

水文学の確率・統計解析

端 野 道 夫

1. まえがき

水文学は、現象解析の方法論によって physical hydrology (物理水文学) と Stochastic hydrology (確率統計水文学) に大別される。後者はさらに、水文学の頻度解析、水文学の時系列解析 (再生を含む)、と降雨・流出系の解析に分けられる。確率統計水文学の全般について、最近出版された新体系土木工学シリーズの水文学¹⁾で最新の研究成果を織り込みながらまとめられている。また、本研修会で過去数回にわたり、関連のテーマについて述べられている。

本論では、水文学の時系列解析に焦点をしぼり、実務者用に執筆された成書⁹⁾を主に参考しながら、(1)水文時系列のモデル化についての基本的な考え方および方法論について述べ、次に具体的に、(2)年時系列、季節性時系列についてのモデル適用例と適用限界、等について解説する。なお、紙数の制約上、時系列解析の基礎知識と手法の詳細については文献1～9)等を参照して頂きたい。モデルパラメータの推定法と検定法、モデルを用いたシミュレーション法、および予測法の詳細は割愛する。

2. 水文時系列の分類、時系列成分、および統計的特性

2.1 水文時系列の分類

水文学に関連する水文学量として、降水量、河川流量、蒸発散量、浸透量などがあげられるが、このような水文学量の観測値の経時的変動を時間の関数とみたとき、この観測値系列は水文時系列(hydrologic time series) x_t と定義される。その母集団にあたるものは水文過程(hydrologic process)と呼ばれる。水文時系列は(1)1点における単一時系列、と(2)数点における多時系列、または1点における異なる種類の多時系列、に大別される。

また、水文時系列の一般的特性は、用いられる時間間隔によって、基本的には次のようなタイプに分けられる。

- (1) 水文学量が連続的(時間間隔なし)に記録されているような連続時系列
- (2) 1日以下の時間間隔(たとえば、1, 6, 12時間)の時系列
- (3) 年以下の時間間隔(たとえば、日、週、月、四季)の時系列
- (4) 年間を通じての和または積分によって周期が現われないような年時系列

(2)の時系列では不規則変動に加えて日周期、年周期が現われ、(3)の時系列では不規則変動に加えて年周期が現われる。したがって、モデル化の方法とそのパラメータ推定は選択される時間間隔と色々

な形で関係する。モデルとパラメータ推定は、一般に、時間間隔が大きくなるほど簡単になることが知られており、一番簡単な解析は年時系列を扱うときである。本論では紙数の都合で(3)、(4)の時間間隔を念頭にして解説する。

2.2 水文時系列の成分

水文時系列は物理的根拠 (physical basis) により次のような成分に分けられることが多い。すなわち、(1)長期的傾向 (1年以上) とその他の確定的変動 (たとえば、後述のジャンプ, intervention), (2)1日の循環 (または周期性変動) と1年の循環 (または周期性変動), (3)概周期性変動 (たとえば水文時系列に対する潮汐効果), (4)確率的または不規則的変動。

(1)の長期的傾向 (trend) は平均、分散などの特性値が時間とともに比較的緩慢に変動する成分であり、ジャンプは特性値が急激に変化する成分である。このような成分は主として観測資料の不整合性 (系統的誤差) と非均質性 (人為的または自然的) に帰因する。このような成分は同じ形で続くことは期待できないし、将来、異なった形で現われるかも知れないから、まず最初にこの不整合性と非均質性が確認され、分離されねばならない。たとえば、ダニューブ川の年最大流量時系列では、堤防建設に伴い、年最大流量の平均の単調増加傾向が認められた。⁸⁾ 図-2.1 はナイル川のアスワンダム地点における年総流量時系列で、1900年頃に平均値のジャンプ (約21%の平均値の変化) が認められる。¹⁰⁾ この変化時期はダム建設時期とほぼ同じで、ダム建設という人為的影響によるものであり、統計的有意検定によっても確かめられている。このジャンプを除けばナイル川の年時系列特性を1つの長い期間にわたる定常確率過程と見なすことができよう。

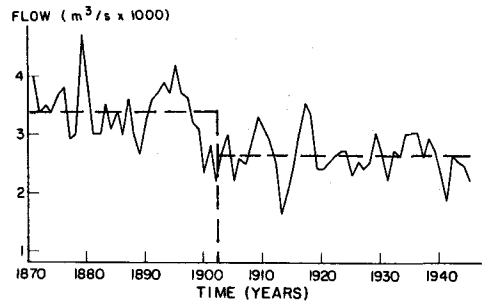


図-2.1 ナイル川・アスワンにおける年平均流量時系列

短い (小標本) 年時系列では、しばしば “見かけ上” のトレンドや周期性が現われることがある。より多くの標本の年時系列で見れば、そのような見かけ上のトレンドや周期性は標本変動の一部分にすぎないことがあり、したがって、年時系列の母集団特性と見なす前に、見かけ上のトレンドや周期性について統計的有意検定と物理的検証がなされねばならない。

(2)および(3)の周期性、概周期性成分はいずれも(1)と同様に確定的成分の範ちゅうに入れられる。周期性変動は次式のように調和波の和として表わされることが多い。

$$x_t = \mu_x + \sum_{j=1}^m C_j \cos\left(\frac{2\pi j t}{\omega} + \theta_j\right) \quad (2.1)$$

ここに、 ω は基本周期、 C_j は振幅、 θ_j は位相、 μ_x は平均である。この過程のすべての調和波の周

波数 f_j ($= j/\omega$) は基本周波数 f_1 ($= 1/\omega$) の整数倍であるから、任意の2つの調和波の周波数比 f_i/f_j は有理数となる。

一方、周波数比 f_i/f_j が有理数とならない調和波が含まれるとき、この変動を概周期性 (almost periodic) 変動といい、次式で表わされる。

$$x_t = \mu_x + \sum_{j=1}^m C_j \cos(2\pi f_j t + \theta_j) \quad (2.2)$$

この概周期性過程では、すべての f_j ($j=1, \dots, m$) に対する公約数が存在しないので基本周期 ω ($= 1/f_1$) がいないことに注意する必要がある。概周期性過程と周期性過程のコレログラムを示せば、図-2.2 のようであり、前者のコレログラムは減衰振動型で、後者のそれは完全循環型であることがわかる。

天文学的循環は水文時系特性における周期性と概周期性の基本的原因である。たとえば、日、週、月単位の水文時系列では平均、標準偏差、ひずみ係数、自己相関係数などは有意な周期性成分をもつことが

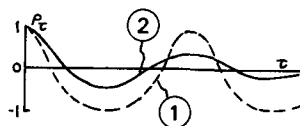


図-2.2 周期性過程①と概周期性過程②のコレログラム

知られている。概周期性過程の典型的な例は潮汐振動である。潮汐振動には地球の公転、自転、地球まわりの月の公転に帰因する調和波成分があるが、基本周期をもたない。感潮河川の流量、水位や海岸地下水位などには潮汐振動の影響を受けて概周期性の変動成分があるだろう。ところで、概周期性過程のコレログラムは前述のように減衰振動型であり、2次あるいは高次の自己回帰過程（後述の確率的成分）のそれと、厳密には同一ではないが、類似している。したがって、実際面では、これらのコレログラムは同一であると見なされることが多い。

(4)の不規則成分は、乱れ、大規模渦度、熱遷移、不規則な熱力学過程などの地球環境における多くの過程に原因し、水文時系列の確率的 (stochastic) 成分となる。確率過程を表わす数学的モデルは確率的モデルと呼ばれ、モデル中の平均、標準偏差、自己相関係数などのパラメータが時間に関係なく一定とした定常 (stationary) 確率的モデルと、パラメータが時間とともに変化するとした非定常 (nonstationary) 確率的モデルに分けられる。

2.3 時系列の統計的基本特性とその他の特性

ここでは、後の説明に必要な基本的統計量および関連の特性について述べる。まず、1つの時系列 x_t , $t=1, \dots, n$ の基本的統計量として、母平均 μ , 母分散 σ^2 , および母ひずみ係数 r があげられる。これらの不偏な（あるいは近似的に不偏な）推定値は次式のようなものである。

$$\text{平均: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t \quad (2.3)$$

$$\text{分散: } s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 \quad (2.4)$$

$$\text{ひずみ係数: } g = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \cdot \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^3 / s^3 \quad (2.5)$$

ここに、 $\bar{x}$ は標本平均、 s^2 は標本分散（標準偏差 s ）、 g は標本ひずみ係数である。次に、lag- k の標本自己相関係数 r_k は次式で与えられる。 r_k を k に対して図示したものをコログラムという。

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}) \cdot (x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (2.6)$$

母自己相関関数 ρ_k のもう 1 つの推定値は次式で与えられる。

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}_t) \cdot (x_{t+k} - \bar{x}_{t+k})}{\left[\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}_t)^2 \cdot \sum_{t=1}^{n-k} (x_{t+k} - \bar{x}_{t+k})^2 \right]^{1/2}} \quad (2.7)$$

ここに、 $\bar{x}_t$ は最初の $(n-k)_j$ の値 ($: x_1, \dots, x_{n-k}$) の平均、 $\bar{x}_{t+k}$ は最後の $(n-k)_j$ の値 ($: x_{k+1}, \dots, x_n$) の平均である。式 (2.6)、(2.7) はいずれも偏りをもつので幾つかの偏り補正式がある。¹⁾ このような自己相関関数（またはコログラム）は時系列の持続性（time dependence or persistence）の度合を見るために利用される。相関関数のフーリエ変換はスペクトルになり、スペクトルは周波数領域（frequency domain）の特性を見るために用いられる。

以上のような統計特性（平均、分散、ひずみ係数、相関関数）は周期性水文時系列の場合にも式 (2.3) ～ (2.7) より求められるが、その場合には全体としての統計特性が与えられるだけであり、年周期の効果を示さない (r_k の場合を除く)。そこで、年内の各時間間隔に対する統計特性の変化を考慮するためには、式 (2.3) ～ (2.7) は時間間隔 τ について拡張されねばならない。すなわち、

$$\text{平均: } \bar{x}_\tau = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_{v,\tau} \quad (\tau=1, \dots, w) \quad (2.8)$$

$$\text{分散: } s_\tau^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{v=1}^n (x_{v,\tau} - \bar{x}_\tau)^2 \quad (2.9)$$

$$\text{ひずみ係数: } g_\tau = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{v=1}^n (x_{v,\tau} - \bar{x}_\tau)^3 / s_\tau^3 \quad (2.10)$$

$$\text{系列相関関数: } r_{k,\tau} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n (x_{v,\tau} - \bar{x}_\tau) \cdot (x_{v,\tau-k} - \bar{x}_{\tau-k}) / (s_\tau \cdot s_{\tau-k}) \quad (2.11)$$

ここに、 n は観測資料の年数、 w は年内の時間間隔の数（たとえば、月時系列では $w=12$ ）、 $x_{v,\tau}$ はある年 v のある期間 τ の水文量 x_t の値、 $\bar{x}_\tau$ 、 s_τ^2 、 g_τ および $r_{k,\tau}$ はそれぞれ年内のある期間 τ における平均、分散、ひずみ係数、系列相関関数の推定値である。1 年以下の時間間隔の水文時系列解析では平均、標準偏差、時には lag-1 の系列相関係数の周期性が考慮されることが多いが、ひずみ係数の周期性は考慮されることはまれである。

以上の水文時系列の統計特性に加えて、その他の重要な特性がある。⁹⁾ その 1 つは渇水に、もう 1 つは貯水池容量に関係する。いま、図-2.3 に示すように、時系列 x_t と一定の需要レベル y を考え

ると、 x_t が y 以下である状態が 1 またはそれ以上の時間
 間隔にわたり続くと負の連 (negative run) となる。

同様に x_t が y 以上の状態が続けば正の連となる。ここで
 は渇水に関連する負の連のみを考える。1 つの連はその長
 さ、和、強度によって規定される。たとえば、図-2.3 で
 は連の長さ (渇水継続時間) が 4 で、連の和 (不足水量)
 が d である負の連が示されている。一般には、 n 年間に m

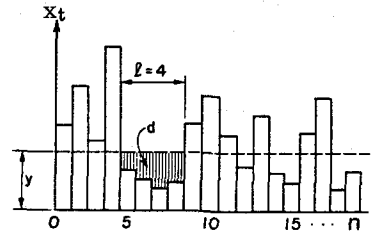


図-2.3 連の長さとの和

回の負の連が発生し、その連の長さを $l(1), \dots, l(m)$, 連の和を $d(1), \dots, d(m)$ とすれば、連
 の長さとの和に関する平均、標準偏差および最大値は与えられた時系列の連を表わす重要な特性である。
 観測資料に適合された数学モデルの妥当性を検証するのに、このような連の特性が用いられよう。

貯水池容量に関連する重要な時系列特性としての range (レンジ) について説明する。時系列 x_t に
 ついて次のような累積和を考える。

$$S_t = S_{t-1} + x_t - \bar{x} \quad (t=1, \dots, n) \quad (2.12)$$

ここに、 S_t は累積和 (cumulative sum) または部分和 (partial sum) と呼ばれ、 $\bar{x}$ は大きさ n
 の標本からの平均値である。標本標準偏差を s とすれば、range (厳密には rescaled range) は次
 式で定義される。

$$R_n = [\max(S_0, S_1, \dots, S_n) - \min(S_0, S_1, \dots, S_n)] / s \quad (2.13)$$

ここに、 $S_0=0$, $t=1, \dots, n$ に対しての S_t を図示したものは典型的なマスカープであることから
 推察できるように、range R_n は必要貯水池容量と密接に関係するものである。Hurst (ハース
 ト)¹¹⁾ はナイル川の貯水池計画に関連して、次の関係を見出した。

$$R_n \sim n^h \quad (2.14)$$

ここに、 n は標本年数で、指数 h は Hurst 係数と呼ばれている。多数の自然現象に対して経験的に
 得られた h の平均値 ($h \doteq 0.7$) は $1/2$ より大であるが、独立な定常時系列に対して理論的に求まる
 漸近的 ($n \rightarrow \infty$) 期待値 $1/2$ とは一致しない。この不一致は Hurst 現象として知られている。

rescaled range R_n または Hurst 係数 h は時系列の長期持続性の度合を計る特性であり、観
 測資料の“貯水”特性を表わしているモデルであるかどうかを検定するための 1 つの有力な統計量と
 なる。なお、Hurst 現象をめぐる多くの議論についてはたとえば文献 1) 11~17) を参照されたい。
 また、前述の式 (2.12) で与えられるマスカープは後程、年時系列資料の非均質性成分の分離のため
 の一手法となる。

3. 水文時系列のモデル化に関する基本的考え方

3.1 非均質成分の検出

観測地点や観測方法の変更、気候、地勢・植生、河道状態の変化、流域開発、河川改修の変遷などの人為的あるいは自然的原因により、水文時系列の平均、分散などの統計特性が経年的に変化することがある。こうした非均質成分の影響による統計特性の長期的（年以上）変化を調べる簡単な方法として、(1)原水文時系列図、(2)単純マスカーブ図または cumulative sum 図：式(2.12)、(3)対象とする地点の時系列資料と近接する観測所のそれとの関係図またはダブル・マスカーブ図、などが利用できる。

上述の図において物理的根拠による統計特性の長期的変化が疑われた場合、統計学的有意検定を実施し、有意な変化の有無を調べる。通常、(1)1つの数学的モデルをその時系列にあてはめて、モデル中のパラメータが0であるかどうかの有意検定をする方法、と(2)原時系列をいくつかの部分系列に分け、分割時系列の統計量の差について有意検定をする方法、がある。後者は統計量の有意な差の有無を検定するだけであるのに対し、前者は統計量の有意な変化があれば、それを定式化するものである。後者に属するものとして、たとえば、平均値の差に関する t 分布検定、分散の差に関する χ^2 分布検定があげられよう。一方、前者の数学的モデルの内でも、次式のような多項式は長期的トレンドのモデルとしてよく知られている。

$$x_t = b_0 + b_1 t^2 + \cdots + b_m t^m \quad (3.1)$$

ここに、 $b_0, b_1, \dots, b_m$ は推定されねばならないパラメータであり、 $b_1, \dots, b_m$ のいずれかが0でないと有意検定されれば、線形的または非線形的なトレンドがあることになる。

ところで、前述のナイル川の時系列（図-2.1）のように、ある時点 T を境に平均値がジャンプ（またはステップ）することがある。このような平均値レベルの比較的急激な変化を Box・Tiao¹⁸⁾ は動的モデル（Box・Jenkins の transfer function⁷⁾ のある種のもの）で表わし有意な平均値の変化を検出する方法を提案した。この方法は intervention（干渉）解析と呼ばれる。前述の通常用いられる平均値の差に関する t 分布検定は時系列の分布の正規性と等分散の仮定はもちろんのこと、時系列資料の独立性の仮定を満足するときにはじめて適用されうる。しかし、実際の水文時系列資料は一般に持続性（時間従属性）をもち、ときには非定常である。したがって、時系列の時間独立の仮定あるいは分布の対称性の仮定に基づく通常の（パラメトリックまたはノンパラメトリックな）統計的手法は有効でない。¹⁸⁾

Box・Tiao の intervention 解析の概要を説明するため、対象とする時系列は伝達関数（transfer function）⁷⁾ で表わされる動的成分（確定的成分）と確率的成分の和で表わされるとする。簡単のため、確定成分は1つであるとすれば、次式のように書ける。

$$\begin{aligned} x_t &= y_{t_1} + N_t \\ &= \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \cdot \xi_t + N_t \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここに、 B は後進演算子（たとえば、 $Bx_t = x_{t-1}$ ）、 $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s$ 、 $\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r$ 、 y_{t1} は動的成分、 N_t は後述の自己回帰移動平均（ARMA）モデルで表わされる確率的成分であり、 ξ_t はintervention系列と呼ばれる。 ξ_t のタイプとして、ステップ入力とパルス入力と考えられる。時刻 T でinterventionがステップ関数として生じるとき、 ξ_t は次式のステップ・インジケータ $S_t^{(r)}$ で表現できる。

$$S_t^{(r)} = 0 \quad (t < T), \quad S_t^{(r)} = 1 \quad (t \geq T) \quad (3.3)$$

もし、時刻 T でパルス入力としてのinterventionが生じるとき、次式のパルス・インジケータ $P_t^{(r)}$ で ξ_t を表わすことができる。

$$P_t^{(r)} = 0 \quad (t < T), \quad P_t^{(r)} = 1 \quad (t \geq T) \quad (3.4)$$

ステップ入力、パルス入力に対する種々の単純なtransfer function ($\omega(B)/\delta(B)$)の応答を図-3.1に示す。年水文時系列解析にステップ入力 $\omega_0 S_t^{(r)}$ なるジャンプ型のtransfer functionが採用され^{10) 17) 19)}、月流量時系列のintervention解析には同じジャンプ型のtransfer functionの和：

$$\sum_{i=1}^{12} \omega_{0i} (\xi_{ti} - \bar{\xi}_i) \quad (\text{添字 } i \text{ は月を示す})$$

が採用された。²⁰⁾ ロスアンゼルスのおキシダント (O_3) 月時系列のintervention解析¹⁸⁾では他のタイプのtransfer functionとの組合せが用いられた。長期的トレンドではない過渡的变化にも、適切なtransfer function（その組合せも含む）を設定することにより、応用できることが図-3.1より推察される。

なお、トレンドを検出するための一手法として移動平均法が用いられることがあるが、次のような理由により使用上の注意が必要である。⁹⁾ すなわち、時系列の平均、分散、自己相関、などの統計特性の周期性成分をゆがめてしまうことがある。⁸⁾ また、時間独立の定常確率系列に移動平均操作を行えば、その平滑化された系列は周期的挙動に似た、見かけ上の変動を示す。この現象はSlutsky-Yule効果と呼ばれている。

3.2 年水文時系列の特性とモデル

すべての地球外の活動の内で、現在知られている限り、太陽黒点現象 (sunspot phenomena) だけが地球上の降水と流出に影響を与えそうに見えるが、太陽黒点数の変動と水文時系列の間に何らかの

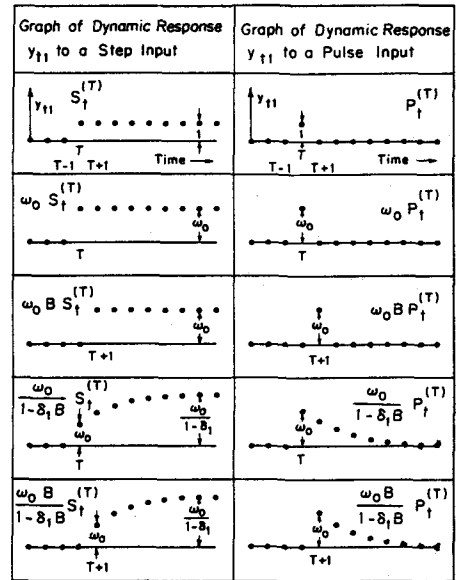


図-3.1 動的応答図

有意な関係があるかどうかは未解決な問題であり、論争点でもある。

周知のように太陽黒点数は11.3年の周期をもつ。そのコレログラム特性（図－4.2参照；減衰振動型）と基本周期がないことより概周期性（確定的）過程と見なすことができるかも知れない。しかし、太陽黒点の物理的性質についての十分な知識がないので、確定的モデルよりも確率的モデルをあてはめる方が良好だろう。実際、後述の自己回帰モデルが適用されている。^{6) 7) 21) 25)}

Itube・Yevjevich²²⁾ は水文量として米国北西部の174箇所の年降水量、88箇所の月降水量（いずれも70年以上、平均73年）、および世界の16箇所の年流量（平均94年）の資料を用い、年間の太陽黒点数、月間の太陽黒点数との間にクロス・コレログラムとクロス・スペクトル解析を実施した結果、降水または流量と太陽黒点数の間には何らかの有意な関係があることを証明するような統計的証拠は全般的には存在しないと結論している。また、解析に用いられた水文時系列では太陽黒点のような11年周期は見られなかったとしている。

過去において、このような太陽黒点との物理的関連性を念頭に置き、水文量の年時系列に概周期性（確定的）過程：式（2.2）を適合し、潜在的周期を検出する努力が盛んに行われた。

しかし、(1)太陽黒点のような安定した有意な1年以上の周期（コレログラム、スペクトルの有意検定を通じて）が場所に関係なく検出されていないこと、(2)水文観測資料が短いこと、(3)もし有意な周期が見い出されたとしても、その周期の物理的根拠がとばしいこと、(4)水文資料には非均質成分の影響を受けて“見かけ上”の長期の潜在周期が現れることがあること、(5)確率的モデルでもそのような概周期性を表現できること、などから総合的に判断すれば、水文量の年時系列の長期的トレンドやジャンプを除いた残りの成分に対して、太陽黒点と同様、概周期性確定的モデル：式（2.2）をあてはめるよりも、後述の確率的モデルをあてはめる方が良好と筆者は考える。

3.3 時系列の正規化

一般に、ひずんだ分布形をもつ水文時系列を扱う場合、主として次の3つの接近法が提案されてきた。すなわち、(1)時系列をモデル化する前にひずんだ原観測時系列を正規変換する方法、(2)ひずんだ原時系列を（手を加えずに）モデル化し、無相関の残差(residual)の確率分布を知ることにより、ひずみ度に注意を払う方法、(3)ひずんだ原時系列の平均、分散と正規時系列（：原時系列の平均、分散が保存されているような正規時系列）のそれらとの関係を見つける方法、である。これらのいずれについても実際面での賛否両論がある。

ここでは(1)に関して説明する。水文時系列解析に応用される、多くの確率理論と統計学的手法は、変数が正規分布に従うという仮定の上に開発されている。しかし、水文変数の分布は非対称であることが多く、対象とする統計解析を開始する前に原変数を正規変数に変換する必要性がしばしば生じる。

まず、年時系列についての主な正規変換式をあげる。

$$(i) \quad y = \sqrt{x} \quad (3.5)$$

$$(ii) \quad y = \log(x+b) \quad b \neq 0 \quad \text{or} \quad b = 0 \quad (3.6)$$

$$(iii) \quad y = a \log\{(x+b)/c\} \quad (3.7)$$

$$(iv) \quad y = \begin{cases} [(x+b)^a - 1]/c & (a \neq 0) \\ \log(x+b) & (a = 0) \end{cases} \quad (3.8)$$

ここに、 a, b, c はそれぞれ定数で適切な方法により推定されねばならない。(i)~(iii)の式はよく知られているので説明は省略する。(iv)の式の内の1つは(ii)の式と同じであるが、Box・Cox²³⁾によって提案されたもので最近の時系列解析でよく利用されるようになってきた。^{17) 24) 25)}

周期性時系列（1年以下の時間単位）の正規化では、解析中のどの点で正規変換が実施されるべきかという問題がある。たとえば、(1)原周期性時系列 $x_{v,\tau}$ を、平均 μ_τ 、標準偏差 σ_τ の周期性とは関係なく、直接、正規変換しその後で平均、標準偏差の周期性を考慮するのか、あるいは(2)周期性統計量： μ_τ, σ_τ を原時系列 $x_{v,\tau}$ から除去した後に正規変換をするか、である。この問題に関して実際のモデル化とパラメータ推定のための適確な解答がまだ得られていない。もし(1)のように正規変換を原時系列 $x_{v,\tau}$ に直接、行えば、変換された系列 $y_{v,\tau}$ の平均と標準偏差の周期性は原系列 $x_{v,\tau}$ のそれと比較してずっとゆがんだものになるだろう。一方、(2)のように、原系列 $x_{v,\tau}$ から周期性特性： μ_τ, σ_τ を除去するために標準化：

$$y_{v,\tau} = (x_{v,\tau} - \hat{\mu}_\tau) / \hat{\sigma}_\tau$$

すると $y_{v,\tau}$ は正負の両方の値を取ることであり、この $y_{v,\tau}$ を正規変換するためには、一般には式(3.5)~(3.8)よりもっと複雑な変換式が必要となるだろう。したがって、実際には(1)の立場より式(3.5)~(3.8)のいずれかが使用されることが多い。原周期性（非対称）時系列 $x_{v,\tau}$ を正規分布に従う時系列 $y_{v,\tau}$ に変換する式を一般的に表せば次式のようなものである。

$$y_{v,\tau} = f(x_{v,\tau}; a_\tau, b_\tau, c_\tau, \dots) \quad (3.9)$$

ここに、 a_τ, b_τ, c_τ ($\tau=1, \dots, w$; w は年内の期間数) は周期性パラメータである。たとえば、式(3.5)~(3.8)の中から、式(3.6)を用いるとき、

$$y_{v,\tau} = \log(x_{v,\tau} + b_\tau) \quad (\tau=1, \dots, w) \quad (3.10)$$

で月時系列のとき $w=12$ ゆえ12の b_τ の値が必要になる。正規変換された周期性時系列 $y_{v,\tau}$ の平均、分散が周期性を示すならば、これらの周期性を除去するための標準化が必要である（後述の式(5.1)参照）。

なお、短期予測の場合、何らかのモデルにより予測された正規変数 y を用いて原変数 x を予測する必要がある。こうした場合、通常は、データ発生の場合と同様、逆変換式（たとえば、 $x=y^2$ ）を用いることが多いが、この逆変換式は最適予測値 $\hat{x}$ を与えないことが理論的に示され、2, 3の簡単な場合の最適予測式が示されていることを付記する。³⁸⁾

3.4 確率的モデルの選択とモデル化

過去において提案された水文時系列のための主な確率的モデル (stochastic model) を列挙すれば次のようである。すなわち、自己回帰 (autoregressive : AR) モデル¹⁾, fractional Gaussian noise (FGN) モデル¹⁾, 自己回帰移動平均 (autoregressive moving average : ARMA) モデル¹⁾⁷⁾, broken-line (BL) モデル¹⁾, shot-noise モデル¹⁾, 間歇過程モデル²⁶⁾, disaggregation モデル²⁷⁾, Markov mixture モデル²⁸⁾, ARMA-Markov モデル²⁹⁾, 一般混合モデル¹³⁾, である。

いずれのモデルも長所をもっており、それらの中のあるものは計画水文学 (operational hydrology) に応用され成功しているが、いずれも何らかの限界 (短所) がある。それらのモデルは次のような点 (のいずれか) で批判されてきた。すなわち、(1)短期の持続性を再現できないこと、(2)長期の持続性を再現できないこと、(3)パラメータの推定が困難なこと、(4)大標本のデータ発生をするのに限界があること、(5)物理的根拠に欠けること、(6)あまりにもパラメータが多いこと、などである。

計画水文学の多くの実際のケースに対して、AR, ARMA, ARIMA, および disaggregation モデルを適切に用いれば満足の結果が一般に得られるだろうということが水文時系列解析を通じて明らかとなってきた。^{9) 14~17) 30~34)} したがって、ここでは対象とする確率的モデルは前述の AR, ARMA, ARIMA と disaggregation モデルに限定する。

Salas・Smith³⁵⁾ によれば水文時系列のモデル化 (modeling) は主に次の6つのステップで構成される。すなわち、(1)モデル構成の鑑定 (identification), (2)モデル・タイプの選択, (3)モデル形の鑑定, (4)モデル・パラメータの推定, (5)モデルの適合度検定, (6)不確実性 (uncertainty) の評価, である。具体的に個々のステップについて説明する。

(1)に関して、たとえば、1つの貯水池操作をシミュレーションによって解析するには月単位の流入量を発生させる必要があるとする。対象とする貯水池の操作に影響を与えるものが上流に存在しないときにはダムサイト付近における月流量の単変数モデルが選ばれよう。一方、もし、対象貯水池の上流に他の貯水池があるか計画されているならば、数地点における月流量の多変数モデルが選ばれるべきである。しかし、月流量の多変数モデルの代りに、年流量の多変数モデルとそれに対応する月流量を得るための disaggregation (分解) モデルを用いても良い。

(2)については、(1)のモデル構成の鑑定が済むと、モデルの選択をする必要がある。たとえば、AR モデル, ARMA モデル, disaggregation モデルの内のどれを用いるかである。この決定に際して、水文量の物理的過程の特性と水文時系列特性を考慮することが大切である。たとえば、ゆっくりと減衰するコログラム (長いメモリーまたは長い持続性) をもつ時系列には AR モデルよりもむしろ ARMA モデルの方が一般に良い。年時系列が長いメモリーをもつときで月時系列特性も解析せねばならないならば、年時系列に ARMA モデルを、月時系列に disaggregation モデルを、といった2つのレベルのモデルが一般に必要となる。

(3)のモデル形の鑑定の意味するところは、たとえば Box・Jenkins⁷⁾ の ARMA モデルの次数 (p ,

q) の決定だけではない。たとえば、週流量の時系列解析では、その系列がひずんでいるかどうか、もしそうだとすればひずみ度は一定なのか周期性なのかどうか、また週と週の系列相関が周期性かどうか、その周期性特性は式(2.1)のようなフーリエ級数によって表現されるべきかどうか、といった鑑定もなされねばならない。

(4) のモデル・パラメータの推定では、通常、積率法と最尤法が用いられるが、後者は最も良い推定値を与える。

(5) のモデルの適合度検定では、モデルについて最初に設定した仮定が満足されているかどうか、および得られたモデルが原水文時系列をどれほど良く表現しているかどうか、を検定する必要がある。モデル仮定は通常、モデルの残差の独立性と正規性であり、これらについて検定する。さらに、データ発生により、そのモデルが原時系列の統計量、たとえば、平均、分散、ひずみ度、相関、連の特性、Hurst 係数、を統計的に再現(保存)するかどうかを検定する。もし、これらのことが満足されねば、モデル形(3)、またはモデル・タイプの選択(2)まで戻って、やり直さねばならない。

(6) の不確実性(たよりなさ)は2種類あり、その1つはモデルの不確実性であり、他のモデルとの統計量の有意な差があるかどうかで評価される。もう1つはパラメータの不確実性であり、パラメータの推定値の分布を知ることにより、またそのような分布からの標本パラメータをもつモデルを用いることによって評価されよう。

以上の説明では主としてデータ発生に関してであったが、通常、モデル化の目的はデータ発生と予測に大別される。データ発生モデルとして最適であっても予測モデルとしては最適でないことも考えられる。このことについて、さらに次節のパラメータの検約に関して述べる。

3.5 統計量の保存とパラメータの検約

原観測時系列のどのような統計量(平均、分散、ひずみ度、自己相関など)を保存せねばならないかは確率統計水文学での未解決事項の1つである。通常、データ発生などでは、平均、標準偏差と系列相関構造が保存されるべき主な統計量である。しかし、そのような統計量、とくに相関にも誤差があることを忘れてはならず、できるならば何らかの物理的統計的解釈を加えるべきである。ひずみ度も、たとえば渾水特性のような極値統計や range のような貯水池容量に関する統計では重要である。しかし、実際の観測時系列(小標本)でのそのような極値特性は極めて不確実であるため、厳密にそのような特性を保存させることは適切ではない。したがって、観測系列のもつどのような統計量を確率的モデルによって保存させるかを決定するには究極的な応用目的についてはもちろんのこと、観測統計量についても十分な、かつ注意深い解釈を加える必要がある。

次に配慮されねばならない点は、保存されるべき統計量を十分に再現するのに必要最小限のパラメータをもつモデルを見つけることであろう。このことは“けち”の原理(principle of parsimony)として知られている。パラメータ検約のための数学的規準として赤池²¹⁾の提案したAIC(Akaike Information Criterion)は有名である。たとえば、ARMA(p, q)モデルの比較のためのAIC(p, q)

は次式のようなである。

$$\text{AIC}(p, q) = n \log_e \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2(p + q) \quad (3.11)$$

ここに、 n は標本数（時系列の長さ）、 $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ は残差 ε の分散の最尤推定値である。式（3.11）の右辺第1項はモデルの重相関係数 R または決定係数 R^2 （ $R^2 = 1 - (\hat{\sigma}_\varepsilon^2 / \hat{\sigma}_z^2)$ ）； $\hat{\sigma}_z^2$ は確率的成分 Z_t の標本分散）が大きいほど、すなわち適合度が高いほど小さくなるが、モデルのパラメータ数が多いほど第2項が大きくなる。したがって、“けち”の原理によればAICの最小値を与えるモデル次数を選べば良いことになる。

実際にARMAモデルの次数平面（ $p=0, 1, \dots, k$ ； $q=0, 1, \dots, \ell$ ）でAIC最小値を与える次数（ p, q ）を探索したとき、たとえば2組の次数（ p_1, q_1 ）と次数（ p_2, q_2 ）は同じ程度のAIC最小値をもつことがしばしば生じる。このときの次数（ p_1, q_1 ）と次数（ p_2, q_2 ）の大きさにかなりの差があればモデルの決定係数 R^2 にも差が現れることがある。このようなとき、どちらの次数のモデルを採用すれば良いかを判定する重要な基準の1つとしてモデル化の目的（データ発生か予測か）があげられよう。たとえば、データ発生が主目的であれば諸統計量の保存性が重要であるから決定係数 R^2 が小さくとも保存性の高い方を採用すれば良いだろうし、短期予測が主目的であれば諸統計量の保存性がたとえ低くとも決定係数 R^2 の高い方を採用することができよう。

4. 年時系列モデルの適用例と適用限界

4.1 概 説

年単位の水文時系列を扱うときに、とくに注意が必要な点は長期の持続性である。これについては既にHurst現象のところで述べたが、Hurst係数 h （またはrange）も持続性構造の1つの尺度である。このHurst係数を保存するモデルとしてFGN、BLなどのモデルが提案された。特定のARMAモデルも長期の持続性をもち、Hurst係数を保存することが実証されている。^{14) 15) 17)}したがって、モデル化の簡易性、物理的根拠などの理由により、ここではARMAモデルについて述べる。

ARMAモデルは通常、定常性と分布の（近似的）正規性に基づくから、まず原時系列資料を適当な変換式で正規化する。その後、もし長期のトレンドまたはinterventionが検出されれば、その成分を除去した、残りの確率的成分にARMAモデルを適用する。いま、確率的成分を y_t 、その平均を μ とし、その差を $z_t = y_t - \mu$ とおく。 z_t に関する次数（ p, q ）のARMAモデルは次式のように表される。

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4.1)$$

ここに、 ϕ_i （ $i=1, \dots, p$ ）、 θ_i （ $i=1, \dots, q$ ）はそれぞれAR係数、MA係数であり、係数 ϕ_i （ $i=1, \dots, p$ ）は定常条件を、係数 ϕ_i （ $i=1, \dots, q$ ）は転換条件（invertibility condition）を満足するモデルを選ぶことにする。MA項がなければ、式（4.1）はARMA（ $p, 0$ ）すなわち次数 p のARモ

デルとなり、AR項がなければARMA(0, q)すなわち次数 q のMAモデルとなる。

4.2 適用例

(1)年太陽黒点数の場合 2あるいは3次程度のARモデルが適当とされている。⁷⁾²⁰⁾ McleodらはBox・Coxの変換式により原時系列を(近似的)正規変換した後、9次のARモデルで係数 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 以外の $\phi_i (i=3, \dots, 8)$ を0としたモデルが最も良いとしている。もう1つのモデルとして、周期性を考慮した季節性ARIMAモデル(後述)を適合したが結果は前述のAR(9)モデルより悪いことがわかった。²⁵⁾

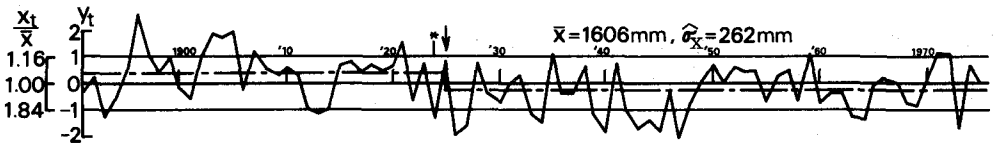


図-4.1 名古屋の年降水量時系列 ($n=85$)

(矢印: 変化時点, *印: 観測所位置の移動年)

(2)年降水量の場合 たとえば、図-4.1のような名古屋の年降水量時系列 y_t (式(3.7)で正規変換したもの)に対して、intervention解析を実施したところ、1925年を境に有意な平均値の変化が認められた。記録によれば1924年に観測所の位置の移動があり、統計的に検出された平均値の差は物理的根拠をもつことになる。このような非均質成分を除去した残りの成分にARMAモデルをあてはめ、AIC最小値を与える次数(p, q)を探索した結果、ARMA(0, 1)モデルを得た。一方、非均質成分(intervention項)を除去せずに、原時系列(対数正規変換されたもの)に形式的にARMAモデルを適合させて、同様にAIC最小値を与える次数を探索した結果、ARMA(12, 2)なる高次のモデルが得られた。このような次数の相違は図-4.2のコレログラムからも推察され、interventionによる平均値の変化が見かけ上の持続性を高めていることがわかる。

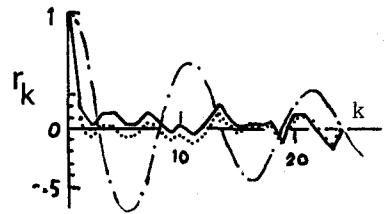


図-4.2 コレログラム

名古屋 { 原時系列: 実線
intervention: 点線
成分除去
太陽黒点: 1点鎖線

(3)年流量の場合 既に述べたナイル川の例(図-2.1)では、intervention項を除去した残りの成分に対して、Hipelら¹⁰⁾はARMA(1, 0)またはARMA(0, 1)モデルを用いた。彼らはさらに23の地球物理学的資料(降水量, 流量, 土層, 太陽黒点, 木の年輪など)を用いたシミュレーションによって、ARMAモデルもrangeまたはHurst係数を保存しうることを実証した。¹⁴⁾¹⁵⁾ 端野・Delleur¹⁷⁾は世界中の140箇所の年流量資料を用いて、Hurst係数 h の最も大きな値($h \approx 0.8 \sim 0.9$)を示す年時系列について解析し、その主要原因の1つは10年以上続く平均の差であることを、またシミュレーションによってAIC最小値を与えるARMAモデルは原時系列のHurst係数をほぼ保存することを示した。

4.2 適用限界

ARMAモデルは長い持続性をもつ時系列に対しても利用できる。しかし、長い持続性を保存させることに気を使い過ぎると短い持続性が保存されないことがあるから注意を要する。したがって、対象とするケースごとに、どのような時系列特性が保存されるべきかを決めねばならない。一般には、平均、分散、ひずみ係数、相関関数、range (またはHurst係数)、平均渇水長、などの統計量の推定値を得るための年時系列データの発生が可能であるから、用いられたARMAモデルが観測資料の主な統計量を保存しているかどうかを確かめることができる。

5. 季節性時系列のモデル例と適用限界

5.1 概要

前節までに述べてきたように、周期性水文時系列としては、1年以下の時間間隔、たとえば、季節、月、週、日の単位をもつ時系列を考えれば良い。このような周期性時系列に対するモデルとして、周期性 (periodic) ARMAモデル、(単純) ARIMAモデル、季節性 (seasonal) ARIMAモデルおよび disaggregationモデルを取上げて、それぞれのモデルの概要と長所・短所について説明する。

5.2 周期性ARMAモデル

1年を w の時間間隔に分け、 v 年次 τ 期間 ($\tau=1, \dots, w$) の原時系列値を $x_{v,\tau}$ とする。まず、 $x_{v,\tau}$ は3.2で述べた変換式で正規系列 $y_{v,\tau}$ に変換する。 $y_{v,\tau}$ の平均 $\hat{\mu}_\tau$ 、標準偏差 $\hat{\sigma}_\tau$ を用いて、さらに標準化する。すなわち、

$$z_{v,\tau} = (y_{v,\tau} - \hat{\mu}_\tau) / \hat{\sigma}_\tau \quad (5.1)$$

ここに、 $\hat{\mu}_\tau$ 、 $\hat{\sigma}_\tau$ は季節的に変化する。もし、式(5.1)の標準化系列 $z_{v,\tau}$ の自己相関関数(式(2.11)で $x_{v,\tau}$ を $z_{v,\tau}$ で置き換えたもの) $r_{k,\tau}$ が τ に関係なくほぼ一定と見なせるならば、 $t=(v-1)w + \tau$ なる変数 t を用いて、標準化系列 $z_t (= z_{v,\tau})$ は一定係数をもつARMA(p, q)モデルすなわち式(4.1)と同じ定常モデルで表される。

$r_{k,\tau}$ が $\hat{\mu}_\tau$ 、 $\hat{\sigma}_\tau$ と同様に何らかの周期性を示すならば、次式のような時間変化(time varying)する係数をもつARMAモデルすなわち非定常モデルが考えられる。³⁰⁾

$$z_{v,\tau} = \sum_{i=1}^p \phi_{i,\tau} z_{v,\tau-i} - \sum_{j=1}^q \theta_{j,\tau} \varepsilon_{v,\tau-j} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (5.2)$$

ここに、 $\phi_{i,\tau}$ 、 $\theta_{j,\tau}$ はそれぞれ時間変化AR係数、MA係数、 $\varepsilon_{v,\tau}$ は独立正規不規則変数である。

ところで、式(5.1)の標準化を期間 τ ごとに実施するとなると、季節や月単位ではまだしも、週、日単位となると平均 $\hat{\mu}_\tau$ 、標準偏差 $\hat{\sigma}_\tau$ のパラメータ数が膨大なものになってくる。そこで、パラメータ倏約のために、 $\hat{\mu}_\tau$ 、 $\hat{\sigma}_\tau$ なる推定値を式(2.1)の調和波の和で与える方法が提案されている。⁸⁾³⁰⁾

たとえば、日流量時系列(対数値)の平均、標準偏差をそれぞれ6つの有意な調和波の和で表しパラ

メータの節約を計っている。³⁰⁾

5.3 ARIMAモデル

ARIMA (p, d, q) モデルとは式 (4.1) の ARMA (p, q) モデルの変数 z_t の代りに原時系列 (通常, 正規変換されたもの) y_t の d 階差分 u_t を用いたものである。したがって, 原時系列 y_t は非定常であるが, d 階差分 u_t は定常であると考えられることになる。たとえば, ARIMA $(1, 1, 1)$ モデルは次式のように表される。

$$\begin{cases} u_t = \phi_1 u_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\begin{cases} u_t = y_t - y_{t-1} \end{cases} \quad (5.4)$$

y_t 時系列の母集団である Y_t 過程は定常過程 U_t の積分 (無限和) で表されるような非定常過程 (分散が無限) であるので, 水文時系列の短期予測に有効であっても, データ発生には不適當である。Kavvas・Delleur³⁶⁾ は月系列に対しての 1 階差分の効果を調べた結果, そのような差分操作は原時系列の長周期特性を除去することができるが, 見かけ上の短周期特性を派生することを明らかにした。通常, ここでの (単純) ARIMA モデルよりも次節で述べる季節性 ARIMA モデルの方がより一般的に季節性特性を表現できる。

5.4 季節性 ARIMA モデル

1 年以内の周期性を除去するために次式のような季節性差分を用いることができる。以下, 月単位の時系列 y_t を例にとり説明する。

$$u_t = y_t - y_{t-w}, \quad (\text{月単位のとき } w=12) \quad (5.5)$$

簡単のため, このような差分操作は 1 階で良いとすると, 式 (5.5) の u_t 系列は次数 (P, Q) の ARMA モデルで表される。すなわち,

$$u_t = \sum_{i=1}^P \phi_i u_{t-12i} + \alpha_t - \sum_{j=1}^Q \theta_j \alpha_{t-12j} \quad (5.6)$$

ここに, ϕ_i , θ_j はそれぞれ AR 係数, MA 係数, α_t は残差である。このモデルは, 特定の月の観測値は過去の年の同月観測値に依存することを表すものである。しかし, 実際には, 同じ年の他の月の観測値も関係しているはずであるから, 式 (5.6) の残差すなわち誤差成分 α_t は系列相関をもつだろう。そこで, このような月と月の間の系列相関に注意を払い, さらに α_t 系列に次式の ARMA (p, q) モデルをあてはめる。

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^p \phi_i \alpha_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (5.7)$$

ここに, ϕ_i , θ_j は AR, MA 係数で, ε_t は独立正規不規則変数である。式 (5.6), (5.7) の結合モデルを乗算的 (multiplicative) モデルまたは季節性 ARIMA モデルといい, ARIMA $(p, q) \times (P,$

1, Q)₁₂ と表される。Kavvas・Delleur は月時系列に対しての、季節性差分操作の影響を理論的実証的に調べ、そのような季節性差分操作は共分散関数の周期性を除去するものの、原時系列のもつスペクトルを大きくゆがめてしまうことを示した。³⁶⁾したがって、このモデルも前述の単純 ARIMA モデル同様、データ発生には不適である。また、この季節性 ARIMA モデルは標準偏差の季節性変動をモデル中に組込むことができないことに注意する必要がある。これに対して、前述の周期性 ARMA モデルはデータ発生および予測の両方に有効であるが、パラメータが多くなるのが短所である。

これまでに述べた周期性 ARMA、単純 ARIMA、季節性 ARIMA のいずれについても言えることは、モデルによって季節性変動特性は保存され得ても、年単位以上の長期的変動特性は保存されないことである。このことは季節性時系列に対する周期性モデルの大きな欠点である。そこで、この欠点を補うために、まず年時系列の長期持続性を表す適当なモデル、たとえば ARMA モデルを選択し、次に 1 年以内の短い期間（たとえば、月、週）にその長期モデルを分解（disaggregate）する方法が提案されている。この方法は唯一の方法ではないが有力な方法である。³¹⁾

5.5 Disaggregation モデル

分解（disaggregation）モデルの応用のたいていは時制領域（temporal domain）にあるが、^{30) 32~34)} Lane³⁷⁾ は同じ原理を空間領域（spatial domain）にも応用した。disaggregation モデルの基本的目標は前述のように 1 つ以上のレベル（たとえば月レベルと年レベル）の統計的特性を保存させることである。

説明を簡単にするため、1 地点・時制 disaggregation モデルに限定し、かつ Valencia・Schaaake²⁷⁾ の提案した基本的モデルについて述べる。いま、 j 年目（ $j=1, \dots, n$ ）の i 月（ $i=1, \dots, 12$ ）の月流量 $y_{i,j}$ を発生させることを考える。このときの disaggregation モデルは次のように表せる。

$$y_{i,j} = a_i x_j + \sum_{k=1}^{12} b_{i,k} \cdot \varepsilon_{k,j} \quad (5.8)$$

ここに、 x_j は j 年目の年流量、 $\varepsilon_{i,j}$ は完全不規則変数、 a_i 、 $b_{i,k}$ （ $i=1, \dots, 12$ ； $k=1, \dots, 12$ ）は年流量および月流量の観測資料より推定されねばならない。年流量 x_j をたとえば ARMA モデルで発生させ、次に不規則変数 $\varepsilon_{k,j}$ を発生させれば月流量 $y_{i,j}$ が得られる。

このモデルの多くの応用面が考えられる反面、日単位程度への分解は良い結果をもたらさないこと、多くのパラメータが必要なこと、係数の不偏推定値を得るための調整が必要であるがまだ十分な方法が開発されていないこと、などの欠点あるいは問題点があり、こうした面での研究がなされている。^{32~34)}

6. あとがき

紙数の制約から短時間単位（日、時間、分）の時系列特性とそのモデル化について、まったくふれることが出来なかったことを御詫する。また、本論をまとめる中で、的確なレビューがなされていない箇所があるとすれば、それは筆者の浅学によるものである。参考文献に掲げていないもので優れた

多数の文献を割愛せざるを得なかったが、それらについては参考文献をまず手掛りにして調べて頂きたい。

参 考 文 献

- 1) 神田・藤田：水文学—確率論的手法とその応用，新体系土木工学26，技報堂，1981.
- 2) 亀田・池淵・春名：確率・統計解析，新体系土木工学2，技報堂，1981.
- 3) 中塚利直：時系列解析の数学的基礎，教育出版，1978.
- 4) 岸根卓郎：統計学，養賢堂，1974.
- 5) 鈴木栄一：気象統計学，地人書館，1968.
- 6) Anderson, T. W. : The statistical analysis of time series, John Wiley & Sons, 1971.
- 7) Box, G. E. P. and G. M. Jenkins : Time series analysis ; Forecasting and control, Holden-Day, San Francisco, 1970.
- 8) Yevjevich, V. : Stochastic processes in hydrology, Water Resources Publications, Fort Collins, 1972.
- 9) Salas, J. D., J. W. Delleur, V. Yevjevich and W. L. Lane : Applied modeling of hydrologic time series, Water Resources Publications, Fort Collins, 1980.
- 10) Hipel, K. W., W. C. Lennox, T. E. Unny and A. I. McLeod : Intervention analysis in water resources, WRR, 11(6), 855—861, 1975.
- 11) Hurst, H. E. : Long-term storage capacity of reservoirs, Trans. Amer. Soc. Civil Eng., 116, 770—808, 1951.
- 12) Klemes, V. : The Hurst phenomenon—A puzzle ?, WRR, 10(4), 675—688, 1974.
- 13) Boes, D. C. and Salas, J. D. : Nonstationarity in mean and the Hurst phenomenon, WRR, 14(1), 135—143, 1978.
- 14) McLeod, A. I. and K. W. Hipel : Preservation of the rescaled adjusted range, 1. A reassessment of the Hurst phenomenon, WRR, 14(3), 491—508, 1978.
- 15) Hipel, K. W. and A. I. McLeod : Preservation of the rescaled adjusted range, 2. Simulation studies using Box-Jenkins models, WRR, 14(3), 509—516, 1978.
- 16) Salas, J. D., D. C. Boes, V. Yevjevich and G. G. S. Pegram : Hurst phenomenon as a pre-asymptotic behavior, J. Hydrology, 44, 1—15, 1979.
- 17) 端野・Delleur : 年流量に対するHurst係数とARMAモデルの最適化，水理講演会論文集，25，221—228，1981.
- 18) Box, G. E. P. and G. C. Tiao : Intervention analysis with application to economic

- and environmental problems, J. Amer. Stat. Assoc., 70, (349), 70-79, 1975.
- 19) 端野道夫：年降水量時系列の変動特性と ARMA モデルの最適次数, 土木学会年次講演会概要集, II-307, 611-612, 1981.
 - 20) Hipel, K. W., A. I. McLeod and E. A. McBean : Stochastic modelling of the effects of reservoir operation, J. Hydrology, 32, 97-113, 1977.
 - 21) Akaike, H : A new look at the statistical model identification, IEEE. Trans. Automat. Cont., AC-19(6), 716-723, 1974.
 - 22) Itube, I. R. and V. Yevjevich : The investigation of relationship between hydrologic time series and sunspot numbers, Hydrology papers, 26, CSU, Fort Collins, Colorado, 1968.
 - 23) Box, G. E. P. and D. R. Cox : An analysis of transformations, J. Roy. Statist. Soc., Ser. B, 26, 211-252, 1964.
 - 24) Hipel, K. W., A. I. McLeod and W. C. Lennox : Advances in Box-Jenkins modeling, 1. Model construction, WRR, 13(3), 567-575, 1977.
 - 25) McLeod, A. I., K. W. Hipel and W. C. Lennox : Advances in Box-Jenkins modeling, 2. Applications, WRR, 13(3), 577-586, 1977.
 - 26) Yakowitz, S. J. : A stochastic model for daily riverflow in an arid region, WRR, 9(5), 1271-1285, 1973.
 - 27) Valencia, D. and Schaake, J. C. : Disaggregation process in stochastic hydrology, WRR, 9(3), 580-585, 1973.
 - 28) Jackson, B. B. : Markov mixture models for drought lengths, WRR, 11(1), 64-74, 1975.
 - 29) Lettenmaier, D. P. and Burges, S. J. : Operational assessment of hydrologic models of long-term persistence, WRR, 13(1), 113-124, 1977.
 - 30) Delleur, J. W., P. C. Tao and M. L. Kavvas : An evaluation of the practicality and complexity of some rainfall and runoff time series models, WRR, 12(5), 953-970, 1976.
 - 31) Kavvas, M. L., L. J. Cote and J. W. Delleur : Time resolution of the hydrologic time series models, J. hydrology, 32(3/4), 347-361, 1977.
 - 32) Tao, P. C. and Delleur, J. W. : Multistation, multiyear synthesis of hydrologic time series by disaggregation, WRR, 12(6), 1303-1312, 1976.
 - 33) Mejia, J. M. and J. Rouselle : Disaggregation models in hydrology revisited, WRR, 12(2), 185-186, 1976.

- 34) Hoshi, K. and S. J. Burges : Disaggregation of streamflow volumes, ASCE, 105, HY1, 27-41, 1979.
- 35) Salas, J.D. and Smith, R. A. : Uncertainties in hydrologic time series analysis, Paper presented at the ASCE Spring Meeting, Portland, Oregon, Preprint 80-158, 1980.
- 36) Kavvas, M. L. and J.W. Delleur : Removal of periodicities by differencing and monthly mean subtraction, J. Hydrology, 26, 335-353, 1975.
- 37) Lane, W. L. : Applied stochastic techniques (LAST computer package), user manual, Division of Planning Technical Services, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 1979.
- 38) Granger, C.W. J. and P. Newbold : Forecasting transformed series, J. Roy. Statist. Soc., Ser. B, 38 (2), 189-203, 1976.