

流砂に関する研究の最近の進歩

板 倉 忠 興

は し が き

流砂の問題は実際の河川工学上でも最も重要な問題のひとつであり、古来常に主要課題のひとつに挙げられている。本研修会においても流砂に関連した課題は第1回以来殆んど毎回取上げられており、すでに情報はすべて網羅されていると言える。

ここでは、ここ数年間に発表された研究成果のうち、特に浮遊砂に関連した研究の中から幾つかを取上げて紹介することとした。全般的な問題については、これまでの水工学シリーズ^{1)~15)}に非常に良く取まめられているのでそれらを参照していただき度い。

1. 開水路浮遊砂流の浮遊砂濃度分布 (Antsyferov · Kos'yan の研究)

浮遊砂を含む2次元定常等流の浮遊砂に関する連続式は

$$\frac{d}{dy} \left(\epsilon_s \frac{dc}{dy} \right) + w_0 \frac{dc}{dy} = 0 \quad (1.1)$$

いま、浮遊粒子の大きさを一定、すなわち $w_0 = \text{const}$ として(1.1)式の積分を行い、水面から粒子が飛び出さない条件を考慮すれば次式を得る。

$$\epsilon_s \frac{dc}{dy} + w_0 c = 0 \quad (1.2)$$

$$c(y) = c_0 \exp \left(-w_0 \int_{y_0}^y \frac{dy}{\epsilon_s} \right) \quad (1.3)$$

ここに、 ϵ_s : 浮遊砂の拡散係数、その他は慣用の記号で文末に一括して示した。すなわち、 ϵ_s が y の関数として与えられれば浮遊砂の濃度分布が得られることになる。

Antsyferov · Kos'yan¹⁶⁾ は ϵ_s に対して半実験的な取扱いを行い、粒径が比較的大きい場合にも実測値と良く適合する解析結果を発表している。(引用されている資料の最大は $w_0 = 14.3 \text{ cm/sec}$ であり、 $d = 2 \text{ mm}$ 程度と思われる。)

基本的な考え方は、 ϵ_m を流体の拡散係数として、

$$\epsilon_s = \alpha \epsilon_m \quad (1.4)$$

$$\alpha = 1 \dots\dots\dots y > (0.1 \sim 0.2) h$$

$$\alpha < 1 \dots\dots\dots \text{河床近傍}$$

$$\alpha = 0 \dots\dots\dots y = 0$$

さらに、河床の粗さによって起される乱れのために付加的拡散 ϵ_T が加わるとして次式を仮定する。

$$\epsilon_s = \alpha \epsilon_m + \epsilon_T \quad (1.5)$$

一方、浮遊砂の濃度分布は図 1.1 のように2つの濃度分布が合成されたものとする。

$$c(y) = c_1(y) + c_2(y) \quad (1.6)$$

$c_1(y)$: 河床近傍で重い粒子によるもの

$c_2(y)$: 主流域で軽い粒子によるもの

であり、いずれも指数型の分布として次のように考える。

$c_2(y)$ は主流の領域であるから $\alpha = 1$ 。また、剪断力の分布には通常直線分布を仮定して、

$$\tau = \rho \varepsilon_s \frac{du}{dy} \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_m = u_*^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \frac{du}{dy} \quad (1.8)$$

ここで流速分布には Nikitin が得た次の実験式を用いる。

$$\frac{u}{u_*} = 3.55 + 6.45 \log_{10} y^+ - \frac{15.7}{y^+}, \quad y^+ = \frac{u_* y}{\nu} \quad (1.9)$$

(1.9) 式を図示すると図 1.2 のようであり、滑面の流速分布に近いことが判る。右辺第 2 項の定数 6.45 はカルマンの定数に換算すると $\kappa = 0.36$ となり 0.4 より小さな値としている。また、第 3 項は Hinz¹⁷⁾ が紹介している Hama の分布の底面粗度による影響の項 (k_s により 0 ~ 20 の値をとる) に相当する形である。

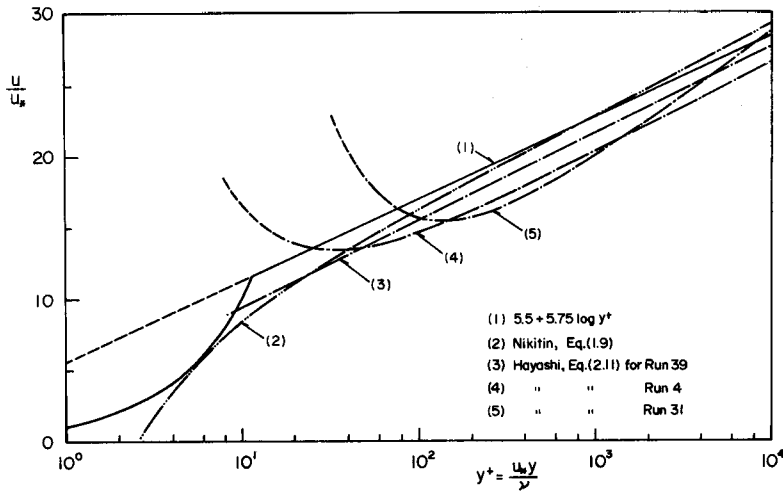


図 1.2 流速分布

(1.8) 式と (1.9) 式から主流域の $c_2(y)$ に対しては次式となる。

$$\varepsilon_s = \frac{u_*^2 y^2 (1 - y/h)}{2.8 u_* y + 15.7 \nu} \quad (1.10)$$

$c_1(y)$ については次の形を仮定する。

$$c_1(y) = c_1(y_1) \exp(-\phi) \quad (1.11)$$

$$\phi = K_b (y - y_1) \quad (1.12)$$

y_1 はある高さであり、さらに K_b に対して次の形を仮定する。

$$K_b = B(\rho, \rho_s, \nu, g) \left(\frac{w_0}{u_0 - w_0} \right)^n \quad (1.13)$$

すなわち、 $c_1(y)$ は w_0 が大の程大、底面付近の流速 u_0 が小の程大と考える。 $u_0 - w_0$ は粒子の初速度に相当する。実測の濃度分布から(1.10)式を適用した $c_1(y)$ の指数型分布を引算し、次元解析を併用して係数を定めると(1.12)式は結局(1.14)式となる。

$$\phi = \frac{w_0}{\varepsilon'_s} (y - y_1) \quad (1.14)$$

$$\varepsilon'_s = \frac{\rho}{0.14(\rho_s - \rho)} \left(\frac{\nu^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} (u_0 - w_0) \quad (1.15)$$

ところで、河床に非常に近いところ($y \approx 0$)で主として拡散に寄与するのは ε_T であるから、その値を ε_{T0} とすれば $\varepsilon_{T0} \approx \varepsilon'_s$ 。すなわち、

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= \varepsilon_T(\rho, \rho_s, \nu, w_0, u_0, y, \delta) = \varepsilon_{T0} f(y, \delta) \\ &\approx \varepsilon'_s f(y, \delta) = \varepsilon'_s \exp\left(-\frac{y}{\delta}\right), \quad \delta = \frac{k_s}{30} \end{aligned} \quad (1.16)$$

さらに、(1.5)式における α は、 w_0 とともに増大し u_* とともに減少するとして、

$$\alpha = \alpha(w_0, u_0, y) = \tanh\left(\frac{u_* y}{w_0 h}\right) \quad (1.17)$$

結局(1.5)式の ε_s は ε_m に(1.10)式を用いて次式となる。

$$\varepsilon_s = \frac{u_*^2 y^2 (1 - y/h)}{2.8 u_* y + 15.7 \nu} \tanh\left(\frac{u_* y}{w_0 h}\right)$$

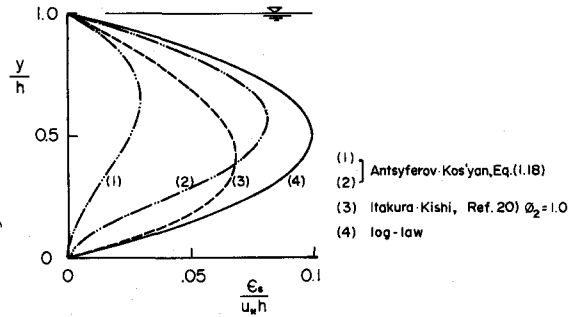


図 1.3 浮遊砂の拡散係数

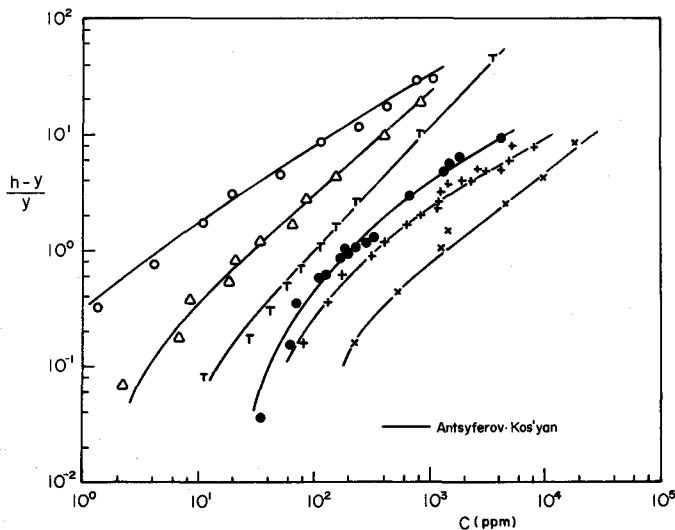


図 1.4 浮遊砂濃度分布¹⁶⁾

$$+ \frac{\rho}{0.14(\rho_s - \rho)} \left(\frac{v^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} (u_0 - w_0) \left(-\frac{y}{\delta} \right) \quad (1.18)$$

ここに、

$$u_0 = 1.25 \frac{u_m}{\log_{10} (8.8 h/k_s)} \quad (\text{Goncharov}) \quad (1.19)$$

(1.18) 式を図示すれば図 1.3 のようになる。浮遊砂濃度分布は(1.18)式、(1.19)式を用いて(1.3)式から得られる。図 1.4 は原論文の図をいわゆる Rouse 型に直してプロットしたものである。ただし、基準点濃度 c_0 の値は別に何らかの方法で与えられる必要があり、この場合は $y_0 = 0.05 h$ の実測値が用いられている。

2. 開水路中立浮遊粒子流の流速分布 (林・大山の研究)

一般に浮遊粒子を含む水流ではその粒子を浮遊させるために乱れのエネルギーが費され、速度勾配が大となって見かけのカルマン定数が減少する。さらに、この粒子が沈降速度を持たない中立浮遊粒子である場合にも同様のことが確認され、理論的には日野¹⁹⁾によって解析が行われている。

一方、板倉、岸²⁰⁾は片対数紙上に描いた流速分布に直線を当てはめてカルマン定数の修正値を求める操作は正確ではないとして、Monin - Obukhov の相似則を修正した解析の方法を提案したが、これを中立浮遊粒子の流れにまでは適用していない。

林・大山¹⁸⁾はこの考えに基づいて Monin - Obukhov の相似則を中立浮遊粒子を含む開水路流れに対して適用し、次のような解析を行った。

浮遊粒子を含む流れにおける乱れ運動エネルギーの平衡式は次のように表される。

$$\tau_t \frac{du}{dy} = \varepsilon + \partial (+g \overline{\rho' v'}) \quad (2.1)$$

ここに、 τ_t : レイノルズ応力、 ε 、 ∂ : 乱れ運動エネルギーの逸散率 (dissipation) および拡散項 (diffusion) で中立浮遊粒子流の場合は $g \overline{\rho' v'} = 0$ である。

同様に、これと底面剪断力の値を同じくする清水の流れにあつては添字 0 を付して、

$$\tau_{t0} \left(\frac{du}{dy} \right)_0 = \varepsilon_0 + \partial_0 \quad (2.2)$$

レイノルズ応力 τ_t を次のように考える。

$$\tau_t = \tau - \mu \frac{du}{dy} + \Delta \tau \quad (2.3)$$

ここに、 τ : 全剪断力、 $\Delta \tau$: 固体粒子の相互作用によって生ずる剪断力の増加分であり、Bagnold の研究結果を参照して次式を仮定する。

$$\Delta \tau = b \lambda \rho l d \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.4)$$

ここに、 b : 定数、 l : 混合距離、 λ : 線型濃度で $c_m = 0.74$ を最大可能体積濃度として (図 2.1 参照)

$$\lambda = \frac{d}{s} = \frac{1}{\left(\frac{c_m}{c} \right)^{\frac{1}{3}} - 1} \quad (2.5)$$

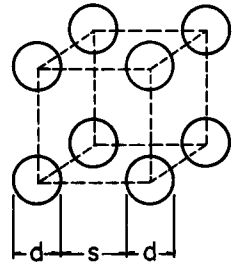


図 2.1 線型濃度の概念

中立浮遊粒子による乱れエネルギーの逸散率の増加分は (2.1) 式から (2.2) 式を差引いて,

$$\tau_t \frac{du}{dy} - \tau_{t0} \left(\frac{du}{dy} \right)_0 = (\varepsilon - \varepsilon_0) + (\partial - \partial_0) \quad (2.6)$$

ここで, (2.6) 式の右辺は乱れエネルギーの production に比例すると考え, α_1 を定数として次式を仮定する。

$$(\varepsilon - \varepsilon_0) + (\partial - \partial_0) = \alpha_1 \lambda \tau_t \frac{du}{dy} \quad (2.7)$$

(2.6) 式に (2.3) 式および清水流に対する式, すなわち (2.3) 式で $\Delta\tau = 0$ とし添字 0 を付したものと (2.4) 式, (2.7) 式を代入すれば $\Delta\mu = \mu - \mu_0$ として,

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_1 \lambda) \frac{du}{dy} &= \left(\frac{du}{dy} \right)_0 + \frac{\mu_0}{\rho u_*^2} \left\{ \left(\frac{du}{dy} \right)^2 - \left(\frac{du}{dy} \right)_0^2 \right\} \\ &\quad - \frac{\mu}{\rho u_*^2} \left(\alpha_1 \lambda - \frac{\Delta\mu}{\mu} \right) \left(\frac{du}{dy} \right)^2 - b \lambda (1 - \alpha_1 \lambda) \frac{\kappa d}{u_*^2} y \left(\frac{du}{dy} \right)^3 \end{aligned} \quad (2.8)$$

(2.8) 式は du/dy に関する 3 次式であるが第 1 近似値として,

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_0 = \frac{u_*}{\kappa y} \quad (2.9)$$

を用い, 微小項を無視して逐次近似を行ない, さらにオーダーの比較から $\mu/\rho u_*^2$ の項を無視すれば次式となる。

$$(1 - \alpha_1 \lambda) \frac{du}{dy} = \frac{u_*}{\kappa y} - b \lambda (1 - \alpha_1 \lambda) \frac{u_* d}{\kappa^2 y^2} \quad (2.10)$$

(2.10) 式の積分を行って次式のように中立浮遊粒子流の流速分布が得られる。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{(1 - \alpha_1 \lambda) \kappa} \ln y + b \lambda (1 - \alpha_1 \lambda) \frac{1}{\kappa^2} \frac{d}{y} + C \quad (2.11)$$

ここに, C : 定数

林・大山は, (2.4) 式及び (2.7) 式の仮定についてはより直接的な実験的検討が必要であるとしているが, Elata - Ippen²¹⁾ の実測値に (2.11) 式を適用し図 2.2 に見られるような良い結果を得ている。諸定数は次のようである。

$$\begin{aligned} \kappa &= 0.376, \quad \alpha_1 = 0.15, \quad b = 4.5, \\ C &= 17.7 \sim 20.7 \end{aligned} \quad (2.12)$$

(2.11) 式によれば右边第 1 項は丁度見かけのカルマン定数が線型濃度 λ の増加とともに直線的に減少することが判る。また, 右边第 2 項は y が小のところで付加分が大となり前章で紹介した (1.9)

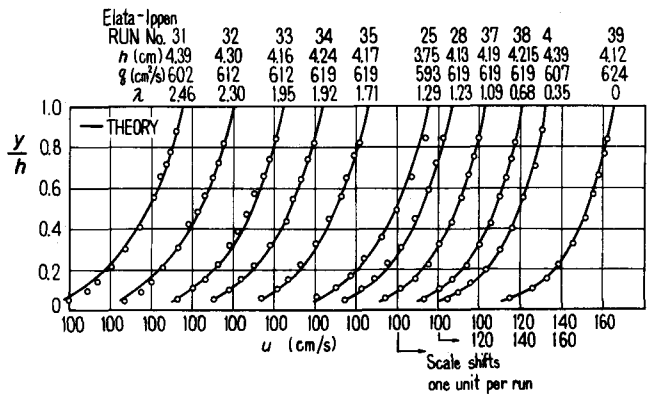


図 2.2 中立浮遊粒子流の流速分布¹⁸⁾

式の右辺第3項とは反対の効果を持つようになる。この様子は図1.2中に合わせて示されている。

3. 浮遊砂濃度分布の基準点濃度（板倉・岸の研究）

開水路浮遊砂流の浮遊砂濃度分布は先に示したように（1.3）式から得られるが、周知のように積分の下限值 C_0 の値（基準点濃度）を与えなければ確定しない。この基準点濃度に関しては幾つかの考え方があり、すでに本研修会でも紹介されている。

ここでは、浮遊砂の河床からの巻き上りは河床付近の流速の乱れに大きく依存することに着目し、特に河床波上の流れについて乱れの実測結果を適用した筆者らの解析の結果を紹介する。^{20), 22), 23)}

(1) 平坦床上の基準点濃度

河床が直径 d の均一粒子で構成されている場合を考え、河床粒子の交換に要する特性時間を次式のように仮定する。

$$t_2 = k_2 \frac{d}{v_s} \quad (3.1)$$

ここに、 v_s ：河床より乱れによって巻き上る粒子の鉛直方向の速度。

単位時間、単位面積当り河床から浮上する体積は、

$$q_{su} = \frac{1}{6} \pi d^3 \cdot \frac{k_1}{\frac{\pi}{4} d^2} \cdot \frac{1}{k_2 \frac{d}{v_s}} = K v_s \quad (3.2)$$

河床より離脱した粒子には揚圧力が作用しなくなるとし、河床の粒子が離脱する際の初速度を v_0 とすれば、

$$v_s = v_0 - w_0 \quad (3.3)$$

さらに、河床に存在する粒子に作用する力は、変動する揚圧力 F と重力 G であるから揚圧力の作用時間を t_* として力積方程式は、

$$(F - G) t_* = \left(\rho_s \frac{\pi d^3}{6} \right) v_0 \quad (3.4)$$

ここに、 $F = \phi_s \rho d^2 u_*^2$

$$G = (\rho_s - \rho) g \frac{\pi d^3}{6}$$

$$t_* = \alpha_* \frac{d}{u_*}$$

従って、

$$v_0 = t_* \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} g \left(\frac{F}{G} - 1 \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{F}{G} = \frac{F}{\bar{F}} \cdot \frac{\bar{F}}{G} = r \cdot \frac{\phi_s}{\pi/6} \bar{\tau}_* \quad (3.6)$$

$$\bar{\tau}_* = \frac{u_*^2}{(\gamma - 1) g d} \quad (3.7)$$

（3.6）式の r は揚圧力を平均値で基準化したものであり、これを変動成分 r' とに分ければ、

$$r = \frac{F}{\bar{F}} = \frac{\bar{F} + F'}{\bar{F}} = 1 + r'$$

粒子の離脱条件は $F > G$, この条件に対応する $r = a$ と置くと,

$$r = \frac{F}{\bar{F}} > \frac{G}{\bar{F}} = \frac{\pi/6}{\phi_s \tau_*} = a$$

$$r' > a - 1 \quad (3.8)$$

基準化した揚圧力の変動成分 r' は平均値 0, 分散 σ^2 の正規分布に従うとすれば, v_0 の平均値 $\bar{v}_0$ は次式となる。

$$\bar{v}_0 = \int_{a-1}^{\infty} v_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}\right) dr' / \int_{a-1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}\right) dr' \quad (3.9)$$

ここに,

$$v_0 = t_* \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} g \left[(1 + r') \frac{\bar{\tau}_*}{B_* \eta_0} - 1 \right] \quad (3.10)$$

$$\eta_0 = \sqrt{2} \sigma, \quad B_* = \frac{\pi/6}{\eta_0 \phi_s} \quad (3.11)$$

一方, 単位時間, 単位面積に沈降する体重 q_{sd} は,

$$q_{sd} = c_0 w_0 \quad (3.12)$$

平衡状態では浮上する量と沈降する量が等しいから $q_{su} = q_{sd}$ であり浮遊砂濃度分布の基準点濃度 c_0 は次式となる。

$$c_0 = K \left(\alpha_* \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \frac{gd}{u_* w_0} \Omega - 1 \right) \quad (3.13)$$

ここに,

$$\Omega = \frac{\bar{\tau}_*}{B_*} \frac{\int_{a'}^{\infty} \xi \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi} + \frac{\bar{\tau}_*}{B_* \eta_0} - 1 \quad (3.14)$$

$$a' = \frac{B_*}{\bar{\tau}_*} - \frac{1}{\eta_0}$$

$$\eta_0 = 0.5, \quad B_* = 0.143, \quad \alpha_* = 0.14, \quad K = 0.008, \quad y_0 = 0.05 h \quad (3.15)$$

基準点濃度を与える (3.13) 式は (3.15) 式で示した 4 個の定数を含んでいる。これらの定数は次のようにして定められた。

η_0, B_* は Einstein²⁴⁾ の解析を参考にしてその値を採用した。 t_* は Yalin²⁵⁾ の解析のように, 揚圧力の変動を discrete な時間間隔 (3.4) 式中の t_* で区切り, その各々の試行によって河床からの粒子の離脱の判定を行なう際の時間に関する定数であり, 河床近傍の渦の寿命時間と密接な関係を持つ。筆者らの実測例で試算を行なうと $d = 0.12 \sim 0.23 \text{ mm}$, $u_* = 2 \sim 5 \text{ cm/sec}$ に対し $1/t_* = 600 \sim 3,000 \text{ Hz}$ となる。現在行なわれている開水路水流の乱流の解析においては, 変動の最高周波数は $100 \sim 200 \text{ Hz}$, 最高でも 500 Hz 程度と考えられており, それよりも充分高い周波数によって連続な変動を discrete な変動に置換えて考察することによる誤差はないと考えてよい。

以上3個の定数 η_0 , B_* , α_* が決まれば粒子が河床から離脱する際の初速度 $\bar{v}_0$ が求められる。(3.9)式を変形すれば

$$\frac{\bar{v}_0}{u_*} = \frac{\alpha_*}{r} \frac{\Omega(\bar{\tau}_*)}{\bar{\tau}_*} \quad (3.16)$$

すなわち、 $\bar{v}_0/u_*$ は ρ_s をパラメータとして $\bar{\tau}_*$ の関数として表される。(3.16)式を図示した結果が図3.1中の曲線である。図3.1中の描点は岸らの人工の粒子を用いた掃流砂(saltation)の実験結果であり(3.16)式により良く説明されることが判る。なお、すべての描点は、saltation運動とみなされる掃流運動の結果であり、 $\bar{v}_0$ の実測値は粒子が運動を開始してから

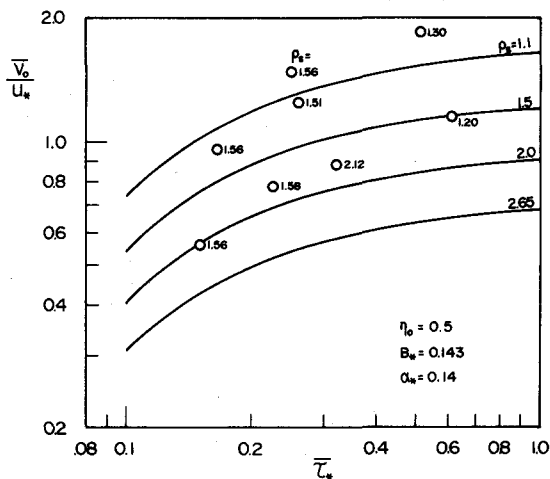


図3.1 粒子の初速度²⁰⁾

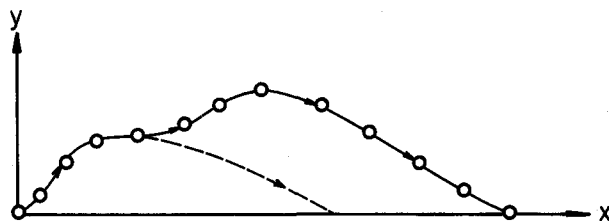


図3.2 浮遊粒子の軌跡

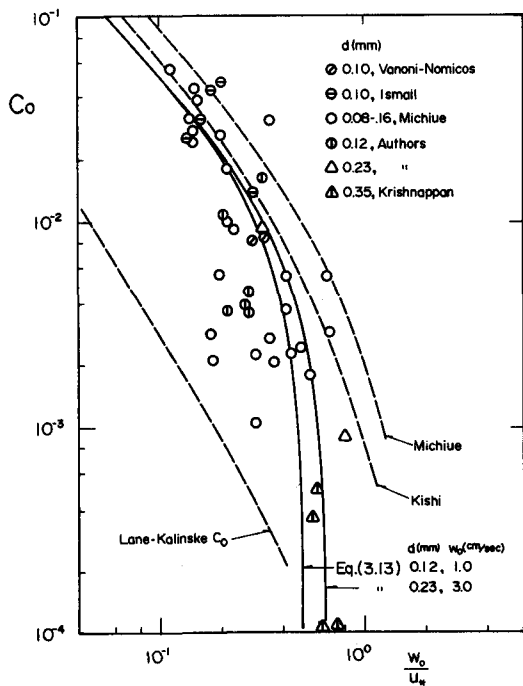


図3.3 浮遊砂濃度分布の基準点濃度²⁰⁾

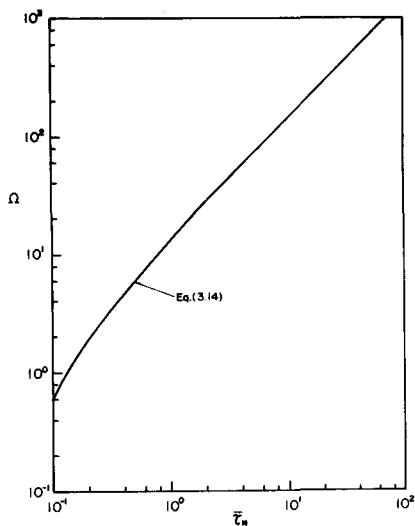


図3.4 Ω と $\bar{\tau}_*$ との関係

ら最初の $1/50 \sim 1/100$ 秒間の値である。

K の内容は (3.1) 式のように, $K = (2/3) k_1/k_2$, N (露出個数) $= k_1/(\pi d^2/4)$, t_2 (粒子交換の特性時間) $= k_2 d/(v_0 - w_0)$ である。Chepil²⁶⁾, White によれば $k_1 = 0.21 \sim 0.35$, 岸²⁷⁾によれば掃流移動に対して $k_2 = 2.3 \sim 3.5$ である。 $K = 0.008$ から k_2 を逆算すると $k_2 = 18 \sim 30$ を得る。すなわち, 河床から拾い上げられる粒子のうち浮遊砂の分類に属するものは $8 \sim 20\%$ と言える。先に述べた人工の粒子による実験結果によれば, 粒子の運動は「saltation」と「転動」に大別されるが, saltation とみなされる中には図 3.2 のような軌跡を描くものが見られる。総観測数 318 個のうちこのような運動を行なう粒子が「saltation」の中に占める割合は $12 \sim 23\%$ であった。このような運動を行なう粒子は掃流から浮遊へ移行する徴候を示すと考えれば, これは k_2 から逆算された割合と同一であり, K の値も妥当と考えられる。なお, この実験は $\bar{\tau}_x = 0.09 \sim 0.12$ で行なわれたものであり浮遊砂が卓越し始める領域に当る。なお, 図 3.2 と同様な粒子の運動形態は Sumer²⁸⁾によっても観測されている。

図 3.3 は (3.13) 式と実測値とを比較したもので, w_0/u_x がある値 (≈ 0.5) 以下になると急激に浮遊砂量が增大する性質が良く説明されている。図 3.4 は (3.14) 式の Ω を図示したものである。

(2) 河床波上の基準点濃度

河床上に河床波が形成されている場合の流れに対する全抵抗は, 河床面の砂粒による表面抵抗と河床波による形状抵抗からなり, 砂の移動に寄与するのは前者であって後者はそれに関係しないものと考えられる。このことから一般に前者を有効掃流力等と定義し全剪断力を分割して計算を行なう方法がとられる。しかし, 芦田¹⁰⁾の指摘にもあるように, 特に浮遊砂の場合はその運動を支配するものは鉛直方向の速度成分であるから, 河床波上の乱れの特性を充分考慮に入れた解析方法がとられるべきであろう。

筆者らはひとつの充分発達した河床波上の流れにおいて鉛直方向の速度成分の詳測を行ない, その結果の実測値を直接適用して浮遊砂量を算定する試みを行なった。以下にその結果の概要を紹介する。

乱れの測定を行なった河床波および測点の配置を図 3.5 に示す。幅 10 cm の水路に $d_{50} = 0.42 \text{ mm}$ のほぼ均一な砂を敷きつめ $Q = 2 \text{ l/sec}$, $\bar{h} = 6 \text{ cm}$, $i = 3.2 \times 10^{-3}$ で水を流し, 河床波が充分発達した段階でこれを固定した。河床波は平均波長 $L = 30 \text{ cm}$, 波高 $\Delta = 1.5 \text{ cm}$ の砂堆 (dune) である。

図のように砂堆の crest 直下流には死水域が形成され, 主流の再付着点付近からはある周期をもって非常に強度の大きい乱れが発生する。

すなわち, 河床波上では浮遊砂の巻き上げに対して非常に大きな影響を持つ鉛直方向の速度成分が, 再付着点付近に最大値を持って河床波上にある分布をなしていると考えられる。また, この分布は完全に 2 次元的ではなく横断方向にもある分布を持つことが, 横断方向の同時測定によって確認されている。

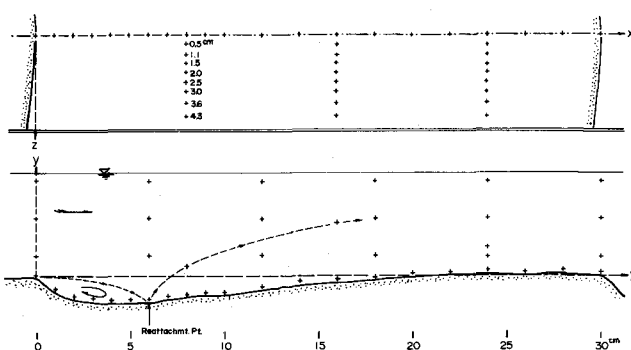


図 3.5 の河床波上で測定された鉛直

図 3.5 河床波上の乱れの測点

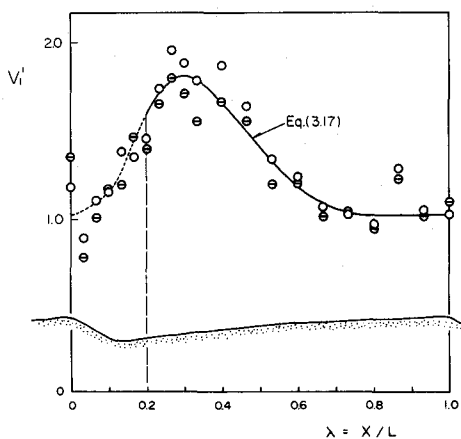


図 3.6 v' の縦断分布

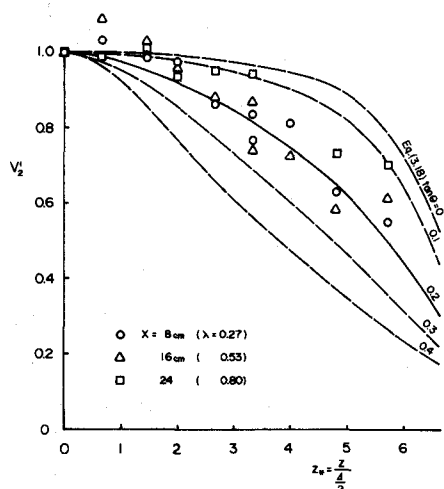


図 3.7 v' の横断分布

方向の乱れ強度のうち、図 3.6 に河床波の中心線上の縦断的な分布、図 3.7 に横断方向の分布を示す。

次にこの結果を用いて、(3.13) 式の基準点濃度式の補正を行なう。

河床波上における鉛直方向の速度の分布に図 3.6 および図 3.7 の結果をそのまま採用する。ただし、河床波の crest 直下流には死水域が存在することから、無次元距離 $x/L = \lambda = 0 \sim 0.2$ の範囲では浮遊砂の巻き上がりはないと考える。縦断的な分布は図 3.6 に示したように次式とする。

$$v'_1(\lambda) = 1 + a_1 \exp\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{1 - \lambda_0}{1 - \lambda}\right), \quad 0.2 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.17)$$

ここに、 $a_1 = 0.78$, $\lambda_0 = 0.3$

また、横断分布には図 3.7 のように無次元横断方向距離 z_* の関数として (3.17) 式を仮定する。

$$v'_2(z_*) = \beta \frac{G_1[\beta(\gamma - z_*)] + G_2[\beta(\gamma + z_*)]}{G_1(\gamma) + G_2(\gamma)} \quad (3.18)$$

ここに、 $G_1(\xi) = -\cos\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(-\xi)\right]$, $G_2(\xi) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(\xi)\right]$

$$\beta = 1/\sqrt{1 + (z_* \tan \theta)^2}, \quad \tan \theta = 0.2, \quad z_* = \frac{z}{D/2}$$

$$-\gamma \leq z_* \leq \gamma, \quad \gamma = 6.67$$

(3.18) 式の分布は河床波上の bursting に対してひとつのモデルを仮定²³⁾した結果によるものである。 z_* の範囲は実測を行なった水路の幅および波高による値であり、ここでは河床波が横断的に $-6.67 \leq z_* \leq 6.67$ をひとつの単位として存在すると考えている。

以上から c_0 の修正を行なうために仮定の摩擦速度 $\hat{u}'_{*}$ を考え次式の仮定を行なう。

$$\hat{u}'_{*}(\lambda, z_*) = v'_1(\lambda) \cdot v'_2(z_*) \cdot u'_* \quad (3.19)$$

このようにして以後、(3.13) 式および (3.7) 式の u_* を (3.19) 式の $\hat{u}'_{*}$ で読み換えることとし、

河床上での基準点濃度の平面的な分布が定まる。

この基準点濃度を基にして河床波上の各点における浮遊砂濃度の鉛直方向の分布を定め、浮遊砂量はひとつの河床波の単位の平均値として次式のように求めることとする。

$$q_s = \frac{1}{r} \int_0^r \int_{0.2}^1 \int_{y_0}^h \int_0^{d_c} p(d) \cdot c(d, \lambda, z_*, y) \cdot u(y) d(d) dy d\lambda dz_* \quad (3.20)$$

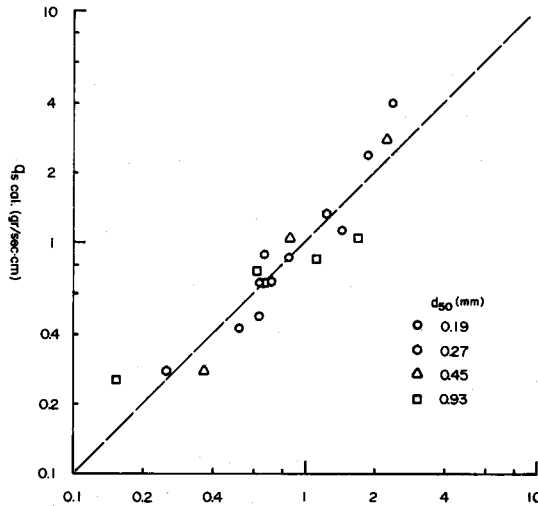


図 3.8 Guy・Simons・Richardson

一般に、ある現象に対してひとつのモデルを設定した場合は、そのモデルのできるだけ基本的な段階で実測等による直接的な検討が必要であることは言うまでもない。今の場合は乱れの実測値から出発して居り、結果としての基準点濃度の平面的な分布を直接的に検討できればよいが、この実測には非常な困難を伴うため現段階では比較し得る資料が得られていない。しかし、間接的にはこのモデルによる最終の結果がどの程度実測値を統一的に説明し得るかによってその妥当性を判定することができる。

図 3.8～3.10はこのような観点に立って、主として実際河川における実測資料^{29)～32)}との間で浮遊砂量の比較を行ったものである。実測値は河床形態が「dune」と明示された資料であり、河床波の波高波長比などは非常に広範囲に

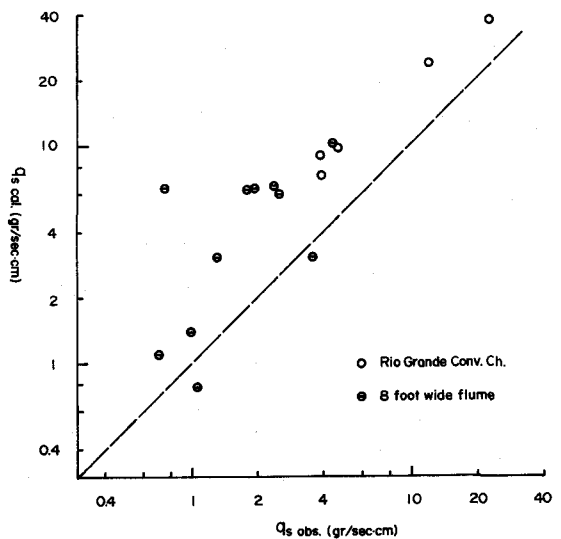


図 3.9 U. S. G. S.

及んでいるがいずれも計算値との間に良い一致が見られ、モデルの妥当性が確認できる。なお、以上の解析は乱れの強度、すなわち時間平均を適用したものであるが、今後は乱れの変動そのものに対する充分な検討が必要であろう。

4. 開水路の全流砂量（吉川・石川の研究）

河床にある物質が流れによって流送されるいわゆる河床物質輸送量（bed material load）は掃流砂（bed load）と浮遊砂（suspended load）に分けられる。掃流砂は流水の直接の影響を受けて河床上を転動・滑動または跳躍し、多少にかかわらず河床と継続的に

接触を保ちながら移動するもの、浮遊砂は流水の乱れによる拡散現象のために河床から浮遊して移動するものであるが、いずれも再び河床上に戻り再度移動を開始するものである。すなわち、河床上に存在する粒子は河床から離脱し、その一部が浮遊砂となりその他が掃流砂を形成し、いずれも再び河床に沈降する。

流砂の現象は流水と河床上の粒子との間の相互作用が河床に非常に近い領域で行なわれる複雑な現象であり、これを上述のように区分することは必ずしも妥当とは思われない。このことは例えば個々の粒子を追跡した観測結果からもしばしば指摘されているが、複雑な現象を解析するひとつの手段として有効な方法であり、これまで発表された解析の殆んどがこの方法によっている。また、現在行なわれている河床波の安定・不安定解析では、その殆んどが流砂を浮遊砂と掃流砂に分けて解析に取入れる方法が用いられている。

それでは、次に掃流砂と浮遊砂との区分をどの位置で行なうかが問題である。Einstein はこれを河床粒径の2倍としたことは余りにも有名であるが、観念的には解りにくい高さである。

Chang ら³⁴⁾は Du Boys の解析を参考にして次式を提案している。

$$y_0 = A(\tau_{*c} - \tau_{*c})d \quad (4.1)$$

$$A = 10 \frac{1}{(1 - e) \tan \phi}$$

ここに、 e ：空隙率、 ϕ ：水中での砂の内部摩擦角。（4.1）式の形が適当かどうかは別として、全流砂量中に占める掃流砂量と浮遊砂量の割合が τ_{*c} によって大きく影響を受けるであろうことは容易に想像でき、それによって y_0 の位置が変わるとする方法もひとつの手段として有効であろう。ちなみに、 $e = 0.4$ 、 $\phi = 35^\circ$ 、 $\tau_{*c} = 0.05$ として前章で紹介した筆者らの実験の水量を代入すれば $y_0 \approx 5d$ 、 $y_0 \approx 0.04 h$ となる。

吉川・石川³³⁾は実験水路内で砂粒の移動の軌跡を追跡した結果に基づいてこれまでとは異った考え方を提案している。

図4.1は観測された粒子の軌跡の1例である。同一の粒子がある時は掃流砂として、またあるときは

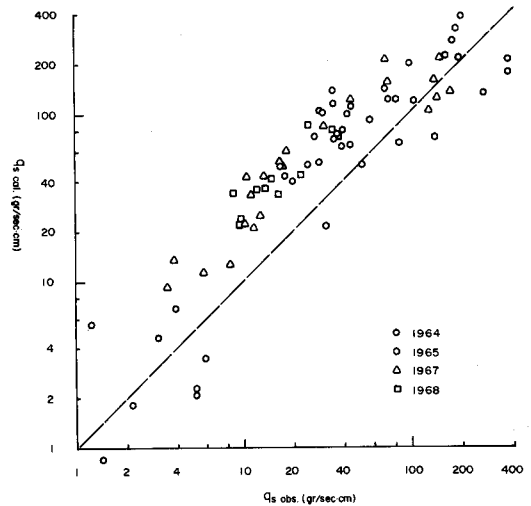


図 3.10 長良川

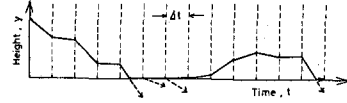
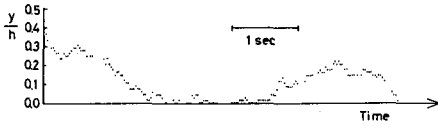


図 4.1 粒子の軌跡³³⁾

浮遊砂として流下するものとする。ただし、吉川らは粒子が河床上を移動する場合、すなわち $y = 0$ (または $y = d/2$) の場合を掃流移動、それ以外を浮遊移動としているから、先に述べた区分の方法とは定義が異なる。解析の結果得られた全流砂量式 (従って前述の区分の定義はの場合問題とはならない) は次のようである。

$$\frac{q_T}{u_* d} = \frac{u_m}{u_*} f_2(\tau_*) \left[a \alpha \left\{ \frac{\beta-1}{\beta^3} + \frac{-\beta^2+\beta-1}{2\beta^3} \exp(-\beta) \right\} + \frac{\alpha b}{\beta} \{ 1 - \exp(-\beta) \} + b \right] \quad (4.2)$$

ここに、 q_T : 単位幅当りの全流砂量の体積

$$f_2(\tau_*) = 0.88 \tau_* \left[\Phi \left(\frac{1.52 \gamma}{\tau_*} - 2 \right) + 0.199 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{1.52 \gamma}{\tau_*} - 2 \right)^2 \right\} \right]$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt$$

$$a = \frac{6}{\kappa} \frac{u_*}{u_m}, \quad b = 1 - \frac{2}{\kappa} \frac{u_*}{u_m}$$

$$\alpha = 2.83 \frac{\omega}{\kappa}, \quad \beta = 2.83 \frac{1-\omega}{\kappa}$$

$$\omega(2-\omega) = \exp \left\{ -\sqrt{2} (1-\omega) \frac{\eta_0}{\sigma} \right\}$$

$$\eta_0 = 0.625 \kappa h \frac{w_0}{u_*}, \quad \sigma = 0.5 \kappa h$$

γ は揚圧力が有効に働く面積の率であり、河床が一様にならされていれば $\gamma = 1$ 、凹凸が大きくなるにつれて小となるもので、 τ_* が小のうちはその効果は大きい $\tau_* > 1.0$ では影響は無視する。また、 κ は浮遊砂を含む流れのカルマン定数であり、別に何らかの方法で求める必要がある。

(4.2) 式をこれまでの流砂量式と比較して図示したものが図 4.2 であり、(4.2) 式の適用限界は次式で与えられている。

$$\tau_* > 0.3, \quad R_{e*} = \frac{u_* d}{\nu} > 7.5 \quad (4.3)$$

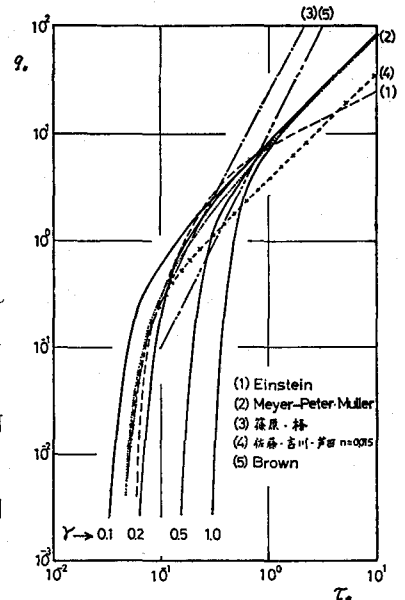


図 4.2 全流砂量³³⁾

すなわち、(4.2)式は全流砂量のうち比較的浮遊砂の占める割合が大きい場合を対象としているものである。

5. むすびにかえて

全流砂量を掃流砂と浮遊砂に分けた場合、前者に比較して浮遊砂の予測精度はなかなか向上しないと言われて来た。漸く最近になって水流中における乱れの計測技術が実用の段階に入ったこともあり、ここ数年再び浮遊砂の問題が積極的に取上げられるようになった。

前章までに紹介した研究はそれらのうちの極く限られた数例である。さらに幾つかを挙げれば下記のようであり詳しくは原典を参照いただき度い。

French³⁵⁾は筆者らと同様にMonin - Obukhov長を取入れて開水路淡塩水密度流の流速分布の解析を行なっている。

Kerssensら³⁶⁾は開水路浮遊砂流に対して浮遊砂の拡散係数を、河床から水深の $1/2$ までを2次式、それ以上水面までを一定値として浮遊砂の濃度分布を求めている。

Wang³⁷⁾は開水路浮遊砂流の流速分布を κ の変化として捕えた解析を行なっている。この手法は特に斬新とは言い難いが、今まで殆んど知られていなかった黄河における実測値が引用されており注目される。その中には $y = 0.05h$ における浮遊砂濃度が非常に大きいものがあり、その値は現在まで知られているもののおよそ100倍である。また、この場合 κ は0.1程度にまで減少すると報告されている。

少し古いところでは、Engelund³⁸⁾らは全剪断力を限界剪断力、掃流砂および浮遊砂を輸送・拡散するための剪断力に分けて取扱う方法を発表しているが、原典に示されている例題には一部誤りがあるようである。

流砂に関する問題の最終目標は実際河川の制御にあることは言うまでもない。浮遊砂の問題も次第に実験室から実際河川へと移行して行くのが当然であるが、これがなかなか容易ではないようである。

一例として浮遊砂の濃度分布を挙げれば、これまでのすべての解析の結果が濃度は河床付近で最大値をとり、水面に近づくにしたがって次第に減少することになっている。周囲を取囲む水よりも重い粒子が浮遊しているのであるから、観念的にもそれ以外の答は考えられない。しかしながら、例えば参考文献32)に報告されている資料によるとその90%以上が上述とは相反する結果となっている。採取された浮遊砂と河床材料の粒径分布の比較から言っても前者が後者の中に見出される以上wash loadではなく、いわゆる河床物質輸送量 (bed material load) であろう。我々は比較する対象を誤っているのだろうか。実験室における理想化された状態の解析も非常に重要であることは言を待たないが、今後は実際河川におけるより木目の細かい観測ならびに資料の解釈・検討が望まれるところである。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・土屋義人：ダムにおけるSedimentation，水工学シリーズ，65-01，1965。
- 2) 椿東一郎：流砂，水工学シリーズ，66-02，1966。
- 3) 日野幹雄：河川の乱流現象，水工学シリーズ，66-07，1966。
- 4) 土屋義人：掃流砂礫の流送機構，水工学シリーズ，70-15，1970。
- 5) 林泰造：河川蛇行論，水工学シリーズ，70-16，1970。
- 6) 杉尾捨三郎：移動床の抵抗法則，水工学シリーズ，71-A-5，1971。

- 7) 林泰造：流水中における物質の移流と拡散，水工学シリーズ，71-A-10，1971。
- 8) 岸 力：移動床流れにおける粗度，水工学シリーズ，72-A-9，1972。
- 9) 芦田和男：移動床流れの河床形状，水工学シリーズ，72-A-10，1972。
- 10) 芦田和男：浮遊砂，水工学シリーズ，74-A-4，1974。
- 11) 岸 力：沖積地河川の水理学序説，水工学シリーズ，75-A-9，1975。
- 12) 村本嘉雄：流路形態，水工学シリーズ，76-A-8，1976。
- 13) 河村三郎：流送土砂の推算，水工学シリーズ，77-A-7，1977。
- 14) 鮎川登：河床形態と河道計画，水工学シリーズ，79-A-6，1979。
- 15) 中川博次：流砂過程のモデル化，水工学シリーズ，80-A-2，1980。
- 16) Antsyferov, S. M. and R. D. Kos'yan : Sediments Suspended in Stream Flow, Proc. of ASCE, Vol. 106, NoHY2, pp. 313 - 330, 1980.
- 17) Hinze, J. O. : Turbulence, McGraw-Hill, pp. 485, 1959.
- 18) 林泰造・大山好永：中立浮遊粒子を含む開水路水流の乱流特性について，第23回水理講演会論文集，pp. 131 - 138，1979。
- 19) 日野幹雄：団体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，pp. 11 - 20，1963。および Hino, M. : Turbulent Flow with Suspended Particles, Proc. of ASCE, Vol. 89, NoHY4, pp. 161 - 185, 1963.
- 20) Itakura, T. and T. Kishi : Open Channel Flow with Suspended Sediments. Proc. of ASCE, Vol. 106, NoHY8, pp. 1325 - 1343, 1980.
- 21) Elata, C. and A. T. Ippen : The Dynamics of Open Channel Flow with Suspensions of Neutrally Buoyant Particles, Tech. Rep. No 45, MIT Hyd. Lab., 1961.
- 22) Itakura, T. and T. Kishi : Open Channel Flow with Suspended Sediments on Sand Waves, Proc. of 3rd Intn. Symp. on Stochastic Hydraulics, pp. 589 - 598, 1980.
- 23) 板倉忠興・岸力・柳屋圭吾：河床波をもつ流れの浮遊砂の研究，第36回土木学会年次学術講演会，II - 301，1981。
- 24) Einstein, H. A. : The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, Tech. Bulletin No 1026, USDA, 1950.
- 25) Yalin, M. S. : Mechanics of Sediment Transport, pp. 90 - 98, Pergamon Press, 1972.
- 26) Chepil, W. S. : The Use of Evenly Spaced Hemispheres to Evaluate Aerodynamic Forces on a Soil Surface, TAGU, Vol. 39, No 3, pp. 397 - 404, 1958.
- 27) 岸 力・榎国夫・山崎貞元：波動による底質の浮遊，第21回土木学会年次学術講演会，II - 85，1966。
- 28) Sumer M. and B. Oguz : Particle Motions Near the Bottom in Turbulent Flow in an Open Channel, J1. of Fluid Mech., Vol. 86, Part 1, pp. 109 - 127, 1978.
- 29) Guy, H. P., D. B. Simons and E. V. Richardson : Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1951-61, USGS Prof. Paper, No 462 - 1, 1966.
- 30) McQuivey, R. S. : Summary of Turbulence Data from Rivers, Conveyance Channels and Laboratory Flumes, USGS Prof. Paper, No 802 - B, 1973.
- 31) Culbertson, J. K., C. H. Scott and J. P. Bennet : Summary of Alluvial-Channel

Data from Rio Grande Conveyance Channel, New Mexico, 1965-69, USGS Prof. Paper, No 562 - J, 1972.

32) 建設省土木研究所：建設省流砂資料集，土木研究所資料，No 625，1971。

33) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，pp. 53 - 64，1978。および Kikkawa, H. and T. Ishikawa : Total Load of Bed Materials in Open Channels, Proc. of ASCE, Vol. 104, No HY 7, pp. 1045 - 1059, 1978.

34) Chang, F. M., D. B. Simons and E. V. Richardson : Total Bed Material Discharge in Alluvial Channels, Proc. of 12th IAHR, Vol. 1, pp. A-17 - 1-9, 1967.

35) French, R. H. : Stratification and Open Channel Flow, Proc. of ASCE, Vol. 104, No HY 1, pp. 21 - 31, 1978.

36) Kerstens, P. M. J., A. Prins and L. C. van Rijn : Model for Suspended Sediment Transport, Proc. of ASCE, Vol. 105, No HY 5, pp. 461 - 476, 1979.

37) Wang, S. Y. : Variation of Karman Constant in Sediment-Laden Flow, Proc. of ASCE, Vol. 107, No HY 4, pp. 407 - 417, 1981.

38) Engelund, F. and J. Fredsøe : A Sediment Transport Model for Straight Alluvial Channels, Nordic Hydrology, No 7, pp. 293 - 306, 1976.

記 号 表

A : (4.1) 式	g : 重力加速度
a : (3.8) 式	h : 水 深
a' : (3.14) 式	i : エネルギー勾配
a_1 : 定数 (=0.78)	K : 定数 (=0.008)
B : (1.13) 式	K_b : (1.12), (1.13) 式
B_* : 定数 (=0.143)	k_1 : 定数 (3.2) 式
b : 定数 (=4.5)	k_2 : 定数 (3.1) 式
c : 浮遊砂濃度	k_s : 相当粗度
c_0 : 基準点濃度 ($y = y_0$)	l : 混合距離
c_1, c_2 : (1.6) 式	L : 河床波の波長
c_m : 最大体積濃度 (=0.74)	N : 露出個数
d : 粒 径	n : (1.13) 式
d_c : 移動限界粒径	p : 粒径の確率密度関数
e : 空隙率	Q : 流 量
F : 揚圧力	q_s : 浮遊砂量 ($L^2 T^{-1}$)
$\bar{F}, F'$: F の平均, 変動成分	q_{su} : (3.2) 式
f_2 : (4.2) 式	q_{sd} : (3.12) 式
G : 重 力	q_T : 全流砂量 ($L^2 T^{-1}$)
G_1, G_2 : (3.18) 式	R_{e*} : 粒子レイノルズ数

r : 基準化した揚圧力	Δ : 河床波の波高
r' : r の変動成分	∂ : 乱れエネルギーの拡散項
s : (2.5) 式	∂_0 : 清水流の ∂
t_2 : (3.1) 式	ε : 乱れエネルギーの逸散率
t_* : 揚圧力の作用時間	ε_0 : 清水流の ε
u : 主流方向流速	ε_m : 流体の拡散係数
u_m : 断面平均流速	ε_s : 浮遊砂の拡散係数
u_0 : 底面付近の u	ε'_s : (1.15) 式
u_* : 摩擦速度	ε_T : 河床付近の乱れによる拡散係数
u_*' : 粒子摩擦速度	η_0 : 定数 (= 0.5)
$\hat{u}_*$: 仮想摩擦速度 (3.19) 式	κ : カルマン定数
v_0 : 粒子離脱の初速度	λ : 線型濃度, 無次元距離 (= x/L)
$\overline{v_0}$: v_0 の平均値	λ_0 : 定数 (= 0.3)
v_s : 粒子の速度	μ : 粘性係数
v' : 鉛直方向流速の変動成分	μ_0 : 清水流の μ
v'_1 : v' の縦断方向分布	ν : 動粘性係数
v'_2 : v' の横断方向分布	ρ : 流体の密度
w_0 : 粒子沈降速度	ρ_s : 粒子の密度
x : 流下方向距離	σ^2 : r' の分散
y : 河床からの距離	τ : 剪断力
y^+ : $u_* y / \nu$	τ_t : レイノルズ応力, (2.1) 式
y_0 : 基準点 ($y_0 = 0.05 h$)	τ_{t0} : 清水流の τ_t
y_1 : c_1 の基準点	τ_* : 無次元掃流力
z : 横断方向距離	$\overline{\tau}_*$: (3.7) 式
z_* : 無次元横断距離 (= $Z/\Delta/2$)	τ_{*c} : 限界掃流力
α : (1.4) 式, (1.17) 式	$\Delta\tau$: (2.3) 式
α_1 : 定数 (= 0.15), (2.7) 式	ϕ : 内部摩擦角
α_* : 定数 (= 0.14)	ϕ_s : 定数, (3.4) 式
β : (3.18) 式, (4.2) 式	Φ : (4.2) 式
γ : $= \rho_s / \rho$, (3.18) 式, (4.2) 式	ϕ : (1.14) 式
δ : (1.16) 式	Ω : (3.14) 式