

降雨流出の modeling —降雨および流出特性の逆推定手法—

日 野 幹 雄

はじめに

この水工学シリーズでは、従来は水工学に関するある特定の問題についての様々な理論や方法を、最新の時点で整理し解説するというスタイルが定着している。しかし、本講はその点でこのスタイルからはずれたものとなる。というのは「降雨流出の modeling」という内容では範囲が広すぎ、その中に含まれるモデル数は極めて多く、割り当てられたスペースにはおさまらないであろう。何よりも、すべてのモデルについて解説することの意味はそれほどない。与えられた課題には、もともと「降雨逆算の手法」という副題が着いていた。とすればこれは私たち（日野・長谷部）の提案している「フィルター分離AR法」^{1)~5)}（初め逆探法と称していたが、これでは降雨の逆探だけと誤解するむきもあるので、フィルター分離AR法と改称する）について述べよということである。

この方法は単に流出解析法の一つであるばかりでなく、この方法により流量から降雨時系列が逆算できたり、降雨が地下流出や中間流出成分に分かれる非線型分離則が導かれたり、降雨が地下を流下する間に溶解する無機質イオン（ Ca^{++} , Mg^{++} など）の溶出則が導けたり、さらに目下検討中であるが融雪の推定ができたりと様々な応用利用が可能である。したがって、数多い水文解析手法の中の一つの方法を述べるというよりも、AR法とかフィルターリングとか他の分野でも広く使われている確率統計的な方法を紹介することと、またこの方法により導かれた水文学上の色々な結果を紹介するというつもりで本講を書いた。

I 最近の水文学研究の一動向

最近の水文学研究は極めて活発で、一つの活動期にあると云って良いであろう。良く知られているように水文学が科学としての体系を整えてくるのは1930年代の Sherman の単位図法と Horton の浸透理論の発表以後のことである。その後1950年代からの水理学的水文学（dynamic hydrology）や1960年代後半から1970年代前半の確率過程水文学（stochastic hydrology）の期間を経て、現在は降雨流出の物理過程を明確に把握し、それを踏まえた上での流出解析（物理水文学 — physical hydrology）へと進展して来ていると云えよう。

こうした進展の背景には三つの誘因があるように私には思われる。(a)一つは、地質学系の水文研究者によってプロットや小流域での流出過程の詳細な実測が行われ、従来概念的に捉えられることの多かった流出プロセスの本態が次々に明らかにされたことである。⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾ (b)また、一つには菅原のタンク・モデル¹¹⁾の成功と、このモデル同定をより合理的に行おうとする試みである。(c)いま一つの原因として、相関やスペクトル、コヒーレンスさらにはAR(MA)法といった時系列解析法による水文解析がかなりの成果を挙げたこと、しかし、やがては行きづまりを見、新しい出口を探していたことが挙げられるであろう。

特に流出成分を明確に分離して各成分ごとに解析して行こうとするものに、ほぼ同じ頃に提案された吉川・砂田・フン¹²⁾¹³⁾ (1979) による方法と日野・長谷部 (1979) による方法がある。その他、単位斜

面流出の素過程を河道長分布・到達時間分布スペクトルを考慮して重ね合せ、実際の流出を説明しようとする平野¹⁴⁾(1978)の提案があり、それに続いて山田¹⁵⁾¹⁶⁾(1980)、藤田¹⁷⁾(1981)、高木¹⁸⁾(1981)らによって展開がなされている。なお、この点については文献6)(日野, 1981)にも述べた。

Fig-1 に、降雨 — 流出系のシステム図を示す。降雨(有効)はまず、浸透機構による非線型分離則により、(i)地下流出成分、(ii)中間流出成分、(iii)地表もしくは直接流出成分に分離され、各流出サブシステムへの入力となる。各流出サブシステムは一般に線型応答系と考えられ、それらからの出力の和がわれわれの観測する河川流量である。降雨 — 流出系は強い非線型性をもつが、この非線型性は(これまで考えられて来た斜面や河道を流れる地表流出の非線型性よりはむしろ)降雨の成分分離則の非線型性によると考えられる。

本解析法の長所を以下に列記する。

- (1) モデル構成に流出の物理過程が考慮されている。
- (2) 降雨データを必ずしも必要としない。
- (3) 降雨の逆推定ができる。
- (4) 降雨流出系の特徴である非線型性は、主として降雨のサブシステムへの分離則の非線型性にあるが、この分離則を推定できる。
- (5) 流出のサブシステム特性の同定、したがって流出予測ができる。
- (6) 流出予測の精度が高い。
- (7) 数 km^2 の小流域(山梨・梓川)から数百 km^2 の中流域(神流川, 雄物川, 相模川), さらには数万 km^2 の大流域(クワイ・ヤイ河)までの適用可能性が検証されている。
- (8) 日降雨 — 日流量, 時間降雨 — 時間流量の他, 月降雨 — 月流量についても同一の手法で解析できる。
- (9) 計算が機械的にでき, 特に熟練を要しない。

II 計算のプロセス

(1) 流量時系列を流出成分ごとの時系列に分離すること — (第一ステップ) —

地層構造の普遍的な構成の結果として、河川流量は一般に二つないし三つの成分からの寄与によっている。河川流量時系列 $y_i = y(i\Delta t)$ (Δt : データ間隔) を各流出成分の時系列 ($y_i^{(1)} + y_i^{(2)} + y_i^{(3)}$) に分離する方法はいくつかあるが、機械的に作業できる方法として、ここでは後方作用数値フィルター法を用いる。それに先立ってまず分離周期を決めることが必要である。

(a) 分離周期の決定: 流量時系列を流出成分に分離する周期もしくは周波数の推定には次のようない

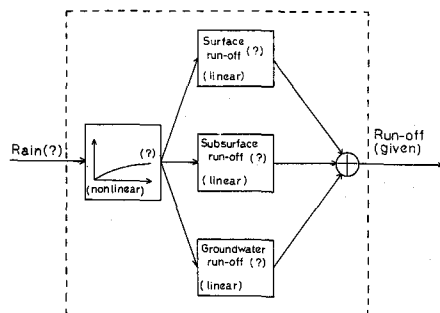


図-1(a) 日単位の降雨流出システムの概念図

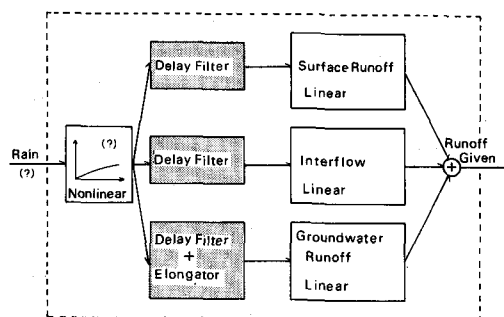


図-1(b) 時間単位の降雨 — 流出システムの概念図

くつかの方法がある。

(i) 流量時系列のAR係数による方法

流量時系列（すぐ後に行く成分流量にではなく分離前の全流量）にARモデルをあてはめて、AR係数を求めると、ある次数からAR係数が急に小さくなる。（AR係数の求め方については、次節に述べる。）この次数を m とすると分離周期 T_c は

$$T_c = m \Delta t \quad (1)$$

である。

(ii) 降雨 — 流出時系列のコヒーレンス・フェイズによる方法

降雨 — 流出の相互相関の周波数域の表現であるコヒーレンスやフェイズを求めると、ある周波数 f_c でコヒーレンスやフェイズのギャップがみられる。¹⁹⁾²⁰⁾これは、この周波数を境にして、流出系の特性が変わることを意味している。したがって、この f_c が分離周波数であり、分離周期は

$$T_c = 1 / f_c \quad (2)$$

である。（なお、コヒーレンス・フェイズについては文献7)を参照のこと。）

(iii) 洪水通減部の曲線を利用する方法

洪水通減部の流量 $Q(t)$ の対数を時刻 t に対してプロットするとき、この部分の曲線は二本ないし三本の直線となる。すなわち、

$$Q(t) = Q_0 e^{-\alpha t} \quad (3)$$

で表わされる。このとき、対数通減率 α の逆数を分離周期 T_c とする。

$$T_c = 1 / \alpha \quad (4)$$

なぜならば、この部分では Q に関する一般化された微分方程式表示の高次微分 $d^n Q / dt^n$ 項（ $n \geq 2$ ）は小さく無視でき、主に dQ / dt の項による。

$$T_c \frac{dQ}{dt} = -Q$$

または

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{T_c} \quad (5)$$

ここに、 T_c は時定数とも呼ばれる。式(3)をFourier変換して周波数域で表わすと

$$S_Q(f) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2} \quad (6)$$

(b) 数値フィルター：

普通はある周波数帯域特性をもつ数値フィルターを設計しようとするとき、フィルター係数はある

時点を中心に両方の側に重さ作用させる $\left(\tilde{y}_k = \sum_{i=-N}^N w_i y_{i-k}\right)$ 。

しかし、実際現象としては入力のある時点(k)より前の（未来の）データにも重さを掛けるのは不自然である。そこで数値フィルターの係数 w_k は、入力があるとそれ以後の時間 $\tau \geq 0$ に対してのみフィルター系が応答するという物理性を満たす次の関数形を用いる。つまり後方作用フィルターである。

$$w(\tau) \begin{cases} = \exp(-c_1/2 \cdot \tau) \sinh(\sqrt{c_1^2/4 - c_0} \cdot \tau) / \sqrt{c_1^2/4 - c_0} & (\tau \geq 0) \\ = 0 & \end{cases} \quad (7)$$

ここに、 $c_1 = c/m$ 、 $c_0 = k/m$ 、ただし、 $c_1^2/4 - c_0 \geq 0$ で $w(\tau) \geq 0$ でなければならない。

式(7)の曲線 $w(\tau)$ とそのフーリエ変換である周波数応答特性 $|X|$ を Fig. 2, Fig. 3 に示す。

$$|X| = \frac{1}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right\}^2 + \delta^2 \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (7a)$$

また、分離周期 T_c (振動型の周期ではなく、式(5)の非振動型の時定数)と係数 c_0, c_1 は次の関係にある。

$$T_c = 2\pi \sqrt{c_1/c_0} \quad (8)$$

式(7)の c_0, c_1 を決めるには、まず、damping factor, $\delta = c/mw_*$ ($w_* = \sqrt{k/m}$: 振動型の固有角振動数) $= c_1/\sqrt{c_0}$ を response curve を参考にして適当に選ぶ。一方、減衰部よりの cutoff frequency は、 $w_c = 2\pi/T_c = \sqrt{c_0/c_1}$ であるから、 c_0, c_1 は、次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= (\delta w_c)^2 \\ c_0 &= (c_1/\delta)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

流量時系列 $y_i = y(i \Delta t)$ に式(9)のようにこの低周波数成分濾波の数値フィルターを作用させると、分離された流出成分の時系列 $y_i^{(1)}$ となる。

$$y_i^{(1)} = w_0 y_i + w_1 y_{i-1} + w_2 y_{i-2} + \dots + w_m y_{i-m} \quad (9)$$

ここに、 w_j は $\Delta \tau$ をデータの時間間隔として式(7)より

$$w_j = w(j \Delta \tau) \quad (10)$$

また、残差の成分が中間流出と表面流出の和である。

$$y_i^{(2)+(3)} = y_i - y_i^{(1)} \quad (11)$$

必要に応じて、 $y_i^{(2)+(3)}$ は同様に分離フィルターにより中間流出 $y_i^{(2)}$ と $y_i^{(3)}$ に分離する。以下、各ステップごとに計算例を示す。解析例のデータは竹内俊雄博士により収集された神流川の水文資料で、(A)日単位流量 (昭和28年, Fig-A) と (B)時間単位流量 (昭和30年10月9日, Fig-B)

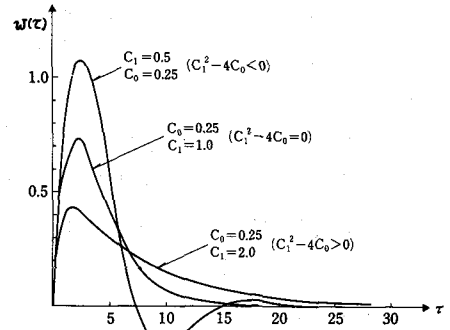


図-2 τ と $w(\tau)$ の関係

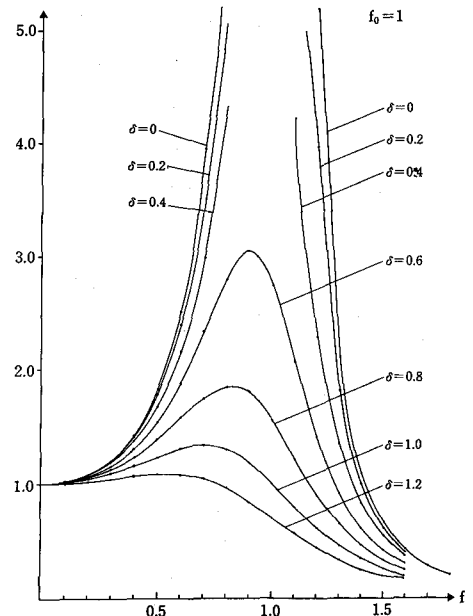


図-3 周波数応答特性

注) 式(7)の数値フィルター係数 w_j と後に述べる式(12)の予測誤差フィルター $\gamma_j (= -a_j)$ は意味が違うので注意のこと。

である。²¹⁾

〔例A-1〕

(i) ARによる分離周期

の決定：

日流量時系列にARモデルをあてはめ、Burg法(MEM)によりAR係数 a_i を求めた結果が表-A-1である。この表より $i=5$ で a_i が急に小さくなっており、したがって分離周期を $T_c=5$ 日とする。

(ii) 数値フィルターによる流出成分の分離

流量時系列 y_i に式(7)(9)により数値フィルター(w_j)を作用させ、これを地下水流出と中間流出の時系列に分離する。その結果がFig.-A-1である。

〔例B-1〕

(i) 洪水減速部よりの分離周期の決定：

洪水時系列は定常時系列とは扱えないので、上の方法は適用できない。そこで、降雨の止んだ(入力が無くなった)洪水減速部をまず考える。この部分を片対数紙にプロットすると(Fig.-B-1②)、通減曲線は二本の直線で表わせる。洪水後期の直線の傾きから

$$\alpha = 0.022 \sim 0.024 \text{ cycle/hr}$$

すなわち、分離周期

$$T_c = 42 \sim 46 \text{ hr}$$

が求まる。

(ii) Aの場合と同様に、洪水のはじまりの時点から順

次数値フィルターを掛けて、流量成分に分離した結果がFig.-B-1⑥である。

(2) 各流出成分の単位流出図を求めることー(第2ステップ)ー

表-A-1 全流量に対するAR係数(日流量)

次数	全流量に対する自己回帰係数			
	雄物川(35)	雄物川(40)	神流川(28)	神流川(34)
1	0.621	0.317	0.655	0.318
2	-0.254	0.205	-0.072	0.005
3	0.168	0.121	0.090	0.014
4	-0.062	-0.009	0.018	0.045
5	0.003	-0.113	0.032	0.000
6	-0.010	-0.028	0.006	0.002
7	—	0.006	—	—
8	—	-0.003	—	—

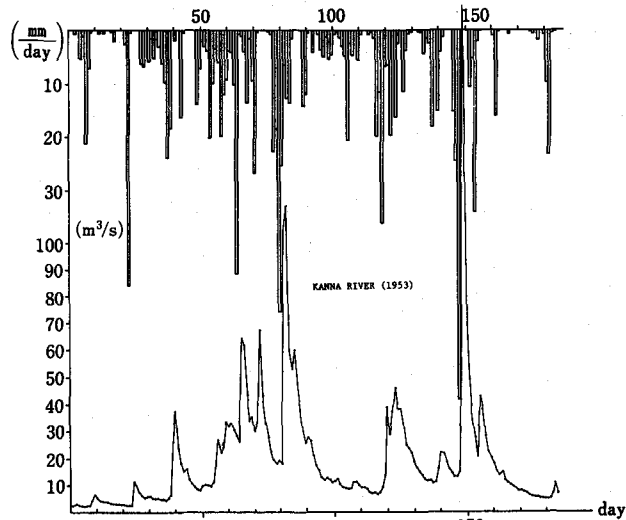


図-A 昭和28年のハイドログラフ

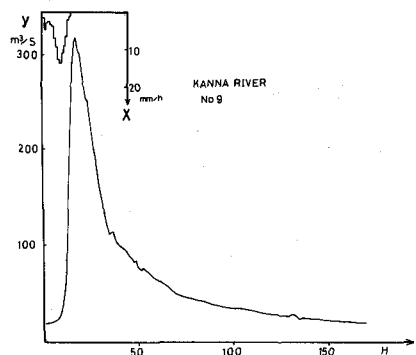


図-B 神流川のハイドログラフ

(時間単位)

河川の流量時系列 y_i をいくつかの流出成分の時系列 $y_i^{(l)}$ ($l = 1$, 地下水流出; $l = 2$, 中間流出; $l = 3$, 表面流出) に分離できると、次のように各流出成分の単位流出図を求めることができる。

(a) AR係数の決定

それにはまず流出成分時系列に自己回帰式 (AR, Auto-Regression) をあてはめる。

$$y_i^{(l)} = a_1 y_{i-1}^{(l)} + a_2 y_{i-2}^{(l)} + \dots + a_p y_{i-p}^{(l)} + \varepsilon_i^{(l)} \quad (12)$$

ここに、 ε_i は系の駆動力である白色雑音を表す。

流量データが日単位あるいはそれよりも粗い時間単位の場合には、白色雑音 ε_i は i_0 ステップ前の降雨に比例する時系列と看做せる。簡単のために以後下付き添字のうち $-i_0$ は省く。

$$\varepsilon_i^{(l)} = b_1 x_{i-i_0}^{(l)} \quad (13)$$

というのは流出成分は入力である降雨成分により駆動されており、日単位の降雨時系列は白色雑音の性質を持つからである。これに対し、流量時系列の間隔が時間単位などのように短い場合には、降雨時系列はもはや定常確率過程とは看做せず、この方法は使えない。しかし、降雨終了後の洪水減部での ε_i は雑音である。

$$\varepsilon_i = \begin{cases} = i_0 \text{ ステップ前の降雨に比例する時系列: } (\Delta t, \text{日単位以上}) \\ = \text{雑音 (予測誤差): } (\Delta t, \text{時間単位}) \end{cases} \quad (14)$$

また、ARの次数は、後述するように逆推定した流量 $\hat{y}_i^{(l)}$ と実測流量の誤差の分散が最小になるように選ぶ。

式 (12) を one-step prediction の式と考えれば、 ε_i は予測誤差であり、AR係数 $(1, -a_1, -a_2, \dots, -a_p)$ は予測誤差フィルターと呼ばれる。

AR係数を求めるには、Yule-Walker 法とBurg法がある⁷⁾。まず式 (12) の両辺に $y_{i-k}^{(l)}$ を掛け、アンサンブル平均を採り、時系列 $y_i^{(l)}$ の自己相関関数 $C^{(l)}(k)$

$$C^{(l)}(k) = \langle y_i^{(l)} y_{i-k}^{(l)} \rangle \quad (15)$$

を用いてAR係数に関する連立一次方程式に直す。

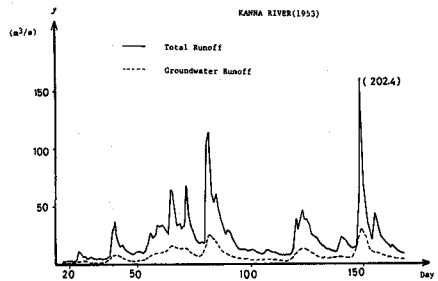


図-A-1 流出分離図(昭和28年)

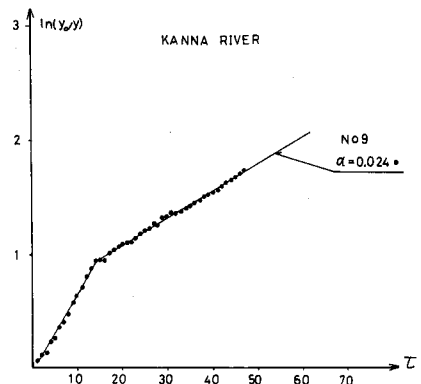


図-B-1(a) $\ln(y_0/y)$ と τ の関係(神流川)

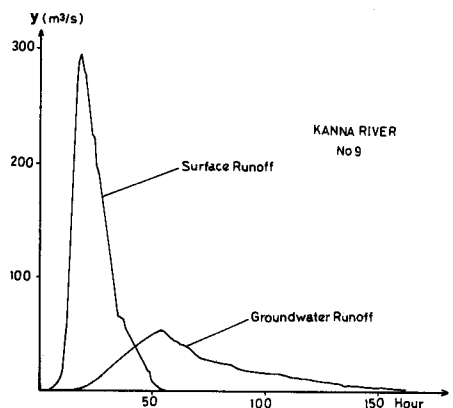


図-B-1(b) 流出分離

$$\begin{bmatrix} C(0) & C(1) & \cdots & C(p) \\ C(1) & C(0) & \cdots & C(p-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(p) & C(p-1) & \cdots & C(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Yule-Walker 法は自己相関関数 $C(k)$ をすべて与えて連立一次方程式の解としてAR係数を求める方法である。なお、ここに E は予測誤差フィルター(12)からの平均出力である。

一方、Burg 法はAR係数の他に第 p ステップで導入される自己相関係数 $C(p)$ も未知数と考える。

両方とも計算を速めるために Levinson アルゴリズムを用いると良い。(Levinson アルゴリズムおよび、それぞれの方法の詳細については、原論文もしくは文献7)を参照されたい)。

(b) 各流出成分の単位図

AR係数が求まると、式(12)をMA (Moving Avarage)式 (式(17))に変換する。(ただし、このとき定常条件、転換条件等を満たしていなければならない。)すなわち、単位流出図を求めることができる。第 (l) 次流出成分の各時刻ごとの単位図の高さを $h_m^{(l)}$ とすれば、時刻 $t = i \Delta t$ の流出成分 $y_i^{(l)}$ は簡単のために上付き添字 (l) を省略して)

$$\blacksquare \quad y_i = h_0 x_i + h_1 x_{i-1} + h_2 x_{i-2} + \cdots + h_m x_{i-m} \quad (17)$$

と書ける。

また、単位図であることから

$$h_0 + h_1 + h_2 + \cdots + h_m = 1 \quad (18)$$

の制約条件が加わる。

さて、AR係数とMR係数(あるいは単位図)との関係は次のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= b_0 / \beta \\ h_1 &= (b_1 + a_1 b_0) / \beta \\ h_2 &= (b_2 + a_1 b_1 + a_1^2 b_0 + a_2 b_0) / \beta \\ &\vdots \\ h_n &= \sum_{j=1}^n h_{n-j} a_j \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、 β は降雨 x_i (mm/day)と雑音 ε_i (m³/s)の変換率

$$\beta = x_i / \varepsilon_i \quad (20)$$

で、流域面積 A を(km²)単位で表わすとき次のようになる。

$$\blacksquare \quad \beta = \begin{cases} \frac{86.4}{A(\text{km}^2)} \frac{b_1}{(1 - a_1 - a_2 - \cdots - a_p)} & (\text{x: mm/day}) \end{cases} \quad (21)$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{3.6}{A(\text{km}^2)} \frac{b_1}{(1 - a_1 - a_2 - \cdots - a_p)} & (\text{x: mm/hr}) \end{cases} \quad (21a)$$

なお、これらの関係式は、式(12)および(17)を Backward shift operator B を用いて

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= \phi(B)y_i \\ y_i &= C(B)x_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

と書き、Bの等ベキ乗の項を比較して求められる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \phi(B) &= 1 - a_1 B - a_2 B^2 - \cdots - a_p B^p \\ C(B) &= h_0 + h_1 B + h_2 B^2 + \cdots + h_m B^m \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

〔例A-2〕

(i) AR係数の決定：前述のAのデータの地下流出および中間流出の時系列から、それぞれ Burg

表-A-2② 神流川の各流出成分の自己回帰係数（日流量の場合）

次数	神 流 川 （ S 28 ）		神 流 川 （ S 34 ）		
	表面流出成分	地下水流出成分	表面流出成分	中間流出成分	地下水流出成分
1	0.500	2.171	0.071	1.279	2.171
2	-0.038	-1.824	-0.033	-0.786	-1.824
3		0.762		0.203	0.762
4		-0.210		0.025	-0.210
5		-0.013		-0.042	-0.013
6		0.217		0.019	0.217
7		-0.251		-0.009	-0.251
8		0.128			0.128
9		-0.012			-0.012
10		-0.015			-0.015

法により、AR係数を求めた結果が表-A-2である。なおARの次数をどの次数で切るかが問題である。

こうして決まったある次数までのAR係数を用いて、時系列 $y_i^{(i)}$ から逆に入力 $\hat{x}_i^{(i)}$ を計算し（後述）、さらにこの推定入力 $\hat{x}_i^{(i)}$ とAR係数から流出時系列 $\hat{y}_i^{(i)}$ を求め、 y の実測値との誤差を最小にするように次数を決定する。その他の判定基準としてFPE（Final Prediction Error）とAIC（Akaike Information Criterion）による場合の結果を比較して表-A-2⑤に示す。

(ii) 単位図の計算

式(19)によりAR係数をMA係数つまり単位図に変換し図示したのがFig.-A-2である。

表-A-2⑤ F. P. E., A. I. C. および二乗誤差による判定基準（*の次数で極小）

次数	F・E・P	A・I・C	分 散
1	71.70	50.20	——
2	11.00	28.10	39.94
3	4.38	17.20	18.75
4	* 4.20	* 16.70	8.76
5	4.26	16.90	4.12
6	4.33	17.10	2.62
7	4.41	17.30	2.25
8	4.48	17.50	2.25
9	4.56	17.70	1.90
10	4.64	17.90	* 1.37

〔例B-2〕

上と全く同様にしてAR係数, 単位図が求められる (Fig.-B-2)。

(3) 降雨時系列を逆推定すること (第3ステップ) -

さて, 以上のように各流出成分に対するAR係数および単位図が求められると, 式(12)を変形して, 式(24)

$$\hat{x}_i^{(l)} = \beta \left(y_i^{(l)} - a_1 y_{i-1}^{(l)} - a_2 y_{i-2}^{(l)} - \dots - a_p y_{i-p}^{(l)} \right) \quad (24)$$

から流出成分時系列を発生させる入力成分 (推定降雨 $\hat{x}_i^{(l)}$) の時系列を計算することができる。

水文データが日単位あるいはそれ以上粗い時間単位の場合には, 実際の降雨は定常確率過程の白色雑音と做せるので, 式(24)により逆推定される入力時系列は降雨時系列 $\hat{x}_i^{(l)}$ である。

これに対して降雨 - 流量が時間単位の場合 (あるいはより短い場合) には, 現象はもはや定常時系列とは看做されない。したがってAR係数も入力 x_i の無くなった流出の遅延部から求められた。こうして求められたAR係数 a_m と洪水の始まりからの実測流量時系列 $y_i^{(l)}$ を式(24)の

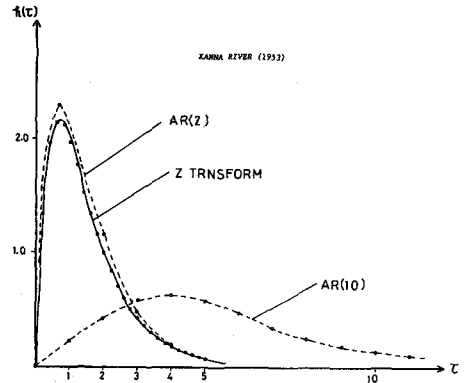
右辺に代入すれば, 降雨の影響が継続する流量成分時系列の増加する区間は左辺の $\hat{x}_i^{(l)}$ の値が大きくこれを降雨時系列と做すことができる。ある時刻から逆推定される入力時系列は急に小さくなり, 降雨の効果が止んで逆推定時系列は雑音のみとなる。

このように逆推定した各流出成分ごとの降雨時系列と実測の全降雨時系列とを比較すれば, 地表および中間流出となる降雨時系列 $\hat{x}_i^{(2)}$ 又は $\hat{x}_i^{(3)}$ の継続時間は実際の降雨区間とほぼ同じ長さであること, ただし貯留関数法の場合と同じく降雨の開始時点 i_0 だけある時間後にずらさなければならないことがわかる。時間降雨に対する地下流出成分となる逆推定降雨 $\hat{x}_i^{(1)}$ の時系列は, 単に降雨の影響の開始点が後にずれるだけではなく, 実際の降雨継続時間より遥かに引き伸ばされていることがわかる。すなわち, 降雨が浸透層を降下し地下滞水層に達する間に降雨成分は

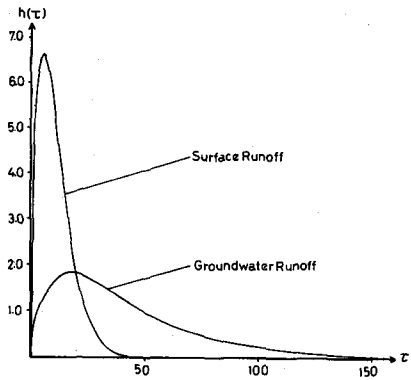
遅延+伸長

の二つの作用を受けることがわかる。この降雨の伸長効果はこれまでの流出解析では指摘されなかった新しい点である。

したがって, 地表および中間流出に寄与する逆推定降雨 $\hat{x}_i^{(l)}$ ($l = 2, 3$) と地下水流出に寄与する逆推定降雨 $\hat{x}_i^{(1)}$ の長さを実降雨の継続区間もしくは地表・中間流出の逆推定降雨の継続時間内に縮め降雨強度をその比率で多くしたものの $\hat{x}_i^{(1)}$ の和を逆推定全降雨 $\hat{x}_i$ とする。



図A-2 応答関数



図B-2 応答関数

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i^{(1)} + \hat{x}_i^{(2)} + \hat{x}_i^{(3)} \quad (25)$$

逆推定降雨時系列 $\hat{x}_i$ と有効実降雨時系列 $x_i = f X_i$ ($f = Q/R$: 流出率, R : 一洪水ごとの実測全降雨量, Q : 一洪水ごとの実測全流出量) とを比較すれば, 多くの場合両者はかなり良く一致していることが認められる。ただし,

$$\hat{x}_i \begin{cases} = \hat{x}_i & (\hat{x}_i \geq 0) \\ = 0 & (\hat{x}_i < 0) \end{cases} \quad (26)$$

でなければならない。もし, 逆推定降雨 $\hat{x}_i$ に大きな負の値が続くようならば, 計算を継続することを止め, 原因を究明しなければならない。考えうる原因としては次のようなものがある。

- ① 流量時系列の流出成分への分離に問題がある。例えば, 分離周期の推定が正しくない, 分離フィルターの性質が良くないなど。
- ② AR 係数の計算が正しく行われていない。例えば, 時間降雨の場合には AR 係数を推定するために採る流量曲線の通減部の採用区間が適切でない。AR の次数が適当でない。
- ③ 実際の降雨に空間的な片寄りや癖が強く, 他のケースと著しく異なっている。

〔例 A-3〕

前出の AR 係数とステップ 1 で分離した流出成分時系列から, 式(24)により地下流出成分への降雨 $\hat{x}_i^{(1)}$ と中間流出成分への降雨 $\hat{x}_i^{(2)}$ を推定することができる。これらの和が全有効降雨の逆推定値

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i^{(1)} + \hat{x}_i^{(2)}$$

である。

逆推定有効降雨時系列と実測の有効降雨時系列 ($x_i = f X_i$, f は流出率で各降雨期間について実測降雨 R と実測流量 Q の比から求める) とを比例して Fig. A-3 に示してある。本方法による逆推定降雨と実測有効降雨がかなり良く一致している。

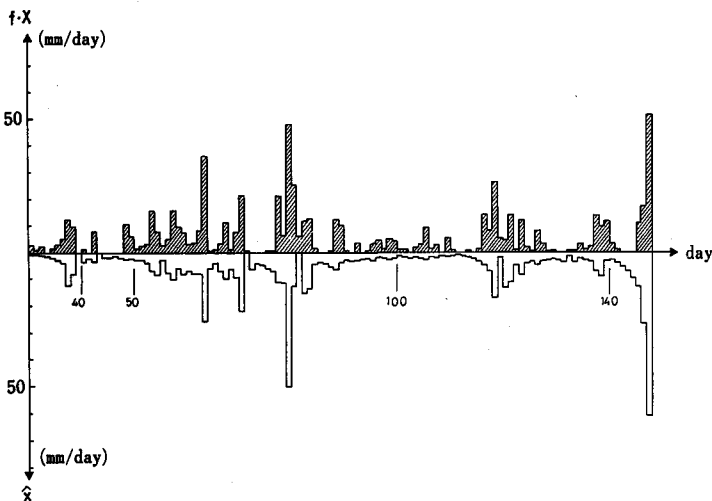


図 A-3 昭和28年の逆推定降雨と実測の有効降雨の比較

〔例 B-3〕

計算方法は〔A-3〕と全く同様である。ただし, 降雨停止前の $\hat{x}_i$ は有効逆推定降雨であるが, 降

雨停止後の $\hat{x}_i$ は大きさも小さくいわゆる雑音であり切り捨てて。また、地下流出成分に寄与する有効降雨は一般に実際の降雨継続時間よりも長くなっており、降雨が地下に浸透する過程で伸長フィルター作用を受けることが見出された。こうして逆推定した時間単位降雨の逆推定値と実測有効降雨を比較してFig.-B-3に示す。なお、これらの詳細については近く論文に纏める予定である。

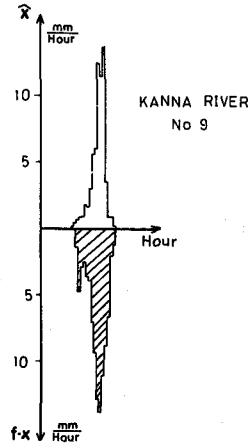
(4) 降雨の成分分離則を求めることー(第4ステップ)ー

前の第3ステップで、各流出成分に寄与する降雨成分が逆推定されたので、このデータから降雨を各成分に分離する法則を求めることが必要である。

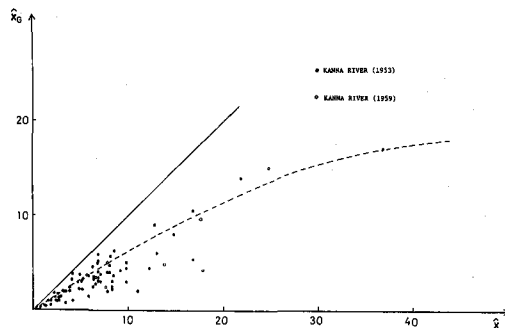
降雨ー流出系は強い非線型性をもち、この非線型性の数学的表現法や、その原因の物理性について長い間議論が行われて来たが、最近に至り著者らは、
“降雨ー流出系の非線型性は、降雨の各流出系への成分分離則の非線型性に依るもので、各流出系はそれぞれ線型系と看做しうる” ことを見出した。

〔例A-4, B-4〕

逆推定降雨から求められた降雨の非線型分離則をFig.-A-4, Fig.-B-4に示す。



図B-3 x と $f \cdot X$ の比較



図A-4 降雨の分離則(日単位)

(5) 流量時系列のAR式による表現精度チェックのチェックー(第5ステップ)ー

逆推定した降雨時系列 $\hat{x}_i^{(l)}$ と先に求めたAR係数を用いて第 l 成分の流量時系列 $\hat{y}_i^{(l)}$ を発生させて、各流出成分のAR式による表現の精度をチェックする。

$$\hat{y}_i^{(l)} = a_1 \hat{y}_{i-1}^{(l)} + a_2 \hat{y}_{i-2}^{(l)} + \dots + a_p \hat{y}_{i-p}^{(l)} + b_1 \hat{x}_{i-i_0}^{(l)} \quad (27)$$

流量成分時系列の誤差 $\tilde{y}_i^{(l)}$ は

$$\tilde{y}_i^{(l)} = y_i^{(l)} - \hat{y}_i^{(l)} \quad (28)$$

であり、誤差の二乗平均を最小とするよう、ARの次数を決定する。

$$E^{(l)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i^{(l)})^2 \rightarrow \text{Min} \quad (29)$$

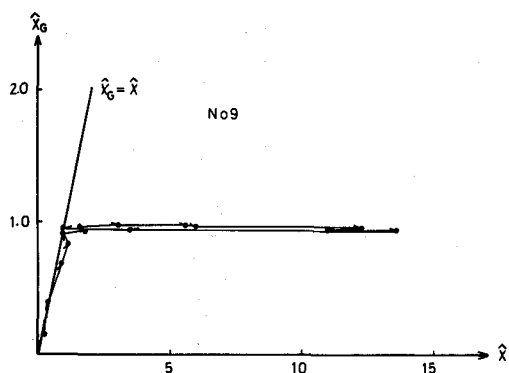


図 B-4 降雨の分離則 (時間単位)

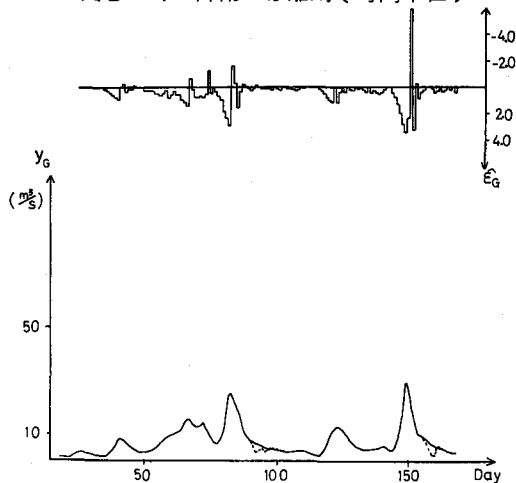


Fig.-A-5a 昭和28年の地下水流出の
推定された流量 $\hat{y}_G$ (点
線)と実測流量 y_G (実線)
の比較と $\hat{\varepsilon}_G$ (神流川)

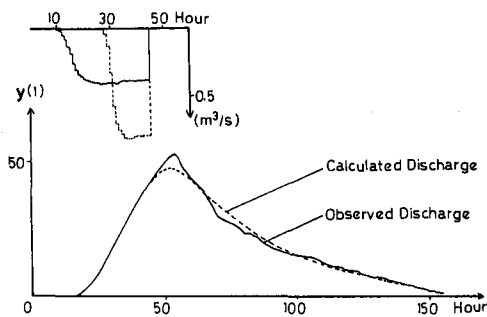


Fig.-B-5a y_1 と $\hat{y}_1$ の比較および地
下水流出に寄与する降雨
〔例-A, B-5〕

上に述べて来た2つの例について,〔例-A, B
-4〕で逆推定した降雨量を用いて,AR式(27)により流量を計算して,実測流量と比較したのが,
Fig.-A-5a, ⑥ Fig.-B-5a, ⑥である。計算値と実測値の一致,つまりAR式のあてはめは

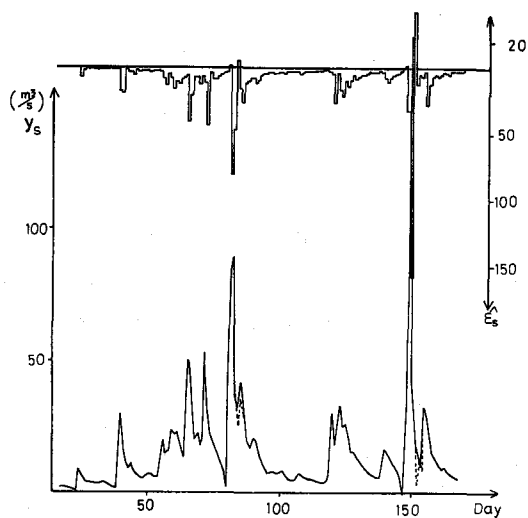


Fig.-A-5b 昭和28年の表面流出
の推定された流量 $\hat{y}_S$
(点線)と実測流量
 y_S (実線)の比較と
 $\hat{\varepsilon}_S$ (神流川)

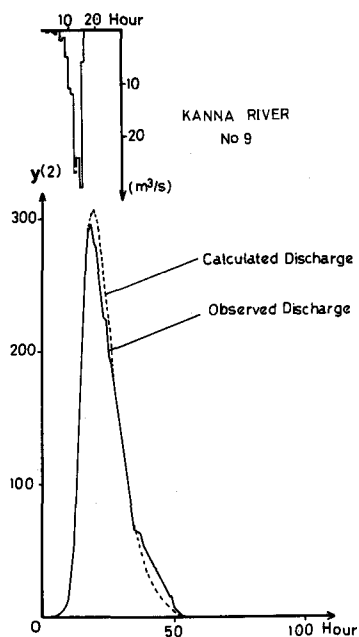


Fig.-B-5b y_2 と $\hat{y}_2$ の比較およ
び表面流出に寄与
する降雨

極めて良いと云える。

(6) 流出を予測すること — (第6ステップ) —

本講で紹介した方法をはじめ「逆探法」と名付けていた。このことが災いして、本方法が「降雨の逆推定法」だけと誤解される向きもあった。しかし、本方法は降雨の逆推定もできる流出解析法であって、同定された各流出成分に対する単位図を用いて流出予測も行いうるのはもちろんである。ただし、この段階ではせつかくある降雨データは使った方が良い。流量データのみで降雨を逆推定しながら流量予測を行うことができないわけではないが。

⑨ 実降雨 X_i に流量率 f を掛けて有効降雨 x_i に直す。(この方法については、別の機会に述べる。)

⑩ 次に、 $t = i\Delta t$ における降雨 x_i を非線型分離則により $x_i^{(1)}$, $x_i^{(2)}$ (さらに必要ならば $x_i^{(3)}$) に分ける。

$$x_i = x_i^{(1)} + x_i^{(2)} + x_i^{(3)} \quad (31)$$

ここに、上付き添字 (1) は地下水流出、(2) は中間流出、(3) は表面流出成分。また、

$$x_i^{(j)} = f_n(x_i, x_j^{(j)} (j \leq i)) \quad (32)$$

⑪ つぎに、各降雨成分 $x_i^{(j)}$ に遅延・伸長等の操作をし、各流出成分の AR モデルへの入力に変換する。

$$\left. \begin{aligned} x_i^{(1)} &\rightarrow (\text{遅延} + \text{伸長}) \rightarrow x_i'^{(1)} \\ x_i^{(2)}, x_i^{(3)} &\rightarrow (\text{遅延}) \rightarrow x_i'^{(2)}, x_i'^{(3)} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

⑫ これらを入力として各流出成分を求める。

$$y_i^{(j)} = h_0^{(j)} x_i'^{(j)} + h_1^{(j)} x_{i-1}'^{(j)} + h_i^{(j)} x_{i-2}'^{(j)} + \dots + h_m x_{i-m}'^{(j)} \quad (34)$$

全流出量はこれらの和となる。

$$y_i = \sum_j y_i^{(j)} \quad (35)$$

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄・長谷部正彦 (1979) : 流量時系列のみによる降雨時系列, 流域の流出特性および流量分離の推定について, 第23回水理講演会論文集.
- 2) Hino, M and Hasebe, M (1980) : Further test of applicability of the inverse detection method and extension to hourly hydrologic data, Proc. 3rd Int. Symp. on Stochastic Hydraulics, 129-140.
- 3) 日野幹雄・長谷部正彦 (1980) : 洪水をもたらす豪雨の逆推定, 第17回自然災害科学総合シンポジウム論文集, 1980
- 4) 原 輝彦・日野幹雄・長谷部正彦 (1980) : 流量時系列のみによる流出解析法 (逆探法) の時間単位水文データへの拡張, 第35回年講, 第2部, p. 207-8.
- 5) Hino, M. and Hasebe, M. (1981) : Analysis of hydrologic characteristics from runoff data — A hydrologic inverse problem, J. of Hydrology, Vol. 49, 287-313
- 6) 日野幹雄 (1981) : 最近の流出解析モデルについての二三の批判, 第25回水理講演会論文集, p. 257.
- 7) 日野幹雄 (1977) : スペクトル解析, 朝倉書店.

- 8) Kirkby, M. J. (editor) (1978): Hillslope Hydrology, John Wiley.
- 9) 塚本良則 (1966): 山地流域内に起る水文現象の解析, 東京農工大学農学部演習林報告, 第 6 号.
- 10) 岡本芳美 (1972): 山腹における降雨の浸透と流下について, 第16回水理講演会論文集.
- 11) 菅原正己 (1972): 流出解析法, 共立出版.
- 12) 吉川秀夫・砂田憲吾・グエン・ソン・フン (1979): 洪水流量逓減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究, 土木学会論文報告集, No. 283.
- 13) 市川良輔・砂田憲吾 (1980): 流出成分分離モデルのパラメータと流域特性, 第35回年講, 第 2 部, p. 215-6.
- 14) 平野宗夫・伊東尚規 (1978): 到達時間の分布を考慮した流出解析, 第22回水理講演会論文集, 197-202.
- 15) 山田 正 (1981a): 山地小流域の瞬間単位図と斜面長分布の関係, 土木学会論文報告集, No. 306.
- 16) 山田 正 (1981b): 時定数スペクトルを用いた山地小流域の洪水流出解析, 土木学会論文報告集 (投稿中).
- 17) 藤田睦博 (1981): 斜面長の分布を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文報告集 (投稿中).
- 18) 松林字一郎・高木不折 (1980): 地形・地質特性の分布と貯留 — 流出関係について, 第35回年講, 第 2 部, pp. 173-4.
- 19) 日野幹雄 (1968): 降雨 — 流出の相関関数・スペクトルおよびコヒーレンス — 情報理論的水文学への序説 (II), 東京工業大学・土木工学科研究報告, No. 6, 135-143.
- 20) 橋本 健 (1977): 流出成分を考慮した GMDH による低水流出予測, 第21回水理講演会論文集.
- 21) 土木研究所 (1962): 神流川流域水文観測資料.

この計算のプログラムは公開しております。文章で依頼があると、プログラムを送ります。