

海岸構造物近傍の波の変形

北海道大学工学部土木工学科 佐 伯 浩

1. ま え が き

海岸堤防、海岸護岸、防砂突堤、離岸堤等、海岸の汀線近傍に建設される海岸構造物あるいは、防波堤のように比較的水深の深い沖に建設される海岸構造物近傍の波は、水深変化による屈折及び浅水変形の影響の他に、構造物による反射、回折の影響を受けるために、非常に複雑な変形機構を示す。実際の上記の各種海岸構造物近傍の海は、その構造様式、設置水深等によって、影響度の強弱はあるにしても、複数の変形因子の影響を受ける事になる。また海岸堤防や海岸護岸は、一般に堤脚水深も浅いため、砂の移動の最も激しい場所に設置される事により、堤脚部の局所洗堀などの影響を強く受ける事になる。以上述べたように、海岸構造物近傍の波の問題は多岐にわたっているが、ここでは特に重複波に関する問題を取り扱う事にする。

2. 重複波理論の特徴

防波堤等、鉛直壁を有する構造物に波が入射して衝突すると、進行してきた波は反射して、反射波となって逆方向に進むが、この時、入射波と反射波が共存する事になり、このようにしてできた波を重複波 (clapotis) と呼んでいる。微小振幅重複波理論 (線形重複波理論) はすでに Lamb¹⁾ の教科書に詳しく書かれているが、有限振幅の重複波理論については、Sainflou²⁾ が St. Venant & Flamant²⁾ の楕円トロコイド理論に基づいて、浅水重複波の解を求めたが、この式は今でも波圧式としてよく用いられているように、非常に便利な式ではあるが、回転性の波であるという欠点を有している。これに対して、Miche³⁾ は Sainflou の理論の近似度をあげた理論解を求めたが、これも回転性の波である。Gourret⁴⁾ は Sainflou の解が厳密に連続及び無渦の条件を満足しない点を指摘し、新しく、運動の式と境界条件を満たす速度ポテンシャルの近似解を求めた。しかし、この解も精度の点で大きな欠点を有していた。これに対して岸⁵⁾ は、より完全な表面条件を用いて、非回転性の浅水重複波理論を波形勾配の二乗の項まで計算し、碎波限界についても吟味している。その後、Tadjbaksh & Keller⁶⁾ は摂動法によって、有限振幅浅水重複波の第3次近似解を求めたが、合田と柿崎⁷⁾ はその Tadjbaksh & Keller⁶⁾ の解の中に一部誤りがある事を指摘するとともに、その理論を拡張して第4次近似解を求めた。また得られた理論解の特性を詳細に調べるとともに、実験値との比較をも行った。首藤は Laitone と似たような手法によって、有限振幅の定常長波の解の第2近似項まで計算した。以上述べたように、重複波に関する波動理論は数多く発表されているが、それをまとめて表にしたものが表-1⁹⁾ である。

2.1 重複波の理論

現在、重複波の各理論の中でも最もよく使われている理論は、微小振幅重複波理論と Tadjbaksh & Keller⁶⁾ により求められた有限振幅重複波理論、それに首藤⁸⁾ により求められた有限振幅の定常長波理論⁸⁾ である。また波圧については Sainflou の求めた波圧式がよく実際に使われている。ここでは主に、微小振幅重複波理論と Tadjbaksh & Keller の第3近似の有限振幅重複波理論の特性、

および適用限界について調べてみる。そのため、まず両理論解について述べる。まず、微小振幅重複波について考えてみると、入射波波形及び反射波波形を η_1 、 η_2 とすると、合成される重複波の波形は(3)式で示される。ここで H_I および H_R は入射波及び反射波の波高である。

表—1 重複波の分類
(水理公式集より抜粋)

深水波	微小振幅波	Lamb
	有限振幅波	Penny & Price
浅水波	微小振幅波	
	有限振幅波	岸, Tadjbaksh & Keller, 合田 (Sainflou), (Gourret), (Miche)
長波	微小振幅波	
	有限振幅波	首藤, Benny & Luke

注 () 印はラグランジュの運動方程式を用いたもの

$$\eta_1 = \frac{H_I}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad (1)$$

$$\eta_2 = -\frac{H_R}{2} \cos(kx + \sigma t) \quad (2)$$

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 = \frac{1}{2} (H_I - H_R) \cos(kx - \sigma t) + H_R \cos \sigma t \cdot \cos kx \quad (3)$$

(1)~(3)において、波長を L 、周期を T とするとき k 、 σ は波数及び角速度で $k = 2\pi/L$ 、 $\sigma = 2\pi/T$ である。

(3)式は、 $(H_I - H_R)$ の波高の進行波と $2H_R$ の波高の重複波から成り立っている事になる。このように入射波高と反射波高が違っている場合の波を部分重複波 (Partial Clapotis) と呼んでいる。この時の速度ポテンシャルは次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{1}{2} (H_I - H_R) \cdot C \cdot \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t) \\ & - H_R \cdot C \cdot \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin \sigma t \cdot \cos kx \end{aligned} \quad (4)$$

ここで C は微小振幅浅水波の波速である。完全重複波、既ち $H_I = H_R$ の場合には、(3), (4), は次の(5), (6)式で表わされる。

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \sigma t \cdot \cos kx \quad (5)$$

$$\phi = -\frac{H}{2} \cdot C \cdot \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin \sigma t \cdot \cos kx \quad (6)$$

ここで H は腹部での波高である。また、この微小振幅重複波の波圧 P は次式で表わされる。

$$P = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho g \frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot \cos \sigma t \cdot \cos kx - \rho g z \quad (7)$$

これに対してTadjbaksh & Kellerの求めた第3次近似の有限振幅重複波 (合田が一部修正) の波形、波圧は以下の各式で表わされる。

$$\begin{aligned} \eta = & a \sin \sigma t \cdot \cos kx + \frac{\pi a^2}{4L} \left[\tanh kh + \coth kh + (\coth kh - 3 \coth^3 kh) \right. \\ & \left. \times \cos \sigma t \right] \cos kx + \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \cdot a^3 \left[b_{11} \cdot \sin \sigma t \cdot \cos kx + b_{13} \cdot \sin \sigma t \cdot \cos 3kx \right. \end{aligned}$$

$$+ b_{31} \cdot \sin 3\sigma t \cdot \cos kh + b_{33} \cdot \sin 3\sigma t \cdot \cos 3kh \quad (8)$$

ここで, b_{11} , b_{13} , b_{31} それに b_{33} は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \frac{1}{32} [3 \coth^4 kh + 6 \coth^2 kh - 5 + \tanh^2 kh] \\ b_{13} &= \frac{3}{128} [9 \coth^4 kh + 27 \coth^2 kh - 15 + \tanh^2 kh + 2 \tanh^4 kh] \\ b_{31} &= \frac{1}{128} [3 \coth^4 kh + 18 \coth^2 kh - 5] \\ b_{33} &= \frac{3}{128} [-9 \coth^6 kh + 3 \coth^4 kh - 3 \coth^2 kh + 1] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(8) 式中の a は次式で求められる。 H は鉛直壁 $x=0$ での波高 (重複波の腹部の波高) である。

$$\begin{aligned} a &= \frac{H}{2} - \frac{1}{1024} \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot H^3 [27 \coth^6 kh + 27 \coth^4 kh + 96 \coth^2 kh \\ &\quad - 63 + 11 \tanh^2 kh + 6 \tanh^4 kh] \end{aligned} \quad (10)$$

次に鉛直壁に作用する波圧 ($x=0$ 点での波圧) は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho g} &= -z - \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi a^2}{L} [\tanh kh - \coth kh] - \frac{\pi a^2}{L} \cdot \frac{\sinh^2 k(h+z)}{\sinh 2kh} \\ &\quad + \frac{A}{k} \sin \sigma t + \frac{B}{k} \cos 2\sigma t + \frac{C^*}{k} \sin 3\sigma t \end{aligned} \quad (11)$$

ここで A , B それに C^* は次式で示される。

$$\begin{aligned} A &= k a \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \frac{1}{8} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot [9 \coth^4 kh - 12 \coth^2 kh \\ &\quad - 3 - 2 \tanh^2 kh] + \frac{1}{32} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^3 \frac{\cosh 3k(h+z)}{\cosh 3kh} \cdot [1 + \tanh^3 kh] \times \\ &\quad [3 \coth^4 kh - 5 + 2 \tanh^2 kh] + \frac{3}{2} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^3 \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh 2kh} \times \\ &\quad \frac{\sinh 2k(h+z)}{\cosh 2kh} \times [\tanh kh - \coth^3 kh] \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 [3 \tanh kh + \coth kh] + \frac{3}{2} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \frac{\cosh 2k(h+z)}{\cosh 2kh} [\tanh kh \\ &\quad - \coth^3 kh] - 2 \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \frac{\sinh^2 k(h+z)}{\sinh 2kh} \\ C^* &= \frac{1}{32} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^3 \cdot \{ 9 \tanh^4 kh + 62 \coth^2 kh - 31 \} \times \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \end{aligned}$$

$$+ (1 + 3 \tanh^2 kh) \frac{\cosh 3k(h+z)}{\cosh 3kh} \times (-27 \coth^6 kh + 66 \coth^4 kh - 39 \coth^2 kh) + 48 (\tanh kh - \coth^3 kh) \times \frac{\sinh k(h+z) \cdot \sinh 2k(h+z)}{\sinh kh \cdot \cosh 2kh} \Bigg]$$

(12)

この3次近似理論の波形及び圧力についての(8), (11)式の右辺の第1項をとると, (5), (7)式で示される微小振幅重複波に見かけ上は一致していないが, 微小振幅波の(1), (2)式のかわりに, 位相をつらした, $\eta_1 = H_I \sin(kx - \sigma t)/2$ と $\eta_2 = H_R \sin(kx + \sigma t)/2$ としてやると両者は一致する事になる。また(11)式において, 右辺の第2項と第3項の和は波の中分面が静止水面よりそれだけづれる事を示している⁷⁾。

2.2 重複波の実測波形よりみた両理論の適用範囲

松野, 斉藤, 佐伯¹⁰⁾ は, 実測の重複波形と微小振幅重複波理論及び第3次近似の有限振幅重複波理論から計算される理論波形とを比較する事により, 両理論の適用限界を調べた。実験は長さ24m, 幅60cm, 深さ1mの両面ガラス張り水槽を用いて行われた。反射壁は厚さ2cmの鋼板に鋼アンクルで補強したものをを用いた。時間, 空間波形の測定は, 周期の比較的長い波に対しては10cm間隔, 短周期の波に対しては5cm間隔で行われた。また, 腹と筋の部分は必ず測定した。波形の測定時間は定常な重複波になってから, 造波板からの再反射の影響を受けない範囲で, すなわち, 有効水路長を l , 水深を h とし, 造波機を始動してからの時間を t とすると, $l/\sqrt{gh} < t < 3l/\sqrt{gh}$ を有効測定時間の範囲とした。水深は理論との比較のため $h = 20$ cmと一定で周期は $0.98 \leq T \leq 1.6$ 2秒の範囲である。Fig. 1は腹部の時間波形の測定結果の一部である。図中の●印は実測波形, 破線は微小振幅波の理論波形, 実線は第3近似の理論波形である。アーセル数($U = HL^2/2h^3$)が小さい場合には, 両理論に非常によく一致している。またアーセル数が大きくなるにつれて, 実測波

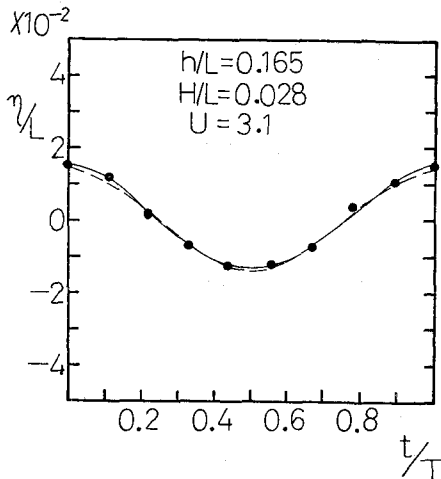


Fig. (a) 重複波の時間波形
松野他〔1979〕

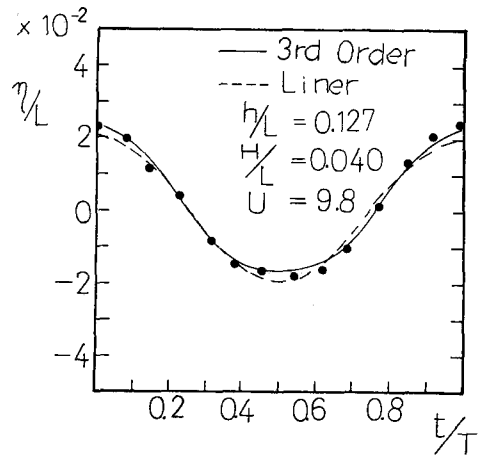


Fig. (b) 重複波の時間波形
松野他〔1979〕

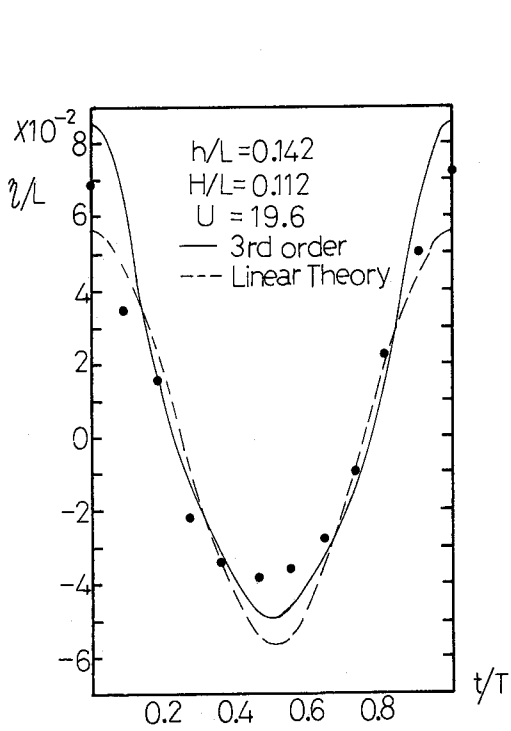


Fig. 1.(c) 重複波の時間波形
松野他〔1979〕

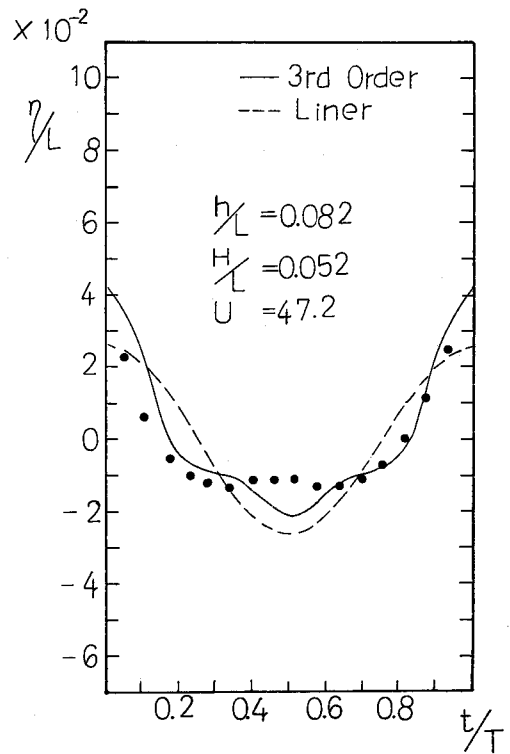


Fig. 1.(d) 重複波の時間波形
松野他〔1979〕

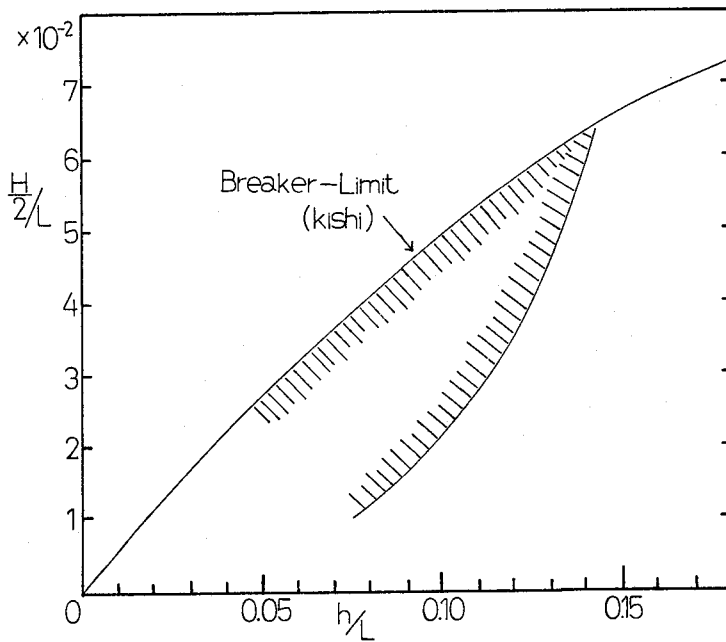


Fig-2 Inflection Point の発生域 松野〔1979〕

形は微小振幅波と合わなくなり、第3近似の有限振幅重複波に近い波形を示す。しかし、アーセル数が大きい場合はFig. 1.(d)にも示されるように、理論波形の水位低下時に小山が発生する。これは高次の項の効果によるものであるが、有限振幅進行波（ストークス波）に対して、Borgman & Chapplear¹¹⁾が名づけた Inflection Point に相当する。Fig. 2 に(8)式から計算される、Inflection Point の発生域を斜線で示す。¹⁰⁾この第3次近似の有限振幅重複波の Inflection Point の発生域は近似的に $U > 20$ で表わす事ができる。佐伯¹²⁾等はSkjelbreiaの第3近似ストークス波理論の Inflection Point の発生限界を調べているが、それによると、 $U^* > 4.8$ となっている。ここで進行波のアーセル数 U^* は $U^* = HL^2 / h^3$ で表わされる。また、重複波の実測時間波形において、水位低下時の小山のできる領域は $U > 10$ の範囲で、理論から計算される。Inflection Point とはかなり差がある。また、Fig. 1.(d)からも明らかなように水位低下時に形成される小山は理論波形とは異った形をしている。進行波の波形においても、アーセル数が大きくなると、波谷部に小山ができるが、これは理論から計

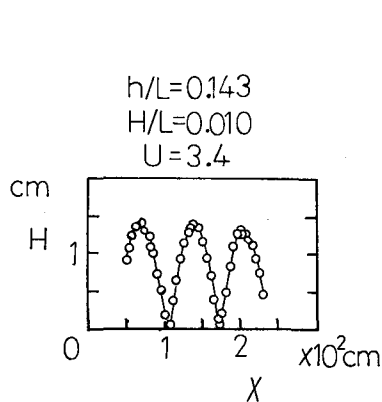


Fig. 3.(a) 重複波の空間波形
松野他〔1979〕

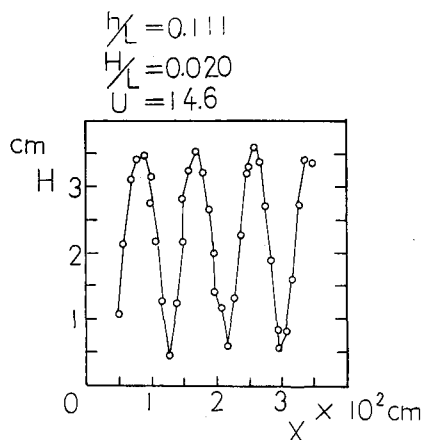


Fig. 3.(b) 重複波の空間波形
松野他〔1979〕

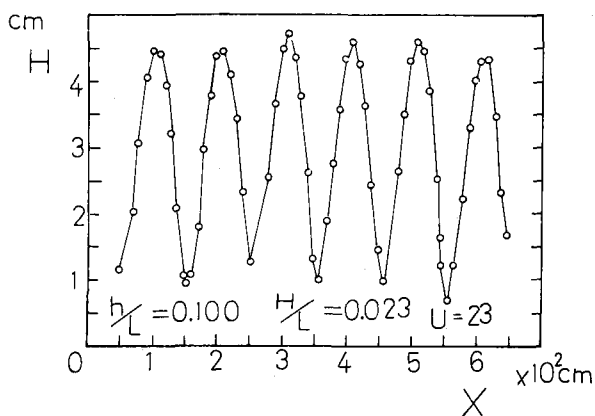


Fig. 3.(c) 重複波の空間波形
松野他〔1979〕

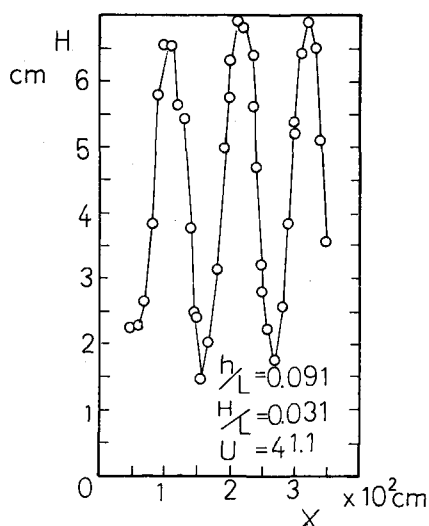


Fig. 3.(d) 重複波の空間波形
松野他〔1979〕

算される Inflection Point とは違って、波の分列現象が起こるためである事を考えると、重複波に発生する水位低下時の小山の発生は、この進行波の分列現象にあてはまるかもしれない。進行波における分列現象は $U^* > 2.0$ で起こる事が発表されている。^{13), 14), 17)}

次に重複波の空間波高の実測結果を Fig. 3 に示す。一般に微小振幅重複波理論では、節においては波高が 0 となり、有限振幅重複波では、節でも、ある波高を持つ。また微小振幅波においても、部分重複波の場合には、節においても：ある波高を持つ事になる。Fig. 3 は完全反射の条件での実験結果であるので部分重複波ではない。Fig. 3 から明らかなように、アーセル数が小さい程、節での波高は小さくなっていて、 $U = 3.4$ では、ほぼ完全に 0 となっていて、Fig. 1(a) の時間波形と合せて考

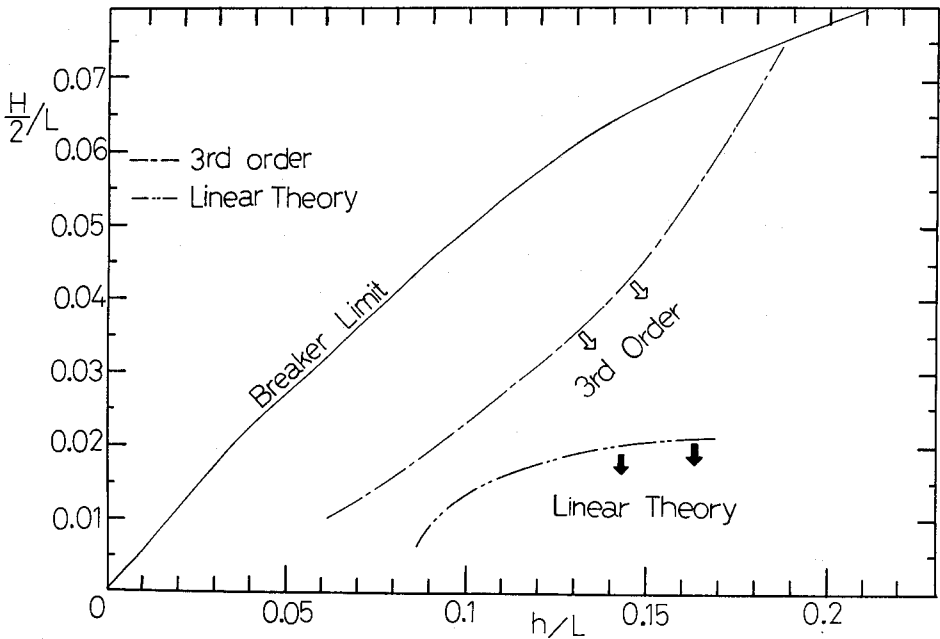


Fig. 4 重複波理論の適用限界 松野他〔1979〕

えると、この程度のアーセル数の重複波は微小振幅重複波理論とよく一致する事を示している。ここで、Fig. 1 で示される時間波形と Fig. 3 で示される空間波高分布の実測値と両重複波理論からの計算値とを比較して、10%の誤差を許容できるとすると、両重複波理論の適用限界は Fig. 4 で示される¹⁰⁾。図中の実線は岸⁵⁾によって求められた重複波の砕波限界であり、2点鎖線より下側の領域が微小振幅重複波の適用範囲であり、1点鎖線より下側の領域が有限振幅重複波理論

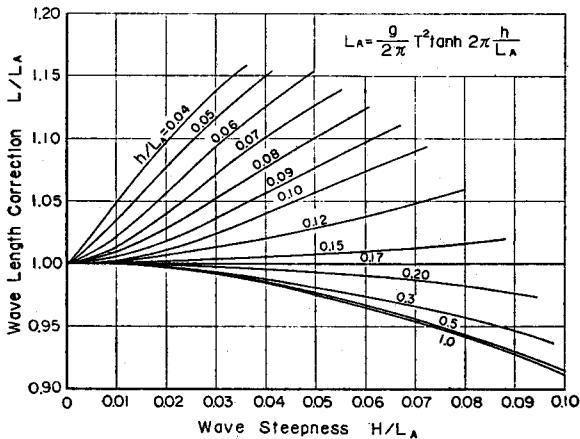


Fig. 5 有限振幅重複波の波長補正図
合田・柿崎〔1966〕

(第3次近似理論)の適用範囲となる。また、第3次近似の重複波の理論 L 及び微小振幅重複波の波長 L_A は各々次式で表わされる。

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \cdot \tanh kh \left[1 + \frac{1}{16} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \{ 9 \coth^4 kh - 12 \coth^2 kh - 3 - 2 \tanh^2 kh \} \right] \quad (13)$$

$$L_A = \frac{gT^2}{2\pi} \cdot \tanh k_A h \quad k_A = \frac{2\pi}{L_A} \quad (14)$$

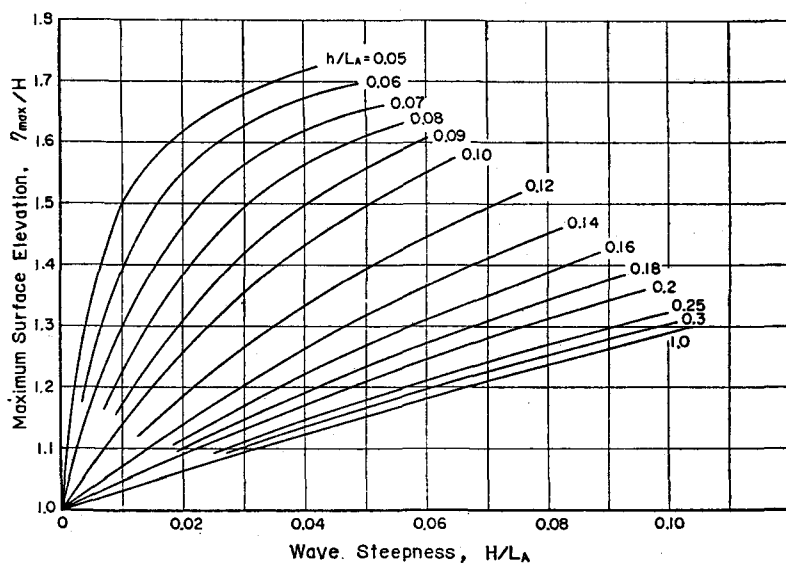


Fig. 6 重複波の理論波長高 合田・柿崎〔1966〕

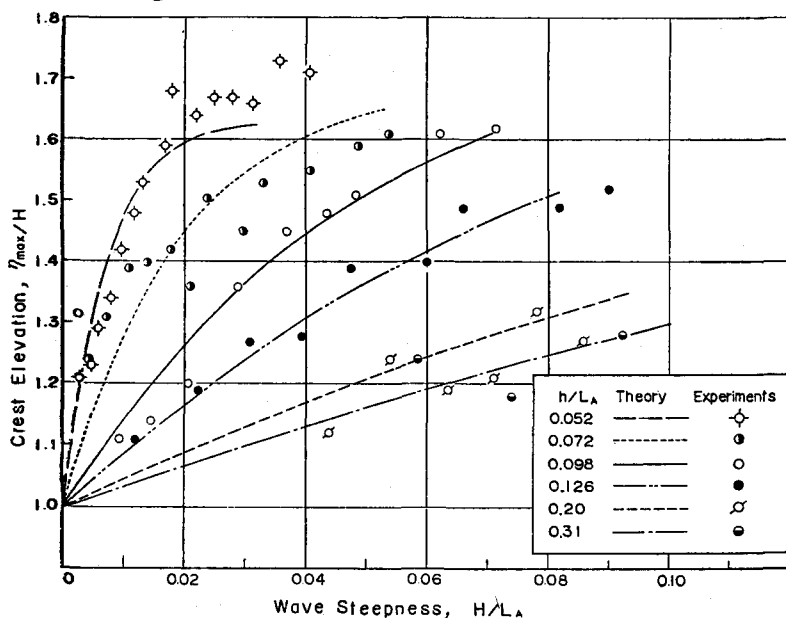


Fig. 7 波頂高に関する理論値と実験値の比較
合田・柿崎〔1966〕

この L と L_A の比の計算が合田・柿崎⁷⁾によりなされているが、その結果を Fig. 5 に示す。 H/L_A が大きくなる程、当然のことながら L と L_A の差は大きくなるが、 $h/L_A > 0.17$ の範囲では第3次近似の有限振幅重複波の波長の方が大きくなる事が判る。(13)式で示される理論波長と実測波長との比較をすると4%以下の誤差であったが¹⁰⁾、重複波の波長の側定の困難さを考えると非常によい一致といえる。次に重複波の波頂高 $\eta_{\max}$ の合田等の計算結果⁷⁾を Fig. 6 に示す。また $\eta_{\max}$ は次式で表わされる。

$$\eta_{\max} = a + \frac{\pi a^2}{4L} [\tanh kh + 2 \coth kh - 3 \coth^3 kh] + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 a^3 [b_{11} + b_{13} + b_{31} + b_{33}] \quad (15)$$

合田等は、この $\eta_{\max}$ に関する実験を行っているが⁷⁾、その結果を Fig. 7 に示す。実験値は理論値と非常に良い一致を示している。この重複波の波頂高に関する実験は三浦等¹⁶⁾によってもなされているが、第3次近似の重複波理論との比較はなされていない。また土屋、山口¹⁶⁾も同様の実験を行っているが、その結果を Fig. 8 に示す。図中の1点鎖線は第4次近似の重複波理論、太い実線は第3次近似の重複波理論、2点鎖線は第2次近似の重複波理論で、細い実線は首藤による有限振幅定常長波の第2次近似解であるが、この実験範囲では、第3次近似解が最も広い適合度を示している。

2.3 みかけの反射率

有限振幅重複波では、微小振幅重複波と違って、節の部分でも波高は0とならず、Fig. 3 に示すように有限の値を持つ。これは式(3)に示す部分重複波の場合と非常に似かよった性質を示す事になる。有限振幅波の節における波高 $H_{\min}$ は(8)式において $x = (n + \frac{1}{2}) \cdot L/2$ を代入する事により求められるが、それは次の(16)式で計算することができる。

$$H_{\min} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{L} a^2 (3 \coth^3 kh - \coth kh) \quad (16)$$

この(16)式の計算結果と実験値の比較をしたものが Fig. 9 である¹⁰⁾。図からも明らかなように、

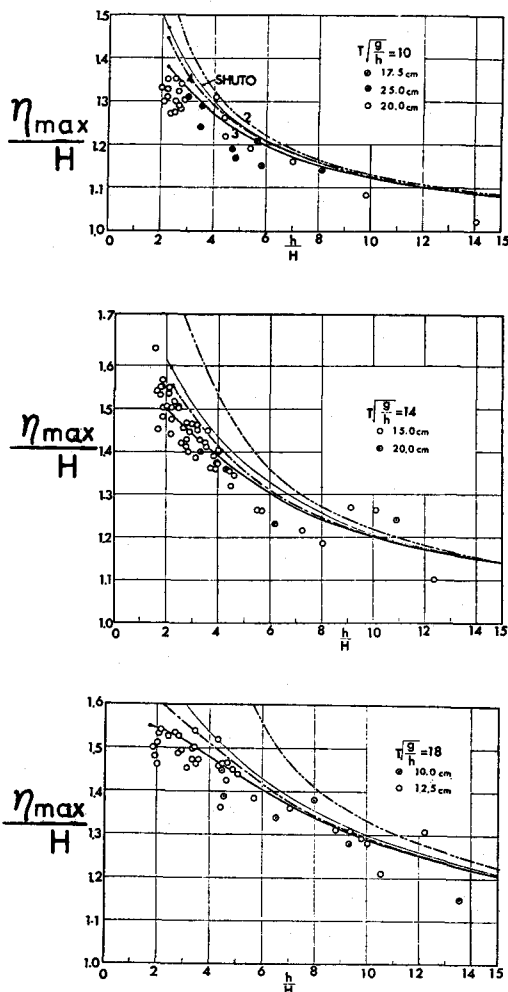


Fig. 8 波頂高に関する実験値と各理論との比較 土屋・山口〔1969〕

実験範囲は $h/L > 0.091$ であるが、実験値と理論値は良い精度で一致する事を示している。Healy¹⁸⁾ は反射波高の測定に、(3)式で示した関係を用いた。(3)式を变形すると次式が得られる。

$$\eta = \frac{1}{2} (H_I + H_R) \cos \sigma t \cdot \cos kx$$

$$+ \frac{1}{2} (H_I - H_R) \sin \sigma t \cdot \sin kx$$

(17)

(17) 式より、腹の波高及び節の波高をそれぞれ $H_{\max}$, $H_{\min}$ とすると両者は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} H_{\max} &= H_I + H_R , \\ H_{\min} &= H_I - H_R \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(18) 式より、 H_I , H_R はそれぞれ次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} H_I &= \frac{1}{2} (H_{\max} + H_{\min}) , \\ H_R &= \frac{1}{2} (H_{\max} - H_{\min}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

また反射率 K_R は $K_R = H_R / H_I$ であるから次式で示される。

$$K_R = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{H_{\max} + H_{\min}} \quad (20)$$

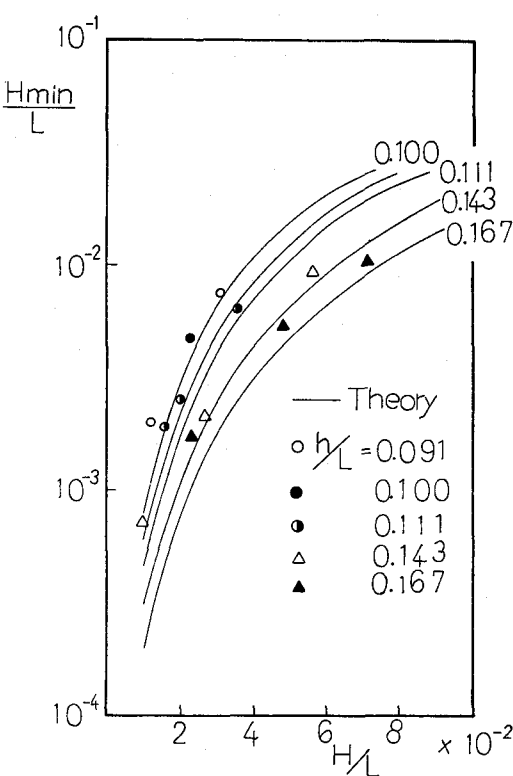


Fig. 9 Hminの理論値と実験値の比較
松野他〔1979〕

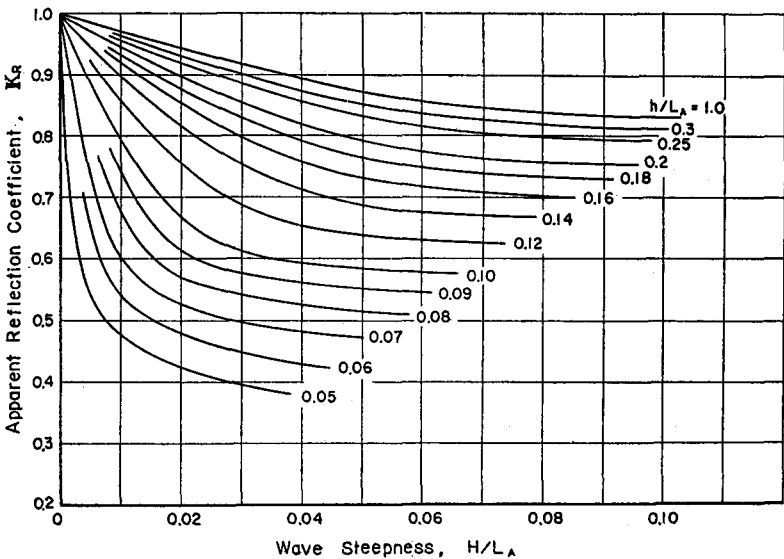


Fig. 10 直立壁の見かけの反射率 合田・柿崎〔1966〕

このHealyの方法によると、反射波高や入射波高あるいは反射率は、構造物前面に形成される重複波の腹部と節部の波高 H_{max} と H_{min} を測定する事により求められる事になる。しかし、このHealyの方法を用いる前提条件として入射波形及び反射波形が(1)、(2)式で示される微小振幅波でなければならない。一方(8)式で示される有限振幅重複波の第3次近似理論波形も節では(16)式で示される有限値

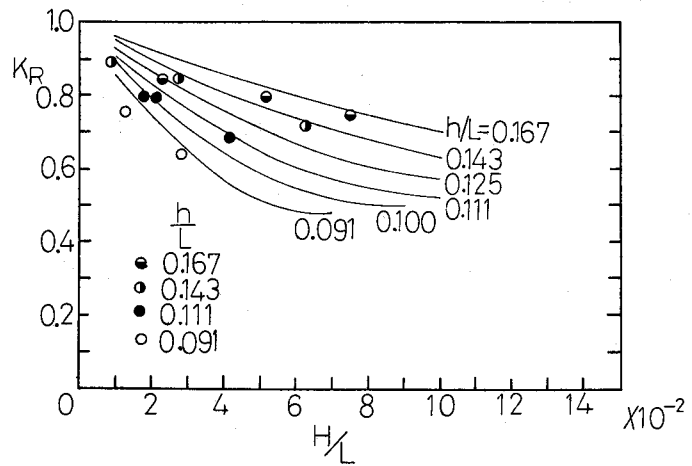


Fig. 11 みかけの反射率に関する実験値と理論値の比較 松野他〔1979〕

を持つため、見かけ上Healyの方法にならって反射率 K_R （見かけの反射率）を計算する事ができる。合田等の計算結果⁷⁾をFig. 10に示す。これによると完全反射であっても有限振幅重複においては見かけ上、鉛直壁はある反射率を持つ事になり、 H/L_A が大きくなるほど、また h/L_A が小さくなる程、見かけの反射率 K_R は小さくなる事が判る。松野¹⁰⁾等の実験結果と第3次近似の重複波理論から計算される見かけの反射率の比較をしたものがFig. 11であるが、実験値と理論値は良い一致を示している。この事は前にも述べたように、完全反射でありながら、有限振幅重複波の場合には反射率が見かけ上1.0より小さい事になる。今まで、消波構造物の反射率の実験においては、しばしば、Healyの方法によって反射率が計算されてきたが、以上のような理由から、有限振幅波の領域の波に対してHealyの方法を用いる事は適当ではない。この有限振幅重複波理論から計算される見かけの反射率を用いる事によってHealyの方法によって得られた反射率を補正し実際の反射率を求める方法については合田、阿部¹⁹⁾の研究に詳しく述べられている。

2.4 波圧に対する重複波理論の適用限界

直立海岸構造物に作用する波圧の解析には重複波理論が用いられてきた。各種重複波理論の波圧に関する式が実験結果とどの程度の一致をみるかについては数多くの研究成果が発表されてきている。岸²⁰⁾は、永井²¹⁾等の直立堤に働く波圧に関する実験結果を整理して、微小振幅重複波の波圧式、Sainflouの波圧式、それに碎波圧式の適用限界を提案したがその結果がFig. 12である。しかしこの研究においては有限振幅重複波の高次理論解については議論されていない。これに対して、土屋、山口¹⁶⁾は有限振幅重複波理論の適用限界を、水位及び波圧の時間

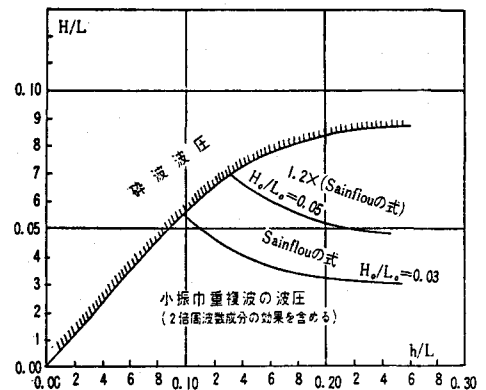


Fig. 12 垂直壁に働く波圧の算出基準 KISHI〔1964〕

変化と理論から計算されるそれらの値を比較して、各近似理論解の適用限界を明らかにした。その結果を書きなおしたものが Fig. 13 である。松野等¹⁰⁾が、重複波の時、空間波形から求めた各波動理論の適用限界を示した Fig. 4 と比較すると、微小振幅重複波理論及び第 3 近似の有限振幅重複波理論の適用限界は非常に良く一致している事が明らかとなった。

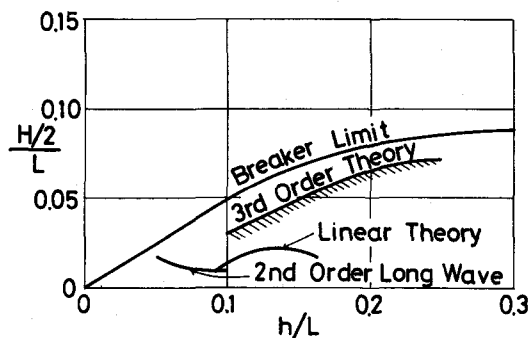


Fig. 13 波圧に関する重複波理論の適用限界
土屋・山口〔1969〕

2.5 重複波の砕波限界

重複波の砕波の計算は、水位の最高点（重複波の腹の部分の最高水位）における鉛直加速度の絶対値が重力加速度 g を越える時砕波が起こると考える。Penney & Price²²⁾は深水域の第 5 次近似の有限振幅表面重複波について計算を行った。さらに岸⁵⁾は、有限振幅重複波の第 2 近似解に Penney & Price の計算結果

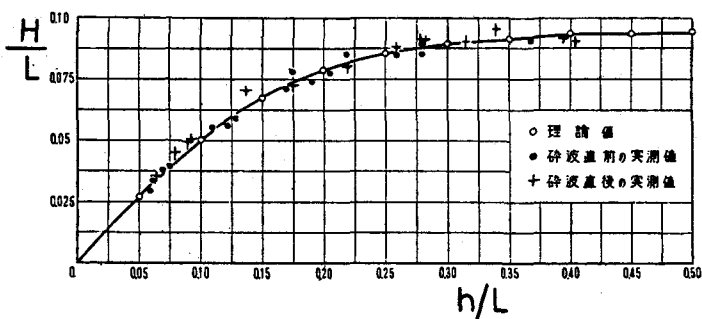


Fig. 14 砕波限界に関する理論値と実験値の比較
KISHI〔1955〕

を考慮して、有限振幅浅水重複波の砕波限界を求めるとともに、Suquet & Wallet²³⁾の得た重複波の実験との比較を行い、理論砕波限界が実験値と非常に良い一致を示す事を明らかにした Fig. 14。これに対して、合田⁷⁾は第 1 次近似解から第 4 次解までの砕波限界の計算を行い、その結果の一部が表-2 である。表-2 の最下段は岸の求めた砕波限界であるが、第 3 次近似解が岸⁵⁾の求めた値に非常に近いことから、実験値に最も近いものと思われる。また表中の * 印は砕波限界が求められない領域である事を示している。このように級数解の次数を高めていっても砕波限界の計算値が一定値に収

表-2 重複波の砕波限界の計算値

h/L	0.05	0.07	0.10	0.15	0.2	0.3	1.0
第 1 次近似解	0.125	0.118	0.110	0.101	0.096	0.092	0.090
第 2 次近似解	0.023	0.032	0.045	0.059	0.068	0.078	0.083
第 3 次近似解	0.030	0.035	0.046	0.065	0.079	0.096	0.103
第 4 次近似解	0.023	0.032	0.046	0.074	*	*	*
岸の計算値	0.027	0.036	0.050	0.067	0.078	0.089	0.094

合田・柿崎〔1966〕

束していかなく、砕波限界を求められない領域が存在する事は合田⁷⁾も述べているように、摂動法による級数解の限界といえる。

2.6 重複波のWave set upとWave set down

一様に浅くなっている海岸に波が進行する時、波高の増大とともに平均水位は徐々に低下し (Wave set down), 砕波点では平均水位は最低となる。砕波後は、波高は汀線に近づくにつれて急激に低下するが、平均水位は逆に上昇する (Wave set up)。このように波高の変化に伴って平均水位が変化するのは、いわゆる Radiation Stress のためである。この Wave set up, Wave set down の現象は、重複波においても起こる。

Longuet-Higgins^{24) 25)} によると Radiation Stress の Principle component S_{xx} は次式で定義される。

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P + \rho u^2) dz} - \int_{-h}^0 P_0 dz \quad (21)$$

右辺第1項のバーは時間平均である。(21) 式を次の3つの部分に分解して積分する。

$$S_{xx} = S_{xx}^{(1)} + S_{xx}^{(2)} - S_{xx}^{(3)} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで, } S_{xx}^{(1)} &= \overline{\int_{-h}^{\eta} \rho u^2 dz} \\ S_{xx}^{(2)} &= \overline{\int_{-h}^0 (P - P_0) dz} \\ S_{xx}^{(3)} &= \int_0^{\eta} P dz \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$S_{xx}^{(1)}$ において、被積分関数は2次のオーダーであり、積分区間のうち、 $0 < z < \eta$ の範囲は3次の項にきいてくるので、 $-h < z < 0$ とすると、上限、下限ともに constant なので次のごとくとなる。

$$S_{xx}^{(1)} = \overline{\int_{-h}^{\eta} \rho u^2 dz} = \int_{-h}^0 \rho u^2 dz \quad (24)$$

$$S_{xx}^{(2)} = \overline{\int_{-h}^0 (P - P_0) dz} = \int_{-h}^0 (\bar{P} - P_0) dz \quad (25)$$

$S_{xx}^{(3)}$ は圧力 P を $0 < z < \eta$ の範囲で積分し、時間平均したものである。自由水面付近では P は静水圧にはほぼ等しいので

$$P = \rho g (\eta - z) \quad (26)$$

よって $S_{xx}^{(3)}$ は次の (27) 式となる。

$$S_{xx}^{(3)} = \frac{1}{2} \rho g \eta^2 \quad (27)$$

重複波の水位変動、流速をそれぞれ次式で表わす。

$$\eta = \frac{H}{2} \cos kx \cdot \cos \sigma t \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{H\sigma}{2 \sinh kh} \cdot \cosh k(h+z) \cdot \sin kx \cdot \sin \sigma t \\ w &= \frac{-H\sigma}{2 \sinh kh} \cdot \sinh k(h+z) \cdot \cos kx \cdot \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

(25), (26) 式より, $S_{xx}^{(2)}$ は次式で示される。

$$S_{xx}^{(2)} = \int_{-h}^0 (\bar{P} - P_0) dz = \rho gh - \int_{-h}^0 \overline{\rho w^2} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 \int_{-z'}^0 \overline{\rho uw} dz \cdot dz' \quad (30)$$

これは波動場における鉛直面を通る運動量の鉛直成分は $\overline{\rho uw} dz$ となるから, 流入した運動量と流出した運動量の鉛直成分の差は $-\frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho uw}) dx dz$ で表わされるため, 波動場における流体要素との釣り合いより, 次式が得られるからである。

$$\bar{P} + \overline{\rho w^2} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{-z}^0 \overline{\rho uw} dz = P_0 + \rho g \bar{\eta} \quad (31)$$

以上の結果より, S_{xx} は次式で表わされる。

$$S_{xx} = \rho g \bar{\eta} + \int_{-h}^0 \rho \overline{(u^2 - w^2)} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 \int_z^0 \overline{\rho uw} dz dz' + \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2 \quad (32)$$

(32) 式中において, η の水平方向の平均値は 0 である。また, 右辺第 3 項目の水平方向の平均値も同じ波長で周期的に変化するので 0 となるので S_{xx} は次式で表わされる。

$$S_{xx} = \int_{-h}^0 \rho \overline{(u^2 - w^2)} dz + \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2 \quad (33)$$

ここで下線を引いてあるのは水平方向の平均値である事を示している。(32) 式に (28), (29) の両式を代入し, 分散関係の次式を用いると S_{xx} は (35) 式で表わされる。

$$\sigma = k \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh} \quad (34)$$

$$S_{xx} = \rho g \left(\frac{H}{4} \right)^2 \left(\frac{2kh}{\sinh 2kh} + \frac{1}{2} \right) \quad (35)$$

(35) 式及び (28), (29) 式を (32) 式に代入して若干の計算を行うと平均水位 $\bar{\eta}$ は次式で表わされる。

$$\bar{\eta} = \left(\frac{H}{4} \right)^2 \cdot k \cdot \coth 2kh \cdot \cos 2kx \quad (36)$$

(36) 式より, 重複波の腹では Wave set up が起こり, 節では Wave set down が起こる事になる。佐伯²⁶⁾等の実験結果を Fig. 15 に示す。図中の曲線

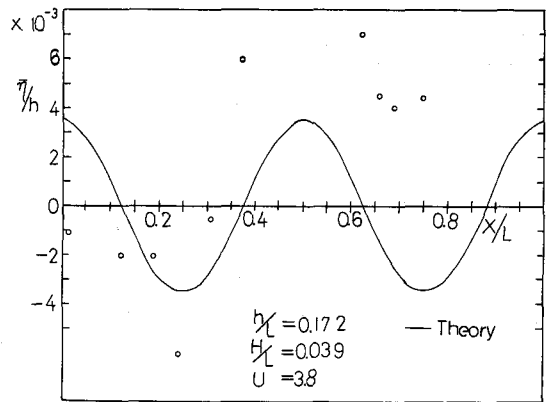


Fig. 15(a) 重複波の平均水位
佐伯他〔1979〕

は (36) 式で計算される値である。実験値はかなりバラついてはいるが、傾向としては比較的良好一致をし、重複波の腹部 $X/L = 0, 1/2$ では Wave set up が起こり、節の $X/L = 1/4$ では Wave set down が起っている。次に、腹の位置の Wave set up の量をまとめたものが Fig. 16 である²⁶⁾。理論値より若干大きめの Set up 量を示している。以上の結果から海岸構造物近傍において、重複波や部分重複波の発生している所では、構造物の極く近傍で Wave set up が起っていて、近似的には (36) 式で表わされる事になる。また、(36) 式において $x=0$ 、 h には堤脚水深を用い、 H は腹の波高である。

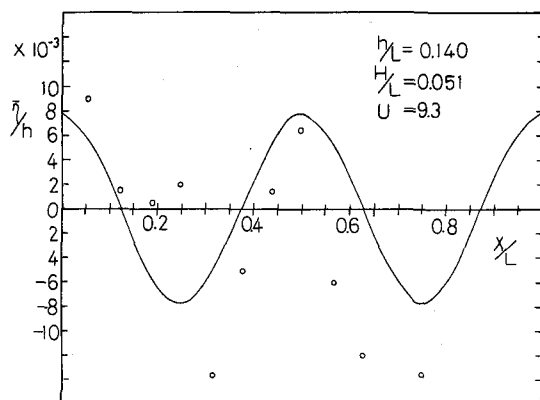


Fig. 15(b) 重複波の平均水位
佐伯他〔1979〕

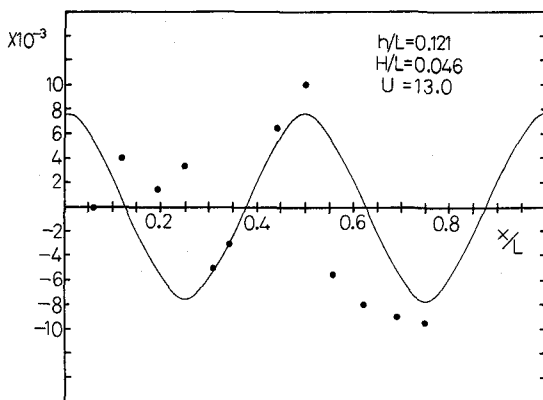


Fig. 15(c) 重複波の平均水位
佐伯他〔1979〕

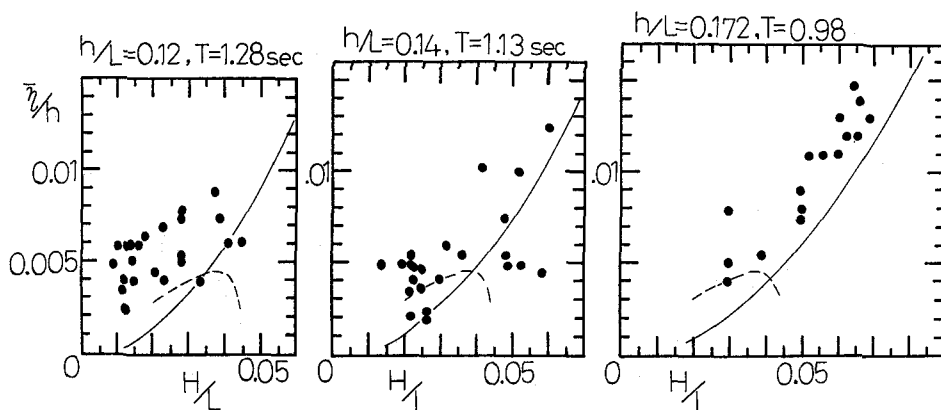


Fig. 16 重複波の Wave set up
佐伯他〔1979〕

3. 一様斜面上の重複波

今まで、一定水深における重複波理論の特性及び各種重複波理論の適用限界について述べてきたが、ここでは主に一様に水深が変化する斜面上での重複波の特性について調べてみる。

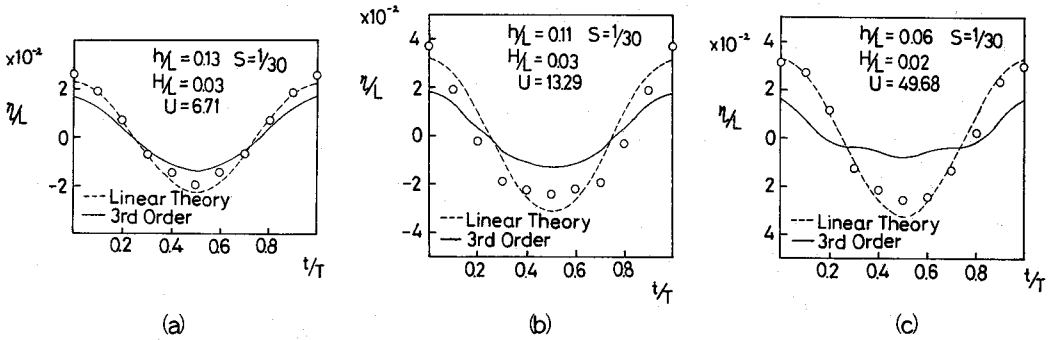


Fig. 17 重複波の時間波形 佐伯他〔1979〕

3.1 一様斜面上での重複波の波形

水底勾配 $S = 1/30$ の直立壁前面の時間波形の測定結果が Fig. 17 である²⁷⁾。アーセル数が小さい場合には微小振幅重複波の理論波形に近い波形を示しているが、アーセル数が大きくなると、第3次近似の有限振幅重複波理論に似かよった波形になってくる。この実測波形と(8)式で表わされる第3次近似理論の適用性を調べたものが Fig. 18 である²⁸⁾。図中の○印が許容誤差 10% で第3次近似理論に適用できるものである。よって図中の実線より下側の領域が第3次近似の重複波理論の適用範囲となる。また Fig. 19 は微小振幅重複波の適用範囲を調べたもので、図中の○印が微小振幅重複波の適用範囲である²⁸⁾。この Fig. 18, 19 は斜面上 ($S = 1/30$) における両重複波理論の適用範囲を調べたものであるが、水深一定での重複波理論の適用限界を示した Fig. 4 と比較してみると、縦軸が H と $H/2$ の違いになっているため、まちがい易いが、その適用範囲はほぼ一致している事が判る。この事は $S = 1/30$ 程度の斜面においても一定水深の場合と同程度に適用可能であることを示している。また Fig. 20 には $S = 1/30$ で鉛直壁のかわりに水平となす角 60° の場合の重複波の時間波形を調べたもので、その波形は一定水深の鉛直壁の場合の、Fig. 1 とほとんどよく一致していることから、傾斜角 $\theta = 60^\circ$ 程度の構造物でもほぼ鉛直壁とみなされる事

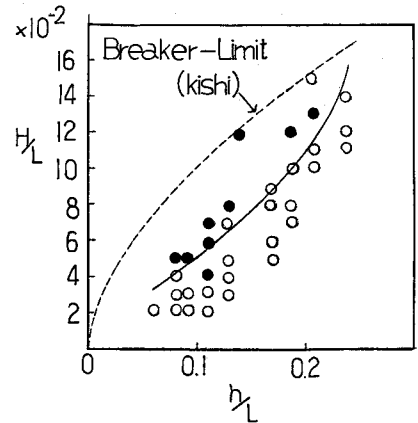


Fig. 18 第3次近似有限振幅重複波の適用限界 許士他〔1980〕

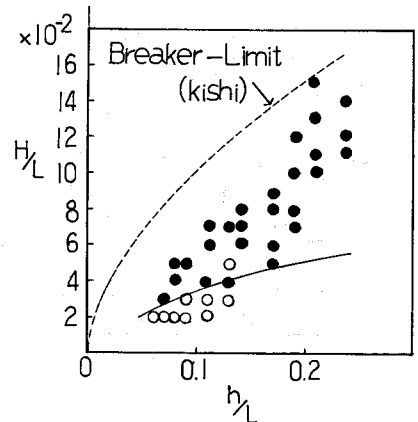


Fig. 19 微小振幅重複波の適用限界 許士他〔1980〕

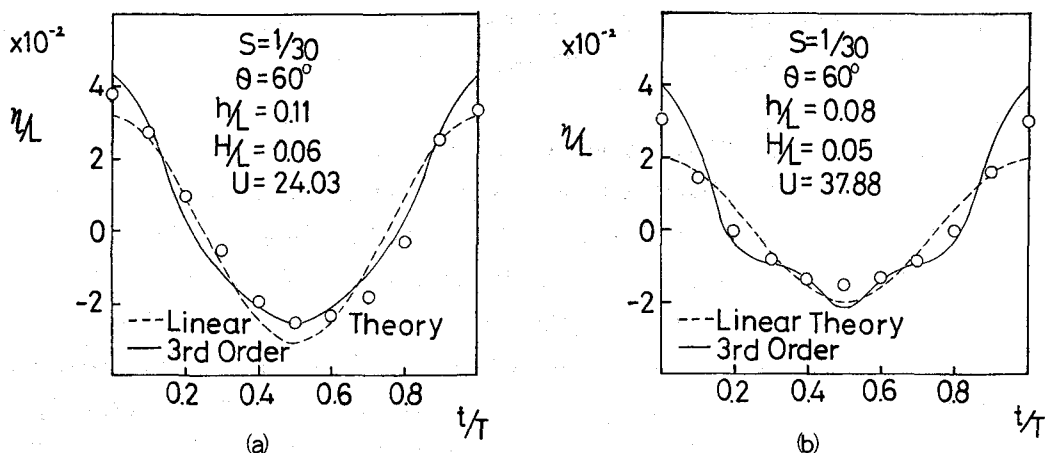


Fig. 20 重複波の時間波形 佐伯 [1981]

になる。この事は壁面が傾斜している海岸堤防等においても $\theta = 60^\circ$ 程度までは、堤防前面の波は鉛直壁がある場合とほとんど変わらない事を意味している。

3.2 一様斜面上での重複波の砕波限界

一定水深における重複波の砕波限界については Squet & Wallet²³⁾ の実験が有名で、岸⁵⁾ の第2次近似の浅水重複波及び合田⁷⁾ が計算した第3次近似の有限振幅重複波理論がその実験値とよく一致する事を述べたが、ここでは $S=1/30$ 斜面上での重複波の砕波限界を調べた。実験結果を Fig. 21 に示す²⁸⁾。図中の○印および△印はそれぞれ $S=0$, $S=1/30$ の場合の砕波後を表わし、●印および▲印はそれぞれ $S=0$, $S=1/30$ の砕波していない場合の結果を示していて、実験結果

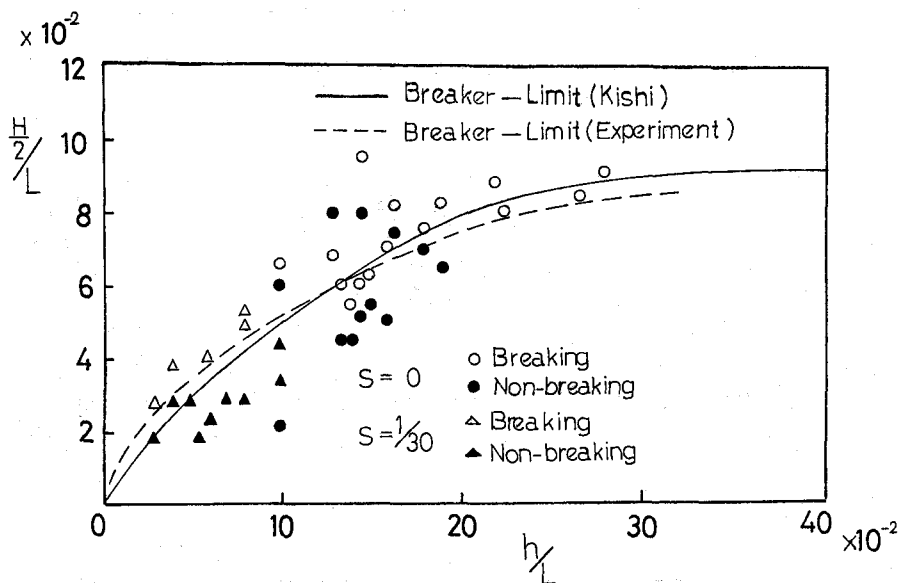


Fig. 21 斜面上の重複波の砕波限界 許士他 [1979]

から、水底勾配に関係なく岸の求めた第2次近似理論に一致する事が明らかとなった。この事からも $S = 1/30$ 程度の水底勾配に対しても、重複波理論が充分適用可能である事が明らかとなった。

3.3 一様斜面上での重複波のWave set up, Wave set down

一様斜面上の重複波の変形は極めて複雑である。堤脚水深が大きくて、直立壁前面に完全な重複波が形成される場合には、波高の変化Wave set up量も理論値に近い値を示すが、堤脚水深が小さくて、波高の大きな波が進入して来る場合には進行波の性質を示す事が知られている。その典型的な例をFig. 22に示す²⁷⁾。図中の H_T は微小振幅の進行波として浅水係数より求めた波高を2倍したものの包絡線である。 U は各水深でのアーセル数である。(a)はアーセル数の小さい場合で、Wave set up, set downともよく理論に一致する場合で、この場合は重複波の腹の位置での実測波高 H_e も H_T に比較的近い値を示す。(b)はアーセル数が1 2.4から5 1.6まで変化する場合で、沖の方のアー

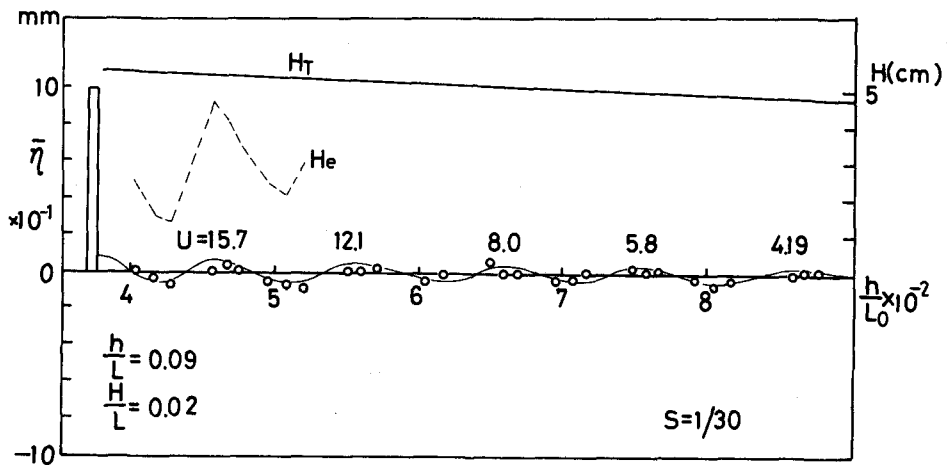


Fig. 22(a) 斜面上の重複波の波高及び平均水位の変化 佐伯〔1981〕

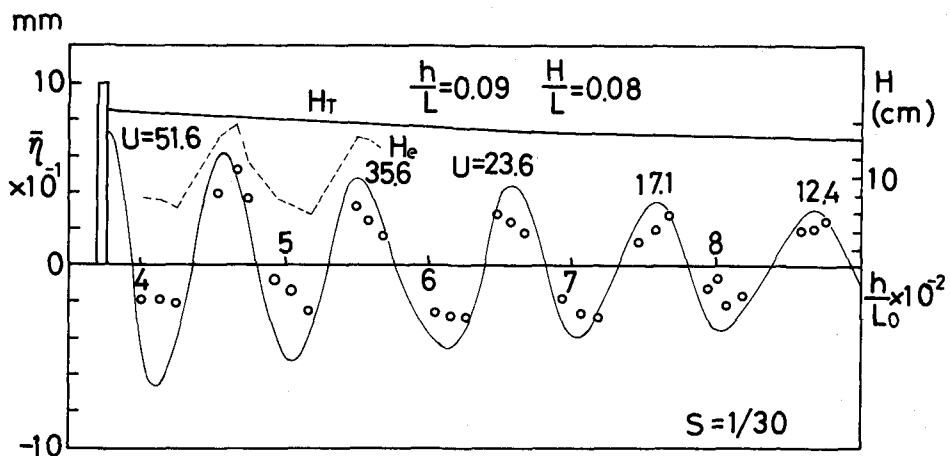


Fig. 22(b) 斜面上の重複波の波高及び平均水位の変化 佐伯〔1981〕

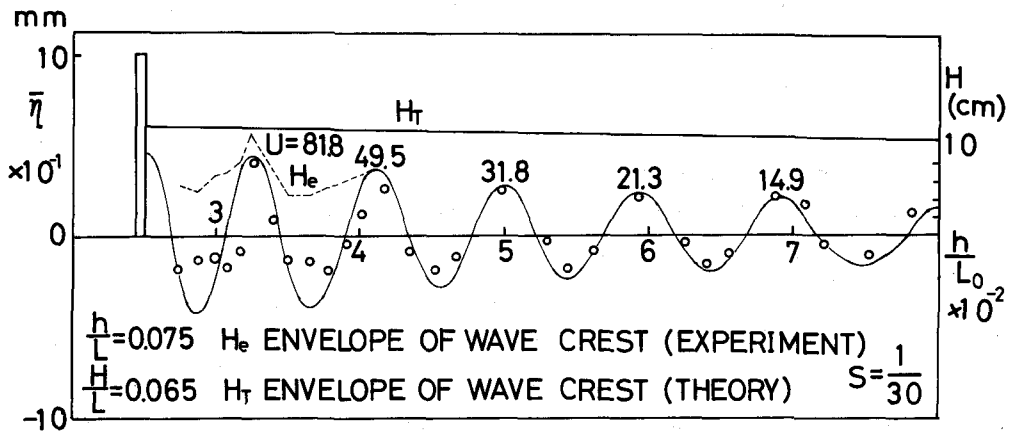


Fig. 22(c) 斜面上の重複波の波高及び平均水位の変化 佐伯〔1981〕

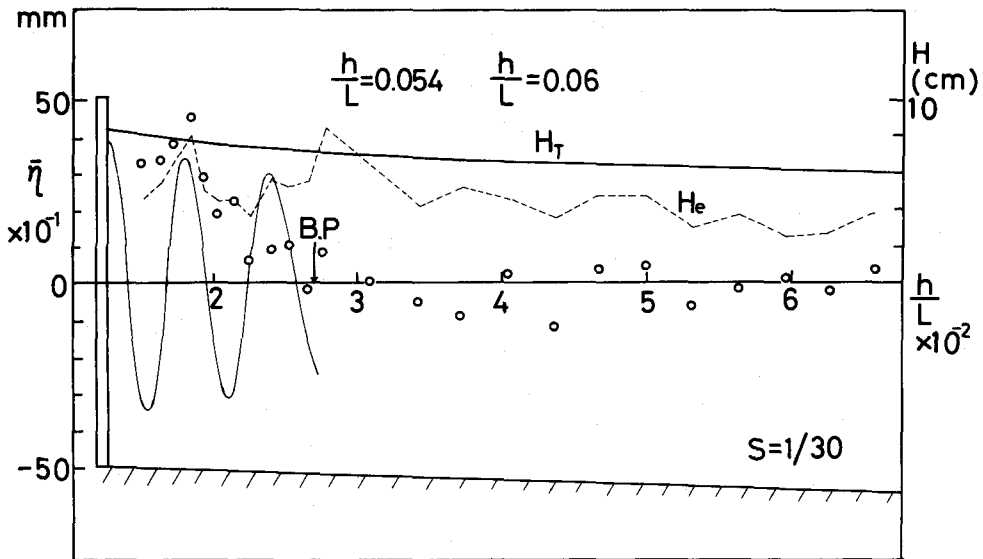


Fig. 22(d) 斜面上の重複波の波高及び平均水位の変化 佐伯〔1981〕

セル数が小さい領域では平均水位 $\bar{\eta}$ は理論値によく一致しているが、アーセル数が30を越えると、Wave set upを起こす腹ではよく一致しているが、set downの節の部分では、理論平均水位より高い水位を示す。これは、この領域では有限振幅重複波理論も適用できない範囲で、腹部は尖がり節部は扁平な形をしているためである。その顕著の例が(c)で、アーセル数が50を越えると、節部でのWave set downは扁平な形となっていて理論値とはかなり離れている。しかし、アーセル数が80程度でもWave set upについてはほぼ理論値に一致している事は興味深い。次に(d)は H_e の変化からも明らかなように堤脚水深の小さい、アーセル数の大きな波であるが、この場合には沖の方は波高、 H_e の変化からも明らかなように進行波に近く、砕波後の波が堤から $L/4$ の地点で重複しているという複雑な変化をしている。この時の堤脚でのアーセル数は約300となっている。また砕波後の平均水位 $\bar{\eta}$ は堤に近づくにつれて上昇するという進行波のWave set up^{29) 30) 31)}に非常に似かよっ

ている。つまり堤脚水深が浅く、その地点のアーセル数が非常に大きくなっているような波においては、平均水位はほぼ進行波と同様の变化をしていて、その set up の量も一様に水深变化する海岸の進行波の Wave set up にほぼ一致する。

3.4 直立壁近傍の Wave set up, set down

直立壁近傍の重複波の Wave set up, set down に関する実験結果の一部を Fig. 23 に示す。²⁷⁾ アーセル数の小さい場合には平均水位の理論曲線と比較的よく一致しているが、アーセル数が大きくなるにつれて、重複波の節の部分におこる Wave set down の水位が上昇し、平坦になっている。しかし位相のずれはほとんどみられない。アーセル数が 100 を越えると、重複波の腹部の Wave set up については理論値とよく一致するが節部の Wave set down はほとんど 0 となり、初期の静止水位に近い値となる。またアーセル数が 260 近くになると進行波に近い波となり、砕波も進行波的となり、砕波後の Wave set up の変化も進行波のと考えた方が都合がよい。よって、堤前面での微小振幅波理論から計算される（波高は微小振幅浅水波の進行波から計算される波高の 2 倍とし、波長は微小振幅浅水波としての波長）アーセル数 ($U = HL^2 / 2h^3$) が 200 を越える場合には、Wave set up の見積りは進行波として計算した方がよい。

3.5 反射壁が水面と 60° の角をなす場合の Wave set up, set down

水底勾配が $S = 1/30$ で、反射壁が水面と 60° の角をなす傾斜した堤の近傍の Wave set up, set down を調べたものが Fig. 24 で²⁷⁾ ある。X は反射壁の水底に接した部分から沖側への距離である。図からも明らかなように、位相のずれもほとんどなく、堤脚近傍の Wave set up 量は、理論値より若干小さな値を示しているが、直立壁の場合に較べてそれほど顕著な差はない。これは $S = 0$ 、 $\theta = 60^\circ$ の場合と同じ傾向である。

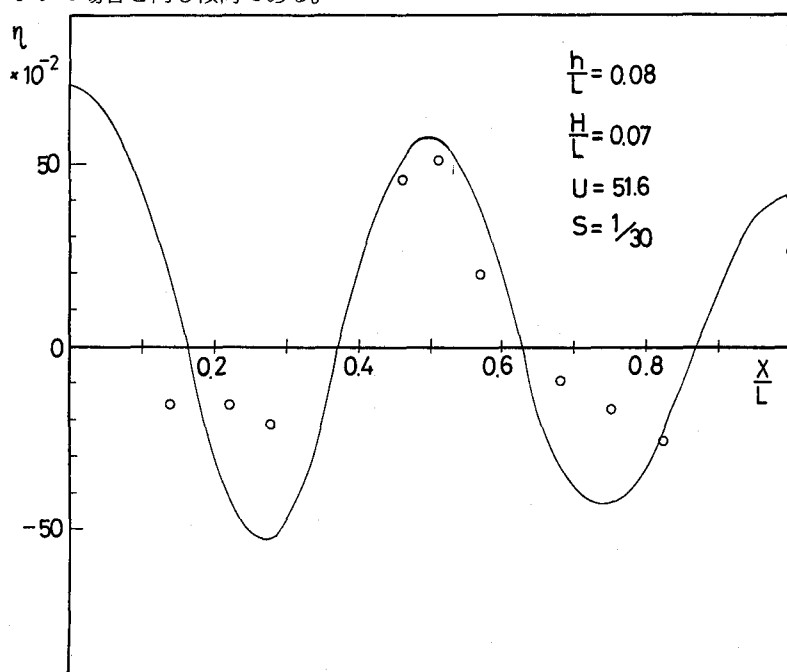


Fig. 23(a) 斜面上の重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

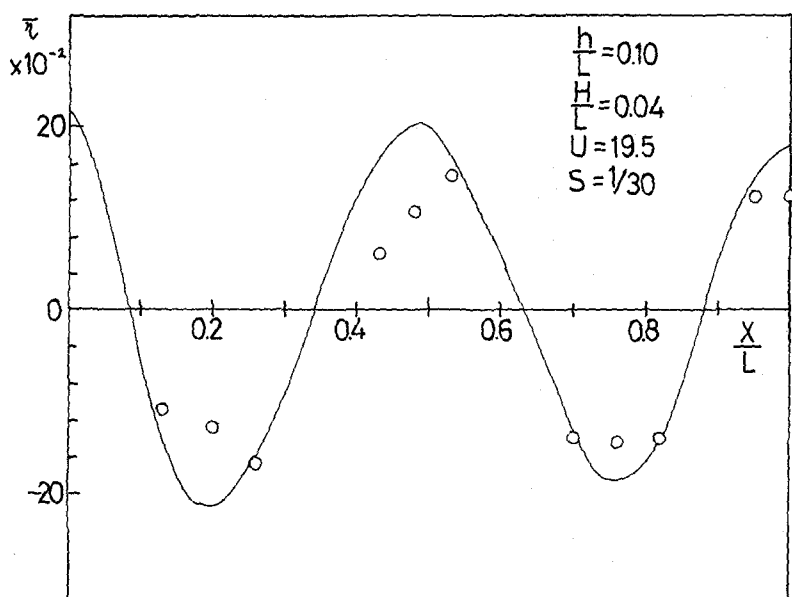


Fig. 23(b) 斜面上の重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

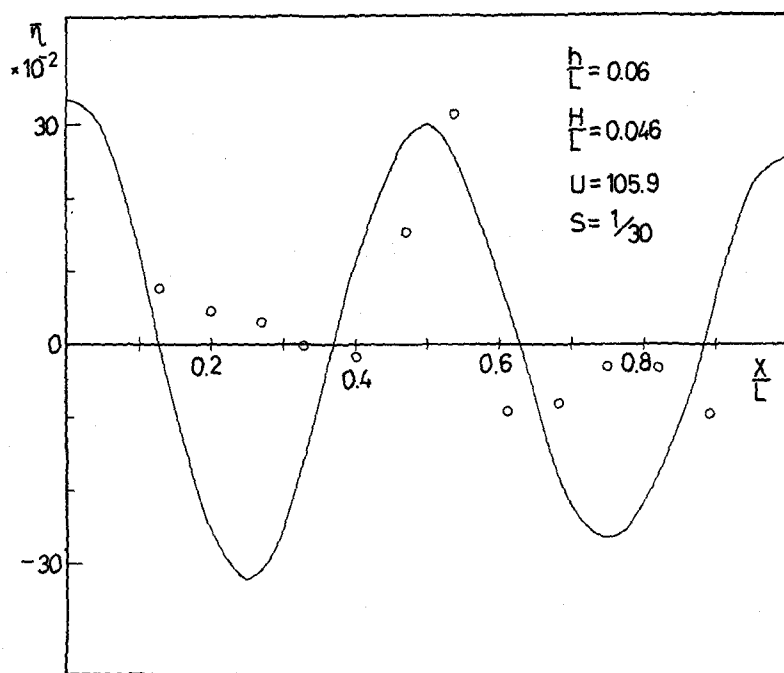


Fig. 23(c) 斜面上の重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

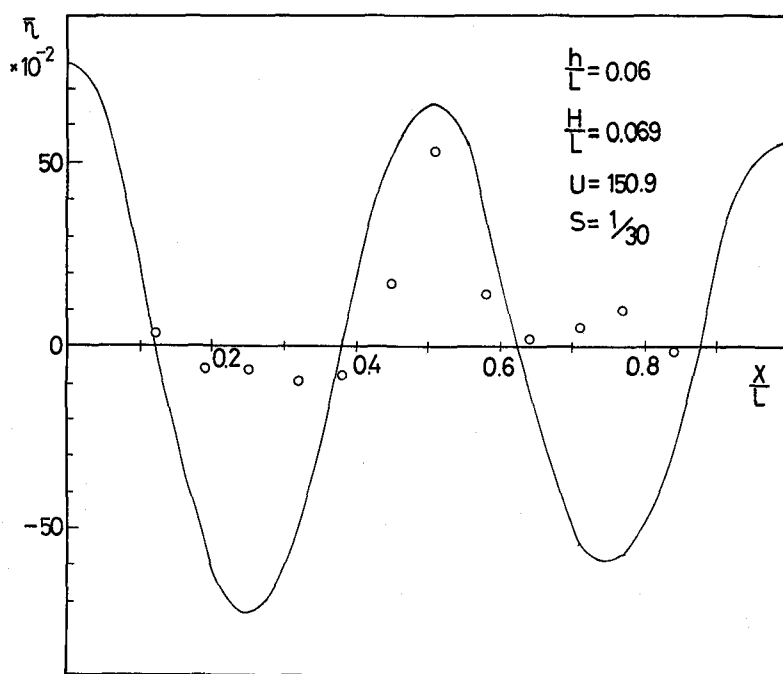


Fig. 23(d) 斜面上の重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

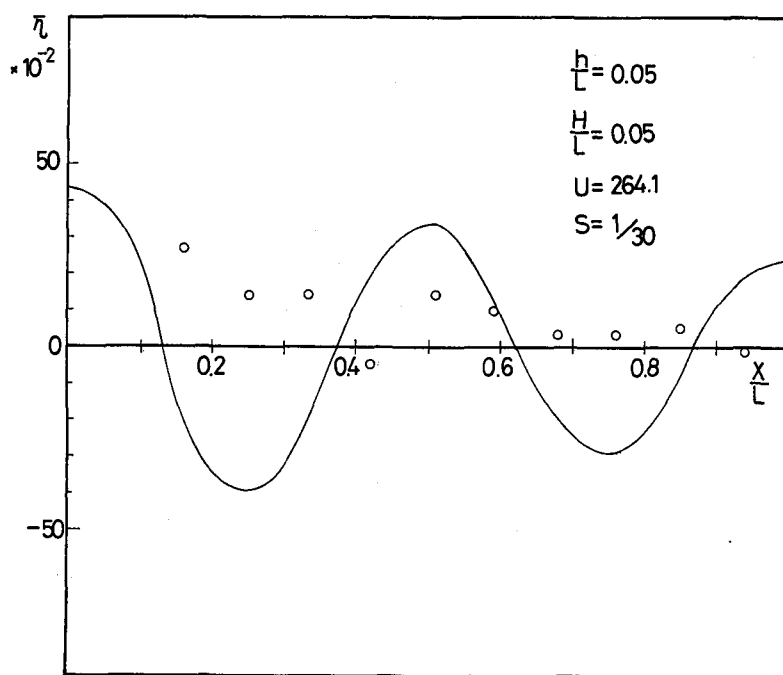


Fig. 23(e) 斜面上の重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

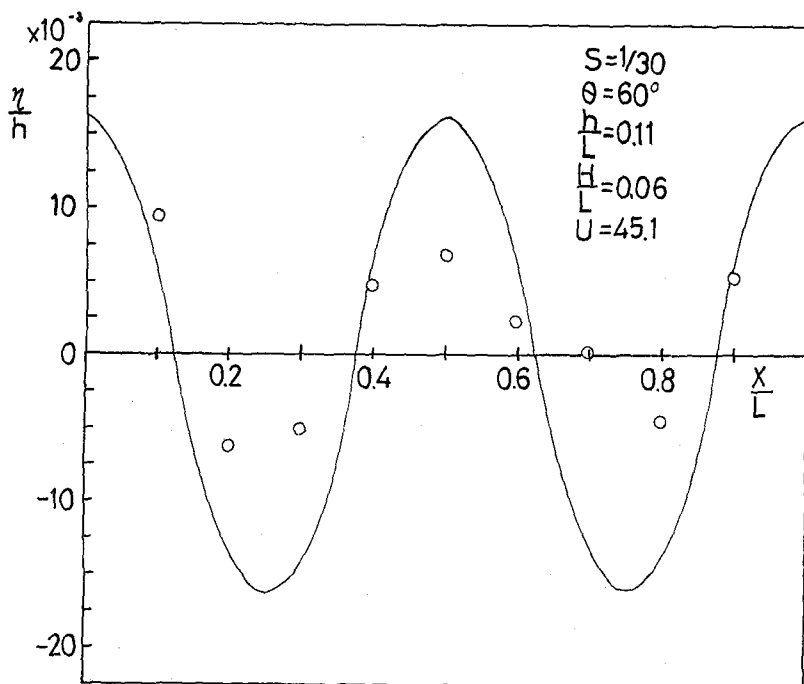


Fig. 24(a) 重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

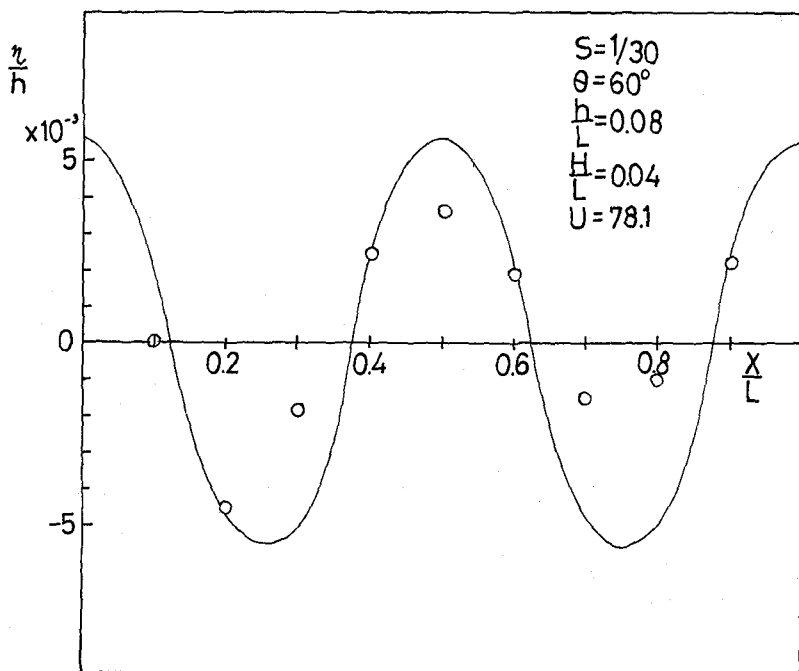


Fig. 24(b) 重複波の平均水位 佐伯〔1981〕

3.6 一様斜面上の重複波のWave set up量の理論値との比較

一様斜面 $S = 1/30$ 上の直立壁前面の重複波の腹の位置でのWave set upの実験結果と(36)で示される理論set up量との比較をしたものがFig. 25²⁸⁾である。全体的にみて重複波のWave set up量は理論曲線にほぼ一致している。前にも述べたように、アーセル数が小さい場合($U < 3.0$)では、Wave set up, set downともに理論値に一致するし、重複波の碎波限界以内であればアーセル数が200を越えない限りWave set upについては理論値とよく一致している事をFig. 25は示している。また、 $S = 1/30$ で $\theta = 6.0^\circ$ の場合の結果をFig. 26に示すが、この場合も理論値とよい一致を示している。この事は前にも述べたように、 $\theta = 6.0^\circ$ くらい傾斜した構造物前面の波はほぼ完全な重複波とみなされる。以上の結果をまとめたものがFig. 27である。図中の○印は重複波の節でも腹でも平均水位が理論値とよく一致する波で、 $U < 3.0$ の範囲となる。□印は、波は碎波しないで、重複波の腹部でのWave set up量は理論値とよく一致するが、節部でのWave set downの量は理論値に較べて小さい値を示す波である。また■印の波は重複波的な碎波をするが、重複波の腹部で起こるWave set up量は理論値と一致するが、set down量は理論値に較べてはるかに小さくほぼ0となる。

以上の結果を総合すると、斜面上の重複波によるWave set upの見積りには堤脚水深が小さく、アーセル数が200を越えて進行波性の重複波にならない限り(36)式で計算されるWave set up量はかなりの精度で実測値と一致する事になる。

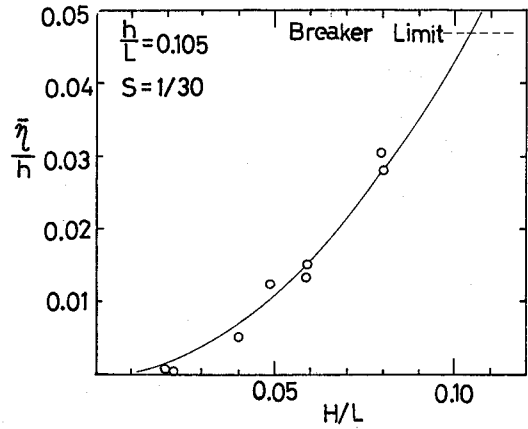


Fig. 25(a) 重複波のWave set upの理論値との比較 佐伯〔1981〕

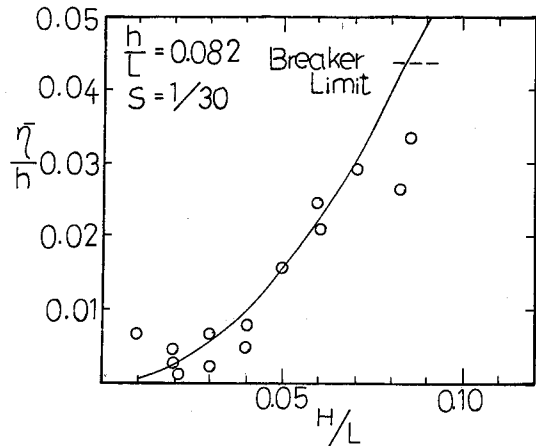


Fig. 25(b) 重複波のWave set upの理論値との比較 佐伯〔1981〕

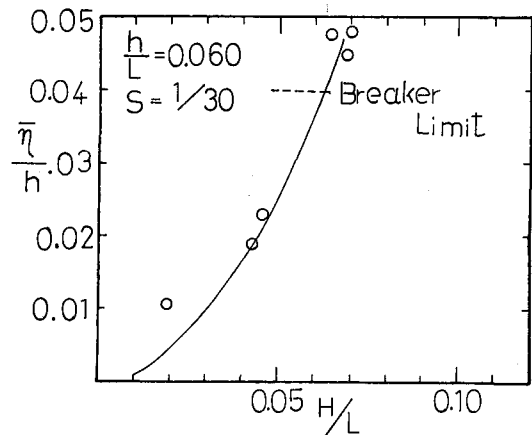


Fig. 25(c) 重複波のWave set upの理論値との比較 佐伯〔1981〕

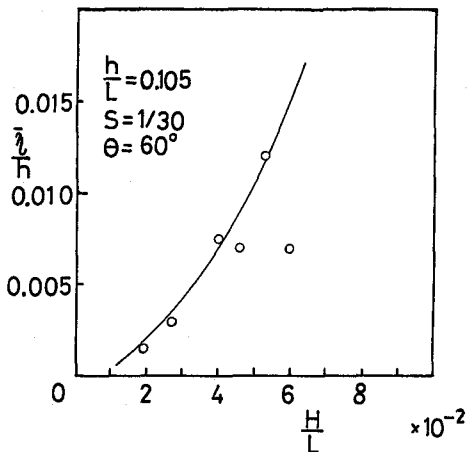


Fig. 26 重複波のWave set upの理論値との比較
佐伯〔1981〕

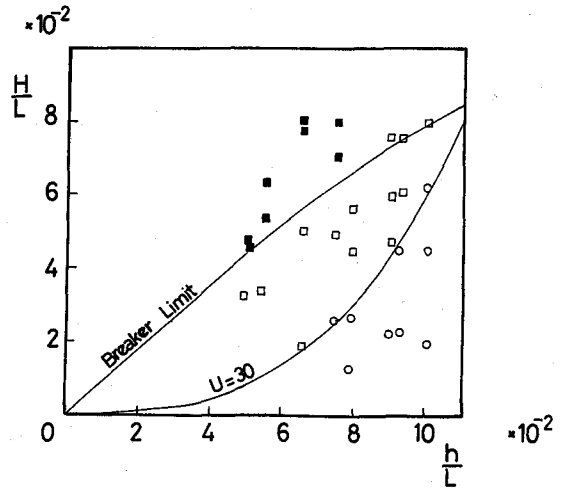


Fig. 27 重複波のWave set upに対する理論の適用限界 佐伯〔1981〕

4. 結 語

海岸構造物近傍の変形というテーマについては、本来、構造物による回折、反射の問題、また透過性の構造物に対しては回折、反射に加えて透過波の問題も取り扱わねばならなかったであろう。しかし紙数の都合もあり、構造物近傍の波にとって最も基本的な問題である重複波について、特に各種重複波理論の適用限界及び理論の特徴について述べてみた。また重複波の波圧に関する問題については本講習会において過去に数回取り上げられているので興味のある方はそれらの講義集を読まれる事をおすすめる^{32)~37)}。

参 考 文 献

- 1) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge Univ. Press, pp362-366, 1932
- 2) Sainflou, G.: Essai sur les Diques Maritimes Verticales, Annales des Ponts et Chaussees, Vol. 98, No 4, pp. 4-48, 1928
- 3) Miche, M.: Mouvements Ondulatoires de la Mer on Profondeur Constante on Decroissante, Annales des Ponts et Chaussees, Vol. 121, No 3, 1944
- 4) Gourret, M.: Sur un mouvement approche de clapotis, Application au calcul des diques maritimes verticales, Annales des ponts et Chaussees, Mars, pp. 337-451, 1935
- 5) 岸 力: 海岸堤防に関する研究(2)-有限振幅の浅水重複波-, 建設省土木研究所報告, 第90号, pp 27-54, 1955
- 6) Tadjbaksh, I. and J. B. Keller: Standing surface waves of finite amplitude, Jour. Fluid Mech., Vol. 8, pp442-451, 1960
- 7) 合田良実, 柿崎秀作: 有限振幅重複波とその波圧に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第5巻, 第10

- 号, pp. 2-32, 1955
- 8) 首藤伸夫: 有限振幅の定常長波, 第15回海岸工学講演会論文集, pp. 212-219, 土木学会, 1968
 - 9) 土木学会: 水理公式集 昭和46年改訂版, pp. 74, 1971
 - 10) 松野仁根・斉藤浩司・佐伯浩: 重複波動理論の適用限界について, 第34回土木学会年次学術講習会概要集, pp. 647-648, 1979
 - 11) Borgman, L. E and J. E. Chappellea: The use of the Stokes-Struik approximation for wave of finite height, Proc. 6th Conf. on Coastal Eng. pp. 252-281, 1958
 - 12) 佐伯浩・泉冽・新井泰澄・花安繁郎: ストークス波の適用限界について, 土木学会北海道支部研究発表論文集, pp. 163-170, 1968
 - 13) 佐伯浩・佐々木幹夫・佐々木俊逸: 波動理論の適用性について一波速とSoliton数について一, 第29回土木学会年次学術講演会概要集, pp. 12-13, 1974
 - 14) 土屋義人・安田孝志: 浅海における波の変形, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 397-402, 1973
 - 15) 三浦晃・遠藤茂勝・落合実: 重複波の水位変動特性について, 第27回海岸工学講演会論文集, pp. 75-79, 1980
 - 16) 土屋義人・山口正隆: せつ動解による有限振幅重複波理論の適用限界について, 第16回海岸工学講演会論文集, pp. 7-13, 1969
 - 17) 佐伯浩: 波動理論の適用限界(理論限界)について, 土木学会北海道支部論文報告集, pp. 161-166, 1974
 - 18) Healy, J. J: Wave damping effect on beaches, Proc. Minnesota. Inst. Hydr. Conv., pp. 213-220, 1953
 - 19) Goda, Y. and Y. Abe: Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves, Report of P. H. R. I., Vol. 7, No. 3, pp. 3-58, 1968
 - 20) 岸 力: 重複波の波圧式とその適用限界, 第11回海岸工学講演会講演集, pp. 161-162, 1964
 - 21) 永井莊七郎・玉井佐一・西村益夫: 深い海中に築造された直立防波堤に働く波圧, 第10回海岸工学講演会講演集, pp. 104-109, 1963
 - 22) Penney, W. G. and A. T. Price: Finite periodic stationary gravity waves in perfect liquid, Phil. Trans. Series A, Vol. 244, pp. 254, 1952
 - 23) Suquet, F. and A. Wallet: Basic experimental wave research; Proc. Minnesota, Inst. Hydr. Conv., 1953
 - 24) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress and mass transport in gravity waves with application to "Surf Beats", Jour. Fluid Mech. Vol. 13, Pt. 4, pp. 481-504, 1962
 - 25) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress in waves; a physical discussion, with applications, Deep-sea research Vol. 11, pp. 529-562, 1964
 - 26) 佐伯浩・斉藤浩司・松野仁根: 重複波のWave set upについて, 第16回自然災害科学総合シンポジウム, pp. 267-268, 1979
 - 27) 佐伯浩: 海岸構造物近傍のWave set up & set down, 自然災害特別研究報告書「高潮時の波浪と

その極値に関する研究」代表土屋義人，（印刷中）

- 28) 許士裕恭・山田満・佐伯浩：海岸構造物近傍の波浪の変形に関する研究，第35回土木学会年次学術講演会概要集，pp.15～16，1980
- 29) Bowen, A. J. D. L. Inman and V. P. Simmons : Wave set - down and set-up, Jour. Geophy. Res., Vol. 73, pp. 2569 - 2576, 1968
- 30) 佐々木幹夫・佐伯浩・尾崎晃：砕波後の波の変形に関する研究(2)，第21回海岸工学講演会論文集，pp.39 - 44，1974
- 31) 合田良実：浅海域における波浪の砕波変形，港湾技研報告第14巻第3号 pp. 59 - 106，1975
- 32) 光易恒：波圧論，1965年度水工学に関する夏期研修会講義集，Bコース，1965
- 33) 尾崎晃：消波構造論，1965年度水工学に関する夏期研修会講義集Bコース，1965
- 34) 永井荘七郎：波圧論，1966年度水工学に関する夏期研修会講義集Bコース，1966
- 35) 合田良実：構造物に働く波力，1967年度水工学に関する夏期研修会講義集Bコース，1967
- 36) 三井宏：海岸堤防の水理，1973年度水工学に関する夏期研修会講義集Bコース，1973
- 37) 首藤伸夫：海岸・構造物からの波の反射，1978年度水工学に関する夏期研修会講義集 Bコース，1978