

局 所 洗 掘

齊 藤 隆

1. 緒 言

局所洗掘は局所的に発達する複雑な流れによる砂移動量の場所的变化に起因するものであるが、一般に洗掘の進行とそれに伴う流れの変化とが密接に関連したきわめて複雑な現象である。局所洗掘現象の内部機構を解明していくためには現象の進行に伴う洗掘穴周辺の流れの変化、その流れに対応した非平衡状態での砂移動の特性、流れの変化と河床変化との相互応答関係など多くの問題を明らかにすることが必要である。近年、砂礫の運動の流水に対する応答の遅れ、¹⁻⁶⁾ 混合砂礫の流水による移動特性、⁷⁻¹⁰⁾ 砂層浸透流と主流との相互作用¹¹⁻¹⁴⁾などの問題についての研究が行われ、有益な知見が得られているが、これらの定常状態における結果を非定常状態の局所流れによる砂移動に適用するには不明な点が多く残されている。

局所洗掘は現象が多様であり、また関係要素が膨大でしかもそれらの相互作用が複雑であることから、それぞれについての研究者のとらえ方が異なり、今日まで種々の手法によって各種水理構造物周辺の洗掘現象が考察されているので、その方法論を資料により研究の現状を明らかにすることはある程度可能であろう。しかしながら一般的に局所洗掘現象を論ずるには現象が複雑かつ多様であるので、ここでは単純ではあるが現象のできるだけ本質的なものと考えられる噴流による洗掘に課題を限定して考察していくことにする。

噴流による洗掘は局所洗掘に関する基礎的な問題の一つとして Rouse¹⁵⁾ 以来数多くの研究¹⁶⁻¹⁹⁾が行われているが、現象の複雑さのためそのほとんどは次元解析的な手法によるもので、理論的なものは意外に少なく、河床砂の連続の式を用いてかなりおおまかな考察を行った Laursenの研究、²⁰⁾ 壁面噴流の特性を河床変動の式に導入した岩垣らの研究、^{21, 22)} 壁面噴流の特性に加えて非平衡状態の流砂関数を用いて考察した土屋の研究²³⁾が代表的なものとしてあげられる。これらは平板上における流れの特性でもって洗掘機構を考察したもので、ごく洗掘の初期を対称としたものと考えられるべきものである。その後、斎藤、²⁴⁾ 赤司ら²⁵⁾は洗掘の進行に伴う流れ特性の変化、砂粒の移動形式の移行ならびに洗掘穴下流斜面の崩落現象をモデル化して中・後期における洗掘機構について考察を行っている。

2. 非平衡状態の砂移動による河床変動の基礎式

非平衡状態の砂移動の考え方を河床変動の基礎式に導入することはほぼ同時に椿ら²⁶⁾と土屋²³⁾とによってそれぞれ独立に Sand wave の発生限界の問題、洗掘の問題に対して適用された。両者と同様

に Einstein の砂移動モデルに基づいて誘導した非平衡状態での流砂関数の概要を述べ、河床変動について考察する。

砂粒の移動確率 P および平均移動距離 L は砂粒の性質および流れ場によって規定される。したがって平衡状態および非平衡状態における流砂量をそれぞれ q_{B_0} 、 q_B とすると、河床表面の単位面積から単位時間に運動状態に入る砂量は q_B/L 、移動から停止にかわる砂量は q_B/L であるから、無次元表示 $\Phi_0 = q_{B_0}/\sqrt{sgd^3}$ 、 $\Phi = q_B/\sqrt{sgd^3}$ を導入して、砂粒の連続条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{B_0}{L} (\Phi_0 - \Phi), \quad \xi = \frac{x}{B_0} \quad (1)$$

上式を $\xi = 0$ で $\Phi = \Phi_1 = (q_B/\sqrt{sgd^3})_{\xi=0}$ なる条件で積分すると次式となる。

$$\Phi - \Phi_1 = \exp\left(-\int_0^\xi \frac{B_0}{L} d\xi\right) \int_0^\xi \frac{B_0}{L} \Phi_0 \exp\left(\int_0^\xi \frac{B_0}{L} d\xi\right) d\xi \quad (2)$$

Einstein²⁷⁾ は平衡状態での流砂関数の式を導いているが、式形が複雑であるので、ここでは河床勾配 θ による修正²⁹⁾ を施した次式を用いる。

$$\Phi_0 = K \left(\frac{u_*^2}{sgd} \cdot \frac{1}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right)^m \left(1 - \frac{u_{*c0}^2}{u_*^2} \right) \quad (3)$$

ここに、 μ は砂粒間の摩擦係数、 u_* は摩擦速度、 u_{*c0} は水平砂面における砂粒の限界摩擦速度である。

局所洗掘は急激な局所的な河床変動であるので、いわゆる河床変動と同様な手法で考察すれば、現象が二次元である場合の洗掘に対する河床の連続方程式は次のように書かれる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} \quad (4)$$

上式に式(1)～(3)を代入して無次元化すると次式となる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = \frac{K}{1-\lambda} \frac{d}{L} \left\{ \Phi_{0*} - \Phi_{1*} - \exp\left(-\int_0^\xi \frac{B_0}{L} d\xi\right) \int_0^\xi \frac{B_0}{L} \Phi_{0*} \exp\left(\int_0^\xi \frac{B_0}{L} d\xi\right) d\xi \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad \tau &= \left(\frac{u_0^2}{sgd} \right)^{m-\frac{1}{2}} \frac{u_0 t}{B_0}, \quad \zeta = \frac{z}{B_0}, \\ \Phi_{0*} &= \left\{ \left(\frac{u_*}{u_m} \right)^2 \left(\frac{u_m}{u_0} \right)^2 \frac{1}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \right\}^m \left\{ 1 - \frac{u_{*c0}}{sgd} \left(\frac{u_m}{u_*} \right)^2 \left(\frac{u_0}{u_m} \right)^2 \left(\frac{sgd}{u_0} \right)^2 \right\} \\ \Phi_{1*} &= (\Phi_{0*})_{\xi=0}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

u_0 は代表流速（噴出孔流速）、 u_m は断面内最大流速（境界層外縁流速）である。

砂粒の平均移動距離 L について、Einstein は次式を与えている。

$$L = \frac{\lambda_1 d}{1-P} = \lambda_1 d \left(1 + \frac{\phi_0}{A_*} \right) \quad (7)$$

ここに、 λ_1 および A_* は実験によって決められる常数で、Einstein によると $\lambda_1 = 100$ 、 $A_* = 1/43.5$ である。

中川ら¹⁴⁾は移動砂の衝突時の突起砂粒およびその周辺砂粒のずれ動きをモデル化し Step length の底面せん断力による挙動について考察しているが、なるべく単純な形で基本的な洗掘機構を考察していくため、ここでは簡単に $L = \lambda_1 d$ とおくことにする。上流からの移動砂量がない場合 ($\phi_1 = 0$) には、式(5)は次式となる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = \frac{K}{\lambda_1 (1-\lambda)} \left\{ \phi_{0*} - \frac{\lambda_1 d}{B_0} \exp(-\xi) \int_0^\xi \phi_{0*} \exp(\xi) d\xi \right\} \quad (8)$$

なお、式(7)の L を用いると、式(5)は次式となる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = \frac{1}{\lambda_1 (1-\lambda)} \left\{ \phi_{0*} - \frac{\lambda_1 d}{B_0} \exp\left(-\int \frac{d\xi}{1+\phi_0/A_*}\right) \int_0^\xi \frac{\phi_{0*}}{1+\phi_0/A_*} \cdot \exp\left(\int \frac{d\xi}{1+\phi_0/A_*}\right) d\xi \right\} \quad (9)$$

以上のことから、洗掘砂面に沿う u_*/u_m および u_m/u_0 の分布がわかれば、式(7)中の ϕ_{0*} が ξ の関数として計算され、式(5)あるいは式(8)によって各瞬間における河床変動速度 $\partial \zeta / \partial \tau$ が求められ、洗掘の進行を時間的に追跡していくことができる。したがって、洗掘の解析には各瞬間の洗掘面上における u_*/u_m および u_m/u_0 の分布を適切に表示することが必要である。

3. 水平噴流による洗掘

水平噴流による洗掘の進行していく過程を記すと以下のようなものである。ごく初期においては噴出流はほぼ砂面に沿って直進するが、ほぼ瞬間的に噴出孔直下流の砂面上に発生する渦によって噴出流は洗掘穴の方へ彎曲する。そのため、深さ方向の洗掘が卓越し、洗掘穴の下流側斜面の傾斜は漸次増大していき、彎曲した噴出流の上下方向の動揺が顕著になっていく。洗掘穴下流側斜面の傾斜がほぼ水中安息角程度になると、彎曲した噴出流の動揺に対応して洗掘穴下流斜面の不安定部分が間欠的に崩落する。この崩落現象のため斜面は時間平均的にはほぼ一定の勾配を保ち、洗掘穴下流に形成される砂堆の頂上を越えて流下していく砂量によって洗掘が進行していくようになる。このように、水平噴流による洗掘は、その洗掘機構から、河床変動量が小さく噴出流がほぼ直進している初期洗掘、彎曲した噴出流の砂面へ再接触した後の流れによって深さ方向の洗掘が卓越する中期洗掘、および洗掘がほぼ相似な形状を保ちながら進行していく後期洗掘に大別することができる。

以下、洗掘穴内における流れおよび砂移動を各期ごとにモデル化し、それによる洗掘の解析方法について考察していくことにする。

3-1 初期洗掘

河床の変動量が小さく、噴出流はほぼ平坦な砂面に沿って直進しているの、この時期における流れは粗壁面に沿って噴出した壁面噴流とみなせる。壁面噴流は主流部流れの最大流速が一定である乱れの拡散領域と、最大流速が $\sqrt{x}$ に逆比例して減少していく乱れの確立領域とに分けられる。

乱れの確立領域における流速分布を最大流速 u_m と流れの巾 ($\delta_0 + \delta_B$) を単位にして無次元化して描点したものが図-2である。図より明らかなように、流れ全体に対して速度分布の相似則は適用できない。主流部流れに対しては u_m と 1/2 最大流速巾 δ_0 とで、境界層流れに対しては u_m と境界層厚さ δ_B とで無次元化して速度分布を描点してみると、主流部においては速度分布の相似則が適用できるが、境界層流れにおいては、壁面粗度による違いは当然ながら、流下距離によって速度分布の形状が異なり速度分布の相似則は適用できない。

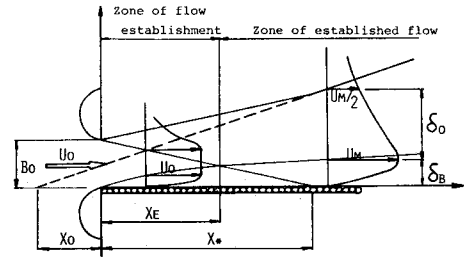


図-1 壁面噴流流れの概略

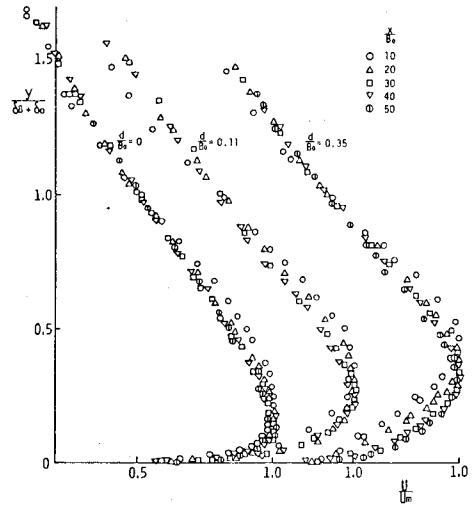


図-2 乱れの確立領域における流速分布

主流部の速度分布を自由噴流の Görtler²⁸⁾ の解に仮想原点 x'_0/B_0 を導入した次式で表すことにする。

$$\frac{u}{u_m} = \text{sech}^2 \left(\sigma \frac{y - \delta_B}{x + x'_0} \right) \quad (10)$$

主流部流れの巾 δ_0 は $u/u_m = 0.5$ において、ただちに

$$\frac{\delta_0}{B_0} = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{2}}{\sigma} \left(\frac{x + x'_0}{B_0} \right) \quad (11)$$

実験描点の平均直線と上式を比較して、

$$\frac{x'_0}{B_0} = 5.0, \quad \sigma = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{2}}{0.068} = 12.96 \quad (12)$$

壁面に沿う境界層が存在するので、式(10)の仮想原点 x'_0 を x_0 と書きかえ、主流部流れに対して運動量の保存則を適用すると、最大流速の通減則は次式となる。

$$\frac{u_m}{u_0} = \sqrt{\frac{3\sigma}{2} \frac{x+x_0}{B_0}}, \quad \frac{x_0}{B_0} = \frac{\sigma}{3} \quad (13)$$

上式で $u_m/u_0 = 1$ とおくと、図-1 の仮想点 x_* が次式と求まる。

$$\frac{x_*}{B_0} = \frac{3}{2} \sigma - \frac{x_0}{B_0} \quad (14)$$

噴出孔より乱れの形成領域と確立領域との境界までの距離 x_E は噴出孔上端からの速度不連続面の拡散と噴出孔下端からの境界層の発達によって決まり、Manning-Stricklerの抵抗則を用いて次式のよ

$$\frac{x_E}{B_0} \left/ \left\{ 1 - 0.248 \frac{x_E}{B_0} \left(\frac{d}{B_0} \right)^{1/4} \right\} \right. = \frac{x_*}{B_0} \quad (15)$$

$x \leq x_E$ における摩擦速度は次式のとおりでである。

$$\left(\frac{u_*}{u_m} \right)^2 = 0.00785 \left(\frac{d}{x} \right)^{5/12} \quad (16)$$

式(13)において、 $x = x_E$ で $u_m/u_0 = 1$ の条件を満足させると、乱れの確立領域における最大流速の通減は次式となる。

$$\frac{u_m}{u_0} = \sqrt{\frac{x_E + x_0}{x + x_0}} \quad (17)$$

壁面噴流の境界層流れは主流部流れの乱れの影響を受けた流れであるので、主流部流れの乱れ特性を明らかにし、これを考慮した流れの抵抗則を明らかにしなければならない。

通常の境界層近似を適用した運動方程式を連続の式で書きなおした次式に

$$u \frac{\partial u}{\partial x} - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (18)$$

速度および Reynolds 応力の分布関数

$$\frac{u}{u_m} = f \left(\frac{y}{\delta}, \frac{x}{B_0} \right), \quad \frac{\overline{u'v'}}{u_m^2} = g \left(\frac{y}{\delta}, \frac{x}{B_0} \right), \quad \delta = \delta_0 + \delta_b \quad (19)$$

を導入し、 $\zeta = y/\delta_0 \rightarrow \infty$ で $\overline{u'v'} = 0$ なることを考慮して ζ より ∞ まで積分して、微少項を無視するとせん断力および渦動粘性係数の分布がそれぞれ次式と求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\tau_0} = & - \left\{ \left(1 - \frac{x+x_0}{x+x'_0} \right) \int_0^\zeta f^2 d\zeta + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{x+x'_0}{x+x_0} \right) f \int_0^\zeta f d\zeta \right\} \\ & \left/ \left\{ \left(1 - \frac{x+x'_0}{x+x_0} \right) \int_\zeta^\infty f^2 d\zeta \right\} \right. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{\varepsilon}{u_m \delta_0} = - \frac{g(\zeta, x/B_0)}{f'(\zeta, x/B_0)} \quad (21)$$

境界層の流速分布を指数型（指数 α_1 ）、主流部に対する境界層の厚さ $m = \delta_b/\delta_0$ が主流部の渦動

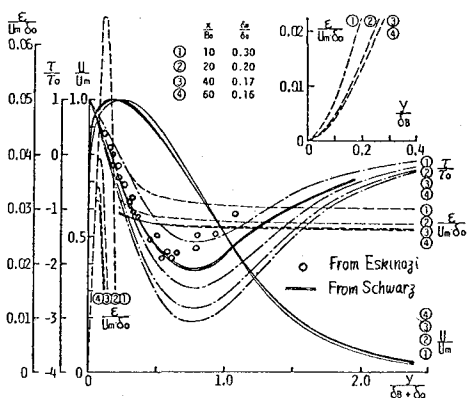


図-3 滑面に沿って拡散する壁面噴流におけるせん断力，渦動粘性係数の分布

表-1 境界層速度分布および δ_B/δ_0 による主流部渦動粘性係数の変化

m	α_1	1/4	1/8	1/12	1/16	1/20
0.15		0.0252	0.0256	0.0257	0.0258	0.0258
0.20		275	280	282	283	283
0.25		298	305	307	309	309
0.30		323	331	334	336	337
0.35		348	358	362	364	365
0.40		375	386	391	393	395
0.45		402	416	421	423	425
0.50		431	446	452	455	457

表-2 壁面噴流主流部の渦動粘性係数

d/B_0	δ_B/δ_0	$\epsilon/u_m \delta_0$	$\epsilon/u_0 \delta_0$
0.35	0.455	0.0424	0.0088
0.21	0.390	385	83
0.11	0.330	358	77
0.076	0.300	334	75
0.027	0.240	287	68
0	0.160	262	67

粘性係数に及ぼす影響を調べた結果が表-1である。主流部の渦動粘性係数は，境界層速度分布による影響はきわめてわずかで，ほぼ δ_B/δ_0 で規定されているとみてよい。前述したように δ_B/δ_0 は x/B_0 によってあまり変化してなくて，実用的観点から δ_B/δ_0 はほぼ壁面の粗度 d/B_0 で規定されると考えてよい。したがって，主流部の無次元渦動粘性係数 $(\epsilon/u_m \delta_0)_{\zeta=1}$ は表-2のように d/B_0 でほぼ規定されることになる。

主流部の乱れを考慮した境界層流速分布を栗原に従い粘性底層 ($\eta \leq \eta_1$)，乱流底層 ($\eta_1 \leq \eta \leq \eta_2$) ならびに内層 ($\eta_2 \leq \eta \leq 1$) の3層に分けて求める。

せん断力分布を直線分布とし，渦動粘性係数の分布を乱流底層，内層および主流部の各境界面での値が一致し，図-3の傾向と一致する次式

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 0 & \text{for } \eta &\leq \eta_1 \\ \frac{\epsilon}{\nu} &= \kappa \frac{u_* \delta_B}{\nu} (\eta_2 - \eta_1) \{1 - E(\eta_2 - \eta_1)\} & \text{for } \eta_1 &\leq \eta \leq \eta_2 \\ \epsilon &= \kappa \frac{u_* \delta_B}{\nu} \eta (1 - E\eta), \quad E = 1 - \frac{\alpha u_m \delta_0}{\kappa u_* \delta_B} & \text{for } \eta_2 &\leq \eta \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

で与えると，境界層流速分布は次式と求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} R_* \eta \quad R_* = \kappa \frac{u_* \delta_B}{L} & \text{for } \eta &\leq \eta_1 \\ \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \left[R_* \eta_1 + \frac{R_* (\eta - \eta_1)}{1 + R_* (\eta_2 - \eta_1) \{1 - E(\eta_2 - \eta_1)\}} \right] & \text{for } \eta_1 &\leq \eta \leq \eta_2 \\ \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \left[R_* \eta_1 + \frac{R_* (\eta_2 - \eta_1)}{1 + R_* (\eta_2 - \eta_1) \{1 - E(\eta_2 - \eta_1)\}} \right] & \text{for } \eta &\geq \eta_2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2E} \left\{ \ln \left| \frac{ER_*(\eta - \eta_1)^2 - R_*(\eta - \eta_1) - 1}{ER_*(\eta_2 - \eta_1) - R_*(\eta_2 - \eta_1) - 1} \right| + \frac{R_*(1 - 2E)}{\sqrt{R_*^2 + 4ER_*}} \right. \\
& \cdot \ln \left| \frac{2ER_*(\eta - \eta_1) - (R_* + \sqrt{R_*^2 + 4ER_*})}{2ER_*(\eta - \eta_1) - (R_* - \sqrt{R_*^2 + 4ER_*})} \right. \\
& \cdot \left. \left. \frac{2ER_*(\eta_2 - \eta_1) - (R_* - \sqrt{R_*^2 + 4ER_*})}{2ER_*(\eta_2 - \eta_1) - (R_* + \sqrt{R_*^2 + 4ER_*})} \right| \right\} \quad \text{for } \eta_2 \leq \eta
\end{aligned}$$

境界層の速度分布が得られたので、式(11)の δ_B/B_0 、式(17)の u_m/u_0 を用いて、圧力項を無視した定常流れに対する境界層運動量方程式

$$\left(\frac{u_*}{u_m} \right)^2 = \frac{d\theta}{dx} + \frac{\delta_B}{u_m} \left(2 \frac{\theta}{\delta_B} + \frac{\delta_*}{\delta_B} - 1 \right) \frac{du_m}{dx} \quad (24)$$

$$\delta_* = \int_0^{\delta_B} \left(1 - \frac{u}{u_m} \right) dy, \quad \theta = \int_0^{\delta_B} \frac{u}{u_m} \left(1 - \frac{u}{u_m} \right) dy$$

で境界層の発達を計算した結果と実測値とを比較したものが図-4、5である。図の計算において、 $x_E \sim x_*$ 間の境界層流れに寄与する主流部の渦動粘性係数は次のように仮定されている。

$$\varepsilon = \alpha u_m \delta_B \frac{x - x_E}{x_* - x_E} \quad \text{for } x_E \leq x \leq x_* \quad (25)$$

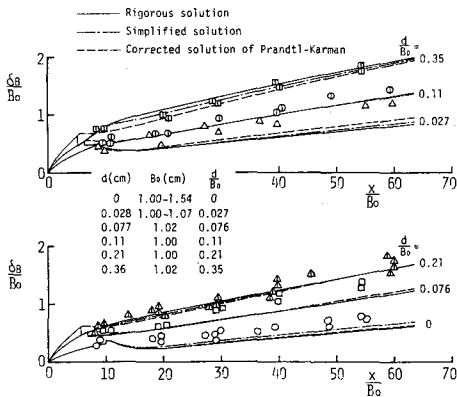


図-4 壁面噴流境界層の発達

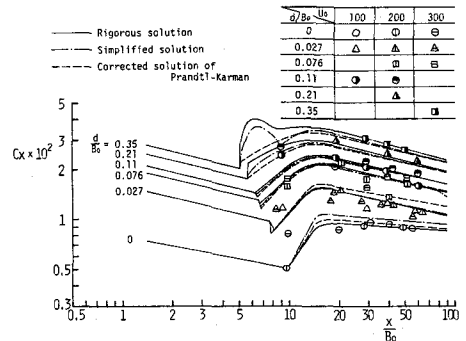


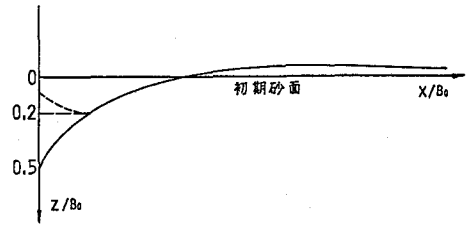
図-5 壁面噴流の局所抵抗係数

図-5の局所抵抗係数を計算の簡略化のため実験式化すると次式となる。

$$\left(\frac{u_*}{u_m} \right)^2 = \frac{1}{2} \left\{ 0.0128 + 0.103 \left(\frac{d}{B_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \left(\frac{x}{B_0} \right)^{- \left\{ 0.237 + 0.15 \exp \left(-100 \frac{d}{B_0} \right) \right\}} \quad (26)$$

以上得られた最大流速の変化ならびに局所抵抗係数を河床変動の基礎式(9)の右辺に代入して積分すると、各断面における変動速度が得られる。この計算による洗掘形状は図-6に実線で示すように x

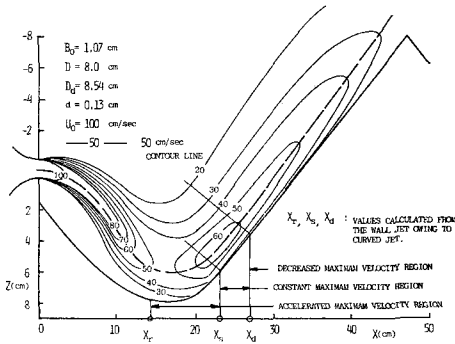
$= 0$ において最大の洗掘深さを与えるが、実際には瞬間的に噴出孔直下流に発生する Roller によって埋めもどされて図の点線ようになる。実験の観察から、噴出孔断面における洗掘深さが $(Z/B_0)_{x=0} = 0.5$ となる洗掘形状を計算し、Roller による埋めもどしを考慮して、最大洗掘深さ $(Z/B_0) = 0.2$ となる図の破線の形状を初期洗掘の最終形状とした。



図－6 初期洗掘計算の説明図

3-2 中期および後期洗掘

石膏面にはほぼ均一な砂をペイントで張付けた後期洗掘穴内で測定した流速分布から作成した等流速線図の一例が図－7である。図中の x_R , x_S , x_d は彎曲噴流ならびに彎曲噴流による壁面噴流の特性に関する結果を用い、段落高さが最大洗掘深さであるとして計算した再接触位置と加速流域、定速流域および減速流域の各境界位置である。段落境界面に再接触する彎曲噴流による壁面噴流の流況と境界層外縁流速の変化の概略は図－8のとおりで、各領域の境界位置や境界層外縁流速など洗掘の計算に必要な諸量を簡単に説明する。



図－7 洗掘穴内の等流速線図

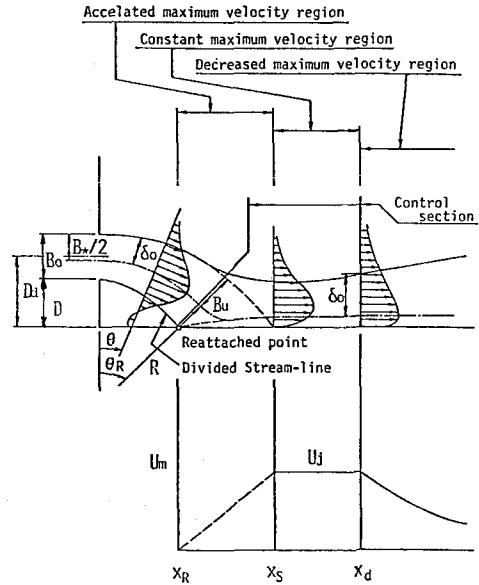
a) 再接触位置

彎曲噴流の極限状態は自由噴流 ($D/B_0 = \infty$) と壁面噴流 ($D/B_0 = 0.5$) であることより、仮想噴出流巾 B_* を導入する。

$$\frac{B_*}{B_0} = 1.0 + \left(\frac{0.5}{D/B_0} \right)^m, \quad m = 1.40$$

ここに、 m は実験により決められる常数である。

彎曲噴流中心線の曲率半径を R ，再接角を θ_R とし、再接触点前後に適切な検査面をとり、圧力変化



図－8 彎曲噴流による壁面噴流の流況と境界層外縁流速の変化

ならびに壁面せん断力を無視した運動量保存則と連続の式とから次式が得られる。

$$\cos \theta_R = \left(\frac{B_0}{B_*} + \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{3\sigma}{4} \frac{S+S_0}{B_0}} \quad (28)$$

さらに、幾何学的関係として次の2式が得られる。

$$\frac{D}{B_*} = \frac{1}{2} \left(\frac{B_0}{B_*} - \frac{1}{2} \right) + \frac{R}{B_*} (1 - \cos \theta_R) + \frac{B_q}{B_*} \cos \theta_R \quad (29)$$

$$\frac{B_q}{B_*} = \frac{1}{\sigma_s} \frac{S+S_0}{B_0} \tanh^{-1} \left\{ \left(\frac{B_0}{B_*} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{4\sigma_s}{3} \frac{S+S_0}{B_0}} \right\}$$

$$\frac{x_R}{B_0} = \left(\frac{R}{B_0} + \frac{B_q}{B_0} \right) \sin \theta_R \quad (30)$$

段落境界面で行った実験結果から得られた $m=1.40$ を用いた計算結果と洗掘穴で測定した結果とを較べたものが図-9である。

b) 加速流域 ($x_R \leq x \leq x_s$)

再接触後、壁面近傍における流れが加速されるのは壁面に垂直方向の速度成分による流れの縮流の結果であることより、再接触点における1/10最大流速点より再接触角 θ_R で延長した直線が境界面と交叉する位置を加速流域の境界位置として求めた結果が図-9中の破線である。図中の描点は洗掘実験および固定洗掘穴内で測定した流速分布から求めたものである。

加速流域における境界層外縁の流速 u_m は不明であるが、次の定速流域最大流速 u_j/u_0 に直線的に増加するものとして次式のように仮定する。

$$\frac{u_m}{u_0} = \frac{u_j}{u_0} \frac{x - x_R}{x_s - x_R} \quad (31)$$

c) 定速流域 ($x_s \leq x \leq x_d$)

境界層外縁流速があまり変化しない定速流域における最大流速 u_j と噴出流域 u_0 の比を噴出孔中心から測った段落高さ $D_d/B_0 = (D+B_0/2)/B_0$ に対して図示したものが図-10である。図中の曲線は次式で与えられる段落固定床による実験結果の平均曲線である。

$$\frac{u_j}{u_0} = \sqrt{3.5 / \left(\frac{D_d}{B_0} + 3.0 \right)}, \quad D_d = D + \frac{B_0}{2} \quad (32)$$

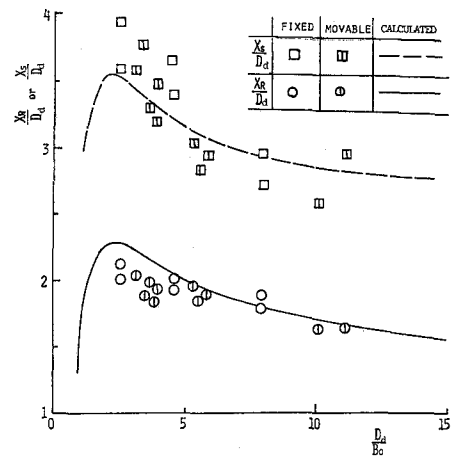


図-9 再接触位置 x_R/D , 加速流域と定速流域の境界位置 x_s/D と D/B_0 の関係

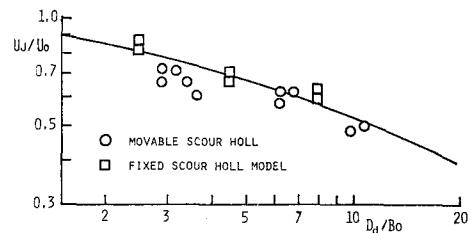


図-10 定速流域における境界層外縁流速 u_j/u_0 と D_d/B_0 との関係

定速流域と減速流域の境界位置は後述の減速流域における最大流速の通減式(35)の u_m/u_0 が定速流域の最大流速 u_m/u_0 と一致する位置として次式で与えられる。

$$\frac{x_d}{B_0} = 4.4 (K_{u1} \cdot K_{u2})^2 \left(\frac{D}{B_0} + 3.5 \right) - 5.9 \quad (33)$$

d) 減速流域 ($x \geq x_d$)

滑面上の水平壁面噴流における最大流速の通減式

$$\left(\frac{u_m}{u_0} \right)_{H-S} = \sqrt{15.4 / \left(\frac{x}{B_0} + 5.9 \right)} \quad (34)$$

を基準とし、粗・滑段落境界面での測定結果から、段落高さ D/B_0 、粗度表示 d/B_0 の影響を表す係数 K_{u1} , K_{u2} を導入した結果が次式である。

$$\frac{u_m}{u_0} = K_{u1} \cdot K_{u2} \sqrt{15.4 / \left(\frac{x}{B_0} + 5.9 \right)} \quad (35)$$

$$K_{u1} = \left\{ 2.4 / \left(\frac{D}{B_0} + 1.9 \right) \right\}^{1/8}$$

$$K_{u2} = \left\{ 0.176 \log_{10} \left(\frac{D}{B_0} \right) + 0.553 \right\} \left(\frac{d}{B_0} \right)^{2/4} \left\{ \left(\frac{d}{B_0} \right)^2 + 0.005 \right\}$$

以上の実験式で与えられた定速流域、減速流域における最大流速の変化と固定洗掘穴内で測定した結果を比較したものが図-11である。

e) 主流部の渦動粘性係数

式(23)で与えられる境界層速度分布則で砂面上の摩擦速度を求めるには主流部の渦動粘性係数を評価しなければならない。主流部の渦動粘性係数を規定する支配要素は水平壁面噴流の特性を検討した結果より δ_B/δ_0 である。 δ_B/δ_0 の実測結果を図示したものが図-12である。この図より主流部の渦動粘性係数はほぼ壁面の粗度示表 d/B_0 によって規定される

ことが明らかで、事実段落高さならびに流下距離を変えて求めた結果は有効数字3桁目が変化する程度であった。

段落固定床上の局部抵抗係数を次のようにして計算した結果が図-13である。

加速流域を10等分し、最初の一区間での境界層厚さは岐点近傍でよく適合する Pohlhausen の近似計算法で求め、残りの区間は、滑面の場合には Blasius の抵抗則を、粗面の場合には Manning-Stricker の抵抗則を用いて境界層運動量方程式でもって境界層の発達を計算した。この場合、明らか

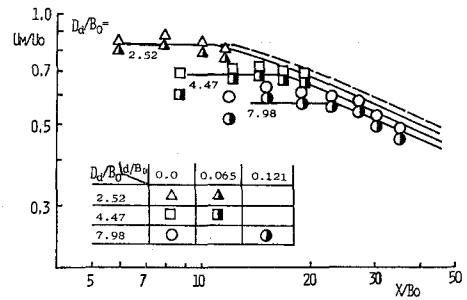


図-11 彎曲噴流による壁面噴流および洗掘砂面における境界層外縁流速の変化

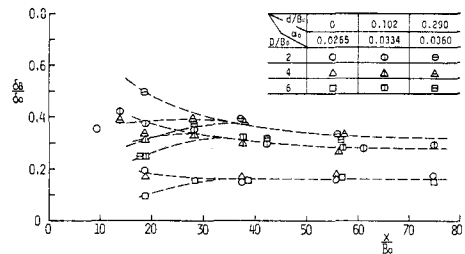


図-12 再接触壁面噴流流れにおける δ_B/δ_0 と x/B_0 との関係

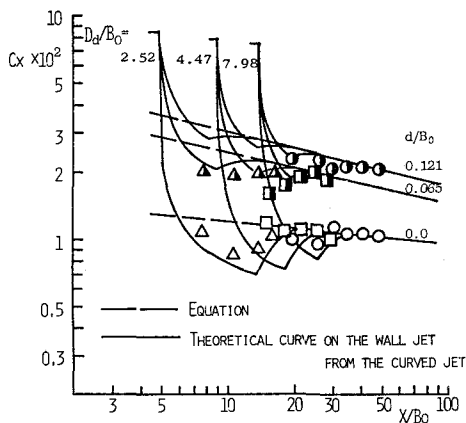


図-13 再接触壁面噴流の局所抵抗係数

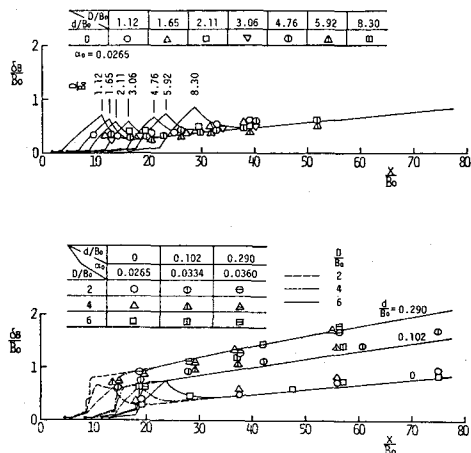


図-14 再接触壁面噴流における境界層の発達

に加速流域での圧力変化があるので $dp/dx = -\rho u_m \cdot du_m/dx$ とした。定速流域における主流部の渦動粘性係数は、水平壁面噴流における乱れの拡散領域におけるような流速分布をもっている流れであることから、直線的に増大して減速流域の渦動粘性係数に一致するように仮定した。定速流域より下流では水平壁面噴流と同様に圧力項は無視して計算した。このようにして得られた境界層の発達を実測値と比較したのが図-14である。

初期洗掘の場合と同様に計算の簡略化のため再接触点より下流の局所抵抗係数を図-13中の破線で与えると、摩擦速度の分布は次式となる。

$$\left(\frac{u_*}{u_m}\right)^2 = \frac{1}{2} \left\{ 0.0145 + 0.103 \left(\frac{d}{B_0}\right)^{1/2} \right\} \left(\frac{x}{B_0}\right)^{-\{0.237 + 0.15 \exp(-100 \frac{d}{B_0})\}} \quad (36)$$

3-3 中期および後期洗掘の計算法

洗掘砂面に沿う u_m/u_0 , u_*/u_m が与えられたので、河床変動の基礎式(5)によって各瞬間における河床変動速度の場所的分布が求められ、洗掘を時間的に追跡していくことができるのであるが、前述したように、中期洗掘では洗掘穴下流側斜面で流れがはく離しており、後期洗掘では洗掘穴下流側斜面が間欠的に崩落しているので、これらを河床変動の計算に次のようにして導入する。

a) 中期洗掘

拡大角が $7^\circ \sim 10^\circ$ で流れがはく離することが知られている。また、はく離の下流で砂粒が巻きあげられているので、時刻 τ における洗掘砂面の最大傾斜点 (図-15のA点, $x = x_A$) からその傾斜角より 10° 緩い点 (B点, $x = x_B$) までにおける ϕ_0/L (x 地点から動き出す砂量) を次のようにおく。

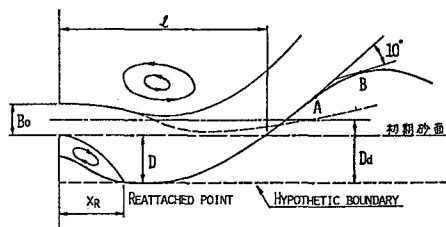


図-15 中期洗掘計算の説明図

$$\left. \begin{aligned} \frac{\phi_0}{L} &= \left(\frac{\phi_0}{L} \right)_{x=x_A} \frac{x_B - x}{x_B - x_A} & \text{for } x_A \leq x \leq x_B \\ \frac{\phi_0}{L} &= 0 & \text{for } x \geq x_B \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$x_R \leq x \leq x_A$ では上述の u_m/u_0 , u_*/u_0 で与えられる ϕ_0 を, $x \geq x_A$ では式(37)の ϕ_0 を式(5)の右辺に代入して積分すると, 河床変動速度 $\partial\zeta/\partial\tau$ の場所的变化が得られ, 次の $\Delta\tau$ 時間の河床変動量が求められる。この場合, $\xi_B = x_B/B_0$ より下流の堆積速度は,

$$\frac{\partial\zeta}{\partial\tau} = -\frac{K}{1-\lambda} \frac{d}{B_0} \exp(-\xi) \int_0^{\xi_B} \phi_{0*} \exp(\xi) d\xi \quad \text{for } \xi \geq \xi_B \quad (38)$$

となり, ξ_B より下流の堆積量は指数関数で減少する。

b) 後期洗掘

中期洗掘が進行して洗掘穴下流側斜面の勾配が砂の水中安息角以上になると, この斜面は不安定であるので, 噴出流の上下方向の動揺によってこの不安定斜面は間欠的に洗掘穴に崩落し, 洗掘穴下流側斜面は平均的には水中安息角程度の勾配でもって洗掘が進行していく。この崩落現象を次のような手順

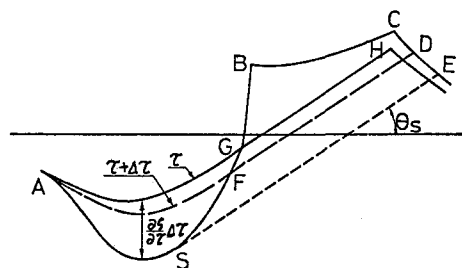


図-16 後期洗掘計算の説明図

でもって河床変動の計算に導入した。図-16を用いて説明する。

(1) 前述した流れのモデルを用いて時刻 τ における洗掘砂面 (AGH曲線) 上の u_m/u_0 , u_*/u_0 を求める。

(2) 上記の結果を河床変動の基礎式の右辺に代入し, 再接触点 (点A) より積分して河床変動速度 $\partial\zeta/\partial\tau=0$ となる断面 (点G) まで計算していく。

(3) 図-16のG点で流れがはく離するとして, G点より下流 ($\xi > \xi_B = x_G/B_0$) では $\phi_0/L = 0$ とおき, 河床変動の基礎式(5) (又は(8), (9)) の右辺の積分上限値 ξ を ξ_B と書きかえて堆積量を計算する。

(1)~(3)の計算による $\Delta\tau$ 時間後の形状は図のASGBCDE曲線となり, 斜面傾斜角が水中安息角より急になるS点より下流斜面は不安定な斜面である。

(4) 斜面傾斜角が水中安息角 θ_s であるS点から接線SEを描き, 容積SGBCDEを求める。

(5) AS間では洗掘深さ $\partial\zeta/\partial\tau \cdot \Delta\tau$ に比例して埋めもどされ, S断面より下流では θ_s なる一定勾配の斜面であるAFD曲面を仮定し, 容積ASEDF Aを求める。

(6) 容積SGBCDE = 容積ASEDF A, あるいは容積ASFA = 容積FGBCDFとなる曲線AFDを試算で求める。

以上の計算で得られた曲線A F D Eが時刻 $\tau + \Delta\tau$ における洗掘形状

3-4 数値的検討

最大洗掘深さの時間的変化, 最大洗掘深さと洗掘長との関係および洗掘形状を上述の解析モデルで数値的に検討する。

式中の砂の特性値として水中比重 $S = 1.65$, 空隙率 $\lambda = 0.4$, 水中安息角 $\theta_s = 31^\circ$ を用い, 砂粒間の摩擦係数を $\mu = 1.0$ とする。洗掘穴内の砂の移動は掃流形式であるので $m = 1.5$ とおけるが, 移動砂量強度を規定する係数 $K = 4 \sim 20^{29)}$ と, 砂粒の平均移動距離を与える $\lambda_1 = 60 \sim 300^{3, 30)}$ と検討の余地がある。砂粒の平均移動距離 λ_1 は摩擦速度による影響をも考慮する必要があるが, 洗掘モデルを検討するのが目的であるので, 簡単に $\lambda_1 = 100$ とする。境界層流れが主流部の影響を受けていることを考慮して $K = 30$ とおくことにする。

以上の諸数値を用いて洗掘を追跡した結果は次のとおりである。

$D/B_0 \sim \ell/B_0$ (図-17); 初期・中期洗掘では実験描点が少ないが, 計算値と実験値との合致は十分満足すべきものである。後期洗掘での両者の関係は砂粒の大きさの表示 d/B_0 ならびに砂粒の移動し易さの度合 u_0^2/sgd によって違わない。これは, 初期・中期洗掘における洗掘形状が移動砂量の相対的な場所的分布によって決まるのに対し, 後期洗掘においては洗掘穴下流側斜面が一定勾配に保たれるためである。したがって, 後期洗掘における洗掘穴下流側斜面の崩落現象が洗掘形状を規定するのに大きな役割をしているとみられる。

後期洗掘形状 (図-18); 噴出孔直下流の洗掘断面上に形成される Roller による砂移動を無視しているので, 最大洗掘深断面より上流側での洗掘深さは実験値よりかなり小さく, 今後検討すべき問題として残されている。

最大洗掘深さの時間的変化 (図-19); 最大洗掘

深さ D/B_0 は d/B_0 , u_0^2/sgd をパラメーターとして無次元時間 $\tau = u_0^2/sgd \cdot u_0 t/B_0$ で規定され, 計算値と実験値とはよく一致している。 u_0^2/sgd が大きいほど D/B_0 が大きいことは, u_0^2/sgd が大きいほど移動砂量が多いことから予測されるとおりであるが, d/B_0 が大きいほど D/B_0 が大きくなることは, d/B_0 が大きくなることによる u_m/u_0 の減少よりも u_*/u_m の増加が大きくて, 結果

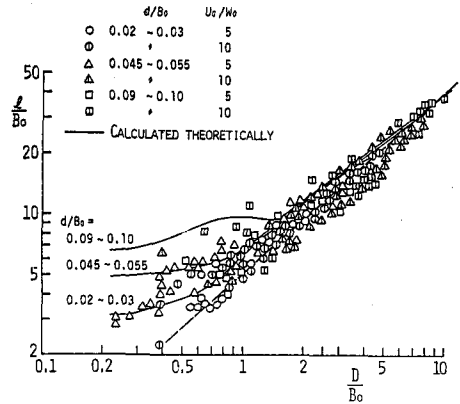


図-17 最大洗掘深さ D/B_0 と洗掘長 ℓ/B_0 の関係

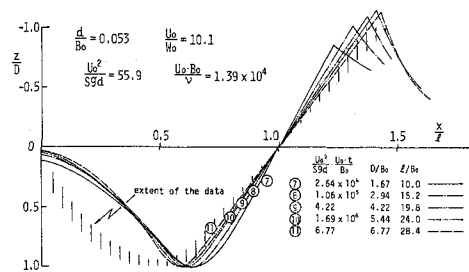


図-18 後期洗掘形状

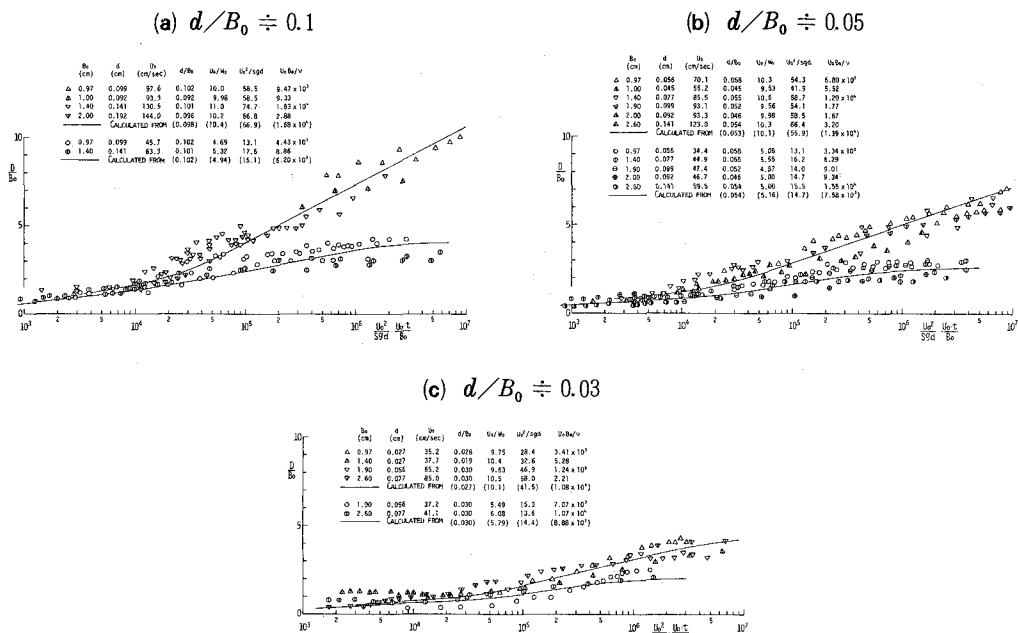


図-19 (a),(b),(c) 最大洗掘深さの時間的变化

的に $u_*^2/sgd = u_0^2/sgd \cdot (u_*/u_m)^2 (u_m/u_0)^2$ が大きくなるからである。すなわち、河床砂が大きくなると最大流速は小さくなるが、それ以上にせん断力が大きくなって、無次元掃流力が大きくなるからである。

以上のように解析結果と実験結果とはかなり量的にも一致していて、中期・後期洗掘における噴出流の洗掘穴方向への彎曲、ならびに後期洗掘における洗掘穴下流側斜面の間欠的崩落が洗掘の進行に重要な役割をもっていることが明らかである。なお、Rollerによる砂移動など未解決で残された問題は今後の課題である。

4. 結 語

以上、局所洗掘の典型的なものとして水平噴流による洗掘をとりあげ、洗掘の進行に伴ない変化していく流れおよび砂移動の状態をいかにして解析方法に取込んでいくかの概要を説明した。しかしながら、最初に述べたように現象が複雑多様であるため、例えば、同じ噴流による洗掘現象でも、鉛直噴流による洗掘においては洗掘穴内の斜面は水中安息角以上で砂面と流体力の釣合いを、また洗掘穴内での砂移動が掃流形式から浮流形式に変わるなど全く別の問題があるため、洗掘機構を解明するための一貫した方法を確立することはきわめてむずかしく、非平衡状態での砂粒の移動、流れが砂面に衝突する際の圧力ならびにその変動の砂粒移動に及ぼす影響、Rollerによる砂移動など今後の研究にまつべき問題が少なくない。著者も今後こうした現象を解明するため大いに研究を進めていきたいと

考えている。

参 考 文 献

- 1) Hubbell D.W. and W.W. Sayre : Sand transport studies with ratioactive tracers ,
Proc. A.S.C.E. , Vol. 90, Hy. 3, 1964 .
- 2) Yang C. T. and W. W. Sayre : Stochastic model for sand dispersion, Proc. A.S.C.
E., Vol. 97, Hy. 2, 1971.
- 3) 中川博次, 辻本哲郎 : 水流による砂礫の移動機構に関する研究, 土木学会論文集, 第244号,
1975.
- 4) 中川博次, 辻本哲郎 : 砂礫の運動に伴う移動砂面の擾乱発生過程, 土木学会論文集, 第291号,
1979.
- 5) 中川博次, 辻本哲郎 : 掃流過程に対する確率モデルとその一般化, 土木学会論文集, 第291号,
1979.
- 6) 中川博次, 辻本哲郎 : 移動床砂面の不安定要因としての遅れ距離・位相差, 土木学会論文集, 第
305号, 1981.
- 7) 芦田和男, 道上正規 : 混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究, 京大防災研究所年報, 第14号
B, 1971.
- 8) 平野宗夫 : Armaringを伴う河床低下について, 土木学会論文集, 第195号, 1971
- 9) 中川博次, 辻本哲郎, 原稔明 : 混合砂礫床面の粗粒化過程について, 京大防災研究所年報, 第20
号B, 1977.
- 10) 中川博次, 大坪国順, 中川道弘 : 橋脚周辺における混合砂礫の局所洗掘特性, 土木学会論文集,
第314号, 1981.
- 11) Lovera F., and Kennedy J. F. : Friction-factors for flat-bed flow in sand channels,
Proc. A.S.C.E., Hy. 4, 1969.
- 12) Phillips O.M. : The maintenance of Reynoulds stress in turburent shear flow, J. F.
M., Vol. 29, 1967.
- 13) Tennekes. H. : Similarity lows for turbulent bounndary layer with suction or injection,
J. F. M., Vol. 21, 1965.
- 14) 中川博次, 祢津家久 : 透水性開水路乱流場における主流と浸透性との相互作用, 土木学会論文集,
第244号, 1975.
- 15) Rouse. H. : Criteria for similarity on the transportation of sediment, Proc. Hyd.
Conf., Uni. of Iowa, Bull. 20, 1940.
- 16) Doddiah. D., M. L. Albertson and R. Tomas : Scour from jets, Proc. Minesota Ind.

Hyd. Conf., I. A. H. R., 1953.

- 17) 栗原道德, 椿東一郎: 噴流の洗掘作用について, 九大応用力学研究所所報, 第4号, 1954.
- 18) 栗津清蔵: 射水流による洗掘について, 土木学会論文集, 第38号, 1956.
- 19) 木村喜代治: 水理構造物を越流する自由ナップによる洗掘機構, 土木学会論文集, 第39号, 1956.
- 20) Laursen, E.M.: Observation of the nature of scour, Proc. 5th. Hyd. Conf. State Univ. of Iowa, 1952.
- 21) 岩垣雄一, 土屋義人, 今村正考: 水門下流部における局所洗掘に関する研究, 京大防災研究所年報, 第8号, 1965.
- 22) Iwagaki, Y., G. L. Smith and M. L. Albertson: Analytical study of the mechanics of scour for three-dimensional jet Colorado State Univ. Research Foundation, Presented at A. S. C. E., Hyd. Conf., 1958.
- 23) Tsuckiya, Y.: On the mechanism of the local scour from flows downstream of an outlet, Proc. 12th Hyd. Conf. Colorado State Univ., 1967.
- 24) 斎藤 隆: 水平噴流による洗掘に関する研究, 土木学会論文集, 第282号, 1979.
- 25) 赤司信義, 斎藤 隆: 鉛直噴流による洗掘に関する研究, 土木学会論文集, 第298号, 1980.
- 26) 椿東一郎, 斎藤 隆: 流れによる Sand wave の発生限界, 九大工学集報, 第40巻, 第5号, 1967.
- 27) Einstein, H. A.: the bed load function for sediment transportation in open channel flows, U. S. Dept. Arg. Tech. Bull. 1026. 1950.
- 28) Görtler, H: Berechnung Von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes, Z. A. M. M., Heft 22, 1942.
- 29) 土木学会編: 水理公式集, 46年度改訂版, 1971.
- 30) 矢野勝正, 土屋義人, 道上正規: 砂礫の流送機構の確率過程としての特性について, 京大防災研年報, 第11号B, 1968.
- 31) 斎藤 隆: 二次元乱流壁面噴流に関する研究, 土木学会論文集, 第264号, 1977.
- 32) 斎藤 隆, 赤司信義, 亀田芳満: 衝突および再接触噴流による壁面噴流, 山口大工学研究報告, 第28巻, 第1号, 1977.
- 33) 栗原道德: 粗滑遷移領域における管路の抵抗則に就いて(I), (II), 九大工学研究所報告, Vol. VII, No. 4, 1951.