

移動床流れの河床波と流路形態

福岡 捷 二

1. まえがき

移動床流れの河床波および流路形態に関する研究のレビューは、すでに河川の抵抗則、河道計画との関連において水工学夏期研修会において数多くとりあげられ¹⁾ 今日までの学問的・技術的發展と位置づけが明確にされてきた。したがって同様な主題の今日的展望をここで新たに述べる必要性はほとんどないようである。しかし、河川の自由蛇行の発達過程に関し、ここ数年、主として理論面からの新しい展開がみられるようになってきた。すなわち、従来は定性的にしか論じ得なかった自由蛇行が理想化された条件での解析ではあるが実現象を理論的に扱えるようになってきた。池田、日野、吉川²⁾による研究がその嚆矢であり、その後の自由蛇行の研究に重要な方向づけを与えた。すなわち、蛇行流路内の流れを解き、平面曲がりによる遠心力に起因する流心線の偏倚状況から蛇行の発達・前進を論じた。一方、長谷川、山岡³⁾は、蛇行の発達に直接影響する流速分布の偏倚は河道の曲がりばかりでなく河床洗掘あるいは交互砂礫堆にも支配されると考え、池田らと同様な方法による解析を試み、蛇行発達に及ぼすそれぞれの影響について論じた。これより蛇行発生の主因は交互砂礫堆であり蛇行の発達には曲がりにとまなう河床洗掘が最も大きな影響を及ぼすと推論した。これら2つの研究は蛇行を支配するものが何であるかに言及し、蛇行現象を解析的に取り扱えるようにした点できわめて高く評価される。しかし蛇行の発達が側岸の形状と側岸流速の位相差だけで論じているために蛇行の発達・前進速度の定量的な説明には至らなかった。その後、池田ら⁴⁾⁵⁾はこの欠点を取り除くために側岸の浸食速度が側岸流速に比例すると考えて、蛇行平面形状に関する方程式を導き、その線形解より、蛇行の発達率・前進速度を求めている。この解析では、蛇行の振幅は微小振幅の範囲に限定される。Parkerら⁶⁾は池田らの解析を拡張し、StokesのPerturbation法を適用して、この蛇行方程式の非線形解を求め蛇行の発達率・前進速度が蛇行振幅の増大にともなって小さくなることを示した。しかしこの非線形解においても、迂曲のような大きな振幅に至るまでの蛇行の発達過程を説明するには至っていない。また、池田らの導いた蛇行方程式においては、側岸浸食速度がその点の側岸流速に比例すると考えている。しかし、水の流れと土砂の運動との間には必ず位相差が存在する。側岸浸食速度と側岸流砂量の流下方向変化は密接な関係にあるため、蛇行の発達・前進を引き起こす側岸の浸食・堆積は、その点の側岸流速だけでなく側岸流砂量をも考慮しなければ決定し得ない。たとえばある点の側岸流速がいかに大きくても、上流からの土砂供給が相対的に大きければその点で堆積せざるを得ないという事実から明らかである。本文ではこの点に着目し、側岸浸食(堆積)機構を考慮した非平衡状態の側岸流砂量を求め、流砂の連続式を考慮し、従来扱えなかった大振幅に至るまでの蛇行の発達・前進を定量的に論じる⁷⁾⁸⁾。つぎに、一様勾配河川での解析結果を用いて、ゆるやかにかつ連続的に河床勾配が変化するところでの蛇行の発達過程を論じ河道が迂曲から短絡へ移行する過程を考察する。

2. 一様勾配河川での自由蛇行の発達

2.1 蛇行流路内の流れと側岸流砂量

蛇行の発達を促す側岸の浸食・堆積を定量化するためには、蛇行流路内の流れを十分把握し、流れと側岸での土砂輸送を的確に関連づける必要がある。しかし、河川における蛇行現象は極めて複雑であるため、単純化なしには解析的に論じることができない。解析にあたって以下の仮定を行なう。

①平均流下方向（図-1の x 軸方向）の河床勾配は一様であり、時間的に変化しない（このとき蛇行波長 D は一定である）。蛇行が発達し蛇行長 L が長くなるにつれて、河道距離を用いて定義した勾配 i は小さくなる。②横断河床面は水平であり、側岸は鉛直である。③川幅（ $B = 2n_0$ ）は一定であり、水深に比べ十分大きい。したがって、流体に働く摩擦力は河床によって規定され、流体間の横断方向

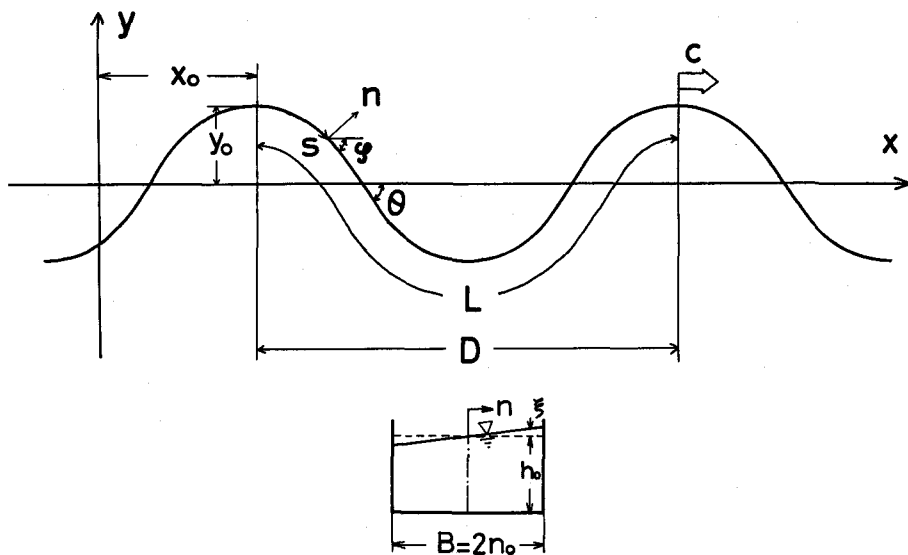


図-1 記号の定義

の相互摩擦は無視できる。④河道曲りの曲率半径は川幅に比べ十分大きい。⑤主流の流速は水深方向に一様である。⑥側岸の浸食土砂は河床に堆積することなく、ある距離流下した同じ側の側岸に堆積する。

本研究では、池田²⁾と同様に河道中心線の平面形状が sine generated curve に従って変化する蛇行を取り扱う。sine generated curve とは、図-1の偏角 φ が流下距離 s に対して sine 変化する曲線である⁹⁾。すなわち、

$$\varphi = \theta \cdot \sin \frac{2\pi s}{L} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。ここで θ を最大偏角と呼ぶ。Langbein & Leopoldによれば、河川の蛇行形状はこの曲線に比較的良好に従うことが示されている。このとき、河道中心線の曲率は定義より、

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{2\pi \theta}{L} \cos \frac{2\pi s}{L} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。

蛇行形状の時間変化が非常にゆっくりしていること、この変化に対して流れの応答が速いことを考慮して、流れは準定常として解く。この流れの流速分布は、Engelund¹⁰⁾、池田ら²⁾により既に解析されているので、ここではその結果を用いる。平均流速 u_0 と平均水深 h_0 の間には等流の条件が成り立ち、

$$gi - f \frac{u_0^2}{2h_0} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで g は重力加速度、 i は s 方向の河床勾配、 f は河床と流体との間の摩擦抵抗係数である。 s 方向の流速 u を平均量 u_0 と偏倚量 u' とに分けたとき、偏倚流速 u' は

$$\frac{u'}{u_0} = a \cdot \sin \frac{2\pi s}{L} + b \cdot \cos \frac{2\pi s}{L} \quad \dots\dots\dots (4.a)$$

$$a = \left(\frac{2\pi h_0}{fL} \right)^2 \frac{\frac{u_0^2}{2gh_0} + 1}{\left(\frac{2\pi h_0}{fL} \right)^2 + 1} \frac{n}{h_0} f\theta \quad \dots\dots\dots (4.b)$$

$$b = \frac{2\pi h_0}{fL} \frac{\frac{u_0^2}{2gh_0} - \left(\frac{2\pi h_0}{fL} \right)^2}{\left(\frac{2\pi h_0}{fL} \right)^2 + 1} \frac{n}{h_0} f\theta \quad \dots\dots\dots (4.c)$$

で与えられる。ここで $n = n_0$ ($= B/2$) とおくと左岸での流速、 $n = -n_0$ とおくと右岸での流速となる。流速偏倚量の絶対値と位相を調べてみる。偏倚量は左岸と右岸とで正負の違いだけであるので、ここでは左岸沿いの流速偏倚量について考える。(4)式を変形すると、

$$\frac{u'}{u_0} = \sqrt{a_l^2 + b_l^2} \cos \left(\frac{2\pi s}{L} - \alpha \right) \quad \dots\dots\dots (5.a)$$

$$\cos \alpha = \frac{b_l}{\sqrt{a_l^2 + b_l^2}} \quad \dots\dots\dots (5.b)$$

$$\sin \alpha = \frac{a_l}{\sqrt{a_l^2 + b_l^2}} \quad \dots\dots\dots (5.c)$$

となる。ここで a_l 、 b_l はそれぞれ、(4.b)、(4.c) 式で $n = n_0$ とおいたものである。流速偏倚量の絶対値と位相差が、蛇行長 L によってどのように変化するかを図-2 に示す。蛇行長が短いとき、流速偏倚量は大きく、蛇行形状に対して、位相は逆位相となる。このとき、流れはポテンシャル流的で、流速は曲がりの内側ほど速く、外側ほど遅くなる。蛇行長が長くなるにしたがって、形状と流速の間の位相差は小さくなり、最大流速を生じる点は上流に移動する(図-3、図-4)。しかし、偏倚量の絶対値はゼロに近づき、流れは一様化されてくる。これは、遠心力の効果に比べ、河床摩擦抵抗の果たす役割が相対的に大きくなるためである。

断面内二次流による横断方向の流砂がほとんどない場合には、側岸の浸食・堆積は側岸に沿う流砂量によって決定される。しかし側岸に沿う流砂量は、現在のところほとんど解明されていない。いま、側岸での流砂量を河床での掃流砂量と同様に、平衡状態(流れ方向に流砂量変化がない状態)では、

(側岸流速) - (限界流速) の4乗に比例すると考えて、次式のようにおく。

$$q_{se} = m \cdot (u - u_c)^4 = m \cdot \{ (u_0 + u') - u_c \}^4 \dots\dots\dots (6)$$

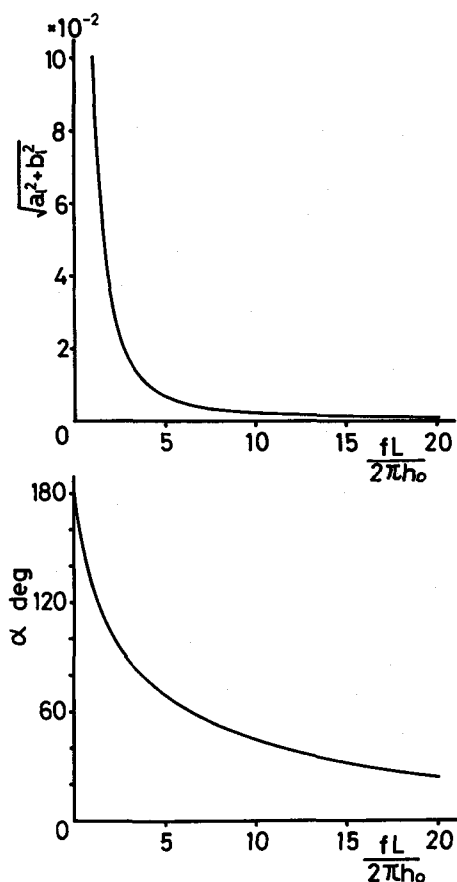


図-2 流速偏倚量の絶対値と位相差

$$(Fr = 0.5, \frac{n_0}{h_0} f\theta = 0.15)$$

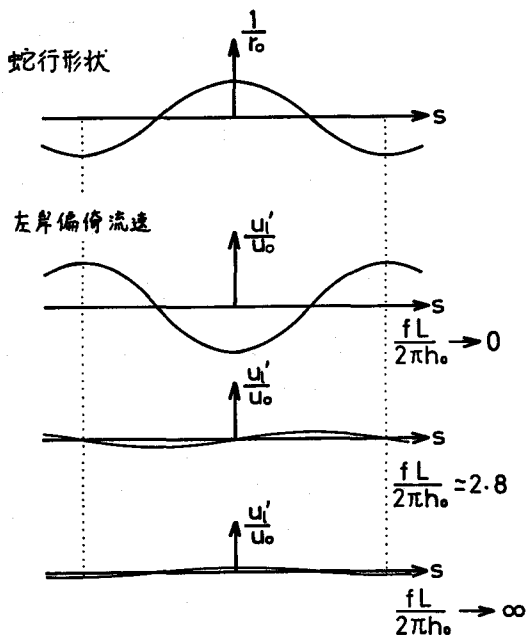


図-3 蛇行長の関数としての左岸偏倚流速

ここに、 u_c は砂粒子の移動限界流速であり、流速がこれより小さい場合には河岸材料の移動はない。
 $u' \ll u_0 - u_c$ を考えると、(6)式は

$$q_{se} = m \cdot u_0^4 \left\{ \left(1 - \frac{u_c}{u_0} \right)^4 + 4 \left(1 - \frac{u_c}{u_0} \right)^3 \frac{u'}{u_0} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。流速が流下方向に変化する場合には、流砂は非平衡状態で流れるため、側岸に沿う非平衡流砂量を求める必要がある。側岸での流砂の連続式は次式となる。

$$\zeta = \frac{1}{1 - \lambda} \frac{\partial q_s}{\partial s} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 ζ は側岸浸食速度、 λ は河岸材料の空きき率、 q_s は側岸の単位深さあたりの流砂量である。
 連続式から明らかなように、側岸流砂量は側岸の浸食・堆積によって場所的に変化する。したがって、

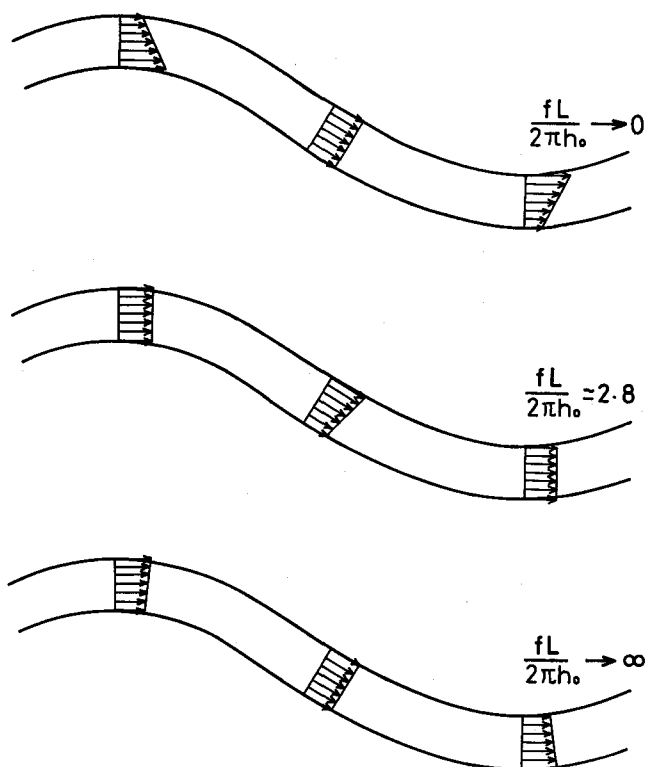


図-4 蛇行流路内の流速分布

側岸の浸食・堆積機構を考慮しなければ側岸流砂量を決定することはできない。水の流れには本来的に土砂を輸送する能力があり、これは平衡状態の流砂量に等しいと考えられる。図-5のA B間での平均的な側岸流砂能力が q_{se} であったとき、上流側A断面から流入する側岸流砂量 q_s がこれより大きい場合には、A断面から流入してきた土砂をB断面から流出しきれずにその一部をA B間に堆積させる。逆に q_s が q_{se} より小さい場合には、流砂能力に余裕がありA B間の側岸が浸食される。したがって、側岸の浸食（堆積）速度は $\zeta \propto (q_{se} - q_s)$ となる。この浸食速度と流砂の連続式(8)から、非平衡流砂量を決定する次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial s} q_s(s) = k \{ q_{se}(s) - q_s(s) \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、正の比例定数 k は、 $[1/(\text{長さ})]$ の次元をもち浸食係数と呼ぶことにする。(9)式の $q_{se}(s)$

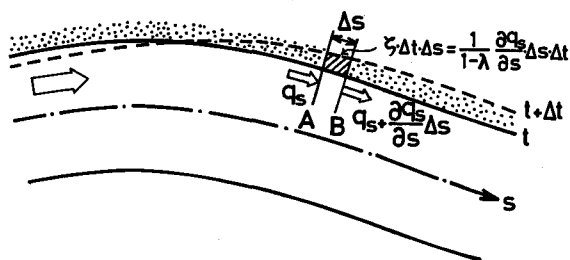
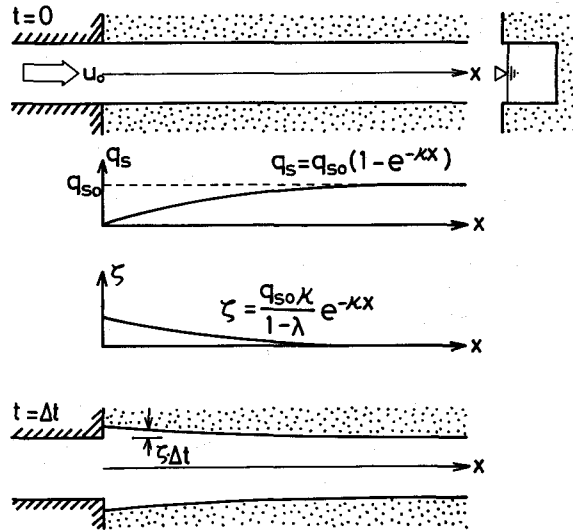


図-5 側岸流砂量と側岸浸食量



図一六 直線流路の側岸流砂量および側岸浸食速度

は(7)式で与えられるので、 k が与えられれば非平衡側岸流砂量が求まる。 k は、図一六に示すように上流端で給砂のない可食性側岸をもつ直線流路での側岸浸食量を検討することにより、内容を知ることが可能である。

次に蛇行流路内の側岸流砂量を求める。ここでは左岸について述べる。(5)式を(7)式に代入することにより、左岸流速に対応する平衡状態の流砂量は

$$q_{se}(s) = \mu u_0^4 \left\{ \left(1 - u_c/u_0\right)^4 + \left(1 - u_c/u_0\right)^3 \left(a_l \sin \frac{2\pi s}{L} + b_l \cos \frac{2\pi s}{L} \right) \right\} \quad (10)$$

となる。直線流路の場合と同様に、上流端での給砂条件は e^{-ks} で側岸流砂量に影響を及ぼす。したがって、上流端での給砂のある、なしにかかわらず、ある距離流下した点の下流側では上流端の影響はない。(10)式を(9)式に代入し、上流端の影響のないところで q_s について解くと、左岸に沿う非平衡状態の流砂量は

$$q_s(s) = \mu u_0^4 \left[\left(1 - \frac{u_c}{u_0}\right)^4 + \frac{4 \left(1 - \frac{u_c}{u_0}\right)^3 k h_0}{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (k h_0)^2} \left\{ \left(a_l k h_0 + b_l \frac{2\pi h_0}{L} \right) \sin \frac{2\pi s}{L} + \left(-a_l \frac{2\pi h_0}{L} + b_l k h_0 \right) \cos \frac{2\pi s}{L} \right\} \right] \quad (11)$$

となる。 q_s を一蛇行長あたりの平均量 q_{s0} とそれからの変動量 q'_s とに分割し、流速変動と流砂量変動の関係を調べる。

$$\frac{q'_s}{q_{s0}} = \sqrt{a_l^2 + b_l^2} \frac{4}{1 - u_c/u_0} \frac{k h_0}{\sqrt{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (k h_0)^2}} \cos \left(\frac{2\pi s}{L} - \alpha - \phi \right) \quad (12.a)$$

$$\cos \phi = \frac{kh_0}{\sqrt{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (kh_0)^2}} \quad \dots\dots\dots (12. b)$$

$$\sin \phi = \frac{\frac{2\pi h_0}{L}}{\sqrt{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (kh_0)^2}} \quad \dots\dots\dots (12. c)$$

側岸流速式(5)，側岸流砂量式(12)より，流速変動量に対する流砂量変動量の割合は，

$$4 kh_0 / \left\{ (1 - u_c / u_0) \sqrt{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (kh_0)^2} \right\}$$

であり，流速の位相に対する流砂量の位相遅れ ϕ は，

$$\cos^{-1} \left\{ kh_0 / \sqrt{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (kh_0)^2} \right\}$$

であることがわかる。これらが蛇行長 L ，浸食係数 k によってどのように変化するかを，図-7に示す。 kL が大きいき，位相遅れはほとんどなく，このときの流砂量は平衡状態の流砂量〔(10)式〕に等しくなる。 kL が小さくなるにしたがって，流砂量の位相遅れは 90° に近づき，変動量の絶対値はゼロに近づく。

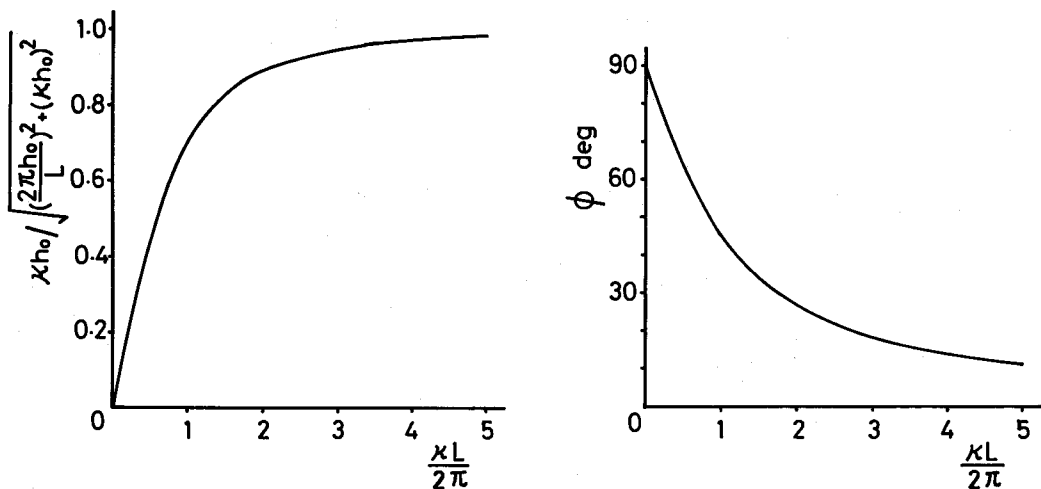


図-7 側岸流砂量の変化

2.2 側岸の浸食（堆積）速度

ここでは，sine generated curve に従う蛇行が，最大偏角 θ を時間とともに変えながら速度 C で前進するときの，各点の側岸浸食（堆積）速度を求める。ある時刻での側岸の位置を決定するために，時間的に変化する (s, n) 座標から固定座標 (x, y) への変換を行なう。河道距離 s を一つの蛇行頂点からとると（図-1）

$$\begin{aligned}
 x(s, n, t) &= x_0 + \int_0^s \cos \varphi ds + n \cdot \sin \varphi \\
 &= x_0 + \int_0^s \cos \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) ds + n \cdot \sin \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(s, n, t) &= y_0 - \int_0^s \sin \varphi ds + n \cdot \cos \varphi \\
 &= y_0 - \int_0^s \sin \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) ds + n \cdot \cos \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

となる。ここに x_0 は蛇行頂点の x 座標であり、この点は速度 C で前進する ($\frac{dx_0}{dt} = C$)。 y_0 は河道中心の蛇行振幅である。(13)、(14) 式の積分は、被積分関数をベッセル関数 $J_\nu(\theta)$ で展開することによって可能となる。すなわち、

$$\cos \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) = J_0(\theta) + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}(\theta) \cdot \cos 2\nu \frac{2\pi s}{L} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\sin \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) = 2 \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(\theta) \cdot \sin (2\nu+1) \frac{2\pi s}{L} \quad \dots\dots\dots (16)$$

である。(15)、(16) 式を (13)、(14) 式に代入し、 $y(\frac{L}{4}, 0, t) = 0$ を考慮すると、

$$\begin{aligned}
 x(s, n, t) &= x_0 + J_0(\theta) \cdot s + 2 \frac{L}{2\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2\nu} J_{2\nu}(\theta) \cdot \sin 2\nu \frac{2\pi s}{L} \\
 &\quad + n \cdot \sin \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(s, n, t) &= 2 \frac{L}{2\pi} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2\nu+1} J_{2\nu+1}(\theta) \cdot \cos (2\nu+1) \frac{2\pi s}{L} \\
 &\quad + n \cdot \cos \left(\theta \sin \frac{2\pi s}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

$$y_0 = 2 \frac{L}{2\pi} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2\nu+1} J_{2\nu+1}(\theta) \quad \dots\dots\dots (19)$$

が得られる。蛇行長 L と時間的に変化しない蛇行波長 D との関係は (17) 式より、

$$D = x(L, 0, t) - x(0, 0, t) = J_0(\theta) \cdot L \quad \dots\dots\dots (20)$$

で与えられる。蛇行が発達・前進しているとき、左岸の浸食速度を ζ とする。図-8において、時刻 t での左岸の位置 0 点の座標 (x, y) は、時刻 t での (s, n) 座標で表わすと、 $[x(s, n_0, t), y(s, n_0, t)]$ であり、時刻 $t + \Delta t$ での (s, n) 座標で表わすと、 $[x(s + \Delta s, n_0 - \zeta \Delta t, t + \Delta t), y(s + \Delta s, n_0 - \zeta \Delta t, t + \Delta t)]$ となる。両者の対応する座標は相等しく、

$$x(s, n_0, t) = x(s + \Delta s, n_0 - \zeta \Delta t, t + \Delta t) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$y(s, n_0, t) = y(s + \Delta s, n_0 - \zeta \Delta t, t + \Delta t) \quad \dots\dots\dots (22)$$

が成り立つ。 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限で、(21)、(22) 式の右边を展開し、二次以上の微小項を省略して整理

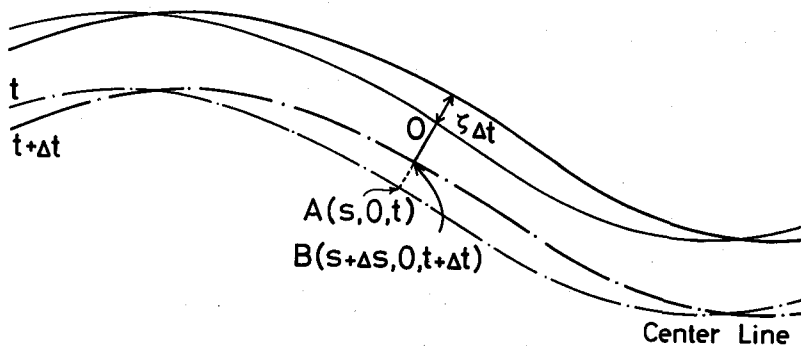


図-8 左岸浸食幅

すると,

$$\left. \frac{\partial x}{\partial n} \right|_{(s, n_0, t)} \cdot \zeta - \left. \frac{\partial x}{\partial s} \right|_{(s, n_0, t)} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{(s, n_0, t)} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \frac{\partial y}{\partial n} \right|_{(s, n_0, t)} \cdot \zeta - \left. \frac{\partial y}{\partial s} \right|_{(s, n_0, t)} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{(s, n_0, t)} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。(23), (24) 式を連立して解くと, 左岸の浸食速度は次式で表わされる。

$$\zeta = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & -\frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial t} & -\frac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix}_{(s, n_0, t)}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial n} & -\frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial n} & -\frac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix}_{(s, n_0, t)}} \quad \dots\dots\dots (25)$$

(17), (18) 式を (25) 式に代入し, $dL/dt = -(L/J_0) \{ \partial J_0(\theta) / \partial \theta \} \cdot (d\theta/dt)$ を考慮すると, 若干の計算ののち, 左岸の浸食速度 ζ が求まる。

$$\begin{aligned} \zeta = & 2C \left(J_1 \sin \frac{2\pi s}{L} + J_3 \sin 3 \frac{2\pi s}{L} + \dots \right) \\ & + \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \frac{L}{2\pi} \frac{2}{J_0} \left(J_1 \cos \frac{2\pi s}{L} + J_3 \cos 3 \frac{2\pi s}{L} + \dots \right) \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

川幅が一定であることから, ζ を右岸の堆積速度として同様の解析を行なうと, ζ は (26) 式と同一のものとなる。 θ が大きくなるにつれて, (26) 式の第 2, 第 4 項はそれぞれ第 1, 第 3 項に比べ無視

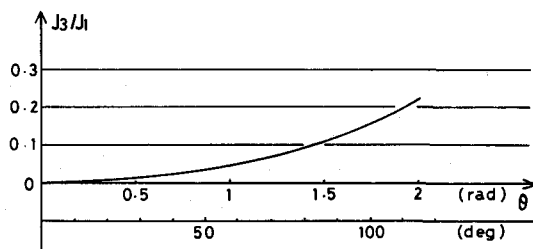


図-9 (26) 式のオーダー比較

し得ない大きさとなるが、図-9に示すように θ が大きくない範囲 ($\theta \lesssim 80^\circ$) では第2, 第4項は無視でき、側岸浸食速度は次の近似式で表現できる。

$$\zeta = 2CJ_1 \sin \frac{2\pi s}{L} + \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \frac{L}{2\pi} \frac{2J_1}{J_0} \cos \frac{2\pi s}{L} \dots\dots\dots (27)$$

2.3 蛇行の発達率・前進速度

側岸流砂量が場所的に変化するとき、側岸では浸食・堆積が生じ、その結果蛇行は発達・移動する。すなわち、曲がりの凹岸で浸食し凸岸で堆積が生じると蛇行は発達し、曲がりが凹から凸に変わる岸で浸食、凸から凹に変わる岸で堆積が生じると蛇行は前進する。このような蛇行の発達過程を定式化するためには、2.1, 2.2で議論した側岸流砂量と側岸浸食速度を関係づけて論じなければならない。この両者をつなぐ関係式は流砂の連続式(8)である。側岸流砂量式(11), 側岸浸食速度(27)式を連続式(8)に代入し、恒等的に成立する条件より蛇行の発達率 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$, 前進速度Cが求まる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = & \frac{4\mu_0^4 \left(1 - \frac{u_c}{u_0}\right)^3 \frac{n_0}{h_0} J_0 \theta}{2(1-\lambda) h_0^2 J_1} \cdot \frac{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^3 k h_0}{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (k h_0)^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + f^2} \\ & \times \left[f k h_0 \frac{2\pi h_0}{L} \left(\frac{u_0^2}{2gh_0} + 1\right) + \frac{2\pi h_0}{L} \left\{ f^2 \frac{u_0^2}{2gh_0} - \left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 \right\} \right] \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C = & \frac{4\mu_0^4 \left(1 - \frac{u_c}{u_0}\right)^3 \frac{n_0}{h_0} \theta}{2(1-\lambda) h_0 J_1} \cdot \frac{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 k h_0}{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + (k h_0)^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 + f^2} \\ & \times \left[f \left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 \left(\frac{u_0^2}{2gh_0} + 1\right) - k h_0 \left\{ f^2 \frac{u_0^2}{2gh_0} - \left(\frac{2\pi h_0}{L}\right)^2 \right\} \right] \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

蛇行振幅 y_0 , 蛇行波長D, 最大偏角 θ との間に成立する関係式

$$y_0 = \frac{D}{\pi J_\nu(\theta)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{J_{2\nu+1}(\theta)}{2\nu+1}$$

を用い、最大偏角変化率を蛇行振幅の変化率に変換すると(30)式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{dy_0}{dt} = \frac{dy_0}{d\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = & \frac{D}{\pi J_0^2} \left\{ J_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2(2\nu+1)} (J_{2\nu} - J_{2\nu+2}) \right. \\ & \left. + J_1 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2\nu+1} J_{2\nu+1} \right\} \frac{d\theta}{dt} \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

ここに、 u_0 , h_0 は流路が蛇行しているときの等流の平均流速, 平均水深であるので、蛇行の発達に伴って変化する量である。そこで、これらを直線流路時の平均流速 $\bar{u}_0$, 水深 $\bar{h}_0$ および最大偏角 θ の関数で表わすことにする。河道の中心線に沿ったs方向の勾配 i は蛇行の発達による河道距離の増加に伴って緩やかになり、x軸に沿う平均流下方向の勾配 i_0 との間に $i = (D/L) i_0 = J_0(\theta) \cdot i_0$ となる関係が成立する。このとき、平均量を決定する方程式(3)より、 $u_0 = J_0(\theta)^{1/3} \bar{u}_0$, $h_0 = J_0(\theta)$

$^{-1/3} \bar{h}_0$ が得られる。これらの関係式を用い、蛇行の発達率、前進速度を直線流路時の平均量と最大偏角 θ の関数で表わす。

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{4m\bar{u}_0^4 \left(1 - \frac{u_c}{\bar{u}_0} J_0^{-1/3}\right)^3 \frac{n_0}{\bar{h}_0} J_0^{7/3} \theta \left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0\right)^3 k\bar{h}_0}{2(1-\lambda) \bar{h}_0^2 J_1} \frac{1}{\left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0\right)^2 + (k\bar{h}_0)^2} \frac{1}{\left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0^{2/3}\right)^2 + f^2} \\ \times \left[f k \bar{h}_0 \frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0^{2/3} \left(\frac{\bar{u}_0^2}{2g\bar{h}_0} J_0 + 1\right) + \frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0 \left\{ f^2 \frac{\bar{u}_0^2}{2g\bar{h}_0} J_0 - \left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0^{2/3}\right)^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$C = \frac{4m\bar{u}_0^4 \left(1 - \frac{u_c}{\bar{u}_0} J_0^{-1/3}\right)^3 \frac{n_0}{\bar{h}_0} J_0^{4/3} \theta}{2(1-\lambda) \bar{h}_0 J_1} \frac{\left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0\right)^2 k\bar{h}_0}{\left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0\right)^2 + (k\bar{h}_0)^2} \frac{1}{\left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0^{2/3}\right)^2 + f^2} \\ \times \left[f \left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D}\right)^2 J_0^{5/3} \left(\frac{\bar{u}_0^2}{2g\bar{h}_0} J_0 + 1\right) - k\bar{h}_0 \left\{ f^2 \frac{\bar{u}_0^2}{2g\bar{h}_0} J_0 - \left(\frac{2\pi\bar{h}_0}{D} J_0^{2/3}\right)^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (32)$$

(31), (32) 式は蛇行の発生時ばかりでなく、蛇行振幅の大きい範囲まで発達率、前進速度を定量的に表現する。

図-10は (31), (32) 式によって計算した蛇行形状の経時変化の一例である。計算条件は石狩川河口わん曲部での実測データ³⁾を用いている。最大偏角が小さいうちは蛇行の下流への移動が活発であるが、最大偏角が大きくなるにしたがって蛇行の発達・前進が不活発となることがわかる。図-11は同じ条件で、最大偏角 θ によって発達率・前進速度がどのように変化するかを示したものである。

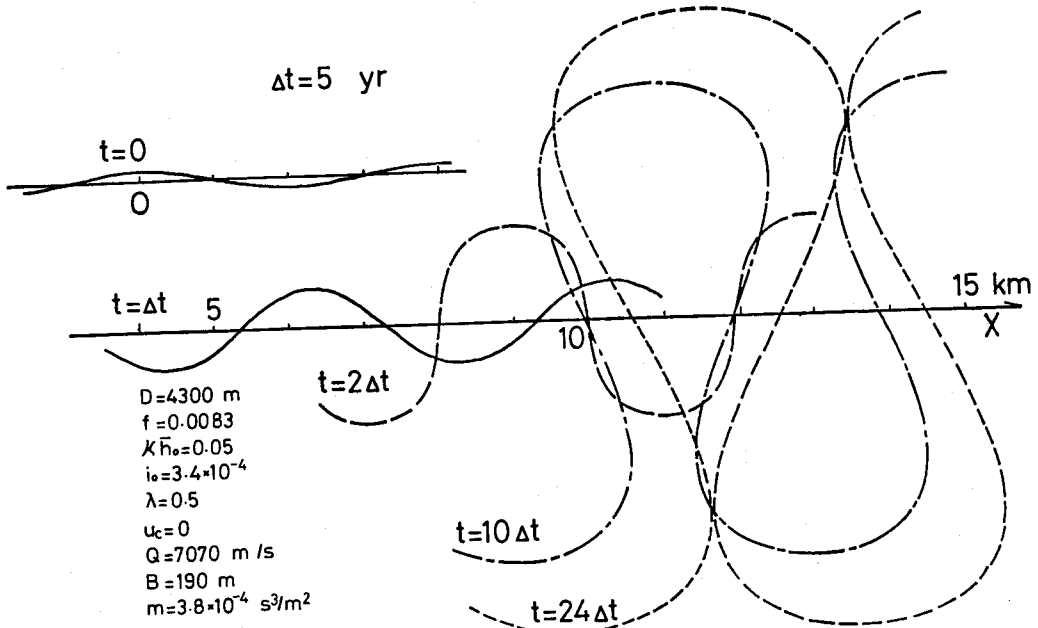


図-10 蛇行形状の経時変化

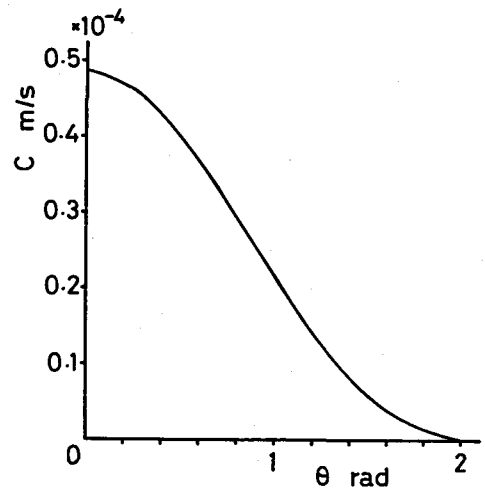
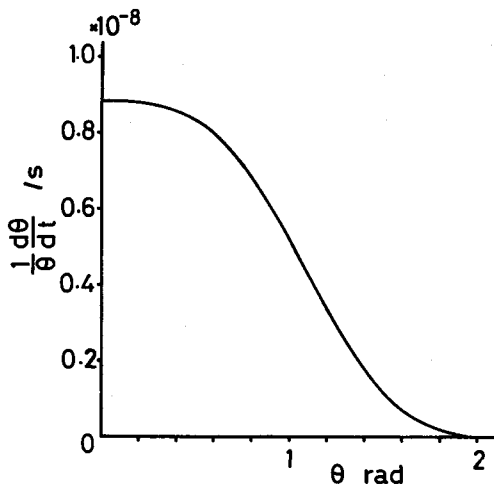


図-11 θ による発達率, 前進速度の変化

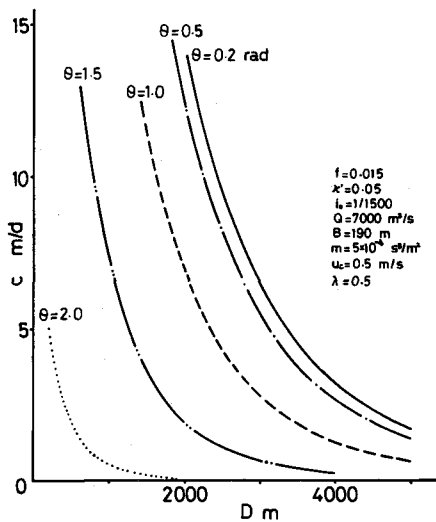


図-12 波長, 最大偏角による
前進速度の変化

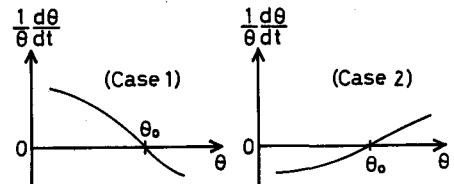


図-13 安定蛇行形状の存在, 非存在

図によれば θ の増大にともなって, 発達率, 前進速度は単調に減少する。これは, θ の増加が河道に沿った勾配を減少させるため掃流力が減ずること, 蛇行長 L の増加が流速偏倚量を減少させることなどによるものである。蛇行の前進速度 C は (22) 式が示すように最大偏角 θ ばかりでなく, 蛇行波長 D によって大きく変化する。図-12は, これらの関係を示したものである。最大偏角が同一, すなわち平面形状が相似な蛇行の前進速度は波長の長いものほど小さくなる。これは波長が長いほど河道中心線の曲率が小さくなり遠心力に起因する流速偏倚が小さくなること, 蛇行形状と側岸浸食速度の位相差が小さくなることによる。

次に, 蛇行が発達してある状態に達したならばそれ以上の形状変化が起らないかどうか, すなわち蛇行の安定形状が存在するかどうかを調べてみる。これは, (31) 式の〔 〕内の値をゼロとする θ が存在するかどうかにかかわっている。 θ の増加にともなって $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$ がゼロの値をとるのは, $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$ が正から負に変化する間でゼロをとる場合 (図-13 Case 1) と, 負から正に変化する間でゼロをとる場合

(図-13 Case 2) の2つがあり、両者では $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = 0$ の持つ意味がまったく異なる。すなわち、 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = 0$ となる θ を θ_0 とおいたとき、Case 1 では $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} > 0$ の範囲 ($\theta < \theta_0$) で θ を増大させて θ_0 に近づき、 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} < 0$ の範囲 ($\theta_0 < \theta$) で θ を減少させて θ_0 に近づく。一方 Case 2 では、 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} < 0$ の範囲 ($\theta < \theta_0$) で θ を減少させて θ_0 から離れ、 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} > 0$ の範囲 ($\theta_0 < \theta$) で θ を増大させて θ_0 から離れるため、この場合には $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = 0$ は不安定である。したがって安定な蛇行形状が存在するのは Case 1 の場合のみである。(31) 式は θ の変化に対して、Case 2 と同様な変化または、非常に大きな値 θ でしか $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$ は零とならないために、安定した蛇行形状は存在しないことがわかる。しかし、 θ の増加によって河道中心線に沿った勾配が非常に緩やかになり、側岸での掃流力が限界掃流力に達した場合には、もはや側岸の浸食・堆積はなくなり蛇行は発達・移動しなくなる。この状況もまた蛇行の安定形状と考えることができる。

上述の議論では流量が一定の状態を考えてきたが、流量が変化する場合には、蛇行の発達、減衰が起こり得る。次にこの場合を考えてみる。図-14に示すように、ある一定流量 Q_1 のもとで波長 D の蛇行が発達し続けているとき、突然の流量の減少 (Q_2) は単に蛇行の発達率を減少させるだけであるが、ある程度の流量増加 (Q_3) があると今度は逆に蛇行は減衰する。そのまま大流量が続くと、波長 D の蛇行は消滅し、その大流量に対応する卓越波長の蛇行が発生する。河川では長期間一定の流量が流れることは稀で、むしろ流量はある範囲内で変動していると考えられる。このとき蛇行は発達、減衰をくり返し、最大偏角 θ 、したがって蛇行長 L がある範囲内の値をとり、あたかも安定した最大偏角と蛇行長をとっているかのように見える。

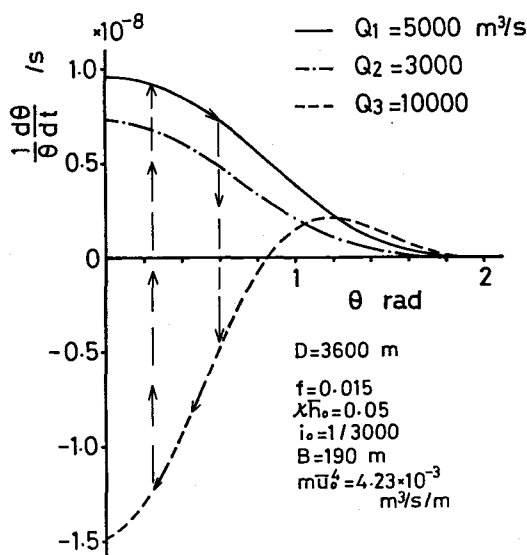


図-14 流量による発達率の変化

2.4 卓越蛇行波長

直線流路からの蛇行の発生は、最大偏角 θ が微小な場合についてその偏角が時間とともに増大するか否かを調べれば良い。 $\theta \approx 0$ で与えられる最大偏角の微小擾乱に対して、 $\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} > 0$ である蛇行は、流量が一定のもとでは、その後減衰することはない。したがって直線流路から発生する蛇行は、 $\left[\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \right]_{\theta=0} > 0$ を満たす波長をもつ蛇行である。(31) 式において $\theta \approx 0$ のとき、 $J_0(\theta) = 1$,

$J_1(\theta) = \frac{\theta}{2}$ であるので、 $k_D = 2\pi\bar{h}_0/D$ 、 $k' = k\bar{h}_0$ 、 $F_r^2 = \bar{u}_0^2/(g\bar{h}_0)$ なる変換を行なうと、このときの蛇行の発達率は次式となる。

$$\left[\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \right]_{\theta=0} = \frac{4m\bar{u}_0^4 \left(1 - \frac{u_c}{\bar{u}_0}\right)^3 \frac{n_0}{\bar{h}_0}}{(1-\lambda)\bar{h}_0^2} \frac{k_D^3 k'}{k_D^2 + k'^2} \frac{1}{k_D^2 + f^2} \\ \times \left[f k' k_D \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) + k_D \left\{ \frac{1}{2} f^2 F_r^2 - k_D'^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (33)$$

これより、発生蛇行波数は

$$k_D'^2 < f k' \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) + \frac{1}{2} f^2 F_r^2 = k_{DS}'^2 \quad \dots\dots\dots (34)$$

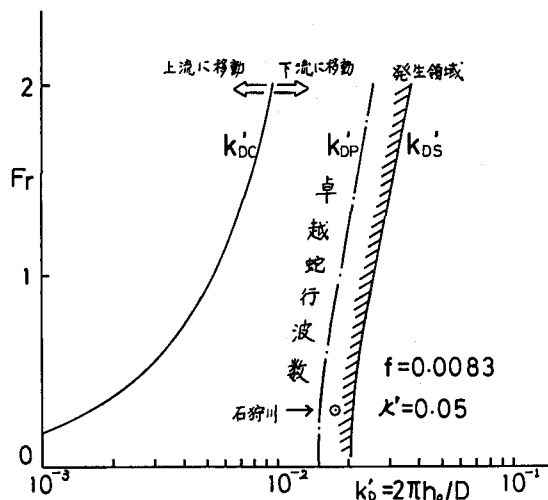
となる。同様に (32) 式より、 $\theta \neq 0$ に対して蛇行が下流に移動する条件は、

$$k_D'^2 > \frac{\frac{1}{2} f^2 k' F_r^2}{f \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) + k'} = k_{DC}'^2 \quad \dots\dots\dots (35)$$

となる。 k_{DS}' と k_{DC}' の大きさを比較すると、常に $k_{DC}' < k_{DS}'$ が成り立つ。従来、沖積地河川での蛇行は下流にのみ移動すると言われていたが²⁾⁴⁾、側岸での非平衡流砂を考慮した本解析においては、相対的に波長の長い蛇行は上流に移動する。

蛇行が発生しはじめてからその振幅を増しても、蛇行波長は発生時のものと変わらないので、初期発達率を最大にする波長が最も発生しやすい蛇行の波長である。(33) 式が極値をとる条件は

$$\frac{\partial}{\partial k_D'} \left[\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \right]_{\theta=0} = 0 \text{ で与えられる。すなわち、}$$



図一15 蛇行の発生領域図

$$\begin{aligned}
F(k_D'^2) &= k_D'^6 + 2(k'^2 + f^2) k_D'^4 - \left\{ f \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) k'^3 + \frac{1}{2} f^2 F_r^2 k'^2 \right. \\
&\quad \left. - 3 f^2 k'^2 + f^3 \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) k' + \frac{1}{2} f^4 F_r^4 \right\} k_D'^2 \\
&\quad - 2 \left\{ f^3 \left(\frac{1}{2} F_r^2 + 1 \right) k'^3 + \frac{1}{2} f^4 F_r^2 k'^2 \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (36)
\end{aligned}$$

となる。 $F(k_D'^2) = 0$ を満たす k_D' が卓越蛇行波数であり、これを k_{DP}' で表わす。(36)式より、

$F(k_D'^2) = 0$ を満たす $k_D'^2$ は $k_D'^2 > 0$ の範囲でただ1つ存在する。(34)、(35)式および(36)式より、 $F(k_{DC}') < 0$ 、 $F(k_{DS}') > 0$ なる関係式が得られ、これより $k_{DC}' < k_{DP}' < k_{DS}'$ なる関係式を得る。 k_{DC}' 、 k_{DP}' 、 k_{DS}' を F_r の関数として図-15に示す。これより、上流に移動する蛇行は下流に移動するものより相対的に波長が長いこと、また卓越波長をもつ蛇行は必ず下流に移動するため、上流に移動する蛇行は発生しにくいことがわかる。

ここまでは計算の簡単化のために、卓越波長を無次元化して表わしてきたが、次元量にもどして蛇行波長について考察する。無次元の卓越蛇行波数 k_{DP}' を卓越蛇行波長 D_P に変換し直す。

$$D_P = 2\pi \bar{h}_0 / k_{DP}' \quad \dots\dots\dots (37)$$

流量 Q 、川幅 B が一定の場合には、勾配 i_0 が大きくなるにつれて $\bar{h}_0$ は小さく、 F_r は大きくなる。

k_{DP}' は F_r に対して単調に増加するので(図-15)、卓越蛇行波長 D_P は勾配の増加とともに減少する。図-16はこの1例を示したものである。

2.5 Regime 理論の水理学的意義

Regime 理論とは、自然河川で流量と川幅、川幅と蛇行波長、流量と蛇行波長等の関係を経験的に求めたものである¹¹⁾。池田ら²⁾は流量と川幅の関係として $B \propto Q^{1/2}$ を与え、流量と蛇行長について $L \propto Q^{0.35}$ の関係を導いている。ここでは、同様に流量と川幅の関係式を用いて、川幅と蛇行波長、流量と蛇行波長の関係を理論的に求め、Regime 理論として知られている関係式の水理学的意味を考察する。勾配 i_0 、摩擦係数 f が一定のものとは(3)式より $F_r = \sqrt{2 i_0 / f}$ となる。 F_r は流量、川幅によらず一定であるので k_{DP}' も一定となり、蛇行波長は平均水深 $\bar{h}_0$ に比例する。平均水深に関する式 $\bar{h}_0 = \sqrt[3]{f Q^2 / (2 g i_0 B^2)}$ を用いて(37)式を変形すると、

$$D_P = \frac{2\pi}{k_{DP}'} \sqrt[3]{\frac{f Q^2}{2 g i_0 B^2}} \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。一般に安定した川幅は流量、勾配、河岸材料によって決まる。安定した川幅と流量との関係は、日本の中間地河道では、ほぼ $B = (2.5 \sim 8) Q^{1/2}$ となる¹²⁾(図-17)。この関係式を(38)式に代入すると直ちに

$$D_P \propto Q^{1/3} \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$D_P \propto B^2/3 \quad \dots\dots\dots (40)$$

を得る。自然河川では平均的に $D \propto Q^{1/2}$ 、 $D \propto B$ と言われているが、実測の流量と川幅の関係式を用いて、卓越蛇行波長の計算を行なった結果、実測値のパラツキの範囲内で、理論は実測の蛇行波長をほぼ説明する(図-18、図-19)。

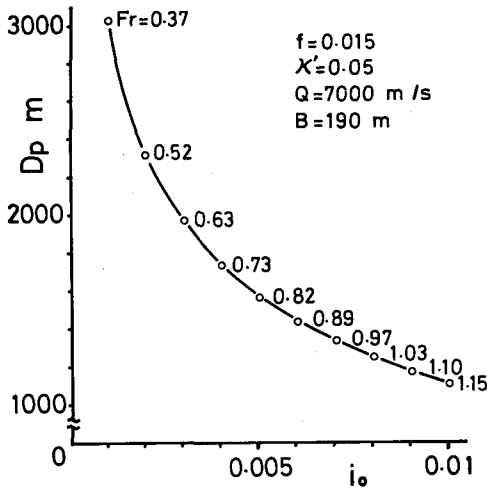


図-16 勾配による蛇行波長の変化

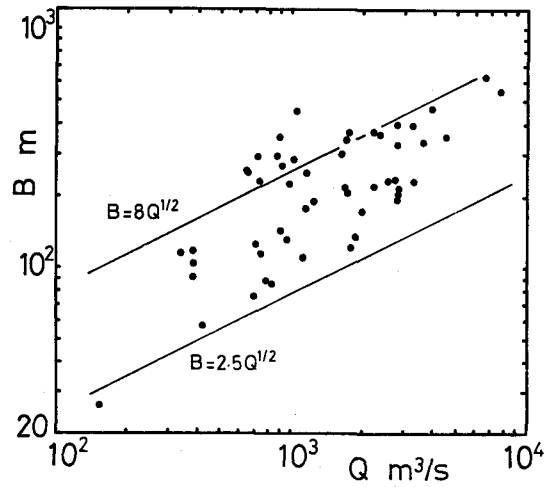


図-17 流量と川幅の関係

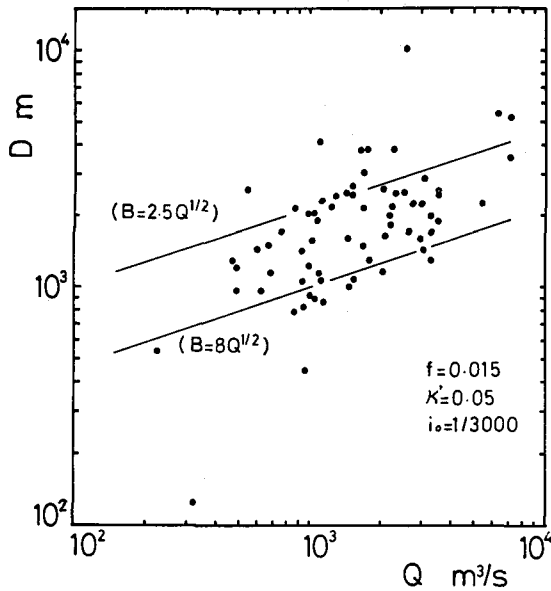


図-18 流量と蛇行波長の関係

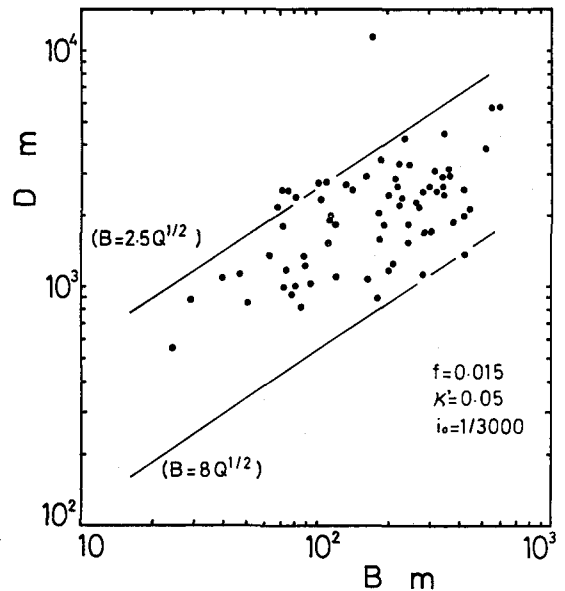


図-19 川幅と蛇行波長の関係

3. ゆるやかに勾配が変化する河川での自由蛇行の発達

3.1 基礎方程式⁸⁾

勾配が緩やかに変化し、河床と流れとの間に位相差がほとんどない場合には、ある地点の流れはその地点の勾配に等しい一様勾配流路上の流れで近似できる。ここでは、一様勾配流路での蛇行の理論解析結果を用いてゆるやかに勾配が変化する河道での蛇行の発達過程を検討する。河床の縦断勾配が一様でない場合、上下流での蛇行の前進速度に差が生じる。このため蛇行波長の伸縮、最大偏角の増減が生じる。図-20に示すように時刻 t に x の位置にあった蛇行は時刻 $t + \Delta t$ に $x + C \Delta t$ の位置まで前進する。このとき蛇行の移動に伴う波長の変化を記述する式は

$$D(x + C\Delta t, t + \Delta t) = D(x, t) \left\{ C(x + \frac{D}{2}, t) - C(x - \frac{D}{2}, t) \right\} \Delta t \quad \dots (41)$$

となる。 Δt が十分小さいとき(41)式を展開することにより蛇行波長の時間変化率は近似的に次式で表現できる。

$$\frac{\partial D}{\partial t} = D \frac{\partial C}{\partial x} - C \frac{\partial D}{\partial x} \quad \dots (42)$$

(42)式は波長の時間変化が流下方向の前進速度の差によるものと、上流からの伝播によるものの和になることを意味する。一方、蛇行振幅の変化を記述する基礎式は

$$y_0(x + C\Delta t, t + \Delta t) = y_0(x, t) + \left[\frac{dy_0}{dt} \right]_u \cdot \Delta t \quad \dots (43)$$

で与えられる。 $\left[\frac{dy_0}{dt} \right]_u$ は蛇行の前進速度と同じ速度で動く座標系からみたときの振幅の増加率であり、一様勾配河川での振幅変化率を表す(30)式に等しいと考える。 Δt が十分に小さいとき(43)式の左辺を展開することにより蛇行振幅の時間変化率は(44)式で与えられる。

$$\frac{\partial y_0}{\partial t} = \left[\frac{dy_0}{dt} \right]_u - C \frac{\partial y_0}{\partial x} \quad \dots (44)$$

前述の y_0 , D , θ の間の関係式を用いて振幅の時間変化率を最大偏角の時間変化率に変換すると若干の計算のち

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial D} \left(\frac{\partial D}{\partial t} + C \frac{\partial D}{\partial x} \right) + \left[\frac{d\theta}{dt} \right]_u - C \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \dots (45.a)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial D} = - \frac{J_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2\nu+1} J_{2\nu+1}}{D \left\{ J_1 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2\nu+1} J_{2\nu+1} + J_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{2(2\nu+1)} (J_{2\nu} - J_{2\nu+2}) \right\}} \quad \dots (45.b)$$

を得る。(45.a)式は最大偏角の時間変化が波長変化によるもの、振幅変化によるものおよび上流からの伝播によるものの和で表わされることを示す。

3.2 蛇曲から迂曲・短絡への移行

初期蛇行波長 $D(x, 0)$ 、初期最大偏角 $\theta(x, 0)$ を与えると、(42)式、(45)式を数値計算することにより、その後の蛇行発達過程の解析が可能となる。初期蛇行波長としてその点の勾配に対応する卓越蛇行波長を、初期最大偏角として流下方向に一樣に $\theta(x, 0) = 0.2 \text{ rad}$ を与え、河床高 Z が平均流下方向の距離 x に対して放物線形の変化をしている場合の計算を行なった。水理量は、 i_0 を除いて図-12に示したものと同じものを用いている。図-21に河床高を、図-22、図-23、図-24にそれぞれ、蛇行波長、前進速度、最大偏角の時間変化を示す。初期蛇行波長は

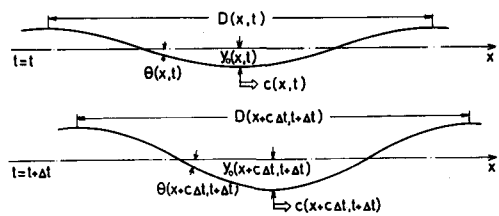


図-20 蛇行波長、最大偏角の時間変化

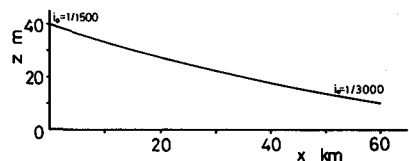


図-21 河床縦断形状

勾配の急な上流側ほど小さい。前述したように波長の小さい蛇行ほど前進速度が大きいため、時刻 $t = 0$ では全域で波長が時間的に減少する。側岸浸食量の大きな上流側では蛇行が発達しやすく、時間が経過するに従って最大偏角は上流側ほど大きくなる。最大偏角が大きいほど前進速度は小さい(図-12)ため、下流側的前進速度の方が大きくなる区域が生じ(図-23, $t = 2$ yr), その区域では蛇行波長が時間的に増大する(図-22, $t = 2$ yr 以降の $x = 0 \sim 20$ km 付近)。時間が経過するに従ってこの現象が全域で見られるようになり、最終的(蛇行発達の激しい上流側での河道短絡が発生するまで)には、蛇行波長はほぼその地点の勾配に対応する卓越蛇行波長に落ち着く。

自然河川では蛇行の迂曲から短絡への移行は、河床が急勾配から緩勾配へ変化する地点で多くみられる。本節では、河道の短絡が生じる原因を考察する。池田ら²⁾は、蛇曲から迂曲そして短絡への移行は勾配変化による蛇行の前進速度の差に起因すると考えた。すなわち、池田らの理論では、蛇行長が勾配により一義的に決定される。したがって、勾配が急な上流ほど蛇行長が小さく蛇行の前進速度は大きい。一方、勾配が小さな下流ほど蛇行長は大きく、前進速度は小さくなる。このため蛇行のおしつまりが生じ河道の短絡が生じやすいと推論した。しかし、池田らの推論では、蛇行長が時間的に変化せず、その結果、前進速度が時間的に変化しないとしているところに問題点が残されている。実際には、蛇行長および前進速度は時間的に変化し、このことが勾配が変化する河道での蛇行の挙動を支配する重要な要因と考えられる。

最大偏角、蛇行波長の変化とともに前進速度が変化することが考慮されている前節での解析では、発達の初期段階にみられる蛇行のおしつまりは最終的には消失することが示された。したがって、ゆるやかに勾配が変化する限り勾配の変化は河道短絡の原因とはなり得ない。いま、なにか別の原因で蛇行振幅の増大が生じ、河道の上流部で短絡が生じたものとする。この影響はどのように下流に伝播するのだろうか？ひとたび短絡が生じると短絡部の河道の最大偏角が激減する。このため、この河道部分の前進速度が大きくなり下流の蛇行をおしつめ迂曲から短絡への移行を促進する。この過程が繰返されることによって河道短絡の発生が上流から下流へ伝播してゆく。

それでは河道短絡伝播のきっかけとなる最初の短絡はなぜ現われるのであろうか？。自然河道の短絡は勾配変化部に集中しているが、これは勾配変化地点付近での蛇行形状と水流の複雑な相互作用と河岸構成材料の不均一性に起因していると思われる。

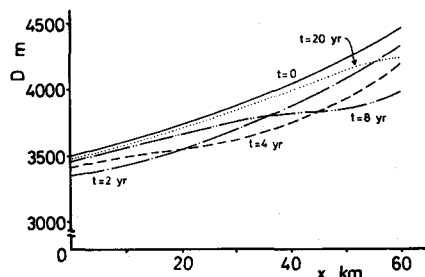


図-22 蛇行波長の時間変化

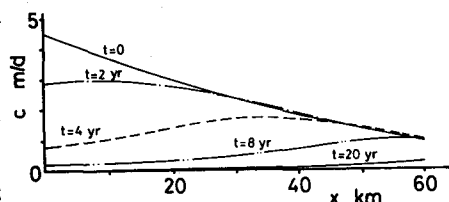


図-23 前進速度の時間変化

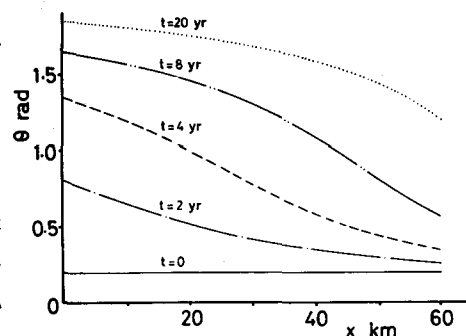


図-24 最大偏角の時間変化

4. ま と め

水流が移動床上を流れるときに流砂量と流速の間に位相差が存在し、この位相差が河床波の発達に重要な役割を果たすことはよく知られている。蛇行の発達・前進にも蛇行形状と側岸流速・側岸浸食速度の間の位相差が重要な役割を果たすと考えられ、このメカニズムが自由蛇行の理論の中で考慮されなければならない。ここで扱った解析では側岸上の流砂量の非平衡性を考慮しているために必然的に遅れのメカニズムが組込まれている。さらに位相差だけではなく流砂量変動量の大きさも平衡状態の流砂量変動量と異なってくる。すなわち平衡状態の流砂量変動量を $q'_s(x)$ とするとき、非平衡状態の流砂量変動量は単に遅れ距離 δ をとりこんだ形 $q'_s(x - \delta)$ となるのではなく、 $\beta q'_s(x - \delta)$ と表現される。ここに、 $0 < \beta < 1$ である。

自由蛇行の発達過程を取り扱った従来の解析的研究は微小振幅理論もしくはこの領域をやや拡張した理論であるため大きな曲がりに至るまでの蛇行の発達過程を説明することはできなかった。しかし sine generated curve をもつ蛇行形状の中の流れを解き、形状の幾何学的条件、流砂の連続条件より求めた本解析結果は、迂曲のような大きな曲がりに至るまでの蛇行の発達過程を定量的に説明し得る。

蛇行の初期発達率が最大となる条件より卓越蛇行波長の発生領域を求めた。従来、沖積地河川での蛇行は下流にのみ移動するといわれていたが本解析によって相対的に波長の大きい蛇行は上流に移動すること、卓越波長をもつ蛇行は必ず下流に移動するため上流に移動する蛇行は発生しにくいことが明らかとなった。卓越蛇行波長より求めた関係式は、Regime 理論として河川で経験的に得られた流量と蛇行波長、川幅と蛇行波長の関係をほぼ説明し得る。この結果、経験的に得られた Regime 理論に水理学的基礎を与えることができた。

ゆるやかに勾配が変化する河道での蛇行の発達過程が一様勾配河川での解析結果を用い検討された。蛇行波長は最終的には、その地点の勾配で決定される卓越蛇行波長にほぼ落ちつき、勾配の変化が蛇行のおしつまり、短絡への移行の主たる原因とはならないことが明らかとなった。

本文で扱った自由蛇行の解析には、未解決の多くの問題が残されている。主要な問題点は次のとおりである。

- (1) 物理的に説得力のある側岸の浸食・堆積の機構を考慮した解析が必要である。
- (2) 長谷川ら³⁾によれば、蛇行発生時には砂礫堆の影響が曲がりの影響より大きい。砂礫堆の存在を考慮した発達過程の解析を行ない、その影響を定量的にみつめる必要がある。
- (3) 蛇行振幅が十分大きくなったとき、ここで用いた基礎式が流れを十分表現し得ているかの検証が必要である。
- (4) 得られた解析結果を実験的に検証し、さらに意味のあるモデルにする必要がある。

参 考 文 献

1) 水工学夏期研修会講義集（土木学会水理委員会）

井口昌平：河川の蛇行について，1966.

木下良作：航空写真による洪水時の流況測定，1968.

林泰造：蛇行論，1970.

杉尾捨三郎：移動床の抵抗則，1971.

- 木下良作：河道平面計画，1972.
- 岸力：移動床流れにおける粗度，1972.
- 芦田和男：移動床流れの河床形態，1972.
- 村本嘉雄：流路形態，1976.
- 木下良作：洪水と流路形態の現地観測，1978.
- 舩川登：河床形態と河道計画，1979.
- 2) 池田駿介，日野幹雄，吉川秀夫：河川の自由蛇行に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第 255 号，1976.
- 3) 長谷川和義，山岡勲：蛇行流路の発達に及ぼす平面ならびに河床形状の影響（英文），土木学会論文報告集，第 296 号，1980.
- 4) 池田駿介，Gary Parker，沢井健二：河川の蛇行に関する統一見解，第24回 水理講演会論文集，1980.
- 5) Ikeda, S., G. Parker and K. Sawai : Bend Theory of River Meanders, I, Jour. of Fluid Mech. (to be published).
- 6) Parker, G., K. Sawai and S. Ikeda : Bend Theory of River Meanders, II, Jour of Fluid Mech. (to be published).
- 7) 山坂昌成，福岡捷二：蛇行の発達に関する理論的研究，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集，II，1980.
- 8) 山坂昌成：側岸の浸食・堆積による自由蛇行の発達過程の研究，東京工業大学修士論文，1981.
- 9) Langbein, W. B. and L. B. Leopold : River Meanders — theory of minimum variance, USGS Professional Paper, 422 H, 1966a.
- 10) Engelund, F. : Flow and Bed Topography in Channel Bends, Jour. of Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol. 100, Hy 11, 1974.
- 11) 吉川秀夫：改訂河川工学，朝倉書店，1980.
- 12) 建設省河川局治水課，建設省土木研究所：蛇行に関する研究，第32回建設技術研究会，1979.