

砕波特論

— 砕波限界を中心として —

岩 田 好一朗

1. はじめに

水の波が砕ける現象、つまり砕波に関する研究は、今まで、理論あるいは実験面から多くなされてきている。砕波現象は、極限状態の現象であるため、理論的にも実験的にも精度の高い取り扱いや詳細な論議が困難である側面を持っている。

浅海砕波帯以浅に構築されている各種海岸・港湾構造物の合理的な耐波設計の確立、構造物の建設に伴う海浜変形や水質変化などといった沿岸環境変化の予測手法とその対策工法の確立、などの工学的諸問題の解決は不規則な風浪の砕波機構と砕波変形の内部機構の解明とその定式化に大きく依拠しており、工学面における砕波の研究の重要性は改めて強調するまでもないであろう。

砕波に関する研究は、力学的な機構面から分類すれば、(i)砕波機構と砕波限界の研究、(ii)砕波後の波の変形機構の研究に大別される。

規則波については、今まで多くの研究がなされてきた。そして、砕波機構と砕波限界について理論的・実験的に解明された部分は多いけれども、例えば、非対称な波形の砕波に関する理論面からの研究、など残された問題¹⁾もある。一方、砕波後の波の変形機構に関する研究については、砕波後の乱れの実態の解明や砕波後の波の力学的表示法の確立、など未解決の問題も多く、この意味において規則波の砕波の問題は古くて新しい課題といえる。

不規則波の砕波に関する研究は最近始まったといっても過言ではなく、これから検討していかなければならない問題は多い。例えば、(i)規則波と不規則波の砕波機構に差異はあるのか。極端な表現をすれば、自由波が一つの規則波と自由波が二つ共存する二成分合成波の砕波機構に差異はあるのか、(ii)不規則波の砕波限界をどのようにして精度高く定式化するのか、などといった問題に対して満足のいく解答は得られていないのが現状である。

本研修会で、砕波の問題について幾度となく講義されている。^{2)~8)} 本小論の内容はそれらと一部重複するが、砕波限界、特に砕波限界式を最近の成果を織り込んで再整理し、現時点での知見と問題点を述べていくこととする。

2. 進行波の砕波限界

2-1 規則波

1) 砕波直前の波

最高波 (the highest wave) つまり、砕波限界波を理論的に求める試みがなされてきた。すなわち、Stokes⁹⁾ (1880) が砕波波頂角として求めた 120° の尖角を有限振幅波理論に組み込んで最高波を求めようとする試み、^{10)~13)} 純粹に数値解析で最高波を求める試みも多くなされてきた。^{14)~18)} しかし、こういった解析法は波高がある程度大きい場合は有効であるが、最高波に近づくにつれて精度が低下する場合が多い。

最近、大型電子計算機を最大限利用して高精度の計算がなされるようになってきた。Schwartz¹⁹⁾ (1974) は、Stokes²⁰⁾ (1847) の用いた摂動パラメーター、つまり第1近似の調和成分の係数に比例する量を摂動パラメーターとして使うと、深水波については波形勾配が0.131以上になると解が発散すると指摘した。そして、彼

は波形勾配を摂動パラメーターとして使い、深水波に対して117次の高次項まで計算して、ほぼ最高波に近い値を求めた。また、Longuet-Higgins & Fenton²¹⁾ (1974), Longuet-Higgins²²⁾ (1975), や Cokelet²³⁾ (1977) は新しい摂動パラメーターを使って、かなり厳密に最高波を計算すると同時に、最高波に近い波に今まで予想できなかった特性があることを指摘した。彼らの成果は砕波現象の新しい解釈に直結する可能性がある。本小論では、Cokelet (1977) の研究の概要に触れておきたい。

(i) 基礎式：

一定水深 (h) を進行する二次元の周期波を考える。流体を非圧縮性、非粘性とし波の運動を非回転性とする。また、計算の便宜上、 ρ (流体の密度) = k (波数) = g (重力加速度) = 1 となるような質量、長さ、時間の単位を採用する。直角座標 (x, y) を採用し、 x は水平軸、 y は静水面を原点とし上向きを正とする鉛直軸とする。波の運動は非回転で非圧縮性であるから、水平方向流速 u と鉛直方向流速 v は速度ポテンシャル ϕ と流れ関数 ψ を使うと次式で表現できる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1)$$

なお、 ϕ と ψ は Laplace の式 $\nabla^2 \phi = \nabla^2 \psi$ を満している。

波速 C と共に移動する座標軸を使って波を空間に固定させる。つまり、

$$\left. \begin{aligned} X &= x - Ct, \quad Y = y, \quad \Phi = \phi - Cx, \quad \Psi = \psi - Cy \\ U &= u - C = \frac{\partial \Phi}{\partial X}(\Phi) = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}(\Psi), \quad V = v = \frac{\partial \Phi}{\partial Y}(\Phi) = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}(\Psi) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお、 t は時間である (図-1 参照)。複素変数 $Z = X + iY$ ($i = \sqrt{-1}$) と複素ポテンシャル $W = \Phi + i\Psi$ を使用する。自由表面 ($Y = \eta$: η は水面波形) と底面条件はそれぞれ式 (3) と式 (4) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= 0 \quad \text{on} \quad Y = \eta \\ U^2 + V^2 + 2\eta &= K \quad \text{on} \quad \Psi = 0 \quad (Y = \eta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\Psi = Q \quad \text{on} \quad Y = -h \quad (4)$$

なお、式 (3) の第2番目の式の K はベルヌイ定数であり、大気圧を 0 としている。

Cokelet は Stokes (1880) の Z を W の Fourier 級数で展開する手法を採用した。波形が $X=0$ に関して対称である条件、 $\bar{U} = -C$ (上つきバーは一波長平均値) と底面条件 (式 (4)) を満す Z を W の関数として次式で与えた。

$$Z(W) = -\frac{W}{C} + i \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{j} \left(e^{ijW/C} - e^{-2jh} e^{-ijW/C} \right) \quad (5)$$

上式で、 a_j はこれから決定していく未知定数である。なお $h = Q/C$ としている。

式 (5) の実数部と虚数部は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{\Phi}{C} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{j} \left(e^{-j\psi/C} + e^{-2jh} e^{j\psi/C} \right) \sin \left(j \frac{\Phi}{C} \right) \\ Y &= -\frac{\Psi}{C} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{j} \left(e^{-j\psi/C} - e^{-2jh} e^{j\psi/C} \right) \cos \left(j \frac{\Phi}{C} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

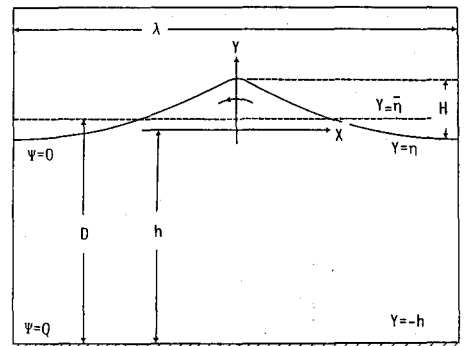


図-1 座標軸と記号の説明
(Cokelet)

また、複素速度 q は次式で与えられる。

$$q = U - iV = (dZ/dW)^{-1} = \frac{-C}{1 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j (e^{ijW/C} + e^{-2jh} e^{-ijW/C})} \quad (7)$$

式(6)と式(7)を式(3)の第2番目の力学的条件の式に代入する。そして、 $\cos$ の級数に展開して整理すると、未知数 a_j を求めるための式として、最終的に次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} C^2 + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{a_{\ell} \delta_{\ell} f_{\ell}}{\ell} &= K f_0, \\ \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{a_{\ell} \delta_{\ell}}{\ell} (f_{|\ell-j|} + f_{\ell+j}) &= K f_j \quad (j=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= 1 + \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{\ell}^2 \sigma_{2\ell} \\ f_j &= a_j \sigma_j + \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{\ell} a_{\ell+j} \sigma_{2\ell+j} + \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^{j-1} a_{\ell} a_{j-\ell} (\sigma_{\ell} - \delta_{j-\ell}) \quad (j=1, 2, \dots) \\ \sigma_j &= 1 + e^{-2jh} \\ \delta_j &= 1 - e^{-2jh} \end{aligned} \right\} \quad (8b)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_j &= 1 + e^{-2jh} \\ \delta_j &= 1 - e^{-2jh} \end{aligned} \right\} \quad (8c)$$

式(8a)と(8b)は非線型方程式となっている。

(ii) 摂動法による計算：

Cokelet は Schwartz, Longuet-Higgins & Fenton, Longuet-Higgins (1975) の摂動パラメーターを参考にして、式(9)で定義される摂動パラメーター ε を使って、式(8a), (8b) を摂動法で計算した。

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{q_{crest}^2 \cdot q_{trough}^2}{C^4} \quad (9)$$

なお、 q_{crest} と q_{trough} はそれぞれ波頂と波谷における水粒子速度である。この ε を使うと高精度の計算ができるが、最も大きな利点は、 ε は $0 \leq \varepsilon \leq 1$ の範囲の値としてあらかじめわかっており、さらに $\varepsilon = 0$ は微小振幅波 ($q_{crest} = q_{trough} = C$ のため)、 $\varepsilon = 1$ は最高波 (極限波) ($q_{crest} = 0$ のため) に対応することである。

Cokelet は式(9)の ε を使い、式(8a), (8b) の a_j , f_j , C^2 と K を式(10)のように展開した。

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{jk} \varepsilon^{j+2k} \quad (j=1, 2, \dots) \\ f_j &= \sum_{k=0}^{\infty} \beta_{jk} \varepsilon^{j+2k} \quad (j=0, 1, 2, \dots) \\ C^2 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} r_{\ell} \varepsilon^{2\ell} \\ K &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \mu_{\ell} \varepsilon^{2\ell} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)を式(8a), (8b)に代入し, ε の冪級数ごとに係数を整理して, 計算を進めると, 未知数 α_{jk} , β_{jk} , τ_ℓ , μ_ℓ の値が求まる。一方, 摂動パラメーター ε は, 式(7)から q_{crest} ($\Psi=0$ で $\Phi/C=0$ の時の q の値)と q_{trough} ($\Psi=0$ で $\Phi/C=\pi$ の時の q の値)を ε の関数として求め, これを式(9)に代入して決定する。これで, 全ての未知数が決定されるので, 波速 C , 流速 u , v および水面波形 η は式(2)~式(7)から計算できることになる。

最高波(極限波)は波頂で $u=C$, つまり $q=0$ の条件で求められる。式(7)によれば, 分子の C は有限な値であるから, $q=0$ の条件は分母 $\rightarrow$ 無限大という特異点の条件になる。したがって, $q \rightarrow 0$, つまり $\varepsilon^2 \rightarrow 1$ につれて級数の収斂が悪くなっていく。CokeletはSchwartzの計算を基にPadéの非線型変換を使って大型電子計算機で $\varepsilon^2=1$ をも含む波の諸量の計算を ε の100次のオーダーに対して行ない, 今までにない高精度の値を求めた。

Cokeletは, 波速, 一波長当りの平均質量 $\bar{\eta}$ (図-2(a)), 平均運動量, 平均波動エネルギー(運動エネルギー T については図-2(b)), などの平均量は最高波高($\varepsilon^2=1$ に対応)より少し小さい波高の波で最大になることを示した。なお, 図-2(a), (b)の $\bar{\eta}$ と T は式(11)で定義される。

$$M = \frac{1}{L} \int_0^L \eta dx = \bar{\eta}, \quad T = \int_h^{\eta} \frac{1}{2} (u^2 + v^2) dz \quad (11)$$

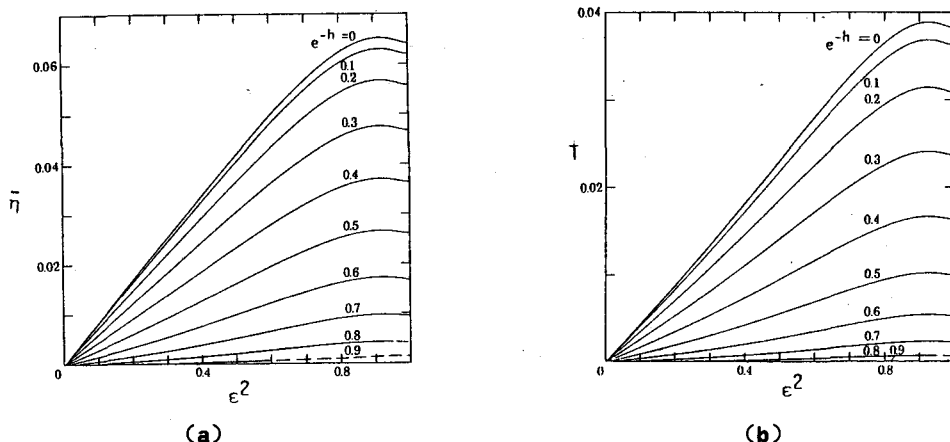


図-2 計算結果(Cokelet)

同様なことは, Longuet-Higgins & Fenton, Longuet-Higgins²⁴⁾ (1975), Byatt-Smith & Longuet-Higgins (1976)の孤立波や深海波に対する計算でも指摘されている。これは, 最高波で波高は最大になるが, 波形は波頂近傍で鋭く尖るため, 平均的な水面の盛り上がり高さが, 波高の幾分低めの波より小さくなるためである。図-3は, 孤立波の波形を比較したものであるが, $w^\dagger = 0.96$ に対する波より, 波高の小さい $w = 0.90$ の波の方が, 平均的な波高が大きくなる²⁵⁾ことが理解できよう。

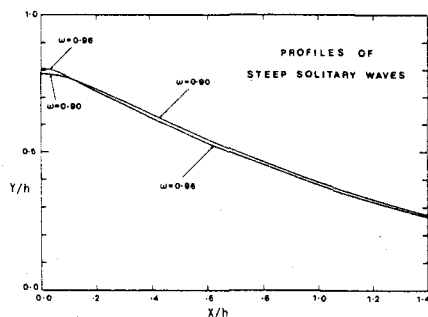


図-3 最高波に近い孤立波の波形 (Longuet-Higgins)

[†] w はLonguet-Higgins & Fentonの用いた摂動パラメーターで, $w = 1 - q_{crest}^2 / C_o^2$, $C_o = \sqrt{gh}$ で定義される。

このように、従来の予想に反して、最大の波動エネルギーは最大波高（極限波高）の所で生じないことが指摘された。いま、対称な波形の波が極めて緩やかな勾配の斜面を汀線に向って進行する状況を考えてみる。波形が対称であることを前提とすれば、砕波や底部摩擦などのエネルギー逸散がないと最大波高の波（最大の波形勾配の波）は形成されないことになる。Longuet-Higgins (1976)は図-4に示す孤立波の計算値を使って、無次元化された波動エネルギー $E(=E_1/\rho gh^3; E_1$:孤立波の全エネルギー)が最大になる地点で spilling 型砕波が始まり、波前面に白い泡の領域を伴ない波形の対称性をほぼ保持しながら進行して最大の波高になる。最大波高の波は不安定であるから（波頂が尖点となる）、その時の質量 M と運動量 I は保持しながら、エネルギーについては幾分低めで（砕波による損失による）波頂は丸みの帯びた波に移る（図中矢印）。そして、以後波が水深の浅い領域へ伝播するにつれて同様のプロセスが繰り返される可能性のあることを示唆した。また、この砕波過程は、Kjeldsen & Olsen (1971)が行なった孤立波の浅水砕波変形の実験と定性的に一致する部分のあることを指摘している。²⁵⁾

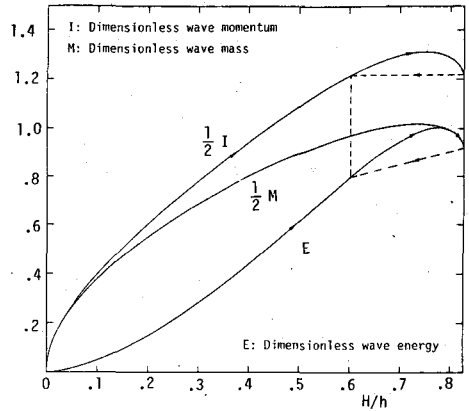


図-4 運動量 I 、質量 M とエネルギー E の変化 (Longuet-Higgins)

なお、斜面上の周期波については、磯部ら²⁶⁾ (1980)、土屋ら²⁷⁾ (1982)は砕波直前で波の位置のエネルギーが最大になり、砕波点に向って減少することを水理実験で明らかにしている。しかし、波の運動エネルギーは逆に砕波点に向って増加することを土屋らは指摘している。

2) 深水域と一定水深域での砕波限界

深水域あるいは一定水深域における規則波の砕波限界波高あるいは砕波限界波形勾配については、既述したように、Stokes (1880)を始めとし、多くの研究者により理論的にかなり厳密に行なわれてきている。そして、波形が対称で定常な波の砕波限界については一応の結着をみたと考えられる。計算に際しては、砕波条件として、下記の二つの条件が主に用いられている。

- (i) 波頂で波速と水平方向の水粒子速度の最大値が等しくなる。²⁸⁾

$$u_{max} \text{ (水平方向水粒子速度の最大値)} = C \text{ (波速)}$$

- (ii) 波頂で波面が不連続な尖点となりその波頂角は 120° となる。⁹⁾

の条件が主に用いられている。なお、砕波条件については樫木²⁾ (1973)が詳しく講義している。以下、計算の精度などで信頼の高い砕波限界式を紹介しておこう。

(a) 深水波の砕波限界式

深水波の砕波限界式を最初に精度高く計算したのはMichell (1893)である。彼はStokes (1880)の 120° の限界波頂角を巧みに式に取り入れて、式(12)に示す限界波形勾配を提案した。

$$(H/L)_b = 0.142 \quad (12)$$

その後、Wilton²⁹⁾ (1913)、Havelock, Davies³⁰⁾ (1951)、Yamada³⁷⁾ (1957)、Longuet-Higgins (1973)、Schwartz, Longuet-Higgins (1975)、Cokelet, Longuet-Higgins & Fox³¹⁾ (1978)が計算を行なった。Longuet-Higgins (1976)が示したように(表-1)、計算の精度をあげていくと限界波形勾配は式(13)で与えられるが、式(12)と本質的に一致している。なお、表-1で C_0 は微小振幅波の

$$(H/L)_b = 0.141 \quad (13)$$

波速, C は限界波形勾配の波に対する波速である。

(b) 浅水波の碎波限界式

浅水周期波の碎波限界は Miche³²⁾ (1944), 浜田³³⁾ (1951), 佐藤³⁴⁾ (1954), 岸³⁵⁾ (1957), 首藤³⁶⁾ (1961), 山田・塩谷³⁷⁾ (1968) ら, また最近では Schwartz, Cokelet らにより研究されている。Miche あるいは浜田の提案式 (式 (14)) は山田・塩谷や Cokelet の精度高い計算値とよく対応している。

Michell (1893)

Yamada (1957)

Schwartz (1974)

Longuet-Higgins (1975)

Cokelet (1977)

Longuet-Higgins

& Fox (1978)

H/L

c^2/Co^2

0.142	1.20
0.1412	1.1932
0.1412	1.1930
0.1411	1.1931
0.1411	1.1928
0.14107	1.1931

$$(H/L)_b = 0.142 \tanh\left(\frac{2\pi h_b}{L_b}\right) \quad (14)$$

表-1 深水波の限界波形勾配
(Longuet-Higgins)

(c) 孤立波の碎波限界式

孤立波の碎波限界は Boussinesq³⁸⁾ (1871) をその緒端として多くの研究者により研究がなされてきた。^{21), 24), 39)~46)}
計算精度の高い Yamada⁴⁵⁾ (1957), Lenau (1966), Longuet-Higgins & Fenton, Witting (1975) と Fox (1977) の計算値は表-2 に示すように極めて近い。有効数字 3 桁の範囲内で式 (15) で表現することができよう。

$$(H/h)_b \approx 0.83 \quad (15)$$

	H/h	c^2/Co^2
Yamada (1957)	0.828	1.656
Lenau (1966)	0.827	1.654
Longuet-Higgins & Fenton (1974)	0.827	1.653
Witting (1975)	0.8332	1.6664
Fox (1977)	0.8332	1.6664

表-2 孤立波の限界波高
(Longuet-Higgins)

3) 一様傾斜水域の碎波限界

傾斜水域の碎波現象は, 一定水深域あるいは深水域の碎波現象と異なり複雑である。碎波型式について言えば, 一定水深域および深水域の進行波の碎波型は plunging breaker (巻き波) と spilling breaker (崩れ波) に限定されるが, 傾斜水域についてはさらに surging breaker (碎け寄せ波) と collapsing breaker (巻き寄せ波) の碎波型が汀線近傍で生じる。²⁾

緩斜面上では汀線で水深が 0 になるので, 碎波限界を理論的に求めるのは困難であり, そのため現在主に室内水理実験で得られた成果に基づいて碎波限界式が提案されている。ところで, 碎波を伴う現象を論議するとき Surf similarity parameter がよく用いられるので説明しておきたい。

(a) Surf similarity parameter

Battjes⁴⁷⁾ (1974) は, 斜面上では, 波の運動は, 下記の 7 つの物理量に大きく支配されるとして,

S (水底勾配), h (静水深), H (入射波高), T (波の周期),

g (重力加速度), μ (水の分子粘性係数), ρ (水の密度)

波の運動に関連する無次元物理量 F はつぎの四つの無次元量に支配されるとした。

$$F = f(S, H/L_o, h/L_o, R_e) \quad (16)$$

式 (16) で, R_e は Reynolds 数, $L_o = (g/2\pi)T^2$ である。Battjes は h/L_o と R_e は, S と H/L_o に比して重要でないとして, 最終的に F は式 (17) のように表現できるとした。

$$F = f(S, H/L_o) \cong f(\xi) \quad (17)$$

$$\xi = S/\sqrt{H/L_o} \quad (18)$$

式(18)の ξ がSurf similarity paramater (碎波相似数)と称される無次元量であり現在よく使われている。 ξ は最初 Iribarren & Nogale⁴⁸⁾(1949)が提案したこともあり Iribarren 数と称されることもある。この Surf similarity paramater ξ を用いると、斜面からの反射率、斜面上への打ち上げ高さ、碎波型式、などを表わすことができる。

Surf similarity parameterを用いると碎波型式は式(19)のように分類されるが、図-5に示すように、Galvin⁴⁹⁾(1968)(図中点線)や Iversen⁵⁰⁾(1952), Patric & Wiegel⁵¹⁾(1955)と速水⁵²⁾(1954)(図中実線)らの分類と幾分異なり

$$\left. \begin{aligned} \text{surging breaker: } & \xi_o > 3.3 \\ \text{plunging breaker: } & 3.3 > \xi_o > 0.5, \xi_o = S\sqrt{H_b/L_o} \\ \text{spilling breaker: } & \xi_o < 0.5 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

spilling 型碎波の領域が広がる。我が国では図-5の実線が碎波型の移行領域として使用されている。⁵³⁾

(b) 碎波限界式

斜面における碎波水深 h_b 、碎波波高 H_b 、碎波峰高 Y_b 、あるいは限界波形勾配 H_b/L_b は沖波条件(H_o/L_o)と海底勾配 S が与えられると直ちに算定できる碎波指標 (Breaker Index) が合田⁵⁴⁾(1970)により提案され現在広く使用されている。なお、計算の便宜を考えて、合田⁵⁵⁾(1975)は碎波指標を式(20)で数式化している。

$$H_b/L_o = 0.17 \left[1 - \exp \left\{ -1.5\pi \left(\frac{h_b}{L_o} \right) (1 + 15S^{4/3}) \right\} \right] \quad (20)$$

Weggel⁵⁶⁾(1972)は砕けた波は、碎波点から岸方向にしばらく減衰しないで伝播するので(その距離を X_b とする)、その地点の波高水深比 H_b/h_s は碎波瞬時の値 H_b/h_b より大きくなることを実験的に確認した。そして、WeggelはGalvin(1968)の実験式を利用して h_s を次式で求めるとともに、多くの研究者のばらつ

$$h_s = h_b - SX_b, \quad X_b = (4.0 - 9.25S)H_b \quad (\text{Galvin})$$

いた実験値の中で、けたはずれておかしい実験値を除いた実験値の上限を包絡するような H_b/h_s の値に若干の理論的な検討を加えて、最大設計波高 H_b/h_s として次式を提案している。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_b}{h_s} = & \left\{ \frac{1.0}{Sa(S)(18.5S - 8.0)} \right\} \times \left\{ a(S) + \frac{1}{\left(\frac{h_s}{T^2} \right)} \left[1.0 + 9.25S^2b(S) - 4.0Sb(S) \right] \right. \\ & \left. - \sqrt{\left[a(S) + \frac{1}{\left(\frac{h_s}{T^2} \right)} \left(1.0 + 9.25S^2b(S) - 4Sb(S) \right) \right]^2 - \frac{4Sb(S)a(S)}{\left(\frac{h_s}{T^2} \right)} (9.25S - 4.0)} \right\} \quad (21) \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$\begin{aligned} a(S) &= 1.36 (1.0 - e^{-19.5S}) \\ b(S) &= 1.0 / 0.64 (1.0 + e^{-19.5S}) \end{aligned}$$

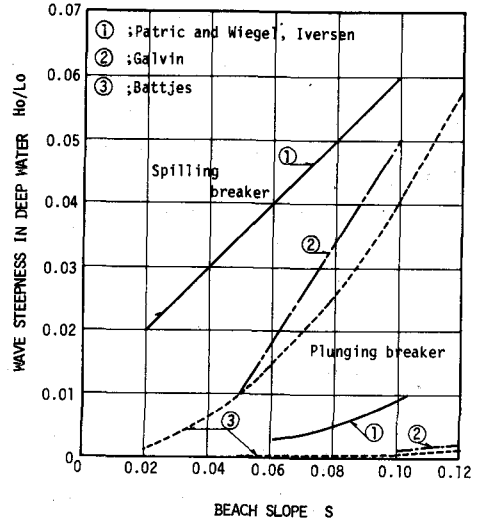


図-5 碎波型式

式(21)を図示したものが図-6である。なお、式(21)のftはフート、mはメートルである。

この式(21)は与えられた水深 h_s に対して最大波高を推算する式であり、合田の碎波指標より大きな値になっている。なお、碎波点より少し浅い水深で波高水深比が最大になる事実は既述した図-4のLonguet-Higginsの示唆と類似する。なお、斜面上での碎波限界式として、式(21)以外にもMéhauté-Koh⁵⁷⁾の式(式(22))を始めとし多くの実験式が提案されている。

$$\frac{H_b}{H_o} = 0.76 S^{1/7} \left(\frac{H_o}{L_o} \right)^{-1/4} \quad (22)$$

2-2 不規則波

(a) 碎波限界式

不規則波の碎波現象について説明すべき問題点が多い。不規則波は規則波と異なり波高と周期が一波一波異なるので、不規則波の碎波の状況は規則波と異なり、(i)規則波の碎波のように単独波が碎ける「規則波的碎波」と、(ii)波速の速い波が波速の遅い波に追いついたり追い越した直後に碎ける「追いつき碎波⁷⁾があることが水理実験で認められている。また、碎波の型式は規則波の碎波型式と同様であって、傾斜面では、一定水深域で生じる spilling breaker と plunging breaker に加えて, surging breaker と collapsing breaker が汀線近くで生じる。しかし、不規則波の碎波型式は規則波の碎波型式を分類したパラメーターでは明確に分類できない。⁷⁾

不規則波の碎波限界に対する理論式は一定水深域についても提案されていない。水理実験^{58)~60)}によれば、ゼロ・ダウクロス法あるいはゼロ・アップクロス法で波別解析された不規則波は同じ波高と周期を持つ規則波より碎け易いこと、そして実験値のばらつきが大きいこと、などが指摘されている。このため、従来規則波に対して提案された碎波限界式をそのまま、あるいは若干値を小さくして近似的表示式として使用しているのが現状である。近似的表示式としてよく使用されるのはMiche型の式(23)と合田の式(24)である。なお、合田の式の係数Aは0.16あるいは0.13の方が0.17よりよいと指摘されている。^{58), 60)}

$$\left(\frac{H}{L} \right)_b = 0.14 \tanh \left(\frac{\beta}{0.88} \cdot \frac{2\pi h_b}{L_b} \right), \quad \beta \leq 1 \quad (23)$$

$$H_b/L_o = A \left[1 - \exp \left\{ -1.5\pi \left(\frac{h}{L_o} \right) (1 + 15 S^{4/3}) \right\} \right] \quad (24)$$

上式以外にも種々の近似的表示式が提案されている。それについて著者⁷⁾(1982)が講義している。

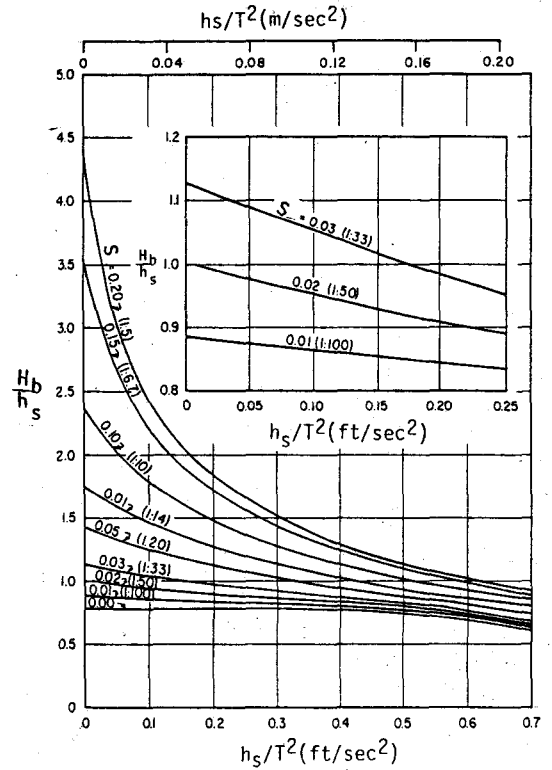


図-6 H_b/h_s と h_s/T^2 の関係 (Wegge1)

⁷⁾ 著者は「追いつき碎波」は波速の早い波が波速の遅い波に追いつき、あるいは追い越したときに起ると記述した。その後水理実験を行なったところ、碎波の遅い波が波速の速い波に追いつかれたとたんに碎波する場合が認められたことを付け加えておきたい。

さて、上述したように、波別解析された不規則波の砕波限界値は規則波の値より小さい。この原因として (i) 不規則波と規則波の砕波機構が異なること、(ii) 波別解析の手法の問題点⁷⁾、などが考えられるが、詳細な検討はなされていない。不規則波は自由波が二つ以上の集合とみなすことができるので、自由波が二つ共存する二成分合成波と自由波が一つだけの規則波の砕波限界の差異を検討しておくことは、不規則波の砕波限界を理解する上で基本的に重要である。ここでは、線型理論を使って若干の考察を加える。

二成分合成波の水面波形 η_2 、水平方向の水粒子速度 u_2 、極大波高の移動速度 C_2 は次式で与えられる。⁶¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \eta_2 &= a_1 \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \theta_1) + a_2 \cos(k_2 x - \sigma_2 t + \theta_2) \\ u_2 &= a_1 \sigma_1 \left\{ \frac{\cosh k_1(h+z)}{\sinh k_1 h} \right\} \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \theta_1) \\ &\quad + a_2 \sigma_2 \left\{ \frac{\cosh k_2(h+z)}{\sinh k_2 h} \right\} \cos(k_2 x - \sigma_2 t + \theta_2) \\ C_2 &= \left\{ \frac{a_1 k_1 \sigma_1 \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \theta_1) + a_2 k_2 \sigma_2 \cos(k_2 x - \sigma_2 t + \theta_2)}{a_1 k_1^2 \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \theta_1) + a_2 k_2^2 \cos(k_2 x - \sigma_2 t + \theta_2)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

なお、式(25)で、 z は原点を静水面とする鉛直軸で上向を正とする、 a は振幅、 $k(=2\pi/L)$ は波数、 $\sigma(=2\pi/T)$ は角周波数、 θ は位相、下添字 1 と 2 はそれぞれ異なった二つの波を示す。規則波の η_1 、 u_1 、 C_1 は、上式で下添字 1 の波に対する値として与えられる。

規則波および二成分合成波が $u_{max}=C$ ($at\ z=0$) のとき砕けるものとする。そして砕波時の二成分合成波と規則波の波形勾配の比を次式で計算すると、図-7 に示すような結果をうる。

$$r = \frac{\text{二成分合成波の限界波形勾配}}{\text{規則波の限界波形勾配}}$$

なお、波は全てゼロ・アップクロス法で定義している。

同図に示すように、二成分波の限界波形勾配は構成成分波の大きさ (a_2/a_1 や T_2/T_1) や波の重なり方 ($\theta=\theta_1-\theta_2$) により大きく変化することが指摘

できる。つまり、砕波機構が等しくても、波別解析する以上は二成分波の限界波形勾配は規則波の値より小さく、さらに、ばらつき易いということである。勿論、砕波は非線型性が極めて強い現象であるから非線型理論を展開してさらに検討していかなければならない。

(b) 砕波確率と砕波の連

不規則波は、規則波と異なり、同一水深で全て砕けない。このため、ある設定された水深での砕波確率、あるいは砕波の連(連続して砕ける波数)を正確に推算することは工学的に重要である。

深海域での不規則波の砕波確率を取り扱った代表的な研究として Nath & Ramsey⁶²⁾ (1976) の研究がある。彼らは砕波確率を求めると同時に砕波の波高分布は Rayleigh 分布になることを示した。浅海域にお

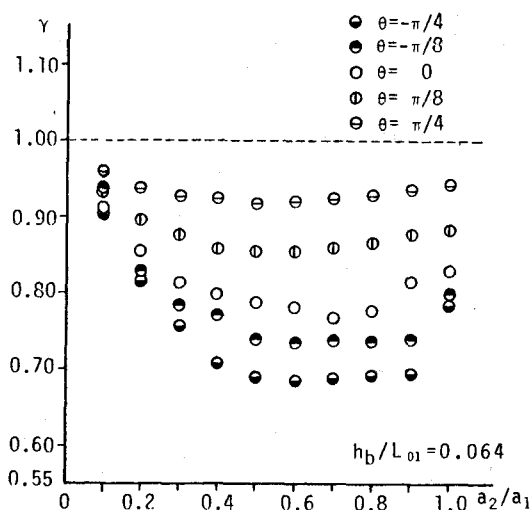


図-7 二成分波と規則波の限界波形勾配の比較計算例

おける浅水変形にともなう砕波確率の研究は Collins⁶³⁾ (1970) を始めとして多くの研究者によりなされている。^{55), 60), 64)~70)} そして本水工学研修会でも講義されている。^{7), 71), 72)}

一方、砕波の連に関する研究は極めて少ない。著者らは砕波の連について検討しているので、その成果に触れておきたい。

砕波の連の計算を以下の式を使って行なう。

(i) 浅水変形計算式：微小振幅波理論を使用する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{H_0} &= K_s \cdot K_f \\ K_s &= \left[\left\{ 1 + \left(2kh / \sinh 2kh \right) \right\} \tanh kh \right]^{-1/2} \\ K_f &= \left[1 + \int_0^x \left(\frac{f^* H_0}{T^4} \right) \left(\frac{64\pi^3}{3g^2} \right) \left(\frac{K_s^2}{\sinh^3 kh} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

なお、 f^* は底面摩擦係数である。

(ii) 砕波限界式：係数を小さくした合田式を使用する。

$$\frac{H_b}{L_0} = 0.15 \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \pi \frac{h_b}{L_0} (1 + 15S^{4/3}) \right] \right\} \quad (27)$$

(iii) 砕波する波の連長と繰り返し長さの計算：波相互の相関を考えない確率モデル⁷⁴⁾ を使う。

$$\left. \begin{aligned} P_1(J) &= p_{JB}^{J-1} \cdot q_{NB}, \quad Q_1(\ell) = \frac{p_{JB} \times q_{NB}}{p_{JB} - q_{NB}} \left(p_{JB}^{\ell-1} - q_{NB}^{\ell-1} \right) \\ \bar{J}_1 &= \sum_{J=1}^{\infty} J \cdot P_1(J) = \frac{1}{1 - p_{JB}}, \quad \bar{\ell}_1 = \sum_{\ell=2}^{\infty} \ell \cdot Q_1(\ell) = \frac{1}{p_{JB}(1 - p_{JB})} \\ p_{JB} + q_{NB} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

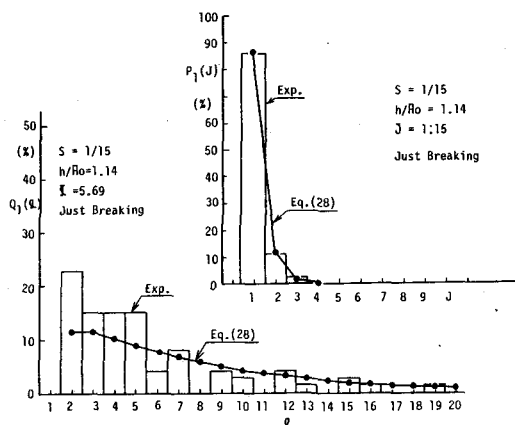
ここに、 $P_1(J)$ ： J 波が連続して砕波する確率、 $Q_1(\ell)$ ：一旦砕波し、そのうち砕波しなくなり、再び砕波するまでの波数が ℓ である確率、 $\bar{J}_1$ ：砕波する波の平均連長（波数）、 $\bar{\ell}_1$ ：砕波する波の平均繰り返し長さ（波数）、 p_{JB} ：砕波する確率、 q_{NB} ：砕波しない確率

(iv) 砕波している波の連長と繰り返し長さの計算：式(28)と同じ式を使う。つまり、

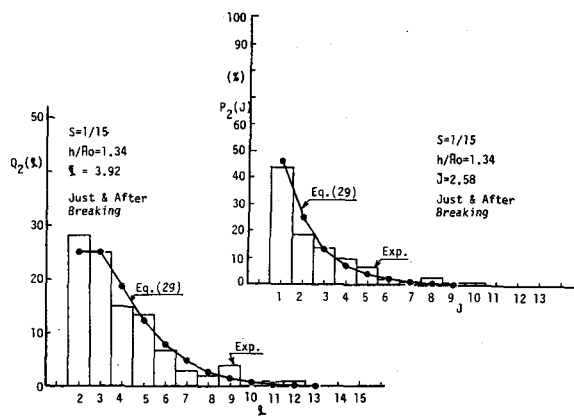
$$\left. \begin{aligned} P_2(J) &= p_B^{J-1} \cdot q_N, \quad Q_2(\ell) = \frac{p_B \times q_N}{p_B - q_N} \left(p_B^{\ell-1} - q_N^{\ell-1} \right) \\ \bar{J}_2 &= \sum_{J=1}^{\infty} J \cdot P_2(J) = \frac{1}{1 - p_B}, \quad \bar{\ell}_2 = \sum_{\ell=2}^{\infty} \ell \cdot Q_2(\ell) = \frac{1}{p_B(1 - p_B)} \\ p_B + q_N &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここに、 $P_2(J)$ ：砕波している波（丁度砕波する波も含む）が連続して J 波続く確率、 $\bar{J}_2$ ：砕波している波の平均連長、 $Q_2(\ell)$ ：砕波している波が来て、その後で非砕波の波が来て、その後砕波している波がくる繰り返し長さ（波数）が ℓ である確率、 $\bar{\ell}_2$ ：砕波している波の平均繰り返し長さ、 p_B ：砕波している確率、 q_N ：非砕波の確率

計算はつぎのようにして行なう。先ず与えられた沖波を波別解析する。波別解析された一波一波に対して式(26)で浅水変形計算を行なう。そして式(27)を使って、丁度砕波する確率 p_{JB} と砕波している波の確率(丁



(a)



(b)

図-8 連長と繰り返し長さの計算値と実験値の比較
(岩田・片岡・伊藤)

度破波する確率も含む) p_B を計算する。この p_{JB} と p_B を使って式 (28) と式 (29) から $P_1(J)$, $Q_1(l)$, $\bar{J}_1$, $\bar{l}_1$ と $P_2(J)$, $Q_2(l)$, $\bar{J}_2$, $\bar{l}_2$ を算出する。

図-8 と図-9 に示すように、計算モデルと実験値の対応性は悪くないことが認められる。実験および計算によると、(i) $\bar{J}_1$ は破波確率の最も高い $h/\bar{H}_0 = 1.5$ 前後 ($\bar{H}_0$: 沖波の平均波高) で最大になるが $\bar{J}_1 \geq 2$ になることはない、(ii) $\bar{l}_1$ は $\bar{J}_1$ と逆の傾向を示し、 $h/\bar{H}_0 = 1.5$ 前後で最小となる、(iii) $\bar{J}_2$ は汀線に向うにつれて大きくなり、 $\bar{l}_2$ もそれに伴って大きくなる、などが $S=1/15$ の勾配について指摘されている。

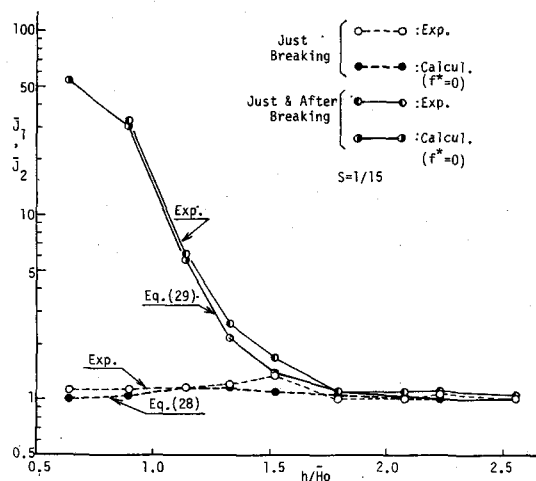


図-9 平均連長と平均繰り返し長さの計算値と実測値の比較
(岩田・片岡・伊藤)

3. 重複波の破波

3-1 規則波

1) 完全重複波

完全重複波の破波は、進行波の破波と異なり、水粒子が波頂から鉛直上方へ飛び出す形で碎ける。重複波の破波限界に関する研究は、進行波の場合に比べて、極めて少ない。重複波の破波条件は最高水位点における水粒子の鉛直方向加速度の絶対値が重力加速度 g に等しくなる条件^{†††}で与えられる。つまり、鉛直加速度の絶対値が g を越すと、水粒子を下向きの運動に変えるためには、重力以外に下向きの力が必要となる。このためには、流体内部に引張力が作用しなければならないが、これは流体の物性上不可能なためである。この条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + g = 0 \quad \text{あるいは} \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (\text{最高水位点}) \quad (30)$$

ただし、 ϕ は速度ポテンシャル、 z は鉛直軸、 p は圧力である。

(a) 深水域での砕波限界

深水域における完全重複波の砕波限界を最初に求めたのは Penney & Price⁷⁶⁾ (1952) である。彼らは式 (30) の条件を使って $H/L \cong 0.218$ の限界波形勾配を求めると同時に、砕波時の波頂角は 90° になることを示した。Taylor⁷⁷⁾ (1953) は水槽実験を行なって、実測した最高波高の波形は Penney & Price の理論波形を少し平滑したものとよく一致し、さらに砕波波頂角は $(90^\circ \pm 1^\circ)$ の範囲内にあることを確認した。最近、Longuet-Higgins (1973) は波頂角が 90° になる条件を写像関数に組み込んで $H/L \cong 0.221$ の限界波形勾配を導いている。この値は Penney & Price の値に極めて近い (1% の相異)。

$$\left. \begin{aligned} H/L &\cong 0.218 & (\text{Penney \& Price (1952)}) \\ 0.221 & & (\text{Longuet-Higgins (1973)}) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

(b) 浅水域での砕波限界

一定水深域での完全重複波の砕波限界については、Squet & Wallet⁷⁸⁾ (1953) の実験的な研究、砕波条件として $\frac{\partial}{\partial t} (\partial \phi / \partial z) + g \tanh^2 kh = 0$ を使って有限振幅重複波の第2近似解から限界式を求めた岸⁷⁹⁾ (1955) (式(32))、Penney & Price の値に $\tanh kh$ を掛けて有限水深の効果を評価した Wiegel⁸⁰⁾ (1964) (式(33))、有限振幅重複波の第1近似解から第4近似解を使って限界式を求めた合田ら⁸¹⁾ (1966) の研究がある。合田らの研究以来、理論的に精度高く限界式を求めた研究はなさそうである。岸の式(式(32))が Squet & Wallet の実験値とよく一致している。

$$\left(\frac{H}{L} \right)_b = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{\coth^2 kh_b + 0.350 \operatorname{cosech}^2 kh_b - \coth kh_b}}{0.296 \operatorname{cosech}^2 kh_b} \right\} \quad (32)$$

$$\left(\frac{H}{L} \right)_b = 0.218 \tanh kh_b, \quad k = 2\pi/L \quad (33)$$

一方、傾斜水域における完全重複波の砕波限界式を理論的に求めた研究は皆無であり、今後に残された課題の一つである。佐伯 (1981) は $S = 1/30$ の傾斜水域で行なった完全重複波の砕波限界の実験値は岸の提案式 (式(32)) とよく一致すると講義している。

2) 部分重複波

深水域あるいは浅水域のいずれの領域に対しても部分重複波の砕波限界を理論的に取り扱った研究は、著者の知見の範囲ではほとんどない。また実験的に詳細に検討した研究も極めて少ない。この部分重複波の砕波限界の解明は規則波の砕波に関する研究の中でも取り残された重要な検討課題の一つである。

著者ら⁸²⁾ (1983) は一定水深域で部分重複波の砕波実験を行なったところ、反射体の反射率が大きいときは砕波時の波形勾配は大きくなり砕波波頂角は完全重複波の Penney & Price の砕波角 90° に近づき、逆に反射体の反射率が小さいときは砕波時の波形勾配は小さくなり砕波波頂角は進行波の Stokes の砕波角の 120° に近づくことが認められた。そこで、若干の理論的な考察を加えて、進行波の砕波限界式 (式(14)) と完全重複波の砕波限界式 (式(33)) を補間するような式 (34) を部分重複波の砕波限界式の簡易表示式として提案した。

$$(H/L)_b = \left\{ 0.218 - 0.076 \left(\frac{1 - K_R}{1 + K_R} \right) \right\} \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b} \quad (34)$$

††† 進行波の砕波時の波頂における水粒子の鉛直方向の加速度は $-\frac{1}{2}g$ であることを Longuet-Higgins⁷⁵⁾ (1963) は示している。

なお、 K_R は反射率である。図-10に示すように式(34)と実験値との対応性は悪くないが、別途理論面から精度の高い検討が望まれる。

なお、傾斜水域での部分重複波の砕波限界に関する研究もほとんどなく、今後の検討課題である。

3-2 不規則波

深水域あるいは浅水域における不規則波の重複波の砕波限界を詳細に実験あるいは理論面から検討した研究はほとんどない。ここでは、一定水深での二成分合成波と不規則波の重複波の砕波の実態について記しておきたい。⁸³⁾

二成分波あるいは不規則波は波高と周期が一波一波異なるので、規則波の完全重複波のような砕波状況と必ずしも一致しない。実験によれば、つぎのような砕波状況になる。

(i)重複型砕波：規則波の完全重複波の砕波のように水粒子が鉛直上方に飛び出すようにして砕ける（写真-1参照）。

(ii)進行波型砕波：波峰が波の進行方向に移動しながら砕ける。むろん、完全な進行波の砕波とは異なるが、上述した部分重複波の砕波状況に近い。波峰の移動方向で、波峰が入射波の進行方向に移動しながら砕ける入射進行波型砕波（写真-2：入射波は写真右側から左側へ伝播する）、波峰が反射波の進行方向に移動しながら砕ける反射進行波型砕波（写真-3）にさらに分類できる。

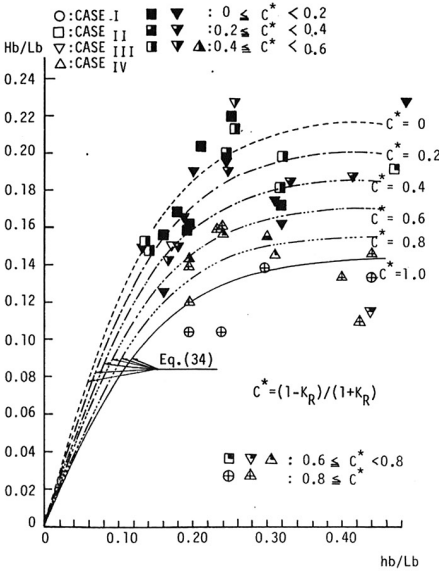
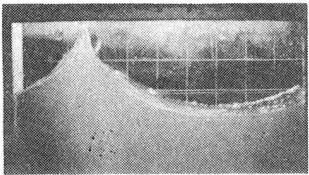
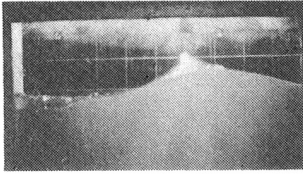


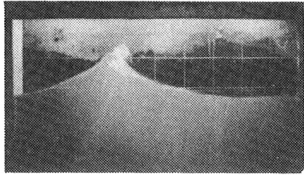
図-10 部分重複波の砕波限界
(岩田・清野)



(1) 重複波型砕波
写真-1



(2) 入射進行波型砕波
写真-2



(3) 反射進行波型砕波
写真-3

不規則重複波の砕波状況 (岩田・清野)

二成分合成波で、Beat 周期が比較的長い波については次式で砕波状況がかなり明確に分類できる（図-11, 12,）。

$$\left. \begin{array}{l} \text{重複波型砕波} : K_{RE} = 1, C_c/C_s = 0 \quad (\text{図中} \bullet \text{印}) \\ \text{反射進行波型砕波} : K_{RE} > 1, C_c/C_s < 0 \quad (\text{図中} \bigcirc \text{印}) \\ \text{入射進行波型砕波} : K_{RE} < 1, C_c/C_s > 0 \quad (\text{図中}-\bigcirc-\text{印}) \end{array} \right\} \quad (35)$$

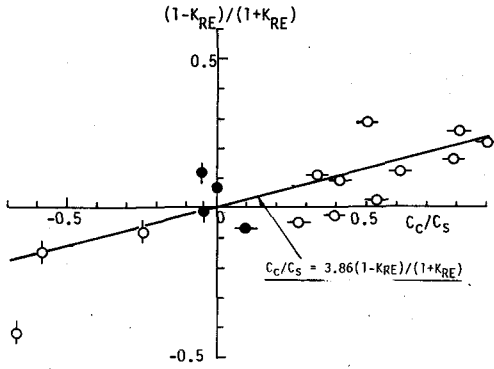


図-11 K_{RE} と碎波状況
(岩田・清野)

なお, K_{RE} は碎波点における反射波と入射波の包絡波の振幅の比, C_c/C_s は無次元化された碎波時の波峰の水平方向の移動速度であり, 線型理論によると, おおの次式で表現される。

$$K_{RE} = \frac{\eta_{ER}}{\eta_{EI}} = \sqrt{\frac{a_1^2 + 2a_1a_2 \cos(-\Delta kx_b + \Delta \sigma t_b + \Delta \theta) + a_2^2}{a_1^2 + 2a_1a_2 \cos(\Delta kx_b + \Delta \sigma t_b + \Delta \theta) + a_2^2}} \quad (36)$$

$$\frac{C_c}{C_s} = \frac{1}{C_s} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^2 a_i k_i \sigma_i \cos(k_i x_b - \sigma_i t_b + \theta_i) - \sum_{i=1}^2 a_i k_i \sigma_i \cos(k_i x_b + \sigma_i t_b + \theta_i)}{\sum_{i=1}^2 a_i k_i^2 \cos(k_i x_b - \sigma_i t_b + \theta_i) + \sum_{i=1}^2 a_i k_i^2 \cos(k_i x_b + \sigma_i t_b + \theta_i)} \right\} \quad (37)$$

なお, 式(36)は式(25)の波が反射体で完全反射し, $k_2 = k_1 + \Delta k$, $\sigma_2 = \sigma_1 + \Delta \sigma$, $\theta_2 = \theta_1 + \Delta \theta$ が成立するものとして誘導されている。式(37)の C_s は碎波瞬時の実測波長と同一波長を持つ微小振幅入射波の波速で, 式(35)との関連で $C_s < 0$ の符号としている。

このように, 重複波型碎波および進行波型碎波が生じるので, 部分重複波の碎波状況と類似する。そこで, 二成分合成波について, 実験値(図-11と図-12)にベスト・フィットするように最小自乗法で式(34)に近い表示法を求めると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{H}{L}\right)_b &= \{ 0.229 - 0.117 |\alpha| \} \tanh(2\pi h_b/L_b) \\ \alpha &= C_c/C_s = 3.86(1-K_{RE})/(1+K_{RE}) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

不規則波の重複波の碎波状況はほぼ式(35)で分類できるものの, K_{RE} , C_c を理論的に精度高く予測できず, 今後の検討に待たなければならない。また, 不規則波の重複波の碎波の確率あるいは碎波の連なりについてもほとんど検討されていない。

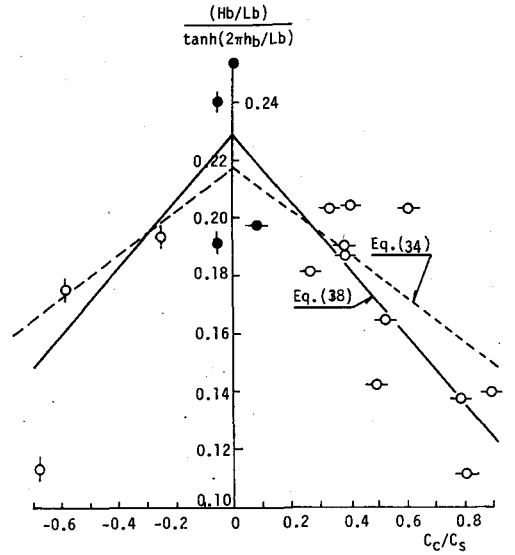


図-12 碎波限界式(岩田・清野)

4. あとがき

本小論では、規則波と不規則波の砕波限界、特に砕波限界式をとりあげ、今まで得られた成果と問題点について記してきた。規則波については、非対称波形の砕波の問題、部分重複波の砕波の問題、不規則波については進行波、重複波を問わず砕波機構の解明と砕波限界式の定式化の問題など残された問題は多い。本小論はこういった面の研究の進展の一助となれば望外の喜びである。

＜ 参考文献 ＞

- 1) Longuet-Higgins, M. S. : The unsolved problem of breaking waves, Proc. 17th ICCE, 1982, pp. 1-28.
- 2) 樫木 亨 : 砕波特論, 水工学シリーズ 73-B-2, 土木学会水理委員会, 1973.
- 3) 首藤伸夫 : 非線型波動論, 水工学シリーズ 74-B-1, 土木学会水理委員会, 1974.
- 4) 首藤伸夫 : 海岸・構造物からの波の反射, 水工学シリーズ 78-B-2, 土木学会水理委員会, 1978.
- 5) 酒井哲郎 : 砕波による乱れ, 水工学シリーズ 80-B-4, 土木学会水理委員会, 1980.
- 6) 佐伯 浩 : 海岸構造物近傍の波の変形, 水工学シリーズ 81-B-4, 土木学会水理委員会, 1981.
- 7) 岩田好一朗 : 斜面上への不規則波のそ上, 水工学シリーズ 82-B-3, 土木学会水理委員会, 1982.
- 8) 服部昌太郎 : 砕波による乱れの構造, 水工学シリーズ 83-B-5, 土木学会水理委員会, 1983.
- 9) Stokes, G. G. : Supplement to a paper on the theory of oscillatory waves, Mathematical and Physical Papers, Cambridge University Press, 1880, pp. 314-326.
- 10) Michell, J. H. : The highest waves in water, Phil. Mag. (5), Vol. 36, 1893, pp. 430-437.
- 11) McCowan, M. A. : On the highest wave of permanent type, Phil. Mag., S 5, Vol. 38, No. 233, 1894, pp. 351-358.
- 12) Havelock, T. H. : Periodic irrotational waves of finite height, Proc. Roy. Soc. London, A 95, 1918, pp. 38-51.
- 13) Longuet-Higgins, M. S. : On the form of the heighest progressive and standing waves in deep water, Proc. R. Soc. London, A 331, 1973, pp. 445-456.
- 14) Yamada, H. : Highest waves of permanent type on the surface of deep water, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., 5, 1957, pp. 37-52.
- 15) Dean, R. G. : Stream function representation of nonlinear ocean waves, J. Geophys. Res., 70, 1965, pp. 4561-4572.
- 16) Von Schwind, J. J. and Reid, R. O. : Characteristics of gravity waves of permanent form J. Geophys. Res., 77, 1972, pp. 420-433.
- 17) Sasaki, K. and Murakami, T. : Irrotational progressive, surface gravity waves near the limiting height, J. Ocean. Soc. Japan., 29, 1973, pp. 94-105.
- 18) Thomas, J. W. : A numerical study of the relationship between the dimensionless parameters in the problem of periodic waves of permanent type in a liquid of finite depth, Q. Appl. Math., 32, 1975, pp. 403-410.

- 19) Schwartz, L. W.: Computer extension and analytic continuation of Stokes' expansion for gravity waves, *J. Fluid Mech.*, 62, 1974, pp.553-578.
- 20) Stokes, G. G.: On the change of oscillatory waves, *Trans. of the Cambridge Phil. Soc.*, Vol. 8, 1847.
- 21) Longuet-Higgins, M. S. and Fenton, J. D.: On the mass, momentum, energy, and circulation of a solitary wave. II., *Proc. R. Soc. London*, A340, 1974, pp. 471-493.
- 22) Longuet-Higgins, M. S.: Integral properties of periodic gravity waves of finite amplitude, *Proc. R. Soc. London*, A342, 1975, pp.157-174.
- 23) Cokelet, E. D.: Steep gravity waves in water of arbitrary uniform depth, *Phil. Trans. R. Soc. London*, A286, 1977, pp.183-230.
- 24) Byatt-Smith, J. G. B. and Longuet-Higgins, M. S.: On the speed and profile of steep solitary waves, *Proc. Roy. Soc. London*, A350, 1976, pp.175-189.
- 25) Longuet-Higgins, M. S.: Recent developments in the study of breaking waves, *Proc. 14th ICCE*, 1976, pp. 441-460.
- 26) 磯部雅彦・西村仁嗣・柄登志彦: 不規則波の砕波変形に関する実験的研究, 第27回海講論文集, 1980, pp.139-142.
- 27) 土屋義人・筒井茂明: 波のエネルギー分配と砕波過程, 第29回海講論文集, 1982, pp.125-129.
- 28) Rankine, W. J.: Summary of properties of certain stream lines, *Phil. Mag.*, (4)29, 1964.
- 29) Wilton, J.R.: On the heighest waves in deep water, *Phil. Mag.* (6)26, 1913, pp.1053-1058.
- 30) Davies, T.V.: Theory of symmetrical gravity waves of finite amplitude, *Proc. R. Soc. London*, A208, 1951, pp.475-486.
- 31) Longuet-Higgins, M. S. and Fox, M. J. H.: Theory of the almost highest wave II. Matching and analytic extension, *J. Fluid Mech.*, 85, 1978, pp.769-786.
- 32) Miche, A.: Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante. Forme limit de la houle lors de son déferlement: Application aux digues maritimes, *Ann. Ponts et Chaussées*, Tome 114, 1944.
- 33) Hamada, T.: Breakers and Beach Erosion, *Rep. Trans. Tech. Res. Inst.*, Rept. 1, 1951.
- 34) Sato, S.: Surface waves in shallow water, *Jour. Res. Public Works, Res. Inst.*, 1, 1954.
- 35) 岸 力: 海岸堤防に関する研究(4), 進行波の砕波限界, 土木研究所報告, 91号, 1955.
- 36) 首藤伸夫: 有限振幅波について — 高次級数解による進行波の砕波限界について, 土木研究所報告, 111号, 1961.
- 37) Yamada, H. and Shiotani, T.: On the highest water wave of permanet type, *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, 18, 1968.

- 38) Boussinesq, J.: Théorie de l'intumescence liquid appelée onde solitaire ou de translation se propagent dans un canal rectangulaire, Institut de France, Académi de Science, Comptes Rendus, June 19, 1971.
- 39) Munk, W.H.: The solitary wave and its application to surf problem, Ann. N. Y. Acad. Sci., 51, 1949.
- 40) Packam, B.A.: The theory of symmetrical gravity waves of finite amplitude, II Solitary wave, Proc. Roy. Soc., A213, 238, 1952.
- 41) Yamada, H.: On the highest solitary wave, Rep. Res. Inst. Appl. Mech. Kyushu Univ., 5, 1957, pp. 53-67.
- 42) Chappellear, J.E.: On the theory of the highest wave, B.E.B., TM, 116, 1959.
- 43) Laiton, E.V.: A second approximation to cnoidal and solitary waves, J. Fluid Mech., 1960, pp. 430-444.
- 44) Lenau, C.W.: The solitary wave of maximum amplitude, J. Fluid Mech., 26, 1966, pp. 309-320.
- 45) Witting, J.: On the highest and other solitary waves, S.I.A.M. J. Appl. Math., 28, 1975, pp. 700-719.
- 46) Fox, M.J.H.: Nonlinear effects in surface gravity waves on water, Cambridge Univ., Ph.D. Thesis., 1977.
- 47) Battjes, J.A.: Surf similarity, Proc. 16th ICCE, 1978, pp. 466-480.
- 48) Iribarren, C.R. and Nogales, C.: Protection des ports, section II. Comm. 4, XVIIth Int. Nav. Congress, Lisbon., 1949, pp. 31-80.
- 49) Galvin, C.J.: Breaker type classification on three laboratory beaches, J. Geoph. Res., 73, 1968, pp. 175-200.
- 50) Iversen, H.W.: Waves and breakers in shoaling water, Proc. 3rd ICCE, 1952, pp. 1-12.
- 51) Patric, D. A. and Wiegel, R.L.: Amphibian tractors in the surf, Proc. 1st Conf. on Ship and Waves, 1955, pp. 397-422.
- 52) 速水頌一郎: 砕波の機構(Ⅱ), 第2回海講講演集, 1954, pp. 13-15.
- 53) 水理公式集, 昭和46年度改訂版, 土木学会水理委員会, 1971, pp. 505-508.
- 54) 合田良実: 砕波指標の整理について, 土木学会論文報告集, 180, 1970, pp. 39-49.
- 55) 合田良実: 浅海域における波浪の砕波変形, 運輸省港湾技術研究所報告, 第14巻, 1975, pp. 59-105.
- 56) Weggel, J.R.: Maximum breaker height, J. ASCE, WW4, 1972, pp. 529-548.
- 57) Le Méhauté, B. and Koh, R.C.Y.: On breaking of waves arriving at an angle to the shore, J. Hydraul. Res., 5(1), 1967, pp. 67-88.
- 58) 岩垣雄一・木村 晃・岸田典史: 斜面上における不規則波の砕波に関する研究, 第24回海講論文集, 1977, pp. 102-106.
- 59) 樫木 亨・岩田好一朗・石井敏之: 不規則波の砕波変形に関する実験的研究, 第27回海講論文集, 1980, pp. 143-147.

- 60) 岩垣雄一・間瀬 肇・田中 剛：浅海域における不規則波の波高変化に関する研究，京大防災研年報，24，B-2，1981，pp.1-15.
- 61) 岩田好一朗・片岡純久：線型理論に基づく二成分合成進行波の砕波限界に関する一考察，第39回土木学会年講概要集，1984（印刷中）.
- 62) Nath, J.H. and Ramsey, F.L.: Probability distribution of breaking wave heights emphasizing the utilization of the JONSWAP Spectrum, J. Phys. Oceano., 6, 1976, pp.316-323.
- 63) Collins, J.I.: Probabilities of breaking wave characteristics, Proc. 12th ICCE, 1970, pp.399-414.
- 64) Battjes, J.A.: Set-up due to irregular waves, Proc. 13th ICCE, 1972, pp.1993-2004.
- 65) 郭 金棟・郭 秀吉：風波による砕波の波高減衰と波高の確率分布，第19回海講論文集，1972，pp.137-142.
- 66) 菅原輝男・山本正昭：波の浅水変形計算モデル，第25回海講論文集，1978，pp.80-84.
- 67) Battjes, J.A. and Janssen, J.P.F.M.: Energy loss and set-up due to breaking of random waves, Proc. 16th ICCE, 1978, pp.569-587.
- 68) 榎木 亨・岩田好一朗・東 俊夫：不規則波による平均水位変動に関する研究，第25回海講論文集，1978，pp.184-188.
- 69) 水口 優・松田仲次：現地不規則波浪の浅海変形について，第27回海講論文集，1980，pp.134-138.
- 70) 岩田好一朗・福与弘志：斜面上におけるゼロ・アップクロス・スペクトルの変形，第29回海講論文集，1982，pp.60-64.
- 71) 沼田 淳：透過性構造物設計上の諸問題，水工学シリーズ79-B-8，土木学会水理委員会，1979.
- 72) 佐藤道郎：砕波帯波浪場の構造，水工学シリーズ83-B-3，土木学会水理委員会，1983.
- 73) 岩田好一朗・片岡純久・伊藤俊治：緩斜面上における不規則波の砕波の連なりに関する研究，第31回海講論文集，1984（印刷中）.
- 74) 合田良実：波の連なりの統計的性質について，運輸省港湾技術研究所報告，第15巻，1976，pp.3-19.
- 75) Longuet-Higgins, M.S.: The generation of capillary waves by steep gravity waves, J. Fluid Mech., 16, 1963, pp.138-159.
- 76) Penney, W.G. and Price, A.T.: Finite periodic stationary gravity waves in a perfect fluid, Phil. Trans. R.Soc. London, A244, 1952, pp.254-284.
- 77) Taylor, G.I.: An experimental study of standing waves, Proc. R. Soc. London, A218, 1953, pp.44-59.
- 78) Suquet, F. and Wallet: Basic experimental wave research, Proc. Minnesota, Inst. Hydr. Conv., 1953.
- 79) Kishi, T.: The possible highest gravity waves in shallow waters, Coastal Engineering in Japan, Vol.2, 1959, pp.9-16.
- 80) Wiegel, R.L.: Oceanographical Engineering, Prentice-Hall, 1964.

- 81) 合田良実・柿崎秀作：有限振幅重複波とその波圧に関する研究，運輸省港湾技術研究所報告，第5巻，第10号，1955，pp. 2-32.
- 82) 岩田好一郎・清野 博：部分重複波の砕波限界に関する実験的研究，第30回海講論文集，1983，pp. 1-4.
- 83) 岩田好一郎・清野 博：不規則重複波の砕波に関する研究，第30回海講論文集，1983，pp. 99-103.