

構造物に作用する波力

——円柱構造物を中心として——

小 田 一 紀

1. ま え が き

近年、円柱を主材とする沿岸・海洋構造物の建設が盛んである。それも波浪観測塔や沖合ドルフィンに見られるような小断面の単円柱構造物やこれらを部材とするジャケット構造物から北海の海底石油地帯に見られるかなり大きな円形断面を有する重力式コンクリート構造物に至るまで、2次元形状から3次元形状までその種類は多岐にわたっている。それとともにこれらの構造物に働く波力の予測法に関する研究が極めて活発に行われてきたし、今後さらに信頼性の高いものへと発展して行くことは疑う余地のないところである。その内容も波動理論や波浪予測法の発展に伴って線型的取扱いから非線型的扱いへ、確定論的なものから不規則波を対象とした確率論的なものへ、また静的解析から構造物の弾性変形を考慮した動的解析へとその質を高めている。

このような多様な発展過程を経ているにも拘らず円柱に働く波力の流体力係数に関する研究は、いわゆる Morison 式を提案した 1950 年における Morison らの研究¹⁾以来現在に至るまで実に 30 年以上に亘って数多くの研究者によって取り組まれてきた。わが国でも 1964 年の合田による先駆的な研究²⁾以来海岸工学講演会においてほとんど毎年数編の論文が発表されている。真にこの問題は古くて新しいテーマといわざるを得ない。

本稿においてはこのような円柱構造物の基本的部材である直立円柱に作用する波力問題を中心としてこれまでなされてきた研究を展望し、その成果を実務的な立場からまとめてみるとともに今後に残された研究課題について考えてみたい。

2. 柱体の大きさによる波力特性の分類

柱体に働く波力はその発生機構によって抗力 (drag force)、慣性力 (inertia force) および回折力 (diffraction force) に大別できる。前二者は柱体断面形の大きさが入射波長に比べて相対的に小さく、周囲の流体場が空間的にはほぼ様な運動をしているとみなせる場合に支配的である。このうち抗力は定常流場におけると同様に柱体表面からの剝離渦がもたらす非対称圧力分布に基づき、慣性力^{※1}は加速度運動をする流体場が本質的に有する圧力勾配に基づく力 (horizontal buoyancy force) と柱体の存在が加速度流体場にその周辺近傍で局所的変化を与えることによって生じる付加質量力^{※2} (added mass force) の和で構成される。以上の抗力と慣性力の和で表される柱体の波力式がいわゆる Morison 式と呼ばれるものである。

一方、回折力は柱体の寸法が入射波長に比べて相対的に大きくなり、柱体の存在による流体運動の変化が波の空間的変形（回折・散乱波の発生）にまで及び、その結果柱体周壁面の各点における圧力変動にその大きさだけでなく時間的位相差を生じることに基づく。

このような分類は柱状構造物に働く波力特性を概略的に把握するだけでなく、どのような波力算定式を適用すればよいかを簡単に見極めたいときに非常に有用であるので、直立円柱を対象としてこれに働く波力を円柱と波との相対的大きさによって発生機構別に分類しておく。ただし、簡単のために波は微小振幅深海波とする。

MacCamy・Fuchs の回折波理論³⁾によれば、円柱の単位長さ当りに働く波力の最大値は

$$f = \frac{2\rho g H}{k} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} A(ka) \quad (2-1)$$

ここに、 ρ ：流体密度、 g ：重力加速度、 H ：波高、 $k = 2\pi/L$ ：波数、 L ：波長、 h ：水深、 a ：円柱半径、 $A(ka) = 1 / [\{J_1'(ka)\}^2 + \{Y_1'(ka)\}^2]^{1/2}$ 、 J_1' 、 Y_1' ：1次の第1種および第2種のベッセル関数 $J_1(kr)$ 、 $Y_1(kr)$ の r に関する導関数である。

(2-1) 式を Morison 式の慣性力項と同じ形で表すと

$$f = \frac{1}{4} C_M \rho \pi D^2 \sigma u_m(z) \quad (2-2)$$

ここに、 C_M は (2-3) 式で表される慣性力係数である。

$$C_M = \frac{4A(ka)}{\pi(ka)^2} \quad (2-3)$$

また、 $u_m(z)$ は円柱中心軸上における静水面下 z での水粒子最大水平速度であり、微小振幅波理論では

$$u_m(z) = \frac{1}{2} H \sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \quad (2-4)$$

(2-4) 式を (2-2) 式に代入し、 $z=0$ から $z=-h$ まで積分すると全波力 F が次式から求められる。

$$F = \frac{1}{8} C_M \rho g \pi D^2 H \tanh kh \quad (2-5)$$

(2-3) 式よりはば $ka < 0.5$ ($D/L < 0.16$) になると 5% 以内の誤差で $C_M \div 2.0$ となり、ポテン

※1) 造船工学ではこの力を Froude-Kriloff 力と呼び、空気力学の分野では horizontal buoyancy force と呼ぶことが多い。

※2) 仮想質量力 (virtual mass force) と呼ぶ場合もあるが、本来この用語は流体中における物体の運動を論ずるときに使われるもので、物体質量に付加質量を加えたものを仮想質量と呼ぶ場合が多い。したがって筆者はこれと混同しないようにこの力を付加質量力と呼ぶことにする。

シャル流理論から得られる。Morison 式中の慣性力係数の値 $C_M = 2.0$ に近づくことがわかる。

一方、Morison 式により静水面下 z における単位長さ当りの抗力および慣性力の最大値 f_D および f_I はそれぞれ次式で表される。

$$f_D = \frac{1}{2} C_D \rho D u_m^2(z) \quad (2-6)$$

$$f_I = \frac{1}{4} C_M \rho \pi D^2 \sigma u_m(z) \quad (2-7)$$

ここで、 C_D 、 C_M はそれぞれ抗力係数および慣性力係数、 $u_m(z)$ は (2-4) 式で表される水粒子最大水平速度である。

(2-6) 式と (2-7) 式の比をとると

$$\frac{f_D}{f_I} = \frac{C_D}{\pi^2 C_M} \left(\frac{u_m T}{D} \right) \quad (2-8)$$

上式に (2-4) 式を代入し、 $z = -h$ から $z = 0$ まで積分するとそれぞれの合力 F_D および F_I の比が次のように求められる。

$$\frac{F_D}{F_I} = \left(\frac{C_M}{2\pi C_M} \right) \left(\frac{H}{D} \right) \frac{2kh + \sinh 2kh}{2\sinh^2 kh} \quad (2-9)$$

ここで、流体力係数の値として標準的に $C_D = 1.0$ 、 $C_M = 2.0$ をとり、(2-9) 式を深海波に適用すると

$$\frac{F_D}{F_I} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{H}{D} \right) \quad (2-10)$$

以上、(2-3) 式から回折波理論式と Morison 式の適用領域の境界条件が実用的な観点から $C_M \div 2.0$ とみなしうる D/L の値として求められる。(2-3) 式によれば C_M の値は D/L の増大につれて僅かに増加し、 $D/L \div 0.1$ で $C_M \div 2.06$ の最大値に達した後減少して行き、 $D/L \div 0.16$ で $C_M \div 2.0$ 、 $D/L \div 0.20$ で $C_M \div 1.9$ になる。したがって $C_M = 2.0$ に対して 5 % 程度の誤差を許すならば $D/L = 0.2$ が回折波力式と Morison 波力式の適用の一応の境界条件とみなしうる。

また、 $D/L < 0.2$ の Morison 式適用領域においては (2-10) 式から慣性力に対する抗力の大きさの比率が求められ、それぞれの卓越領域が H/D の大きさによって判別できる。以上のようにして D/L と H/D の値から各波力の卓越領域を Chakrabarti⁴⁾ が表したものを筆者が若干の修正をして示したものが図 2-1 である。図中の砕波限界線は山田・塩谷⁵⁾ による深海進行波の最高波の波形勾配 (H/L_A)_{crit.} $\div 0.17$ (L_A : 微小振幅波長) の関係を表している。

以上は深海波を対象としたものであるが、浅海域でも回折波力式と Morison 波力式の適用境界条件は深海域と同様に $D/L \div 0.2$ であるが、Morison 波力式の適用領域における抗力と慣性力の卓越領域の判別は (2-9) 式によって行われる。(2-9) 式から明らかなように F_D/F_I は浅海条件では D/H

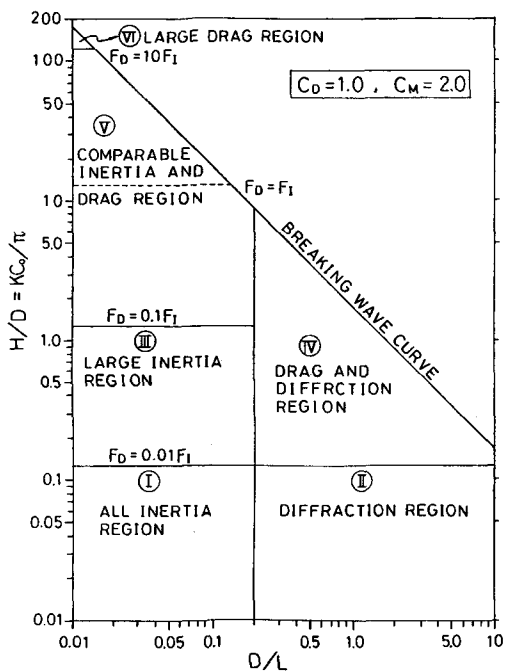


図 2-1 発生機構別波力の卓越領域
(深海波, 全波力)

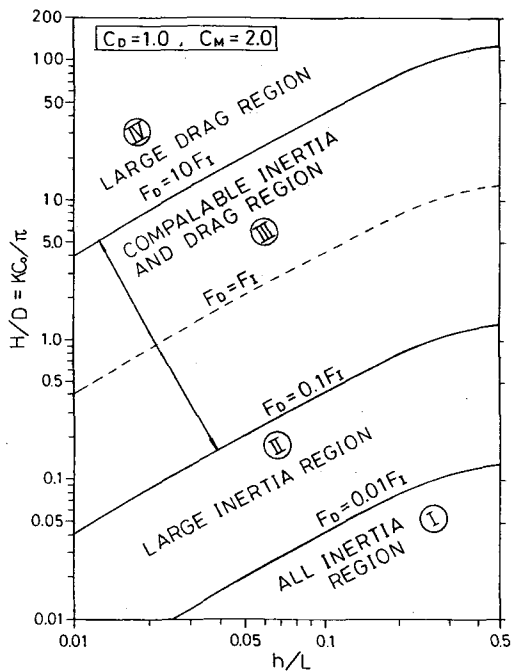


図 2-2 発生機構別波力の卓越領域
(浅海波, 全波力, $D/L < 0.2$)

だけでなく相対水深 h/L にも依存する。

図 2-2 は $C_D = 1.0$, $C_M = 2.0$ として (2-9) 式に基づいて抗力と慣性力の卓越領域を示したものである。

Hogben⁶⁾ は深海波の波形勾配が $H/L = 1/15$ の場合についてより直接的な表現で図 2-3 のような波力区分図を作製している。同図は静水面 $z=0$ にある単位長さ当りの直立円柱部材に働く波力の領域区分を表している。ただし、このとき用いた流体力係数の値は $C_M = 2.0$ であるが、 C_D については図中の postcritical 領域では $C_D = 0.6$, supercritical 領域では $C_D = 1.2$ としている。また、図中の R_n は Reynolds 数を表し、10% drag は $F_D = 0.10F_I$ を意味する。 λ は波長である。

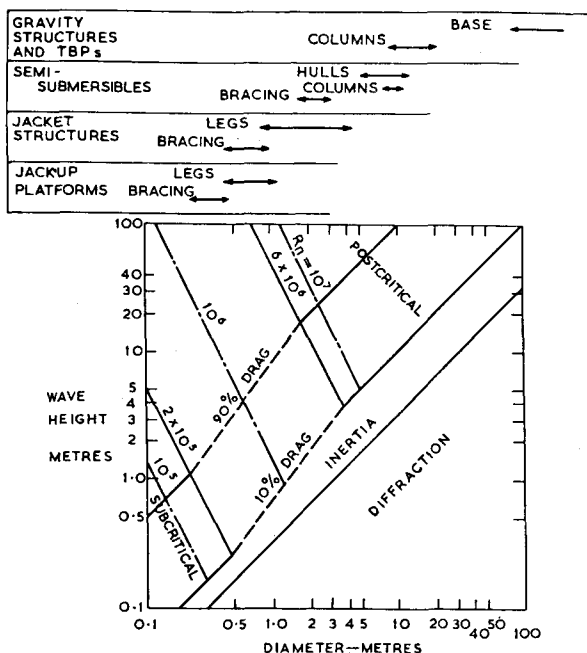


図 2-3 Hogben による波力区分図 (Hogben⁶⁾)
(深海波, 静水面単位長さ当り波力)

3. 円柱に働く波力

3.1 直方向力算定式

前述のように波浪中に静止した直立円柱の長さ dz 当りに働く直方向波力（波の進行方向に働く波力, in-line force or longitudinal force）は波長に比べてその直径が小さく, $D/L < 0.2$ の場合には次式で算定できる。

$$dF = \frac{1}{2} \rho C_D u |u| D dz + \rho C_M \frac{\pi}{4} D^2 \frac{du}{dt} dz \quad (3-1)$$

ここに, dF : 長さ dz 当りに働く波力, ρ : 流体密度, $u, du/dt$: それぞれ円柱中心軸上における水粒子の水平速度および水平加速度, C_D : 抗力係数, C_M : 慣性力係数, D : 円柱直径。

(3-1) 式は広く Morison 式¹⁾ として知られており, 厳密な理論的根拠を有してはいないが, この式によって実際に近い波力の時間変動を表しうる事が多くの研究者^{2), 7)} によって認められており, 現時点ではこれに勝る算定式はないといえる。重要なことは, (1) 波形（波の峯高）, 水粒子の速度および加速度を正確に算定すること, および (2) 適切な抗力係数と慣性力係数を選ぶこと, である。

以上の Morison 式は直立円柱だけでなく, 任意の方向に傾斜した円柱に対してもその軸に垂直な水粒子速度成分および加速度成分を用いることによって直立円柱の場合と同様に有効であり, また他の断面形の 2 次元柱体にも適用できる。

さらに, 2 次元柱体だけでなく, その代表寸法が波長に比して小さければ 3 次元形物体に働く波力算定式としても用いることができる。その場合の算定式は次式のように表される。

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D u |u| A + \rho C_M V \frac{du}{dt} \quad (3-2)$$

ここに, A : 波の進行方向に垂直な面への物体の投影面積, V : 物体の体積。

3.2 揚力算定式

波浪中に静止した直立円柱には前述の直方向力と同時に円柱表面から離脱する剝離渦の非対称性により波の進行方向と直角に, すなわち直方向力に直角に変動する揚力 (lift force or transverse force) が働く。この揚力は定常流における場合とは違って, 半周期の間に離脱した渦が次の半周期の間に円柱周囲に戻り, 新たに発生する渦と複雑に干渉しあうので規則波中であってもかなりの不規則性を有する。このような理由以外に, 当初は直方向力ほどにその重要性が認識されていなかったため研究も不十分で, 今だに十分に信頼できる揚力算定式は提案されていないが, 現在までのところ一般に不規則変動揚力の卓越周波数成分（例えば波の基本周波数成分）の振幅に対して次の形で表されることが多い。

$$dF_L = \frac{1}{2} \rho C_L D u_m^2 dz \quad (3-3)$$

ここに、 dF_L ：長さ dz 当りに働く揚力の卓越周波数成分の振幅、 u_m ：円柱中心軸上の水粒子の最大水平速度、 C_L ：揚力係数。

3.3 抗力係数と慣性力係数

3.3.1 一様調和振動流場における値

Morison 式中の抗力係数 C_D と慣性力係数 C_M については既に多くの水槽実験の結果が報告されているが、これらの実験値は、特に波動場においては大きなばらつきが見られ、また表 3-1 に示すようにそれぞれの実験における流体の運動形態の違いや流体力係数算定方法の微妙な相違によってそれぞれの実験結果に一致が見られず、実務設計者を少なからず困惑させている。

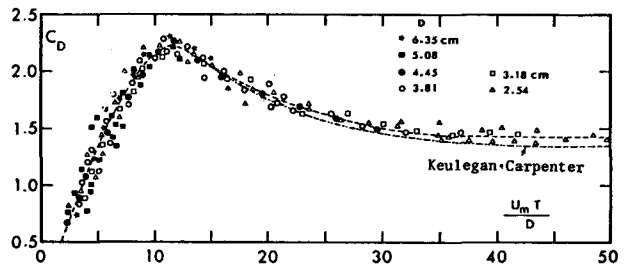
前述したように剝離渦の往復運動が波動場における円柱周囲の流体運動を複雑にし、これが現象の解明を困難にしているの、流体力係数の研究は Keulegan・Carpenter¹²⁾ 以後一様水平（あるいは鉛直）調和振動流（以後簡単に一様振動流と呼ぶ）を用いたものが積極的に行われるようになった。

Sarpkaya^{13)~15)} は 1975 年から 1977 年の間に大きな U 字管水槽を用いて一連の系統的で広範囲の実験を実施し、円柱の流体力係数と Re 数、 KC 数および相対表面粗度との関係をかなり詳細に解明した。

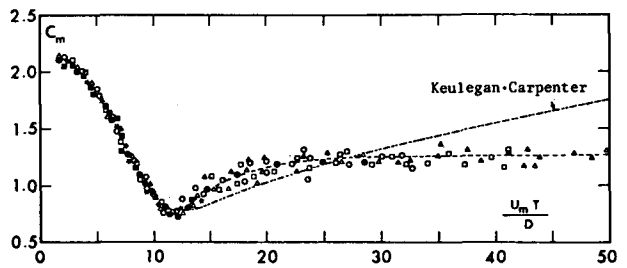
最近はこのような一様振動流場から得られた流体力係数の値がはたして軌道運動をする波動場に適用できるか、あるいは波動場から得られるそれとどのような相違があるかという観点からの研究が Chakrabarti^{16),17)} やわが国では中村¹⁸⁾、小寺山・田代¹⁹⁾ などによって行われている。

ここでは以上の研究動向に従って円柱の流体力係数の成果をまとめてみる。

図 3-1(a) および (b) は 1975 年に Sarpkaya¹³⁾ が U 字管の鉛直振動流を用いて得た表面の滑らかな水平円柱に対する実験結果であり、それぞれ C_D 、 C_M と KC 数の^{※3} 関係を表している。このとき、 C_D 、 C_M は Keulegan・Carpenter



(a) $C_D \sim U_m T / D$



(b) $C_M \sim U_m T / D$

図 3-1 2次元振動流場における滑らかな円柱の流体力係数、 $2,500 < Re < 25,000$ (Sarpkaya¹³⁾)

※3) Sarpkaya は $KC = U_m T / D$ を period parameter と呼んでいる。

表 3-1 円柱の流体力係数算定法の比較

円柱姿勢	流体の運動形態	流体力係数の算定法			パラメーターの範囲	研究者年
		抗力係数算定式	慣性力係数算定式	粒子運動算定法		
水平	重複波節 (近似的に水平振動流)	$C_D = -\frac{3}{4} \int_{-h}^{2\pi} \frac{F \cos \theta}{\rho U_m^2 L D} d\theta$	$C_M = \frac{2U_m T}{\pi^2 D} \int_0^{2\pi} \frac{F \sin \theta}{\rho U_m^2 L D} d\theta$	Micheの重複波第2近似解 $U = \frac{g a k \cosh k(z+h)}{\sigma \cosh k h} \cos \sigma t$	$4.2 \times 10^3 < Re < 2.3 \times 10^4$ $2.7 < KC < 120$	Keulegan・Carpenter ¹²⁾ 1958
"	U字管一様鉛直振動流	"	"	$U = -U_m \cos \sigma t$	$2.5 \times 10^3 < Re < 2.5 \times 10^4$ $2.0 < KC < 50$	Sarpkaya ¹³⁾ 1975
"	U字管一様水平振動流	"	"	"	$1.0 \times 10^4 < Re < 7 \times 10^5$ $3 < KC < 200$	Sarpkaya ¹⁴⁾ 1976
"	"	"	"	"	$1.0 \times 10^4 < Re < 1.5 \times 10^6$ $20 < KC < 100$ $1/800 \leq k/D \leq 1/50$	Sarpkaya ¹⁵⁾ 1977
鉛直	進行波動流	$C_D = \frac{M_D}{\frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta_0} \eta_c \cdot \dot{\eta}_c^2 dz}$	$C_M = \frac{M_M}{\rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c dz}$	実測水粒子速度 微小振幅波加速度	$1.6 \times 10^4 < Re < 2.0 \times 10^5$ $2.1 < KC_0 < 122$ $Re = u_0 D/\nu, KC_0 = u_0 T/D$	合 田 ²⁾ 1964
"	"	$C_D = \frac{F_{\eta_0}}{\frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c^2 dz}$	$C_M = \frac{F_{\eta_0} - \frac{1}{2} C_D D \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c dz}{\rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c dz}$	Stokes第4近似解 クノイ卜波第2近似解 (第2定義)	$1.0 \times 10^4 < Re < 3.5 \times 10^5$ $7 < KC < 40$ $Re = \sqrt{u_c^2} D/\nu, KC = \sqrt{u_c^2} T/D$	山口 (学位論文) ^{2A)} 1974
"	"	$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c^2 dz}$	$C_M = \frac{F_T}{\rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^{\eta_0} \dot{\eta}_c dz}$	微小振幅波理論	$2 \times 10^3 < Re < 2 \times 10^4$ $1 < KC < 19$ $Re = \sqrt{u_c^2} D/\nu, KC = \sqrt{u_c^2} T/D$	中村 (学位論文) ¹⁶⁾ 1977
"	"	局部波力に最小自乗法適用	局部波力に最小自乗法適用	微小振幅波理論	$0.4 \times 10^3 < Re < 2.8 \times 10^4$ $0.5 < KC < 16$ $Re = u_m D/\nu, Re = u_m T/D$	Chakrabarti, et al ¹⁶⁾ 1976
"	"	"	"	流れ関数法第5次近似	$2 \times 10^4 < Re < 3 \times 10^4$ $0 < KC < 80$	Chakrabarti ¹⁷⁾ 1980
"	フーリエー解析	"	"	微小振幅波理論	$0.5 \times 10^3 < Re < 6.2 \times 10^3$ $2 < KC < 28$	小寺山・田代 ¹⁸⁾ 1979

u_0 : 波峰直下の静水面位置における最大水平水粒子速度, $\sqrt{u_c^2}$: 波峰直下の最大水平水粒子速度の自乗平均, u_m : 計測点における最大水平水粒子速度

の方法¹²⁾に倣って、流速を $U = -U_m \cos \theta$ ($\theta = 2\pi t/T$, T : 振動流の周期) で表すとき次式で与えられるフーリエ平均で算定している。

$$C_D = -\frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \frac{F \cos \theta}{\rho U_m^2 L D} d\theta \quad (3-1)$$

$$C_M = \frac{2U_m T}{\pi^3 D} \int_0^{2\pi} \frac{F \sin \theta}{\rho U_m^2 L D} d\theta \quad (3-2)$$

ここに、 F : 実験で測定される波力の時系列、 L : 円柱長さ、である。

Sarpkaya は Keulegan・Carpenter の重複波の節における近似的水平振動流を用いて行った実験結果と比較し、同図に見られるように $KC > 10$ における C_M の値を除き両者の実験結果が良く一致することを示し、まず彼の研究方法の妥当性を証明した。 $KC > 10$ における C_M の不一致については、この領域では慣性力が抗力に比べてかなり小さくなり、波力測定誤差が C_M の算定結果に及ぼす影響が相対的に大きくなること、また Keulegan らの実験値はこの範囲で数が少なく、しかもかなり大きくばらついていることなどの原因を挙げ、この領域における Keulegan らの C_M に関する実験結果に問題のあることを指摘している。なお、この実験における Reynolds 数の範囲は $2,500 < Re < 25,000$ であるが、 Re 数との関係については何も分析していない。

翌年の 1976 年に Sarpkaya¹⁴⁾ はこの研究を図 3-2 に示すような U 字型水槽を用いた大規模で系統的なものに発展させ、一様水平振動流に対する滑らかな円柱の抗力係数と慣性力係数の特性を Re 数と KC 数のかなり広い範囲にわたって調べ、その結果を図

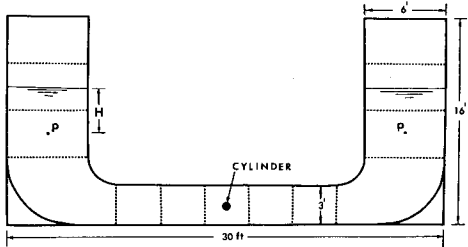
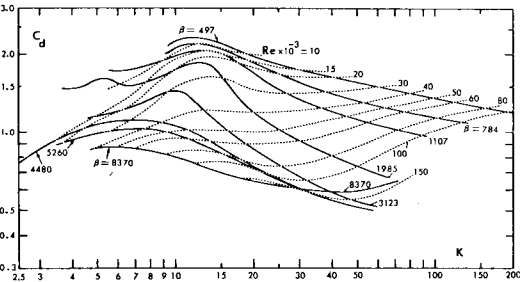
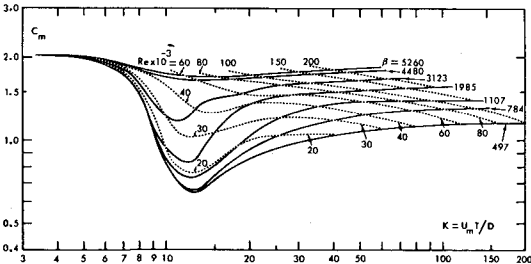


図 3-2 Sarpkaya が用いた U 字型水平振動流発生装置 (Sarpkaya¹⁴⁾)



(a) $C_D \sim KC$



(b) $C_M \sim KC$

図 3-3 一様水平振動流場における滑らかな円柱の流体力係数 (Sarpkaya¹⁴⁾)

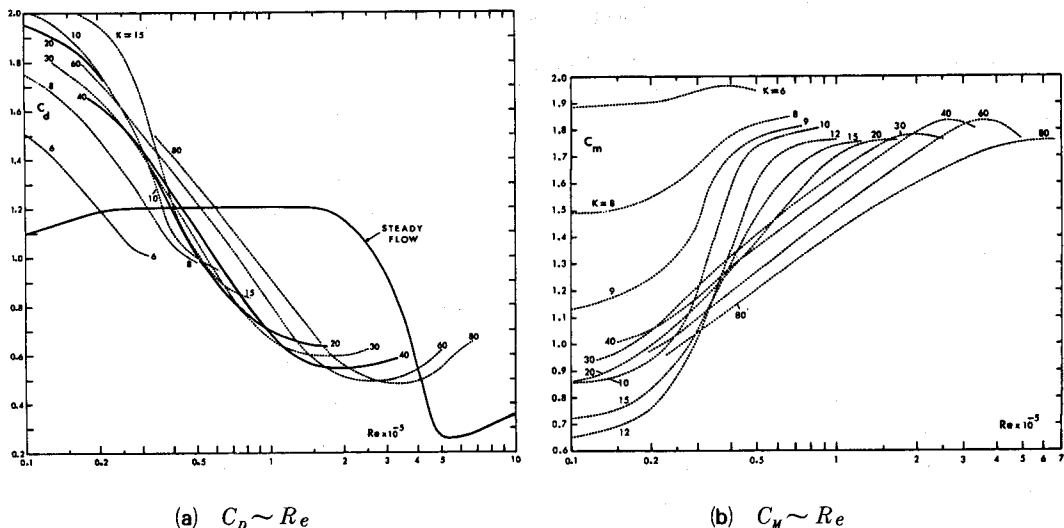


図 3-4 一様水平振動流場における滑らかな円柱の流体力係数 (Sarpkaya¹⁴⁾)

3-3(a), (b)および図3-4(a), (b)のように表した。

図3-3(a), (b)中の点線はそれぞれ $C_D \sim KC$ および $C_M \sim KC$ の関係を Re 数をパラメーターとして表したものであり、また同図中の実線は Sarpkaya によって新しく提案された frequency parameter, $\beta = Re/KC = D^2/\nu T$ をパラメーターとして表したものである。

一方、図3-4(a), (b)は KC 数をパラメーターにして $C_D \sim Re$, $C_M \sim Re$ の関係を表している。

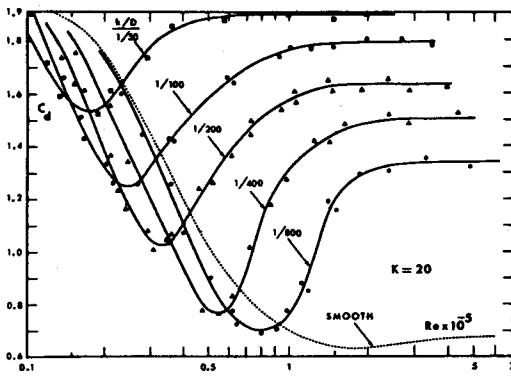
以上の図からはほぼ次のようなことが言える。

- (1) ほぼ $Re < 20,000$ では C_D , C_M はあまり Re 数の影響を受けなくなる。
- (2) $Re > 20,000$ になると C_D , C_M は Re 数と KC 数に強く依存する。
- (3) 一般に C_D は Re 数の増大と共に減少し、最小値に達した後、再び増大する。その最小値は KC 数が大きいほど小さいが、 $KC \geq 80$ になると KC 数によってあまり変わらず、 $C_D \div 0.5$ 程度に落着く。
- (4) 逆に C_M は Re 数と共に増大し、最大値に達した後再び緩やかに減少し、 KC 数にあまり関係なく $C_M \div 1.75$ に収束する。 C_M の最大値も KC 数の小さい場合を除き、 KC 数にあまり依存せず、 $C_M \div 1.75 \sim 1.85$ の範囲にとどまる。
- (5) C_M は KC 数の減少に伴ってポテンシャル流に対する2.0の値に漸近する。

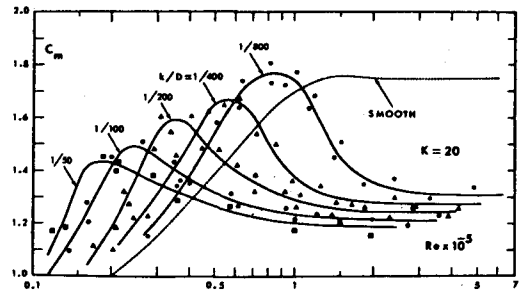
1977年、Sarpkaya¹⁵⁾らはさらに $20 \leq KC \leq 100$ の範囲で C_D , C_M に及ぼす円柱表面粗度の影響を調

※4) 図3-3では C_D を C_d , C_M を C_m , KC を K で表している。また、 $Re = U_m D / \nu$ (ν : 流体動粘性係数)で定義される。

べ、 $C_D \sim Re$ 、 $C_M \sim Re$ の関係を相対表面粗度、 k/D (k : 粗度高さ) をパラメーターとして図に表した。図3-5、図3-6はそれぞれ $KC=20$ および $KC=100$ の場合を示しているが、図3-4にも見られたようにこれらの図から KC 数一定の下では C_D は $Re \div 10^4 \sim 10^5$ の間で急激に減少して最小値に達した後再び Re 数の増加と共に増大し、やがて Re 数に無関係に一定値に収束することがわかる。そして、この傾向は k/D によって異なり、 k/D が大きいほど C_D の最小値は大きく、またその後の収束値も大きくなり、定常流における臨界レイノルズ数から超臨界レイノルズ数領域における現象と非常によく似た傾向を示すことがわかる。

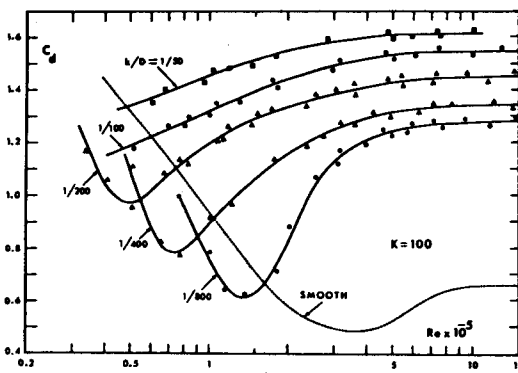


(a) $C_D \sim Re$

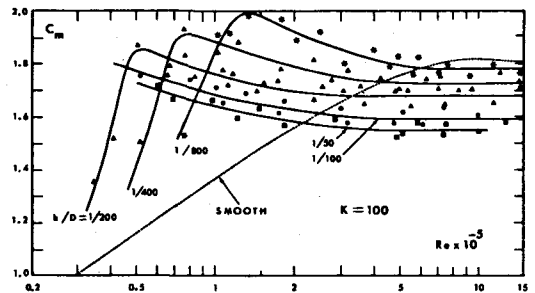


(b) $C_M \sim Re$

図3-5 一様水平振動流場における粗な円柱の流体力係数、 $KC=20$ の場合 (Sarpkaya, et al¹⁵⁾)



(a) $C_D \sim Re$



(b) $C_M \sim Re$

図3-6 一様水平振動流場における粗な円柱の流体力係数、 $KC=100$ の場合 (Sarpkaya, et al¹⁵⁾)

また、 C_M については Re 数および k/D との関係は C_D とは全く逆の傾向をもち、超臨界レイノルズ数領域における収束値は k/D 値が大きいほど小さくなることからわかる。

以上の実験結果は実務設計の観点から考えると非常に重要な情報を提供していると考えられる。すなわち、実際の海岸における円柱構造物の経験する Re 数は設計波程度の波に対しては $Re > 5 \times 10^5 \sim 10^6$ 程度の超臨界領域に属し、且つその表面は一般に1年も経たないうちに海洋生物の付着によって粗になるからである。

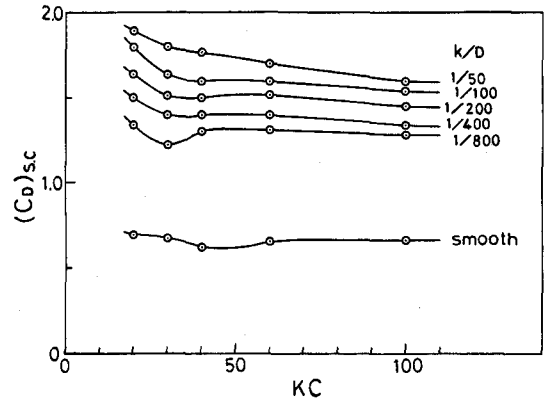
そこで Sarpkaya らの発表した図3-5、図3-6などの実験結果に基づいて超臨界領域における抗力係数および慣性力係数の収束値、 $(C_D)_{s,c}$ および $(C_M)_{s,c}$ を読みとり、それらと KC 数との関係を k/D をパラメータとして筆者がプロットしたものを示すと図3-7(a)および(b)である。

図3-7(a)によると $(C_D)_{s,c}$ はほぼ $KC < 30 \sim 40$ では KC 数に依存するようであるが、これより大きい KC 数の領域では KC 数にほとんど依存しなくなり、ほぼ相対表面粗度 k/D のみによって決まるようである。その値は k/D の増大と共に $k/D=0$ の場合の $(C_D)_{s,c} \div 0.6$ から $k/D=1/50$ のときの $(C_D)_{s,c} \div 1.6$ まで変化するが、それより k/D が大きくなってあまり増大しないようである。

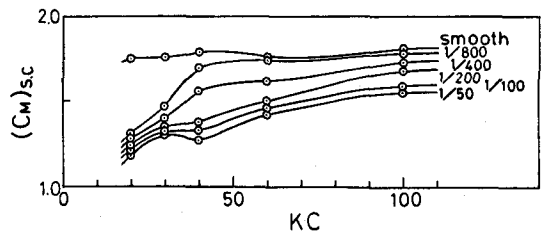
一方、 $(C_M)_{s,c}$ については $(C_D)_{s,c}$ の場合ほどに明瞭な傾向はつかめないが、 $KC > 50 \sim 60$ の領域ではその値は KC 数にあまり依存しなくなり、ほぼ k/D のみによって決まるようである。その値は $k/D=0$ のときの $(C_M)_{s,c} \div 1.8$ を最大値として $k/D=1/50$ の $(C_M)_{s,c} \div 1.5$ 程度の比較的狭い範囲におさまる、 $(C_D)_{s,c}$ の場合とはかなり異った傾向を示す。

何れにしても $0 < KC < 20$ の範囲における傾向も明らかではないので、さらに今後の研究によって超臨界領域における抗力係数と慣性力係数の特性を一層明らかにして行くことが実務設計上重要なことである。

なお、Garrison ら²⁰⁾は静水中で滑らかな円柱を水平に調和振動させて Sarpkaya が行ったことと相対的に同じような実験をして Sarpkaya の滑らかな円柱に対する結果とはほぼ同じ内容の結論を得ているので以下にそれらを列記しておく。



(a) $(C_D)_{s,c} \sim KC$



(b) $(C_M)_{s,c} \sim KC$

図3-7 振動流場における超臨界レイノルズ数領域における円柱の流体力係数 (Sarpkaya¹⁵⁾の実験結果に基づく)

- (1) 抗力係数，慣性力係数ともほぼ $Re < 2 \times 10^5$ では Re 数に強く依存する。
- (2) 両係数とも一般に相対振幅パラメーター， $2a/D$ (a ：円柱の水平振幅)^{※5} と Re 数と関係するが， $2a/D$ が大きいときは両係数とも $2a/D$ に依存しなくなり，また Re 数が大きいときは Re 数に依存しなくなる。
- (3) $2a/D$ ， Re 数ともに大きいときは C_D は近似的に 0.61 に， C_M は 1.70 に漸次する。
- (4) $2a/D$ が小さくなると C_M ， C_D はそれぞれポテンシャル流に対する値，2.0 および 0 に近づく。

3.3.2 進行波動場における値

さて，Sarpkaya らは一樣振動流場での円柱の流体力係数をかなり詳細に解明したが，はたしてこの結果が軌道運動をする進行波動場の円柱に適用できるかという問題がある。ここではこの問題について取り組んだ，あるいはこれに関連した研究を取り上げて問題の解答を探してみよう。

波動場における Morison 式中の流体力係数を水槽実験によって算定する場合に最も重要なことは水粒子の速度と加速度をどのようにして求めるかである。水粒子速度の測定は一般に困難であるので，多くの場合は適当な波動理論を Morison 式に適用しているが，Sarpkaya らの一樣振動流に対する実験結果と比較するにはできる限り適合性の良い波動理論を用いる必要がある。現在までのところ，この点において最も満足できる研究を行ったのは Chakrabarti であろう。

Chakrabarti¹⁷⁾ は 1980 年に図 3-8 に示すようになんかなり大きな装置を用いて静水面下 $0.15h$ および $0.45h$ (h ：水深) の位置に装着した長さ $0.1h$ の局分波力検出部に働く波力を測定して水面下の局所的流体力係数を求めた。^{※6}

このときの流体力係数は時間的変化はないとみなして検出部に働く測定波力 $f_M(t)$ と Morison 式で計算される理論波力 $f_T(t) = C_D f_D(t) + C_M f_M(t)$ の差が最小になるように求める，いわゆる最小自乗法を適用して次式から算定している。

$$C_D = \frac{\sum(f_M f_D) \sum(f_I^2) - \sum(f_M f_I) \sum(f_D f_I)}{\sum(f_I^2) \sum(f_D^2) - (\sum f_D f_I)^2} \quad (3-3)$$

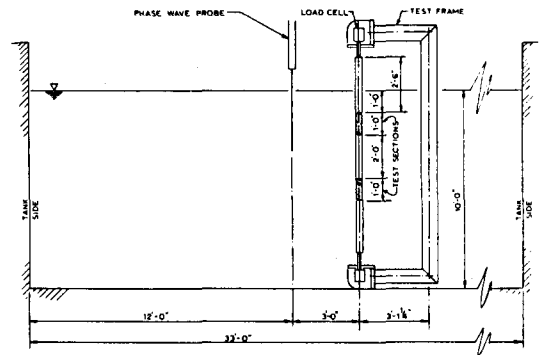


図 3-8 Chakrabarti が用いた実験装置 (Chakrabarti¹⁷⁾)

※5) $(2a/D) \times \pi$ は Sarpkaya が用いた $KC = U_m T/D$ と物理的に同じ意味をもつ。

※6) Chakrabarti は既に 1976 年¹⁶⁾ にこの装置を用いて $KC < 16$ の範囲における流体力係数を求めているが，水粒子速度・加速度に微小振幅波理論を適用したためばらつきの大きな結果を得ている。

$$C_M = \frac{\Sigma(f_M f_I) \Sigma(f_D^2) - \Sigma(f_M f_D) \Sigma(f_D f_I)}{\Sigma(f_I)^2 \Sigma(f_D^2) - (\Sigma f_D f_I)^2} \quad (3-4)$$

$$\text{ここに, } f_D(t) = \frac{1}{2} \rho D u(t) |u(t)| \quad (3-5)$$

$$f_I(t) = \rho \frac{\pi}{4} D^2 \dot{u}(t) \quad (3-6)$$

また、(3-5)式および(3-6)式中の水粒子速度と加速度は実測時間波形にDeanの流れ関数法²¹⁾(第5次近似)を適用して算定している。^{※7}

Sarpkaya は以上の方法で求めた抗力係数および慣性力係数とKC数との関係を図3-9(a), (b)のように表した。このときの Re 数の範囲は $2 \times 10^4 < Re < 3 \times 10^4$ とかなり狭く、 Re 数への依存性については分析していない。

図3-9にプロットされたデータは水深10ft(3.05m)における直径3in(76mm)および1.5in(38mm)の円柱のそれぞれ上下2個所の波力検出部、および水深5ft(1.53m)における直径1.5inの円柱の静水面0.4hの位置に設けられた波力検出部に働く局部波力に基づいている。

さて、Chakrabartiは図3-9に示した波動場における局部的波力から得られた流体力係数の平均曲線と水平振動流場におけるSarpkayaの実験結果(図3-3中の $Re = 2 \times 10^4$ および $Re = 3 \times 10^4$ に対する平均曲線)とを図3-10(a), (b)のように比較し、次のような結論を得ている。

- (1) C_D に関しては $KC < 40$ では波動場における値と振動流場におけるそれとはほぼ一致している。
- (2) C_M については $KC < 15$ では波動場における方が少し大きな値を示すが、 $15 < KC < 40$ では両者はよく一致している。
- (3) C_D, C_M とも $KC > 40$ では両者に差があるが、データ数が少ないのでさらに今後の補充実験に

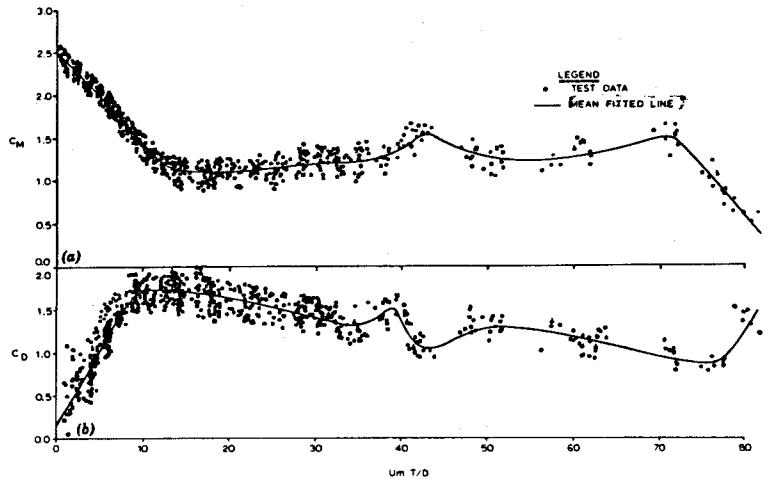


図3-9 波動場における円柱の局部流体力係数(Chakrabarti¹⁷⁾)

※7) 水槽での実測波形、水粒子速度への適合性については岩垣・酒井²²⁾および日野・柏柳²³⁾の研究を参照されたい。

よる再検討を要する。

さらに彼は局部波力と同時に測定した全波力の最大値と図3-9に示した局部流体力係数を用いてMorison式で計算した全波力の最大値が図3-11(a)および(b)に示すように5%以内の誤差でよく一致することを確認している。但し、このとき

の計算波力は水粒子速度・加速度には流れ関数法

を適用し、 C_D 、 C_M は円柱軸方向のKC数変化に対応して図3-9に従って変化させ、Morison式を水面から円柱下端まで数値積分して求めている。

小寺山・田代¹⁹⁾も1979年にChakrabartiと同様な実験を深海波条件で行い、静水面下15 cmの位置に挿入された局部波力検出部に働く波力から波動場における局部流体力係数を求め、一様振動流に対するSarpkayaの初期の実験結果(図3-1, $2,500 < Re < 25,000$)と比較して図3-12(a), (b)に示すようにKC数の極く小さい場合の C_D を除き両者がよく一致することを見出している。但し、このときの流体力係数の算定は測定波力をフーリエ変換(調和解析)し、その1次係数 $\bar{A}_1$ 、 $\bar{B}_1$ を用いて次式から計算している。

$$\bar{C}_D = \frac{-\bar{A}_1 k - \bar{b} \sigma a (e^{kd_2} - e^{kd_1})}{\frac{2}{3\pi} \rho D \sigma^2 a^2 (e^{2kd_2} - e^{2kd_1})} \quad (3-7)$$

$$\bar{C}_M = \frac{-\bar{B}_1 k}{\frac{\rho \pi D^2}{4} \sigma^2 a (e^{kd_2} - e^{kd_1})} \quad (3-8)$$

ここに、 a : 波振幅、 d_1 、 d_2 : 波力検出部の上端と下端の静

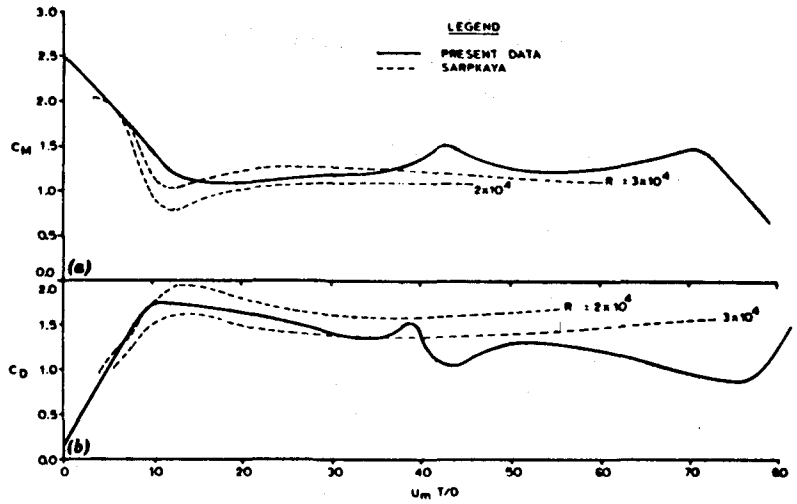
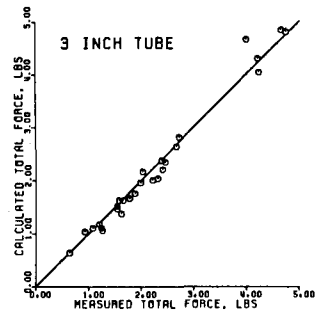
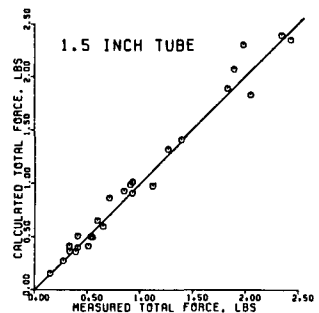


図3-10 波動場および水平振動流場における円柱の流体力係数の比較(Chakrabarti¹⁷⁾)



(a) $D=3$ in の場合



(b) $D=1.5$ in の場合

図3-11 波動場の円柱に働く全波力の最大値に関する実験値と計算値の比較(Chakrabarti¹⁷⁾)

水面位置座標 (負の値),

$\bar{b}$: 造船工学で取扱っている粒子速度に比例する波力の比例定数で, 実験条件の範囲内では抗力項に比較して無視できる。また各記号の上に付されている一は有限長さの波力検出部当りの平均値を意味する。

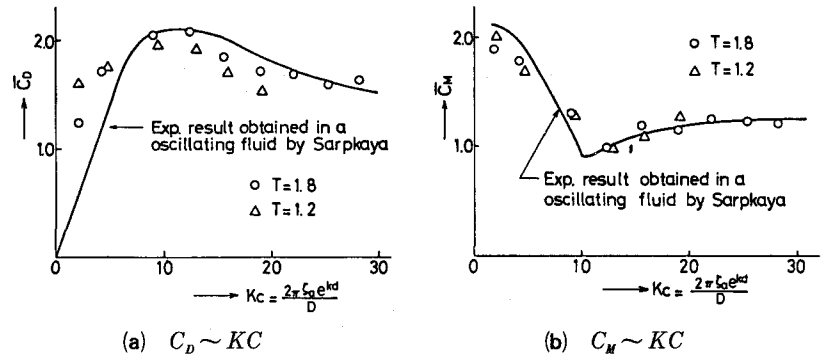


図3-12 深海波動場および振動流場における流体力係数の比較 (小寺山・田代¹⁹⁾)

この場合は水粒子速度・加速度は微小振幅波理論を適用して算定している。実験における波条件は $T=1.2 \text{ sec}$, $H=1.8 \text{ cm} \sim 17.4 \text{ cm}$ および 1.8 sec , $H=1.5 \text{ cm} \sim 20.4 \text{ cm}$ の深海波であるので波高の大きいときは微小振幅波理論の適用に問題があるがそれ以外ではこの理論は適用できると考えられる。 Re 数の範囲は筆者の推定では $4.6 \times 10^2 < Re < 6.2 \times 10^3$ とかなり小さいようである。

以上の2つの研究は静水面下の局所的流体力係数を調べて一様振動流場の流体力係数と比較したものであるが, 中村¹⁸⁾ は一端を水面上または水底下に固定した片持梁形式の波力計を用いて全波力を測定し, 円柱軸方向に流体力係数は変化しないとみなして平均的な流体力係数を求め, 初期の Sarpkaya の実験結果 (図3-1) と比較している。その結果は図3-13 (a), (b) に示すごとくである。ここで, $rmsKC$ 数とは $U_{rms} = \left[\int_{-h}^0 u_m^2(z) dz / h \right]^{1/2}$ を用いて表した KC 数であり, $u_m(z)$ は静水面下 z における最大水平水粒子速度で, 微小振幅波理論で求めている。またこのとき C_D , C_M はそれぞれ次式で算定している。

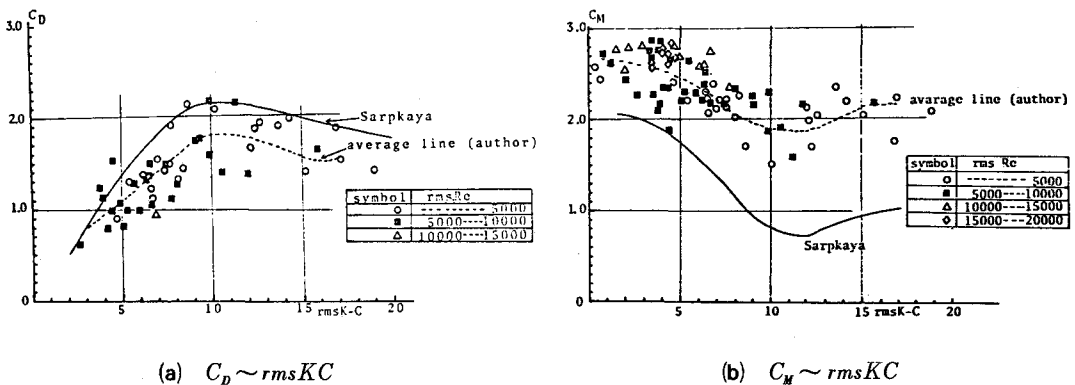


図3-13 波動場における全波力から算定した流体力係数と振動流場におけるそれとの比較 (中村¹⁸⁾)

$$C_D = \frac{F_{Dc}}{\frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{H/2} u_m^2(z) dz} \quad \text{and} \quad \frac{F_{Dt}}{\frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{H/2} u_m^2(z) dz} \quad (3-9)$$

$$C_M = \frac{F_{TA}}{\rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^0 \dot{u}_m(z) dz} \quad \text{and} \quad \frac{F_{TB}}{\rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^0 \dot{u}_m(z) dz} \quad (3-10)$$

ここに、 F_{Dc} 、 F_{Dt} ：波の峰および谷の位相における波力、 F_{TA} 、 F_{TB} ：峰の前後の静水面の位相における波力、 $\dot{u}_m(z)$ ：静水面 z における水粒子の最大水平加速度である。

図3-13 から中村は次のように結論づけている。

- (1) 波動場における全波力から算定した水深方向の平均的な C_D の $rmsKC$ 数による変動特性は振動流に対する Sarpkaya の実験結果と定性的にはよく一致するが、値は波動場の方が小さい。
- (2) C_M についても $rmsKC$ 数の全域 (< 20) で Sarpkaya の結果と定性的に変動特性は一致するが、値は C_D とは逆に波動場の方がかなり大きい。

以上のように中村の結果は前述の Chakrabarti や小寺山らの結果とは違っている。

この理由について中村は自由水面の影響を指摘し、円柱背後の後流域では渦による水面低下が生じ、前面では波のそ上が生じるなど自由水面を有することによる影響が流体力に表れたとしている。

しかし、自由表面の影響だけで C_M に図3-12(b)に見られるほどに大きな差が生じるとは考え難い。

それ以外に流体力係数の算定に微小振幅波理論を適用したことがもう一つの原因ではないかと考えられる。事実、中村の実験に用いた波条件は $h=35$ cm, $T=0.79$ sec $\sim$ 2.03 sec, $H=0.9$ cm $\sim$ 11.5 cm でその大部分のものが有限振幅波理論の適用領域に属するからである。

合田は既に1964年に波浪場では当時として最も大規模なものと思われる円柱の波力実験を有限振幅波領域の波を対象として行っている。その結果、円柱軸方向に一定とみなした抗力係数を実測水粒子速度を水面まで適用して求め、図3-14のように表している。この図では Re

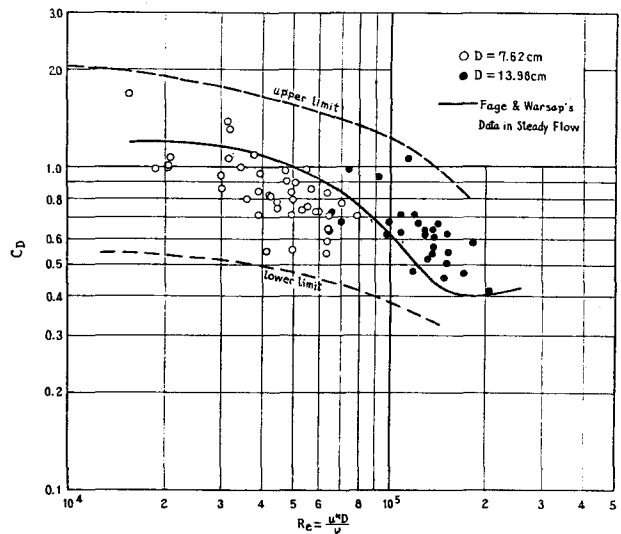


図3-14 合田による波動場における円柱の C_D と Re 数の関係 (合田²⁾)

数を波峰直下の静水面位置における水平水粒子速度 u^* を用いて求めているので直接の比較はできないが、この Re 数帯では C_D が Re 数と KC 数に強く依存することを考慮すれば、合田の結果も Sarpkaya の図 3-4(a) に示す結果とそれほど大きな差はないように思われる。

以上、一様振動流場における円柱の流体力係数が軌道運動をする波動場に適用できるかという観点に立った研究を幾つか紹介した。未だ不鮮明で、さらに今後究明して行かなければならない問題点も残されているが、これらの成果を総合的に評価すれば Sarpkaya が振動流場で得た円柱の抗力係数と慣性力係数の実験結果は粒子運動を正確に表現する波動理論を用いる限り、あるいはその場における実際の粒子速度・加速度を用いる限り、円柱軸方向に変化する KC 数と Re 数に対応させて波動場の円柱に働く波力算定に適用できるという結論が引き出せそうである。

3.3.3 現地測定結果

実際の円柱構造物の設計では一般に $Re > 5 \times 10^5 \sim 10^6$ の超臨界レイノルズ数領域が対象となる。Sarpkaya の一様振動流中での実験では最大 1.5×10^6 までの流体力係数の値を得ているが、まだ十分とは言えない。波動場ではせいぜい合田²⁾ が 2×10^5 程度までの実験値を得ているにすぎず、現地で経験するような高 Re 数領域における流体力係数については現地実測によって求める以外に方法はなさそうである。そのため最近では実際の構造物を利用して波力、波形あるいは水粒子速度を計測して C_D 、 C_M を求める試みがなされている。

1975 年に Kim²⁵⁾ らはオーストラリアのバス海峡に設置されている実験用の Kingfish-A platform に図 3-15 のような直径 32.4 cm の円柱供試体（波力検出部長さ 45.7 cm）を取付け、これに働く波力成分 F_x 、 F_y と水粒子速度の 2 方向成分 u_x 、 u_y を同時計測して、現地不規則波に対する円柱の C_D 、 C_M を次のようにして求めた。

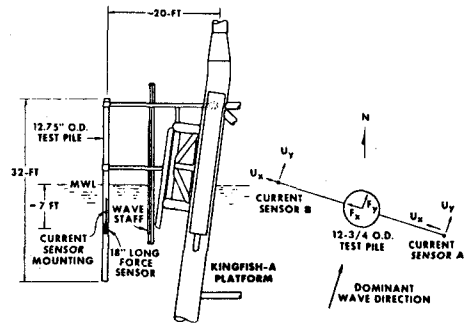


図 3-15 Kingfish-A Platform における波力測定装置 (Kim, et al²⁵⁾)

Morison 式に従って、供試体部分に働く波力成分を次式で表す。

$$F_k = \alpha_D C_D u u_k + \alpha_I C_M \dot{u}_k \quad (3-11)$$

ここに、 $\alpha_D = \rho D \ell / 2g$ 、 $\alpha_I = \pi \rho D^2 \ell / 4g$ 、 $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ 、 $k: x \text{ or } y$ 、 ℓ : 供試体長さ。

(3-11) 式から抗力卓越時間帯（慣性力の 2 倍以上の抗力が働く時間帯）を選んで、測定波力から慣性力項（ C_M の値は慣性力卓越時間帯で求められるものに近い値を仮定する）を差し引いた抗力項

$$F_{kD} = F_k - \alpha_M C_M \dot{u}_k \quad (3-12)$$

を用いて次式から C_D の平均値を算定した。

$$\bar{C}_D = \sqrt{\bar{F}_D^2} / \alpha_D \bar{u}^2 \quad (3-13)$$

ここに、 $F_D^2 = F_{x_D}^2 + F_{y_D}^2$ 、 $\bar{F}_D^2$ 、 $\bar{u}^2$ ：抗力卓越時間帯で0.1sec 間隔でサンプリングしたそれぞれ5個の測定値の自乗平均値を表す。

同様に、慣性力卓越時間帯から慣性力項を

$$F_{k_I} = F_k - \alpha_D C_D u u_k \quad (3-14)$$

で求め、次式によって C_M を算定した。

$$\bar{C}_M = \sqrt{\bar{F}_I^2} / \alpha_I \bar{u} \quad (3-15)$$

ここに、 $F_I^2 = F_{x_I}^2 + F_{y_I}^2$ 、 $\bar{F}_I^2$ 、 $\bar{u}$ ：慣性力卓越時間帯でサンプリングデータの自乗平均値。

以上のようにして、

$(T_0, H_{1/3}) = (2.50$

sec, 0.78m)～(5.63

sec, 2.99m), (T_0 ：平

均ゼロクロス周期、

$H_{1/3}$ ：有義波高)、の

波浪条件の下でKim

らが求めた流体力係

数の値は図3-16(a),

(b)に示すように、194

ケースのサンプリング

から $C_D = 0.61 \pm 0.15$

(平均値±標準偏差)、

415 ケースのサンプリングから $C_M = 1.20 \pm 0.26$ である。Sarpkayaの一樣振動流場での滑らかな円柱に対する抗力係数の実験値は現地 Re 数 ($1.5 \times 10^5 < Re < 7.5 \times 10^5$) と同じ範囲では KC 数によって多少差があるが、 $15 < KC < 30$ の間で $C_D \doteq 0.6 \sim 0.8$ である。したがってKimらの現地測定値はSarpkayaの実験値の75%～95%程度の大きさを示している。

同様に、慣性力係数のSarpkayaの実験値は上記 Re 数、および KC 数の範囲では $C_M \doteq 1.7 \sim 1.75$ であるから、現地測定値はその55%～87%程度と何れも一樣振動流場における値より小さい。

1979年にBishop²⁶⁾は英国のクリストチャーチ湾内に設けられたChristchurch Bay Towerの直径2.80mの主円筒部およびその前方に設けられた直径0.48mの波高計支柱の2つの供試体に働く波力成分と水粒子速度成分をKimらと同様な方法で測定し、次のようにして現地における C_D 、 C_M を求め

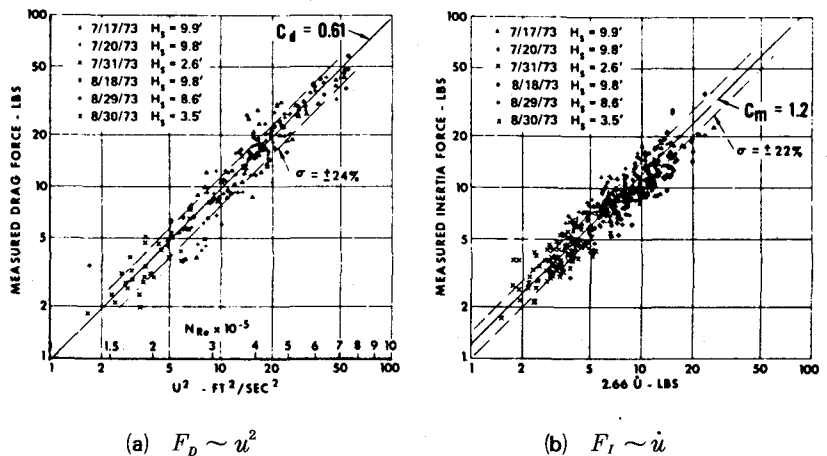


図3-16 Kimらによる円柱の流体力係数の現地測定結果
(Kim, et al²⁵⁾)

ている。

すなわち、Morison式を(3-16)式のように自乗平均の形に書き直し、これと実測波力との差が最小になるように、いわゆる最小自乗法によって C_D 、 C_M を算定している。

$$\overline{F^2} = A^2 \overline{u^2} + B^2 \overline{\dot{u}^2} \quad (3-16)$$

ここに、 $u^2 = u_x^2 + u_y^2$ 、 $A = C_D^{1/2} \rho D L$ 、 $B = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} L$ 、 L ：供試体長さ、 F ：直方向力（ u と同じ方向に働く波力）。

Bishopは20分間の波力、水粒子速度および水粒子加速度の連続時系列から最適な C_D 、 C_M を割り出しているのに対して、前述のKimらは連続時系列から抗力および慣性力の卓越する特定の時間帯を選び、その部分のデータから C_D 、 C_M を算出している点に相違がある。

何れにしても以上のようにしてBishopは慣性力が卓越する主円筒部の慣性力係数として $C_M = 1.77$ を、抗力と慣性力が同等の大きさを有する波高計支柱に対しては $C_M = 1.24$ 、 $C_D = 0.73$ を得た。このときの波浪条件や Re 数、 KC 数の値が発表論文に記されていないので水槽実験の結果と直接の比較はできないが、 $Re > 10^5$ と推定されるので $C_D = 0.73$ は図3-4のSarpkayaの結果を覆すものではない。また、同じ波条件で直径の大きな主円筒部の C_M の方が小口径の波高計支柱のそれより大きいことは、 KC 数が小さいほど、また Re 数が大きいほど C_M の値が大きいことを示す図3-4のSarpkayaの結果と定性的に一致する。

メキシコ湾ニューオリンズ南の水深20mの沖合にもジャケット式の波力実験用構造物（Ocean Test Structure）が設置され国際的な調査班によって現場実測が行われている。吉田ら²⁷⁾はこれに関連して前述のKimらと同じ方法によって直立円柱部材に働く部

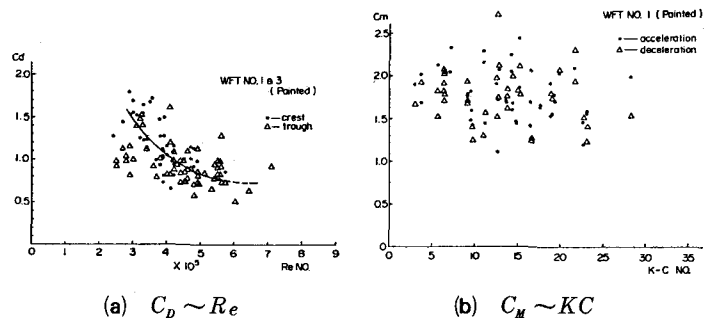


図3-17 吉田らによる円柱の流体力係数の現地測定結果（吉田ら²⁷⁾）

分波力（平均水面下4.6m）と流速測定データから C_D 、 C_M を図3-17(a)、(b)のように求めている。

図3-17は表面塗装された滑らかな円柱に対するものであるが、 $2.5 \times 10^5 < Re < 7.0 \times 10^5$ の範囲において C_D の値は Re 数の増加と共に急激に減少し、0.6～1.8の間に分散している。この値はほぼ同じ Re 数領域で求めた図3-15(a)のKimらの現場測定値 0.61 ± 0.15 よりかなり大きく、また Re 数による変動傾向もこの Re 数領域ではば一定値を示すKimらの測定結果と異なる。

また、 C_M については同図(b)に見られるように $3 < KC < 28$ の範囲でデータはかなり分散しているが、その平均値は約1.7で、Kimらが得た 1.20 ± 0.26 よりかなり大きい。しかしBishopが慣性力が卓越す

る円筒から求めた1.77とはほぼ一致する。

この他にも色々現地測定が行われているが、それらの中には KC 数、 Re 数および表面粗度が明示されていないものもあり、また前述の測定結果の比較によっても明らかなように各測定値は必ずしも一致していないが、総じてまとめるとほぼ $C_D = 0.5 \sim 1.0$ 、 $C_M = 1.5 \sim 2.0$ の間にある。

それらの現地測定値が一致しない原因として、(i)波力計と流速計の測定精度の問題、(ii)流速計の設置位置の不適切、(iii)直方向力と揚力の分解の不正確（Kimらの流体力係数の算定においてはこの点に疑問が残る）、(iv)データの解析法や流体力係数の算定法の相違、(v) Re 数、 KC 数、表面粗度の相違、などが考えられる。

今後引続いて貴重な現地測定結果が発表されていくと思われるが、以上述べたような問題点の検討がなされ、信頼性の高い現地測定結果の集積並びにそれらと水槽実験の結果とを包括する流体力係数算定図の作製が期待される。

3.4 揚力係数

揚力の重要性については1957年にWiegelら²⁹⁾が既にカリフォルニア州のデーブンポート沖の実験用円柱杭の大きな横振動の観測によって指摘されていたが、1961年のアメリカニュージャージー州沖のTexas Tower No. 4の倒壊事故³⁰⁾以来海洋構造物の設計における動的解析の重要性と共に急速に認識されるようになった。しかしその割には揚力に関する研究は進まず、本格的な研究発表は1971年のBidde³¹⁾によってなされた。

Biddeは波動場で有限長の直立円柱に働く揚力を計測し、水面下の10個の等分割点における KC 数（水粒子速度は微小振幅波理論で計算）の平均値（以後平均 KC 数と呼び、 $\overline{KC}$ で表す）が3～5になると揚力が働き始め、平均最大直方向力に対する平均最大揚力の比、 $\overline{F_{Lmax}}/\overline{F_{Tmax}}$ は $\overline{KC}$ 数の増加と共に増大し、 $\overline{KC} \div 15$ で最大値約0.6にも達することを明らかにし、また波動場における揚力は Re 数よりも KC 数が支配的に影響することを示した。

しかしBiddeの研究でも揚力の定量的な算定にまで至らなかったが1975年以後、樫木・中村ら^{32), 33), 18)}は波浪場における円柱の揚力、その周波数特性およびそれらと掃き出し渦との関係について比較的定量的な成果を発表した。

樫木ら³³⁾はまず円柱周囲の渦パターンと Re 数および水表面 KC 数との関係を調べ、渦パターンが KC 数に支配的な影響を受け、水表面 KC 数と図3-18

に示すような関係のあることを明らかにした。そして、揚力は図3-18に示す渦が(II)のパターン（ $3 < \text{surface } KC < 8$ ）になるとBiddeが指摘したと同じように有意に働き始め、(III)のパターン（ $8 < \text{surface } KC < 13$ ）で最も大きく作用するが、何れの

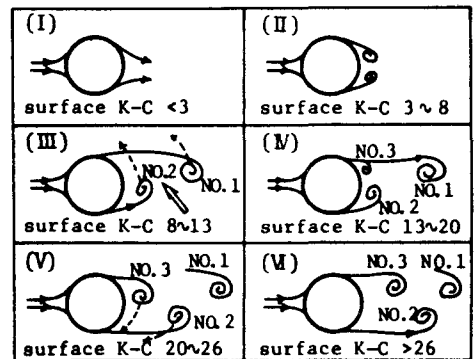


図3-18 水表面 KC 数による円柱周囲の渦パターンの分類（樫木・中村³³⁾）

場合も揚力の時間的変動はかなり不規則であり、その極大値の確率密度がほぼ Rayleigh 分布を示すことを示している。

図 3-19 は樫木ら³²⁾がこのような不規則揚力の代表値として 1/10 有義極大揚力 $F_L 1/10$ をとり、(3-3) 式から揚力係数 $C_L 1/10$ を求め、 $rms KC$ (波峰直下の水面から水底までの水粒子速度の自乗平均の平方根) との関係を表したものである。図中の実線は樫木ら³²⁾が 2 次元渦系モデルを用いて理論的に導いた (3-11) 式で表される C_L と KC 数との関係であり、1 点鎖線は (3-12) 式で近似される実験結果の平均的關係である。また鎖線は水平振動流に対する Sarpkaya³⁴⁾ の実験結果の平均的關係を表す。この図における Re 数の範囲は $Re < 15,000$ (Sarpkaya の実験は $Re < 20,000$) である。

$$C_L 1/10 = 0.245 KC + 0.245 ; KC < 9$$

(3-11)

$$C_L 1/10 = -0.115 KC + 3.85 ; 9 < KC < 20$$

(3-12)

さらに、中村¹⁸⁾は不規則揚力のスペクトル密度を FFT 法で求めた。図 3-20 はその一

例を示す。図中の σ_L^2 は揚力の分散を表す。この図からも明らかなように、揚力スペクトルは波周波数 f_w の整数倍周波数でピークを示し、前述の渦パターンとの強い相関性を見せる。このような図から揚力の無次元スペクトル密度 $S_L(n f_w) \Delta f / \sigma_L^2$ を波周波数と同じ周波数 $f = f_w$ から $f = 4 f_w$ までの整数倍周波数近傍で求め、 $rms KC$ 数との関係を図 3-21 のように表した。この図から、 $2 < rms KC < 6$ では波周波数成分が、 $6 < rms KC < 12$ では 2 倍周波数成分が、また $rms KC > 13$ では 3 倍周波数成分が卓越することがわかる。

以上の事実から樫木ら³⁵⁾は最終的に円柱の単位長さなりに働く揚力の時間波形を次式のように表している。

$$dF_L 1/10(t) = \frac{1}{2} C_L 1/10 \rho D u_m^2 \sum_{n=1}^4 \sqrt{\frac{S_L(n f_w) \Delta f}{\sigma_L^2}} \cos(2 n \pi f_w t - \varepsilon_n) dz \quad (3-13)$$

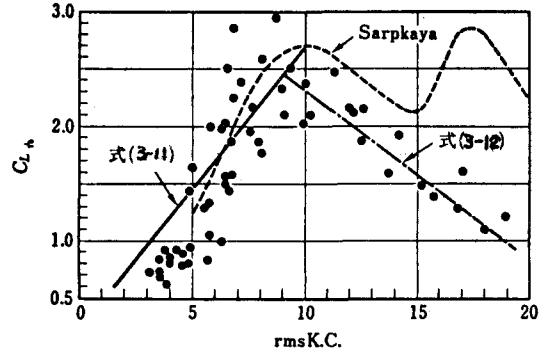


図 3-19 1/10 有義極大揚力係数と $rms KC$ 数との関係 (樫木・中村³²⁾)

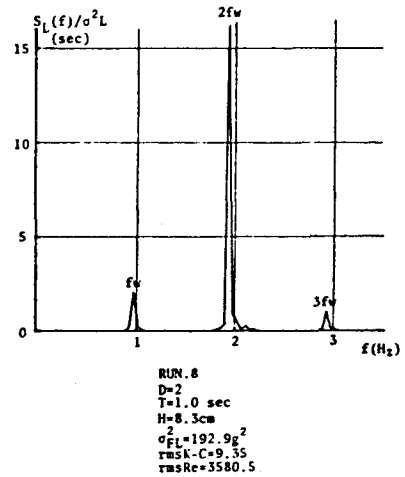


図 3-20 揚力のスペクトル密度分布 (中村¹⁸⁾)

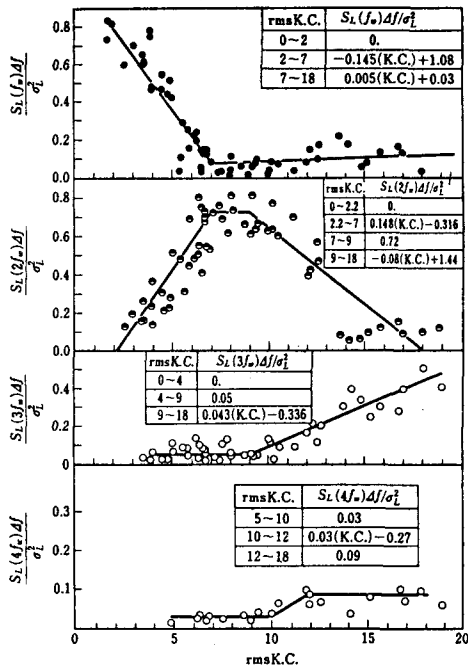


図3-21 揚力の無次元スペクトル密度と rmsKC数の関係(中村¹⁸⁾)

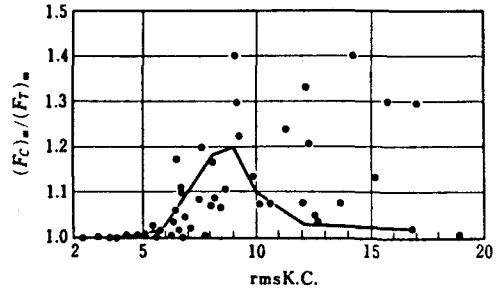


図3-22 最大合成波力と最大直方向力の比(中村¹⁸⁾)

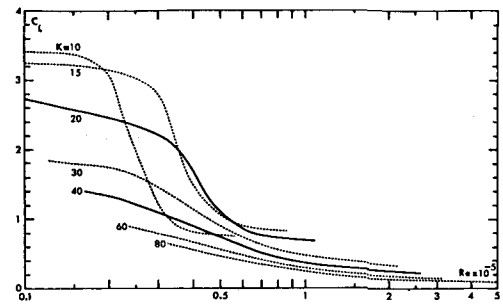


図3-23 水平振動流場における円柱に働く最大揚力係数と Re 数の関係 (Sarpkaya¹⁴⁾)

式中の無次元揚力スペクトル密度 $\sqrt{S_L(nf_w) \Delta f / \sigma_L^2}$ の値は rmsKC 数に対して図3-20中に近似式で与えられている。また、 ϵ_n は各成分揚力と波 $\eta = H/2 \cdot \cos(2\pi f_w t)$ との位相差を表し、実験によりばらつきは大きい、 $\epsilon_1 \div 90^\circ$ 、 $\epsilon_2 \div 50^\circ$ 、 $\epsilon_3 \div 45^\circ$ 、 $\epsilon_4 \div 0^\circ$ をとると推定されている。

以上のように揚力が直方向力に比べて無視できない大きさを有するようになると単円柱構造物ではその合成波力が設計上重要になるが、樫木らは円柱中心軸における波面変動を $\eta = H/2 \cdot \cos(2\pi f_w t)$ で表すとき、Morison式で算定される直方向力と(3-13)式で算定される揚力の単純な合成波力が実験値と比較的良好に一致することを見出している。図3-22はそのようにして算定した合成波力の最大値 $(F_C)_m$ と直方向波力の最大値 $(F_T)_m$ の比(実線)と実験結果との比較を示しており、合成波力が計算値では直方向力の最大1.2倍、実験値では1.4倍程度にまで達することがわかる。

樫木・中村らの研究では揚力係数と Re 数の関係は十分に明確にされていないので彼等の揚力係数に関する成果が高 Re 数領域にある実際の構造物に適用できるかどうかは今後の課題として残されるが、図3-23に示す Sarpkaya¹⁴⁾ の水平振動流場における実験結果がこの問題の解明のための一つの示唆を与えるものと思われる。

図3-23は最大揚力に対する揚力係数と Re 数との関係を表すが、この図によると C_D の場合と同様にほぼ $Re < 2.0 \times 10^4$ では C_L は主として KC 数に依存するが、 $2.0 \times 10^4 < Re < 1.0 \times 10^5$ では Re 数と

KC 数の両方に強く依存し、 $Re > 1.0 \times 10^5$ になると Re 数への依存性は極めて弱くなると共に、その値はかなり小さくなることがわかる。樫木らの実験は $Re < 15,000$ におけるものであるから C_L が KC 数に支配的に依存するという彼等の結果はSarpkayaの結果と定性的に一致するものである。そして水平振動流場における揚力特性が波動場に適用できると仮定すれば、 $Re < 15,000$ の範囲における樫木らの実験結果を $Re > 5 \times 10^5$ 程度の現地の円柱に働く揚力算定に適用すると過大な値を与えると推定される。

揚力についてはこの他、水平振動流場における池田ら³⁶⁾の研究、重複波を用いた沢本ら^{37), 38)}の研究、波動場におけるIsaacsonら³⁹⁾、Chakrabartiら¹⁶⁾の研究があるが、前述の樫木・中村らの研究をも含めて、特に高 Re 数に対する特性、表面粗度の影響など十分に解明されていない問題が多い。揚力は高周波成分を含むので、構造物の振動問題にも関連して現在各方面で基礎的研究がなされているが今後の成果を期待したい。

4. あとがき

本小論では静止直立円柱に働く波力の算定式における流体力係数に主眼を置いてその研究の経緯と現状を紹介してきたが、円柱構造物の波力算定では最も重要な要件でありながら依然として適切な流体力係数の値が確定していないからである。なお、円柱構造物のような柔構造体の波浪に対する安全性については最終的には地盤変形をも考慮した全体系としての波浪応答を取扱う必要があるといわれるが、近年この種の研究論文がOTC (Offshore Technology Conference)やBOSS (Behaviour of Offshore Structures)などの国際会議で盛んに発表されるようになってきた。また、わが国でも沖合ドルフィンやプラットフォームなどの設計に波浪応答解析による動的設計法を取り入れることの重要性が認識されるようになり、各方面で波浪応答の各種解析法の試みがなされている。

これらの解析手法の主流は波浪スペクトルに対する構造物の応答スペクトルを求める、いわゆる不規則波を対象とするスペクトル解析法である。このとき外力としての波力式には構造物の変位を考慮してMorison式の付加質量項に相対加速度、抗力項に相対速度を用いた修正Morison式を、そのうちの抗力項を適当に線型化したものを用いている。

また、動的取扱いをしないで、静止剛円柱としてこれに働く波力スペクトルや波力の確立分布に関する研究がMorison式に立脚してBorgman⁴⁰⁾、Bretschneider⁴¹⁾、樫木・中村⁴²⁾、岩垣ら⁴³⁾、木村ら⁴⁴⁾などによって行われている。

しかし、何れの場合にも波理論には微小振幅波が適用され、Morison式中における抗力係数および付加質量係数（または慣性力係数）には規則波中の静止円柱に対する値、特に $C_D = 1.0$ 、 $C_a = 1.0$ ($C_M = 2.0$) が用いられている。

これらの研究の中には不規則波に対する流体力係数を求めているものもあるが、規則波に対する流体力係数と不規則波に対するそれとの関係について明確な解答を与えているのはまだ見当たらない。今

後現地測定と並行して実験水槽においても不規則波に対する流体力係数の基礎的研究が一層進められることが期待される。

さらに、現在進められている現地測定の値は実測流速に基づいており、この値を微小振幅波理論に立脚するスペクトル解析法や波力スペクトルに適用すると波力を過小に見積もる恐れがあるので適当な修正法を検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) Morison, J. R., M. P. O'Brien, J. W. Johnson, and S. A. Schaaf : The Forces Exerted by Surface Waves on Piles, Petroleum Trans. AIME, Vol. 189, pp. 149 ~ 157, 1950.
- 2) Goda, Y : Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder : Experiments and a Proposed Method of Wave Force Computation, Port and Harbour Technical Research Institute, Ministry of Transportation, Report No. 8, 1964.
- 3) MacCamy, R. C. and R. A. Fuchs : Wave Forces on Piles : a Diffraction Theory, U. S. Army, Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Tech. Memo. No. 69, p. 17, 1954.
- 4) Chakrabarti, S. K. : Impact of Analytical, Model and Field Studies on the Design of Offshore Structures, International Symposium on Ocean Engineering Ship Handling 1980, Swedish Maritime Research Center, SSPA, pp. 6:1 ~ 6:79, 1980.
- 5) Michell, J. H. : On the Highest Waves in Water, Philosophical Mag., Series 5, Vol. 36, pp. 430 ~ 435, 1893.
- 6) Yamada, H. : Permanent Gravity Waves on Water of Uniform Depth, Reports of Research Inst. Applied Mech., University of Kyushu, Vol. W, No. 23, pp. 127 ~ 139, 1958.
- 7) Chappellear, J. E. : On the Theory of the Highest Waves, Beach Erosion Board, Technical Memorandum No. 116, 28 pp., 1959.
- 8) Hogben, N. : Wave Loads on Structures, Proc. of BOSS'76, Vol. I, pp. 187 ~ 219, 1976.
- 9) Sarpkaya, T. and M. Isaacson : Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold Co., p. 126, 1981.
- 10) Wiegel, R. L. : Ocean Wave Spectra, Eddies, and Structural Response, General Lecture of Technical Session F : Flow-Induced Vibrations of Marine Structures, pp. 531 ~ 586, 1981.
- 11) Bidde, D. D. : Laboratory Study of Lift Forces on Circular Piles, Journal of the

- Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 97, No. WW4, pp. 595 ~ 614, 1971.
- 12 Keulegan, G. H. and L. H. Carpenter : Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid, Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 60, No. 5, pp. 423 ~ 440, 1958.
 - 13 Sarpkaya, T : Forces on Cylinders and Spheres in a Sinusoidally Oscillating Fluid, Journal of Applied Mechanics, Trans. of ASME, Vol. 42, No. 1, pp. 32 ~ 37, 1975.
 - 14 Sarpkaya, T : In-Line and Transverse Forces on Cylinders in Oscillatory Flow at High Reynolds Number, Proc. of the Offshore Technology Conference, Vol. II, pp. 95 ~ 108, 1976.
 - 15 Sarpkaya, T., N. J. Collins and S. R. Evans : Wave Forces on Rough-Walled Cylinders at High Reynolds Numbers, Proc. of OTC, Vol. III, pp. 175 ~ 184, 1977.
 - 16 Chakrabarti, S. K., A. L. Wolbert, and A. T. William : Wave Forces on Vertical Circular Cylinder, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 102, No. WW2, pp. 203 ~ 221, 1976.
 - 17 Chakrabarti, S. K. : Inline Forces on Fixed Vertical Cylinder in Waves, Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 106, WW2, pp. 145 ~ 155, 1980.
 - 18 中村孝幸 : 海洋構造物に作用する波力特性とその振動応答に関する研究, 大阪大学学位論文, 1977.
 - 19 小寺山亘・田代昭正 : 斜波中の水平没水円柱及び深水波中の鉛直円柱に加わる波力について, 九州大学応用力学研究所所報, 第50号, pp. 35 ~ 61, 1979.
 - 20 Garrison, C. J., J. B. Field, and M. D. May : Drag and Inertia Forces on a Cylinder in Periodic Flow, Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 103, WW2, pp. 193 ~ 204, 1977.
 - 21 Dean, R. G. : Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waves, JGR, Vol. 78, No. 18, pp. 4,561 ~ 4,572, 1965.
 - 22 岩垣雄一・酒井哲郎 : Stream Function Theoryによる斜面上の砕波の水粒子速度の表現について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 27 ~ 32, 1974.
 - 23 日野幹雄・柏柳正之 : Wave Set-down, Set-up および水粒子速度の推定におけるDeanの流関数法の適用性, 第25回海洋工学講演会論文集, pp. 18 ~ 22, 1978.
 - 24 山口正隆 : 柱体に作用する波力と重複波の波圧に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 1974.

- 25 Kim, Y. Y. and H. C. Hibbard : Analysis of Simultaneous Wave Force and Water Particle Velocity Measurements, Proc. of OTC, Vol. I, No. 2192, pp. 461 ~ 469, 1975.
- 26 Bishop, J. R. : RMS Force Coefficients Derived from Christchurch Bay, Mechanics of Wave-Induced Forces on Cylinders, Pitman Publishing Ltd., pp. 334 ~ 345, 1979.
- 27 吉田常松・伊藤壮一・堤大三郎：ジャケット構造物の海上実験による波力係数，波力の研究，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 368 ~ 372, 1980.
- 28 Dean, R. G. : Hybrid Method of Computing Wave Loading, Proc. of OTC, Vol. IV, No. 3029, pp. 483 ~ 492, 1977.
- 29 Wiegel, R. L., K. E. Beebe, and J. Moon : Ocean Wave Forces on Circular Cylindrical Piles, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 83, No. HY 2, pp. 1,199-1 ~ 1,199-36, 1957.
- 30 United States Senate, the Collapse of Texas Tower No. 4 : Report by Preparedness Investigation Subcommittee of the Committee on Armed Services, U. S. Senate, 87th Congress, 1st Session, Government Printing Office, Washington, D. C., 1961.
- 31 Bidde, D. D. : Laboratory Study of Lift Forces on Circular Piles, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 97, No. WW4, pp. 595 ~ 614, 1971.
- 32 榎木 亨・中村孝幸・喜田 浩：円柱に作用する規則波による揚力について，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 525 ~ 530, 1975.
- 33 Sawaragi, T. and T. Nakamura : Analytical Study of Wave Force on a Cylinder in Oscillatory Flow, Proc. of the Specialty Conference on Coastal Structures 79, ASCE, pp. 154 ~ 173, 1979.
- 34 Sarpkaya, T. : An Analytical Study of Separated Flow about Circular Cylinders, Journal of Basic Eng., Trans. of ASME, Series D, Vol. 90, pp. 511 ~ 518, 1968.
- 35 榎木 亨・中村孝幸・三木秀樹：単円柱構造物の波による振動挙動について，第24回海岸工学講演会論文集，pp. 367 ~ 371, 1977.
- 36 池田駿介・中村広昭・山本吉道：振動流中におかれた円柱に作用する流体力と渦の関係，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 383 ~ 386, 1980.
- 37 沢本正樹・菊地健治：振動流中におかれた円柱に作用する揚力，第26回海岸工学講演会論文集，pp. 429 ~ 433, 1979.
- 38 沢本正樹・柏井条介：振動流中におかれた円柱に作用する揚力一周波数特性および出現形態について，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 378 ~ 382, 1980.

- 39) Isaacson, M. and D. J. Maull : Transverse Forces on Vertical Cylinders in Waves, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 102, WW1, pp. 49～60, 1976.
- 40) Borgman, L. E. : Wave Forces on Piling for Narrow Band Spectra, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 91, WW3, pp. 65～90, 1965.
- 41) Bretschneider, C.L. : Probability Distribution of Wave Force, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 93, WW2, pp. 5～26, 1967.
- 42) 榎木 亨・中村孝幸 : 円柱に作用する不規則波力の特性－慣性項の支配的となる場合について－, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 7～12, 1973.
- 43) 岩垣雄一・石田 啓・千田哲雄 : 円柱に作用する不規則波力について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 1～5, 1973.
- 44) 木村 晃・瀬山 明・上野 晃 : 円柱に作用する不規則波の波力の確率特性, 第27回海岸工学講演会論文集, pp. 373～377, 1980.