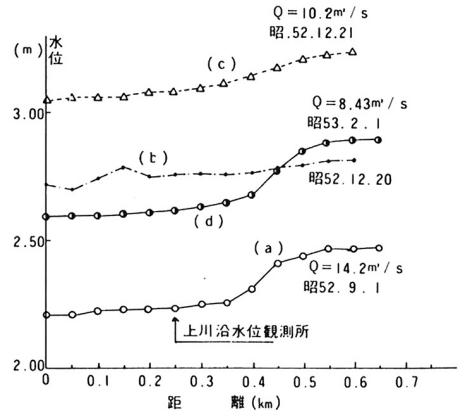


図 3.1 常呂川の水面積（上川沿水位観測所附近）

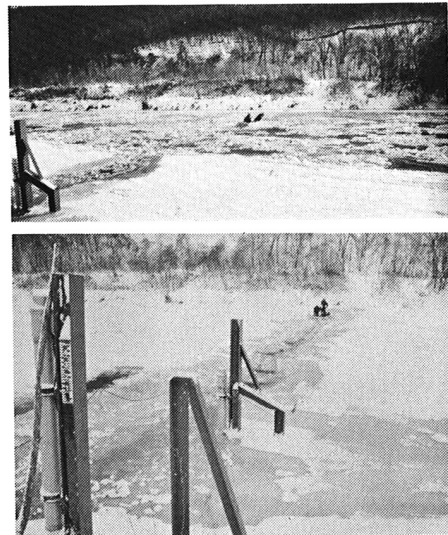
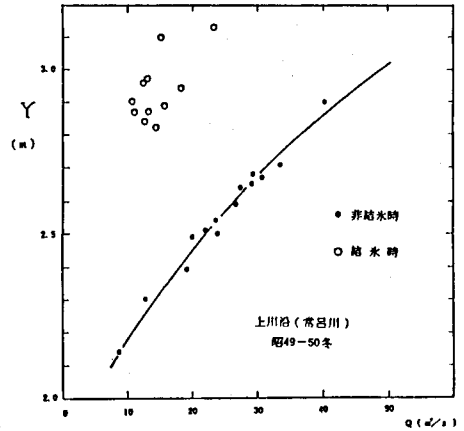


写真 3.1 常呂川上川沿地点の結氷
上の写真 晶氷の流下（昭 52.12.20）
下の写真 全面結氷（昭 52.12.21）

であるが、結氷期の水位（氷板に穴をあけた時の水面高）は非結氷期を大巾に上回る。特に晶氷流下時の水位変動は大きく、1 2 月 21 日の水位は、流量が $14.2 \text{ m}^3/\text{s}$ の 8 月 1 日の水位より 80 cm 以上上昇している。

図 3.2 には常呂川上川沿地点（10.9 km）の昭和 49 年度流量観測資料より水位、流水断面積、氷面積、流量、流速、粗度係数の変化を示した。昭和 49 年度は 1 2 月 3～4 日にかけて全面結氷し、水位は急上昇し

ている。時節の経過と共に氷厚が増加し氷板下の晶氷滞留量は減少する。本地点の非結氷期の相度係数は0.022程度であるが、結氷初期はこの値に近く、1～2月にはこの値よりやや小さい。又、水面勾配については、結氷初期にセキ上げが観察されるが、1月中旬をすぎると安定して非結氷時の水面勾配1/2000に近くなっている。次に図3.3には水位と流量の関係を示したが、結氷期における水位上昇がこの図よりも明かである。全面結氷すれば潤辺は河巾の2倍となるから、断面の平均粗度係数を非結氷期 n_1 、結氷期 n_0 、エネルギー勾配一定とすると、同一流量に対して $n_0/n_1 = 0.8, 1.0$ の場合、結氷期の水深はそれぞれ非結氷期の水深より16%, 32%増加する。北海道の流量観測資料より n_0/n_1 を調べると図3.4のように n_0/n_1 は1.0から0.6値の範囲にあり氷板の粗度係数は一般には河床の値より小さく、氷厚の増加と共にわずかに減少することが見出された。岸氷が成長過程にある部分結氷の場合は、断面内の流量分布は開水面部分に集中する。断面を横断方向に分割して、結氷部分、開水面部分にわけ、それぞれの区分流量を前記と同様に $n_0/n_1 = 0.8$ と仮定して計算すると、断面内の流量分布が説明できることが調べられている。



水位 Y-Q 曲線 上川沿 (常呂川)

図 3.3 水位-流量の関係

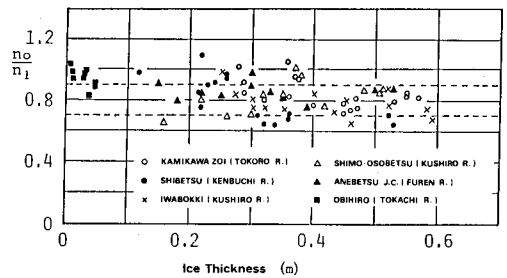


図 3.4 n_0/n_1 と氷厚の関係

しかしながら、上述のような計算例は、エネルギー勾配が非結氷期、結氷期を通じて一定であり、氷厚の分布が既知で、しかも晶氷などの氷板下の滞留が少ない場合に初めて可能であり、晶氷の滞留による不等流性の強い区間では適用は難しい。

3.2 流れの基本式

氷板は弾性床上の板と考えられるが、両岸で固定されていても10 cm 未満の水位変化によって破壊が生じ流れ方向のクラックが発生する。⁽¹⁶⁾ 又、氷板と水位の相対位置の実測からも氷板は河床に着底していない限り氷板自体の重さと釣合って浮いていると考えてよく、完全結氷した流れは静水圧分布をもつ可変断面管路とみなされる。

流れに関する基本式は図3.5の記号を参照して次のように求められる。

$$\text{連続式} \quad \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + p \frac{\partial h_p}{\partial t} - \frac{\partial q_p}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ここで q , q_p は氷板下及び晶氷内の単位巾当りの流量,
 h , h_p はそれぞれ水深, 晶氷滞留厚 ρ_i , ρ はそれぞれ
 氷及び水の密度, p は晶氷層内の水部分割合を示す。又
 q_p は次式で与えられる。

$$q_p = V_p \cdot p \cdot h_p \quad \cdots \cdots (3.2)$$

V_p は, 浸透流における Dupuit の仮定を用いて

$$V_p = K \cdot p \left(S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\rho_i}{\rho} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \cdots \cdots (3.3)$$

となる。 K は透水係数, S_0 は河床勾配, H は (3.4)
 式で与えられる。

$$H = \eta_i - \left\{ \frac{\rho_i}{\rho} p + (1-p) \right\} h_p \quad \cdots \cdots (3.4)$$

(η_i は氷板厚)

運動量方程式は次の様になる。

$$-\frac{\rho_i}{\rho} \frac{\partial H}{\partial x} + \left(\frac{q^2}{gh^3} - 1 \right) \frac{\partial h}{\partial x} - S_f + S_0 = \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{q}{gh^2} \frac{\partial q}{\partial x} \quad \cdots \cdots (3.5)$$

ここで

$$S_f = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\rho g}$$

(3.1) 式, (3.4) 式は (3.4) 式の左辺第一項以外は通常の開水路流れと同様である。 H の値は晶氷
 が氷板下に滞留している場合は変化が大きい, 晶氷の滞留厚の計算は非常に困難である。又, 氷板と
 水の接面の形状も後述するように多岐にわたり時期的に変化するが, 氷部分の厚さが一様で, 晶氷の滞留
 がなければ氷板の相度係数を仮定して水面形の形状は求める事が出来る。水面の位置は氷板下面までの高
 さに $\frac{\rho_i}{\rho} \eta_i$ を加えて求められる。

3.3 氷板下の流速分布と粗度係数

結氷下の流れは 2 つの異った粗さを持つ境界にはさまれており, 図 3.6 に示すように鉛直方向の最大流
 速は非結氷時にくらべて河床に近づく。実河川における流速分布測定結果では図 3.7 に示すように河床,
 氷板の境界近くでは対数則によく適合するが, 最大流速附近では対数則よりはずれる。水深が大きくな
 れば対数則からはずれる領域は増加する。最大流速の位置は図 3.8 のように与えられる。図中の粗度係数
 n は流速分布よりマッツ速度 U_* と粗度高さ k_0 を求め Manning-Strickler の関係式を用いて計算した値
 である。図中の点線は, 流速分布を対数則で近似し, 河床, 氷板の粗度係数をそれぞれ n_1 , n_2 , 全水深
 を D , 下層及び上層の厚さをそれぞれ D_1 , D_2 として導かれた次式を示している。

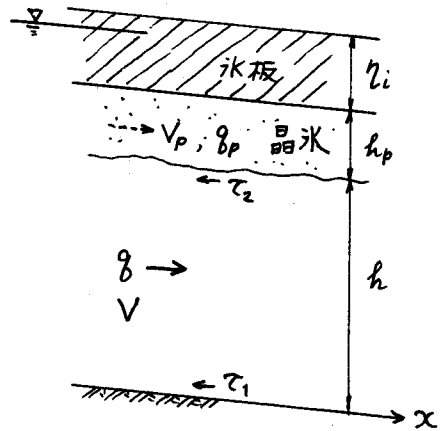


図 3.5 結氷板下の流れの概略図

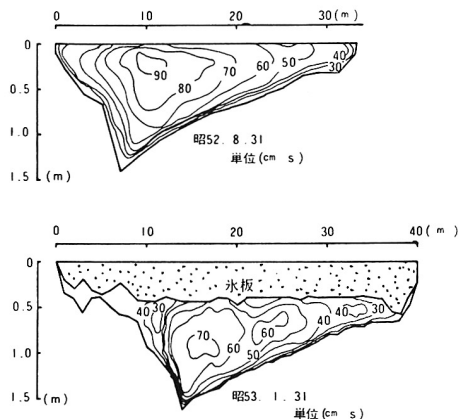


図 3.6 非結氷期・結氷期の断面内流速分布

$$\frac{\frac{1}{2.5\sqrt{g}n_1}\left(\frac{D_1}{D}\right)^{1/6} + \frac{1}{D^{1/6}}}{\frac{1}{2.5\sqrt{g}n_2}\left(1 - \frac{D_1}{D}\right)^{1/6} + \frac{1}{D^{1/6}}} = \frac{\left(1 - \frac{D_1}{D}\right)^{1/6}}{\left(\frac{D_1}{D}\right)^{1/2}}$$

..... (3.6)

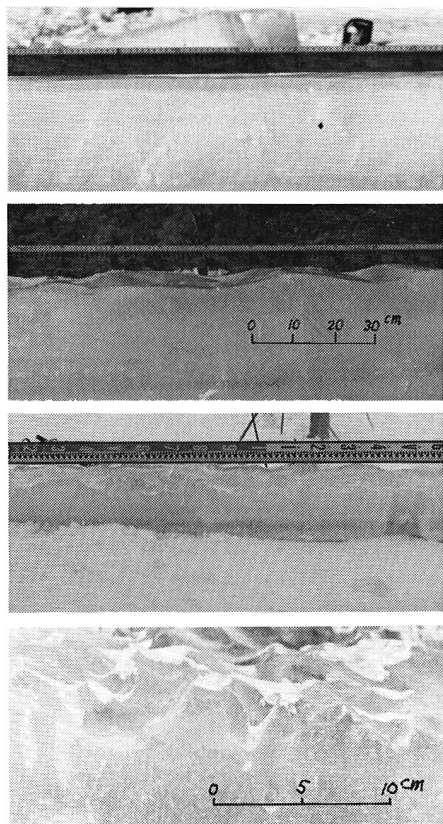


写真 3.2 Ice ripple のいろいろ

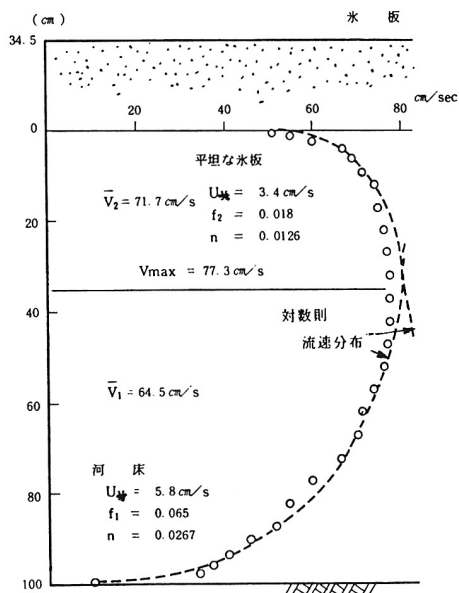


図 3.7 結氷下の流速分布の例

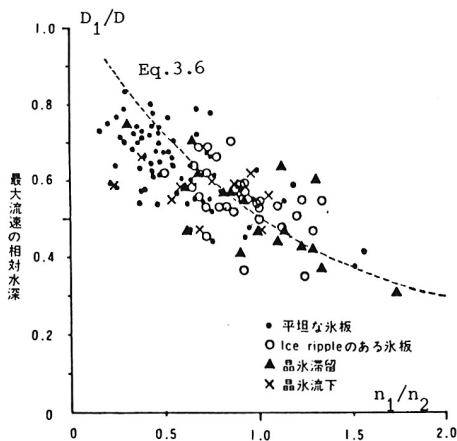


図 3.8 結氷下の最大流速の相対水深

氷板の状況は、写真 3.2 に示すような(イ)平坦な氷板、(ロ)Ice ripple のある氷板と、(ハ)晶氷のある場合に分類されるが、それぞれの氷状に対する平坦粗度係数は水深 2 m 以下、流速 1 m/s 以下の約 130 個の測線流速分布資料から次のように与えられた (図 3.9 参照)。

平坦な氷板の場合	$\bar{n} = 0.011$
ice ripple のある氷板の場合	$\bar{n} = 0.021$
晶氷滞留の場合	$\bar{n} = 0.025$
晶氷流下の場合	$\bar{n} = 0.017$

次に流速分布より全水深の2割、8割の水深に対する流速は平均流速とは異なるが両者の平均値 $\bar{V}$ は実測の平均速度 $\bar{V}$ より2%程度大きく、その相対誤差 $\Delta V / \bar{V} = (V' - \bar{V}) / \bar{V}$ は図3.10の様に与えられた。⁽¹⁵⁾次に5割水深流速 $V_{0.5}$ 又は6割水深流速 $V_{0.6}$ を用いて平均流速を推定する場合、 $V_{0.5}$ を用いる方が誤差の標準偏差が小さく、 $0.88 V_{0.5}$ が平均流速に相当する(図3.11参照)。⁽¹⁵⁾

Lau & Krishnappan⁽¹⁸⁾は $K-\epsilon$ turbulent modelを用いて氷板のない場合、ある場合について計算を行い上記の流速分布について上記の観測結果に合致する結果を得ている。又、渦動粘性係数の分布については、氷板下の流れに対数速度分布を仮定した場合に得られる2つ対物線とは異なり1つのピーク値をもつスムーズな曲線で表わされることを示している。彼らの計算の一例を図3.12に掲げた。

図 3.9 氷板の粗度係数

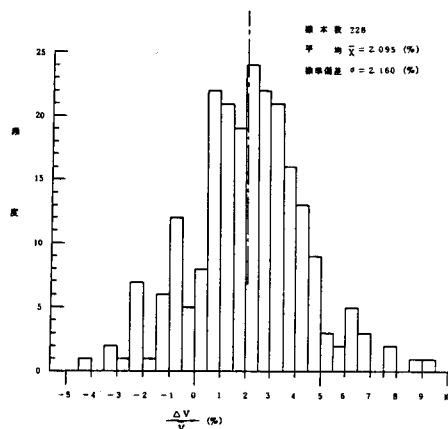
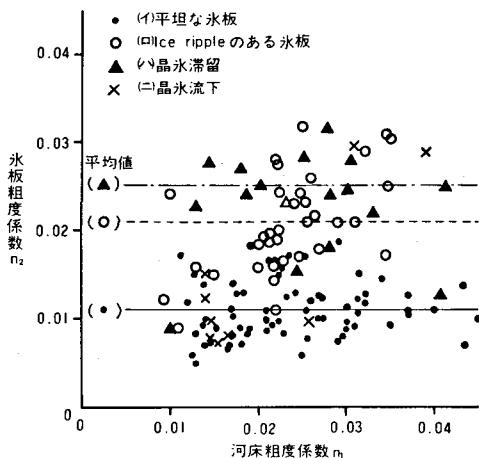


図 3.10 2点法の相対誤差分布

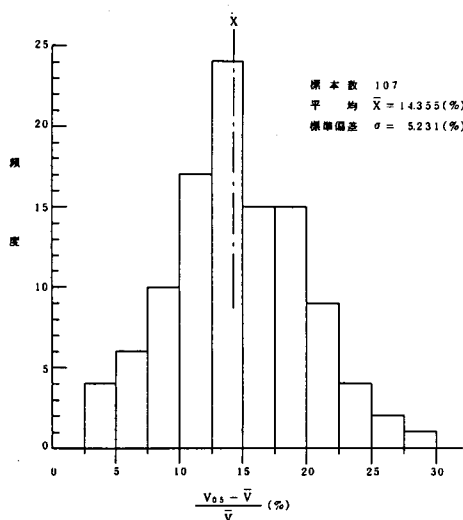


図 3.11 1点法 ($V_{0.5}$ を用いた場合)の相対誤差分布

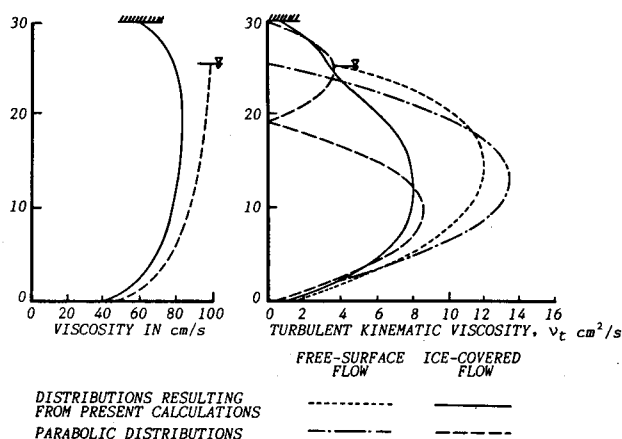


図 3.12 $K-\epsilon$ model による流速分布, 渦動粘性係数分布

Lau 等⁽¹⁹⁾ は、氷板下の流れの水深が同じ流量をもつ開水路の場合より大きい、河床せん断力、渦動粘性係数の値が小さくなることにより浮遊砂量が減少することを $K-\epsilon$ モデルによる計算と実験結果より結論している。又、河床形状の特性は最大流速より河床側の流れの特性を用いると開水路で得られた結果と一致することから河床の変動には上述の下層部分の流れを考慮することを提案している。

Sayre & Song⁽²⁰⁾ は、模擬氷板を用いて流砂量に及ぼす効果を実験的に調べ、掃流砂量が大巾に減少し、最大流速より下層部分の流れ特性が氷板下の流れの河床形状を決める指標となりうることを見出した。

このように二つの異った境界にはさまれる流れの速度分布、せん断力分布、渦動粘性係数の分布を知ることが流れによる物質の移動を調べる上で重要であるが、河床形状によって氷板下面の形状が影響を受け、同時に氷板下面の粗さが、河床の形状に影響を及ぼすという相互に干渉しあう関係にある。

ice ripple の発達については Ashton⁽⁷⁾ の研究があるが、2つの変動する境界を含んだ総合的アプローチは、今後の課題である。

4. あとがき

結氷下の流れの研究は、実際河川の結氷過程や流れの観測から始り、これまで多くの貴重な成果が得られてきた。しかしながら、これらの現象はいずれも水と熱の流れを含んで複雑であり、実験装置や研究者の数も限られ、又、現場における観測も容易ではない。本文中に述べたように晶氷の移動限界、Ice ripple の形成過程や流れとの相互作用については、さらに基礎的研究を進めると共に現場観測の機会を増していくことが今後の課題であろう。又、本文では割愛したが水理構造物に作用する氷の外力の研究も水理技術者が分担すべき新しい境界分野として重要である。

参 考 文 献

1. 山口甲, 西村豊, 河川の水温と結氷に関する研究, 北海道開発局土木試験所々報, 昭 48.2.
2. Starosolsky, O., Ice in hydraulic engineering, The Norwegian Institute of Technology Report No. 70-1.
3. Dingman S. L., W. F. Weeks, Y. C. Yen, The effect of thermal pollution on river ice condition US Army CRREL Research Report 206, 1967.
4. 佐渡公明, 河川水の熱収支と水温解析に関する研究, 学位論文, 昭 59.1.
5. Parriset E., R. Hausser, Frazil ice and flow temperature under ice covers, The Engineering Journal, Jan. 1961.
6. Rohsenow W. M., H. Y. Choi, Heat, Mass and Momentum Transfer, 1961.
7. Ashton G. D., J. F. Kennedy, Ripples on underside of river ice covers, Jr. of Hy. Div., ASCE vol. 98, 1972.
8. Ashton, G. D., Suppression of river ice by thermal effluents, US Army CRREL

Report 79-30, Dec. 1979.

9. Michel, B., Winter regime of rivers and lakes, US Army CRREL Report III Bla.
10. Hirayama, K., Ice cover formations in small and steep rivers, IAHR Ice Symposium, Aug. 1986 (投稿中)
11. 平山健一, 河川の結氷過程とそのモデル化, 第29回水理講演会論文集, 1985.
12. 平山健一, 結氷した河川の流れと流量測定(その1), 利水評論, No. 26, 1983.
13. 平山健一, 冬期流量観測精度検討業務報告書, 北海道開発局, 昭55.3.
14. 平山健一, 小川原湖水状調査報告書, 東北地建高瀬川総合開発工事々務所, 昭61.3.
15. 平山健一, 結氷した河川の流れと流量測定(その2), 利水評論, No. 27, 1983.
16. 平山健一, 赤松久生, 佐々木正宏, 結氷した河川の水理に関する諸特性について, 第25回水理講演会論文集, 1981.
17. Hirayama, K., Hydraulic Resistance of Ice cover, Proceedings of IAHR Ice Symposium, 1981.
18. Lau, Y. L., B. G. Krishnappan, Ice cover effect on stream flow and mixing, Jr. Hy., ASCE, Vol. 107 No. HY 10, 1981.
19. Lau, Y. L., B. G. Krishnappan, Sediment transport under ice cover, Jr. Hy., ASCE,
20. Sayre W. W., G. B. Song, Effects of ice cover on alluvial chanel flow and sediment transport process, IIHR Report No. 218.