

降雨～流量の変換機能と河川流出の modeling

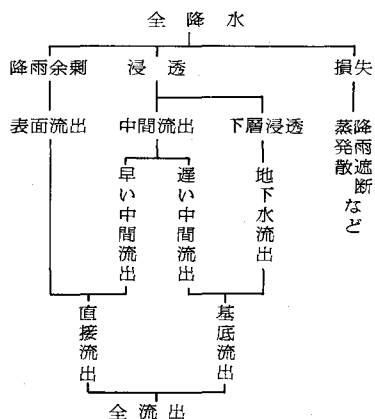
藤 田 睦 博

1. はじめに

流域に降った雨がどのような過程を経て河道に到り、どのように河道を流下するかを、時間的、空間的および定量的に評価することは、これまでの水文学の最重要課題の一つであり、今後もそうであろう。

河川流出量の量的、時間的、空間的変動を的確に知ることは、洪水対策上、利水上きわめて重要だからである。

図一.1.1 は、主として傾斜地における流出過程および各流出成分の概要を示したものである。降雨は地表に到達するまで樹葉や建物などの地被物により一時保留（降雨遮断）された後、その一部は樹幹を伝わって地上に流下（樹幹流下）し、他の一部は葉面などより直接大気中に放散（蒸散）される。これらと地表や水面から蒸発する量を合わせて損失と呼んでいる。損失を除いた雨水の一部は、地表面を流下する表面流を形成し、残りは地下に浸透する。林相の発達した流域ならば、表層土壌は厚さ数cmないし数10cmの腐植土より成っている。この層は一般に団粒構造が発達し、空隙に富み下層より透水性が大きい。したがって、地表より浸透した雨水は、表層土壌中に滞留し、重力水となって山腹斜面に沿って浸透流が発生する。これを中間流と呼んでいる。また、基岩の割れ目や地層境界から流出する中間流を遅い中間流と呼び、表層土壌中の中間流を早い中間流と呼んで区別する場合がある。さらに下層に浸透した雨水は、地下水帯に達し地下水流となる。



図一.1.1 降水の流出過程 (Chow¹⁾)

一方、実際の流出解析をする立場から、全流出量を直接流出量と基底流の二つ流出成分に分けて考える場合がある。前者は、雨が降った後、直ちに河道に流出する表面流、早い中間流を含み短期流出（洪水流出）を支配する流出成分を示す。後者は長期流出（低水流出）を支配する流出成分で、地下水流、遅い中間流よりなっている。

次に短期流出を対象とした流出モデルについて考えてみよう。これまで数多くの流出モデルが提案さ

れている。流出のモデルの分類法は、人によっても考え方が異なるので必ずしも絶対的なものではないが、表-1に示すような分類法²⁾が理解しやすい。

表-1.1 流出モデルの分類²⁾

1. 応答モデル (解析的モデル)	
線形	線形応答系の理論 (単位図法)
非線形	非線形応答系の理論
2. 物理モデル (パラメトリックモデル)	
集中パラメーター	流出関数法, タンクモデル, 貯留関数法
分布パラメーター	Kinematic Wave モデル (斜面流域)
	Dynamic Wave モデル (低平地)

応答モデル

線形応答モデルは、単位図法に代表されるように有効雨量 $r(t)$ と流出量 $q(t)$ との間に次に示すような線形関係 (たたみ込み積分) が成立するものとする手法である。

$$q(t)=\int_0^{\infty} h(\tau) r(t-\tau) d \tau \tag{1.1}$$

$h(\tau)$ は、線形応答関数、インパルス応答関数あるいは I. U. H. と呼ばれ、積分方程式 (1.1) の核である。また、非線形応答モデルは、式 (1.1) を一般化して次式を基礎式としている。一般に式

$$q(t)=\int_0^{\infty} h_1(\tau) r(t-\tau) d \tau +\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2\left(\tau_1, \tau_2\right) r\left(t-\tau_1\right) r\left(t-\tau_2\right) d \tau_1 d \tau_2+\cdots \tag{1.2}$$

(1.2) の右辺第2項まで採用する場合が多く、 $h_1(\tau)$ を1次核 (線形核)、 $h_2\left(\tau_1, \tau_2\right)$ を2次核 (非線形核) と呼んでいる。

与えられた $r(t)$ 、 $q(t)$ の観測値に基づいて式 (1.1) が完全に成立するように核を求めると、その結果、流出系としては非現実的である負値を含んだ振動解が得られる場合がある。流出現象を線形系で近似できたとしても、観測値には種々の誤差が含まれており、それにもかかわらず基礎式を厳密に解こうとしたところに問題がある。この点を考慮して1950年代にはSnyder³⁾や木下⁴⁾によって最小二乗法による核の同定法が提案され、1960年代になってEagleson⁵⁾、日野⁶⁾、石原・高棹⁷⁾らによってほぼ同時期に予測誤差を全体として最小にする解析法が提示された。すなわち、時系列理論におけるWiener-Hopfの式の導入であり、Wiener流の情報理論や流出予測問題に適用された。一方、式 (1.2) の核の同定法としては、重回帰式による手法^{8, 9)}、核の直交関数展開法^{10, 11, 12)} フィルター相関法^{13, 14)} などがある。

物理モデル

流出現象をできるだけ物理的に解釈しようとする立場からのモデルで、ここでは概念的な思考モデルも含めて考えている。物理モデルは、集中定数系モデルと分布定数系モデルに大別される。前者には、石原・高瀬の流出関数法¹⁵⁾、菅原のタンクモデル¹⁶⁾、木村の貯留関数法¹⁷⁾など実用的モデルが多い。しかしながら、モデルの独立変数が時間のみで、空間軸を持っていないので、モデルのバ

ラメータの物理的評価が困難な場合がある。

タンクモデルは、図-1.2に示すように流出機構をタンクの結合系として概念化したものである。タンクからの流出は、タンクの側壁に設けた流出孔よりの流出（水深に比例する）の和として与えられる。図-1.2の例のタンクからの流出量は、次式ようになる。

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) = \begin{cases} f_1(h - h_1) & h_1 < h \leq h_2 \\ f_1(h - h_1) + f_2(h - h_2) & h > h_2 \end{cases} \quad (1.3)$$

したがって、水位-流量の関係は図-1.2(b)の折線で近似され、流出現象の非線性がタンクの側壁に設けられる流出孔の数および位置によって表現できる。また、流出の遅れは、このようなタンクをいくつか直列に並べることにより表わせる。一般には3～4段の直列タンクモデルが用いられている。一方、タンクの諸定数は、試算的に決定されるが、タンクの数が多くなると決定すべき定数の数も多くなり、小村・丸山¹⁸⁾、永井・角屋^{19, 20)}らによって定数の最適同定法が提案されている。

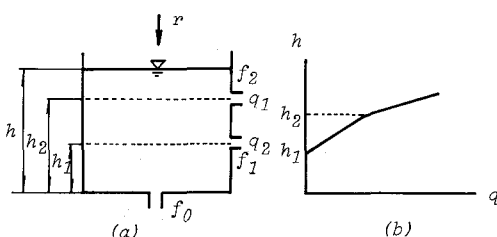


図 1.2 タンクモデル

一方、貯留関数法は、流域内の貯留量 s を

$$s = f(q) \quad (1.4)$$

と表わし、降雨 r 、流出 q に関する連続の式

$$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (1.5)$$

に代入して解析を行うものである。一般に式(1.4)の $s \sim q$ の関係は一価関数で表わすことができず、種々の貯留方程式が提案されている。(後述)

分布定数系の物理モデルは、流出現象を力学的に解釈する立場から、流域内での雨水の挙動をできるだけ物理的に追跡しようとするモデルで、比較勾配のある山腹斜面流域を対象とする Kinematic Wave モデルと低平地を対象とする Dynamic Wave モデルがある。Kinematic Wave モデルについては後述する。

最近になって、各モデルの間の相互の関連についても研究がなされており、日野・灘岡²¹⁾は Kinematic Wave モデルより非線形核を理論的に導出し、Khan・Takagi・Adach²²⁾らは Dynamic Wave モデルと貯留型のモデルの関係について述べている。また、Kinematic Wave モデルと貯留型モデルの関係については、杉山・角屋²³⁾、白川・藤田²⁴⁾らの研究がある。これらの研究は、いずれも分布定数系のモデルと集中定数系のモデルの関係について述べたものである。分布定数系のモデルと集中定数系のモデルに関するもう一方の研究は、境界条件に関するものである。すなわち、分布定数系のモデルを採用したとしても、一般に流域は複雑な形状をしており、計算にあたっては理想化した流域（矩形流域など）に置換している。当然、実流域と理想化した流域には差があるわけで、この点に関して平野・伊東²⁵⁾らは、山腹斜面長の変動を考慮して到達時間の分布という概念を導入している。また、山田²⁶⁾は斜面長の変動と浸透流を扱い、藤田²⁷⁾は斜面長の変動と貯留関数のパラメータの関係について述べている。

ここでは、斜面長の変動と貯留関数法に関する著者の研究を主に述べる。

2. Kinematic Wave モデルと貯留型モデル^{27), 28)}

—斜面長が一定のとき—

自然流域の山腹斜面からの流出に関して、石原（藤），石原（安），高樺^{29, 30)}らは、図-2.1 に示すような理想的な中間流モデルを示している。このときの基礎式は、

$$\text{中間流} \quad \lambda \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (2.1)$$

$$q = r i h \quad (2.2)$$

$$\text{表面流} \quad \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (2.3)$$

$$q = \alpha y^m \quad (2.4)$$

ここに、 h ：見かけの水深、 q ：単位巾流量、 r ：有効雨量強度、 r ：透水係数、 i ：斜面勾配、 α, m ：定数、 t ：時間、 x ：斜面上流端からの距離、 λ ：有効空隙率、式(2.1)において $\lambda h \rightarrow h$ とすると

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (2.5)$$

$$q = \frac{r i}{\lambda} h \quad (2.6)$$

この場合、 h は表層の真の水深を示す。式(2.4)の α を $r i / \lambda, m=1$ とする式(2.6)となるので、中間流または表面流が単独に発生しているときには、式(2.3)，(2.4)を対象とするとよい。

いま、次の量を定義して、式(2.3)，(2.4)を無次元化する。

$$\begin{aligned} t &= t_* \cdot T \\ y &= y_* \cdot Y \\ x &= x_* \cdot X \\ r &= r_* \cdot R \end{aligned} \quad (2.7)$$

式(2.7)の x_*, t_*, y_*, q_* は、無次元化規準量で、 X, T, Y, Q はそれぞれ小文字の量の無次元量を示す。 r_*, x_*, t_*, y_*, q_* として、次式を用いる。

$$\begin{aligned} r_* &= \bar{r} \quad (\text{平均降雨強度}) \\ x_* &= \bar{l} \quad (\text{平均斜面長}) \\ t_* &= (\bar{l} \bar{r}^{1-m} / \alpha)^{1/m} \quad (\bar{l}, \bar{r} \text{ に対する到達時間}) \\ y_* &= t_* \bar{r} \\ q_* &= \bar{l} \bar{r} \end{aligned} \quad (2.8)$$

式(2.7)，(2.8)を式(2.3)～(2.4)に代入して次式を得る。

$$\partial Y / \partial T + \partial Q / \partial X = R(T) \quad (2.9)$$

$$Q = Y^m \quad (2.10)$$

境界条件、初期条件は

$$Y(0, T) = 0 \quad (2.11)$$

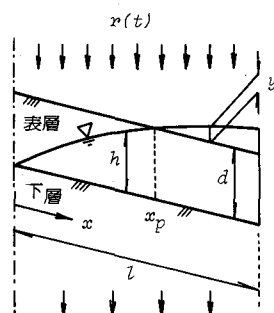


図-2.1 山腹斜面の流出モデル

$$Y(X, 0) = 0 \quad (2.11)$$

式(2.9)の両辺を区間(0, L)の範囲で積分すると

$$\frac{\partial}{\partial T} \int_0^L Y(X, T) dX + \int_0^L dQ(X, T) = \int_0^L R(T) dX \quad (2.12)$$

ただし

$$L = l / \overline{l}$$

l は、実斜面長である。斜面長が一定のときには $L = 1$ となるが、次節の式の誘導のためこのまま用いることにする。式(2.12)の左辺第1項は、斜面上の貯留量の時間的变化量を示し、

$$\frac{dS}{dT} = \frac{\partial}{\partial T} \int_0^L Y(X, T) dX \quad (2.14)$$

また、左辺第2項は

$$\int_0^L dQ(X, T) = Q(L, T) - Q(0, T) \quad (2.15)$$

式(2.15)の右辺第2項は、境界条件式(2.11)を考慮すると消失して、結局、式(2.12)は

$$\frac{dS}{dT} + Q(L, T) = RL \quad (2.16)$$

となる。また、式(2.10)より貯留量は

$$S(T) = \int_0^L Y(X, T) dX = \int_0^L Q(X, T)^{1/m} dX \quad (2.17)$$

となって、貯留方程式は運動の式を表現したものになっている。式(2.17)を

$$S(T) = \int_0^L Q(X, T)^{1/m} dX = f(Q) \quad (2.18)$$

と変形することができるならば、式(2.9)、(2.10)のkinematic waveモデルを貯留型の流出モデルに置換したことになる。

いま、図-2.2に示す矩形降雨のとき、式(2.9)、(2.10)の解は、特性曲線

$$X - X_0 = m \int_{T_0}^T Y^{m-1} dT \quad (2.19)$$

の上で

$$Y = Y_0 + \int_{T_0}^T R dT \quad (2.20)$$

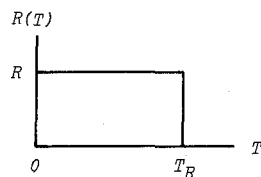


図-2.2 矩形降雨

として与えられる。なお、 X_0, T_0 は特性曲線の出発する X, T の座標の位置を示し、 Y_0 はこの位置の水深である。 R が一定のとき、式(2.20)の積分は容易にできるので、次のような解を得ることができる。

$$\begin{aligned} T_R &\geq T_C = (LR^{1-m})^{1/m} \\ Y(X, T) &= \begin{cases} (RX)^{1/m} & 0 \leq X \leq R^{m-1}T^m \\ RT & R^{m-1}T^m < X \leq L \end{cases} & 0 < T \leq T_C \\ Y(X, T) &= (RX)^{1/m} & 0 \leq X \leq L & T_C < T \leq T_R \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
 & X = Y(X, T)^m / R + mY(X, T)^{m-1}(T - T_R) \quad 0 \leq X \leq L \quad T > T_R \\
 & T_R < T_C \\
 & Y(X, T) \left\{ \begin{array}{ll} (RX)^{1/m} & 0 \leq X \leq R^{m-1}T^m \\ RT & R^{m-1}T^m < X \leq L \end{array} \right. \quad 0 \leq T \leq T_R \\
 & \left\{ \begin{array}{ll} X = Y(X, T)^m / R + mY(X, T)^{m-1}(T - T_R) & 0 \leq X \leq X_g \\ Y(X, T) = RT_R & X > X_g \end{array} \right. \quad T_R < T < T_g \\
 & X = Y(X, T)^m / R + mY(X, T)^{m-1}(T - T_R) \quad 0 \leq X \leq L \quad T > T_g \\
 & T_g = T_R + (L - R^{m-1}T_R^m) / \{ m(RT_R)^{m-1} \} \\
 & X_g = R^{m-1}T_R^m + m(RT_R)^{m-1}(T - T_R)
 \end{aligned} \quad (2.22)$$

図-2.3は、式(2.21)、(2.22)の斜面上の水深 $Y(X, T)$ の時間的変化を示したものである。また、図-2.4は、斜面下端の流量 $Q(L, T)$ を示している。図-2.3、2.4を参照すると $S \sim Q$ 曲線の概形を描くことができる。これを図-2.5に示す。 $T_R \geq T_C$ 、 $T_R < T_C$ のいずれの場合も、 $S \sim Q$ 曲線は右回りのループをなしている。斜面末端の流量が同一であっても、ハイドログラフの上昇期における貯留量が下降期のそれに比較して大きいことを示しており、このことは図-2.3の(1)、(3)の水面形より明らかである。

また、図-2.3の $T_R < T_C$ で(2)の水面形の時、斜面末端の流量は変化しないにもかかわらず、時間の経過とともに貯留量は減少し、これは図-2.5の $S \sim Q$ 曲線のA、Bに対応している。

貯留量 $S(T)$ は、式(2.17)で与えられるので、式(2.21)、

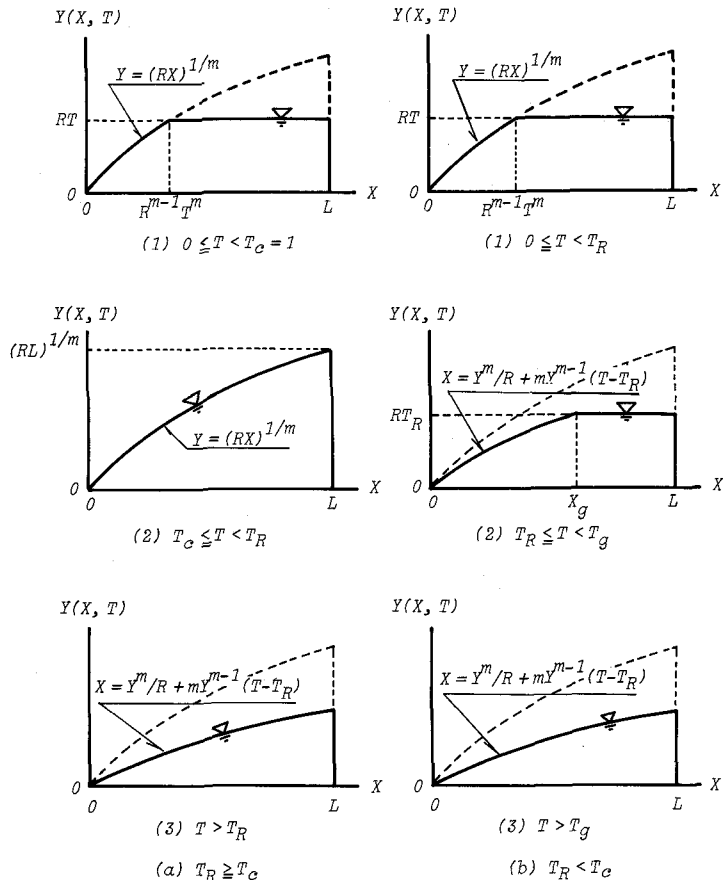


図-2.3 斜面上の水深の変化の概要

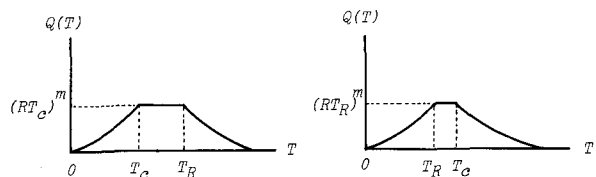


図-2.4 斜面末端の流出量(矩形降雨)

(2.22) より貯留方程式は

$$T_R \geq T_C$$

$$S(T) = \begin{cases} Q(T)^{1/m} - \frac{1}{R(1+m)} Q(T)^{\frac{m+1}{m}} & 0 \leq T \leq T_C \\ \frac{m}{(1+m)R} Q(T)^{\frac{m+1}{m}} & T_C < T \leq T_R \\ \frac{m-1}{m} Q(T)^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m(m+1)R} Q(T)^{\frac{m+1}{m}} & T > T_R \end{cases} \quad (2.23)$$

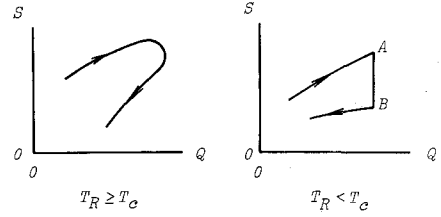


図-2.5 S~Q曲線の概要

$$T_R < T_C$$

$$S(T) = \begin{cases} Q(T)^{\frac{1}{m}} - \frac{1}{R(1+m)} Q(T)^{\frac{m+1}{m}} & 0 \leq T \leq T_R \\ Q_R(T)^{\frac{1}{m}} - \frac{1}{R(1+m)} Q_R(T)^{\frac{m+1}{m}} - (T-T_R)Q_R & T_R < T < T_g \\ \frac{m-1}{m} Q(T)^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m(m+1)R} Q(T)^{\frac{m+1}{m}} & T > T_g \end{cases} \quad (2.24)$$

$$Q_R = (RT_R)^m$$

$$T_g = T_R + (L - R^{m-1} T_R^m) / \{ m(RT_R)^{m-1} \} \quad (2.25)$$

$$0 \leq Q(T) \leq R$$

式(2.23), (2.24)の $Q(T)$ は, 斜面末端の無次元流量を示す。これらの貯留方程式は, 杉山, 角屋²³⁾らが導いた式と同じである。

一般に $T_R > T_C$ としてよいので, 式(2.23)を図示した結果を図-2.6に示す。

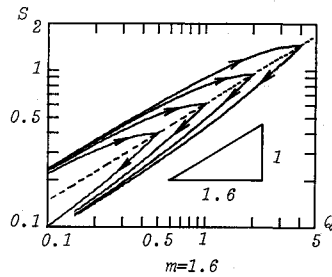
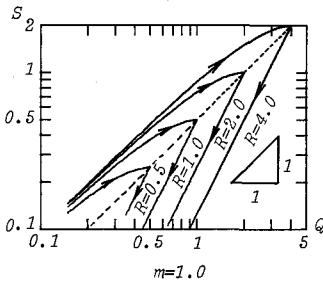


図-2.6 S~Q曲線 (矩形降雨)

図中の破線は, $S \sim Q$ 曲線のピークを連ねた線を示し, 次式で与えられる。

$$S(T) = \frac{m}{m+1} Q(T)^{1/m} \quad (2.26)$$

図には $m=1, 1.6$ の場合のみしか示していないが $S \sim Q$ 曲線は, いずれも右回りのループを描き, 式(2.23)の右辺第1項は $m \geq 1, 0 < Q \leq R$ の範囲で常に第2項より大きく, 貯留量 S は, 流出量の

$1/m$ 乗に比例していることがわかる。しかし、厳密にいうならば $S \sim Q$ 曲線は、2 価関数性を示している。 $S \sim Q$ 曲線の 2 価関数性（非定常性）を表現するために、これまで種々の貯留方程式が提案されている。

$$\begin{aligned} \text{木村}^{17)} \quad S_L &= K Q_L^p \\ Q_L &= Q(t+t_L) \quad t_L: \text{遅滞時間} \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\text{Kulandaiswamy}^{31)} \quad S = \sum_{n=0}^N a_n(q, r) \frac{d^n q}{dt^n} + \sum_{m=0}^M b_m(q, r) \frac{d^m r}{dt^m} \quad (2.28)$$

$$\text{Prasad}^{32)} \quad S = K_1 q^{p_1} + K_2 \frac{dq}{dt} \quad (2.29)$$

$$\text{星}^{33)} \quad S = K_1 q^{p_1} + K_2 \frac{dq^{p_2}}{dt} \quad (2.30)$$

例えば、式 (2.26) を Prasad の式 (2.29) の右边第 1 項に相当する量として、式 (2.33) を書きなおすと

$$S(T) = \begin{cases} \frac{m}{m+1} Q^{1/m} + \frac{(R-Q) Q^{2/m}}{m(m-1) Q R^2} \frac{dQ}{dT} & (\text{ハイドログラフの上昇部}) \\ \frac{m}{m+1} Q^{1/m} + \frac{\{R(m-1)+Q\} \{R+Q\}}{m^3(m+1) R^2} Q^{(2-2m)/m} \frac{dQ}{dT} & (\text{ハイドログラフの下降部}) \end{cases} \quad (2.31)$$

式 (2.29) の係数 K_2 は、 m のみならず R 、 Q の関数となっており、定数として扱うことができない。

以上は、矩形降雨について得られた $S \sim Q$ 曲線を示したが、次に

図-2.7 に示す三角形降雨について、 $S \sim Q$ 曲線を求めてみよう。三角形降雨のときには、直接、式 (2.9) ~ (2.10) より解析解を得ることが困難なので、数値計算により解を得た。図-2.8 は、この結果を示したものである。 m とピーク雨量が一定であっても、ピーク雨量の生起時刻 T_a によって、若干 $S \sim Q$ 曲線は変動している。矩形降雨の場合と同様にいずれも右回りのループを描いている。

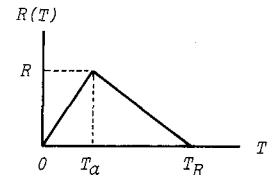


図-2.7 三角形降雨

図中の破線は、式 (2.26) を示している。

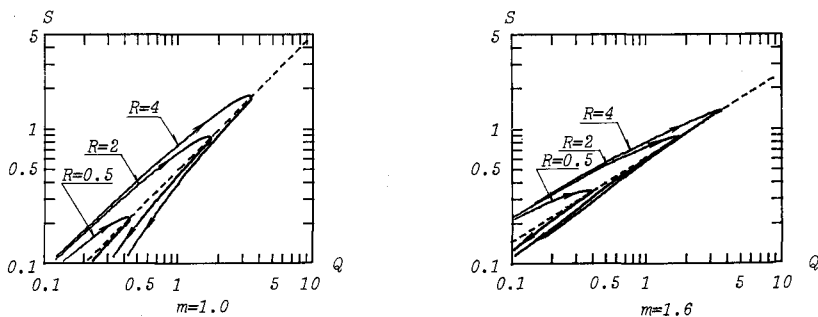


図-2.8 $S \sim Q$ 曲線 (三角形降雨 $T_a = 1$)

ここで、 $S \sim Q$ 曲線を式 (2.26) により近似できるものとする、式 (2.16) より

$$\frac{dS}{dT} = R - Q$$

$$S = \frac{m}{m+1} Q^{1/m} \quad (2.32)$$

となる。

式 (2.32) の近似度を検討するために、同一条件で式 (2.9)、(2.10) の kinematic wave モデルの解と式 (2.32) の解を比較してみよう。図-2.9 は、矩形降雨について、図-2.10 は三角形降雨について、両者の解を比較したものである。なお、実線は、kinematic wave モデルによる解を示し、破線は、式 (2.32) の解を示している。両者の解は、よく一致していると言える。

一定勾配の斜面からの表面流出に関しては、貯留方程式における非定常項を無視してもよさそうである。

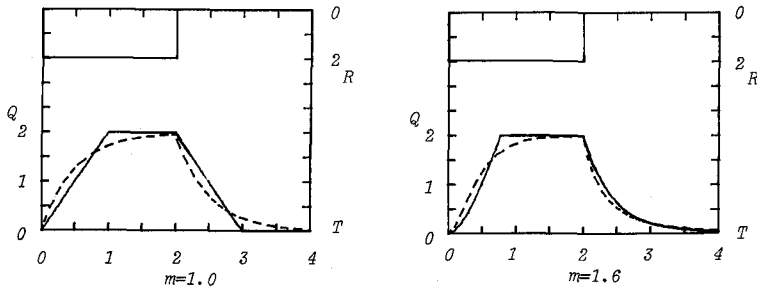


図-2.9 Kinematic Wave モデルと式 (2.32) の比較 (矩形降雨, $R = 2$, $T_R = 2$) 実線: Kinematic Wave モデル 破線: 式 (2.32)

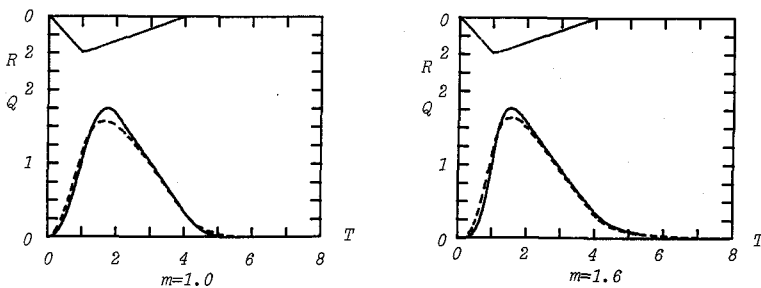


図-2.10 Kinematic Wave モデルと式 (2.32) の比較 (三角形降雨, $R = 2$, $T_R = 4$, $T_a = 1$) 実線: Kinematic Wave モデル 破線: 式 (2.32)

式 (2.32) で与えられる S , Q は、いずれも無次元量なので、これを有次元量にする。単位幅斜面の貯留量 s (m^3/m) は

$$s = \int_0^L y(x, t) dx \quad (2.33)$$

となる。式(2.33)の無次元貯留量は、次式で与えられるので

$$S = \int_0^1 Y(X, T) dX \quad (2.34)$$

式(2.7), (2.8)を用いると、式(2.32)の貯留方程式の有次元表示は

$$s = \frac{m}{m+1} \bar{l} \alpha^{-1/m} q^{1/m} \quad (2.35)$$

ここで、 $\bar{l}$ は平均斜面長(メートル)、 α はメートル、秒単位で測定した斜面定数で、 q は単位幅流量($\text{m}^3/\text{sec}/\text{m}$)である。

河道における流れの時間遅れおよびハイドログラフの変形を無視できるものとし、斜面幅を B (メートル)とすると、斜面全体の貯留量 s_t (m^3)およびこのときの流出量 q_t (m^3/sec)は

$$\begin{aligned} s_t &= B \cdot s \\ q_t &= B \cdot q \end{aligned} \quad (2.36)$$

となるので

$$s_t = \frac{m}{m+1} B \bar{l} \left(\frac{1}{\alpha B} \right)^{1/m} q_t^{1/m} \quad (2.37)$$

を得る。斜面の面積が $B\bar{l}$ であることを考慮して、貯留高 s_h (mm)、流出高 q_h (mm/hr)を用いて、式(2.37)を書きなおすと、次のようになる。

$$s_h = \frac{m}{m+1} \left\{ \frac{1000^{m-2} \bar{l}}{3.6 \alpha} \right\}^{1/m} q_h^{1/m} \quad (2.38)$$

いま

$$\alpha = \sqrt{i}/n \quad (2.39)$$

とおくと、式(2.38)は

$$s_h = \frac{m}{m+1} \left\{ \frac{1000^{m-2} n \bar{l}}{3.6 \sqrt{i}} \right\}^{1/m} q_h^{1/m} \quad (2.40)$$

となる。斜面上の流れが、Manning 則に従うものとするとき式(2.40)において

$$m = 5/3 \quad (2.41)$$

n : Manning の粗度係数

とおける。式(2.40)の貯留係数 k は

$$k = \frac{m}{m+1} \left\{ \frac{1000^{m-2} n \bar{l}}{3.6 \sqrt{i}} \right\}^{1/m} \quad (2.42)$$

となり、図-2.11は、式(2.42)を図示したものである。

一方、木村¹⁷⁾は、本邦の流域面積が500 km²以下の山地河川流域に対して、総合貯留関数を提案している。

$$\begin{aligned} s_0 &= 40.3 q_c^{0.5} \\ s_0 : \text{mm} \quad q_c : \text{mm/hr} \end{aligned} \quad (2.43)$$

式(2.40)と式(2.43)は、同一の次元表示になっているので $m=2$ とにおいて、貯留係数を比較してみよう。 i および n を 10^{-1} のオーダー、斜面長を数kmとすると図-2.15より $k=6 \sim 20$ となり、木村の与えた貯留係数40.3より小さい値をとっている。この原因としては、数百km²の実流域を図-2.1に示

すような一定勾配一定斜面長の矩形斜面に置換することによる実流域との差、および、河道内でのハイドログラフの変形などが考えられる。

表面流出と中間流出が同時に生起しているときには、式 (2.3) ~ (2.6) を式 (2.8) の無次元化規準量を用いて無次元化すると

$$\begin{aligned} \text{表面流} \quad \frac{\partial Y}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} &= R \\ Q &= Y^m \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \text{中間流} \quad \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q_i}{\partial X} &= R \\ Q_i &= \beta \cdot H \end{aligned} \quad (2.45)$$

ただし、

$$\begin{aligned} H &= h / y_* \\ \beta &= \frac{r i t_*}{\lambda l} \end{aligned} \quad (2.46)$$

したがって、斜面からの流出量 $Q(T)$ 、斜面の貯留量は

$$\begin{aligned} H \leq D &= \lambda d / y_* \\ Q(T) &= \beta H(L, T) \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$S(T) = \int_0^L H(X, T) dX \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} H > D \\ Q(T) &= \beta D + Y(L, T)^m \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$S(T) = \int_0^{X_p} H(X, T) dX + (L - X_p) D + \int_{X_p}^L Y(X, T) dX \quad (2.50)$$

$$\text{ただし} \quad X_p = x_p / l \quad (2.51)$$

x_p は、表面流の生起する x 座標 (図-2.1 参照) を示す。式 (2.47)、(2.48) は、中間流のみが発生しているときの流量、貯留量を示している。また、式 (2.49)、(2.50) は、中間流と表面流が同時に生起しているとき (混合型) の流量、貯留量を示す。降雨が図-2.2 の矩形波形のとき、式 (2.19) (2.20) に示すように特性曲線上で解が与えられる。式 (2.26) と同様に $Q(T)$ 、 $S(T)$ のピーク時刻で貯留方程式を定義すると

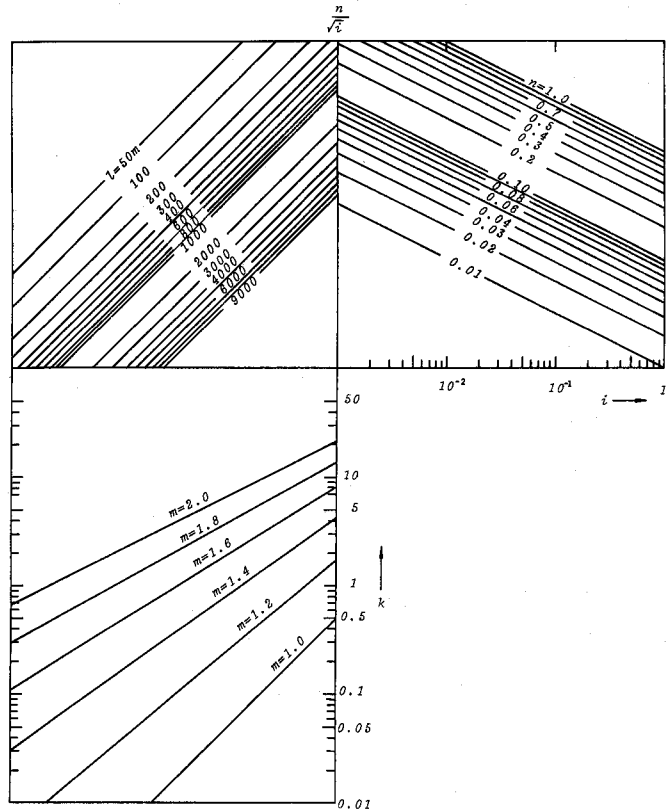


図-2.11 貯留係数

$$S(T) = \frac{m}{m+1} \left(1 - \frac{\beta D}{Q} \right)^{\frac{m+1}{m}} Q^{\frac{1}{m}} + D - \frac{\beta D^2}{2Q} \quad (2.52)$$

を得る。この式で $D = 0$ (表層がないとき) とおくと、式 (2.26) に一致する。

図-2.12は、矩形降雨 ($T_R = 5$) について R を種
種変化させて $D = 1$, $\beta = 0.05$ の条件のもとに式 (2.
44), (2.45) より求めた $S \sim Q$ 曲線を両対数紙上に
プロットしたものである。図には表面流のみの $S \sim Q$
曲線と、これに中間流を加えた2種類の $S \sim Q$ 曲線
を示している。表面流のみの $S \sim Q$ 曲線は、図-2.6と
同様な形状を示しているが、これに中間流が加わると
著しく異なった形状になっている。この形状の差を検
討するために、図-2.13に流量、貯留量の時間的変化
を示した。中間流に関する無次元パラメータ β , D の
値にもよるが、全流出量の大部分は表面流によるもの
で、貯留量に関しては中間流のウェイトが大きく、こ
の傾向は降雨終了後に著しい。図-2.14, 2.15は、三
角形降雨について計算した結果を示す。三角形降雨に

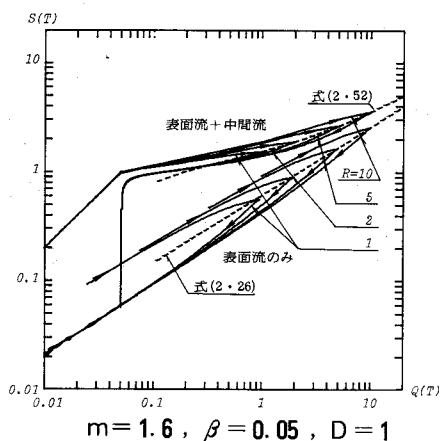


図-2.12 中間流、表面流の混合型の $S \sim Q$ 曲線 (矩形降雨 $T_R = 5$)
 $m = 1.6$, $\beta = 0.05$, $D = 1$

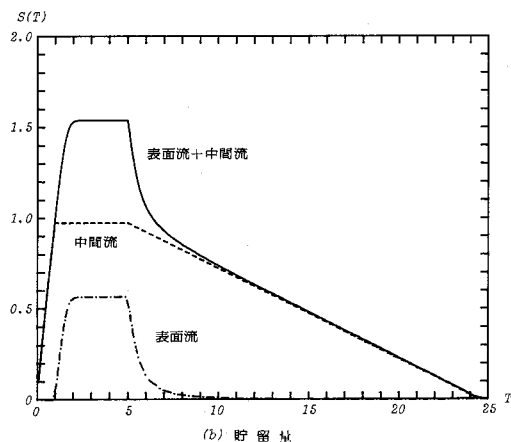
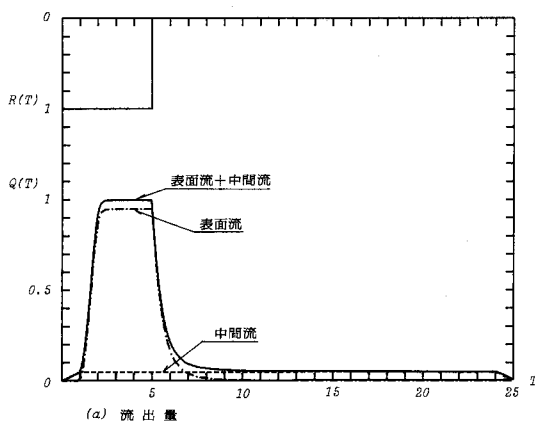
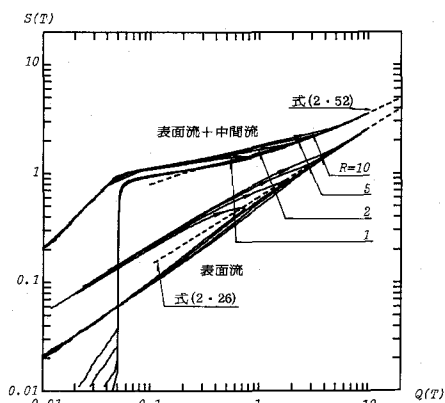
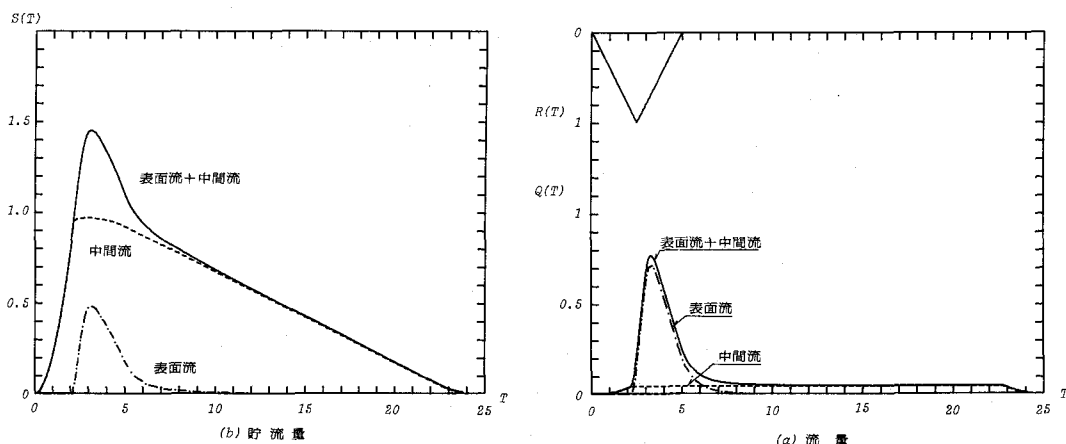


図-2.13 流量、貯留量の時間的変化 (矩形降雨 $T_R = 5$, $R = 1$)
 $m = 1.6$, $\beta = 0.05$, $D = 1$

ついても矩形降雨と同様なことが言える。図-2.12, 2.14の破線は、式 (2.26), (2.52) を示してい
るが、それぞれの $S \sim Q$ 曲線を代表しているものと言える。ここでは、表面流に関してManning型の流
れを想定して $m = 1.6$ を採用したが、図-2.12, 図-2.14に示すように表面流、中間流の混合型の $S \sim Q$
曲線の両対数紙上での傾きが $1/1.6 \approx 0.6$ より緩勾配になっていることが注目される。



図一2.14 中間流，表面流の混合型の $S \sim Q$ 曲線
 (三角形降雨 $T_a = 5/2$, $T_R = 5$)
 $m = 1.6$, $\beta = 0.05$, $D = 1$



図一2.15 流量，貯留量の時間的変化 (三角形降雨 $T_R = 5$, $R = 1$, $T_a = 25$)
 $m = 1.6$, $\beta = 0.05$, $D = 1$

3 Kinematic Wave モデルと貯留型モデル

—斜面長が変動するとき—

前節では，一定勾配の矩形斜面について貯留方程式を誘導した。斜面長を図一3.1に示すように，河道上のA点を出発して等高線に直交するように分水界までの距離と定義する。点Aの位置が異なると当然斜面長も異なる。したがって，山腹斜面が一定勾配の斜面で近似できたとしても，図一3.2に示すようなE I Fという斜面が，得られるはずである。前節では，斜面E I Fを矩形斜面E H G Hに置換して解析していることになる。斜面長が異なると式(2.8)に示すように到達時間も異なるので，流出量も異なる。平野ら²⁵⁾は，斜面長の変動を到達時間の変動と解釈して，到達時間の分布という概念を斜面からの流出問題に導入している。

次に勾配(または斜面角)の定義であるが，勾配は図一3.1のA点の位置のみならずA B線上で変化しているので，種々の定義が考えられる。勾配と斜面長のどちらの変動が流出におよぼす影響が大きいかを，基礎式(2.1)，(2.4)より直接知るのは難しい。勾配は，斜面定数 α を媒介として基礎微

分方程式の係数に関係しており，斜面長は境界値に関係する量だからである。

測定の便宜上図-3.1の線分ABと水平面の直す角を斜面角（一般に過大な斜面角を与える）として，北海道内の主要ダム流域内で測定した結果を表-3.1に示す。表には斜面長の測定結果も示しているが，斜面長の変動係数は明らかに斜面角のそれに比較して大きいようである。なお，表の斜面番号は測定の都合上つけたものである。

ここでは，斜面長の変動のみに注目して解析してみよう。また，中間流や表面流が卓越する場合のみを扱い，混合型の流出は扱わないものとする。

無次元斜面長 L の確率密度関数を $f(L)$ とすると，斜面末端の流量の期待値は

$$E\{Q(T)\} = \int_0^{\infty} Q(L, T) f(L) dL = \int_0^{\infty} Y(X, T)^m f(L) dL \quad (3.1)$$

また，貯留量の期待値は，式(2.17)より

$$E\{S(T)\} = \int_0^{\infty} \int_0^L Y(X, T) dX f(L) dL \quad (3.2)$$

となる。

いま，図-2.2に示すような矩形降雨について考える。式(2.21)，(2.22)を参照すると

$$0 \leq T \leq T_R$$

$$E\{Q(T)\} = \int_0^{T^m R^{m-1}} (RX) f(X) dX + \int_{T^m R^{m-1}}^{\infty} (RT)^m f(X) dX \quad (3.3)$$

$$E\{S(T)\} = \int_0^{T^m R^{m-1}} \frac{m}{m+1} R^{1/m} X^{(m+1)/m} f(X) dX + \int_{T^m R^{m-1}}^{\infty} \left\{ XRT - \frac{1}{R(m+1)} (RT)^{m+1} \right\} f(X) dX \quad (3.4)$$

$$T > T_R$$

$$E\{Q(T)\} = \int_0^{X_g} Y(X, T)^m f(X) dX + \int_{X_g}^{\infty} (RT_R)^m f(X) dX \quad (3.5)$$

$$E\{S(T)\} = \int_0^{X_g} \left\{ \frac{m-1}{m} Y(X, T) X + \frac{1}{m(m+1)R} Y(X, T)^{m+1} \right\} f(X) dX + \int_{X_g}^{\infty} \left\{ (RT_R) X - \frac{1}{R(m+1)} (RT_R)^{m+1} - (T-T_R)(RT_R)^m \right\} f(X) dX \quad (3.6)$$

$$X_g = m(T-T_R)(RT_R)^{m-1} + T^m R^{m-1} \quad (3.7)$$

一方，実測によると斜面長の分布は，若干歪んでおり，対数正規分布，あるいは，ガンマ分布で近似

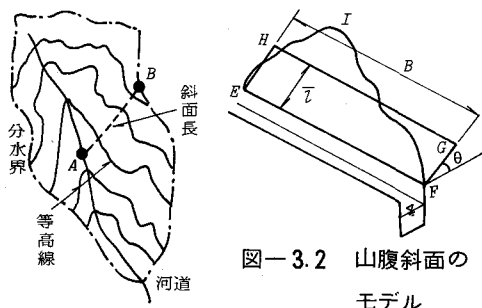


図-3.1 斜面長の定義

図-3.2 山腹斜面のモデル

表一3.1 北海道内の主要ダム流域における斜面長,
斜面角の測定結果

斜 面 長						斜 面 角			面 積 (km ²)
斜面 番号	平 均 値 (m)		標準偏差 (m)	変動係数	平均値 (度)	標準偏差 (度)	変動係数		
金山 ダム 流域	4	右 岸	258.3	171.9	0.666	9.4	4.5	0.478	1.75
		左 岸	291.7	156.8	0.538	8.1	4.4	0.543	
	6	右 岸	676.2	294.6	0.436	12.4	5.3	0.427	6.50
		左 岸	1,074.0	515.9	0.480	10.0	3.5	0.350	
	74	右 岸	1,262.5	1,223.8	0.969	10.5	6.0	0.571	14.10
		左 岸	1,172.0	627.2	0.535	11.5	4.5	0.391	
	111	右 岸	337.5	165.7	0.491	23.6	6.3	0.267	1.85
		左 岸	453.3	292.3	0.645	21.2	6.8	0.321	
大雪 ダム 流域	7	右 岸	492.1	159.6	0.324	14.1	3.2	0.227	2.90
		左 岸	851.7	508.7	0.597	11.0	2.8	0.255	
	10	右 岸	324.1	122.2	0.377	34.9	2.3	0.066	0.98
		左 岸	406.3	185.9	0.458	31.7	5.0	0.158	
	28	右 岸	796.4	462.3	0.580	12.2	4.2	0.344	2.52
		左 岸	799.4	337.6	0.422	12.0	4.2	0.350	
	37	右 岸	748.7	326.9	0.437	17.1	5.2	0.304	2.21
		左 岸	464.9	237.3	0.510	16.9	8.5	0.503	
	65	右 岸	341.9	181.9	0.532	22.2	5.3	0.239	1.75
		左 岸	406.1	246.4	0.607	19.5	4.9	0.251	
	87	右 岸	339.0	179.4	0.529	22.7	5.3	0.233	2.73
		左 岸	775.8	385.8	0.497	17.6	5.0	0.284	
	108	右 岸	179.1	72.2	0.403	28.8	7.9	0.274	0.79
		左 岸	303.9	224.8	0.740	25.1	3.5	0.139	
113	右 岸	980.1	525.3	0.536	14.4	6.1	0.424	4.19	
	左 岸	585.1	289.9	0.495	16.3	6.9	0.423		
142	右 岸	620.8	316.5	0.510	24.9	7.6	0.305	2.22	
	左 岸	504.6	180.1	0.357	29.4	5.0	0.170		
豊平 峡 ダム 流域	1	右 岸	326.9	145.5	0.445	7.6	3.4	0.447	0.87
		左 岸	170.1	89.8	0.528	9.3	3.1	0.333	
	27	右 岸	205.4	96.2	0.468	23.5	2.3	0.098	0.20
		左 岸	215.6	130.5	0.605	24.5	3.4	0.139	
	60	右 岸	886.9	506.2	0.571	16.8	3.4	0.202	1.05
		左 岸	197.7	141.5	0.716	21.1	5.5	0.261	
	36	右 岸	404.9	163.9	0.405	18.4	5.0	0.272	1.98
		左 岸	424.7	144.2	0.340	17.7	4.3	0.243	
	53	右 岸	467.1	235.4	0.504	21.0	4.7	0.224	0.76
		左 岸	453.4	293.5	0.647	15.9	4.4	0.277	
	69	右 岸	377.2	158.4	0.420	13.5	4.8	0.356	1.93
		左 岸	463.4	238.3	0.514	13.0	4.9	0.377	

できることが報告されている^{34, 35)}。ここでは、斜面長の分布として、対数正規分布を用いる。

$$f(L) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi} L} \exp \left\{ -\frac{(\log L - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3.8)$$

無次元斜面長 L は、実斜面長の平均値で無次元化されたものであり (式 (2.13) 参照), L の平均値は 1 になっている。したがって, L の分散を σ_L^2 と表わすと, 式 (3.8) のパラメータ μ , σ^2 は, 次のように与えられる。

$$\sigma^2 = \log(\sigma_L^2 + 1) \quad (3.9)$$

$$\mu = -\sigma^2/2$$

対数正規分布は, 次のような変数変換をすると

$$Z = \log X \quad (3.10)$$

正規分布に置換できる。式 (3.3), (3.4) を書きなおすと

$$\begin{aligned} 0 \leq T \leq T_R \\ E\{Q(T)\} = R \int_{-\infty}^{Z_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) dZ \\ + R^m T^m \int_{Z_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) dZ \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} E\{S(T)\} = \frac{m}{m+1} R^{1/m} \exp\left\{-\frac{(m+1)\sigma^2}{2m^2}\right\} \int_{-\infty}^{Z_3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) dZ \\ + RT \int_{Z_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) dZ \\ - \frac{(RT)^{m+1}}{R(m+1)} \int_{Z_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) dZ \end{aligned} \quad (3.12)$$

ただし,

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{\sigma} \left\{ \log(T^m R^{m-1}) - \frac{\sigma^2}{2} \right\} \\ Z_2 &= \frac{1}{\sigma} \left\{ \log(T^m R^{m-1}) + \frac{\sigma^2}{2} \right\} \\ Z_3 &= \log(T^m R^{m-1}) - \frac{(m+2)\sigma^2}{2m} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$T > T_R$ のときにも, 式 (3.5) ~ (3.7) を正規分布を用いて書きなおすことができるが, この場合, 式 (2.21) の第 3 式, 式 (2.21) の第 2 式に示されるように, 水深 $Y(X, T)$ が implicit な形式で与えられているため, 式 (3.11), 式 (3.12) のようには表現できない。

図-3.3 は, 矩形降雨 ($T_R = 2$, $R = 2$) について, σ_L^2 を変化させたときの $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線を示したものである。図の $\sigma_L^2 = 0$ は斜面長一定の場合を示す。斜面長の分散 σ_L^2 が増大するにともない, 貯留量は増大し, $S \sim Q$ 曲線が右回りのループを描くようになる。また, 両対数紙上にプロットした $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線の傾きは, $\sigma_L^2 = 0$ (斜面長一定) の場合に類似している。

いま, $S \sim Q$ 曲線を, 前節と同様に 1 価関数で近似できるものとして, 次式を仮定する。

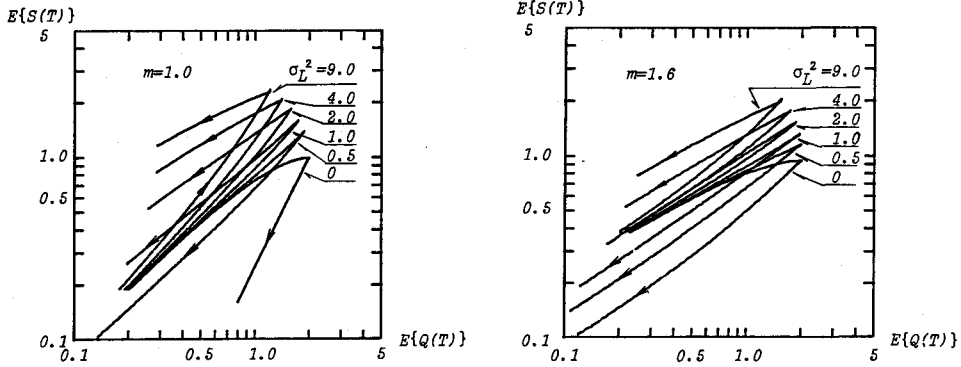


図-3.3 $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線 (矩形降雨 $T_R = 2$, $R = 2$)

$$S = KQ^P \quad (3.14)$$

無次元流量 Q のピーク流量は、矩形降雨を対象としているだけに降雨終了時刻 T_R の流量 $Q(T_R)$ としてよく、また、この時刻の貯留量は $S(T_R)$ で与えられる。 $Q(T_R)$, $S(T_R)$ が式 (3.14) を満すものとして、式 (3.14) の貯留係数 K 、貯留指数 P を求めてみよう。図-3.4 は、 T_R ごとに σ_L を変化させ最小 2 乗法によって求めた K および P の値を示したものである。

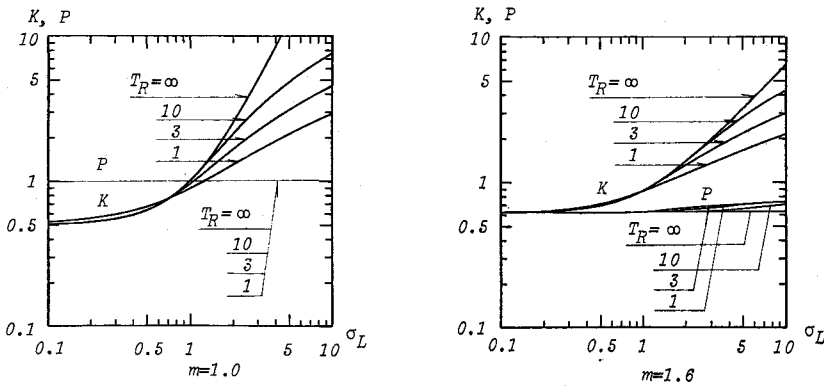


図-3.4 貯留係数 K および貯留指数 P と σ_L の関係

図の $T_R = \infty$ の曲線は、式 (3.11), (3.12) において $T \rightarrow \infty$ とすると右辺第 1 項のみが残り

$$E\{Q(T_R = \infty)\} = R \quad (3.15)$$

$$E\{S(T_R = \infty)\} = \frac{m}{m+1} \exp\left\{\frac{(m+1)\sigma^2}{2m^2}\right\} R^{1/m}$$

したがって

$$E\{S(T)\} = \frac{m}{m+1} \exp\left\{\frac{(m+1)\sigma^2}{2m^2}\right\} E\{Q(T)\}^{1/m} \quad (3.16)$$

の関係式を誘導できる。式 (3.9) を考慮すると次のようになる。

$$E\{S(T)\} = \frac{m}{m+1} \exp\left\{(m+1) \log(\sigma_L^2 + 1) / (2m^2)\right\} E\{Q(T)\}^{1/m} \quad (3.17)$$

図-3.4 で注目されることは、 σ_L がある値以下になると貯留係数 K は $T_R = \infty$ の曲線にほぼ一致し

ている。 σ_L の限界値は、 m の値によって多少異なるが、ほぼ $\sigma_L = 1$ とみなしてよい。また、貯留指数 P は、 T_R 、 σ_L の値による変動は少なく $P = 1/m$ とみなしてよい。図-3.5 は、 $\sigma_L = 1$ として矩形降雨 ($T_R = 2$) の R を種々変化させて $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線を示したものである。図中の破線は、式 (3.17) を示しており、式 (3.17) が R の値にかかわらず $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線を代表していることがわかる。

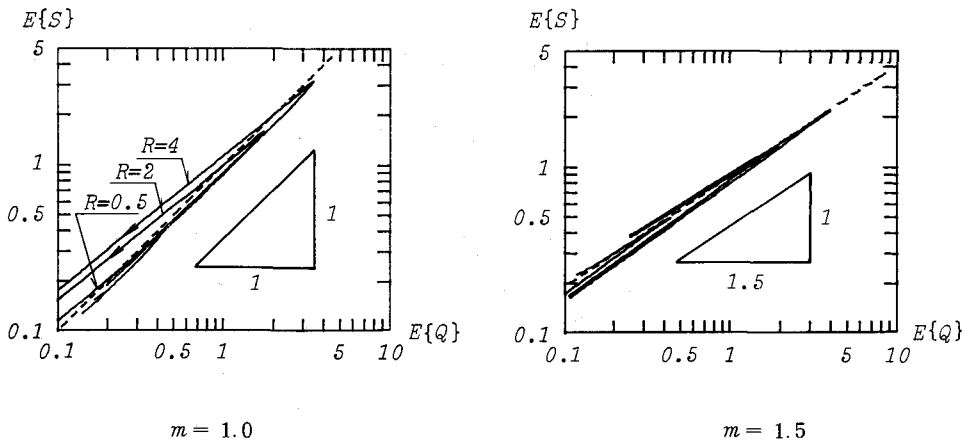


図-3.5 $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線 ($T_R = 2$), $\sigma_L = 1$

三角形降雨 ($T_R = 2$, $R = 2$, $T_a = 1$) についても同様なことが言えて、図-3.6 は $m = 1.0, 1.6$ の場合について σ_L^2 を変化させたときの $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線を示したものである。図中の破線は、式 (3.17) を示す。矩形降雨と同様に $\sigma_L \leq 1$ の範囲で、式 (3.17) が $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線を代表している。また、 σ_L が増大するにともない $S \sim Q$ 曲線は右回りから左回りに移行している。

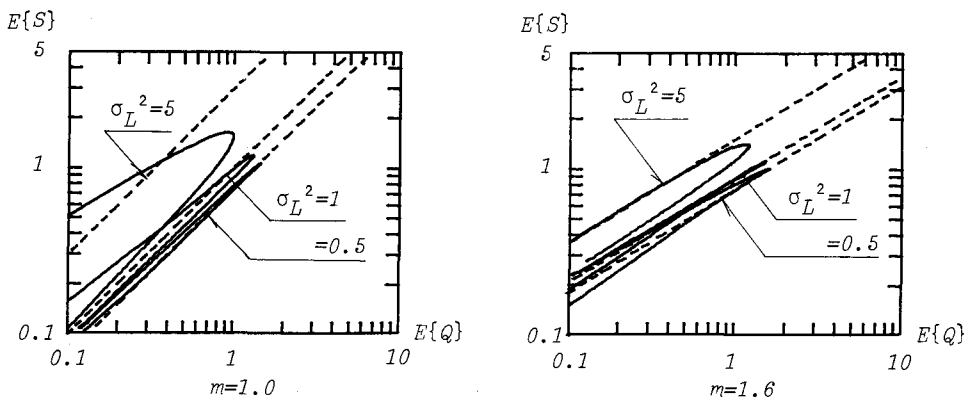


図-3.6 $E\{S\} \sim E\{Q\}$ 曲線 (三角形降雨, $T_R = 2$, $R = 2$, $T_a = 1$)

式 (3.17) を、貯留方程式と用いるならば、前節と同様に

$$\frac{dS}{dT} = R - Q$$

$$S = \frac{m}{m+1} \exp \left\{ \frac{m+1}{2m^2} \log(\sigma_L^2 + 1) \right\} Q^{1/m} \quad (3.18)$$

を得る。なお、式(3.18)において $\sigma_L = 0$ とおくと、式(2.32)に一致することを付記しておく。また、式(3.18)において、期待値の演算子 $E\{\}$ を省略している。図-3.7, 3.8は、矩形降雨($T_R = 2, R = 2$)、三角形降雨($T_R = 4, R = 2, T_a = 1$)について、Kinematic Waveモデル式(3.1)に基づく解と式(3.18)の解を比較したものである。図の実線は、Kinematic Waveモデルによる解を示し、破線は式(3.18)の解を示している。矩形降雨、三角形降雨ともに $\sigma_L^2 < 1$ の範囲で m の値にかかわらず、両者の解はよく一致していると言える。

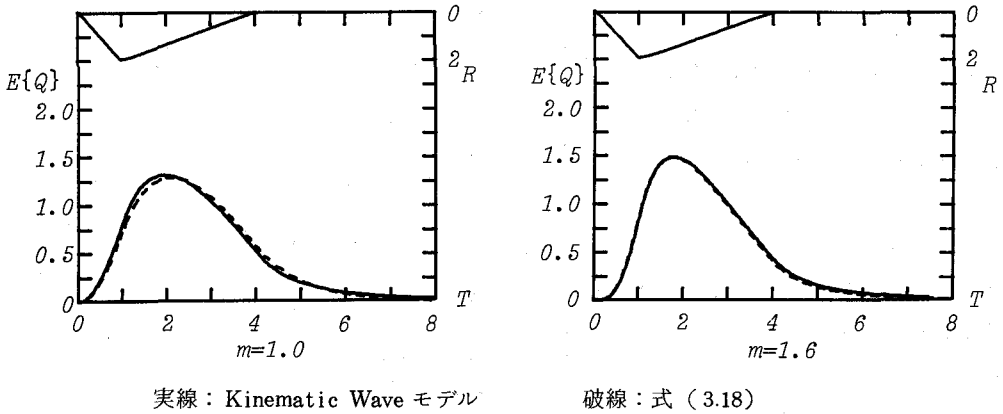


図-3.7 Kinematic Waveモデルと式(3.18)(貯留型モデル)の比較
 $\sigma_L^2 = 1.0$ (三角形降雨)

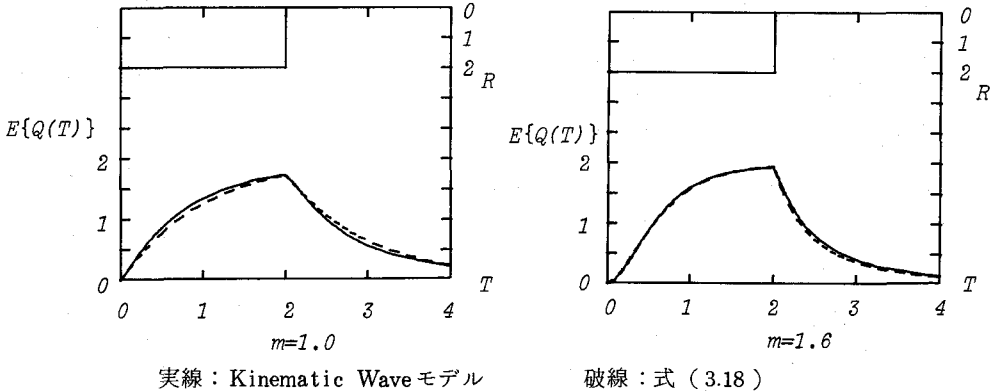


図-3.8 Kinematic Waveモデルと式(3.18)(貯留型モデル)の比較
 $\sigma_L^2 = 1.0$ (矩形降雨)

式(3.17)は、無次元表示になっているので、式(2.40)と同様に流出高 q_h (mm/hr)、貯留高 s_h (mm)を用いて書きなおすと、次の貯留方程式を得る。

$$s_h = \frac{m}{m+1} \exp \left\{ \frac{m+1}{2m^2} \log \left\{ \left(\frac{\sigma_L}{\bar{L}} \right)^2 + 1 \right\} \right\} \left\{ \frac{1000^{m-2} n \bar{L}}{3.6 \sqrt{i}} \right\}^{1/m} q_h^{1/m} \quad (3.19)$$

σ_L は、実斜面長の標準偏差である。式(3.19)の適用限界は $\sigma_L = \sigma_L / \bar{L} \leq 1$ であるが、表-3.1を参照すると実斜面長の変動はこの範囲内にあると思われる。

4. 小流域における解析例

2節および3節においては、河道内でのハイドログラフの変形、流下による時間遅れがないものとして、貯留方程式を誘導した。河道内でのハイドログラフの変形を無視できる流域の大きさを明確に言うことは困難である。ハイドログラフの変形は、河道長のみならず河道勾配や河床粗度にも依存しているからである。

ここで用いた竜の口森林理水試験地（岡山県旭川の支流）における流出解析および地形量の測定は、小川³⁶⁾によって詳細に検討されている。この試験地は、図-4.1に示すような形状で、その流域面積は0.226km²である。小川は、斜面勾配の測定法として、斜面上の $l/2$ 点（ l は斜面長）の平均値を用い、次の値を与えている。

$$\sin \theta = 0.345 \quad (4.1)$$

また、図-4.2は小川による斜面長ハーゼンプロットである。図より読みとった斜面長の平均 $\bar{l}$ 、および、その標準偏差 σ_l は

$$\bar{l} = 200 \text{ m} \quad (4.2)$$

$$\sigma_l = 150 \text{ m}$$

であった。図-4.1に示す試験地流域を矩形斜面上に置換すると、図-4.3のような流域を得る。

一方、小川は流出解析についても詳細に検討しており、式(2.4)の流域定数 α 、 m について次のような値を与えている。

$$\begin{aligned} \text{乱流のとき } m = 5/3 \quad \alpha_t &= 7.163 \times 10^{-2} \\ \text{層流のとき } m = 3 \quad \alpha_l &= 9.632 \end{aligned} \quad (4.3)$$

なお、添字の t 、 l は、乱流と層流を区別している。

式(4.2)、(4.3)を式(2.38)、(3.19)に用いると次の貯留方程式を得る。

$${}_1s_t = 8.50 q^{0.6} \quad (4.4)$$

$${}_1s_l = 13.45 q^{1/3} \quad (4.5)$$

$${}_2s_t = 10.53 q^{0.6} \quad (4.6)$$

$${}_2s_l = 14.85 q^{1/3} \quad (4.7)$$

ここに、 s 、 q はそれぞれ貯留高(mm)、流出高(mm/hr)を示す。また、添字の t 、 l は、乱流、層流の区別(式(4.3)参照)を示す。添字の1、2は、斜面長の変動の考慮の有無を区別している。すなわち、式(3.19)において $\sigma_l = 0$ とした場合を添字の1で、 $\sigma_l \neq 0$ の場合を添字の2で表わした。図-4.4は、竜ノ口試験地における s_h 、 q_h の実測値および式(4.4)～(4.7)を図示したものである。

図には、式(4.4)～(4.7)も示しているが、採用した実測資料のうち流出量の大きい№2のデータに関してManning則を採用し斜面長の変動を考慮した式(4.4)が適合している。

流出量の小さい№1、№3の $s_h \sim q_h$ に直線の関係式が成立しているように思われる。№1、№3の

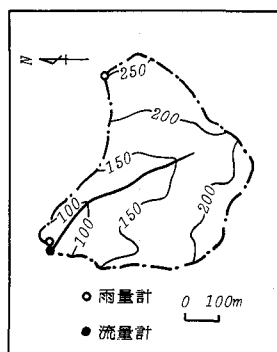


図-4.1 竜ノ口試験地の概要

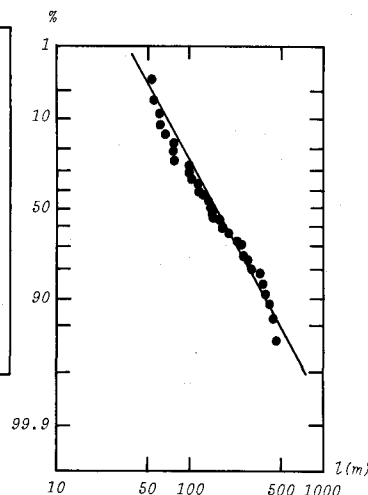


図-4.2 斜面長のハーゼンプロット(小川)

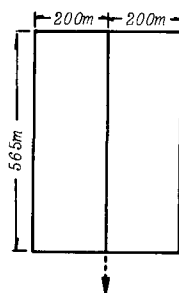


図-4.3 矩形流域

資料については、中間流が卓越しているものとして、式(2.38)に $m=1$ とし、勾配斜面長に関しては式(4.1)、(4.2)を用いる。また、定数 α は式(2.6)より

$$\alpha = \frac{r \cdot i}{\lambda} \quad (4.8)$$

r : 透水係数, λ : 有効空隙率

を用いて, $r = 5 \text{ mm/sec}$, $\lambda = 0.5$ を用いると

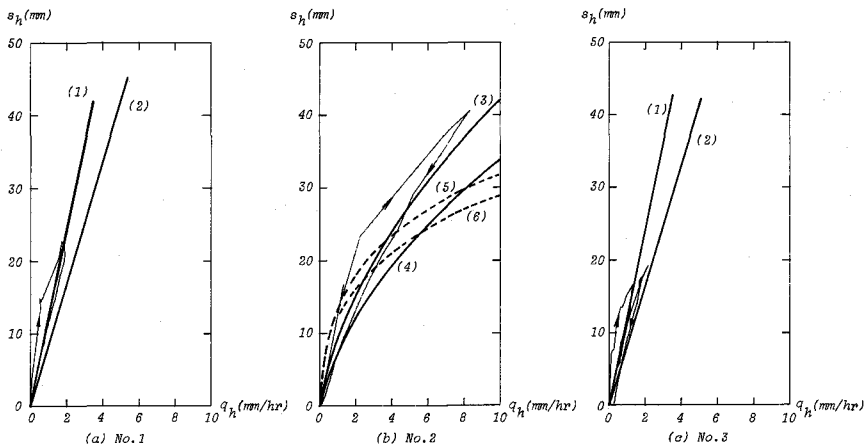
$${}_1s_h = 8.05 q_h \quad (4.9)$$

さらに斜面長の変動を考えると、式(3.18)より $m=1$ のときには、式(4.9)の貯留係数8.05を $(\sigma_l/\bar{l})^2 + 1$ 倍するとよいので

$${}_2s_h = 12.58 q_h \quad (4.10)$$

となる。図-4.4(a), (c)には、式(4.9)、(4.10)も示しているが、斜面長の変動を考慮した式(4.10)が実測の $s_h \sim q_h$ 曲線を説明しているようである。

図-4.5は、kinematic waveモデルによる解と式(4.4)、(4.6)(Manning則)の解を比較したものである。斜面長の変動を考慮した式(4.6)が、ピーク近傍でkinematic waveモデルによる解に近いことを示している。



(1): 式(4.10) (2): 式(4.9) (3): 式(4.4) (4): 式(4.6)
(5): 式(4.5) (6): 式(4.7)

図-4.4 $s_h \sim q_h$ 曲線 (竜ノ口試験地)

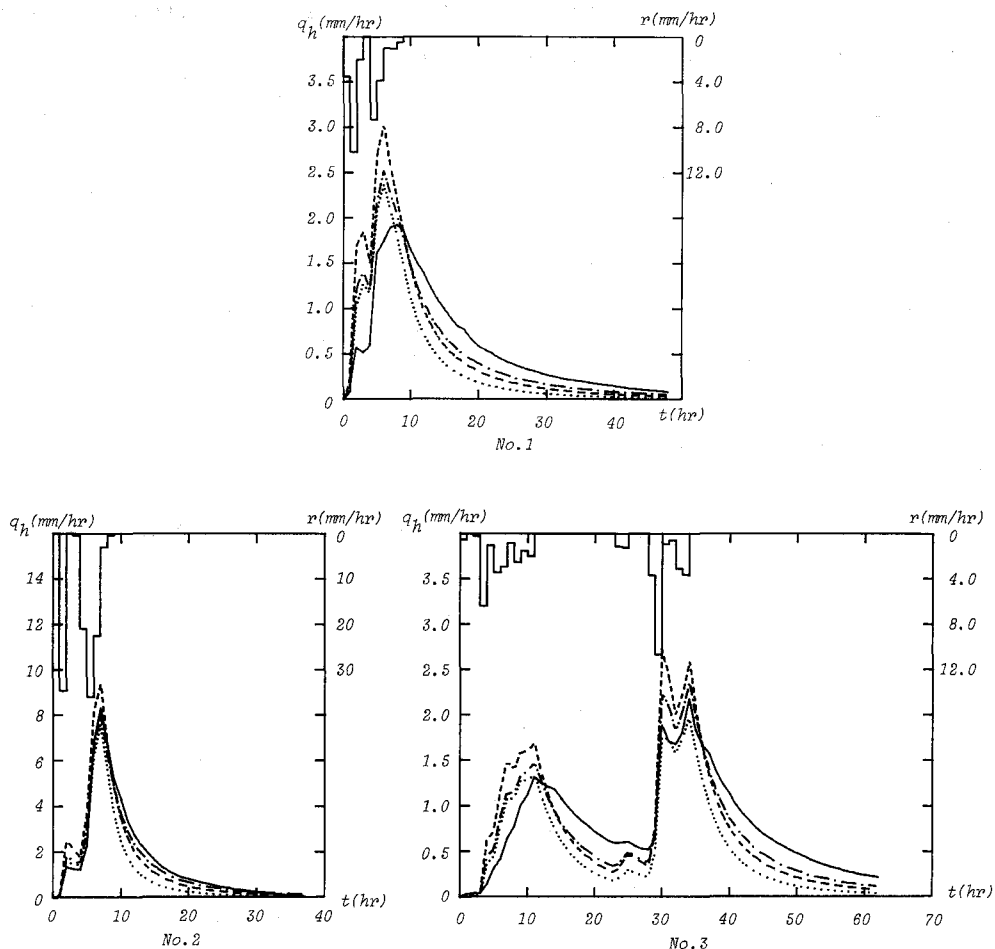
5. ま と め

実斜面の斜面長の変動を考慮した貯留型の流出モデルについて述べた。

$$\frac{ds}{dt} = r(t) - q(t) \quad (5.1)$$

$$s = \frac{m}{m+1} \exp \left[\frac{m+1}{2m^2} \log \left(\left(\frac{\sigma_l}{\bar{l}} \right)^2 + 1 \right) \right] \left\{ \frac{1000^{m-2} \bar{l}}{3.6 \alpha} \right\}^{\frac{1}{m}} q^{\frac{1}{m}}$$

ここに、 $r(t)$ は有効雨量 (mm/hr), q および s は流出高 (mm/hr), 貯留高 (mm) を示す。また、



実線：実測値 点線：Kinematic Wave モデル 破線：式 (4.4)
鎖線：式 (4.6)

図一 4.5 実測値との比較 (竜ノ口試験地)

$\bar{l}$, σ_l は斜面長の平均値 (メートル), 標準偏差を表わす。表面流が卓越し, 流れが Manning 則に従うときには

$$m = 5/3 \quad \alpha = \frac{1}{n} \sqrt{i} \quad (5.2)$$

となる。 i は斜面勾配, n は Manning の粗度係数を示す。このとき, $\sigma_l = 0$ (斜面長の変動を考慮しないとき) とおいた式は, 永井, 角屋³⁷⁾らの導いた式に一致している。また, 中間流が卓越しているときには

$$m = 1 \quad \alpha = \frac{r i}{\lambda} \quad (5.3)$$

とおける。 r は透水係数 (m/hr), λ は表層の空隙率である。

流域面積と主流長に関する Hack の式を用いて, 主流長を斜面巾 B (図一 3.2 参照) で定義し, 山本³⁸⁾の与えた値を用いると

$$B = 1.89 A^{0.6} \quad (B: \text{km}, A: \text{km}^2) \quad (5.4)$$

河道が斜面の中央を流下している理想的状態(図-4.3参照)を考えると、平均斜面長 $\bar{L}$ は

$$\bar{L} = 264.5 A^{0.4} \quad (\bar{L}: \text{メートル}, A: \text{km}^2) \quad (5.5)$$

となる。斜面長の変動係数を0.4~0.7(表-3.1参照)、粗度係数 n を山地流域を対象として Manning 則が成立しているものとして式(5.1)、(5.5)を用いると、次式を得る。

$$s = (2.22 \sim 3.80) i^{-0.8} A^{0.24} q^{0.6} \quad (5.6)$$

式(5.4)は流域面積と主流長に関する多くの河川の平均値として与えられているので、この点を考慮して式(5.6)を用いる必要がある。

貴重な資料をいただいた小川滋氏および平野宗夫氏に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Ven Te Chow (ed.): Handbook of Applied Hydrology, Mc Graw-Hill, 1964
- 2) 石原藤次郎(編): 水工水理学, 丸善, 1972
- 3) Snyder, W. M.: Hydrograph Analysis by the Method of Least Square, Proc. ASCE, Vol. 81, Separate No. 793, 1955
- 4) 木下武雄: 石狩川上流域の流出機構の変化について, 土木学会論文集, Vol. 59, 1958
- 5) Eagleson, P. S., Mejia, R. & March, R.: Computation of Optimum Realization Unit Hydrograph, W. R. R. 2(4), 1966
- 6) 日野幹雄: 情報理論の適用による出水予測性の上, 第4回自然シンポジウム論文集, 1967
- 7) 石原藤次郎, 高棹琢馬, 池淵周一: 降水と流量の長期間相互関係に関する研究, 第22回土木学会年講 II, 1967
- 8) Bidwell, V. J.: Regression Analysis of Nonlinear Catchment System, W. R. R., Vol. 7, No. 5, 1971
- 9) 白石英彦, 大西亮一, 伊藤喜一: 重回帰式による非線形降雨流出の解析法—重回帰式による水系解析の方法(I)—, 農業土木学会論文集, Vol. 63, 1976
- 10) Amorocho, J. & Brandstetter, A.: Determination of Nonlinear functional Response Functions in Rainfall-Runoff Processes, W. R. R., Vol. 7, No. 5, 1971
- 11) Zand, S. M. & Harder, J. A.: Application of Nonlinear System Identification to the Lower Mekong River, Southeast Asia, W. R. R., Vol. 9, No. 2, 1973
- 12) Kuchment, L. S. & Broshevsky, E. V.: Identification of Nonlinear Hydrologic Systems, Meteorol. Gidrol., No. 1, 1971
- 13) 田ヶ所四男美, 田中宏平, 戸原義男: 非線形システムモデルによる流出解析, 農業土木学会論文集, Vol. 50, 1974
- 14) 吉川秀夫, 日野幹雄, 鋤柄徹: 降雨~流出系における非線形予測の研究(情報理論的水文学への序説 IV), 東京工業大学土木工学科研究報告, No. 8, 1970
- 15) 石原藤次郎, 高瀬信忠: 流出関数法による由良川洪水の解析, 土木学会論文集, 第57号, 1958
- 16) 菅原正巳: 科学技術庁資源調査報告第47号, 水資源の循環機構に関する調査報告, 1969
成書としては, 菅原正巳: 流出解析法, 共立出版, 1972

- 17) 木村俊晃：貯留関数法Ⅲ－1，土木技術資料，4，№4，1962
成書としては，木村俊晃：貯留関数法，河鍋書店，1975
- 18) 小林慎太郎，丸山利輔：Powell の共役方向によるタンクモデル定数の探索，農業土木学会論文集，Vol. 65，1976
- 19) 永井明博，角屋睦：流出モデル定数の最適化手法，京都大学防災研究所年報第22号，B－2，1979
- 20) 永井明博，角屋睦：タンクモデルの最適化手法に関する基礎的検討，京都大学防災研究所年報第23号，B－2，1980
- 21) 日野幹雄，灘岡和夫：降雨～流出系における非線形流出核の理論的導出について，土木学会論文報告集，第278号，1978
- 22) Khan, M.S., Takagi, F. & Adachi, S. : On the Characteristics of Surface Runoff in the Flat Land, Proc. of JSCE, №289, 1979
- 23) 杉山博信，角屋睦：遅滞時間について一雨水流に関する研究一，土木学会年講Ⅱ，1977
- 24) 白川信之，藤田睦博：流出モデルの集中化に関する研究，土木学会年講Ⅱ，1980
- 25) 平野宗夫，伊東尚規：到達時間の分布を考慮した流出解析，第22回水理講演会論文集，1978
- 26) 山田正：山地小流域の瞬間単位図と斜面長分布の関係，土木学会論文報告集，第306号，1981
- 27) 藤田睦博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集投稿中
- 28) 確率流量の算定に関する総合的研究，文部省科学研究費一般研究C（555195）代表藤田睦博
- 29) 石原藤次郎，高樺琢馬：中間流出現象が流出過程におよぼす影響について，土木学会論文集，第79号，1962
- 30) 石原藤次郎，石原安雄，高樺琢馬，頼千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報 5 A，1962
- 31) Kulandaiswamy, V.C. : A Basic Study of the Rainfall Excess Surface Runoff Relationship in a Basin System, Ph. D. dissertation, Univ. of Illinois, Urbana, 1964
- 32) Prasad, A : A Nonlinear Hydrologic System Response Model, Proc. ASCE, Vol. 93, № HY 4, 1964
- 33) 星清，野田徹：一般化貯留関数のパラメータ同定，土木学会北海道支部論文報告集，Vol. 37，1981
- 34) 平野宗夫，木川良二：山地河川の流出過程について，土木学会第30回年講Ⅱ，1975
- 35) 坂之井和之，藤田睦博：小流域の地形構造と流出解析，土木学会第32回年講Ⅱ，1977
- 36) 小川滋：山地小流域における出水解析の基礎的研究，九州大学演習林報告，第50号，1977
- 37) 永井明博，角屋睦：洪水流出モデルの適用比較一丘陵山地流域及び市街地流域を対象として一，京都大学防災研究所年報第21号，B－2，1978
- 38) 高山茂美：河川地形，共立出版，1974
- 39) 角屋睦：流出解析手法（その6）：農業土木学会誌第48巻，第6号，1980