

交互砂州と流路変動

福岡捷二

1. はじめに

自然河川では、流水、流砂および流路の平面形状、縦・横断形状間の相互作用により河床の形状、流路の平面形状が変化する。しかし、時にはそれらの関係がうまく調整しあい、流路形状が時間的に変化するいわゆる平衡形状が出現することもある。この平衡形状に至る過程は、おおまかに次の2つに分類される。第1は、実験室で得られるような、一定流量条件のもとで、流路がある定まった形状に漸近して行く過程である。第2は、実河川のように流量が時間的に変化する場合にみられるもので、流量変動の時間スケールによって、①流量変動の時間スケールが大きく、それぞれの時点でその流量に対応した平衡形状に達しているが（第1の平衡形状）、流量が変動するために、流路の形状が平均値のまわりに変動する場合、②流量変動の時間スケールが小さく、流路の形状が、それぞれの時間での流量に対応する平衡形状に追従できずに、流量変化に対し時間的な遅れを伴って平均形状のまわりに変動する場合の2つに分けられる。①の場合には第1の過程の平衡形状から各時刻の流路形状が推定でき、②の場合には、第1の平衡形状に至るまでの過程、すなわち発達（減衰）過程から流路形状の変化過程、さらには平均的な平衡形状が推定できることになる。

河道内の流れは、流路の平面形状、河床の形状に大きく支配され、極端な場合には、河岸の特定箇所への著しい流れの集中、すなわち水衝部が現われる。流水の河岸への集中と密接に関係する流路の平面形態は蛇行であり、河床形態は交互砂州である。したがって、安全でかつ合理的な治水対策を行うためには流れの集中の誘因となる交互砂州の平衡形状、蛇行の平衡形状およびその流路内の流れを明らかにする必要がある。このためには、先に述べた平衡形状の形成過程から判断して、最初に、定常流量条件下における交互砂州または蛇行の発生、発達（減衰）過程および、平衡砂州形状、平衡蛇行形状を明らかにする必要がある。交互砂州および蛇行の発生、発達に関する研究、実河川における平衡形状の資料解析的研究はかなりの数にのぼる。1980年～1982年の2年間にわたって、土木学会水理委員会はこれらの研究成果を「洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究」として取りまとめ、報告している¹⁾。この報告を契機に我国において、交互砂州と流路変動に関する研究は一層活発化し、新しい成果が多く見られるようになってきた。本文ではこの研究成果報告書との連続性を考慮しながら、その後に行なわれた交互砂州、流路変動に関する研究成果のレビューを行っている。特に河床形状と流路平面形状の相互作用により両者の平衡形状がどのように形成されるかを解明する手がかりを得ることに力点を置いてまとめられている。

2. 固定側岸をもつ流路内の交互砂州（強制蛇行）

河床形状と流路の平面形状は、図-1に示すように、流路内の流れおよび流砂量を介して互いに影響を及ぼし合いながら変化する。しかし、自然流路を構成する材料は、河床域と側岸域で異なるのが一般的であり、形状の変化に要する時間スケールは両者で異なる。すなわち、一般に粘着材料で構成される側岸域はその侵食抵抗が大きいため、平面形状が平衡に至るのに長時間を要する。一方、河床域はその粒子構成から河床材料は非粘着性とみなすことができ、このため河床形状は流れに即応しやすい

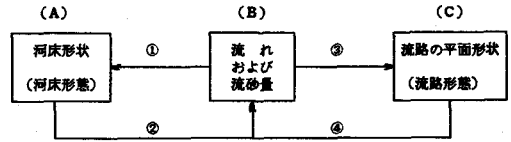


図-1 流路の形状と流れ間の相互作用

く、流路の平面形状がほとんど変化しないうちに、その平面形状、流量（1.に述べたように一定流量を考える）に対応した平衡河床形状に至ると考えられる。したがって、交互砂州の発達過程、平衡形状に関する実験および理論解析は、側岸を固定した平面形状について行うことが可能である。我国の大河川のように、護岸が整備され、流路の変動を許さない河川の交互砂州を対象とする場合には、この方が現実的でもある。

2.1 交互砂州上の流れと流砂量

側岸形状が直線的であっても、河床に交互砂州が形成されると、図-2に示すように流路内の流れは蛇行し、集中・発散を繰り返す。洪水時には、流れが集中する箇所では護岸の破損を起こしたり、時には流路の変動を引き起こすことになり¹⁾²⁾、水衝部は治水上の弱点部となることが多い。このため、交互砂州上の流れを明らかにし、河岸に作用する外力評価を可能にすることが、河道計画・護岸計画に重要となる。



図-2 交互砂州上の水流の蛇行

ほぼ任意の周期的平面形状、交互砂州河床形状をもつ流路における流れは、平面二次元流解析を適用することによってかなりの精度で算定できることが長谷川ら³⁾によって示されている。図-3の記号を用いて流路中心曲率の流下方向変化を

$$\frac{1}{r_0(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{R_{sj}} \sin jkS + \frac{1}{R_{cj}} \cos jkS \right\} \quad (1)$$



図-3 記号の定義

河床形状を

$$\frac{\eta}{h_0} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi N}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie} \right) (A_{sij} \sin jkS + A_{cij} \cos jkS) \quad (2)$$

のようにFourier級数で表わし、これらの式と線形化された浅水方程式より、流速 u 、 v 、水位変動量 ξ を、次のように得ている。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \left[1 + \sum_{i=0} \sum_{j=0} \sin \left(\frac{i\pi N}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie} \right) \{ a_{ij} \sin jkS + b_{ij} \cos jkS \} \right] \\ v &= u_0 \sum_{i=0} \sum_{j=0} \cos \left(\frac{i\pi N}{2} - \frac{\pi}{2} \delta_{ie} \right) \{ C_{ij} \sin jkS + d_{ij} \cos jkS \} \\ \xi &= h_0 \sum_{i=0} \sum_{j=0} \sin \left(\frac{i\pi N}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie} \right) \{ e_{ij} \sin jkS + f_{ij} \cos jkS \} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} jk & 2C_{fo} & 0 & 0 & jk/F_r^2 & -C_{fo}\tau \\ -2C_{fo} & jk & 0 & 0 & C_{fo}\tau & jk/F_r^2 \\ 0 & 0 & jk & C_{fo} & 0 & (-1)^{i+1} i\pi\epsilon / (2F_r^2) \\ 0 & 0 & -C_{fo} & jk & (-1)^i i\pi\epsilon / (2F_r^2) & 0 \\ jk & 0 & 0 & (-1)^i i\pi\epsilon / 2 & jk & 0 \\ 0 & jk & (-1)^{i+1} i\pi\epsilon / 2 & 0 & 0 & jk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{ij} \\ b_{ij} \\ c_{ij} \\ d_{ij} \\ e_{ij} \\ f_{ij} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{fo}\tau A_{eij} + \delta_{ie} (-1)^{(i+1)/2} 2C_{fo} / (i^2 \pi^2 \epsilon R_{cj}) \\ -C_{fo}\tau A_{sij} - \delta_{ie} (-1)^{(i+1)/2} 2C_{fo} / (i^2 \pi^2 \epsilon R_{sj}) \\ -\delta_{ie} (-1)^{(i+1)/2} 4 / (i\pi R_{cj}) \\ \delta_{ie} (-1)^{(i+1)/2} 4 / (i\pi R_{sj}) \\ -jk A_{sij} \\ -jk A_{eij} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに、 r_o, R_{sj}, R_{cj} は平均水深で無次元化された曲率半径であり、 $k = 2\pi h_o / L$, $q = 2h_o / B$, $S = s / h_o$, $N = 2\eta / B$, $\delta_{ie} = \{1 - (-1)^{i+1}\} / 2$, $\delta_{eo} = \{1 - (-1)^i\} / 2$, $\tau = 4/3$ である。

図-4 は $L = 432\text{cm}$, $B = 22.0\text{cm}$, $R_{c1} h_o = 46.9\text{cm}$, $R_{c3} h_o = -115\text{cm}$ の幾何形状をもつ迂曲流路内の平衡河床形状および流速ベクトルの実測値を示す。理論値は、全体的には実測の流況をほぼ説明し得ているが、局所的には実測の流速分布と逆の傾向を示す部分もある。特に、流路の平面曲率が最大となる断面10においては、両者の対応が悪い。この付近では水流の上層と下層間での遠心力差に起因する断面内の二次流が強く、浅水流解析ではこれを無視していることが原因していると考えられる。また基礎方程式を線形化しているために流速が河床の細かい変動に敏感に反応し、高波数の変動流速が過

大に算定される問題が生ずる。これらの理由から、流路の平面曲率が極端に大きくなく、河床形状がなだらかに変化をしている場合には線形化された二次元平面流解析で比較的精度よく流路内の流れを算定できるものと思われる。

福岡・山坂⁴⁾は流れの非線形性まで考慮に入れて、交互砂州上の流れを算定している。この研究は、流れの非線形性が交互砂州の波高の安定化に重要な役割を果たすことに注目して行われたものである。流れの非線形性まで考慮すると解析が複雑となり、長谷川らのように任意形状に対する解を求めることは困難となる。そこで、流路の平面形状は直線とし、交互砂州の縦・横断形状は交互砂州形状の特徴をよく表現する次式を用いている。

$$\eta/h_0 = a_1 \sin \ell Y \cos(k - \phi) - a_2 \cos 2 \ell Y \quad (5)$$

平衡状態の河床形状が $O(a_2) \simeq O(a_1^2)$ をほぼ満足することから、 a_1 を一次の微小量、 a_2 を二次の微小量として、浅水流の基礎方程式を摂動法によって解き、以下の解を得ている。

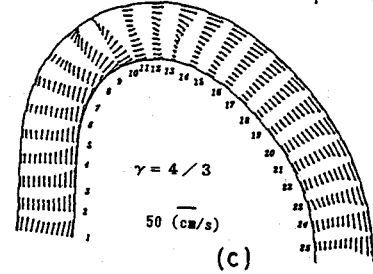
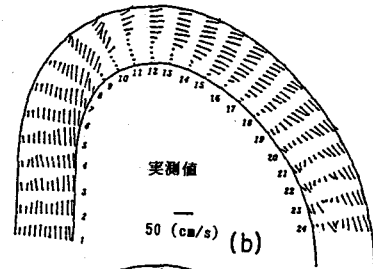
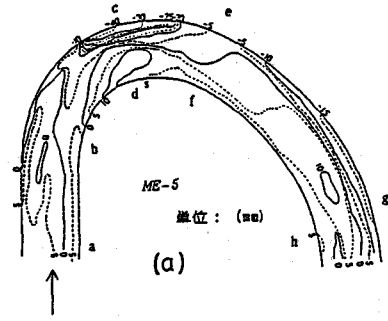


図-4 底面形状と流速ベクトル図³⁾

$$\begin{aligned} u/u_0 = & 1 + \sin \ell Y \{ A_{111} \cos(k - \phi) + B_{111} \sin(k - \phi) \} + a_2 \cos 2 \ell Y \cdot u_{2202} \\ & + a_1^2 \left[\{ u_{200} + A_{202} \cos 2(k - \phi) + B_{202} \sin 2(k - \phi) \} \right. \\ & \left. + \cos 2 \ell Y \{ u_{2201} + A_{222} \cos 2(k - \phi) + B_{222} \sin 2(k - \phi) \} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} v/u_0 = & a_1 \cos \ell Y \{ C_{111} \cos(k - \phi) + D_{111} \sin(k - \phi) \} \\ & + a_1^2 \sin 2 \ell Y \{ v_{220} + C_{222} \cos 2(k - \phi) + D_{222} \sin 2(k - \phi) \} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \xi/h_0 = & a_1 \sin \ell Y \{ E_{111} \cos(k - \phi) + F_{111} \sin(k - \phi) \} \\ & + a_1^2 \left[\{ \xi_{200} + E_{202} \cos 2(k - \phi) + F_{202} \sin 2(k - \phi) \} \right. \\ & \left. + \cos 2 \ell Y \{ \xi_{2201} + E_{222} \cos 2(k - \phi) + F_{222} \sin 2(k - \phi) \} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $\ell = \pi h_0 / B$ ， $Y = y / h_0$ ， $X = x / h_0$ である。線形解析による限り、流速変動、水位変動、水位変動のモードは、河床形状の変動モードに一致するが、式(6)～(8)では流れの非線形性により、与え

た河床形状のモード以外の流速変動モードが現われる。

図-5 (a)(b)(c)は、実測された河床形状とこれを式(5)で近似した場合、砂州先端付近の流速分布の計算値と実測値の比較、および計算された流速ベクトル図を示す。河床形状を簡単な式(5)で近似しているため、横断方向流速の分布形の一致の程度はやや低い、大きさ、方向ともほぼ一致しており、全体的な水流の集中・発散状況を十分説明し得ている。

水流が蛇行し集中・発散が生じると、側岸に作用する流体力は一定とはならず、局所的に大きな力を受ける水衝部が形成される。側岸が移動性の材料で構成される場合には、侵食が起こり流路平面形状が変化することになる。しかし、流路内の流れが算定できても側岸の侵食機構が十分に解明されていないため、どの地点が水衝部となるかを予測するには至っていない。そこで、福岡・山坂⁵⁾は、

移動性側岸と河床に交互砂州を形成させた直線流路における実験で、側岸侵食が始まる位置を水衝部とし、計算された流速分布、水深と対比することにより、水衝部の予測にどのような水理指標を用いるべきかを検討している。水衝部を規定する水理指標として、河床の横断勾配、流線偏倚、水位、流速を選び、式(5)～(8)を用いて得られる側岸部におけるそれぞれの水理指標の最大値があらわれる位置を図-6 (a)に示す。同図(b), (c)は、交互砂州が形成された場合の側岸の侵食状況を示す。これより砂州先端から半波長の約4割上流の対岸の侵食が著しいことが読み取れる。(a)図と(b), (c)図を比較すると、水衝部の位置は、流線偏倚が最大となる地点として理論的に推定できそうである。しかし、水衝部の強さを定量化するためには、側岸の侵食機構まで立ち入った議論がなされねばならず、この点は今後の検討課題である。

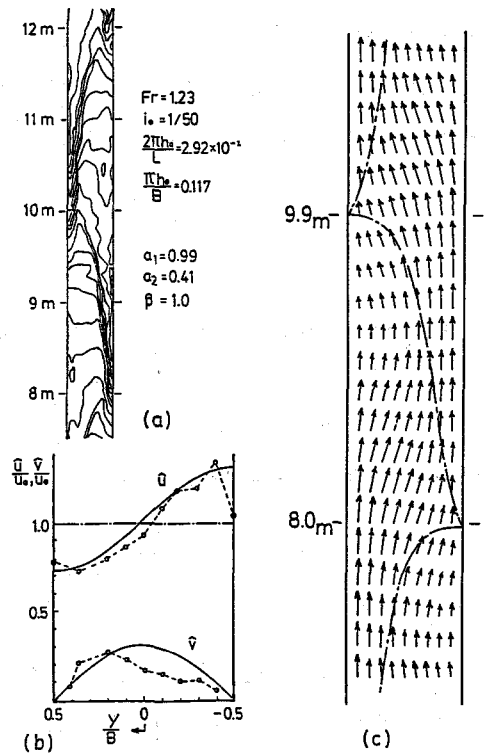


図-5 流速分布の計算値と実測値⁴⁾

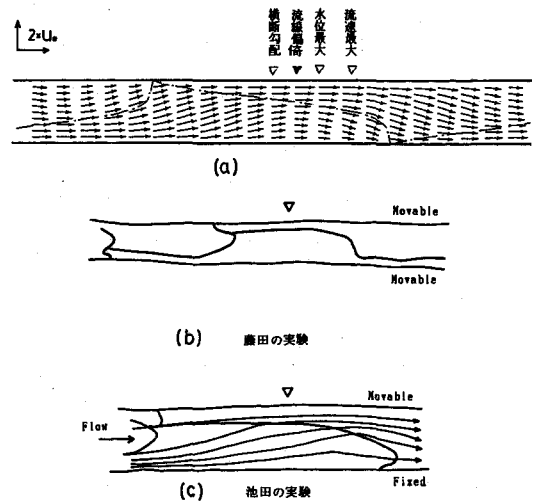


図-6 水衝部指標と実測の水衝部との対応⁵⁾

以上、2つの解析法に基づく、河床の形状(平衡形状)が与えられれば、流路内の流れを算定できるが、河床形状が既知でなければ、流れは求まらないことになる。したがって、流路変動を予測するためには、与えられた流路の平面形状のもとでの河床の平衡形状を知る必要がある。河床形状の変化は、流砂量の分布と直接的にかかわり、次の流砂の連続式で関連づけられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) \quad (9)$$

直線流路の交互砂州は、一般にその移動が停止することではなく、平衡形状は次式で表わせる。

$$\eta = f_1(x - ct, y) = f_1(\tilde{x}, \tilde{y}) \quad (10)$$

このとき、平衡形状と流砂量分布の関係は

$$-c \frac{\partial f_1}{\partial \tilde{x}} = \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial q_{By}}{\partial \tilde{y}} \right) \quad (11)$$

となる。交互砂州上の流砂量分布は測定が困難であるため、その時空間的变化は十分に明らかにされておらず、流砂量分布の時間的・場所的变化という立場から河床形状が平衡に至る過程について検討されることが少なかった。福岡・内島ら^{6),7),8)}は、河床砂の移動状況をビデオカメラで撮影し解析することにより、交互砂州上の流砂量分布の時空間変化を求め、底面付近の流速ベクトルと流砂量ベクトルの関係、河床形状(河床高分布)と流砂量分布の関係などから、交互砂州が発達し平衡に至る過程を明らかにしている。図-7は、河床形状がほぼ平衡状態に至った通水後20分の(a)河床形状、(b)底面流速、流砂量ベクトル、(c)(d)、それぞれ縦断方向、横断方向の底面流速、流砂量の分布を示す。底面付近の流速ベクトルの方向と流砂量ベクトルの方向は、前縁斜面付近を除いてはほぼ一致する。前縁斜面付近では、河床の横断勾配に起因する重力の作用により、流砂量ベクトルの方向が、流速ベクトルの方向に対して河床高の低い方向へずれる。横断勾配がほとんどゼロの場合でも、横断方向流砂量と流速との関係は、

$$q_{By} = f_n(u^2 + v^2) \cdot \frac{v}{u} \quad (12)$$

となるため、 u が場所的に変化する場合には、 q_{By} と v との直接的な比較はあまり意味をもたないが、 u が場所的にほとんど変化しない場合には、横断方向流砂量 q_{By} は横断方向流速 v にほぼ比例して変化することになる。図-7(c)、(d)によれば、交互砂州上では u の場所的变化が小さいことから、深掘れ部を除いて、 q_{By} の分布は v の分布とほぼ一致する。深掘れ部で一致しないのは、先に述べた横断勾配の影響による。図-8は通水後14分で発達段階にある砂州上の流速分布を示す。これと平衡状態の流速分布(図-7(c)、(d))を比較すると、縦断方向流速の分布には大きな差は認められないが横断方向流速の分布には顕著な差が

現われている（ただし、横断方向流速と縦断方向流速の代表スケールは異なる）。すなわち、発達段階では横断方向流速は一断面内で一方向性を有しているのに対して、平衡状態においては前縁線を境にその方向が異なり、概して前縁線向きの流向となる。これは、底面付近の流向を示すため、断面内の二次流も原因してこのような分布となっていると考えられるが、この横断方向流速の分布の変化と、河床形状が平衡に達する過程には、密接な関係がある。

実河川で掃流流砂量分布が測定された例は極めて少ない。Dietrich & Smith⁹⁾は、平衡河床形状をもつ小蛇行河川（Muddy Creek, Wyoming）の湾曲部の縦・横断掃流砂量の分布、砂の輸送過程、粒径の大小による移動経路の違いを測定し、これらと河床形状、流路平面形状との関係について考察している。観察から境界面セン断力最大の領域に正味の外向き流砂量が生ずるときに平衡河床形状が出現すると推論している。

2.2 交互砂州の卓越波長と平衡波高の解析

2.1で述べた解析では、河床形状・流れ・流砂量の関係のすべてが定量的に関連づけられてはいないため、交互砂州の平衡形状を算定するまでには至っていない。平衡形状を定量化するためには、かなり煩雑な解析が必要となる。したがって、しばしば次元解析手法が、平衡波高、波長を予測するために用いられる。

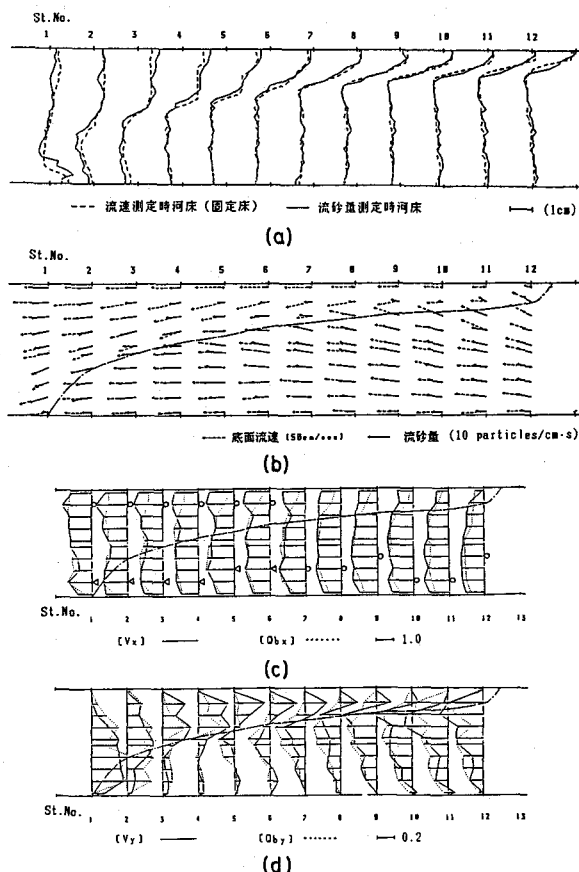


図-7 交互砂州上の底面流速、流砂量の分布⁷⁾

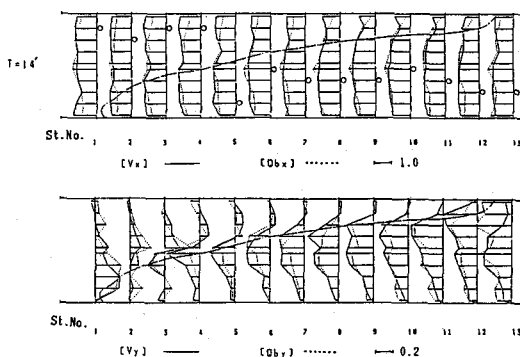


図-8 発達段階にある交互砂州上の底面流速、流砂量の分布⁸⁾

池田¹⁰⁾は、平衡波高 Z_B を支配する主要パラメーターとして、流路幅 B 、水深 h_0 、粒径 d をとり、多くの実験データを整理することにより、図-9に示すような、

$$\frac{Z_B}{h_0} = 9.34 \left(\frac{B}{d} \right)^{-0.45} \exp \left(2.53 \operatorname{erf} \frac{\log_{10} \frac{B}{h_0} - 1.2}{0.594} \right) \quad (13)$$

の関係式を得ている。 $6 < B/h_0 < 40$ のほぼ直線的な変化をする領域では、

$$\frac{Z_B}{h_0} = 1.51 C_f \left(\frac{B}{h_0} \right)^{1.45} \quad (14)$$

が近似的に成り立つ。交互砂州の波長を支配する主要パラメータに波高と同様のものを選ぶと、図-10に示すように、 $F_r \geq 0.8$ の範囲では、波長は、

$$\frac{L}{B} = 5.3 \left(\frac{B}{d} \right)^{0.45} \frac{B}{h_0} \quad (15)$$

で表わされる。

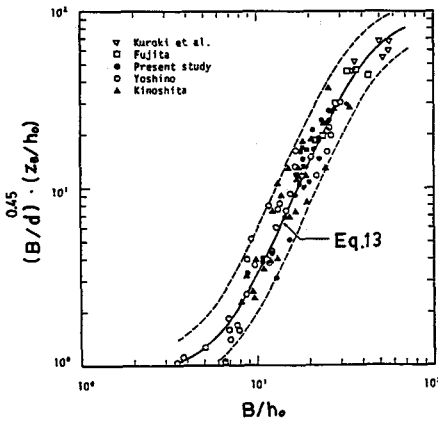


図-9 交互砂州の波高¹⁰⁾

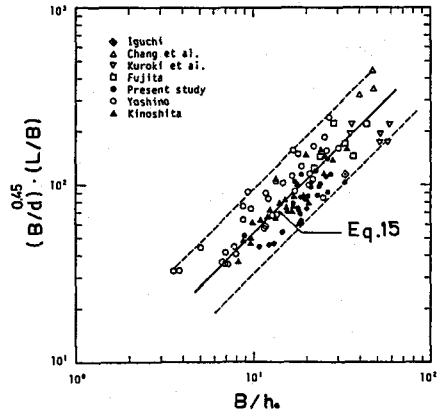


図-10 交互砂州の波長¹⁰⁾

Jaeggi¹¹⁾は、交互砂州が流路変動に及ぼす影響は波高そのものより、深掘れ深さであることに着目して、波高 Z_B と平均河床からの深掘れ深さ S_D との関係について

$$S_D = 0.76 Z_B \quad (16)$$

の関係を実験的に見出ししている。波高に関しては、Duneにおける相対波高 Z_B/h_0 、相対粗度 d/h_0 の関係を単純に交互砂州の対応値、 Z_B/B 、 d/B で置き換え、関係式を得ているが、式の適合性の検証はほとんどなされていない。

以上は、次元解析手法にもとづく、交互砂州の平衡波高、波長の解析結果である。次元解析的に導か

れた平衡形状の式は、実用上重要であるが、力学機構が十分に考慮されているかどうか不安が残る。したがって、平衡形状に関しては力学的に検討することも必要となる。交互砂州の平衡波高に関して流砂量の変化の面から最初に考察をしたのは藤田・村本¹²⁾である。彼等は、図-11の台形近似薄鋒型横断形状モデルにおいて斜線部Aで洗掘された土砂が斜線部Bに流送され堆積すると考え、さらに①横断方向流速が波高 Z_B に比例、②一波長平均したかまぼこ型平均河床形状の波高 Z_k が交互砂州波高 Z_B に比例、③平均河床形状の横断勾配が Z_k の二乗に比例するという実験的事実をもとに横断方向への土砂輸送が平均的にゼロとなる波高 Z_B の式として次式を導いている。

$$\frac{Z_B}{B} = \left[0.0051 / \{ 1 - (u_g / u_d) \} \right] (B/h_0)^{\frac{2}{3}} (h_0/d)^{-\frac{1}{3}} \quad (17)$$

ここに、 u_g, u_d はそれぞれ砂粒子と水流の流下方向速度である。式(15)は、交互砂州の波高の安定化には、波高の変化に対する横断勾配の非線形的変化が重要な役割を果たすものとして簡単な物理的考察にもとづいて導かれたものである。藤田らの式には、実験結果や、幾つかの仮説が持ちこまれているが、現象の本質をついたものとして興味深い研究成果である。

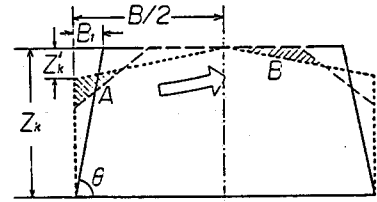


図-11 台形近似された薄鋒型横断形状¹²⁾

波長が平衡に至る機構についても藤田・小池・村本¹³⁾は簡単な力学モデルで検討している。交互砂州の発生初期には、上・下流の砂州の移動速度は異なり、両者の移動速度が等しくなるまで、上流側の砂州の波長は増大する。交互砂州の波高と移動速度および流砂量間には、

$$c = \frac{1}{1-\lambda} \frac{\bar{q}_{Bx}}{Z_B} \quad (18)$$

が一般的に成り立つため、最上流の砂州に添字0、その下流砂州に添字1を用いると、半波長の移動速度の変化は、

$$\frac{d\ell_{B1}}{dt} = \left(\frac{1}{Z_{B1}} - \frac{1}{Z_{B0}} \frac{\bar{q}_{Bx}}{1-\lambda} \right) \quad (19)$$

で記述される。 Z_{B1}, Z_{B0} の時間的な変化は、先の解析¹²⁾を用いて

$$\left. \begin{aligned} dZ_{B0}/dt &= KZ_{B0} \\ dZ_{B1}/dt &= \alpha K(Z_{B0} + Z_{B1}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

で表わす。式(20)と式(19)を連立させて、適当な初期条件のもとにこれらを時間積分することにより、波長

の時間的変化を求め、 $t \rightarrow \infty$ での波長から平衡波長の算定を試みている。しかし、波高の時間変化を表現する式(20)は線形関係式であるため、波高 Z_{B0} 、 Z_{B1} は時間的に発散することになる。したがって、 $d\ell_{B1}/dt = 0$ の状態は、移動速度がゼロの状態に対応し、先の非線形関係を考慮した平衡波高の解析結果が平衡波長の解析に十分生かされていないように思われる。しかし、波長の決定機構を力学的に説明しようとした点は今後の研究の方向を与えるものである。

交互砂州の波高の安定化には、波高を発達させる作用と抑制させる作用が平衡する必要がある。福岡・山坂⁴⁾は、砂州の発達と安定化の要因が河床形状に対する流れの非線形性、および流れに対する流砂量の非線形性にあると考え、これら2つの非線形関係を考慮した平衡波高の理論解析を行なっている。その結果、解析的に十分に扱えなかった砂州の発達過程・平衡形状の問題に新しい展望を拓いた。交互砂洲の形状は先に述べた式(5)で与えられ、流速の非線形解には式(6)、(7)が用いられる。流速と流砂量間の非線形性は、河床の縦・横断勾配の影響をとり込んだ次の縦断方向、横断方向流砂量式により考慮される。

$$\frac{q_{Bx}}{K\tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s/\rho-1)gd^3}} = \left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin\theta_x \right) \cdot \left\{ \sqrt{\left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin\theta_x \right)^2 + \left(\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin\theta_y \right)^2} - \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sqrt{1 - \sin^2\theta_x + \sin^2\theta_y} \right\} \quad (21)$$

$$\frac{q_{By}}{K\tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s/\rho-1)gd^3}} = \left(\frac{\tau_{*y}}{\tau_{*r}} + \frac{1}{\mu_s} \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sin\theta_y \right) \cdot \left\{ \sqrt{\left(\frac{\tau_{*x}}{\tau_{*r}} + \frac{\tau_{*co}}{\mu_s} \sin\theta_x \right)^2 + \left(\frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} + \frac{\tau_{*co}}{\mu_s} \sin\theta_y \right)^2} - \frac{\tau_{*co}}{\tau_{*r}} \sqrt{1 - (\sin^2\theta_x + \sin^2\theta_y)} \right\} \quad (22)$$

ここに、 τ_{*r} は河床が平坦時の無次元掃流力

$$\tau_{*r} = \frac{\rho C_{f0} u_0^2}{(\rho_s - \rho)gd} = \frac{h_0 i_0}{(\rho_s/\rho - 1)d} \quad (23)$$

であり、縦断方向、横断方向の無次元掃流力は、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{*x} &= \frac{\rho C_f}{(\rho_s - \rho) g d} \sqrt{u^2 + v^2} \cdot u \\ \tau_{*y} &= \frac{\rho C_f}{(\rho_s - \rho) g d} \sqrt{u^2 + v^2} \cdot v \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

で表わされる。式(6)、(7)を式(24)に代入し、さらにこれらを式(21)、(22)に代入して得られる流砂量の分布が流砂の連続式(9)を満足しなければならないという条件より、式(5)の河床形状の発達速度を表現する次式を得る。

$$da_1/dT = Q_1 a_1 + Q_2 a_1^3 + Q_3 a_1 a_2 \quad (25)$$

$$da_2/dT = R_1 a_1^2 + R_2 a_2 + R_3 a_1^4 + R_4 a_1^2 a_2 \quad (26)$$

$$d\phi/dT = S_1 + S_2 a_1^2 + S_3 a_2 \quad (27)$$

このとき、時間 t は

$$T = K \tau_{*r}^2 \sqrt{(\rho_s / \rho - 1) g d^3} \cdot t / \{ (1 - \lambda) h_0^2 \} \quad (28)$$

により無次元化されている。 $Q_1, Q_2, \dots, S_2, S_3$ の各係数は、式(6)、(7)の非線形流速解の係数 $A_{111}, B_{111}, \dots, C_{222}, D_{222}$ 、砂の静止摩擦係数 μ_s 、掃流力比 τ_{*r} / τ_{*co} 、水深-川幅比に相当する $\ell (= \pi h_0 / B)$ 、および無次元波数 $k (= 2\pi h_0 / L)$ によって表わされる。発達速度の式(25)~(27)においては、水理条件によっては $da_1/dT = 0, \frac{da_2}{dT} = 0$ を同時に満足する a_1, a_2 が存在する。この河床形状に至った後は形状の変化はなく、一定速度で移動するようになる。このときの波高が平衡波高であり、平衡波高は式(5)で表わされる河床形状に対しては、第一モードの振幅 a_1 を用いて、

$$Z_B / h_0 = 2 a_1 \quad (29)$$

で表わされる。平衡状態における2つの振幅は式(25)、(26)より、それぞれ、

$$a_1^2 = \frac{-W_2 \pm \sqrt{W_2^2 - 4 W_1 W_3}}{2 W_1} \quad (30)$$

$$a_2 = -(Q_1 + Q_2 a_1^2) / Q_3 \quad (31)$$

となる。ここに、 $W_1 = (Q_2 R_4 - Q_3 R_3)$ 、 $W_2 = (Q_1 R_4 + Q_2 R_2 - Q_3 R_1)$ 、 $W_3 = Q_1 R_2$ である。

図-12は、実測の波数 k を与えて、式(28)より算定された理論平衡半波高 a_{1T} (水深で無次元化)と実測の無次元平衡半波高 $Z_B/2h_0$ の関係を示す。理論波高は実測の平衡波高をほぼ説明することができる。波高の安定化の機構は、式(28)、式(29)の各係数 $Q_1 \sim R_4$ の内容を詳細に検討することにより次のように説明される。波高の発達に伴って、河床形状と流れの非線形関係が強まり、流路中央部の掃流力が増大し、側岸部付近の掃流力が平均的に減少する。このため、

流れと流砂量間の非線形関係が強まり、交互砂州を発達させるに必要な側岸域の流砂量の場所的な変化が次第に小さくなる。その結果波高の発達作用が弱まり($Q_2 < 0$)、平衡波高が出現する。波高の発達を抑制する作用は主に河床の横断勾配に起因する重力効果であり(式(28)の第一項 $Q_1 a_1$ を発達作用と抑制作用に分けて $Q_1 a_1 = (Q_{1s} - Q_{1s'}) a_1$ で表わしたとき、抑制作用は $Q_{1s'} a_1$ となり)波高に対してほぼ線形的に増大する。一方、式(28)の第二項 $Q_2 a_1^3$ は発達作用を弱める作用であるところから、発達作用は $Q_{1s} a_1 + Q_2 a_1^3$ となり波高の増大に従って次第に弱まるため、2つの作用がほぼ釣り合った時点で波高は平衡に至る(図-13)。

先の平衡波高の解析では、波数 k は既知としており、波長についての情報は得られていない。福岡・山坂・清水¹⁴⁾は、さきの非線形解析をさらに発展させ平衡形状にもとづく解析より、平衡卓越波長と砂州の形成領域を求めている。平衡状態の河床形状は、河床形状を構成する種々の波数成分のうち、波形勾配が最大となる波数の成分が卓越して現われていると考えられる。図-14は、平衡波形勾配 $a_1 k$ (一点鎖線)、および初期の波形勾配発達率 $\left[\frac{1}{a_1} \frac{d(a_1 k)}{dT} \right]_{a_1=0}$ ・ $d(a_1 k)/dT$ $a_1=0$ 、すなわち $Q_1 k$ (破線)が波数 k によりどのような変化をするかを示す。

k_{min} 、 k_{max} は式(28)における Q_1 が正となる波数の下限値および上限値である。したがって、発生し得る波数 k の範囲は $k_{min} < k < k_{max}$ である。平衡波形勾配を最大とする波数 k_{01} (非線形解析による卓越波数)と波形勾配の初期発達率を最大とする波数

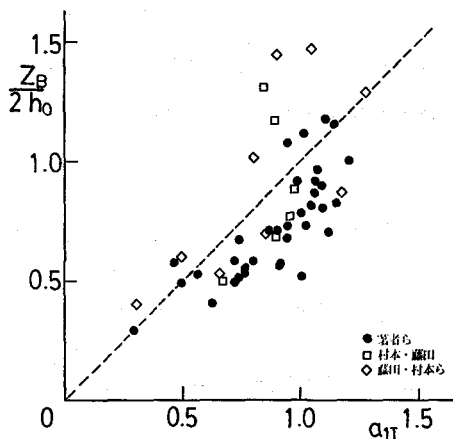


図-12 平衡波高の理論値と実測値⁴⁾

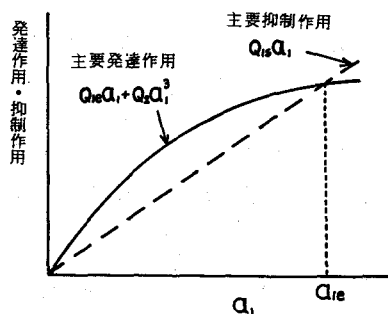


図-13 波高の安定化の機構の説明図⁴⁾

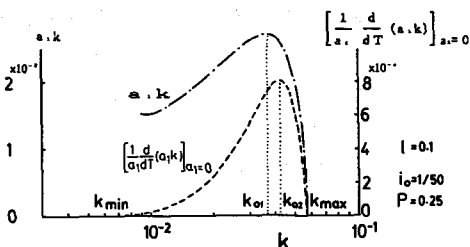


図-14 平衡波形勾配および波形勾配の初期発達率の変化¹⁴⁾

(波形勾配に着目した、線形解析による卓越波数) はほぼ一致することから、初期の波形勾配の発達率が大きな波数成分ほど、平衡に至ったときの波形勾配が大きくなると判断できる。図-15は、縦軸に $l (= \pi h_0 / B)$ 、横軸に波数 $k (= 2\pi h_0 / L)$ をとり、交互砂州の発生領域と卓越波数を示す。一点鎖線が非線形解析による卓越波数を、破線が初期波形勾配の発達率最大(線形解析)による卓越波数を示す。図-14にも示したように、2つの卓越波数はほぼ一致し、両者ともほぼ l に比例して増大する

(波長が川幅に比例)。図-16は非線形解析より得られた理論卓越波数 k_T と実測波数 k_{ob} の対応を示し、図-17は理論卓越波数を与えて式(29)から算定される平衡半波高 a_{1T} と実測半波高 $Z_B / 2h_0$ の対応を示す。理論波数は実測の波数に対して大きめの予測値を与える。これは、解析の精度上の問題とともに理論では波長や波速が流下方向に変化することを考慮していない¹³⁾ことによると思われる。ここまでは、砂州の形態を単列に限って解析を進めて来たが、これまでの解析で用いた l を $2l$ に置き換えるだけで、これらを二列砂州に拡張することができる。したがって、二列砂州の発生領域と卓越波数は、図-15に示した単列砂州のそれを l 方向に $1/2$ 縮尺することにより得られる。その結果、 $l < l_{max} / 2$ においては、単列砂州と二列砂州の両者が発生し得ることになる。このうち、どちらが卓越して現われるかは卓越波数を求めたときと同様に、波形勾配の大きさを規準に判定する。すなわち、二つの形態の砂州のうち、波形勾配(このとき波数はその列数に対応する卓越波数)が大きくなる列数の砂州が卓越するものとする。このようにして算定した単列、複列の区分線、図-15に示した卓列砂州の形成上限値 l_{max} に対応する砂州の形成限界線と実測データの関係を図-18に示す。図中の細線は、単列・複

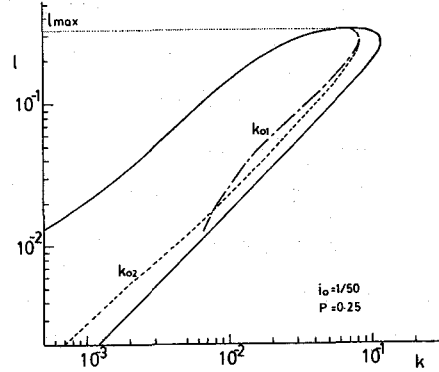


図-15 発生領域と卓越波数¹⁴⁾

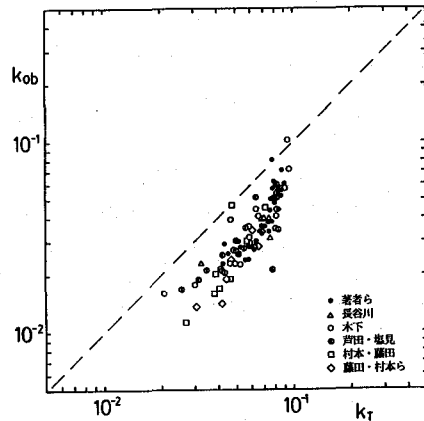


図-16 理論卓越波数と実測波数¹⁴⁾

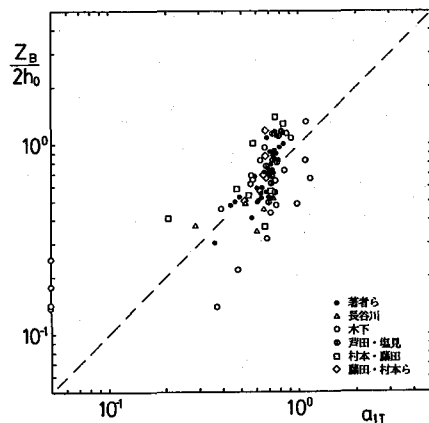


図-17 理論卓越波数を与えて計算された平衡波高と実測波高¹⁴⁾

列の卓越判定規準として初期波形勾配の発達率を準用した場合の区分線であるが、両者とも実測データの領域区分をほぼ満足することがわかる。卓越波数、形成領域区分に関する従来の理論的研究は線形解析にとどまっていたため、微小擾乱の初期発達率最大の条件を、卓越波数、卓越形態の判定規準として用いていた¹⁾。式(23)においては、 $a_2 \rightarrow 0$ 、 $a_1 \rightarrow 0$ の極限が従来の線形解析に一致する。線形解、

$$\frac{1}{a_1} \frac{da_1}{dT} = Q_1 \quad (32)$$

を用いて、従来と同様の判定規準で作成された交互砂州の形成領域区分図を黒木ら^{15), 16)}の区分図と比較すると、流砂量に及ぼす河床横断勾配の影響の取り入れ方が異なるため、 τ_*/τ_{*c} の大きいところで若干差がでるが、両者はほぼ一致する¹⁴⁾。

以上は、直線流路の交互砂州の平衡形状に関する研究である。湾曲部の平衡河床形状については、長谷川¹⁷⁾が二次流を考慮した解析を行っている。流路内の流れは、式(3)に示した平面二次元流解析により求め、一方、横断方向流砂量は、断面内の二次流と横断勾配の影響を考慮して、

$$q_{Bn} = q_{Bso} \left(\frac{v}{u_0} + \tan \phi + \varepsilon T \frac{\partial \eta}{\partial n} \right) \quad (33)$$

で求める。上式中の ϕ は二次流による底面流向の偏角であり、これを流路の平面形状に起因するものと河床の凹凸に起因するものに分割し、

$$\begin{aligned} \tan \phi = & - \sum_{i=0} \sum_{j=0} \left[\frac{N_{ij}}{R_j} \cos \left(\frac{i \pi N}{2} - \frac{\pi}{2} \delta_{i0} \right) \cdot \cos \{ j k (S - \sigma_{Rj}) \} \right. \\ & \left. + M_{ij} \cos \left(\frac{i \pi N}{2} - \frac{\pi}{2} \delta_{i0} \right) \cdot \cos \{ j k (S - \sigma_{ij} - C_{ij}) \} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

で表わす。式(33)が流砂の連続式(9)を満足する条件より、 $C_{ij} = 0$ となる平衡河床形状が N_{ij} 、 M_{ij} の関数として得られる。ここで、 N_{ij} は流路の平面曲りに起因する二次流の強さであり、湾曲流路の二次流の強さを準用する。一方、 M_{ij} は河床の起伏に起因する二次流である。河床の起伏は時間的に変化するので、 M_{ij} は一般に三次元流れを解かなければ求まらない量である。 M_{ij} の大きさがわからなければ波高 X_{ij} を算定することはできないため、長谷川は実験的に得られた平衡河床形状から M_{ij} を

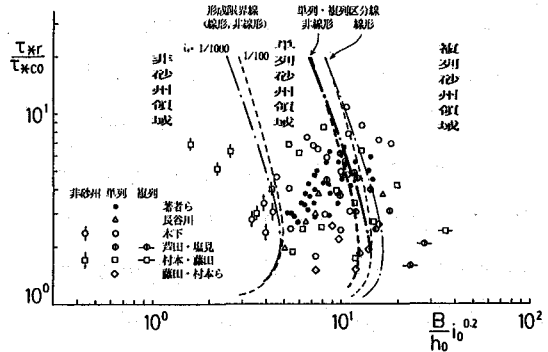


図-18 交互砂州の形成領域区分図¹⁴⁾

逆算し、図-19に示すように M_{ij} の主要項である M_{11} を $(B/h_0)(B/d)^{-1/3}$ の関数として求め、平衡形状を推算できるように工夫している。長谷川らの解析では、波高の安定化の機構を断面内の二次流による抑制作用に求めており、その考え方は興味深いが、河床の凹凸に起因する二次流の大きさ M_{ij} が波高 X_{ij} の大きさによらず一定であると仮定している点や、波高の平衡点の考え方に理論改良の余地が残されている¹⁸⁾。

2.3 混合粒径河床における交互砂州の変形

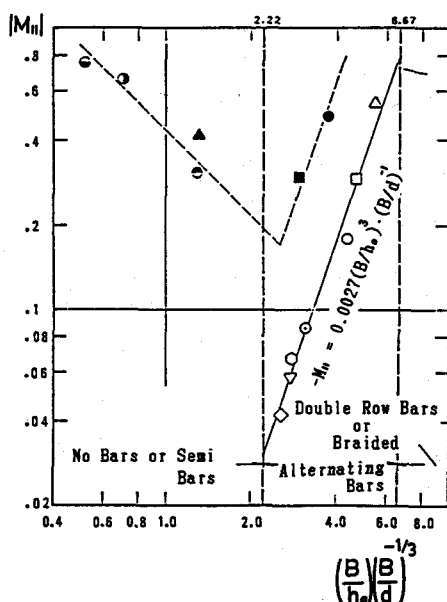
前節までは河床材料が均一な場合を想定して、交互砂州の平衡形状について主として解析的研究を中心に述べてきた。この理由は一様粒径河床の場合、

交互砂州上の流れ、形状特性はほぼ明らかにされて 図-19 係数 M_{11} の性質¹⁷⁾ (砂州の領域区分は村本・藤田²¹⁾による)

・流れ・流砂量の相互関係からいかにして力学的に説明するかにあったからである。一方、広い粒度分布をもつ混合粒径河床における交互砂州については実験的にも解析的にも一様粒径の場合のように理解が進んでいるとは言い難い。自然河川は一般に混合粒径河床からなることを考えると、このような砂州の特性について検討することは重要である。

広い粒度分布をもつ混合粒径の場合、流量に応じて輸送される各粒径の砂の割合が異なり、また粒径ごとに移動限界や停止限界が異なる。このような場合の河床変動を考えると、輸送される混合粒径砂を幾つかの粒径集団としてとらえ、河床変動を支配する主要な粒径集団の移動と対応づけて議論することが実現象により即している¹⁹⁾。

混合粒径河床上の交互砂州の発達過程と砂州上の粒度分布の時間的・場所的变化の関係は、福岡ら²⁰⁾により実験的に調べられている。図-20は底勾配1/100の条件のもとで一様粒径砂と混合粒径砂で形成される十分に発達した交互砂州の波長・波高と B/h_0 の関係を示している。混合粒径砂では $B/h_0 \approx 1.2$ を境に波長・波高とも急減し、一方、一様粒径砂では $B/h_0 < 1.2$ の範囲で交互砂州が形成されないことがわかる。この波長と波高の小さい交互砂州は短対角州と呼ばれ、通常の交互砂州($L/B \approx 1.0$)と区別されている²¹⁾。図-21(a)は $B/h_0 = 14.3$ の条件で形成される一様粒径砂と混合粒径砂の交互砂州の波長・波高の時間変化を示す。混合粒径河床において、粗い砂は細かい砂より動きやすく、かつ非平衡性が大きいため交互砂州の発達速度は早い。図-21(b)(c)は、図中の3つの粒径集団の河床に占める割合が砂州の発達に伴ないどのように変化するかを示している。砂州の発達と



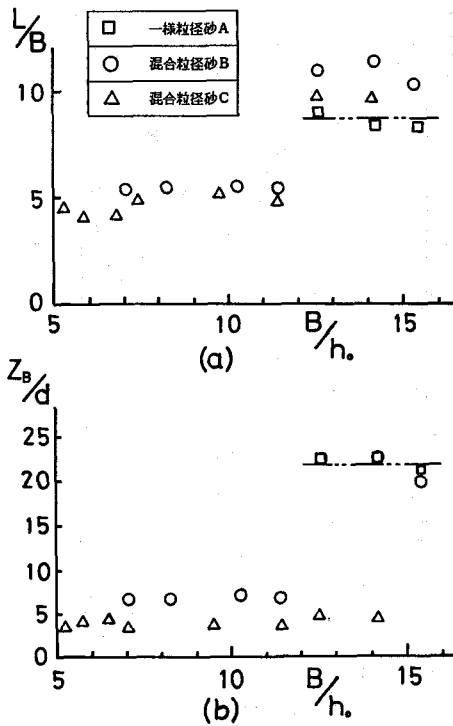


図-20 河床材料が異なる場合の交互砂州の波長と波高 ($i_0 = 1/100$)²⁰⁾

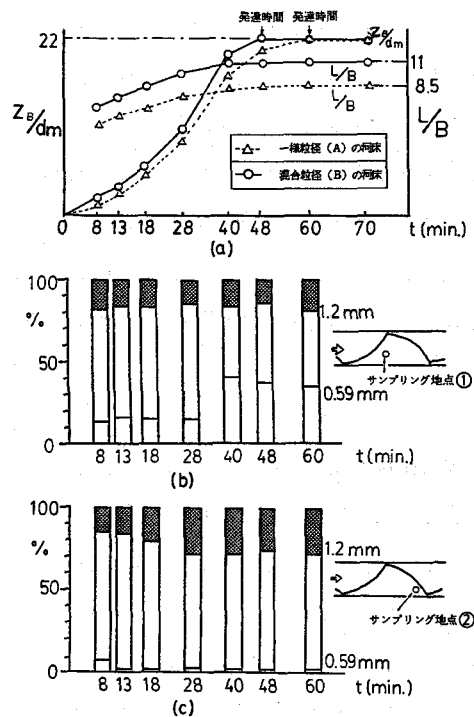


図-21 定常流での交互砂州の波長、波高と粒度分布の時間変化²⁰⁾

もに流れの集中する瀬の部分(①)で粗い砂が多く流れ、瀬では粒度組成が徐々に細粒化する。一方、瀬から運び出された粗い砂は、砂州前縁部(②)に堆積する傾向があり、前縁付近の粒度組成は徐々に粗粒化する。十分発達してしまうとその後の粒度組成はそれぞれの場所ではほぼ一定となる。

以上述べたように混合粒径河床の場合には、各流量に対応した割合の粒径集団の砂の移動および停止が起こる。その結果、粗い粒径集団の砂の挙動が、交互砂州の変形および形態を規定することになる。流れが非定常になると、非定常性のタイムスケールと交互砂州の発達に要するタイムスケールの相対的大きさによって砂州の変形が生じる²⁰⁾。このような場合の砂州の変形とそれに伴う流れ、とくに水衝位置の移動について今後十分検討していく必要がある。

3. 側斜面上のせん断応力分布・流砂運動と側岸侵食

前節までに述べた研究により、河床の平衡形状とその上の流れは、理論的にかんがりの精度で算定できる段階に来ている。したがって、側岸に作用する流体力と側岸侵食量との関係が明らかになれば、流路の変動過程、流路の平衡平面形についても理論的に取り扱い得る可能性がある。しかし、側岸に作用するせん断力の分布を精度よくみつめることが出来ないこと、および自然河川の側岸は粘着性の材料から

なり、その材料の物理的、化学的特性により、耐侵食力が異なること等の理由により任意の材料、平面形状をもつ流路の側岸侵食量と流路の変動過程を定量的に予測できるとは言い難い。現在は、一樣断面流路における側岸侵食機構と拡幅過程の予測精度を高める研究がなされている。

3.1 側斜面上のせん断応力分布

非粘着性材料の移動機構は比較的単純なため側斜面上の流砂運動と拡幅過程に関する研究は、かなりの数に及ぶ¹⁾。側斜面上の砂移動はせん断応力分布と関連づけられるので、流路境界面に作用するせん断応力分布を精度よく算定できなければ、流路の変動過程の予測は不十分となる。福岡・山坂²²⁾は、このような考えに基づき直線流路の境界面に作用するせん断応力分布を次の方法で定式化している。拡幅過程にある流路の横断面形状は、池田の式²³⁾を改良した、

$$\frac{h}{H} = 1 - \left\{ \exp \left(-\frac{b-y}{D} \right) + \exp \left(-\frac{b+y}{D} \right) - \exp \left(-\frac{2b}{D} \right) \right\} \quad (35)$$

によく従う。ここに h は局所水深、 b は流路半幅、 y は流路中央からとられた横断方向距離である。流路幅の時間変化 dB/dt が与えられると、式(35)と流砂の連続式により各地点の横断方向流砂量が算定できる。これを横断方向流砂量式(20)に代入し、 $\tau_{*y} = 0$ のもとで τ_{*x} について解くことによりせん断応力の断面内分布が得られる。図-22は、実測の拡幅速度を与えて計算された横断方向流砂量の分布と、せん断応力の分布 (τ_{*x}) を示す。 τ_{*h} は、従来より便宜的に用いられて来た $\tau = \rho g h i_0 \cos \theta y$ から得られる分布を示すが、この算定式は侵食域である側岸部で精度が悪いことがわかる。このようにして算定されたせん断応力分布式は、

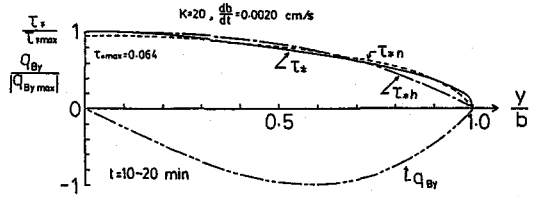


図-22 横断方向流砂量とせん断応力の分布²²⁾

$$\tau_{*x} = \rho g h i_0 \cos \theta y \left\{ 1 + 2 \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + h \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right\} \quad (36)$$

で表わされる。この式は水深-川幅比の小さい流れに対し、比較的精度のよいせん断応力分布を与える。

中村・福岡ら²⁴⁾は、一樣湾曲流路の境界面に作用するせん断応力分布も二次流を適切に考慮すれば、同様な方法で算定できることを示している。湾曲流路では直線流路と異なり、上下層流体間の遠心力差に起因する断面内の二次流による横断方向のせん断応力が生じるため、これを記述する新たな式、

$$\tau_{*y} = v_b / u_b \cdot \tau_{*x} \quad (37)$$

が必要となる。ここに、 u_b 、 v_b はそれぞれ底面付近の主流と二次流の流速である。図-23は、拡幅速度と底面流速の実測値を与えて算定されたせん断応力の分布 (実線) とプレストン管を用いた実測値 (・印) の比較を示す。破線は、 $\tau = \rho g h i_0 \cos \theta y$ の分布を示す。この方法により算定されたせん断応

力の分布と実測値の分布は全体にわたってほぼ一致し、せん断応力の最大値は外岸寄りに現われることがわかる。横断底面勾配が小さくなる水路中央部に近づくほど、横断方向の砂輸送に果たす二次流の役割は相対的に重要となる。しかし、側岸付近では横断勾配による重力効果が卓越し、二次流の役割は小さい。

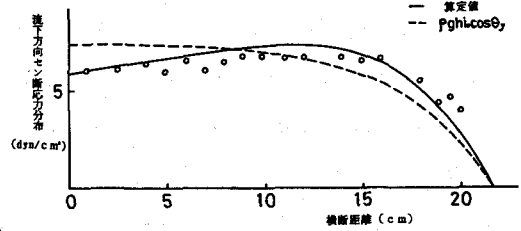


図-23 湾曲流路におけるせん断応力の横断分布²⁴⁾

3.2 斜面上の非平衡流砂運動と側岸侵食

斜面を構成する砂粒子は場所的な水理量の変化を受けたり、流砂量を規定する境界条件の影響を受けるため砂粒子は非平衡状態で輸送される。このような流れの場における流路変動を予測するためには非平衡流砂量を的確に算定する必要がある。非平衡流砂量は、実際に輸送されている流砂量であり、本来その位置の掃流力で輸送し得る能力に相当する流砂量（平衡流砂量）との間の関係式で表わされる。非平衡流砂量と平衡流砂量の関係を図-24に示す。福岡・山坂^{22), 25)}は、砂粒子が単位距離流下する間の流砂量の変化が平衡流砂量と実際に流れている流砂量の差に比例すると仮定し次の非平衡流砂量の関係式を導いている。

$$\frac{\partial q_{Bs}}{\partial s} \frac{q_{Bs}}{\sqrt{q_{Bs}^2 + q_{Bn}^2}} + \frac{\partial q_{Bs}}{\partial n} \frac{q_{Bn}}{\sqrt{q_{Bs}^2 + q_{Bn}^2}} = \kappa_B (q_{Bes} - q_{Bs}) \quad (38)$$

$$\frac{\partial q_{Bn}}{\partial n} \frac{q_{Bs}}{\sqrt{q_{Bs}^2 + q_{Bn}^2}} + \frac{\partial q_{Bn}}{\partial n} \frac{q_{Bn}}{\sqrt{q_{Bs}^2 + q_{Bn}^2}} = \kappa_B (q_{Ben} - q_{Bn}) \quad (39)$$

ここに、 q_{Bs} 、 q_{Bn} はそれぞれ s -方向、 n -方向の非平衡流砂量、 q_{Bes} 、 q_{Ben} は平衡流砂量である。比例定数 κ_B は〔1/長さ〕の次元をもち砂粒子の平均移動距離の逆数に相当し、 τ_* の関数で表わされる²⁶⁾。

砂粒子が一次元運動を行うときは式(38)は、

$$\frac{\partial q_{Bs}}{\partial x} = \kappa_B (q_{Bes} - q_{Bs}) \quad (40)$$

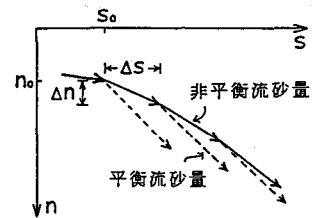


図-24 平衡流砂量と非平衡流砂量の関係

となる。洗掘・堆積過程にある一次元、二次元斜面上の非平衡流砂運動に式(38)~(39)を適用し、実験結果と比較したものを図-25、26に示す²⁷⁾。いずれの場合も実験との対応は良好であるが、非平衡性のパラメータ κ_B の見積り法に問題が残されている。 κ_B の定量的見積りが可能となれば、式(38)~(40)の応用性は、さらに広がるであろう。

式(38)(39)の非平衡流砂量式は、流砂運動を決定論的に扱って導いたものであるが、中川・辻本²⁸⁾は、流

砂の非平衡過程を pick up rate と step length を構成要素として確率過程論的立場から導いている。側斜面上の流砂運動と水平床上の流砂運動が大きく異なる点は次の2点である。①ある地点に到達するおのこの砂粒子の軌跡は、それぞれの粒子の移動開始地点により異なる。②斜面上では砂粒子は移動しやすく、pick up rate が大きくなる。中川・辻本・村上²⁹⁾は、水平床上の流砂運動を記述する stochastic model に①と②を考慮に入れ、側斜面上の砂粒子運動の数値解析から二次元非平衡流砂量を算定している。

解析結果と実験結果の比較を図-27, 28に示す。

図-27は側斜面下端における横断方向流砂量が、流下距離(x)の増加とともに平衡流砂量に漸近する過程について、解析結果(曲線)と実測値(●および○)の比較を示す。図-28は、横断方向流砂量の横断面内の分布が、流下距離とともに平衡流砂量分布に至る過程の解析結果を示す。縦断方向と横断方向の流砂の非平衡性を考慮に入れた側斜面上の流砂運動を解析した研究はこれが最初である。この解析法の側岸の侵食問題への適用が望まれるが、現段階では、各地点の流砂量を求めるだけでも相当煩雑な二次元数値シミュレーションを必要としており、砂の運動を詳細に追跡することから生ずる流砂量式の複雑さとの兼ね合いが問題となろう。

3.3 粘着性流路の側岸侵食

粘着性材料からなる側岸の流砂運動はその現象の複雑さのために従来はほとんど理論的に扱われることがなかった。最近、江頭・芦田・加本³⁰⁾は、粘着性材料の移動限界掃流力、横断流砂量(側岸侵食量)について検討し、算定法を提案している。斜面上の移動限界状態にある砂粒のつり合い式に、粒子に作用する粘着力を考慮に入れると、粘着性材料の移動限界掃流力は、

$$\tau_{*sc} = (\tau_{*co} \cos \theta + \Delta \tau_{*c}) \sqrt{1 - \left(\frac{\tan \theta}{\mu_s} \right)^2 \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta + \Delta \tau_{*c} / \tau_{*co}} \right)^2} \quad (41)$$

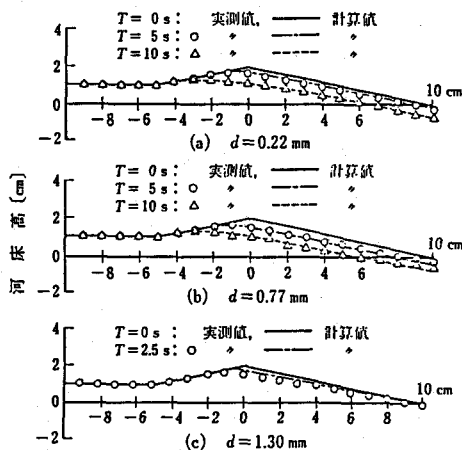


図-25 一次元斜面の洗掘過程²⁷⁾
($K=7.0$ $\kappa_B=0.03/\tau_*$)

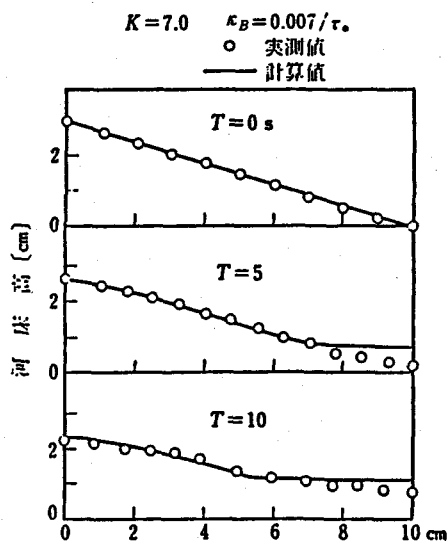


図-26 横断勾配が急な二次元斜面の洗掘・堆積過程²⁷⁾

で表わされる。ここに τ_{*co} は非粘着性材料の水平床上での無次元限界掃流力であり、 $\Delta\tau_{*c}$ は粘着力の影響を表わす項である。流下方向に様な拡幅が生じる流路では、横断方向流砂量の横断変化は、中川・辻本の stochastic model²⁸⁾ を用いて、

$$dq_{BP}/dp = E_1(P) + E_2(P) - D(P) \quad (42)$$

で表現される。ここに P は斜面に沿って取られた横断方向座標、 $E_2(P)$ は粘性土に埋れた砂粒子が初めて離脱する確率、 $E_1(P)$ は一旦離脱した砂粒子が停止後、再び離脱する確率、 $D(P)$ は粒子の停止確率である。粘着性の側岸では、侵食抵抗が比較的大きいため、一旦離脱した砂粒子は側岸に堆積することなく、一気に河床域まで移動すると考えると、側斜面下端における横断流砂量（単位流下距離、単位時間当たりの両側岸の侵食量）は、

$$q_{PB} = 2 \int_0^{p_B} E_1(P) dp \quad (43)$$

で表わされる。ここに、 p_B は側岸と河床の交点の座標である。 $E_1(P)$ は、中川らの式中の τ_{*c} を τ_{*sc} で置き換えたものを用いる。図-29 は式(43)により算定された側斜面下端の横断方向流砂量を無次元化したものと拡幅実験から得られた実測値との比較を示す。式(43)は、粘着性、非粘着性材料にかかわらず、側斜面下端での横断方向流砂量の実測値をほぼ説明している。

4. 流路の蛇行

蛇行の発生に関する理論的研究は、蛇行流路内の流れを平面二次元流として扱い、側岸の侵食量を側岸流速と関連づけ、蛇行の発達速度を求めるものが主流である¹⁾。このような立場の研究は、浅水流の基礎方程式をどこまで簡単化して用いるか、流路の平面曲がりに起因して形成される河床の凹凸まで考慮に入れるか、側岸の侵食量を側岸流速とどのように関

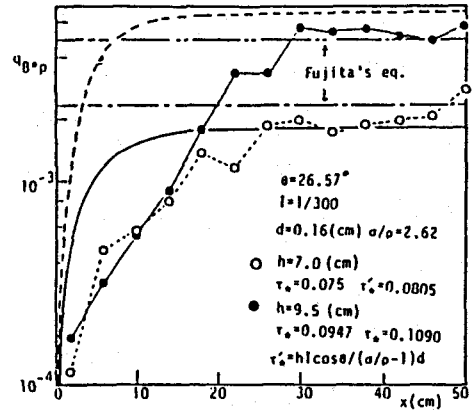


図-27 $q_{B*} \sim x$ 関係 (実験値)²⁹⁾

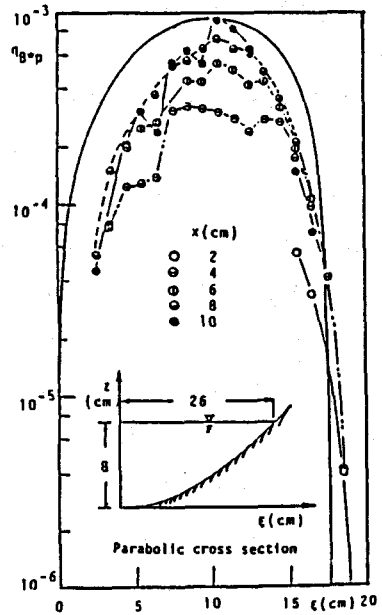


図-28 $q_{B*} \sim p \sim x$ 関係²⁹⁾

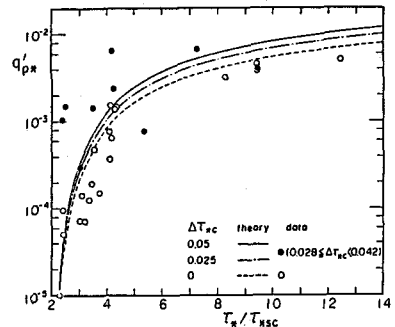


図-29 側岸侵食量式と実験値の比較³⁰⁾

連づけるか、にそれぞれの特色があるが得られる結果に本質的な差はないといえる。最近 Kitanidis & Kennedy³¹⁾ は二次流に着目し従来の研究とは異なる立場で蛇行の発生理論を展開している。蛇行の発生初期を考えるため、河床は平坦と仮定する。流路の平面曲率に起因して発生する二次流は外岸で下降流、内岸で上昇流となるため内岸と外岸とで侵食量に差が生じる。この差は二次流の強さに比例すると仮定すれば、曲頂部における二次流の強さが最大となる微小平面擾乱の波数から蛇行の卓越波数を算定することができる。二次流の鉛直分布を直線分布とし、水面、底面における値を U とする。このとき、横断面内で積分された角運動量の方程式より蛇行流路内の二次流に関する式

$$\frac{dU}{dS} + \frac{\alpha f}{8GR} U = \frac{H}{G} \frac{\bar{V}}{r_c} \quad (44)$$

が導かれる。ここに、 $\bar{V}$ は縦断方向の平均流速、 α は底面流速を用いて河床せん断力を表わしたときの補正係数、 f は流体の摩擦係数、 G は角運動量の flux に関する係数、 R は径深、 H は流速の鉛直分布形に起因して生ずる遠心力のモーメント（遠心力トルク）にかかわる係数である。流下方向に単位距離、横断方向に内岸から外岸までとられた control volume の重心の横断方向への時間的変位（流路の平面的変化）が二次流速 U に比例すると仮定すると、曲頂部の侵食が最大となる波数（蛇行の卓越波数）は、 b を流路の幅とすると、

$$k = \left(\frac{\sqrt{3}}{8} \frac{\alpha f}{G} \frac{1}{Rb} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (45)$$

となる。図-30 は、理論卓越波長と実測波長の関係を示す。解析結果は、池田ら³²⁾、Parker³³⁾ とほぼ同じ結果を与える。Kitanidis & Kennedy の研究は、蛇行流路内の二次流を理論的に導びき、蛇行の発達に新しい視点を与えた点で評価されるが、すでに述べたように、河床形状の発達に要する時間スケールが蛇行の発達の時間スケールに比して極めて短いことを考慮すると、平坦河床の解析では十分でなく、池田ら³²⁾ のように、蛇行流路の流れを平面二次元流として扱ってもその時点の平面形状に対応する平衡河床形状を与えた解析の方が実現象をより忠実に表現し得ると思われる。

蛇行の発生理論は、線形解析でかなりの程度説明できるが、発達過程、平衡形状に関する解析を行なうには、さきに述べた交互砂州の場合と同様に^{4),14)}、非線形解析を行う必要がある。Parker³⁴⁾ は、大振幅に至るまでの蛇行形状および変動過程を記述できるように、直交曲線座標系で表わされた非線形

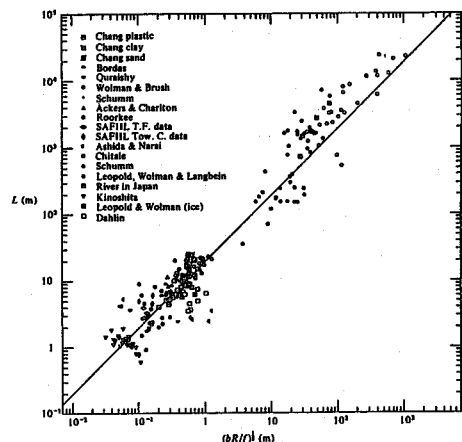


図-30 理論卓越波長と実測値の関係³¹⁾

の蛇行方程式³⁵⁾を、曲線座標系に変換し、これを摂動法によって解くことにより、流路の平面偏角が、

$$\theta = \theta_0 \sin \frac{2\pi S}{L} + \theta_0^3 \left[\frac{1}{192} \sin \frac{6\pi S}{L} + \frac{\sqrt{2(A+F^2)}}{128} \cos \frac{6\pi S}{L} \right] \quad (46)$$

に従って変化することを示している。図-31は、理論式(46)と実河川の平面形状の比較を示す。非線形解析により、上・下流が非対称で上流側にひずんだ実河道の平面形状特性を表現しているが、式(46)の θ_0 は一義的に決定されず、蛇行がどこまで発達するかを予測するには至っていない。蛇行方程式の精度や蛇行の平衡形状が存在し得るかなど今後検討すべき課題は多い。

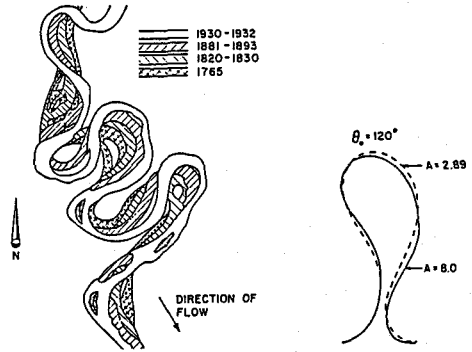


図-31 実河川の流路形状と非線形理論解の比較³⁴⁾

これまで述べてきたように、蛇行の変形や成長は一応力学的に説明できる段階にきている。このような研究と並行して、自然河川の流路変動を現地観測または観測資料を用いて解析する研究がみられるように

なってきた。最近のDietrich・Smith⁹⁾による河道湾曲部の平衡形状を二次流、流砂量分布に着目して検討した研究はその代表的なものであり、蛇行研究の1つの方向を示すものとして注目に値する。

侵食速度を河岸のシルト・粘土の含有率など土質の違いによる侵食抵抗と関係づけて論じている研究も注目される。Hickin・Nanson³⁶⁾は西カナダにおける21の粘土、砂、砂礫河川の湾曲部の侵食速度を経年的に撮影した空中写真を用い、河岸侵食抵抗と外岸の河岸材料の関係を明らかにしている。すなわち河岸の侵食抵抗は、外岸が細砂から構成されている場合は小さく、これより粒径の小さい粘土、大きい砂礫の場合に抵抗が増大していくことを見出している。長谷川³⁷⁾は、石狩川、両竜川の河道変遷図を用いて河岸侵食速度を求め河床材料の N 値との関係を検討している。図-32は石狩川の河岸変動速度 $E_0 = s/u$ (s :変動速度, u :河岸偏倚流速)と N 値の対応関係を示すが、 $N=10\sim 15$ において E_0 は極大値をもちHickinらと同様な結果を得ている。これらの知見をどのように蛇行理論に取りこみ、自然河道の流路変動予測まで高めていくかが今後の課題である。

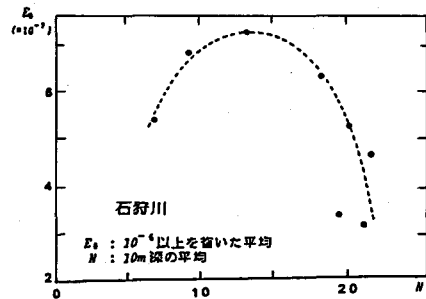


図-32 侵食係数と N 値との関係³⁷⁾

あとがき

交互砂州と流路変動に関する近年の研究の進展は著しいものがある。とくに、我国の研究者・技術者がこの分野の現象理解に果たしている役割は大きいことがわかる。「はじめに」でも述べたように、本

文は土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究小委員会」(小委員長・芦田和男京大教授)でまとめられた研究成果を受けて、それ以降の研究を中心に述べたものである。読者には上記論文¹⁾もあわせて読まれることをお奨めする。最後に本文を草するにあたって埼玉大学工学部、山坂昌成博士に御協力を得た。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 委員会報告：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究，土木学会論文集，第345号／Ⅱ－1，pp. 41－52，1984．または，土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態」研究小委員会報告（代表者：芦田和男），1982．
- 2) 木下良作：石狩川河道変遷調査，科学技術庁資源局資料，No. 36，1961．
- 3) 長谷川和義・山岡 勲・渡辺康玄・笹島真一：迂曲流路内の砂州上の流れに関する実験と理論，土木学会北海道支部論文報告集，第39号，1983．
- 4) 福岡捷二・山坂昌成：河床形状・流れ・流砂量の非線形関係を考慮した交互砂州の平衡波高の理論，土木学会論文集，第357号／Ⅱ－3，1985．
- 5) 福岡捷二・山坂昌成：直線流路における河岸水衝位置の予測，第39回年次講演会概要集，第2部，1984．
- 6) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川 博：交互砂州上の流砂量分布，第27回水理講演会論文集，1983．
- 7) 内島邦秀・早川 博：交互砂州の発達に伴う形状と流砂量分布，第39回年次講演会概要集，第Ⅱ部，1984．
- 8) 内島邦秀・早川 博：交互砂州の発達に伴う底面流速分布と流砂量分布，第40回年次講演会概要集，第2部，1985．
- 9) Dietrich, W. E. and Smith, J. D. : Bed load transport in a river meander, Water Resources Research, Vol. 20, No. 10, 1984.
- 10) 池田駿介：単列交互砂州の波長と波高，第27回水理講演会論文集，1983．
- 11) Jaeggi, M. N. R. : Formation and effects of alternate bars, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 110, No. 2, 1984.
- 12) 藤田裕一郎・村本嘉雄・堀池周二・小池 剛：交互砂州の発達機構，第26回水理講演会論文集，1982．
- 13) 藤田裕一郎・小池 剛・村本嘉雄：交互砂州の波長の発達機構，第29回水理講演会論文集，1985．
- 14) 福岡捷二・山坂昌成・清水義彦：平衡形状に着目した中規模河床形態の卓越波数と形成領域区分，土木学会論文集，投稿中
- 15) 黒木幹男・岸 力：沖積河道の流路形態の領域区分に関する研究，第26回水理講演会論文集，

1982.

- 16) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第342号，1984.
- 17) 長谷川和義：蛇行流路における流れと平衡底面形状に関する研究，土木学会論文報告集，第338号，1983.
- 18) 福岡捷二・山坂昌成：蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究に対する討議，土木学会論文集，第351号／Ⅱ－2，1984.
- 19) 山本晃一：河道特性論ノート〔1〕，土研資料第1625号，建設省土木研究所，1981.
- 20) 福岡捷二・五十嵐崇博・久米正浩：混合粒径河床上の非定常流れによる交互砂州の変形機構，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第Ⅱ部，1985.
- 21) 村本嘉雄・藤田裕一郎：中規模河床形態の分類と形成条件，第22回水理講演会論文集，1978.
- 22) 福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析，土木学会論文集，第351号／Ⅱ－2，1984.
- 23) Ikeda, S. : Self-formed straight channels in sandy beds, Proc. A S C E, Vol. 107, No. H Y 4, 1981.
- 24) 中村知久・福岡捷二・清水義彦：一樣湾曲流路境界面に作用するセン断応力分布，第40回年次講演会概要集，1985.
- 25) 福岡捷二・山坂昌成：直線流路の交互砂州，第27回水理講演会論文集，1983.
- 26) 金 舜範・福岡捷二・山坂昌成：流砂の非平衡流を規定するパラメータ κ_B の決定，土木学会第38回年次学術講演会講演概要集，第Ⅱ部，1983.
- 27) 福岡捷二・山坂昌成・安陪和雄：強い非平衡性砂運動を伴う河床変動，第28回水理講演会論文集，1984.
- 28) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，1975.
- 29) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾：側岸における非平衡流砂過程，第29回水理講演会論文集，1985.
- 30) 江頭進治・芦田和男・加本 実：山地河道の侵食機構に関する研究，第27回水理講演会論文集，1983.
- 31) Kitanidis, P. K. and Kennedy J. F. : Secondary current and river-meander formation, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 144, 1984.
- 32) Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K. : Bend theory of river meanders. Part 1. Linear development, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 112, 1981.
- 33) Parker, G. : On the cause and characteristic scales of meandering and braiding in rivers, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 76, part 3, 1976.

- 34) Parker, G. , Diplas, P. and Akiyama, J. : Meander bends of high amplitude, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, No. 10, 1983.
- 35) Parker, G. , Sawai, K. and Ikeda, S. : Bend theory of river meanders. Part 2. Nonlinear deformation of finite-amplitude bends, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 115, 1982.
- 36) Hickin, E. T. , Nanson, G. C. : Lateral migration rates of river bends, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 110, No. 11, 1985.
- 37) 長谷川和義・佐藤克英：沖積地移行帯の流路変動速度に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 第41号, 1985.