貯水池による水量制御の信頼性評価

長尾正志

1　水需給と貯水池運用の現状

1－1　供給量とその特性

降水量から蒸発散によって消失する量を差し引いた分が利用可能量であり，これは水(資源)賦存量と呼ばれる。国土庁「水資源賦存量調査」(31～48年資料に基づく)によると，わが国全体で，平水年賦存量は約4,500億m³，渇水年賦存量は約3,300億m³となっている。このうち，水資源として供給可能な限界は，洪水流出および貯水池建設などによる貯水容量の増加の実現を勘案しても，精々渇水年賦存量の6割程度の約2千億m³と見積られている。

これを人口1人当りの水資源賦存量として地域別にみたものが，**表1.1－1**[1)]である。関東，沖縄，近畿と北九州が少ない地域で，東海地域はほぼ全国平均程度で，社会活動の盛んな割には恵まれた地域といえよう。また，全国的にみて，平水年賦存量に対する渇水年賦存量の割合は70～80％程度であるが，九州や沖縄では，さらに渇水年賦存量の比率は低く，極端な渇水の起る可能性が大きい。他方，日本海側の東北や北陸といった多雪地帯は，積雪より融雪に至る時間的平滑化によって，供給は非常に安定している。

1－2　需要量とその特性

a)　かんがい

水資源の問題を，農業用水のかんがいから始めるのは前近代的といえるかも知れないが，現行の水資源の過半を占め，水利用の権利からも無視できないものに農業用水がある。この実態には，かなり不明確な

表1.1－1　地域別水資源の賦存量

地域区分		平水年の水資源賦存量(億m³／年)	渇水年の水資源賦存量(億m³／年)	人口(55年)(千人)	渇水年における人口1人当たりの水資源賦存量(m³／年人)
北海道		638	493	5,576	8,843
東北		947	729	12,024	6,061
関東		515	377	37,782	997
東海		521	403	13,315	3,030
北陸		257	206	3,017	6,841
近畿		350	262	19,522	1,340
中国	山陰	141	107	1,389	7,725
	山陽	238	169	6,197	2,730
	計	379	276	7,586	3,645
四国		270	192	4,163	4,610
九州	北九州	193	122	8,239	1,480
	南九州	398	267	4,726	5,647
	計	591	389	12,965	2,999
沖縄		25	11	1,107	1,012
全国		4,493	3,338	117,057	2,852

資料：国土庁「水資源賦存量調査」及び総理府統計局「国勢調査」(55年，要計表)による。

ものがあり，実績は1,091億m³／year（45年） といわれるが，その実態は約1/2の600億m³程度であるとされる。たとえば農林省は570億m³，建設省は524億m³程度に見積られている。この農業用水は今後，水田の減少，合理化対策事業の実施などによる需要の若干の減少が見込まれるものの，水田整備に起因する乾田化による減水深の増加，畑地での灌漑施設の整備などのため，全体的には横ばいないし微増を続けるものと考えられる。たとえば，国土庁水資源局の推計で，製造業の業種構成が非用水型の加工組立型へ大巾に移ったとした低い水需要を考えたものでも，昭和75年，85年に，それぞれ638，642億m³と予想されている。[2]

b) 水道用水

図1.2－1に，水道用水の年間給水量の推移を示す。50年まで，急激に需要が伸長したが，これ以後経済成長の足踏みや節水，水利用の合理化を反映して，伸び率はかなり鈍化傾向であるが，今後も拡大を続けるのは世界的な情勢といえよう。

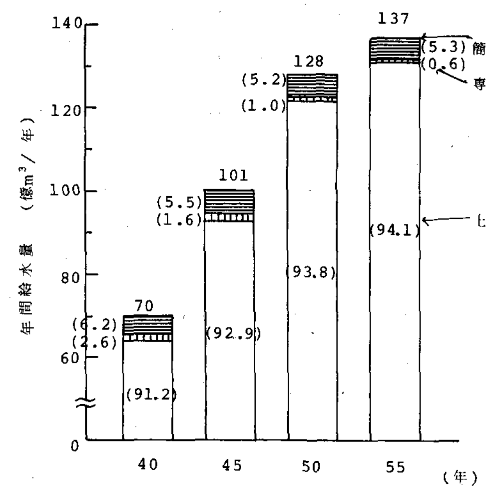


図1.2－1　水道用水の年間給水量の推移

資料：厚生省「水道統計」による。
注：（ ）内は，構成比（%）を示す。

c) 工業用水

この推移が，**図1.2－2**である。48年のオイル・ショック以後の世界的な経済活動の停滞に伴って，伸びは鈍化してきているが，総量はなお増加している。しかし，その原因は，回収水の増加であって，補給水量は，やや減少傾向がみられる。

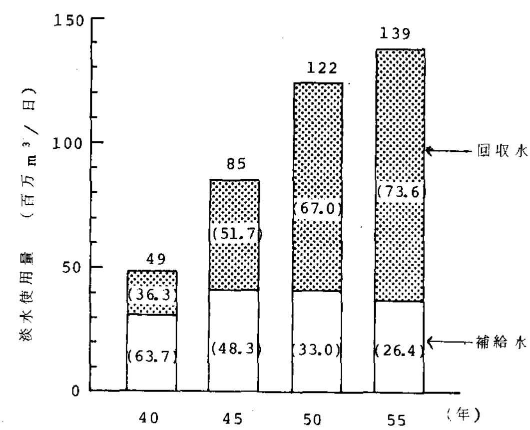


図1.2－2　工業用水の淡水使用量の推移

資料：通商産業省「工業統計表」による。
注：(1) 従業員30人以上の事業所についての数値である。
(2) 補給水量は，使用水量から回収水量を差し引いて算定したものである。
(3) （ ）内は，構成比（%）を示す。

d) 供給水源

これら需要に対する水源は，約3／4が河川水であり，これがいずれの地域においても第1位を占める。ところで，それら河川からの供給量の内には，渇水時に安定した取水の困難となる河川水の暫定取水などに頼った水量が含まれている。このような不安定取水量は，都市用水の場合，全需要の約1割といわれ，大きな不安の種となっている。

1－3　供給と需要のギャップ

さて，これまでの話を要約すると，年間での供給可能量が約2千億m³であるのに対して，需要量が現状（55年）で，かんがい用，約600億m³，上水約140億m³，工業用水 $1.39 \times 0.221 \times 365 \doteqdot 112$ 億m³，したがって，供給と需要との差額 $2,000-(600+140+112)=1,148$ 億m³の余裕があるように一応みえる。

しかし，現実には，関係者の間では，事態はもっと深刻に受け取られている。詳細は，国土庁[3]や建設省[4]の推算を参照されたいが，たとえば，国土庁の

65年に対する予想では，農業用水638億m³，都市用水507億m³（内訳，生活用水215，工業用水293）したがって総需要量が1,145億m³となり，差分は855億m³となるので，なお，余裕が残されているようにみえるが，この時点でかなり水不足が発生してくる。その理由は大きくいって，以下の3点に要約される。

i）供給〜需要の時間的分布の偏差によって発生する。

ii）供給〜需要の場所的分布の相違から起る。

iii）以上の物理的（量的）問題とは別に，水質面からの矛盾によって起る。

それぞれについて解説する。i）では，とくに問題になるのは，年間の季節的変化及び日間の時間的変化である。なかでも，供給は前者と，需要には後者との関連が強い。この問題の技術的解決策が貯水池・天然湖沼による流量の制御である。ii）においては，供給側では地域的降雨特性（とくに地形性降雨分布）が，需要側では都市などの人口集中の程度が主に関連する。これに対して，広域導水路河川などが，i）とも関連して，地域的需給のずれを補充するものである。しかし，この問題は，本質的に現在のところ，水の商品単価がかなり安くて，普通の場合，水利用は一水系内に限られ，流域を越えて広く流通することが困難なことに起因する。したがって，技術的手段もさることながら，政策的ニュアンスが濃い問題といえよう。最後に，iii）は，ある程度水質を改善し，用途に応じた使い方をすれば，需要の量的拡大はそれほど肥大化する必要はないことになる。下水浄化再利用などを含めた水利用構造の転換の分野である。

さて，これらの方法の内で，実現の可能性が高く，かつ技術的にも確実な手法は，やはりi）が本命であろう。これから解説する貯水池の活用は，その主体であり，識者によっては，貯水池利用の問題点も指摘されてはいるが，現在，これに代わる有効な手段はまず考えられないといえる。

建設省では，昭和51年から65年までに多目的ダムなど358ケ所の水資源開発施設を完成させ，261億m³／年の予定にしているが，それでもなお，南関東，京阪神，北九州などでは不足の発生が懸念されている。[5)]

2 既設貯水池の水量制御機能

2−1 貯水池による水量制御の目標

a）水量制御の一般的目標

われわれが水資源を利用する場合，制御対象を直接的に降水に求めることはまれで，主体は河川水や湖沼水のような表流水である。したがって，この流水から派生する損失を最小に，また利益を最大にするわけであるが，総合的に，普通，以下のように表現される。

i）洪水被害の軽減（治水）

ii）無効放流分の利水転用（利水）

もちろん，この両面の制御があい独立したものでなく，基本的に表裏のものだという考えが，現在の多目的ダムの基礎的思想である。すなわち，洪水の巨大な破壊エネルギーや水量を，位置エネルギーとして貯留し，これを運動や電気などのエネルギーあるいは，植物生育，洗浄，冷却などといった用途に転換を試みているわけである。

b）貯水池に対する目標

貯水池における目標を利水用貯水池について考察してみよう。従来的な表現によると，これは流況の平滑化といわれる。すなわち，貯水池をシステム的にみれば，統計的な意味において，出力（放流流量）の変動を入力（流入流量）の変動に比してできるだけ小さくすることといわれるが果してこの表現が好ましいものであろうか。

広義にいって，利水用貯水池の機能は，その貯水池を使って水需要に対する満足度の拡大にあるといえる。ところで満足度を何で表わすかが次の課題となる。一般に考えられるのは，経済的な換算で，たとえば具体的には，派生する期待取水利益額の増大，あるいは水不足による期待損失額の減少，のように表現できる。

こうした経済的計量化に際しても，幾つかの問題点が指摘されている。それらを要約すると以下の2点となる。

i） 需要に供給が追いつかないという渇水状態の定義が必ずしも明確でないので，その発生限界や生起確率の算定にあいまいさが残る。

ii） 期待利益額や期待損失額の計算には，需要を考慮したある供給レベルに応じた利益額や損失額といった流出現象の大きさと経済的効用（損失）の大きさの間の定式化が要求される。定式化は，当然既往のデータに準拠せざるを得ないが，社会現象の複雑さを反映して，明確に決め難い面が多い。

とくに，後者 ii）の懸念から，経済的表現を回避して，取水量期待値（あるいは単に取水可能確率）の増加や，逆に無効放流期待値（あるいは単に無効放流確率）の減少を，貯水池の利水機能に求めることも多い。

つぎに，利水の補給内容と上述の目標とを関連づけてみよう。

i） 貯水池よりの直接取水においては，たとえば期待取水量の増大といった直接的目標が対応し，必ずしも流況は平滑化されるわけではなく，放流後では逆に流況が極端に偏重することも起りうる。[6]

ii） しかし，取水を貯水池単独からとは考えずに，さらに下流からも取水されることとすれば，当然下流側流況が平滑化されている方が利水効果があがる。したがって，貯水池下流での間接的な取水を重視した場合には，結果的に，流況平滑化の機能が重要となる。

以下，わが国の既設貯水池の水量制御に関する基礎的な特性を多目的ダムの資料に基づいて調査した結果を述べる。

2－2 既設貯水池の水量制御に関する機能

a） 基礎資料

建設省河川局「日本の多目的ダム」[7]に掲載され，また55年時点で完成した貯水池210ヶ（直轄，水資源公団，補助事業）について，集水面積，総貯水容量，有効貯水容量から，総有効貯留高（＝総有効貯水容量÷集水面積）を求め，これら相互間の関連を調べている。さらに，建設省河川局「多目的ダム管理年報」[8]で，これらの貯水池への年平均流入量の分る193について，同様な統計を行なっている。

b） 流域有効貯留高

貯水池の貯水機能の目安として，流域有効貯留高を採りあげてみよう。これを，有効貯水容量を集水面積で割って，降水量と同じ単位（通常㎜）で表現する。つまり仮想的に，貯水池に流入してくる流域区域内にわたって雨水を貯留するとしたときの水深を表現している。この相対頻度分布と平均，標準偏差を図**2.2－1**に示す。

これで判るように，その平均値は191 ㎜，また，分布形が量の小さい方にピークをもっていることから，量の大きい方は非常に起り難いことが判る。たとえば，100 ㎜以下が約3割強なのに対して，300 ㎜以上は約1割強に過ぎない。したがって，これをわが国の年平均降水量1,600～1,800 ㎜に比べて，とても年間での平滑化は無理であることが理解されよう。

c） 年平均貯水効率

以上の議論をもう少し詳細に行なうために，その貯水池への年総流量で有効貯水容量を割ったものを，年平均貯水効率として定義する。これは，前述の流域有効貯留高を年平均有効降雨量（年平均流量÷集水面積）で割ったものとしても表現できる。すなわち，平均的にみて，貯水池に流れこんだ流量のうちで，有効に貯水しうる割合を示すものである。この相対頻度分布を**図2.2－2**に示す。

平均値はわずかに0.14，これに標準偏差を加えた上限でも0.28で，3割にも満たない。なお，以上の結果は，直轄，水資源公団，補助事業のダムに対するものであり，国営事業に関連するものではもう少し効率が良いと考えられるかも知れないが，その場合でもほとんど変わらない。すなわち，直轄と公団のダムでは，平均0.16，標準偏差0.15となるから，わずかに1割位の増加に過ぎない。したがって，年間流量の変動を表現する流況曲線でいうと，現実の貯水池が有効に働くのは，流量の変動範囲で極めて小流量の部分（通常低水量から渇水量，あるいはそれ以下）の貯留機能であるというのが，全般的な情勢である。

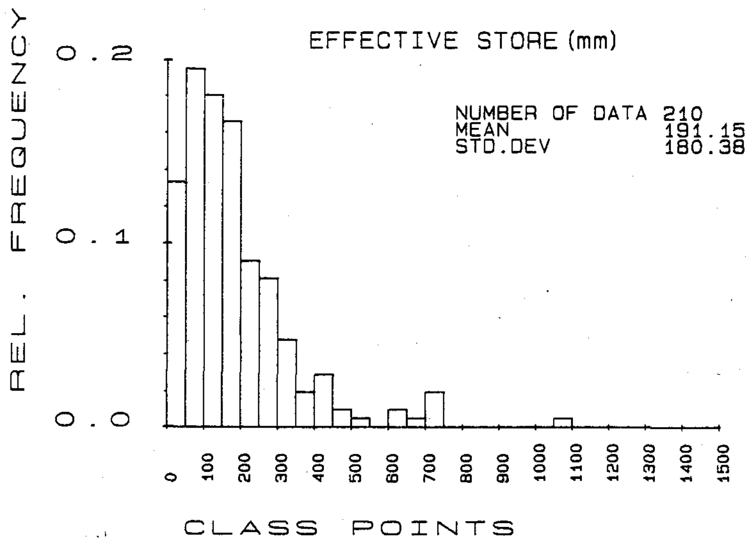


図2.2－1　多目的ダムの流域有効貯留高の相対頻度分布

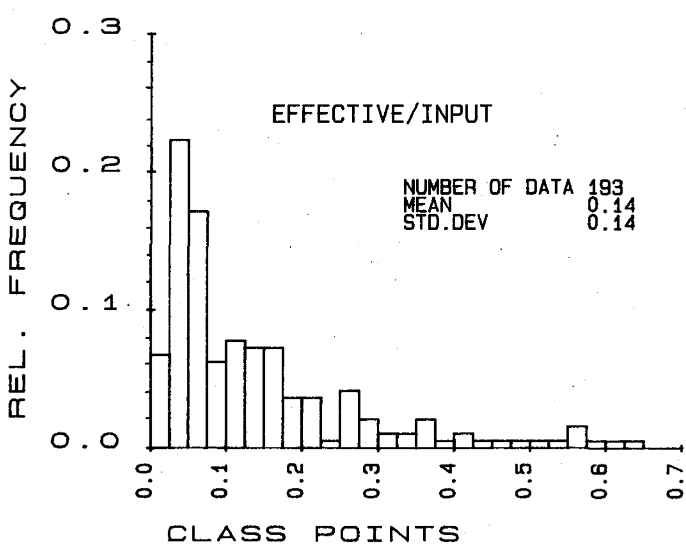


図2.2－2　年平均貯水効率の相対頻度分布

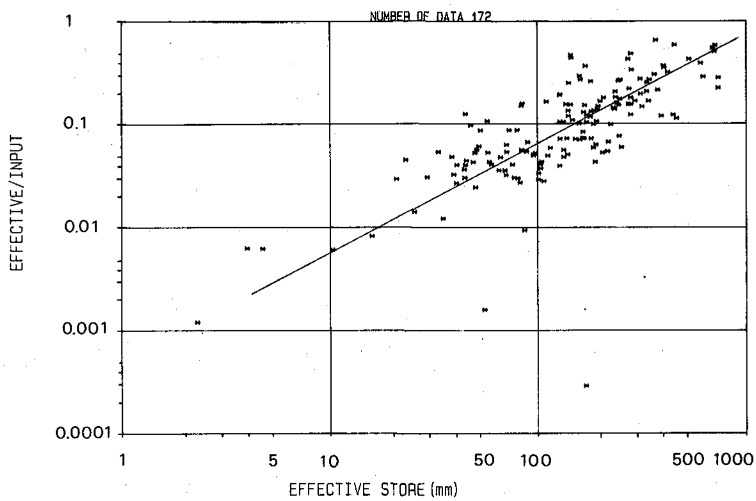


図 2.2－3　流域有効貯留高と年平均貯水効率の関係

なお，以上の流域有効貯留高と年平均貯水効率の間には，前者が増加するに伴って後者が大きくなるという傾向がみられる。**図 2.2－3** は，横軸に流域有効貯留高を，縦軸に年平均貯水効率をとったプロットで，図中の直線は極端に離れたものを除外して，最小自乗法で適合された回帰直線である。図によれば，年平均貯水効率を 0.3 にするには，流域貯留高が約 500 mmなければならないことになる。

以上，要するにわが国の貯水池は，流入量に比して有効貯水容量規模が非常に小さく，年間や季節といった長期間の流量制御の機能に大きな期待をすることは全体的に無理で，精々洪水期の一連豪雨ないし年間最渇水期のほぼ２～３ヶ月の降水量を貯留・放流する規模のものが過半であるといえよう。

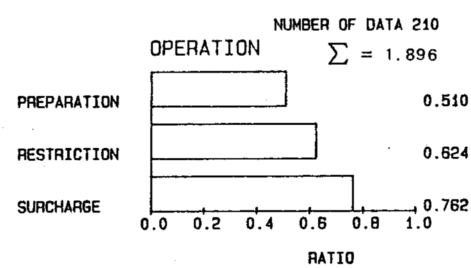
d) 多目的貯水池の各種用途への容量配分

i) 単独用途への配分

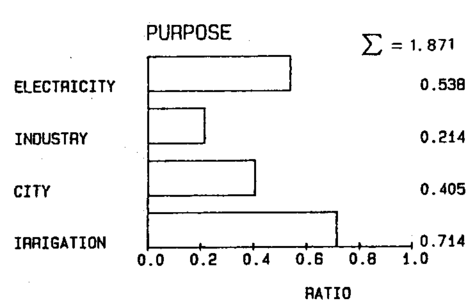
ところで，このような貯水池有効容量は具体的には，どのように使われているのであろうか。

これを以上の資料に基づいて，治水と利水に分けて集計してみた。しかも，昭和55年に完了したものと，以後の建設予定のものに大別して，今後の傾向も合わせて探ってみた。**図 2.2－4** は，完工したものの比率である。

ただし，(a) は治水用の用途別件数比率で，PREPARATION ,RESTRICTION , SURCHARGE はそれぞれ洪水調節のための予備放流方式，制限水位方式，サーチャージ方式をしているダムを意味し，右端の数値はその割合，Σはその合計（重複率）を示す。したがって，３方式ともそう大差はないが，後の方ほど多く使われることになり，しかも重複率からみて，ほぼ2つ弱の用途に使っていることになる。



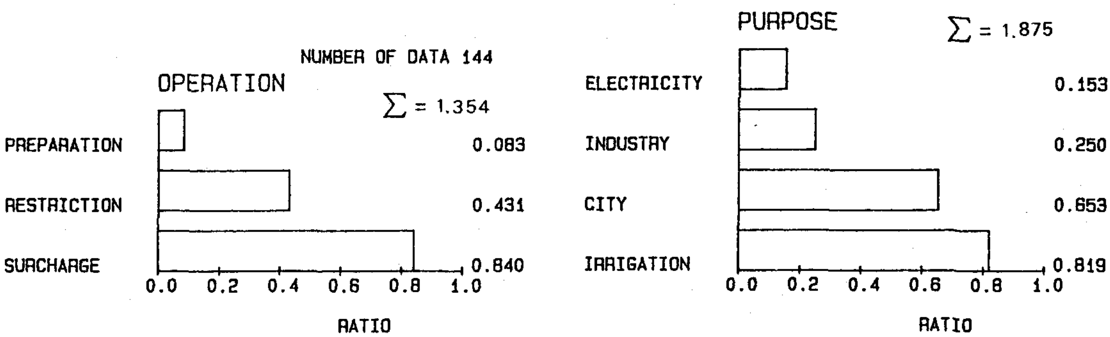
(a)　治水用容量の用途別比率



(b)　利水用容量の用途別比率

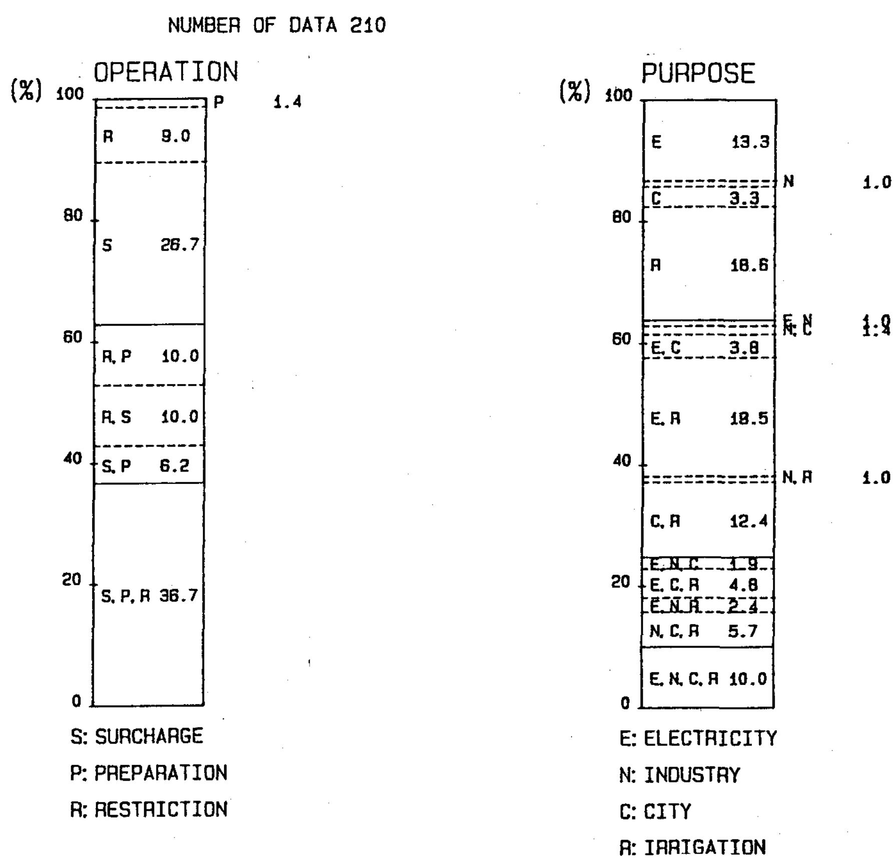
図 2.2－4　既設の多目的貯水池の治水，利水用容量の用途別比率（単独）

(b) は，利水用の用途で，上から発電用，工業用，上水，農水で，他は (a) と同じ表現である。これによると，農水が主要で，次いで発電，上水であり，工水の比率は農水の1／3弱であるに過ぎない。また，各用途への重複度も2倍弱である。



(a) 治水用容量の用途別比率　　(b) 利水用容量の用途別比率

図2.2－5　計画中の多目的貯水池の治水・利水用容量の用途別比率（単独）



(a) 治水用容量の用途別比率　　(b) 利水用容量の用途別比率

図2.2－6　既設貯水池の治水・利水用容量の用途別配分の比率
（各組合せを考慮）

図2.2－5は，55年度以後の計画中のダムに関する同様な表現である。今後，一般に好適なダムサイトは漸次乏しくなり，貯水効率は悪くなるといわれるが，治水用では，予備放流や制限水位方式が激減し（とくに予備放流は84％減），サーチャージ方式が少し増す。

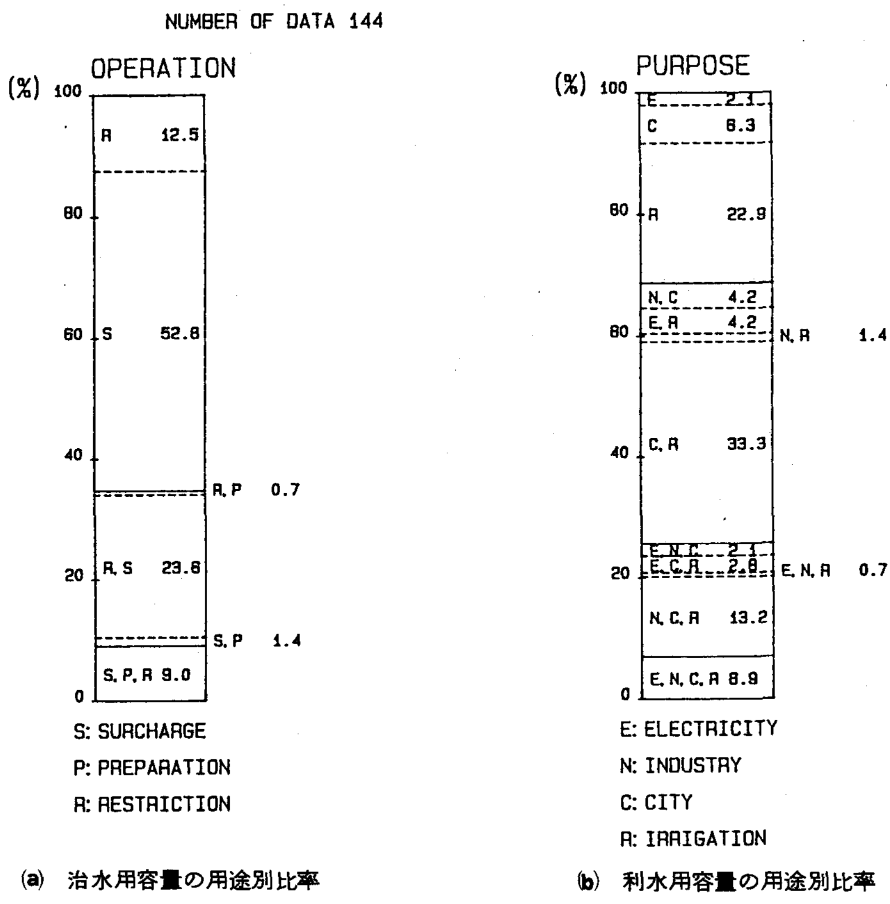
また，(b)の利水上では，工水，農水の割合が少し増すのに対して，上水は61％増，発電は72％減というように，将来の発生エネルギーの構造的変換，および都市生活の向上を伺うことができる。

ii）　複合用途への配分

さて，以上の議論は，重複をも許した各用途への配分状況をみたものであるが，以下では，その組合せ方をも含んで，その内容をみてみよう。

図2.2－6の(a)は，既設貯水池の治水用容量の用途別配分（各種組合せを考慮）で，3つの用途は，現実にはかなり混在して使われている。たとえば，サーチャージ，予備放流，制限水位の3方式をいずれも考えている貯水池は36.7％と1／3強，2つを考えているのは小計26.2％，単独のみは小計28.1％である。

また，同図の(b)は，利水用容量についての同様な表現で，発電と農水の19.5％についで農水単独が18.6％と多く，ついで発電のみ13.3％，上水と農水12.4％となっているから，やはり複合的にも農水の影響がかなり大きい。



(a)　治水用容量の用途別比率　　　(b)　利水用容量の用途別比率

図2.2－7　計画中の貯水池の治水・利水用容量の用途別配分の比率（各組合せを考慮）

図2.2−7は，計画中の貯水池についての同じ表現である。既設のものと比較すると，以下のような相違がみられる。(a)の治水では，3方式がすべて重複する場合は，36.7％から9.0％へ約1／4に減少することが関係して，複合した治水方式の使用は，62.9％から34.7％に減じる。これは，逆にサーチャージ方式のみの割合が，26.7％から52.8％と，約2倍にアップしていることに対応している。

ついで，(b)の利水では，発電に関する比率が減少したことは先述したが，農水と上水の組合せが19.5％から33.3％に増加したことや，発電・農水が19.5％から4.2％に激減したことに対応している。

以上，要するに，治水・利水ともに今後，多目的ダムの容量の活用法も，変ったものに推移していくこが示唆されているようである。

3 貯水池による水量制御の信頼性評価の理論

3−1 統計的貯水池理論の歴史的発展

貯水池の治水・利水上の水量制御の機能を評価しようとする場合，その入力である流入流量の不確定性から，本質的に統計的手法とならざるを得ない。したがって，この理論は，その評価対象となる貯水量や放流量などに関連した各種の統計量を，河川の流量特性と貯水池特性に基づいて，確率分布や統計値として表現することを出発点として発達してきた。

その場合，流量特性とは，流量時系列の諸性質，すなわち流量の存在域，分布型，自己相関性，つぎに，貯水池特性とは，操作規則，貯水池容量，目標放流量が関連する要因である。

また，統計的貯水池理論は，既往の流量資料（たとえば利水目的では既往最渇水期流況）のみに解析基礎をおいた手法（たとえばマス・カーブ法）に対立するものである。これには大別して，既往の流量時系列の確率的構造から，直接的に貯水量分布などを誘導しようとする理論解析的手法と，流量時系列を適当な量だけ人為的に作製した後に，間接的に貯水量分布などを数値実験的に得ようとするシミュレーション法とがある。総合的にいうと，両者の特徴としては，理論解析にはかなり諸条件の単純化を伴うが，結果に普遍性があるのに比して，シミュレーションでは，とくに模擬発生手法を中心に莫大な計算を要するがかなり複雑な諸条件でも解が得られるので，むしろ個別的な検討に有用性を発揮する。

本来，両者は相補うべきものであるが，ここでは前者の歴史的な発展経過を説明しよう。

さて，それに先立って，おおまかに議論の対象は，つぎの5項目に要約できるであろう。

① 流入量過程　② 放流規則　③ 貯水池容量

④ 解析手法　⑤ 適用対象

以下，順を追って箇条書きで説明する。

① 流入量過程

ここでは，実際の流入量時系列に，どのように解析可能な理論モデルを適合させるかが要点となる。現在実用化されているモデルには，変量の連続性，従属性の考慮の如何によって，つぎのようなものがある。

a
- i）離散量（幾何分布，二項分布，ポアソン分布，複合ポアソン分布など）
- ii）連続量（正規分布，指数分布，ガンマ分布，あるいはそれらの対数変換形など）

b
- i）独立量（一般に独立化の工夫を要する）
- ii）従属量（普遍にはマルコフ性，とくに単純マルコフ連鎖が仮定される）

② 放流規則

これには，大別して目標放流量（あるいは目標取水量）の設定と，それを満たすための放流操作の仕方

が関連する。

a
- i) 一定量放流（普通，目標放流量を単位にとることが多い）
- ii) 可変量放流（たとえば，時間的に一定比率で減衰する目標放流量の設定など）

b
- i) 離散的放流｛流量予測を考えずに，期間内の最後に一度に放流するとしたMoran 流の規則や，ある程度予測しながら貯水池容量を十分に使おうとする規則がある。｝
- ii) 連続的放流（いわゆる積分方程式の形で表式化されるもの）

③ 貯水池容量

a 有限容量

b 半無限容量
- i) bottomless（貯水量下限を負の無限大と考えたもの）
- ii) topless（貯水量上限を正の無限大と考えたもの）

c 無 限 容 量 （貯水量の変域を正・負の無限大の範囲で考えたもの）

④ 解析的手法

a 一般の確率的手法（各種統計量の平均，分散など）

b 母関数（確率母関数，積率母関数など）

c ラプラス変換，フーリエ変換などの積分変換

d 行列演算（その一貫として，マルコフ連鎖理論）

e ランダム・ウォーク理論（固有値，固有ベクトル）

f 積分方程式，微分方程式

g 待ち行列理論

などが，主要なものである。

⑤ 適用対象

a 量的側面

i) 種々の流量，貯水池条件に対する貯水量，放流量などの定常的な確率分布（とくに，空水・溢水の定常分布は解析の主要対象）

ii) 上述と同様な諸量の統計的期待値

b 時間的側面

i) 初期到達問題（その代表として，ある貯水量状態から出発して初めて空水や満水状態に至る期間長の遷移的な確率特性）

ii) 再現期間（たとえば，空水から空水，または満水から満水，に至る期間長の定常的な確率特性）

c 経済性を考察した最適貯水池操作法

以下で，こうした研究の歴史的な流れを記述する。

近代的な意味での統計的貯水池理論の創始者は，Moran といわれる。[8] 彼は貯水池問題を確率的入力を受ける在庫問題として定式化し，理論解析の緒を作った。その最初の理論は，流量系列を定常独立という仮定の下に離散化し，その流量分布を使って貯水量に関する遷移確率行列 $\mathbf{P}$ を表現することが基礎となる。ついで，任意の貯水量状態の確率ベクトル $\boldsymbol{p}_0$ から，任意時点 n の貯水量の確率ベクトル $\boldsymbol{p}_n$ を，$\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_0 \cdot \mathbf{P}^n$ と積の形で表わすとともに，貯水量の定常分布 $\boldsymbol{w}$ を $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w}\mathbf{P}$ の連立方程式の解で求めることを示した。彼の研究は，その後，流量を連続量とした取り扱いに発展している。

この独立流量を前提とした理論は，Prabhu らによって各種流量分布型に対する貯水量分布の研究として

体系化されていった。また，この理論は，指数型放流を考えたYeo，待ち行列理論を導入したTakács，ラプラス変換を使ったRoesの研究などに分化していった。

一方，流量時系列に自己相関性を勘案して，Moranの理論を拡張したのは，Lloyd[9]である。彼は，貯水量と流量の結合分布を示す二変数マルコフ過程（すなわちMoranの遷移確率行列に直前の流量状態をも考えたもの）を用い，これより貯水量の周辺定常分布などを求めている。彼の研究は，Gani や Ali Khan[10]らに引き継がれている。

ところで，Lloydの遷移行列の計算は，次元が増すと計算は煩雑になるという欠点があった。これを避けるために，ランダム・ウォーク（酔歩）理論や逐次解析の適用を試みたのが，Phatarfod ら[11]である。これは，貯水量の時間的変化を両端に不可入壁をもつ酔歩粒子の運動で模擬して，計算を容易にしたものである。

ところで，以上の流量系列の扱いは離散量であったが，これを連続量に代え，さらに従属性を加味する方向でも研究は進んでいるが，当然解析は複雑となり，今後の発展の要望される段階である。図 **3.1－1** は，これらの歴史的な経過の概要を示したもので，（　）内は主たる研究者の名前である。

3－2　理論的解析の基礎

以下，その主要点について，若干の一般的な説明をしておく。

a)　流量時系列のモデル化

解析手法の如何にかかわらず，貯水池系への入力である流量時系列の扱いが，基礎となる。まず，現実の流量時系列は，時間的に連続した量であるが，解析にはある時間間隔にわたる積分値として体積単位で表現される。また，当然，その河川の最小流量のように，常時維持される流量部分は除外したものが，信頼性評価の対象となる。

つぎに，流量表現のみでなく，全般的な量的問題であるが，状態量を連続量のままで表わすか離散量表示するか，あるいは流量範囲を有限とするか，半無限（0，∞）とするかなどが議論となる。さらに，議論は流量時系列の持続性（自己相関性）の導入の有無によってモデルが分かれる。

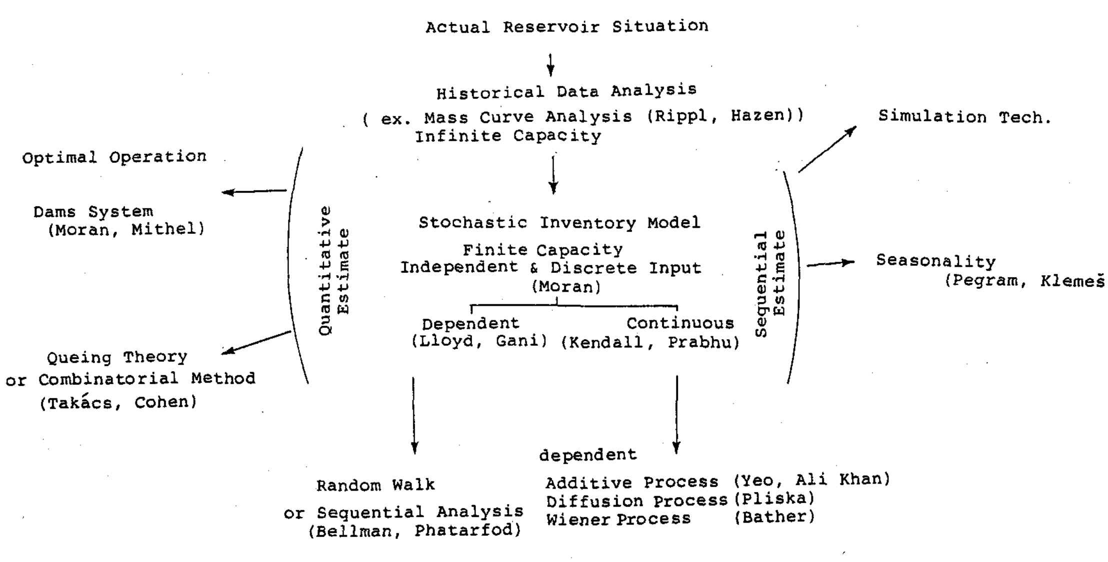


図 3.1－1　統計的貯水池理論の発展の歴史

どのモデルを選ぶかは立場によって異なるが，個人的見解としては，最近の電算の処理能力の飛躍的向上を考えれば，有限範囲の離散的表現が，以後の計算に便利であると考えている。なお，必ずしも体系づけが明確とはいえないが，従属流量を対象とした研究者と採用モデルを**表 3.2－1** に，時代順に示しておく。ただし（　）内の数字は西暦年代で，たとえば(63)は，1963 の意味である。

ついで，季節の分割や，最適単位期間の選定など，現実的な解決に必要な問題もあるが，紙数の関係で省略せざるをえないので詳細は文献を参照されたい。[12)·13)] 以下，離散量としての取扱いについて説明する。

b) 貯水池機能のモデル化

i) 貯水池容量，目標放流量の離散的表現

流量の離散化がいわば時間の離散化であったのに対して，その貯留，放流に関する水量の離散化が必要となる。具体的には，有効貯水池容量，目標放流量に適当な整数値K, Mを適合させることになる。これらは普通ある一定水量を単位とした倍数として表わされるが，理論解析で多用されるのはMを単位とし，比K/Mを新たに整数化していく。この利点は，形式的に貯水量方程式に関与する特性量が 1 個減ることにある。

表 3.2－1　従属流量を対象とした研究者と採用モデル，(63) は 1963 年の意味

Discrete Variale	Continuous Variale
1) Finite Markov Chain	
Lloyd (63)	Bather (68) W
Odoom & Lloyd (65)	Phatarfod (71) G
Ali Khan & Gani (68)	Lloyd (71) SM
Ali Khan (70)	Çinlar & Pinsky (72) A
Lehoczky (71)	Brockwell (72) P
Pakes (73)	Faddy (74) W
Pegram (74)	Pegram (80) N,LN,ARMA
Phatarfod (79)	Pacheco - Santigo (80) CI
2) Infinite Markov Chain	
Brockwell & Gani (70)	
Phatarfod & Mardia (73) B,NB,Ge,P	
Pakes (73)	
3) The others	
Phatarfod (69,71) P,NB	
Herbent (72) MA	
Lloyd (79) ARMA	
Balagopal (79) Se	
Tuominen & Tweedie (79) Cp	
Kennedy (79) MG	
Symbol	
P: Poisson	CI: Cumalative Input
Se: Semi - Markov	A: Additive
Cp: Compound Poisson	G: Gamma
Ge: Geometric	W: Wiener
NB: Negative Binomial	ARMA: Aut. Reg. Mov. Ave.
B: Binomal	SM: Sum of Markov Inputs
MG: Martingale	N: Normal
MA: Mov. Ave.	LN: Log Normal
	P: Population Process

ii) 貯水量方程式[14]

以下の記号や仮定を用いる。K，M：有効貯水池容量，目標放流量（一定値と考えておく），Z_n：時点nの直前の貯水量（$n=0, 1, 2, \cdots$），X_n：期間（n，$n+1$）の流入量，流入量系列$\{X_n\}$は単純マルコフ連鎖を構成する。

Z_nよりZ_{n+1}への移行を表わす関係（貯水量方程式）は，

(イ) 予測が不可能な場合

$$Z_{n+1}=\min(K, Z_n+X_n)-\min(M, Z_n+X_n) \qquad (3.2-1)$$

ただし，min（A，B）は，AとBの小さい方の意味である。これが，いわゆるMoranのモデルである。

(ロ) 予測が可能な場合

$$Z_{n+1}=\min\left(K, Z_n+X_n-\min(M, Z_n+X_n)\right) \qquad (3.2-2)$$

以下では，式（3.2－1）を基礎として議論を進める。

ところで，もし貯水量が，貯水池容量以上あるいは空水より少ない（すなわち負の値をとる）ことも許せば，

$$Z_{n+1}=Z_n+X_n-M \qquad (3.2-3)$$

となるが，これは後述の酔歩粒子の運動で，上下の壁の存在しない場合に相当する。

以下では，従属流量に対する解析手法として，酔歩理論の適用を記述するが，できるだけ平易な解説を心掛けたので，詳細は文献に譲る。[15]

4 酔歩理論の統計的貯水池理論への適用

4－1 基礎仮定

a) 流量時系列と目標放流量

ここでは，利水用貯水池の機能評価を考え，渇水時の流況のモデル化として，相関をもつ種々の標準離散分布を採用する。この場合，かなり一般的な解析が可能であるが，[15] ここでは，説明の便宜上，正または負の二項分布の結果を述べるに止める。それに対応する流量時系列の条件付分布，周辺分布および各種母

表 4.1－1 正あるいは負の二項分布に対する条件付分布，周辺分布と各種母数

	ITEM \ TYPE	BINOMIAL $(i,j=0,1,2,\cdots,r)$	NEGATIVE BINOMIAL $(i,j=0,1,2,\cdots)$
	$p_{ij}\equiv$ $P_r[X_{t+1}=j \mid X_t=i]$	$\sum_{s=0}^{\min(i,j)} \binom{i}{s}\binom{-i+r}{j-s}\{a(1-\rho)+\rho\}^s \times\{1-a(1-\rho)\}^{s+r-i-j}a^{j-s}(1-a)^{i-s}(1-\rho)^{i+j-2s}$	$\sum_{s=0}^{\min(i,j)} \binom{i}{s}\binom{-i-k}{j-s} \times \dfrac{(-1)^j\{1+a(1-\rho)\}^{s-k-i-j}\{a(1-\rho)-\rho\}^s}{a^{s-j}(1+a)^{s-i}(1-\rho)^{2s-i-j}}$
	$P_i\equiv$ $P_r[X_t=i]$	$\binom{r}{i}(1-a)^{r-i}a^i$	$\binom{i+k-1}{i}a^i(1+a)^{-k-i}$
PARAMETERS	$E(X)$	ra	ka
PARAMETERS	$V(X)$	$ra(1-a)$	$ka(1+a)$
PARAMETERS	C_s	$(1-2a)/\{ra(1-a)\}^{1/2}$	$(1+2a)/\{ka(1+a)\}^{1/2}$
PARAMETERS	$\mathrm{Corr}(X_t, X_{t+1})$	ρ	ρ

数を表**4.1－1**に示す。また，目標放流量も単位量を仮定している。

b) 放流操作

前述のようにMoran流の操作に従うものとする。したがって，各自点での貯水量状態の存在範囲は，0，1，2，・・・・$K-M$である。

4－2 貯水量過程と酔歩理論

いま目標放流量をなるべく満足させるように放流すれば，単位期間後の貯水量変化はつぎのようになる。

$$Z_{n+1}=\begin{cases} 0 & (Z_n+X_n-M\leqq 0) \\ Z_n+X_n-M & (0<Z_n+X_n-M<K) \\ K & (K\leqq Z_n+X_n-M) \end{cases} \qquad (4.2-1)$$

ここで貯水量の純増分を$Y_n=X_n-M$とすると，貯水池の貯水量過程では，貯水量が満水になれば，それ以後で$\{Y_n\}$の符号が初めて負になるまで満水を続ける。また貯水量が空水になれば，$\{Y_n\}$が正に転ずるまで空水を続ける。満水や空水に達する以前の貯水量過程は，$Z_{n+1}=Z_n+Y_n$である。

この貯水量過程$\{Z_n\}$のような統計過程は，貯水量の両端 0，Kに不可入壁をもつ飛躍Y_nを伴う酔歩といわれる。

4－3 双対関係

貯水量過程は，両端に不可入壁をもつ酔歩として数式化されるが，やはり複雑であるので，これを両端が吸収壁の問題に直すと，かなり単純化される。吸収壁とは，そこに到達した粒子は，以後もその位置に留まるものである。これら2種の酔歩過程には，以下の関係がある。

まず，$Z=0$，Kで不可入壁を仮定し，$Z=K$から出発したn時点後の粒子の位置の累積分布を$F_n(x)$と記す。同様に，$Z=0$，Kに吸収壁を仮定し，初期位置$Z_0=x$から出た粒子がn時点以前に下壁$Z=0$に吸収される確率を$Q_n(x)$と記すと，両者の間にはつぎの相対関係がある。

$$Q_n(x)=F_n(K-x),\quad (0<x<K) \qquad (4.3-1)$$

こうして，不可入壁で数式化された貯水量過程に対する定常的な状態確率が，吸収壁に対するものから求められる。したがって，吸収壁での貯水量の定常確率の求め方が判ればよい。

4－4 Waldの拡張等式

酔歩粒子の吸収壁に到達する定常確率は，独立の場合A. Waldの基礎等式 (Wald's fundamental identity)で求められるが，これは，マルコフ連鎖にも拡張できる。これを拡張等式で呼び,その要点をごく簡単に記述する。

まず，$\{x_i\}$を正則な非負のマルコフ連鎖に従う流量系列，目標放流量をMおよび$Y_i=X_i-M$ ($i=0,1,2,\cdots\cdot$)とする。ついで，nをある開区間の内に和$S_n=Y_1+Y_2+\cdots\cdot+Y_n$がない(貯水池問題で上下の壁に到達した)最小の正整数とする。

ここで，S_nの積率母関数$M_n(t)$が大きいnに対して，$M_n(t)\sim D(t)\cdot\{\lambda(t)\}n$と書けたとする。ただし，$\lambda(t)$は，マルコフ連鎖の特性を導入した$\{x_i\}$の推移確率行列の最大固有値である。このとき，次式

$$E\left[\exp(tS_n)\cdot\{\lambda(t)\}^{-n}\cdot d(t\mid X_n)\right]=D(t) \qquad (4.4-1)$$

が拡張等式である。なお，d，Dは以下の式を満す。

$$E\left[\exp\left(tS_n \mid X_o\right)\right] \sim d(t \mid X_o)\cdot\{\lambda(t)\}^n, \quad D(t)=E\left[d(t \mid X_o)\right]$$

ここで，$\lambda(t)=1$を満す実の零でない解$t=t_o$が唯一つ存在する必要があるが，いまの場合これは成立する。ただし，〜は近似的または漸近的に等しいことを示す。

たとえば，二項分布流量では，最大固有値は$\lambda(t)=\{\mu_1(t)\}^r\cdot e^{-Mt}$となる。（$r$：流量上限，$M$：単位操作期間の末に設定した目標放流量）また，誘導過程は省略するが，$\mu_1(t)$は，斉次線形2次方程式の大きい方の根（正根）で，これともう一つの根$\mu_2(t)$などを正・負の二項分布に対して求めた結果を，**表 4.4－1** に示す。

4－5　貯水量の定常分布

初期貯水量$u=Z_o$から出発して満水することなく空水に至る定常確率P_uを得るために，$Z=0$と$K-M+1$に吸収壁をもつ酔歩問題を考える。Waldの拡張等式で，$t=t_o$とおくと，P_uはつぎのように表現される。

表 4.4－1　正あるいは負の二項分布に対する各種統計量

ITEM ＼ TYPE	BINOMIAL	NEGATIVE BINOMIAL
$\mu_1(t)$ $\mu_2(t)$	$\frac{1}{2}\left[1-a(1-\rho)+\{a(1-\rho)+\rho\}e^t \pm\sqrt{[1-a(1-\rho)+\{a(1-\rho)+\rho\}e^t]^2-4\rho e^t}\right]$	$\frac{1}{2}\left[1+a(1-\rho)-\{a(1-\rho)-\rho\}e^t \pm\sqrt{[1+a(1-\rho)-\{a(1-\rho)-\rho\}e^t]^2-4\rho e^t}\right]$
$\lambda(t)$	$\{\mu_1(t)\}^r\cdot e^{-Mt}$	$\{\mu_1(t)\}^{-k}\cdot e^{-Mt}$
$d(t\|Xn)$	$\left[\frac{\mu_1(1-\mu_2)}{\mu_1-\mu_2}\right]^r\left[\frac{1-a(1-\rho)-\mu_1}{-a(1-\rho)e^t}\right]^{Xn}$	$\left[\frac{\mu_1(1-\mu_2)}{\mu_1-\mu_2}\right]^{-k}\left[\frac{1+a(1-\rho)-\mu_1}{a(1-\rho)e^t}\right]^{Xn}$
$D(t)$	$\left[\frac{\mu_1(1-\mu_2)(e^t-\mu_2)}{(1-\rho)(\mu_1-\mu_2)e^t}\right]^r$	$\left[\frac{\mu_1(1-\mu_2)(e^t-\mu_2)}{(1-\rho)(\mu_1-\mu_2)e^t}\right]^{-k}$
$x_o=e^{t_o}$	$a(1-\rho)(X^{r-1}+\cdots\cdots+X+1)+(\rho X^{r-M}-1)(X^{M-1}+\cdots\cdots+X+1)=0$ Obtain positive real root X and put $x_o=X^r$ (r>M)	$a(1-\rho)(X^{k+M-1}+\cdots\cdots+X^{M+1}+X^M)+(\rho X^{k+M}-1)(X^{M-1}+\cdots\cdots+X+1)=0$ Obtain positive real root X and put $x_o=X^k$ (k:positive integer)
$E_1\left[d(t_o\|Xn)x_o^{Sn}\right]$	$\left\{\sum_{i=0}^{\min(r,M-1)} P_i d(t_o\|i)\sum_{j=0}^{M-i-1} x_o^{-j}\right\}x_o^{-u}\Big/\sum_{\ell=0}^{\min(r,M-1)} P_\ell$	$\left\{\sum_{i=0}^{M-1} P_i d(t_o\|i)\sum_{j=0}^{M-i-1} x_o^{-j}\right\}x_o^{-u}\Big/\sum_{\ell=0}^{M-1} P_\ell$
$E_2\left[d(t_o\|Xn)x_o^{Sn}\right]$	$r<M+1:0$ $r\geq M+1:\left\{\sum_{i=M+1}^{r} P_i d(t_o\|i)\right\}x_o^{k-u}\Big/\sum_{\ell=M+1}^{r} P_\ell$	$\left\{D(t_o)-\sum_{i=0}^{M} P_i d(t_o\|i)\right\}x_o^{k-u}\Big/\left\{1-\sum_{i=0}^{M} P_i\right\}$

$$P_u=\frac{E_2\left[d(t_o \mid X_n)\cdot\exp\left(t_oS_n\right)\right]-D(t_o)}{E_2\left[d(t_o \mid X_n)\cdot\exp\left(t_oS_n\right)\right]-E_1\left[d(t_o \mid X_n)\cdot\exp\left(t_oS_n\right)\right]} \qquad (4.4-2)$$

ここで，t_oは$\lambda(t_o)=1$より，また，E_1，E_2はそれぞれ$Z_n=0$，$K-M+1$で酔歩粒子が壁に吸収されるという条件付期待値を示す。この期待値演算は以下の方針にそって行なう。

a)　E_1（空水になる条件付期待値）

E_1は，$S_n\leq u$（すなわち貯水量が空）になるという条件下の期待値である。粒子が下壁で吸収され

る可能性があるのは，$X_n \leq M-1$ の場合で，こうしたX_nとS_{n-1} の組合せを，流量分布$P_i=P_r$〔$X_n=i$〕を使って，累計すればよい。

b) E_2（満水になる条件付確率）

E_2は，$S_n \geq K-u$（貯水量が満水）になるという条件付期待値である。一般には，これには，上壁にちょうど達する場合と越す場合があるが，水不足が憂慮される渇水期には，後者の確率は前者に比べて無視しうると考えて，次式で近似する。

$$E_2\left[d(t_o|X_n)\cdot\exp(t_oS_n)\right] \fallingdotseq E_2\left[d(t_o|X_n)\right]\cdot\exp\left\{(K-u)t_o\right\}$$

この近似の精度は，KがY_i に比して大きい（すなわち単位期間の貯水量増分X_i-M がそのたどる総量$K-u$に比べて小さい）ほど良くなるはずである。これらを表**4.4－1**に示す。

c) t_oの算定

原理的には，$\lambda(t_o)=1$ を満す非零な解である。これを多項式の解の形で，表**4.4－1**に示す。たとえば，正の二項分布では，これよりXを求め，$x_o=X^r$から $t_o=\log x_o$ でt_oを得る。

つぎに，渇水時の流量分布を簡単に表現するモデルとして，3状態量の二項分布（すなわち，二項分布の流量上限rを2とした場合）で，目標放流量を単位（$M=1$）としたときには，P_u を解析的に求められる。これを相関（$\rho\neq 0$）と独立（$\rho=0$）の場合に分けて，表**4.4－2**に示す。

d) 貯水量の定常確率と渇水確率・溢水確率

以上で得られた初期貯水量uから空水に至る確率P_uを使えば，貯水量の定常分布$V_i=P_r$〔$Z=i$〕が，双対関係から，以下のように表記できる。

$$\left.\begin{aligned} &V_i=P_{K-M-i}-P_{K-M-i+1}\ ,\ (i=1,2\cdots,\ K-M-1)\\ &V_o=P_{K-M},\quad V_{K-M}=1-P_1 \end{aligned}\right\} \qquad (4.4-3)$$

このうち渇水問題で重要なのはV_oで，これは目標放流量が充足できない確率にほぼ相当し，渇水確率と呼んでいる。他方，洪水調節で重要なのはV_{K-M}で，これは満水によって調節が不能となる確率を意味し，溢水確率と呼んでいる。

5 空水に至る期間長の確率特性

上記の信頼性評価の量的側面に対して，時間的側面について，ごく簡単に触れておく。

独立流量に対する標記の問題については，著者が貯水量の推移確率行列の計算を基礎として，行列演算によって平均，分散などを求める手法を提示したが，[17] 相関のある場合は，一般にかなり複雑である。

ところで，前述の3状態量の二項分布および単位放流量に対して，Phatarfodは，任意の貯水量uから出発して始めて空水に至る期間長（以後簡単に初空水期間と呼ぶ）の確率特性を，確率母関数$G_u(s)$の形で提示している。[11] したがって，これから初空水期間nの平均，分散などが求まる。ここでは平均の誘導結果のみを示す。[18]

5－1 初空水期間の平均値の厳密解

初空水期間nの確率母関数$G_u(s)$より，平均$E[n]$は，$\left[dG_u(s)/ds\right]_{s=1}$ で計算できる。その結果は以下のようである。ただし，P_u，x_oは表**4.4－2**のものである。

表 4.4 − 2　貯水量の定常分布に関する特性（ $r=2$ の二項分布流入量，$M=1$ ）

ケース／項目	相関流入量 (ρ≠0) の場合	独立流入量 (ρ=0) の場合
最大固有値の解 t_0 $(\lambda(t_0)=1)$	$\log[\{1-a(1-\rho)\}/\{\rho+a(1-\rho)\}]^2$　$(a\neq 1/2)$ 0　$(\lambda(t_0)=1$ の2重根$)$　$(a=1/2)$	$\log\{(1-a)/a\}^2$　$(a\neq 1/2)$ 0　$(\lambda(t_0)=1$ の2重根$)$　$(a=1/2)$
空水に至る確率 P_u $u=0,1,\cdots,K-1$	$\dfrac{\{(1-a)/a\}^2 x_0^{K-1}-[(1-a)(1+\rho)/\{1-a(1-\rho)\}]^2 x_0^u}{\{(1-a)/a\}^2 x_0^{K-1}-1}$　$(a\neq 1/2)$ ただし　$x_0=[\{1-a(1-\rho)\}/\{\rho+a(1-\rho)\}]^2$ $\dfrac{K-u+\rho/(1-\rho)}{K+2\rho/(1-\rho)}$　$(a=1/2)$	$\dfrac{\{(1-a)/a\}^{2K}-\{(1-a)/a\}^{2u}}{\{(1-a)/a\}^{2K}-1}$　$(a\neq 1/2)$ $\dfrac{K-u}{K}$　$(a=1/2)$
貯水量の定常分布 $V_i=$ $\Pr[Z=i]$	$a\neq 1/2$ $V_0=\gamma\dfrac{(1-a)^2(1-2a)(1+2a\rho)}{a^2\{1-a(1-\rho)\}^2}x_0^{K-1}$ $V_i=\gamma\left\{\dfrac{(1-a)(1+\rho)}{1-a(1-\rho)}\right\}^2(x_0-1)x_0^{K-1-i}$　$(i=1,2,\cdots,K-2)$ $V_{K-1}=\gamma\left[\left\{\dfrac{(1-a)(1+\rho)}{1-a(1-\rho)}\right\}^2 x_0-1\right]$ ただし　$\gamma=[\{(1-a)/a\}^2 x_0^{K-1}-1]^{-1}$ $a=1/2$ $V_0=V_{K-1}=\{K+(2-K)\rho\}^{-1}$ $V_i=(1-\rho)/\{K+(2-K)\rho\}$　$(i=1,2,\cdots,K-2)$	$a\neq 1/2$ $V_0=\delta x_0^{K-1}$ $V_i=\delta x_0^{K-1-i}$　$(i=1,2,\cdots,K-2)$ $V_{K-1}=(x_0-1)/x_0^{K-i}\equiv\delta$ ただし　$x_0=\{(1-a)/a\}^2$ $a=1/2$ $V_0=V_1=V_2=\cdots=V_{K-1}=1/K$

$$
\begin{aligned}
E[n]=&P_u^{-1}(1-2a)^{-1}\Bigl[1-\{(1-a)/a\}^2 x_0^{K-1}\Bigr]^{-2}\Bigl[-\left\{\frac{(1-a)(1+\rho)}{\rho+a(1-\rho)}\right\}^2\\
&\times\left\{\frac{2\rho(\rho+a(1-\rho))}{1-\rho^2}+u\right\}x_0^{u-1}+\left(\frac{1-a}{a}\right)^2\left\{\frac{(1-a)(1+\rho)}{\rho+a(1-\rho)}\right\}^2\\
&\times\left\{\frac{2\rho(2-a(1-\rho)+\rho)}{1-\rho^2}+2K-u\right\}x_0^{K+u-2}+\left(\frac{1-a}{a}\right)^2\left\{\frac{2\rho}{a(1-\rho)}+2K-u\right\}x_0^{K-1}\\
&+\left(\frac{1-a}{a}\right)^4\left(\frac{2\rho a}{1-\rho}+u\right)x_0^{2K-2}\Bigr]
\end{aligned}
\qquad (5.1-1)
$$

5 − 2　初空水期間の近似解

前出の式（ 5.1 − 1 ）は，複雑であるので，これを簡単化して内容を解釈してみよう。水不足のときであるから，a が 1／2 に比して小，したがって $x_0 \gg 1$，$K \gg 1$ と考えると，$E[n]$ は，最終的に，以下のような簡略形に帰着できる。

$$E[n]\fallingdotseq(u+\Delta u)/\{P_u\cdot(1-2a)\}\equiv E_a[n],\ \Delta u=2\rho a(1-\rho) \qquad (5.2-1)$$

さて，この解釈はつぎのようである。まず，流量平均 2a（ $=E[X]$ ）が目標放流量 1（ $=M$ ）より小さいと，貯水量系列は次第に減少し，やがて空になるのが通例である。そこで，$M-E[X]$ は単位時間当りの貯水量の平均的減少量である。他方，最終的に空水に至る割合は，初期貯水量 u に対して P_u であ

る。この確率をも考えた貯水量の平均的な減少速度は $(M-E[X])P_u$ である。そこで，初期貯水量 u をこの平均減水速度で割れば，初空水期間の平均値の近似値は，$E_1[n]=u/\{P_u(M-E[X])\}$ で，ほぼ求められる。しかし，この式が不十分であることは，この場合でもやはり満水に至る場合も存在するから，これに対する補正を初期貯水量 u に対する補正量 Δu の形で行ない精度を高めたものが，上式であるといえよう。ただし，補正項の形より，相関がなければこの項は不必要である。

結局，上述のようにして，たとえば空水に至る確率 P_u などを介して貯水池の信頼性評価の量的側面が時間的側面と関連づけて論ぜられることになる。

6　適用計算例

以下，適用計算例を示す。

まず，**図6－1**は永瀬ダム（高知県物部川）の冬期の貯水量の定常分布で，自己相関を無視した場合と考慮した場合の相違を示す。ただし，Aは基底流量，Bは離散化単位で，流量分布には $r=6$ の二項分布を採用している。このように相関を考えると，5％程度の渇水の危険がある。

さらに，一般的な特性をみるために，以後では $r=2$ の二項分布，$M=1$ の場合を扱う。**図6－2**は，形状母数 a と相関係数 ρ を種々に変えたときの貯水量定常分布を，$K=10$ について，示す。これにより，つぎのような傾向が認められる。

イ) 平均流量 2 a であるから当然であるが，a が減少すれば渇水傾向，a が増せば満水傾向を帯びる。ロ) $\rho=0$（独立）ならば，分布は，貯水量状態とともに等比級数的に変化する。ハ) $\rho\neq0$（従属）なら，分布は空水・満水状態以外では等比級数的であるが，両極端の状態の確率は不連続的に大きくなる。ニ) ρ が 1 に近づくにつれて，中間状態の確率は減じ，一様化するとともに，空水・満水状態の確率は急激に増大する。ホ) $a=1/2$（すなわち平均流量と目標放流量が合致した平衡状態）では，貯水量分布は，貯水量状態に関して対称となる。

ところで，利水用貯水池の機能で問題になる空水確率 V_0 と貯水池容量 K の関係を，ρ を 0.2，0.8，および a＝0.1，0.2，‥‥ 0.5 について，**図6－3**に示す。全般的に，K がある程度大きくなれば，それ以後 V_0 の値はほとんど変化しなくなる。これは，その流況に対して，貯水池容量の妥当な規模の存在することを示唆している。

最後に，時間的問題である空水期間の平均値の厳密解と近似解を**図6－4**に示す。流量平均が目標放流量に比して小さく，または貯水池容量が大きければ近似解の精度はよい。また，相関係数の減少とともに近似度は上がる。

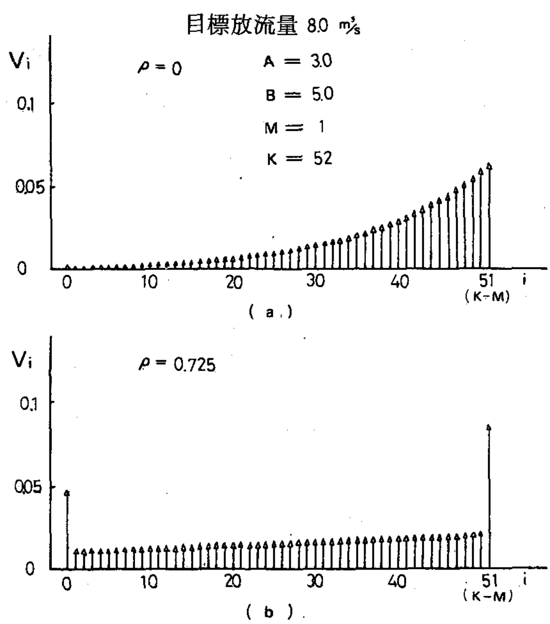


図6－1　永瀬ダムの冬期の貯水量の定常分布

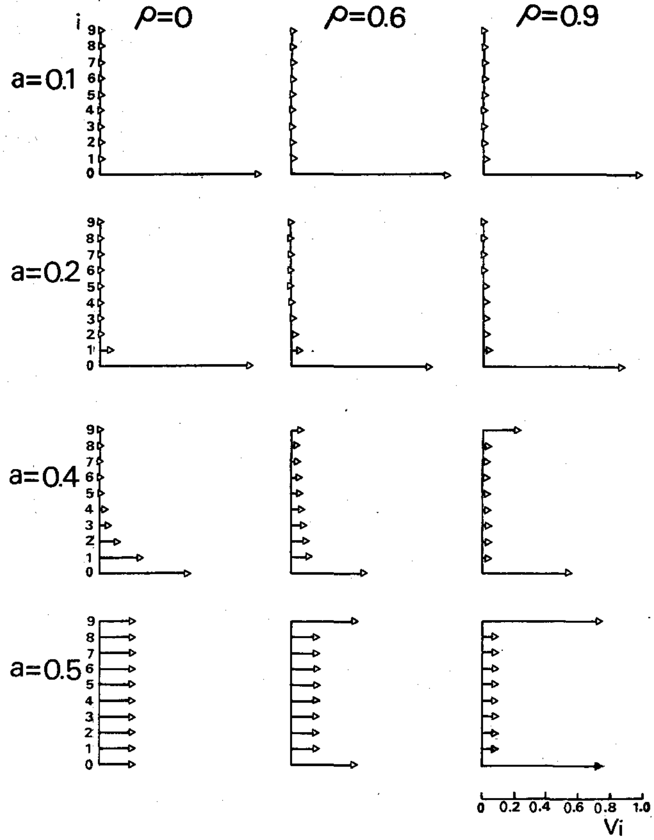


図 6 − 2　各種 a，ρ に対する貯水量定常分布
（$K=10$，$r=2$，$M=1$）

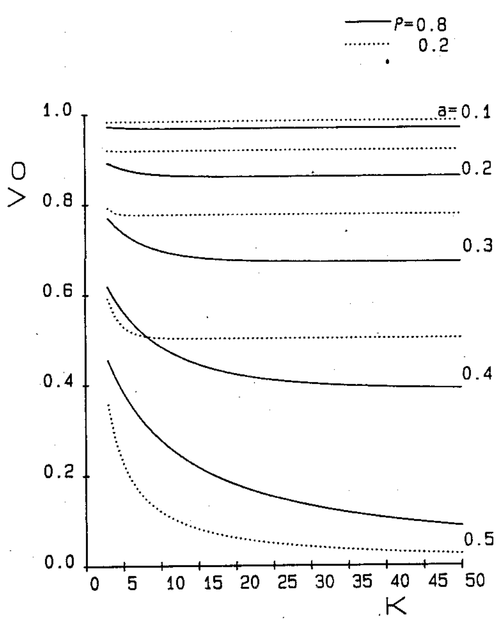


図 6 − 3　空水確率 V_0 と貯水池容量 K の関係
（$r=2$，$M=1$）

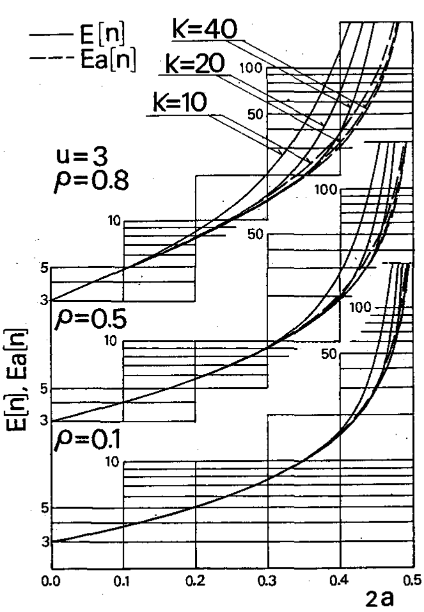


図 6 − 4　初空水期間の平均の厳密解 $E〔n〕$ と近似解 $Ea〔n〕$
（$r=2$，$M=1$）

7 むすび

以上，貯水池の水量制御の信頼性評価に関連して，なるべく平易に現状分析や手法解説などを試みたが，さらに，季節性などを考慮した開発水の流量分布の推測，ある種の先験現象の観測資料を用いた比較的短期の予測などといった問題とともに単独貯水池より複数貯水池システムに対する最適操作方式へ，これらの手法が発展されるべきものである。

最後に，資料整理，計算に前名古屋工業大学学生，浅野和広君，大庭鎮顕君の助力を受けたことを記し謝意を表しておく。

参考文献

1) 国土庁編：昭和57年版国土利用白書，pp. 49 − 53， 1983

2) 国土庁水資源局編：水行政の展望 '83，1983.

3) 国土庁水資源局：日本の水資源 ── その開発，保全と利用の現状 ──， 1983

4) 建設省河川局：昭和65年にむけての水資源開発計画と水利用， 1977

5) 広瀬利雄：水資源開発の現状と見通し，土木学会誌，Vol. 66，5，pp. 22 − 26，1981

6) 山根隆行：利水用貯水池のシステム操作，名古屋工業大学卒業論文， pp. 126 − 129， 1975

7) 建設省河川局監修：全国河川総合開発促進期成同盟会編：日本の多目的ダム（付表編），pp. 2 − 35， 1980

8) P. A. P. Moran：A probability theory of dams and storage systems, Aust. Jour. Appl. Sci., Vol. 5, pp. 116 − 124, 1954

9) E. H. Lloyd：Reservoirs with serially correlated inflows, Technometrics, Vol. 5, No. 1, pp. 85 − 93, 1963

10) M. S. Ali Khan & J. Gani：Infinite dams with inputs forming a Markov chain, Jour. Appl. Prob., Vol. 5, pp. 72 − 83, 1968.

11) R. M. Phatarfod & K. V. Mardia：Some results for dams with Markovian inpust, Jour. Appl. Prob., Vol. 10, pp. 166 − 180, 1973

12) 石原安雄・長尾正志：流出量時系列の季節的特性について，京大防災研年報，第12号B，pp. 261 − 272， 1969

13) 長尾正志：貯水池をもつ河川の渇水確率について，京大防災研年報，第11号B，pp. 115 − 129， 1968

14) 長尾正志：利水用貯水池の取水機能の信頼性評価に関するマルコフ連鎖理論の応用，第21回水理講演会論文集， pp. 133 − 141， 1977

15) 長尾正志・池田吉隆：流量相関を考慮した利水用貯水池の機能評価に関する確率過程論の応用，第23回水理講演会論文集， pp. 247 − 255， 1979

16) 長尾正志：利水用貯水池の機能評価へのマルコフ連鎖理論の応用，名古屋工業大学学報，pp. 369 − 377， 1979

17) 長尾正志・梶間津洋志：利水用貯水池における期間長特性の確率行列による推算，第24回水理講演会論文集， pp. 65 − 70， 1980

18) 長尾正志・羽鳥明満・浅野和広：利水用貯水池機能の評価のための単純化された相関流量の解析，第28回水理講演会論文集， pp. 1 − 6， 1984