

浮遊構造物の係留問題

小 田 一 紀

1. まえがき

海岸工学の分野における浮遊構造物の始まりは恐らく第2次世界大戦のときのノルマンディー上陸作戦用として開発された浮防波堤“Bombardon”¹⁾ではないかと思われる。この形式の防波堤は設置や撤去が容易で、臨時的な防波機能の保持をねらったものであるから大きな防波効果は期待できず、その後の本格的な防波堤としての利用には至らなかった。しかし、近年マリナー等の小型船用港湾や沿岸漁場造成の進展に伴って、海水交流を阻害しないという利点をも有することから、それらの防波構造物として再び見直されてきている。^{2)*}

また世界的な海洋開発の機運に伴って海洋に各種の浮遊構造物が設置され、あるいは計画されるようになってきた。この中でもつばら大水深海域における海底石油掘削装置の利用が先行しているようであるが、海洋のエネルギー利用を目的とした大型の波浪発電装置が既に試験運転の段階にあり、さらに温度差発電装置も試験研究が実施されている。

海洋の空間利用も盛んに行われるようになってきている。臨海埋立地や沖合人工島の築造などは従来から行われてきたその代表的なものであろうが、浮遊構造物として本格的な空間利用を目指すものとしては防波構造物で囲まれたタンクヤードに函型貯油タンクを係留する方式の、最近計画中の洋上石油備蓄基地が挙げられる。この他、海上空港、洋上火力・原子力発電プラント、各種原材料の貯蔵プラント等も浮体構造のものも考えられている。果して、これらの構造形式として浮体構造が適しているか否かは色々な観点から判断されることであろうが、海洋の利用が大水深域に向うにしたがって浮体構造のものが増加して行くことは必然的な現象であると思われる。

一方、これらの構造物を安全に、合理的に設計するには設置海域における気象・海象条件を十分に把握しておく必要があるが、このため大型の定点観測ブイの開発が不可欠である。特に米国は早くからブイ形状や係留系の波浪応答を含む包括的な開発研究に取組み、この分野においてはかなりの実績を有している。

以上述べたことから明らかなように、各種の浮遊構造物が海洋を場として展開されてきているが、波浪、流れ、風等の厳しい自然環境に曝されるこれらの構造物の安全性は係留系の安全性に支配されるところが極めて大きい。

浮遊構造物の係留問題を論じたものとして、日本造船学会主催の第2回海洋工学シンポジウム（浮遊式海洋構造物の係留問題を中心として）がある。本稿では内容的に多少これと重複するところもあるが、最近の著者らの研究成果をも取り入れて、主として係留索張力の解析に主眼を置いて浮遊構造物の係留問題を考えてみることにする。

2. 係留索張力の静的解析

ここでは係留索張力の解析理論の中で最も基本的ともいうべき、係留索が静水中で重力のみを受けて釣

* 戦後から最近に至るまでの浮防波堤の開発・研究の state of the art については文献3)に詳しい。

合状態にある場合の解析理論，すなわちカテナリー理論を概括し，次に定常流中で重力と定常流体力を受けて釣合状態にある係留索張力の解析理論を紹介する。

2-1. カテナリー理論

図-1に示すように静水中で釣合状態にある係留索の微小長さ ds の線要素を取り出し，これに働く力の釣合を考える。このとき，後の解析に便利のように，これを索の軸線に対して接線方向と法線方向に分けて考えると，

$$\left. \begin{array}{l} \text{接線方向:} \\ (T+dT)\cos d\phi - T - w\sin\phi ds = 0 \\ \text{法線方向:} \\ (T+dT)\sin d\phi - w\cos\phi ds = 0 \end{array} \right\} (1)$$

ここに， T ：係留索張力， w ：係留索の単位長さ当りの水中重量， ϕ ：係留索要素の水平とのなす角度。

$\cos d\phi \simeq 1$ ， $\sin d\phi \simeq d\phi$ ， $dT d\phi \simeq 0$ と置けるので式(1)は式(2)と書ける。

$$\left. \begin{array}{l} dT = w\sin\phi ds \\ T d\phi = w\cos\phi ds \end{array} \right\} (2)$$

また，幾何学的条件式として式(3)が成り立つ。

$$\left. \begin{array}{l} dx = ds \cos\phi \\ dz = ds \sin\phi \end{array} \right\} (3)$$

式(2)から，

$$\frac{dT}{T} = \tan\phi d\phi (4)$$

ここで，原点（アンカー点）で $\phi=0$ になる場合を考えると，式(4)を $\phi=0$ から $\phi=\phi$ まで積分すると任意点における張力 T と傾き角 ϕ の関係が次式のように得られる。

$$\log_e \frac{T}{T_0} = \log_e \sec \phi (5)$$

ただし， T_0 ：原点における張力（鉛直成分は0）。

式(5)から任意点における張力の水平成分 T_x を求める式(6)が得られる。

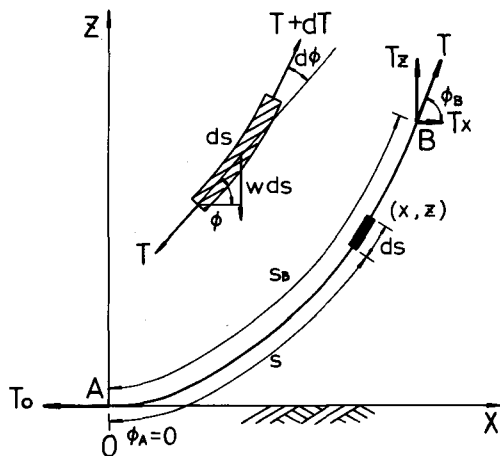


図-1 カテナリー曲線の座標系

$$T_x \equiv T \cos \phi = T_0 \quad (6)$$

式(6)を式(2)の法線方向の釣合式に代入して、同様に $\phi=0$ から $\phi=\phi$ まで積分すると、原点からの係留索の長さ s なる位置における張力の垂直成分 T_z が次式のように求められる。

$$T_z \equiv T \sin \phi = w s \quad (7)$$

いうまでもなく張力 T は

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_z^2} = \sqrt{T_0^2 + (w s)^2} \quad (8)$$

一方、係留索の釣合形状を表わす任意点の座標 (x, z) の関係は式(6)および式(7)を用いて式(3)を積分すると

$$x = \frac{T_0}{w} \sinh^{-1} \frac{w s}{T_0} \quad (9)$$

$$z = \frac{T_0}{w} \left[\cosh \frac{w x}{T_0} - 1 \right] \quad (10)$$

のように求められ、また任意点までの係留索の長さ s は

$$s = \frac{T_0}{w} \sinh \frac{w x}{T_0} \quad (11)$$

以上がカタナリー理論であって、これらの式から浮遊構造物に働く水平力 F_H が与えられたときの係留索の釣合形状や張力を、 $T_0 = F_H$ と置くことによって求めることができる。

係留索下端で傾き角が0でない場合には、図-2に示すように、 $s = S_A$ と $s = S_B$ の場合について上の式を適用すればよい。その結果次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} h &= 2 \frac{T_0}{w} \sinh \left\{ \left(l + 2 x_A \right) \frac{w}{2 T_0} \right\} \sinh \left\{ \frac{w l}{2 T_0} \right\} \\ S &= 2 \frac{T_0}{w} \cosh \left\{ \left(l + 2 x_A \right) \frac{w}{2 T_0} \right\} \sinh \left\{ \frac{w l}{2 T_0} \right\} \\ S^2 - h^2 &= 4 \left(\frac{T_0}{w} \right)^2 \sinh^2 \left\{ \frac{w l}{2 T_0} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上端張力 T_B については

$$\left. \begin{aligned} T_B &= T_0 \cosh \left\{ \left(l + x_A \right) \frac{w}{2 T_0} \right\} \\ T_{BZ} &= T_0 \sinh \left\{ \left(l + x_A \right) \frac{w}{2 T_0} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに、

$$h = z_B - z_A, \quad l = x_B - x_A, \quad S = S_B - S_A$$

以上の解析においては係留索の伸びが無視されているが、実在の係留索は弾性を有するのでさらに厳密な理論解を得るには伸びを考慮する必要がある。庄司⁴⁾は係留索の伸びを考慮し、式(3)の代りに

$$\left. \begin{aligned} dx &= \left(1 + \frac{T}{EA}\right) \cos \phi ds \\ dz &= \left(1 + \frac{T}{EA}\right) \sin \phi ds \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

のような幾何学的条件式を立て、係留索下端で $\phi=0$ の場合について、式 (10) および式 (11) に代わる次式の関係を導入している。

$$s = \frac{T_0}{w} \sinh \frac{w}{T_0} \left(x - \frac{T_0 s}{EA} \right) \quad (15)$$

$$z = \frac{T_0}{w} \left[\cosh \frac{w}{T_0} \left(x - \frac{T_0 s}{EA} \right) - 1 \right] + \frac{T_0^2}{2EAw} \sinh^2 \frac{w}{T_0} \left(x - \frac{T_0 s}{EA} \right) \quad (16)$$

ここに、 E ：係留索のヤング率、 A ：係留索の断面積。

張力は式 (8) と同じ式で与えられる。

また庄司は上の式を用いて、上端と下端の水平距離が小さく索がたるんでいる状態から水平距離が大きくなり索が海底を這わなくなって完全に緊張状態になるまでの上下端の相対的な位置と張力の関係式、さらに途中にシンカーやブイを取りつけた場合の関係式を、基本式中の双曲線関数を級数展開する方法で近似的に導いている。

しかし、安藤⁵⁾はステンレス索と鎖の模型を用いた実験によって係留索が極端に *taut* な状態でない限り索の伸びを考慮しなくても十分精度の良い値が得られることを示している。同様なことが鐘ヶ江ら⁶⁾によって実験的に明らかにされている。

2-2. カテナリー張力の線型近似

係留浮体の運動を解析する場合に運動が係留索の長さ等に比べて相対的に小さい場合は 図-3 から理解

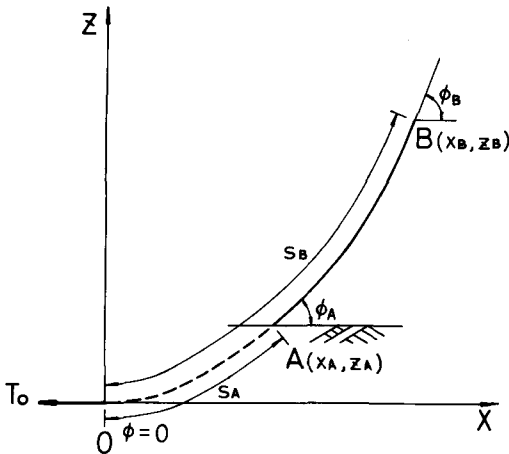


図-2 $\phi_A \approx 0$ のときのカテナリー曲線の座標系

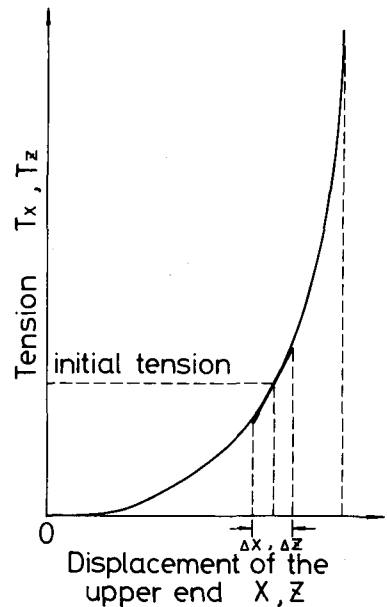


図-3 カテナリーの変動張力の線型近似

できるように係留索の上端張力は初期釣合状態からの変位量に対してほぼ線型的に変動すると考えてよい。このときの係留索上端の変動張力の水平，垂直成分 ΔT_x ， ΔT_z と上端変位の水平，垂直成分 Δx ， Δz の関係は次式のように近似的に表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_x &= C_{xx} \Delta x + C_{xz} \Delta z \\ \Delta T_z &= C_{zx} \Delta x + C_{zz} \Delta z \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式(17)中の線型バネ定数は桑野⁷⁾，高木・新井・梅野⁸⁾などが次のように求めている。

$$\left. \begin{aligned} C_{xx} &= w \sinh D / F(D) \\ C_{zx} &= C_{xz} = w [\cosh X (\cosh D - 1) + \sinh X \cdot \sinh D] / F(D) \\ C_{zz} &= w [D \cosh X \cdot \cosh (X + D) - \sinh D] / F(D) \\ F(D) &= D \sinh D - 2 (\cosh D - 1) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ただし， $X = w x_A / T_0$ ， $D = w (x_B - x_A) / T_0 = w l / T_0$ 。 $x_A < 0$ の場合，すなわち係留索が水底で這うような場合は $x_A = 0$ と置けばよい。

カテナリー張力のこのような線型近似は初期釣合状態における張力が小さく（下端傾き角 $\phi_A \simeq 0$ ），変位も小さいときは妥当な結果を得るが，平衡状態から大きく偏るときは浮体の運動解析結果に大きな誤差を生ずることを高木⁹⁾らが指摘している。

2-3. 定常流中の係留索の形状と張力

流れの中に係留索が設置されると重力以外に流れによる粘性抗力が働き，重力に比べて抗力が相対的に大きくなると係留索の空間的形状や張力はカテナリー理論解とかなり大きな差を生じる。^{10), 11), 12)}

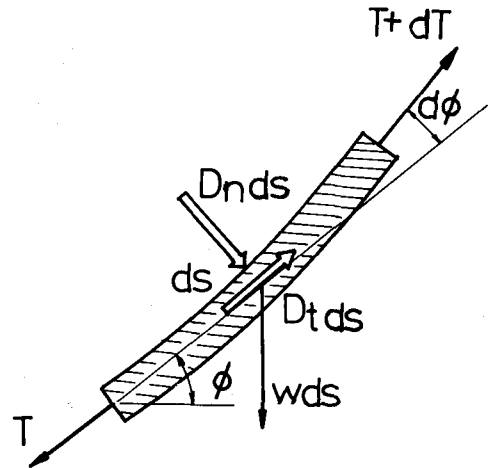
係留索に働く粘性抗力はカテナリー理論の基礎方程式を導いた場合と同様に，これを図-4に示すように係留索の軸線に対して接線方向の成分 $D_t ds$ と法線方向の成分 $D_n ds$ に分けて取扱う。このとき微小長さ ds の索要素に働く力の釣合方程式は式(1)に倣って

接線方向：

$$\left. \begin{aligned} (T + dT) \cos d\phi - T \\ - w \sin \phi ds + D_t ds = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

法線方向：

$$\left. \begin{aligned} (T + dT) \sin d\phi \\ - w \cos \phi ds - D_n ds = 0 \end{aligned} \right\}$$



ここに， D_t ， D_n は係留索の単位長さ当りに働く

図-4 流れの中の索要素に働く力

く接線抗力および法線抗力であり、一般に次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} D_t &= K_t \cos^2 \phi \\ D_n &= K_n \sin^2 \phi \\ K_t &= \frac{1}{2} \rho C_{Dt} a_t V^2, \quad K_n = \frac{1}{2} \rho C_{Dn} a_n V^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ただし、 C_{Dt} 、 C_{Dn} ：それぞれ接線抗力係数および法線抗力係数、 a_t 、 a_n ：係留索単位長さ当りの表面積および法線方向への投影面積。

式(19)は $d\phi$ 、 dT が微小であることから次式のように簡単化される。

$$\left. \begin{aligned} dT &= (w \sin \phi - D_t) ds \\ T d\phi &= (w \cos \phi + D_n) ds \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

幾何学的条件式は伸びを無視すると式(3)と同じ式で表わされる。

式(21)より

$$\frac{dT}{T} = \frac{w \sin \phi - D_t}{w \cos \phi + D_n} \quad (22)$$

式(20)より明らかなように、 $D_t \propto \cos^2 \phi$ 、 $D_n \propto \sin^2 \phi$ であるから式(22)は式(4)のように解析的に積分できず、数値積分によって解かなければならない。

Pode¹³⁾は一様流速の流れの中の係留索に働く接線抗力を索に沿って一定と仮定し、 $D_t = K_0$ (一定)、 $D_n = K_n \sin^2 \phi$ と置いて式(22)を積分し次式を導いた。

$$\frac{T}{T_0} = \exp \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{\mu \sin \phi - f}{\mu \cos \phi + \sin^2 \phi} d\phi \quad (23)$$

ここに、 $\mu = w/K_n$ 、 $f = K_0/K_n$ である。

また幾何学的形状特性値として $K_n s/T_0$ 、 $K_n x/T_0$ および $K_n z/T_0$ も同様に ϕ の積分形で導き、 μ と f をパラメーターとしてこれらを数値積分した結果の表を作成している。

これに対して Wilson¹⁴⁾は一様流速の流れの中で船を係留する問題に関連して接線抗力と法線抗力の両方を考慮し、さらに係留索形状の曲率半径 $R = ds/d\phi$ を導入して式(21)を

$$\frac{dR}{R} = \frac{2\mu \sin \phi - 2\sin \phi \cos \phi - \tau \cos^2 \phi}{\mu \cos \phi + \sin^2 \phi} d\phi \quad (24)$$

の形に変形し、これを原点($R=R_0$ 、 $\phi=0$)から任意点($R=R$ 、 $\phi=\phi$)まで積分し、曲率半径 R と索の傾き角 ϕ の関係式を次のように導いている。ただし、式(24)の中で、 $\mu = w/K_n$ 、 $\tau = K_t/K_n$ であり、それぞれ係留索の単位長さ当りに働く水中重量と法線抗力の比および接線抗力と法線抗力の比を表わす係留索の特性値である。

$$\frac{R}{R_0} = \left| \frac{a_2 + b}{a_2 + b \cos \phi} \right|^{a_1} \left| \frac{a_1 - b}{a_1 - b \cos \phi} \right|^{a_2} \cdot \exp \left[\phi - d_1 \tanh^{-1} \left(e_1 \tan \frac{\phi}{2} \right) \right]$$

$$-d_2 \tan^{-1}(e_2 \tan \frac{\phi}{2})] \quad (25)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 1 + \sin \theta, \quad a_2 = 1 - \sin \theta, \quad b = \cos \theta, \\ d_1 &= a_2^2 / c_1, \quad d_2 = a_1^2 / c_2, \quad e_1 = c_2 / (a_2 + b), \\ c_1 &= \sqrt{2 \sin \theta (1 - \sin \theta)}, \quad c_2 = \sqrt{2 \sin \theta (1 + \sin \theta)}, \\ e_2 &= c_2 / (a_1 - b), \quad \tan \theta = \mu / 2 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式(25)を式(27)に代入して、それぞれ数値積分を行い、その結果を (μ, r) をパラメータとして利用に便利のようにグラフを作成している。

$$\left. \begin{aligned} \frac{T}{T_0} &= 1 + \int_0^\phi \left[\sin \phi - \frac{r}{\mu} \cos^2 \phi \right] \frac{R}{R_0} d\phi \\ \frac{s}{R_0} &= \int_0^\phi \frac{R}{R_0} d\phi, \quad \frac{x}{R_0} = \int_0^\phi \cos \phi \cdot \frac{R}{R_0} d\phi, \quad \frac{z}{R_0} = \int_0^\phi \sin \phi \cdot \frac{R}{R_0} d\phi \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

永井・倉田・伊藤¹⁵⁾は一様流中のアンカーチェーンの釣合形状と張力に関する理論解析を行い、Wilsonとほぼ同様な数値積分による解法を示している。同時に、開水路での模型実験によって計算結果の妥当性を証明するとともに、実用的には接線抗力を無視しても問題はないことを明らかにしている。

さらに、Wilson¹⁶⁾は一様流に対する数値積分による解析手法を非一様流の場合に発展させ、図-5に示

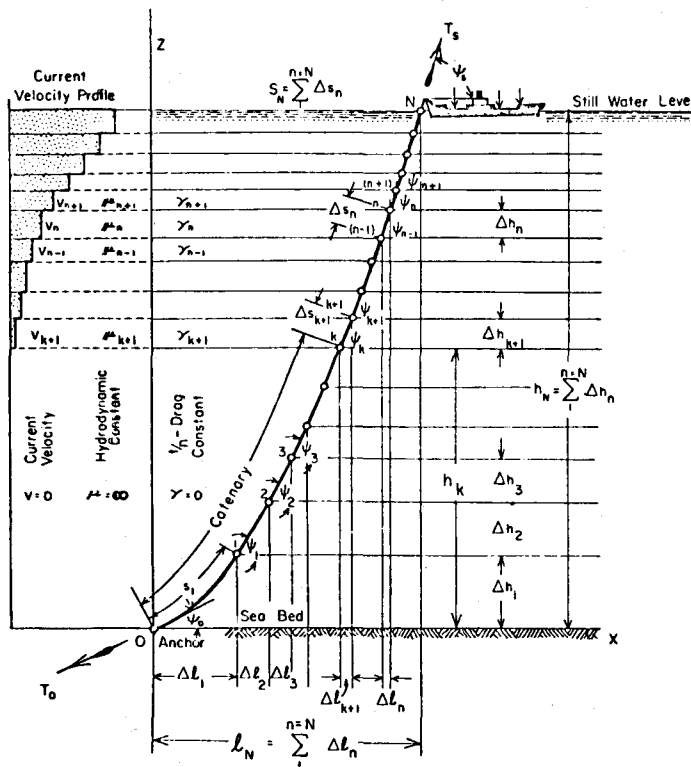


図-5 2次元非一様流中の係留索の解析法 (Wilson による)

すように非一様流を近似的に一様流速を有するステップ層にモデル化し、各層内の係留索線分に一様流に対する数値積分法を適用し、相隣り合う索線分の接点において張力の連続性を満足させて解く方法を示した。

2-4. 数値解析的方法

以上で述べてきた理論解析的方法はそれぞれ解析上の制約条件があり、係留索が異った特性を有する材料で構成され、しかも流速の鉛直分布が一様でないような場合には適用困難である。このような場合に有効な方法として係留索線分に立てた釣合方程式を差分方程式に変換して数値的に逐次積分して解析する方法、また係留索を適当な長さの直線要素に分割し、各要素に働く重力、張力、流体力の釣合方程式を前者と同様に逐次積分によって解く方法などがある。前者は差分近似法 (finite difference method) あるいは増分法 (incremental integration method)、後者は要素分割法 (lumped mass method, discrete parameter analysis) と呼ばれている。

差分近似法は井上¹⁷⁾、鍾ヶ江・川田・中島・布田¹⁸⁾などによって取扱われ、また増分法として Chang & Pilkey¹⁹⁾らによっても示されている。その概要を述べると以下の如くである。

定常流中の係留索の微小長さの線分に働く力の釣合方程式は、その伸びを考慮すると次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{接線方向: } dT &= \left[w \sin \phi - D_t \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \right] ds \\ \text{法線方向: } T d\phi &= \left[w \cos \phi + D_n \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \right] ds \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ただし、線分は張力 $T=0$ のときに ds なる長さを有するものとする。

また、幾何学的関係は式 (14) と同じく

$$\left. \begin{aligned} dx &= \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \cos \phi ds \\ dz &= \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \sin \phi ds \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式 (28) および式 (29) を差分方程式で近似すると

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_i &= \left[w_i \sin \phi_{i-1} - D_{ti} \left(1 + \frac{T_{i-1}}{A_i E_i} \right) \right] \Delta s_i \\ \Delta \phi_i &= \frac{1}{T_{i-1}} \left[w_i \cos \phi_{i-1} + D_{ni} \left(1 + \frac{T_{i-1}}{A_i E_i} \right) \right] \Delta s_i \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= \left(1 + \frac{T_{i-1}}{A_i E_i} \right) \cos \phi_{i-1} \cdot \Delta s_i \\ \Delta z_i &= \left(1 + \frac{T_{i-1}}{A_i E_i} \right) \sin \phi_{i-1} \cdot \Delta s_i \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

係留索全長を N 個に分割し (必ずしも等分割でなくてもよい)、索端部 (アンカー点) における境界条件をそれぞれ T_A, ϕ_A, x_A, z_A とすると、 n 番目の分割線分における値は

$$T_n = T_A + \sum_{i=1}^n \Delta T_i \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_n = \phi_A + \sum_{i=1}^n \Delta \phi_i \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

および

$$\left. \begin{aligned} x_n &= x_A + \sum_{i=1}^n \Delta x_i \\ z_n &= z_A + \sum_{i=1}^n \Delta z_i \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

によって求めることができる。このとき索線分に働く粘性抗力は式(20)と同様に

$$\left. \begin{aligned} D_{ti} &= K_{ti} \cos^2 \phi_{i-1} \\ D_{ni} &= K_{ni} \sin^2 \phi_{i-1} \\ K_{ti} &= \frac{1}{2} \rho C_{Dti} a_{ti} V_i^2, \quad K_{ni} = \frac{1}{2} \rho C_{Dni} a_{ni} V_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

で与えられる。また言うまでもなく n 番目の分割線分までの係留索長は次式で求められる。

$$s_n = \sum_{i=1}^n \Delta s_i \left(1 + \frac{T_i}{A_i E_i} \right) \quad (35)$$

実際の係留計算では、係留索特性値として全長 S 、単位長さ当りの水中重量 w 、断面積 A 、ヤング率 E と流れの条件として流速 V 、水深 h が与えられたときの浮体の静的釣合位置と上、下端張力を求めなければならない場合がある。このような場合には下端における境界条件 T_A 、 ϕ_A (x_A 、 z_A は例えば原点にとり、 $x_A=0$ 、 $z_A=0$ と固定する) を仮定して、式(32)によって上端係留点における張力 T_B ($=T_n$)、水平傾き角 ϕ_B ($=\phi_n$) および z_B ($=z_n$) を逐次計算で求め、 $z_B=h-d$ (d : 浮体の吃水) の状態で浮体に働く水平力 F_H (風圧力、抗力)、垂直力 F_V (重力、浮力) の合力 $F=\sqrt{F_H^2+F_V^2}$ およびその水平傾き角 $\theta=\tan^{-1}(F_V/F_H)$ と T_B 、 ϕ_B が一致するかを調べる。一致しなければ下端の境界条件 T_A 、 ϕ_A を変えて一致するまで繰返し収束計算を行う。この計算方法は当初 Skop & O'Hara¹⁹⁾ によって提案された方法で、仮想反力法 (imaginary reaction method) と呼ばれ Chang & Pilkey²⁰⁾ や片山・則松・三和²¹⁾ によって解説されている。

この差分近似法では数種類の係留索の組合わせや、途中にブイやシンカーを繋いだ場合も解析可能であり、井上¹⁷⁾ や鐘ヶ江他¹⁸⁾ などはこの種の計算を行い、実験結果とのよい一致を示している。

一方、要素分割法を係留索の静的解析に適用したものとして Webster²²⁾、片山・則松・三和²¹⁾、小田・富岡・角野²³⁾、中嶋²⁴⁾ などの研究がある。この解析法はむしろ係留索の動的解析法として有効であるので次章で詳しく解説することにする。ここではごく簡単に静的解析の場合の基本式を示しておく。

図-8 に示すように、係留索を幾つかの線要素に分割し、各要素に働くすべての力を要素の中央に仮想的に設けた集中質量 (lumped mass) に働かせ、各集中質量は直線でヒンジ結合する (索の伸びを考慮する場合は伸び特性と同等な直線バネで結合する)。このとき i 番目の集中質量における力の釣合方程式および幾何学的拘束条件式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} T_{i-1} \cos \phi_{i-1} - T_i \cos \phi_i + P_{xi} &= 0 \\ T_{i-1} \sin \phi_{i-1} - T_i \sin \phi_i + P_{zi} - W_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} x_i - x_{i+1} &= s_i \left(1 + \frac{T_i}{A_i E_i} \right) \cos \phi_i \\ z_i - z_{i+1} &= s_i \left(1 + \frac{T_i}{A_i E_i} \right) \sin \phi_i \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

ここに、 P_{xi} 、 P_{zi} ：節点 i に働く粘性抗力の各軸方向の成分であり、 i 節点における接線方向（水平と $\phi_{ai} = (\phi_i + \phi_{i+1})/2$ の角度をなす方向）に働く抗力 $P_{\tau i}$ と法線方向に働く抗力 $P_{\eta i}$ との関係が式 (38) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= P_{\tau i} \cos \phi_{ai} + P_{\eta i} \sin \phi_{ai} \\ P_{zi} &= P_{\tau i} \sin \phi_{ai} - P_{\eta i} \cos \phi_{ai} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} P_{\tau i} &= \frac{1}{2} C_{D\tau i} \rho A_{\tau i} V_i^2 \cos^2 \phi_{ai} \\ P_{\eta i} &= \frac{1}{2} C_{D\eta i} \rho A_{\eta i} V_i^2 \sin^2 \phi_{ai} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

式 (39) において、 $C_{D\tau i}$ 、 $C_{D\eta i}$ ：接線方向および法線方向の抗力係数、 $A_{\tau i}$ 、 $A_{\eta i}$ ：各方向の受圧面積。

式 (36) および式 (37) から前述の差分近似法と同様に一端における境界条件を仮定して、他端まで逐次計算を行い、他端における境界条件と一致するまで収束計算を行えばよい。この方法も複数の係留索特性を有する場合や非一様流の場合にも適用でき、計算時間も例えば一様流中の係留索の特性解析に用いられる Wilson の数値積分法¹⁴⁾に比べればはるかに短かくてすむ。この方法では要素分割数が計算精度に影響を及ぼすが、筆者らが $w = 0.116 \text{ t/m}$ 、 $h_0 = 30.0 \text{ m}$ （係留鎖上・下端の垂直距離）、 $l_0 = 43.3 \text{ m}$ （上・下端の水平距離）、 $S/h_0 = 1.80$ の条件で、伸びを無視した場合の静水中の係留鎖の上・下端張力に関して要素分割法による数値解と厳密なカテナリー理論解（ただし超越方程式は数値的に解いた）とを比較した。その結果は図-6 に示すように、等分割数が $N = 10$ 程度以上になるとカテナリー理論解

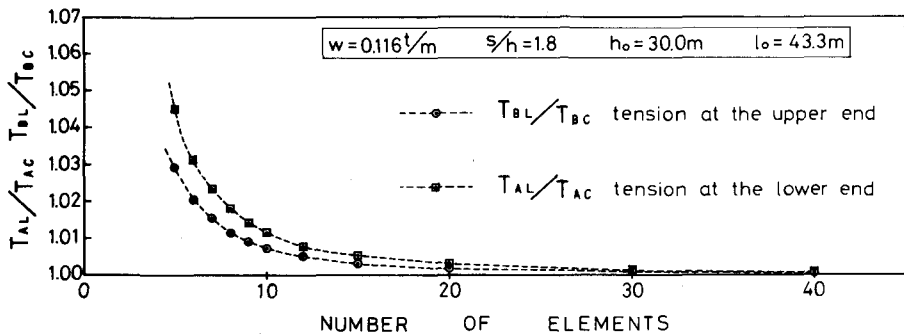


図-6 静的解析の場合の要素分割数の影響

との誤差が約1%以下に収まることを示している。なお図-6中添字 L および C はそれぞれ要素分割法による数値解およびカテナリー理論解を表わす。片山ら²¹⁾も、緩い係留の場合には分割数を多くとる必要があるが、一般には $N=10$ 程度で十分であることを指摘している。

この他、Chang & Pilkey^{25), 26)}は構造解析に用いられる伝達マトリックス法と後で述べる線型化法を併用して、与えられた一端の境界条件に対する他端の静的応答を繰返し計算なしに速かに求める手法を発表している。

3. 係留索張力の動的解析

3-1. 動的解析法の概括

係留索張力の動的解析に関する本格的な研究はわが国では4~5年前から始まったばかりであって未だ十分な成果は得られていないが、外国では10年程前から深海におけるブイ係留などに関連してかなり行われている。その解析法には、例えばWilson & Garbacci²⁷⁾がアンカー係留船の波浪応答に関連して、またNath & Felix²⁸⁾が深海係留ブイの波浪応答に関する研究で用いた特性曲線法による方法、Thresher & Nath²⁹⁾、Rupe & Thresher³⁰⁾などがアンカーの投下問題の解析に用いた要素分割法 (lumped mass method)、その他初期釣合状態からの運動が微小であるという仮定の下で、摂動法を用いて非線型な運動方程式を線型化して解く、Reid³¹⁾やChang & Pilkey^{25), 26)}らの用いた、いわゆる線型化法 (linearization method) などがある。

以上の解析法の中で、特性曲線法は微小長さの索線分に立てた非線型偏微分運動方程式のうち、索の軸線に接線方向の運動方程式を索の縦弾性波の伝播速度 $C_u = (AE/\rho)^{1/2}$ (A , E , ρ :それぞれ索の断面積, ヤング率および単位長さ当りの空中質量)と等しい勾配の特性曲線を用いて、同様に法線方向についても索の横波の伝播速度 $C_r = (T/M)^{1/2}$ (T :索張力, M :索の法線方向の運動における単位長さ当りの見掛け質量=索の質量+付加質量)と等しい勾配の特性曲線を用いて線型常微分方程式に変換して解く方法である。この方法は初期条件や境界条件になんらの制限もなく、ほとんどの係留索問題に適用できるが、非伸性の係留索では縦弾性波の波速が定まらず、この方法では解けない。また一般に計算時間が非常に長くなる短所を有する。

また、線型化法は初期釣合状態からの外力と変位の変動量の間の関係が線型近似されるので、緩い係留状態では近似が悪くなり、直線状あるいは曲率が小さい場合にのみ有効であって、一般的な解析方法とはいえない。

これらに反して、要素分割法は連続体として取扱う特性曲線法や線型化法とは異なり、係留索を幾つかの要素に分割し、これを直線によってヒンジ結合された集中質量群よりなる離散化モデルに置換して解く方法で、有限要素法の一つである。

有限要素法には、係留索のモデル化に図-7に示すような各種の方法がある。同図(a)は係留索上のすべての力と質量を節点に集中させ、節点間は質量のない非伸性の直線で連結する方法で、Rupe & Thresher³⁰⁾、Dominguez & Smith³²⁾、Walton & Polachek^{33), 34)}などがこの方法を用いている。また同図(b)は索の伸びを考慮して節点間を質量のない直線バネで連結する方法で、Thresher & Nath²⁹⁾、片山・則松・三和²¹⁾、Hicks & Clark³⁵⁾らはこのモデルを用いている。前述の要素分割法はこの(a)あるいは(b)のモデルを用いる。この他に(c)図に示すMorgan³⁶⁾やLeonard & Recker³⁷⁾らが用いた剛な直円柱をユニバーサル接合するモデル、さらに近似精度を上げ且つ計算時間を短くするためにLeonard³⁸⁾によって試られた

(d) 図の曲線円柱の接合モデルなどがある。

要素分割法は最初から各集中質量に常微分運動方程式を立てることができ、不等長さの要素分割やどんな初期条件、境界条件にも適用でき、係留索の動的解析法として現在最も有効な手法であるといえる。唯一の問題点は精度を上げるために要素長さを短かくすると計算の時間刻み幅も同時に短かくしなければならず、計算時間が長くなることである。Walton & Polachek³³⁾はこの点に関して計算の安定条件として刻み幅 $\Delta t \leq \Delta s / C_r$ (Δs : 要素長さ, C_r : 索の横波の伝播速度) の関係を導いている。

次に、慣性力の影響が比較的大きい鉄鎖の静水中における動的張力に関する筆者ら³⁹⁾の研究成果を中心に要素分割法による解析例を紹介する。

尚、係留索の動的解析に関する各種の方法を総括的にまとめたものとして文献 40) があるので参照されたい。

3-2. 要素分割法による鉄鎖張力の動的解析

3-2-1. 運動方程式

鉄鎖の伸びを無視して係留索を図-8 のようにモデル化する。 i 番目の節点に働く外力は図-9 に示すように、 $(i-1)$ 番目と i 番目および i 番目と $(i+1)$ 番目の節点を結合するそれぞれの剛な直線に働く張力 T_{i-1} および T_i 、 i 番目の節点に働く流体力の x 軸および z 軸方向の成分 P_{xi} および P_{zi} 、 i 番目の節点の水中重量 W_i である。

以上の外力を受ける質量 m_i なる i 番目の節点の運動方程式は x 軸および z 軸方向に対して、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= T_{i-1} \cos \phi_{i-1} - T_i \cos \phi_i + P_{xi} \\ m_i \ddot{z}_i &= T_{i-1} \sin \phi_{i-1} - T_i \sin \phi_i + P_{zi} - W_i \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

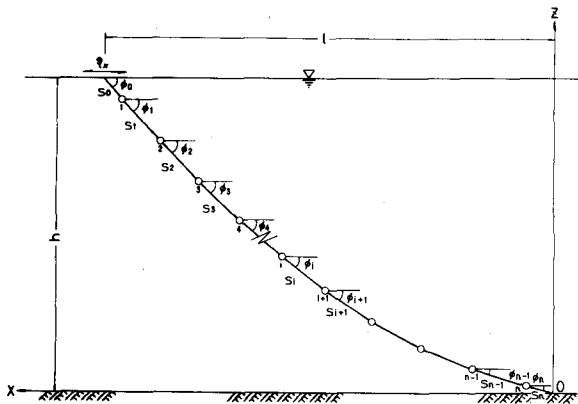


図-8 係留鎖の要素分割モデル

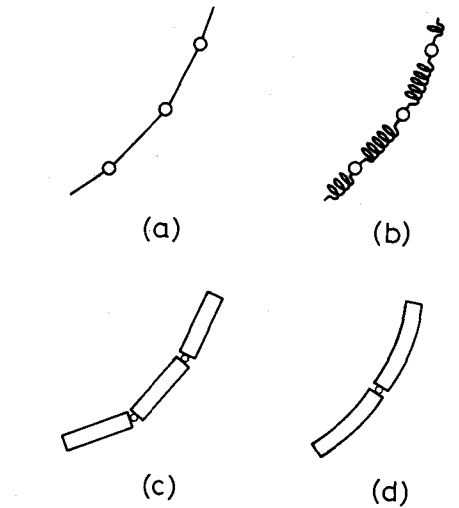


図-7 有限要素法における係留索のモデル化(文献 40)より)

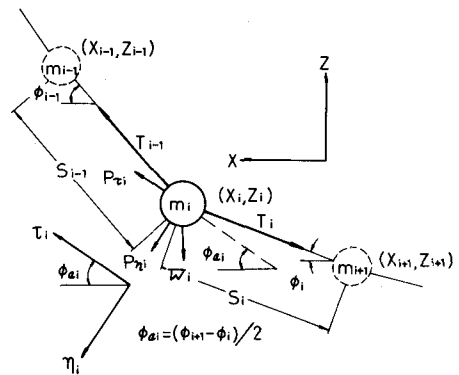


図-9 集中質量節点に働く外力

ここに、 ϕ_{i-1} 、 ϕ_i ：それぞれ $(i-1)$ 番目と i 番目および i 番目と $(i+1)$ 番目の節点を結ぶ直線の水平とのなす角度。

3-2-2. 幾何学的拘束条件(連続条件)

各節点は伸びのない直線で結ばれているので、図-10から幾何学的拘束条件として式(41)が成り立つ。

$$(x_i - x_{i+1})^2 + (z_i - z_{i+1})^2 = s_i^2 \quad (41)$$

3-2-3. 節点に働く流体力

ここでは静水中の鉄鎖の運動を考える。このとき節点に働く流体力は節点の運動加速度に比例する付加質量力と速度の2乗に比例する粘性抗力から成ると考え、これを便宜上、図-10に示すように鉄鎖の軸線に対して接線方向(τ_i 軸)に働く流体力 $P_{\tau i}$ および法線方向(η_i 軸)に働く流体力 $P_{\eta i}$ に分けて取扱うと式(42)のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P_{\tau i} &= - \left[C_{M\tau} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \ddot{\tau}_i + \frac{1}{2} C_{D\tau} \rho_w S_{\tau i} \dot{\tau}_i |\dot{\tau}_i| \right] \\ P_{\eta i} &= - \left[C_{M\eta} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \ddot{\eta}_i + \frac{1}{2} C_{D\eta} \rho_w S_{\eta i} \dot{\eta}_i |\dot{\eta}_i| \right] \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

ただし、 $C_{M\tau}$ 、 $C_{M\eta}$ ； $C_{D\tau}$ 、 $C_{D\eta}$ ：それぞれ接線方向および法線方向の付加質量係数および抗力係数、 $S_{\tau i}$ 、 $S_{\eta i}$ ：各軸方向の受圧面積、 $\dot{\tau}_i$ 、 $\dot{\eta}_i$ ； $\ddot{\tau}_i$ 、 $\ddot{\eta}_i$ ：各軸方向の速度および加速度、 ρ_i 、 ρ_w ：鉄鎖材料の密度および水の密度。

($\tau_i - \eta_i$)座標系における諸量を($x - z$)座標系の諸量に変換すると運動方程式(40)中の P_{xi} 、 P_{zi} は次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= p_{xi} + q_{xi} \ddot{x}_i + r_{xi} \ddot{z}_i \\ P_{zi} &= p_{zi} + q_{zi} \ddot{x}_i + r_{zi} \ddot{z}_i \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} p_{xi} \\ p_{zi} \end{pmatrix} &= -\alpha_{D\tau} \begin{pmatrix} \cos \phi_{ai} \\ \sin \phi_{ai} \end{pmatrix} (\dot{x}_i \cos \phi_{ai} + \dot{z}_i \sin \phi_{ai}) |\dot{x}_i \cos \phi_{ai} \\ &\quad + \dot{z}_i \sin \phi_{ai}| - \alpha_{D\eta} \begin{pmatrix} \sin \phi_{ai} \\ \cos \phi_{ai} \end{pmatrix} (\dot{x}_i \sin \phi_{ai} + \dot{z}_i \cos \phi_{ai}) \\ &\quad \times |\dot{x}_i \sin \phi_{ai} + \dot{z}_i \cos \phi_{ai}| \\ \begin{pmatrix} q_{xi} \\ q_{zi} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\beta_{M\eta} \sin^2 \phi_{ai} \\ \beta_{M\eta} \sin \phi_{ai} \cos \phi_{ai} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} r_{xi} \\ r_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{M\eta} \sin \phi_{ai} \cos \phi_{ai} \\ -\beta_{M\eta} \cos^2 \phi_{ai} \end{pmatrix} \\ \alpha_{D\tau} &= \frac{1}{2} C_{D\tau} \rho_w S_{\tau i}, \quad \alpha_{D\eta} = \frac{1}{2} C_{D\eta} \rho_w S_{\eta i}, \\ \beta_{M\tau} &= C_{M\tau} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i}, \quad \beta_{M\eta} = C_{M\eta} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

式(44)の中で

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \cos \phi_{ai} \\ \sin \phi_{ai} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left[\left\{ \left(1 \pm \frac{x_{i-1} - x_i}{s_{i-1}} \right) \left(1 + \frac{x_i - x_{i+1}}{s_i} \right) \right\}^{1/2} \right. \\ \left. - \left\{ \left(1 \mp \frac{x_{i-1} - x_i}{s_{i-1}} \right) \left(1 - \frac{x_i - x_{i+1}}{s_i} \right) \right\}^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (45)$$

なお、式(44)において左辺の() 中の上段は右辺の() 中の上段に、下段は下段に対応する。また式(45)の左辺の() 中の上段は右辺の正負号の上段に、下段は下段に対応する。

3-2-4. 基本式のマトリックス表示

式(43)を式(40)に代入し、順次 $T_0, T_1, \dots, T_n$ を消去すると運動方程式は未知数として質点の位置座標のみを有する式(46)の形に書き改められる。

$$A_i \ddot{x}_i + B_i \ddot{x}_{i+1} + C_i \ddot{z}_i + D_i \ddot{z}_{i+1} = E_i \quad (46)$$

また、幾何学的拘束条件式(41)を t で2回微分して

$$F_i \ddot{x}_i + G_i \ddot{x}_{i+1} + H_i \ddot{z}_i + I_i \ddot{z}_{i+1} = J_i \quad (47)$$

を得る。上式中、

$$\left. \begin{aligned} A_i &= [(m_i - q_{xi})(z_{i-1} - z_i) + q_{zi}(x_{i-1} - x_i)]/f_i \\ B_i &= -[(m_{i+1} - q_{xi+1})(z_{i+1} - z_{i+2}) + q_{zi+1}(x_{i+1} - x_{i+2})]/f_{i+1} \\ C_i &= -[(m_i - r_{zi})(x_{i-1} - x_i) + r_{xi}(z_{i-1} - z_i)]/f_i \\ D_i &= [(m_{i+1} - r_{zi+1})(x_{i+1} - x_{i+2}) + r_{xi+1}(z_{i+1} - z_{i+2})]/f_{i+1} \\ E_i &= [p_{xi}(z_{i-1} + z_i) - (p_{zi} - W_i)(x_{i-1} - x_i)]/f_i \\ &\quad - [p_{xi+1}(z_{i+1} - z_{i+2}) - (p_{zi+1} - W_{i+1})(x_{i+1} - x_{i+2})]/f_{i+1} \\ F_i &= x_i - x_{i+1}, \quad G_i = -F_i, \quad H_i = z_i - z_{i+1}, \quad I_i = -H_i \\ J_i &= -(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1})^2 - (\dot{z}_i - \dot{z}_{i+1})^2 \\ f_i &= (x_{i-1} - x_i)(z_i - z_{i+1}) - (x_i - x_{i+1})(z_{i-1} - z_i) \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

式(46)と式(47)は係留鎖の運動を支配する基本式であり、これらをまとめてマトリックス表示すると式(49)のように表わされる。

$$[M(x, z)] \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} = \{F(x, z; \dot{x}, \dot{z})\} \quad (49)$$

ここに、 $[M(x, z)]: A_i, B_i, C_i, D_i$ および F_i, G_i, H_i, I_i からなる擬質量マトリックス、

$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}$: 加速度マトリックス, $\{F(x, z; \dot{x}, \dot{z})\}: E_i, J_i$ からなる擬外力マトリックス。

3-2-5. 計算値と実験値の比較

係留鎖上端に高木ら⁴¹⁾に倣って

$$x_0 = l + \eta_x, \quad z_0 = h; \quad \eta_x = a \tanh \frac{\omega t}{2\pi} \sin \omega t \quad (50)$$

で表わされる水平な強制振動を与えたときの各節点の応答を初期条件

$$x_i(0) = x_{i0}, \quad z_i(0) = z_{i0}; \quad \dot{x}_i(0) = 0, \quad \dot{z}_i(0) = 0 \quad (51)$$

の下で、式(49)をR.K.G.法によって数値解析し、実験結果と比較した。なお、初期釣合状態における各節点の位置 (x_{i0}, z_{i0}) は要素分割法による静的解析によって前もって求める。式(50)式中、 l, h : 初期状態における係留鎖上端の座標、 a : 振幅、 $\omega = 2\pi/T$ (T : 周期) である。

計算においては、要素分割数は $N=20$ 、刻み幅は実物換算値で、 $T=8.0 \text{ sec}$ で $\Delta t=0.05 \text{ sec}$ 、 $T=4.0 \text{ sec}$ で $\Delta t=0.025 \text{ sec}$ とした。係留鎖の接線方向に働く流体力は無視し、 $C_{D\tau}=0$ 、 $C_{M\tau}=0$ とし、接線方向については安藤^{42), 43)}の実験値を用い、係留鎖全長にわたって $C_{D\tau}=2.1$ 、 $C_{D\eta}=2.5$ とした。

模型実験は実物換算値で水中単位長重量が $w=0.130 \text{ t/m}$ 、リンク径 78 mm のスタッド付アンカーチェーンの縮尺 $1/20$ の幾何学的相似模型 (材料は銅) を用い、上・下端張力を歪ゲージタイプのリングゲージで計り、上端はプーリーの回転運動を水平運動に変換する強制水平振動装置に取付け、調和振動を与えてその変位をポテンショメータで計測し、張力と同時記録した。

図-10 および 図-11 はそれぞれ実物換算値で $T=8.0 \text{ sec}$ 、 $a=1.0 \text{ m}$ および $T=4.0 \text{ sec}$ 、 $a=1.0 \text{ m}$ の強制水平振動を与えたときの上・下端張力の時間波形について計算値と実験値の比較を示している。図中、 T_{ud} 、 T_{u0} は動的および初期釣合時の上端張力、同様に T_{ld} 、 T_{l0} は動的および初期釣合時の下端張力を表わす。

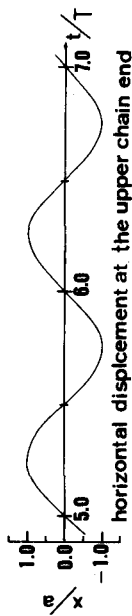
これらの図によると、何れの周期の場合も上端張力については計算値と実験値の一致はほぼ良好といえるが、下端張力については両者の波形に多少差が見られる。まだ細かい点については検討を要するが、全体的に最大値や位相関係がほぼ一致していることから判断して要素分割法の有用性は明らかである。なお、張力波形が定常になるまでの計算時間は、京都大学大型計算機センターの FACOM-M200 を用いて、 $T=4.0 \text{ sec}$ 、 $N=20$ 、 $\Delta t=0.025 \text{ sec}$ のとき CPU time で約 180 sec 、 $N=10$ のとき約 95 sec であった。

3-2-6. 流体力の影響

図-12 は $T=4.0 \text{ sec}$ 、 $a=1.0 \text{ m}$ の場合について抗力係数を $C_{D\eta}=2.0$ と一定に保ち、付加質量係数を $C_{M\eta}=1.0$ 、 2.0 および 3.0 に変えて求めた上・下端張力の計算結果である。この図から理解できるように鉄鎖のように単位長重量が大きい係留索では動的張力に及ぼす付加質量力の影響は小さいといえる。

一方、 $C_{M\eta}=2.5$ と一定に保ち、 $C_{D\eta}=1.0$ 、 2.0 および 3.0 に変えて粘性抗力の影響を調べると図-13のごとくである。一般に、係留索の動的張力波形には基本周波数振動以外に両端固定弦としての固有振動波形が重なり、これが動的な張力波形を特徴づけるが、図-13はこの固有振動に及ぼす粘性減衰力の影響を明瞭に示しており、抗力係数の増大と共に固有振動が著るしく減少してゆく様子をよく表わしている。このように索に働く粘性抗力は張力波形や peak 値に大きく影響を及ぼすので、計算に当って

$w = 0.130 \text{ t/m}$ $S = 54.0 \text{ m}$ $h = 30.0 \text{ m}$ ($S/h = 1.8$)
 $T = 8.0 \text{ sec}$ $a = 1.0 \text{ m}$ $C_M = 2.5$ $C_D = 2.1$



— measured
 - - - - - calculated

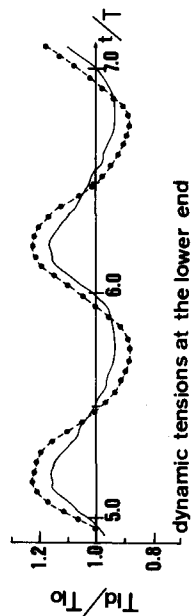
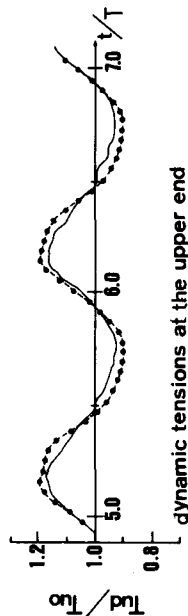
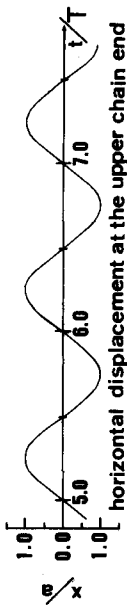


図-10 上, 下端張力の計算値と実験値の比較 ($T = 8.0 \text{ sec}$)

$w = 0.130 \text{ t/m}$ $S = 54.0 \text{ m}$ $h = 30.0 \text{ m}$ ($S/h = 1.8$)
 $T = 4.0 \text{ sec}$ $a = 1.0 \text{ m}$ $C_M = 2.5$ $C_D = 2.1$



— measured
 - - - - - calculated

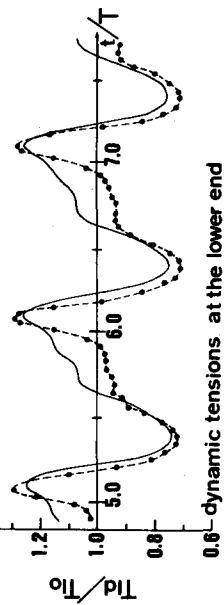
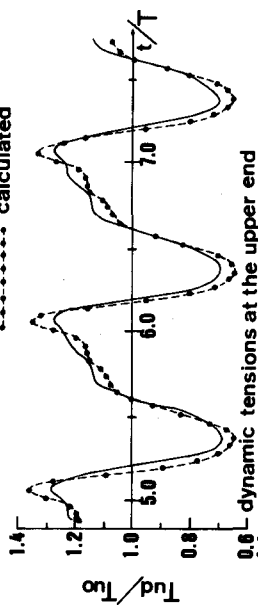
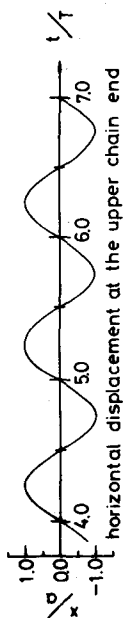


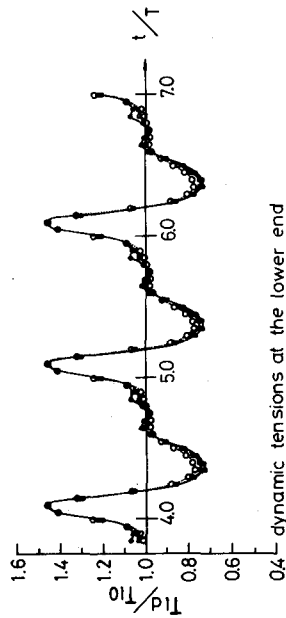
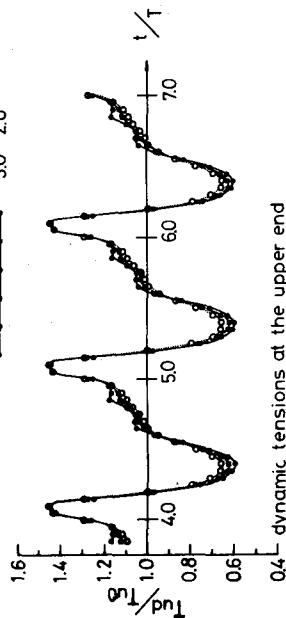
図-11 上, 下端張力の計算値と実験値の比較 ($T = 4.0 \text{ sec}$)

$w=0.116 \text{ t/m}$ $S=54.0\text{m}$ $h=30.0\text{m}$ ($S/h=1.8$)

$T=4.0\text{sec}$ $a=1.0\text{m}$



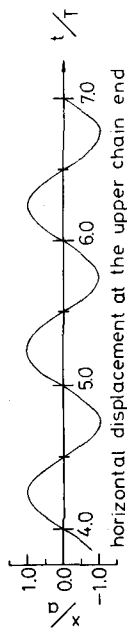
$C_M \quad C_D$
 1.0 2.0
 2.0 2.0
 3.0 2.0



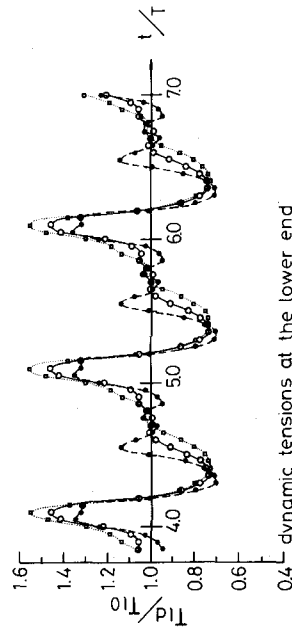
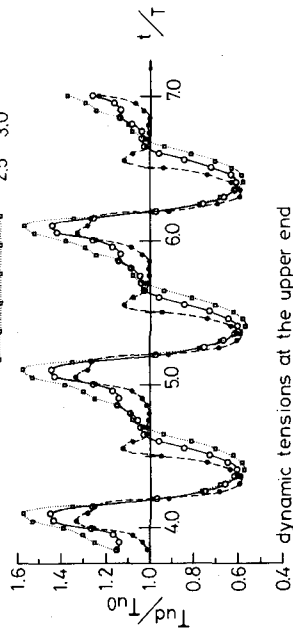
図一 12 動的張力に及ぼす付加質量力の影響

$w=0.116 \text{ t/m}$ $S=54.0\text{m}$ $h=30.0\text{m}$ ($S/h=1.8$)

$T=4.0\text{sec}$ $a=1.0\text{m}$



$C_M \quad C_D$
 2.5 1.0
 2.5 2.0
 2.5 3.0



図一 13 動的張力に及ぼす粘性抗力の影響

は抗力係数の値を慎重に選ぶ必要がある。

3-2-7. 動的張力の特性

図-14 は図-12 あるいは 図-13 と同じ係留条件の場合について、強制振動の周期を変化させて鉄鎖上端の張力の時間波形の計算値を比較したものである。この図から周期が短くなるに従って鉄鎖の固有振動が著るしく誘発され、時間波形が大きく変動すると共に、peak 値が増大すること、また、周期が短くなると共に上端の張力と変位の位相差が増大することが明確に見出せる。

このような数値計算で得られた動的張力の最大値 $(T_{ud})_m$ を、単に上端の位置に応じてカテナリー理論で計算した静的張力の最大値 $(T_{uc})_m$ と比較して周期との関係を表わすと 図-15 に示すごとくであ

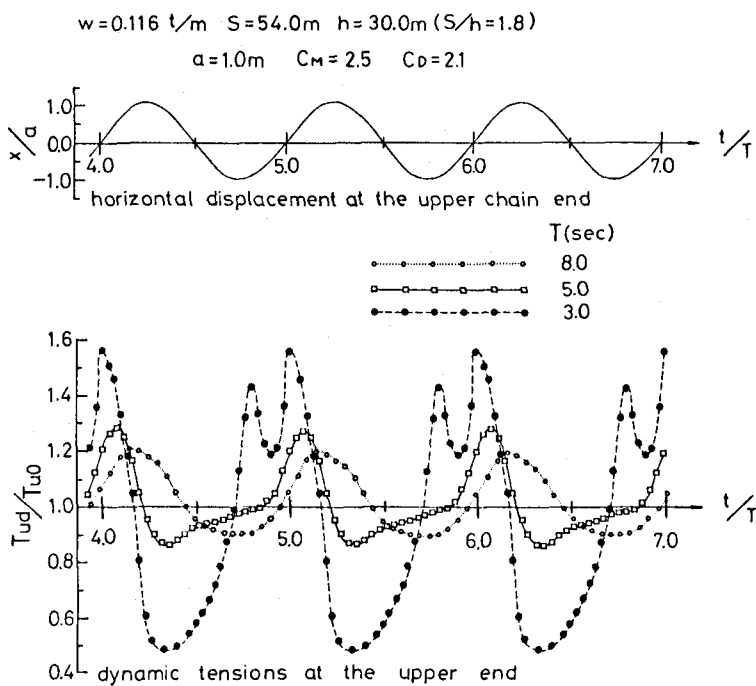


図-14 動的張力波形の周期による相違

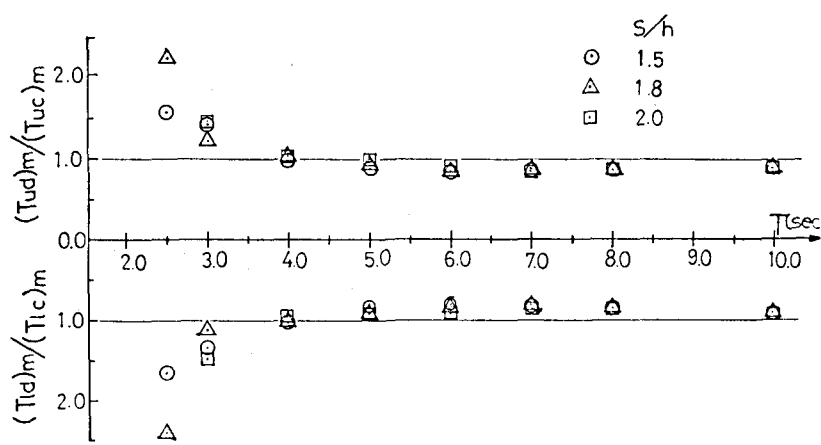


図-15 動的取扱と静的取扱による上端張力の比較

る。計算は $scope$ が $S/h=1.5$, 1.8 および 2.0 の 3 種類の場合について行ったが、計算で用いた係留条件では何れの $scope$ の場合も周期がほぼ 4.0 sec 以上になると動的張力は静的に取扱った場合の張力よりもむしろ小さくなり、周期の増大と共に緩やかにカタナリー解に漸近して行くことがわかる。また逆に周期がほぼ 4.0 sec 以下になると急激にカタナリー解より大きくなる傾向を示している。このような傾向は安藤⁴²⁾や小寺山⁴⁴⁾の実験結果によっても見出されており、片山ら²¹⁾の計算結果もこの点に関して同様な傾向を示している。

4. 係留索の流体力特性

定常流中の係留索の形状や張力は係留索の単位長さ重量に比べ流体力が相対的に大きくなるとカタナリー理論解とかなり大きな差が現われることは既に 2-3. で述べたところである。特に比重の小さな合繊索を用いるとこの差は著しい。したがって定常流中での係留索の釣合形状や張力を正しく予測するには係留索の抗力特性を正確に把握する必要がある。

また、流体中で運動する係留索の変動張力には減衰力としての粘性抗力が大きく影響する。また係留索の単位長さ重量が小さい場合には付加質量力の影響も無視することはできない。このときの抗力係数や付加質量係数は Morison 波力式中の抗力係数や質量力係数と同様に振動流に対する特性を有するものと思われる。

係留索に対するこれらの流体力係数に関する資料は非常に少なく、今後の研究が望まれるところである。ここでは主として安藤⁴³⁾および安藤・山川⁴²⁾によって求められたものを中心に解説する。

4-1. 定常流中の抗力係数

安藤⁴³⁾および安藤・山川⁴²⁾は鋼索と鉄鎖の部分模型を水槽内で曳航して抗力を計測し、次式によってそれぞれの抗力係数を求め、レイノルズ数との関係を図-16および図-17のように表わしている。

$$C_D = R / \frac{1}{2} \rho A V^2, \quad R_e = dV / \nu \quad (52)$$

ここに、 C_D : 抵抗係数, R : 係留索単位長さ当りに働く抗力, A : 流れに直角な面に投影したときの索単位長さ当りの投影面積, V : 流速, ρ : 水の密度, R_e : レイノルズ数, d : 索の直径 d_r または鉄鎖のリンク径 d_c , ν : 水の動粘性係数。

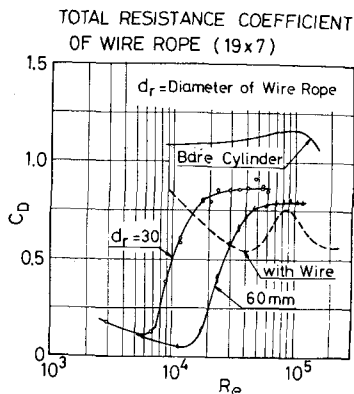


図-16 鋼索の抵抗係数 (安藤⁴³⁾ による)

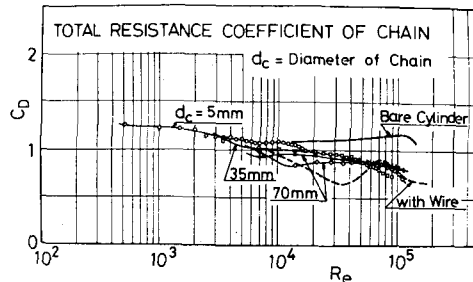


図-17 鉄鎖の抵抗係数 (安藤⁴³⁾ による)

これらの図によると、鋼索の抵抗係数はレイノルズ数の増大と共に急激な増加を示しているが、鉄鎖の場合にはこのような急変は見られず、レイノルズ数の増大と共に緩やかな減少を示している。

永井・倉田・伊藤¹¹⁾は開水路の定常流中における実験によってスタッド付鉄鎖の抗力係数を図-18のように求めているが、図-17の安藤らの実験結果とほぼ一致した値を示している。同時に永井らは鉄鎖の軸線に接線方向の抗力も計測し、法線抗力の10~20%の値を得ている。

また、Wilson¹⁴⁾は Zajac⁴⁵⁾、Pode⁴⁶⁾ および Kullenberg⁴⁷⁾ の実験結果を整理して stranded cable の法線方向と接線方向の抵抗係数を図-19のように表わしている。

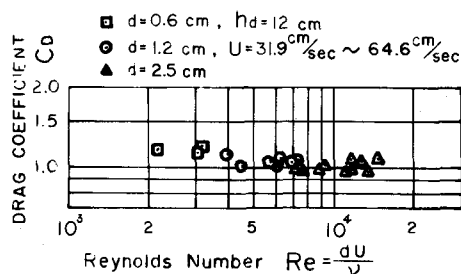


図-18 スタッド付鉄鎖の抵抗係数 (永井¹¹⁾ による)

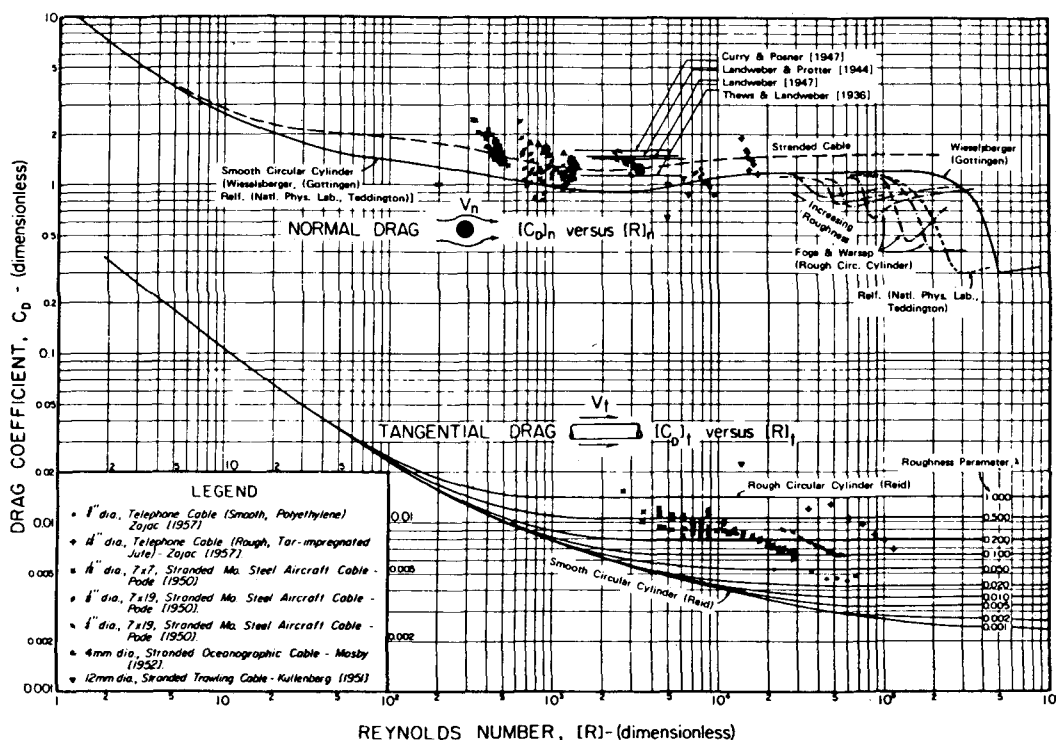


図-19 Stranded cableの抗力係数 (Wilson¹⁶⁾ による)

4-2. 振動時の流体力係数

安藤らは静水中で鋼索と鉄鎖の軸線に直角方向に水平な強制調和振動を与えて、これに働く流体力を Morison 式で表わしたときの抗力係数と質量係数を図-20 および 図-21 のように求めている。図中、 D_R 、 D_C はそれぞれ鋼索の呼び径および鉄鎖のリンク径、 $\xi_D = \frac{2\pi}{T} \sqrt{D/2g}$ (T : 振動周期、 D : 鋼索の場合は D_R をとり、鉄鎖の場合は単位長さ当りの容積と同等な円柱に置換したときの見掛けの直径をとる)、 Y_a は強制振動の振幅である。これらの実験結果によると、鋼索の振動時の抗力係数は無次元振幅

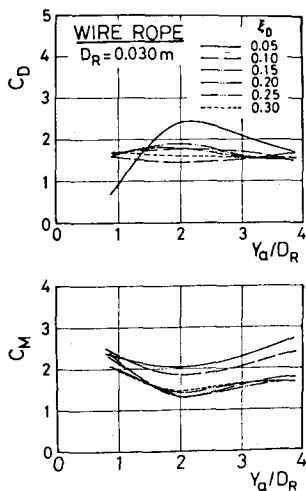


図-20 振動時の鋼索の流体力係数
(安藤⁴³⁾による)

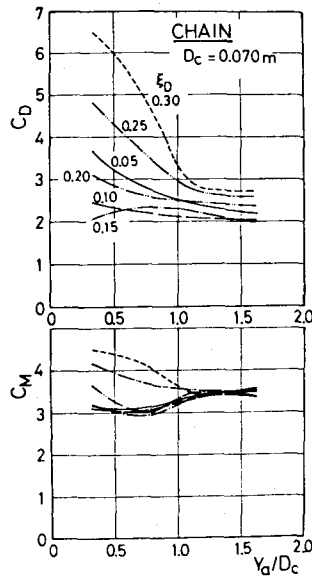


図-21 振動時の鉄鎖の流体力係数
(安藤⁴³⁾による)

Y_a/D_R および無次元周波数 ξ_D が変化しても約 1.8 ($\xi_D = 0.05$ の場合は計測精度の関係で他の場合と傾向が異っている) と一定値になっている。質量係数については低周波の振動を除けばほぼ 1.5 ~ 1.7 の範囲の値を有し、周波数による差は明確でない。

一方、鉄鎖の場合は、抗力係数は振幅が小さく、周波数が高くなる程大きな値を示すが、ほぼ $Y_a/D_c > 1.0$ になると振幅に無関係に、周波数のみに依存して一定値に近づく傾向を有する。また、質量係数についても抗力係数とほぼ同様な傾向を示すが、ほぼ $Y_a/D_c > 1.0$ になると振幅と周波数にも無関係に約 3.5 と一定値に収束するようである。これらの係数は前述の定常流に対する抗力係数やポテンシャル理論から求められる円柱の質量係数に比べてかなり大きな値を示しており、振動流に対する物体の流体力係数と同じような性質をもつようである。安藤の実験値は静水中での強制振動実験から得られたものであるが、実際問題としては潮流や波浪中で運動するときの流体力係数の値が必要になると思われる。このような場合にも安藤の実験結果が適用できるかどうかの見直しも含めて、今後さらに係留索の流体力特性について詳細な研究が望まれる。

5. あとがき

浮遊構造物の係留問題と題して本小論をまとめたが、係留索そのものの張力解析に終始し過ぎた感を禁じ得ない。またその割には言葉の足りないところや大切な問題を残しているように思われる。例えば、張力緩衝法^{4), 48), 49)}、多点係留解析¹⁷⁾、taut mooring 解析^{50), 51), 52)}、流れの中での strumming 問題^{53), 54), 55)}、係留系の強度特性や伸び特性^{5), 56), 57)} などである。

浮遊構造物の係留系の波浪応応に関しても興味ある問題が沢山ある。浮体に働く流体力解析における無限水深域に対するストリップ法^{58), 59)}、特異点分布法⁶⁰⁾、有限水深域に対する2次元特異点分布法^{61), 62)}、領域分割法⁶³⁾ など。また、規則波による波漂流^{64), 65)}、不規則波による slow drift oscillation 問題^{65), 66), 67)}

は係留系の張力解析では非常に重要な問題である。これらの全般的な係留系の波浪応答問題については田才⁶⁸⁾、井上⁶⁹⁾らが詳細にまとめているので参照されたい。

浮遊構造物の波浪応答に関する研究は造船工学の分野では勿論のこと、土木工学の分野でもこの10年近くの間かなりの数を見るようになった。しかし、これらの研究の多くは係留力を線型的、静的に取扱っている。係留系の一層安全で合理的な設計のためには動的、非線型的取扱が必要になってくるものと思われる。本小論が今後この方面の研究に何んらかのお役に立てば幸いである。

終りに、本稿をまとめるに当って、貴重な資料を引用させて頂いた関係者の方々に深く感謝を申し上げる。また河海工学研究室の木村龍夫技術吏員、院生の富岡健一の両君に図面作製等で惜しまぬ協力を得た。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Lochner, R., Faber, O., and Penny, W.: The Bombardon Floating Breakwater, The Civil Engineer in War, The Institution of Civil Engineers, Vol. 2, London, 1948, p. 256.
- 2) 加藤重一：浮防波堤の開発研究，その開発現況と将来，土木学会誌，第63巻3号，1978年3月，pp. 58-63.
- 3) Richey, E. P. and Nece, R. E.: Floating Breakwaters - State of the Art, 1974 Floating Breakwaters Conference Papers, Newport, Rhode Island, April 1974, pp. 1-19.
- 4) 庄司邦昭：係留浮体の運動と係留索の張力に関する研究，日本造船学会論文集，第138号，1975年12月，pp. 243-250.
- 5) 安藤定雄：係留索・鎖，アンカー，シンカー等について，第2回海洋工学シンポジウム（浮遊式海洋構造物の係留問題を中心にして），日本造船学会，1976年6月，pp. 73-93.
- 6) 鍾ヶ江官朗・川田喜平・中島正・布田洋彦：各種係留ラインの特性計算について，日本造船学会誌，第594号，1978年12月，pp. 600-606.
- 7) 桑野研一：二点支持懸垂吊橋とそのバネ定数，第37回西部造船会性能部会資料，1968年8月。
- 8) 高木又男・新井信一・梅野佳子：係留浮体の規則波中の運動に関する理論計算，日本造船学会論文集，第135号，1974年5月，pp. 95-107.
- 9) 前記8)と同じ文献。
- 10) 大阪市立大学工学部河海工学研究室：呼称L-2型浮標および改良型強潮流用浮標の適応性に関する検討，1968年3月（未発表）。
- 11) 永井荘七郎・倉田克彦・伊藤忠：潮流中のアンカーチェーンの形状およびその両端に働く張力に関する研究，第20回海岸工学講演会論文集，1973年11月，pp. 305-312.
- 12) 前出6)と同じ文献。
- 13) Pode, L.: Tables for Computing the Equilibrium Configuration of a Flexible Cable in a Uniform Stream, Rept. 687, David Taylor Model Basin, U. S. Navy, Washington, D. C., Mar. 1951.
- 14) Wilson, B. W.: Characteristics of Anchor Cables in Uniform Ocean Currents (I), Tech. Report No. 204-1, Texas A&M Research Foundation, April 1960, 157 p.; Bulletin of PIANC, 1964, pp. 21-53 and pp. 81-115.
- 15) 前出10)と同じ文献。

- 16) Wilson, B. W.: Characteristics of Deep-Sea Anchor Cables in Strong Ocean Currents, Tech. Reports No. 204-3, 204-3A, Texas A&M Research Foundation, Feb.-March 1961; Bulletin of PIANC, 1968, pp. 3-26.
- 17) 井上義行：任意係留ラインの静的特性計算，石川島播磨技報，第16巻第5号，1976年9月，pp. 552-558.
- 18) 前出6)と同じ文献。
- 19) Skop, R. A. and G. J. O'Hara: The Static Equilibrium Configuration of Cable Arrays by Use of the Method of Imaginary Reactions, Naval Research Laboratory Report, NRL-6819, Feb. 1969.
- 20) Chang, P. Y. and W. D. Pilkey: The Analysis of Mooring Lines, Preprint of OTC, No. 1502, 1971, pp. 845-854.
- 21) 片山正敏・則松康夫・三和英一：浮遊式海洋構造物の係留解析法，三菱重工技報，Vol. 13, No. 4, 1976年7月，pp. 1-9.
- 22) Webster, R. L.: Nonlinear Static and Dynamic Response of Underwater Cable Structures Using the Finite Element Method, Preprint of OTC, No. 2322, 1975, pp. 753-764.
- 23) 小田一紀・富岡健一・角野昇八：Lumped mass methodによる係留鎖張力の解析，土木学会関西支部年講，1977年6月。
- 24) 中嶋俊夫：要素分割された係留ラインの静的および動的解析，第32回海洋工学懇談会研究発表資料，1980年1月。
- 25) 前出20)と同じ文献。
- 26) Chang, P. Y. and W. D. Pilkey: Static and Dynamic Analysis of Mooring Lines, Journal of Hydronautics, Vol. 7, No. 1, Jan. 1973.
- 27) Wilson, B. W. and D. H. Garbaccio: Dynamics of Ship Anchor-Lines in Waves and Current, Journal of the Waterways and Harbors Div., ASCE, Vol. 93, No. WW4, Paper 6888, Nov. 1969, pp. 449-465.
- 28) Nath, J. H. and M. P. Felix: Dynamics of Single Point Mooring in Deep Water, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Div., ASCE, Vol. 96, No. WW4, Paper 7700, Nov. 1970, pp. 815-833.
- 29) Thresher, R. W. and J. H. Nath: Anchor-Last Deployment Simulation by Lumped Masses, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Div., ASCE, Paper 11709, Nov. 1975, pp. 419-433.
- 30) Rupe, R. C. and R. W. Thresher: The Anchor-Last Deployment Problem for Inextensible Mooring Lines, Journal of Engineering for Industry, Transaction of ASME, Paper No. 74-WA/OCT-5, Oct. 1974.
- 31) Reid, R. O.: Dynamics of Deep-Sea Mooring Lines, Final Report, Project 204, Ref. 68-11F, Dept. of Oceanography, Texas A&M Univ., College Station, Texas., July 1968.
- 32) Dominguez, R. F. and D. E. Smith: Dynamic Analysis of Cable Systems, Journal of the Structural Div., ASCE, Paper 9127, Vol. 98, No. ST8, Aug. 1972, pp. 1817-1834.

- 33) Walton, T. S. and H. Polachek: Calculation of Nonlinear Transient Motion of Cables, Rept. 1279, David Taylor Model Basin, U.S. Navy, Washington, D. C., July 1959.
- 34) Walton, T. S. and H. Polachek: Calculation of Transient Motion of Submerged Cables, Mathematics of Computation, Vol. 14, 1960, pp. 27-46.
- 35) Hicks, J. B. and L. B. Clark: On the Dynamic Response of Buoy-Supported Cables and Pipes to Currents and Waves, Preprint of OTC, No. 1556, 1972.
- 36) Morgan, B. J.: The Finite Element Method and Cables Dynamics, Paper 3C, Proc. of the Symposium on Ocean Engineering, Univ. of Pennsylvania, Philadelphia, Pa., Nov. 1970.
- 37) Leonard, J. W. and W. W. Racker: Nonlinear Dynamics of Cables with Low Initial Tension, Journal of the Engineering Mechanics Div., ASCE, Paper 8805, Vol. 98, No. EM2, April 1972, pp. 293-309.
- 38) Leonard, J. W.: Curved Finite Element Approximation to Nonlinear Cables, Preprint of OTC, No. 1533, 1972.
- 39) 小田一紀・富岡健一: 係留鎖の動的張力に関する基礎的研究, 第27回海講, 1980年11月(印刷中).
- 40) Choo Y. and M. J. Casarella: A Survey of Analytical Methods for Dynamic Simulation of Cable-Body Systems, Journal of Hydronautics, Vol. 7, No. 4, Oct. 1973, pp. 137-144.
- 41) 前出8)と同じ文献。
- 42) 安藤定雄・山川賢次: 係留索・鎖の運動および張力(鎖単独の流体力特性), 第22回船研講演概要, 1973年12月, pp. 110-113.
- 43) 安藤定雄: 索・鎖の流体力について(その1部分模型), 西部造船協会会報, 第50号, 1975年10月, pp. 99-110.
- 44) 小寺山亘: 係留浮体の運動と係留鎖張力について。西部造船学会会報, 第53号, 1977年, pp. 85-107.
- 45) Zajac, E. E.: Dynamics and Kinematics of the Laying and Recovery of Submarine Cables, Bell System Tech. Journal, Vol. 36(5), Sept. 1957, pp. 1129-1207.
- 46) Pode, L.: An Experimental Investigation of the Hydrodynamic Forces on Standed Cables, Report No. 713, David Taylor Model Basin, U. S. Navy, Washington D. C., Mar. 1951.
- 47) Kullenberg, B.: On the Shape and the Length of the Cable during a Deep-Sea Trawling, Reports of the Swedich Deep-Sea Expedition, Vol. II (2), Zoology, Gotebory, 1951.
- 48) 中村充・上北征男: 係留浮子の衝撃力緩和に関する研究(1), 第23回海講, 1976年11月, pp. 70-73.
- 49) 中村充・上北征男・芥川健一: 中間浮子による衝撃緩和に関する研究(2)——模型実験による検証——, 第25回海講, 1978年11月, pp. 607-611.
- 50) Nath, J. H.: Dynamic Response of Taut Lines for Buoys, Marine Technology Society Journal, Vol. 5, No. 4, 1971.
- 51) Smith, C. E., T. Yamamoto and J. H. Nath: Longitudinal Vibration in Taut-Line Moorings, Marine Technology Society Journal, Vol. 8, No. 5, June 1974.

- 52) Yamamoto, T., J. H. Nath and C. E. Smith: Longitudinal Motions of Taut Moorings, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Div., ASCE, WW7, Feb. 1974.
- 53) Skop, C. E. and O. M. Griffin: A Model for Predicting the Vortex-Excited Oscillations of a Cylinder, Proc. of Ocean Engineering III, ASCE, University of Delaware, June 1975.
- 54) Tsai, N. T.: Modeling of Vortex-Excited Vibration of Underwater Cable System, Preprint of OTC, No. 2320, May 1975, pp. 745-752.
- 55) Griffin, O. M., J. H. Pattison, R. A. Skop, S. E. Ramberg and D. J. Meggitt: Vortex-Excited Vibrations of Moored Cables, Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Div., ASCE, WW2, May 1980, pp. 183-204.
- 56) Wilson, B. W.: Elastic Characteristics of Moorings, Journal of the Waterways and Harbors Div. ASCE, WW4, Nov. 1967, pp. 27-56.
- 57) Lavel, G.: Fatigue Tests on Anchor Chain-Cables, Preprint of OTC, No. 1503, April 1971, pp. II-854 - II-858.
- 58) 田才福造: 船の上下動揺並びに縦動揺に於ける減衰力及び附加質量について, 造船協会論文集, 第105号, 1959年, pp. 47-56.
- 59) 田才福造: 水面に浮んだ柱状体の左右揺れによって生じる Hydrodynamic Force および Moment, 造船協会論文集, 第110号, 1961年, pp. 9-17.
- 60) 前田久明: 任意船型におよぼす波の強制力について, 日本造船学会論文集, 第126号, 1969年, pp. 55-83.
- 61) 高木幹雄: 浅海域における船体運動について(その1), 西部造船会会報, 第50号, 1975年, pp. 29-63.
- 62) 高木幹雄: 浅海域における船体運動について(その2), 西部造船会会報, 第52号, 1976年, pp. 59-72.
- 63) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第202号, 1972年, pp. 33-48.
- 64) Maruo, H.: The Drift of a Body Floating on Waves, Journal of Ship Research, Dec. 1960, pp. 1-10.
- 65) 高木又男: 漂流力について, 第2回海洋工学シンポジウム(浮遊式海洋構造物の係留問題を中心として), 日本造船学会, 1976年6月, pp. 20-37.
- 66) Hsu, F. H. and K. A. Blenkern: Analysis of Peak Mooring Force Caused by Slow Vessel Drift Oscillation in Random Sea, Preprint of OTC, No. 1159, 1970.
- 67) Remery, G. F. M. and A. J. Hermans: The Slow Drift Oscillations of a Moored Object in Random Seas, Preprint of OTC, No. 1500, April 1971, pp. II-829 - II-837.
- 68) 田才福造: 波浪に対する浮遊構造物の動的応答, 第1回海洋工学シンポジウム(浮遊式海洋構造物の諸問題), 日本造船学会, 1974年11月, pp. 67-88.
- 69) 井上義行: 浮遊式海洋構造物の波浪中における運動および係留特性, 石川島播磨技報, 第17巻, 第2号, 1977年3月, pp. 143-152.