

境界層遷移の機構と乱流の構造

北海道大学工学部機械工学第2学科 小 橋 安次郎

Corrsin¹⁾ (1943) は加熱した円筒の下流に発達する流れ(伴流)について可視化を併用した測定を行い、伴流中の乱流が不規則に湾曲した界面を介して周囲の非乱流流体に接していること、および界面の内と外では種々の物理量が不連続的に異なっていることを見出したが、それ以来伴流のみならず噴流や剝離流などの自由乱流が境界面の湾曲(間欠性)によって特徴付けられ、これを定量化した間欠性係数を導入することによってはじめて流れ場の合理的記述が可能なことなどが指摘されてきた。Townsend²⁾ (1949) は伴流中での見掛け(平均)乱れ強さやレイノルズ応力を間欠性係数で除した値が断面内で一定値をとるという事実から、伴流は均一に分布する微細構造の渦塊(eddy)とスケールの大きい渦対とが共存する(2重構造)と考えることによって間欠性の説明を試みている(図-1参照)。このばあい渦対自体がもつエネルギーはごく僅かであるが、その誘起する速度によって湾曲した界面をつくと共に断面内での乱れの輸送と均一化に寄与する点で、乱流伴流の形成に重要な役割を果たしていると考えられる。



図-1

界面の間欠性現象は乱流境界層の外層にもみられるが、境界層のばあいには一方が固体壁に接していて壁乱流が存在し、この部分で絶えず乱れをつくり出している点で下流に進むにつれて減衰する伴流などの自由乱流と異なっている。Kline³⁾ (1967) は水槽内での可視化実験によって、壁乱流中での乱れの生産が速度の遅くなった流体の小さな塊りの上昇という現象に伴って起ることを見出し、これをバーストと呼んだ。界面の間欠性と同様にバーストの出現も極めて不規則であるが、その出現に際しては必ずこれに先立って低速の流れが現われ、バーストの背後には壁にむかう高速の流れがみられるという一定の流れパターンが存在し、あたかも低速の流体部分を高速の流体が追いかける格好になっており、この際行きどころを失った低速流体の一部が上方に押し出されたようにみえる(図-2参照)。

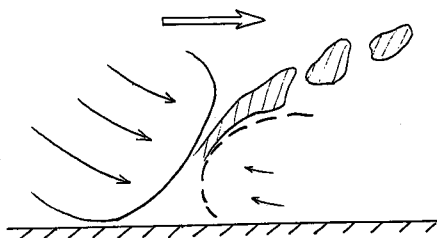


図-2

間欠性もバーストもともに不規則に出現する現象であるから、長い時間尺度の平均としてみるときはいわゆる乱流と区別することは出来ないが、個々には一定の組織的運動または秩序運動によって特徴づけられている点でこれまで考えられていたような均一構造の乱流と異なっている。とくに、これらが拡散とか乱流エネルギーの生産といった乱流の本質に係る重要な役割をもつことを考えるとき、その

構造の詳細を明らかにし、さらにはその形成の過程や相互の関連を知ることが流体力学的な興味のほかに、物質や熱の輸送、抵抗軽減など流体工学上の問題を解決する上からも重要で、最近における乱流研究の中心的課題となっている。

前縁近くの境界層流れは、剝離泡が現われるような特別のばあいを除いて層流であるが、レイノルズ数がある程度以上大きくなると不安定になって別の安定状態である乱流に変わることはよく知られている。

いわゆる遷移である。このばあい流れの中に存在するごく僅かな揺らぎが層の中で増幅され、相互に干渉し合いやがて乱雑化の過程を辿るが、この過程の中で乱流斑点と呼ぶ孤立した乱流塊が形成される。乱流斑点は下流に向かって移動しながら成長する。その成長や内部の流れにも一定の秩序があり、従ってその運動や機構を明らかにすることは、これが境界層の組織運動と直接関係しているかどうかは別として、乱流境界層の構造を理解する上で有効と考えられる。

本稿では境界層の遷移と乱流構造についての最近の研究結果をまず圧力勾配のない2次元流れ——一様流中の平板境界層——のばあいについて述べ、圧力勾配や曲率のある流れ、非定常流れ、3次元流れについてはその特徴的な相違点の概略を述べることにする。

平板境界層の遷移機構

層流から乱流への遷移は一般的に擾乱の線型増幅、非線型化および乱雑化の3つの過程を辿って進行するが、境界層のばあいには流れ方向に進行するトルミエン・シュリヒティング型の波と、流れの横幅方向に周期性をもつ波との干渉によって非線型化が促進され、乱流斑点が現われる点が特徴的である。

- (i) 線型擾乱の増幅過程：遷移を流れの中に潜在するごく僅かな速度の揺らぎの増幅に原因つけて説明しようとする試みは古くから行われていた。いわゆる層流安定論である。揺らぎ（擾乱）が増大するためには流れから運動エネルギーの補給を受けなければならないが、その補給の度合は流れの状態や擾乱の種類によって異なり、従って流れの状態によっては増大するものもあれば逆にエネルギーを吸収されて減衰するものもある。Orr⁴⁾ (1907) と Sommerfeld⁵⁾ (1909) はこうした擾乱と流れの関係を明らかにするため流れ関数

$$\phi = \phi(\eta) \exp \{ i \alpha (x - ct) \} \quad (1)$$

ただし $\eta = y / \delta$

で与えられるような2次元の周期擾乱を取り上げている。ここで x , y は流れ方向および壁面に垂直な方向の座標、 t は時間で、 ϕ は擾乱の振幅の境界層内での分布を表わす振幅関数である。 α は正の実数で波数 $= 2\pi / \lambda \delta$ (λ : 波長) を表わし、 c は複素数で実部 c_r は擾乱の進行速度、虚部 c_i は擾乱の時間変化を表わすもので αc_i は時間増幅率と呼ばれている。

式 (1) をナビエ・ストークス方程式に代入し、さらに擾乱が微小であるとして線型化を行うと

$$(U - c)(\phi'' - \alpha^2 \phi) - U''\phi' = -\frac{i}{\alpha R_e} (\phi'''' - 2\alpha^2 \phi'' + \alpha^4 \phi) \quad (2)$$

なる関係式が導かれる。このばあい独立変数は無次元化し $\eta = y / \delta$ と変えてある。また R_e は境界層外縁での速度 U_1 と境界層厚さ δ を使って定義されるレイノルズ数 $= U_1 \delta / \nu$ であり、式 (2) の (') は η に関する微分である。

式 (2) はオル・ゾンマフェルド方程式とよばれ α , c および R_e をパラメータとする ϕ の4階定微分方程式で、その解は独立な4個の特解を使って

$$\phi = A\phi_1 + B\phi_2 + C\phi_3 + D\phi_4 \quad (3)$$

のように表わされるが、壁面 ($\eta = 0$) および境界層外縁 ($\eta = 1$) での条件

$$\begin{aligned}\phi(0) &= \phi'(0) = 0 \\ \phi(1) &= \phi'(1) = 1\end{aligned}\tag{4}$$

のもとで有意な解をもつためには

$$\begin{vmatrix} \phi_1(0) & \phi_2(0) & \phi_3(0) & \phi_4(0) \\ \phi'_1(0) & \phi'_2(0) & \phi'_3(0) & \phi'_4(0) \\ \phi_1(1) & \phi_2(1) & \phi_3(1) & \phi_4(1) \\ \phi'_1(1) & \phi'_2(1) & \phi'_3(1) & \phi'_4(1) \end{vmatrix} \equiv F(\alpha, c, R_e) = 0\tag{5}$$

が満たされなければならない。

式 (5) はある特定の流れに対し波数 α をもつ擾乱がレイノルズ数と共にどのような変化をするかを示すもので、方程式の実部は擾乱の進行 (位相) 速度、虚部は増幅度を与える。とくに虚部の解は重要で、 $c_i < 0$ なら擾乱は減衰し従って流れは擾乱に対して安定であるが、 $c_i > 0$ のばあいには擾乱は増大し流れは不安定である。擾乱が増幅も減衰もしない中立安定の状態は $c_i = 0$ で与えられる。

Tollmien⁶⁾ (1929) は境界層流れの流れ方向の変化がゆるやかであることから、これを準平行流れによって近似し $c_i = 0$ となる解を求め、擾乱が増大する領域が $\alpha - R_e$ 空間のある限られた範囲に存在することを見出し、さらに Schlichting⁷⁾ (1933) は Tollmien の解を改善すると共に擾乱の増幅挙動を明らかにすることに成功した。

これにより今日トルミエン・シュリヒティング (T-S) 波として知られる不安定波の存在が理論的に予測されたが、その実験的検証は Schubauer と Skramstad⁸⁾ (1943) が乱れの小さい風洞を制作し、境界層内に人工的擾乱を発生させることによりはじめて行われた。図-3 は Schubauer らの実験結果を Schlichting およびその後 Lin⁹⁾

(1945) によって改善された中立安定曲線と比較したもので、曲線に囲まれた内部の領域で擾乱は増幅される。図には特定の周波数をもった擾乱の振幅の流れ方向変化の様子が付記されているが、擾乱は第1分枝 (A点) と第2分枝の間で増幅するがそれ以後はレイノルズ数と共に減衰する。このように擾乱がレイノルズ数の増大によって減衰するという傾向は噴流などの湾曲点速度分布をもつ自由剪断流にはみられないところで、その理由は明確ではないが壁面の存在によって擾乱を抑止する何らかの作用が生じたとみるべきであろう。

なお、流れ方向への発達を考慮した理論の拡張は Bouthier¹⁰⁾ (1972) らによって試みられたが、擾乱の増幅挙動には大きな変化のないことが証明されている。

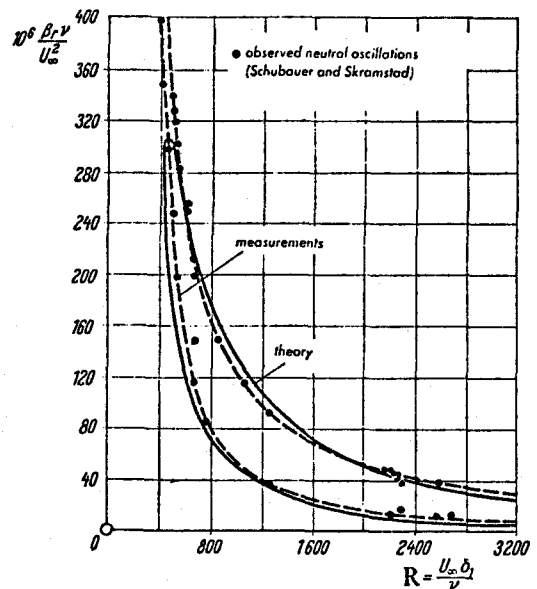


図-3

T-S波はその進行方向が流れの方向と一致するいわゆる2次元擾乱であり、実際の流れに現われるものとは異なっている。Squire¹¹⁾(1933)は流れに対して傾いて進行する3次元擾乱の安定について検討した結果、平板境界層のばあいには2次元擾乱が最も早く不安定化することを見出した(Squireの定理)。従って流れの不安定が最初に現われる平板境界層の臨界レイノルズ数はT-S波について計算される値 $R_{e\text{ cri}} = 420$ ということになる。

- (ii) 擾乱の非線型化と3次元化の過程：T-S波は不安定域で増幅するが、その振幅がある程度大きくなると(主流速度の1%程度)Orr-Sommerfeld方程式で省略されたナビエ・ストークス方程式の高次項の影響で擾乱と流れおよび擾乱相互の間で干渉し合う非線型擾乱に代わる。Landau¹²⁾(1944)はこうした非線型擾乱の挙動を調べるため僅かだけ非線型性をもつ有限振幅の擾乱

$$\frac{dA}{dt} = A(\alpha c_i + \lambda A^2) \quad (6)$$

を取り扱うことを提案している。ここで式(6)の右辺第1項は線型擾乱をあらわし、 c_i の正負によって増幅または減衰するが、非線型項の係数 λ の符号によって更に増幅、減衰を続けるばあいと、線型域では増幅過程にあったものが減衰したり、逆に減衰過程にあったものが増幅に転じたりするばあいとが考えられる。このうち線型域での不安定性が非線型効果によって逆転するばあいについては $A = (-\alpha c_i / \lambda)^{1/2}$ で $dA/dt = 0$ となり、従って増幅T-S波が非線型効果により一定値に漸近する(超臨界平衡)か、逆に減衰波でもその振幅が大きいときはこの値を境にして増幅に転ずる(亜臨界敷居値不安定)可能性がある(図-4参照)。

実際におこる境界層擾乱の非線型化の過程は、しかしながら2次元的でなく、流れの横幅方向にはほぼ一定間隔で並んで現われるという特徴がある。これは遷移の初期にはおこらなかった3次元擾乱の横幅方向成分が増幅されT-S波と干渉し合うためであるが、BennyとLin¹³⁾(1960)はこの干渉によって流れ方向に軸をもつ渦対列が誘起されることを見出している。このばあい隣り合った渦の隣接する断面では壁面に垂直な正負の速度成分が交互に現われ、壁から上方に吹き上げる流れ($v > 0$)の生じる断面(ピーク)では壁面近くでやせた不安定型の速度分布をつくるのに対し、壁に向かう流れ($v < 0$)の現われる断面(バレー)では高速の流体が壁近くまで押しつけられて安定型の太った速度分布となる。一方擾乱の波形はピーク断面で低速側に伸び正弦波形から大きく崩れ振幅も増大するが、バレー断面では高速側で僅かに丸味を帯びる程度で余り大きな変化を示さない(図-5参照)。

このように擾乱の干渉によって速度分布に局所的な変化が起こることが境界層遷移の非線型過程の

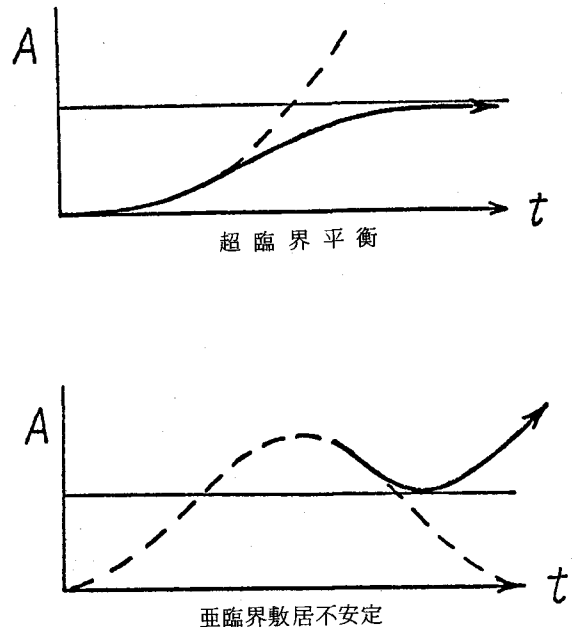
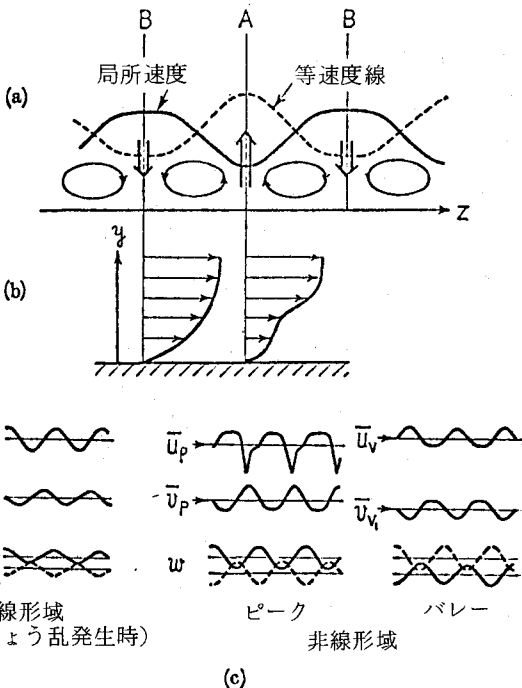


図-4



境界層における非線形じょう乱の発達

図-5

特徴であるが、これが進行するとピーク断面に T-S 波よりも遥かに周波数の高い別の波が現われることが Klebanoff と Tidstrom¹⁴⁾(1959) によって見出された。この波は殆ど孤立していて T-S 波のような連続波ではないが、Klebanoff らはこれをピーク断面に生じた速度分布の変曲点不安定に基因する 2 次不安定波であると考え、波形がスパイク状であるところからスパイクと呼んだ。

なお、Klebanoff の実験は人工的 2 次元擾乱のほかに壁面にごく僅かな凸起を設けて 3 次元擾乱を発生させたものであるが、これによって T-S 波の振幅が或る程度大きいばあいには擾乱の増幅挙動がピークとバレーで異なることを見出しており、このうちバレーでの挙動は亜臨界数値不安定に対応することが谷 (1980) によって指摘されている。また松井¹⁵⁾ (1963) は可視化実験によって、ピーク断面での速度分布の強い剪断層が図-6 に示すようなヘアピン

状の渦構造の形成に伴って現われることを見出している。

(iii) 変動の乱雑化と乱流斑点

スパイクの発生によってピーク断面での速度分布は一層不安定度を増しさらに高次の不安定波を生み、やがて不規則な変動をもつ乱流に移行すると思われる。Kovasznyai, Komoda, および Vasudeva¹⁶⁾ (1962) はこの間の速度分布の変化および擾乱の挙動について詳細な実験を行っているが、ピーク断面での不安定の度合は T-S 波の位相によって変化するから高次の擾乱の出現は連続的でなく、しかもその出現によって周囲の流れ場も変化するので、その出現は必ずしも T-S 波と同期せず、従って変動は間欠的かつ不規則となり乱流状態に近づく。周期的現象が乱雑化してゆく過程をカオス (Chaos) の問題として数学的に取り扱おうとする試みが最近台頭しつつあるが、物理的裏付けに乏しく、今のところピークやバレーを伴った境界層の乱雑化の過程まで説明出来る状態ではない。

以上述べたところからも容易に窺われるように、境界層での乱流化は最初にピーク断面で間欠的に起こる。事実、Emmons¹⁷⁾ (1951) は水槽内での可視化実験によって境界層中に斑点状の乱流塊が現われ、下流に向かって移動しながら成長しやがて境界層を埋めつくすことを観測している。いわゆる

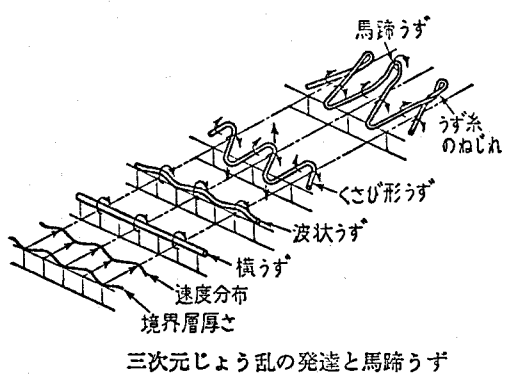


図-6

乱流斑点である。

Schubauer と Klebanoff¹⁸⁾(1955)は境界層の1ヶ所に強い擾乱を与えて乱流斑点と同じ性質をもった乱流塊をつくることに成功し、これを使って乱流斑点の成長過程を調べ、それが図-7に示すような形状を保って成長しながらほぼ $0.7 U_0$ (ただし U_0 は主流速度) で進行することを見出した。このばあい乱流斑点の拡がり角度はほぼ 11° で境界層中に埋没して置かれた3次元粗さ要素の下流に発達する乱流域の拡がり角に等しく、乱流斑点が移動することを除いて両者の挙動は非常によく類似しており、これから乱流斑点は3次元粗さ要素下流での乱流汚染 (Transversal contamination) と同じ機構によって成長すると推測される。事実、半田¹⁹⁾(1976)はSchubauerらと同様な方法を用いて周期的に乱流斑点を発生させ、位相平均によって乱流斑点内の流れ構造を調べ、その結果、中央断面では、前縁部付近に強い剪断層がありここで発生する乱れは壁面に垂直方向の速度成分によって直接上方に輸送されるほか、後部の外縁を通して周囲の非乱流流体を巻き込むいわゆる連行現象 (entrainment) をひきおこすこと、またその他の断面では乱流汚染による成長が支配的であるという結果を得ている。なお乱流汚染は粗さ要素から下流に伸びる襟巻状の渦によってその外側に新しい渦が誘起され、同様にしてその外側に次々と渦が作り出されて乱流域を拡大する現象 (図-8参照) であると考えられている。

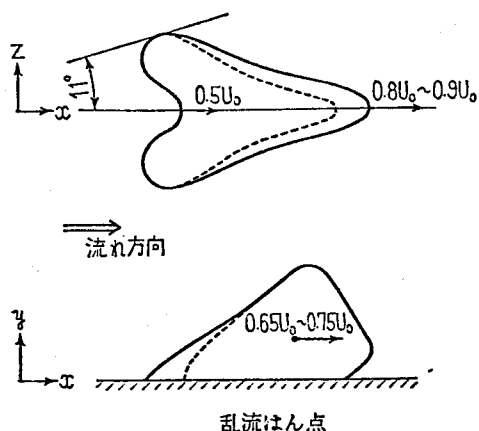


図-7

連行によって非乱流流体が乱流化する機構に関しては、Corrsin と Kistler²⁰⁾(1954) が乱流域の境界面に粘性表層 (viscous superlayer) と呼ぶ薄い層を仮定して説明を試みている。図-9は粘性表層を模式化したもので、

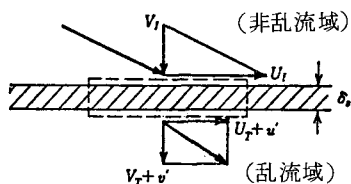
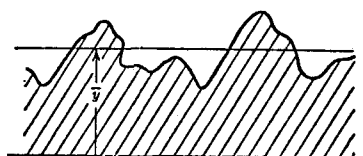


図-9

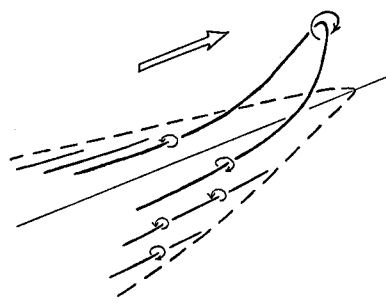


図-8

層の厚さを δ_s , その両側での速度を法線成分と接線成分に分け、それぞれ $V_I, V_T + v, U_I, U_T + u$ とおくときは、運動量保存の関係から

$$V_p(U_I - U_T) = \rho \overline{uv} \quad (7)$$

ただし $V_I = V_T = V_p$

が成り立つ必要があり、従って表層内には $(U_I - U_T) / \delta_s$ だけの速度勾配が存在し流入流体に対して粘性応力が作用することになるが、この結果連行される流体は界面を通過した途端に渦度をもった乱流に変わると考えられる。ただこうした理論から推定される表層の厚さは極めて薄いものでその存在を確認するような測定はまだ行われ

ていない。

平板乱流境界層の構造と秩序運動

乱流境界層の特徴は一方が固定壁に接し他方が自由境界をもっていて、層内に壁乱流型の乱流と自由乱流型の乱流とが共存していることである。

一般に自由乱流は速度分布に変曲点をもっており、この点の近傍で乱流エネルギーの大部が生産されているが、下流に進むにつれて速度勾配がゆるやかとなるためその生産割合は小さくなり、やがて粘性の作用を受けて次第に減衰する。これに対して境界層のばあいには、壁面近傍の壁乱流域で生産される乱れが絶えず補給されるため非減衰で層内での乱れ度分布はほぼ一定に保たれている（図-10参照）。

- (i) 内層と乱流の構造：壁乱流の存在する境界層の部分は内層とよばれ、粘性底層（viscous sublayer）と対数則域とからなるが、ここで生産される乱れエネルギーの大半は粘性底層の外縁付近（ $yu_\tau/\nu \approx 12$ 、ただし u_τ は摩擦速度）に集中している。Einstein と Li²¹⁾ (1956) はこの部分での乱流の発生原因が粘性底層の不安定によるものであると考え、その説明として壁面と一様な乱流状態の流れの間に粘性の強く働く層の存在を仮定している。層が非常に薄いときは粘性によって外側の流れを引き込んで層流部分の厚さを増すが、これに伴ってレイノルズ数が増大するため、これがある臨界値を越えると不安定となって層全体が乱流状態となり粘性層は最初の薄い状態に戻るとするものである。

壁面近くでの乱流の発生が粘性底層の不安定によることには疑問の余地はないとしても、その発生機構は Einstein 等が考えたように簡単なものではないことがその後の Kline, Reynolds, Schraub および Runstadler³⁾ (1967) の研究によって明らかにされた。Kline らは水槽中で境界層流れの可視化実験を行って、壁面近くの流れを観察したところ、乱

流中を不規則でしかも一定の動作を繰り返しながら上昇する低速の流体塊があり、これが乱れ生成の原因であることをつき止めバースト（burst）と呼んだ。以来多くの研究が行われた結果、バーストの出現に先立って流れの中に速度の遅い流体部分があり、かつその背後には高速の下降流を伴う一連の秩序運動として現われることが明らかとなった（図-2 参照）。

以上の発見は水素気泡や色素を使った可視化実験によるものであるが、熱線流速計などを用いてバーストを定量的に測定するばあいにはこれを周囲の乱流から区別して識別することは容易でない。こ

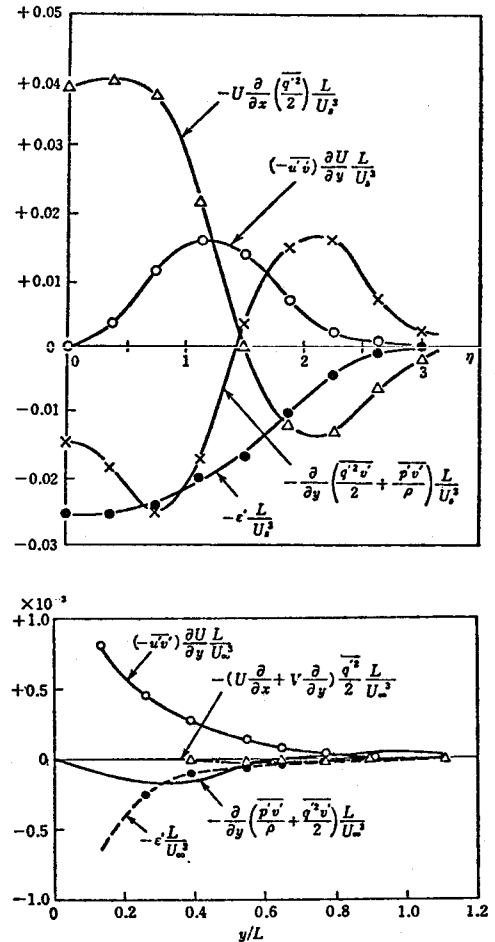


図-10

れに対し Blackwelder と Kaplan²²⁾(1976) はバースト信号の立ち上り挙動の特徴が普通の乱流と異なっている点に着目して可変時間間隔平均法 (VITA) とよばれる図形認識の技術を開発し、バーストの統計的な形状や挙動を抽出することに成功した。図-11はVITA法によって得られたバーストの

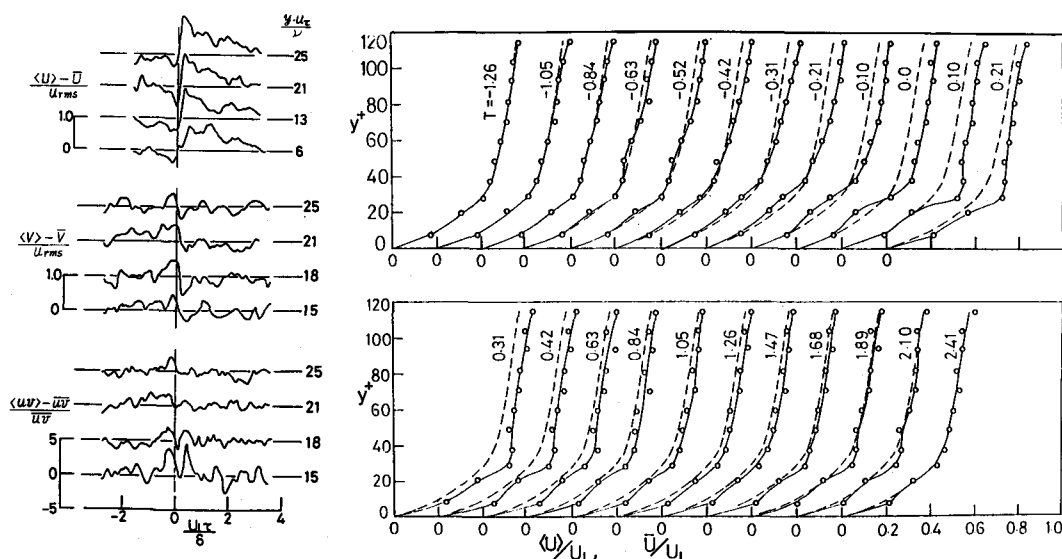


図-11

波形を条件抽出された速度成分およびレイノルズ応力の集合平均 $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$, $-\rho \langle uv \rangle$ としてあらわしてある。図から明らかなように、低速流体の上昇する放出 (ejection) 過程と高速流体が通過する掃引 (sweep) 過程のいずれにおいても正のレイノルズ応力が現われて乱れ発生に寄与していることがわかる。

以上はバーストの流れ方向の平均的性質について得られた結果であるが、実際に起こるバーストの構造は細長い3次元的な構造をもっており、図-12に示すようなヘアピン渦を伴っている点でピーク断面での乱流構造に類似している。

- (ii) 外層と乱流の構造：境界層外層での流れについて Karman²³⁾(1930) は乱流構造の局所的相似性を仮定して速度欠損則を導いたが、Coles²⁴⁾(1956) は上流の影響が残った部分と壁法則に従う部分とが重畳して構成されていると考え、上流の影響を残す流体部分は伴流中の乱流と同じ挙動をもつものとして速度分布について伴流法則

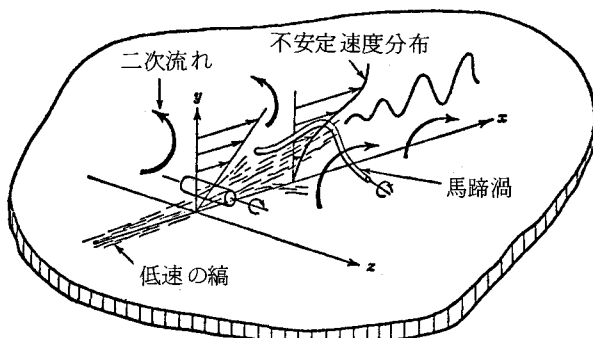


図-12

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + B + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{L}\right)$$

(8)

を提唱している（図-13）。 W は伴流関数で $W = 2 \sin^2(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{L})$ で近似される。ただし κ はカルマン常数、 Π は外側の流れに依存する常数であり、 L は外層の厚さである。

外層での最も大きな構造上の特徴は間欠性（intermittency）で外部の非乱流との間に不規則に湾曲した界面をもち、内部の乱流強さがほぼ一樣なことである。これは自由乱流に共通した現象でCorrsin¹⁾(1943)によって見出されたものであるが、この事実は乱流中にかなり安定した組織的構造が存在することを示すものとして重要である。事実Kovasznay, KibensとBlackwelder²⁵⁾(1970)は条件抽出法を用いて乱流域内での平均および変動速度を測定した結果、乱流塊中を緩やかに回転する秩序運動が存在すること、およびこれによって壁面近くで発生した乱れエネルギーが断面内で均一に配分されることを確認している。この結果はTownsend²⁾(1949)が円柱の伴流中での見かけの乱流強さを間欠性係数（intermittency factor）で除した値が各断面で一定であるという事実と一致する。

間欠性係数は自由乱流界面の湾曲構造を定量的に表わす関数で、流れの中の各点について

$$r = \frac{\text{乱流の観測される時間}}{\text{全観測時間}} \quad (9)$$

によって定義されるが、その分布形状はすべての型の自由乱流について誤差関数

$$r(y) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\bar{y}}^y \left(\frac{y - \bar{y}}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 dy \right) \quad (10)$$

に従うことが知られている。ここで y は基準線（中心または壁面）からの距離、 $\bar{y}$ は境界面の平均位置、 σ は標準偏差であり、これら諸量から秩序運動の平均的拡がりや位置などを知ることができる。

平板境界層のばあい $\bar{y}$ および σ は境界層厚さ δ に比例して増大（ $\bar{y}/\delta = 0.78$, $\sigma/\delta = 0.14$ ）しており、従って境界層の発達につれて秩序運動の拡がりも増大するが、これに見あう乱流域の質量増加は間欠性係数の大きい壁近傍で非乱流流体を巻き込む（entrain）ことによって実現されることがKovasznayらの研究によって明らかにされている。

乱流界面の湾曲が流れ方向だけではなく流れの横幅方向にも存在し、従って自由乱流の組織的構造が3次元的であることは疑う余地がない。これに対してKovasznayらは流れ方向の速度変動について時空間相関を測定し、等相関曲線の形状から境界層の組織構造が下流に向かって僅かに頭をもたげたラグビー・ボール状をしており、細長比はほぼ2:1であることを見出している。

Kovasznayらの測定結果に基づけば境界層の組織的構造として内部で流体が緩やかに回転する楕円体状の塊りが壁に対して傾きながら下流に向かって進んでいる模様をモンタージュすることが出来るが、実際の構造は運動自体が3次元的であるため遙かに複雑である。Grant²⁶⁾(1958)は円柱の伴流中で変動速度成分に関する9個の2重相関を測定した結果、図-14に示すような流れ方向に折れ曲がった一対の渦対と、渦対の中央断面で外に向かって噴き出す混合噴流（mixing jet）が存在することを見出したが、境界層のばあいにも外層を構成する個々の乱流塊について同様な流れの組織的構造があることが最近確かめられてきた。例えば、福西と佐藤²⁷⁾(1980)は壁面近くに点状の熱線をおき、これによって加熱された流体の運動を追跡することで流れ方向に傾いた渦対が存在することを見出し

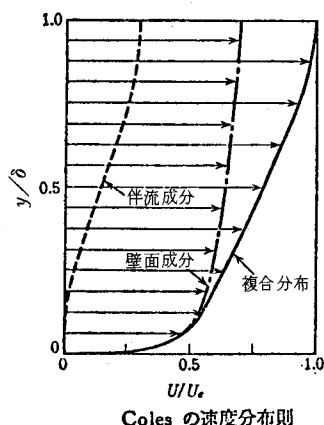


図-13

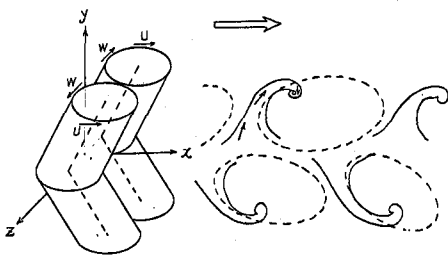


図-14

iii) 境界層の組織的構造と秩序運動：境界層乱流が外層で回転を伴った大規模な組織的構造をもち、壁面近くにスケールの小さなバースト構造が存在するということは今や明白であるが、このように規模の異なる秩序運動がどのようにして発生するか、またそれぞれがどのように関連し合っているかなどについては十分に明らかにされてはいない。ただ両者の間に何らかの関係があることを示すい

くつかの証査をあげることができる。例えば、Rao, Narashimha と Badri Narayanan²⁹⁾(1971) はバーストの平均発生周期が外層での乱流塊の平均通過周期と同程度であることを見出し、一条と小橋³⁰⁾(1980) は壁面での圧力変動と秩序運動の間に強い相関があり更に圧力変動の流れ方向相関係数が

$$R_{pp} = Ae^{-\alpha x} + Be^{-\beta x} \quad (1)$$

のように大小2つのスケールをもった相関曲線の和として表わされるところから秩序運動の発生割合と拡がりに一定の関係があることを見出している。また特に興味のある事実としてHeadの可視化実験で外層の大規模渦構造が壁面近くで幾つもの小さな渦に分裂して観測されることがあげられる。このことは大規模な渦が実際に壁近傍で分裂するのか、それ自身が小さな渦系の集合体の平均的挙動として観測されたものであるかは別として外層での秩序運動を壁面でのバースト構造に結び付けるものとして重要と思われる。BrownとThomas³¹⁾(1977)は壁面近くに基準点をおいた速度変動の時空間測定からバーストの影響が下流に向かって傾いた直線に沿って境界層の外縁近くまで伸びていることを報告しているが、この結果はバーストをHeadの細分化した渦に結び付けることによって始めて理解される。

曲面板上沿う乱流境界層の遷移と構造

曲面板の境界層に及ぼす流れの影響は流れ方向の圧力勾配と曲率とに分けて考えることができる。

(i) 圧力勾配の影響：順(負)圧力勾配をもつ流れでは遷移が遅れ、逆(正)圧力勾配のばあいには逆に遷移が早まるが、後者のばあいには速度分布に変曲点が現われ自由剪断流、とくに剝離流と同様な遷移の状態に近づく特徴がある。

自由剪断流では臨界レイノルズ数が著しく小さく、またレイノルズ数が無限大になっても中立安定

ており、またHead²⁸⁾(1980)は煙を使った境界層流れの可視化実験により横幅方向の湾曲界面の頂上付近から噴き出す流れを観測している。Headの観測した噴き出し流れはGrantの混合噴流と対応するようにもみえるが、剪断流の渦度の方向に回転しており、従ってGrantのいうように渦対と独立な構造ではなく、むしろ図-15に示すような馬蹄状の渦の一部ではないかと思われる。

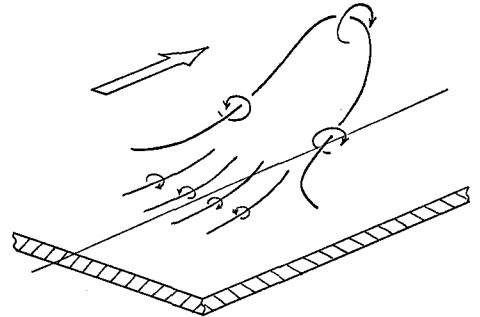


図-15

曲線は閉じることがなく、かつその値が100を越えると擾乱の増幅率はほぼ一定で最大増幅率が非常に大きいなど平板境界層のばあいとは著しく異なっている(図-16)。擾乱非線型化の過程も境界層にみられるような3次元化が最大の要因ではなく、2次元基本波の2倍・3倍の周波数をもつ高調波または $1/2 \cdot 1/4$ といった分調波をつくって多様化(スペクトル進化)し、その過程の中で流れに潜在する不規則な変動と干渉して乱雑化する点で異なっている。Grantによって得られた伴流中の組織的構造(図-15)もこうしたスペクトル進化の過程で平均流と強く干渉する擾乱が核となって形成されるものと思われるが、その機構についてはまだ十分な説明がなされていない。

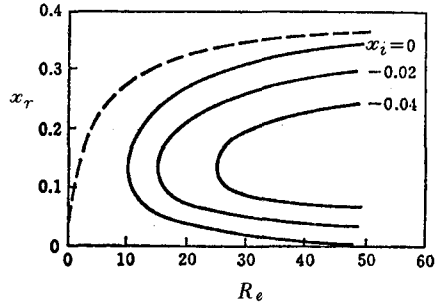


図-16

発達した乱流境界層の外層での構造もまた逆圧力勾配の増加と共に剝離流のそれに近付くが、その境界層に占める役割を示す間欠性係数は外側に移動し($y/\delta = 0.87$, $\sigma/\delta = 0.12$), これに伴って壁乱流域が増大することが桜井と小橋³²⁾(1980)によって見出された。一方内層の構造は壁乱流の特徴である対数則に従う部分の外側に $1/2$ 乗則に従う領域が新たに現われることがPerry, BellおよびJoubert³³⁾(1966)によって指摘されているが、この領域の出現によって乱流の組織的構造に何らかの変化が起こるかどうかについては明らかにされていない。

これに対して順圧力勾配をもつ境界層では対数域が減少し圧力勾配係数($\nu/\rho U^3$) dp/dx の値が -0.02 を越えると全く消滅する。対数則域は生産された乱流エネルギーの平衡状態が保たれる領域であるからその消滅は乱流境界層の層流化(relaminarization)が進行していることを示すとみてよい。事実 TU/δ で定義されるバースト発生周期は急速に低下している。Badri NarayananとRanjee³⁴⁾(1969)は θ を運動量厚とするととき $R_\theta = \theta U/\nu = 300$ が再層流化の起こる臨界値であると報告している。

外層での組織的構造に関しては十分なデータがあるとは言えないが、佐伯³⁵⁾(1981)の実験によれば次第に壁面に接近し、再層流化が始まった状態ではその一部が壁面に押しつけられ乱流斑点と類似した乱れ状態が見られる。ただこのばあい壁面上での乱流塊が乱流斑点と全く同様な構造をもっているかどうかは明らかでない。

- (ii) 曲率の影響：物体表面の曲率の影響は遠心力を通して現われ、特に遷移の段階で重要である。遠心力は表面に垂直方向の圧力勾配と釣り合うが、面が凸であるか凹であるかによって安定な釣り合いと不安定な釣り合いとが生ずる。Rayleigh³⁶⁾(1961)は回転する同軸2重円筒内のクエット流れについて安定条件を調べ

$$\Omega_1 R_1^2 \geq \Omega_2 R_2^2 \quad (12)$$

が満たされるとき流れが安定であることを見出した。ここで R_1 , R_2 および Ω_1 , Ω_2 はそれぞれ内外円筒の半径と角速度である。従って内筒だけが回転するときは流れは不安定で擾乱は増幅されるが、このばあいの擾乱の特徴は円筒の軸方向に並んだ交互に回転する渦の列をつくることで、Taylor³⁷⁾(1923)はこれを微小擾乱の安定論の立場から理論的、実験的に立証している。いわゆるテラー渦である。

凹面に沿う境界層のばあいも円筒が回転する2重円筒間の流れに類似しており、流れ方向に軸をもち交互に回転するゲルトラー渦を生ずることがGörtler³⁸⁾(1940)によって見出された。ゲルトラー渦は微小安定論の立場からみるときは流れの横幅方向に周期性をもつ安定波と考えられるが、このばあいにはトルミエン・シュリヒティング型の2次元擾乱よりもテイラー型の3次元擾乱の方が早期に不安定化され、従って平板境界層で得られたスクアアの定理は成立しないことになる。もっとも下流ではゲルトラー渦に重畳して2次元的な波が現われ、両者が干渉し合ってヘアピン状の渦を形成したのち乱流に移行することが伊藤³⁹⁾(1980)らによって確認されている。

非定常境界層

流れの非定常性が境界層に及ぼす効果は圧力勾配と同様で、加速位相では安定度を増し減速位相では不安定になる。このため遷移過程における擾乱の増幅特性は時間的に変化するが、擾乱が進行波であるばあいには空間的にも増幅特性をもっているから、定常流にみられる波群としての挙動のほかには個々の波のもつ履歴の影響が顕著に現われる点特徴的である。Obremski と Fejer⁴⁰⁾(1967)および中川、早川と小橋⁴¹⁾(1978)は周期的に変化する流れの中におかれた平板境界層(振動境界層)中の擾乱の挙動を調べた結果、減速域で増幅された不安定波が帯状の波群をつくって下流に進み、しかも波群を構成する個々の波もその発生した位相によって異なった増幅減衰の過程を辿ることを見出している(図-17)。増幅した波群が非線型域でピークとバレーをもつ3次元的な分布を示すことは定常流と同様であるが、定常流にみられるような2次不安定波を生ずることなく乱流状態に移行し、しかも一旦乱流化が起これとその影響は急速に横幅方向に広がって2次元的な乱流縞(turbulent patch)をつくる点で特異である。乱流縞は定常流のばあいの乱流斑点に相当するが、流れの非定常の度合がかなり弱いばあいでも斑点状にならず乱流縞がつくられることから乱流汚染の機構が流れの非定常性に強く影響されることがわかる。

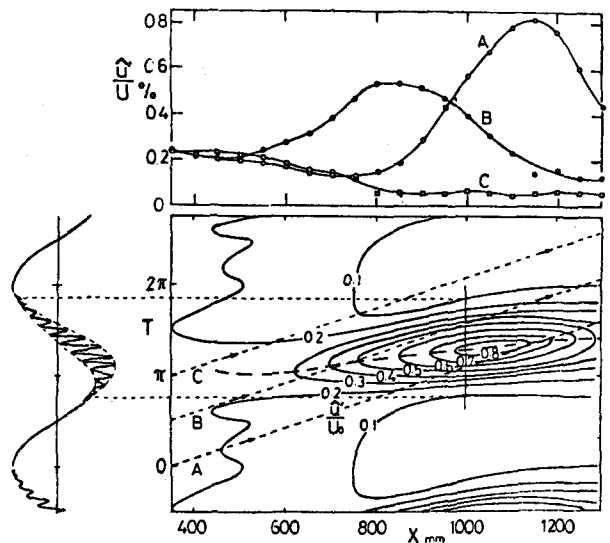


図-17

乱流縞内部の流れは乱流斑点中央断面にみられるものと同様で周囲の流体を巻き込んで急激に増大する。ただ乱流斑点の前縁にみられるような強い剪断層は存在せず、従って乱流エネルギーはその大部分がバーストの形で生産されるが、バースト発生頻度は流れの位相によって異なり最大速度の位相で最も大きくなる(早川と小橋⁴²⁾(1980)によって見出されている。

3次元境界層

3次元境界層の特異な点は層内の各点において流れの向きが変化し、方位角によって速度分布が異な

ることで、このため流れの安定特性が主流以外の方向の速度分布によって左右される。

回転円板上の境界層は3次元境界層のもっとも代表的な例であり、図-18aは北村⁴³⁾(1973)によって測定された円周方向速度成分 v と半径方向速度成分 v_r の高さ方向分布を層流のばあいと乱流のばあいについて示してある。層流のばあいの測定結果はCochran⁴⁴⁾(1934)の計算値とよい一致を示している。半径方向および円周方向以外の速度分布 v_ϵ (ϵ は半径方向から測った方位角)は v_r と v_θ との合成ベクトルとして与えられ、層流のばあいは図-18bのようになる。Gregory, StuartとWalker⁴⁵⁾(1955)はこれら断面速度分布のうち、その値が正から負に変わる点に変曲点と一致する J 分布($\epsilon = 13^\circ$)に対してこの断面に垂直方向に周期性をもった中立安定な定在波が存在することを見出した。この結果は対数螺旋に沿って並んだ波の存在を示したものであるが、チャイナクレイ法を使った可視化実験や北村の測定によって確かめられており、円周方向の波数は約30である。

擾乱は対数螺旋に沿って半径方向に指数的に増大するが、極めて安定で振幅が周速度の15%に達しても殆ど波形の歪みを生じない。この擾乱は凹面板の境界層に現われるゲルトラー渦に類似すると思われるが、擾乱位相の境界層厚さ方向変化はごくゆるやかでかつ連続的であり、振幅の分布からみても回転を伴う渦構造が擾乱の本質であるとは考え難い。

円板の回転角速度を Ω とすると、 $R_e = r(\Omega/\nu)^{1/2}$

で定義されるレイノルズ数が5を越えると、高調波が現われて非線型の挙動がみられる。最近富田(1981)は北村の行った測定結果の追試を行い、線型域の末期に対数螺旋に沿った直角な方向の波が現われ、次いで擾乱の高速側にスパイク状の2次不安定波が発生することを見出している。この結果はゲルトラー渦の遷移過程と同様で、境界層の遷移における2次元波と3次元波との干渉の重要性を示すものとして重要である。

3次元境界層の乱流域での平均的挙動は2次元境界層に比べて、厚さ方向にゆるやかな方向変化をもっている以外には大きな差異はないが、この中に2次元境界層にみられたと同様な秩序運動が存在するかどうかについては全く資料がない。

以上、境界層の遷移機構と乱流構造に関する最近の研究結果を概説したが、現象は極めて複雑でなお未知の部分が多く、得られた結果の中には相互に撞着するなど流動的な部分もあって今後の研究に待つところが多い。

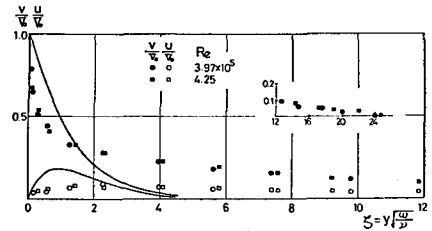
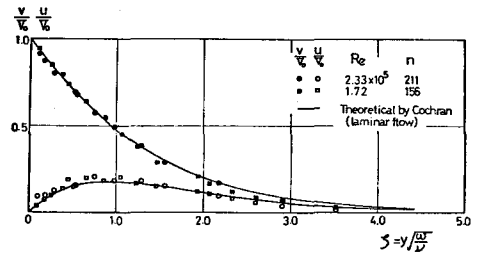


図-18a

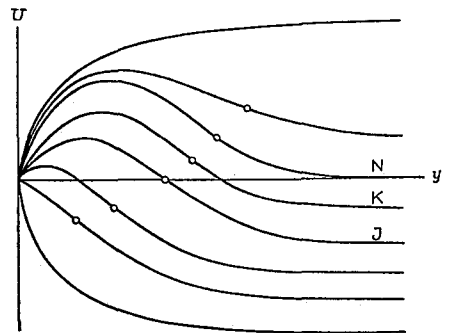


図-18b

参 考 文 献

- 1) Corrsin, S. 1943. Investigation of flow in an axially symmetrical heated jet of air; *J. Fluid Mech.* 1: 191-226
- 2) Townsend, A. A. 1949. The fully developed turbulent wake of a circular cylinder; *Aust. J. Sci. Res. A2*: 451-68
- 3) Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A., Runstadler, P. W. 1967. The structure of turbulent boundary layers; *J. Fluid Mech.* 30: 741-73
- 4) Orr, W. M. F. 1907. The stability or instability of the steady motions of a fluid; *Proc. R. Irish Acad. A27*: 9-27, 69-138
- 5) Sommerfeld, A. 1909. Ein beitrage zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegung; *Atti IV. Congr. Int. Math.*, Rome, 1908, pp. 116-24
- 6) Tollmien, W. 1929. Ueber die Entstehung der Turbulenz; *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. -phys. Kl.*, pp. 21-44
- 7) Schlichting, H. 1933. Amplitudenverteilung und Energiebilanz der Kleinen Störungen bei der Plattengrenzschicht; *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. -phys. Kl.*, 1: 47-78
- 8) Schubauer, G. B., Skramstad, H. K. 1943. Laminar boundary layer oscillations and transition on a flat plate; *NACA Wartime Rep. W-8*; *NACA Tech. Rep. No. 909* (1948)
- 9) Lin, C. C. 1945. On the stability of two-dimensional parallel flows; *Quat. Appl. Math.* 3: 117-42, 218-34, 277-301
- 10) Bouthier, M. 1972, 1973. Stabilité linéaire des écoulement presque parallèles, I, II; *J. Méch.* 11: 599-621, 12: 75-96
- 11) Squire, H. B. 1933. On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls; *Proc. R. Soc. London A142*: 621-28
- 12) Landau, L. D. 1944. On the problem of turbulence (in Russian); *Dokl. Acad. Sci. SSSR* 44: 311-14
- 13) Benny, D. J., Lin, C. C. 1960. On the secondary motion induced by oscillations in a shear flow; *Phys. Fluids* 4: 656-57
- 14) Klebanoff, P. S., Tidstrom, K. D. 1959. Evolution of amplified waves leading to transition in a boundary layer with zero pressure gradient; *NASA Tech. Note D-195*
- 15) 松井辰弥 1963. 平板境界層における3次元擾乱の発生; 岐阜大学工学部研究報告 No 13: 38
- 16) Kovaszny, L. S. G., Komoda, H., Vasudeva, B. R. 1962. Detailed flow field in transition; *Proc. Heat Transfer Fluid Mech. Inst.*, Stanford 1962, pp. 1-26
- 17) Emmons, H. W. 1951. The laminar-turbulent transition in a boundary layer; *J. Aeron. Sci.* 18: 490-98
- 18) Schubauer, G. B., Klebanoff, P. S. 1955. Contributions on the mechanics of boundary layer transition; *NACA Tech. Note No 3489*; *NACA Tech. Rep. No 1289*

- 19) 半田尚子 1976. 乱流スポットの構造 ; 日本大学理工学部学位論文
- 20) Corrsin, S., Kistler, A. L. 1954. Free-stream boundaries of turbulent flows ; NACA Tech. Note No 3133 ; NACA Wartime Rep. W-94
- 21) Einstein, H. A., Li, H. 1956. The viscous sublayer along a smooth boundary layer ; Proc. Am. Soc. Civ. Engrs. 82 : Paper No 945
- 22) Blackwelder, R. F., Kaplan, R. E. 1976. On the wall structure of the turbulent boundary layer ; J. Fluid Mech. 76 Part 1 : 89-112
- 23) Kármán, Th. v. 1930. Mechanische Aehnlichkeit und Turbulenz ; Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. -phys. Kl., pp. 58-76
- 24) Coles, D. 1956. The law of the wake in the turbulent boundary layer ; J. Fluid Mech. 1 : 191-226
- 25) Kovasznay, L. S. G., Kibens, V., Blackwelder, R. F. 1970. Large-scale motion in the intermittent region of a turbulent boundary layer ; J. Fluid Mech. 41 : 283-325
- 26) Grant, H. L. 1958. The large eddies of turbulent motion ; J. Fluid Mech. 4 : 149-90
- 27) 福西祐, 佐藤浩 1980. 第1回アジア流体力学シンポジウムにおいて講演
- 28) Head, M. R. 1980. IUTAM symposium on "the Structure of Turbulent Flows" (Dubrovnik, Yugoslavia)において講演
- 29) Rao, N. K., Narasimha, R., Badri Narayanan M. A. 1971, The bursting phenomenon in a turbulent boundary layer ; Fluid Mech. 48 : 339-52
- 30) 一条真古人, 小橋安次郎 1980. 第1回アジア流体力学シンポジウム (Bangarohi, India)において講演
- 31) Brown, G. L., Thomas, A. S. W. 1977. Large structure in a turbulent boundary layer ; Phys. Fluids 20 : 234-52
- 32) 桜井昭次, 小橋安次郎 1980. 逆圧力勾配のある乱流境界層の間欠領域の構造 ; 日本航空宇宙学会誌 316 : 25-34
- 33) Perry, A. E., Bell, J. B., Joubert, P. N. 1966. Velocity and temperature profiles in adverse pressure gradient turbulent boundary layers ; J. Fluid Mech. 25 : 299-320
- 34) Badri Narayanan, M. A., Ranihee, V. 1969. On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary layer flow ; J. Fluid Mech. 35 : 225-41
- 35) 佐伯哲司 1981. 順圧力勾配下の乱流境界層の挙動に関する実験的研究 ; 北海道大学工学部修論
- 36) Rayleigh, Lord 1916. On the dynamics of revolving fluids ; Proc. R. Soc. London A 93 : 148-54 ; Sci. Pap. 6 : 447-53
- 37) Taylor, G. I. 1923. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders ; Phil. Trans. R. Soc. London A 223 : 289-343 ; Sci. Pap 4 : 34-85
- 38) Görtler, H. 1940. Ueber eine dreidimensionale Instabilität Laminarer Grenzschichten an konkaven Wänden ; Nachr. Ges. Göttingen, Math. -Phys. Kl. 1 : 1-26

- 39) 伊藤光 1980. 凹曲面に沿う縦渦の生成と崩壊；日本航空宇宙学会誌 28 318：25-31
- 40) Obremski, H. J., Fejer, A. A. 1967. Transition in oscillating boundary layer flows；J. Fluid Mech. 29：93-111
- 41) 中川邦夫, 小橋安次郎, 早川道雄 1978. 非定常境界層の遷移に関する研究；機械学会論文集 44：4206-14
- 42) 早川道雄, 小橋安次郎 1980. 第1回アジア流体力学シンポジウム (Banagaroht, India) において講演
- 43) 北村理 1973. 回転円板上に発達する境界層の遷移過程に関する実験的研究；北大工学部修論
- 44) Cochran, W. G. 1934. Flow due to a rotating disk；Proc. Camb. Phil. Soc. 30
- 45) Gregory, N., Stuart, J. T., Walker, W. S. 1955. On the stability of three dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk；Phil. Trans. Roy. Soc. London Ser. A248：155-99