水資源開発と渇水コントロール

池 淵 周 一

1. はじめに

昭和53年5月から287日間に渡って給水制限を行なった福岡渇水は他に例をみない深刻な水不足をもたらしたが，首都圏，京阪神地域においても渇水，水不足問題は頻発しており，いまや水不足は国民生活，国民経済に大きな影響を与えつつある。もちろん，その主な原因として気象条件があげられるが，人口の都市集中およびそれに伴う業務・サービス活動の拡大により増大した都市用水を水源手当ての遅れを待てず，渇水時には取水できない不安定取水に依存するといった，本質的に渇水の影響を受け易い水利用構造を惹起してきたことにも原因があろう。さらに，生活水準の向上，生産活動の進展等により，水需要は今後とも増大するものと考えられ，とくに水需給ひっ迫地域においては，今後ともかなりの不安定状態が続くものと懸念される。こうした事態を回避するためには，もちろん抜本的な対策（現時点では明確なしかも合意できる姿で描くことは困難であろう）が不可欠であるが，いくつかの対策を有機的に組み合わせて，いわゆる水資源対策をはかることも急務である。そのためには，まず水資源開発を積極的に推進することが必要であるが，ダム建設等の水資源開発には多額の費用や水没補償，生活再建等，いわゆる水源地対策に長期間を要するため，計画的，先行的に水資源開発を推進するとともに，節水，排水の再利用，地下水の適正な保全と利用，循環利用の促進，各種用水の合理化利用等を総合的かつ有機的に組み合わすことが必要となってくる。

もとより水さらには水資源をとりまく環境は広汎・多岐，複雑化しており，その解決には研究・技術レベル，行政レベル，市民レベルの有機的連けいが必要なことはいうまでもないが，上記の総合的水資源対策の研究・技術レベルにおける構成およびその解決には，後述するようなシステム論的アプローチが有効であろう。

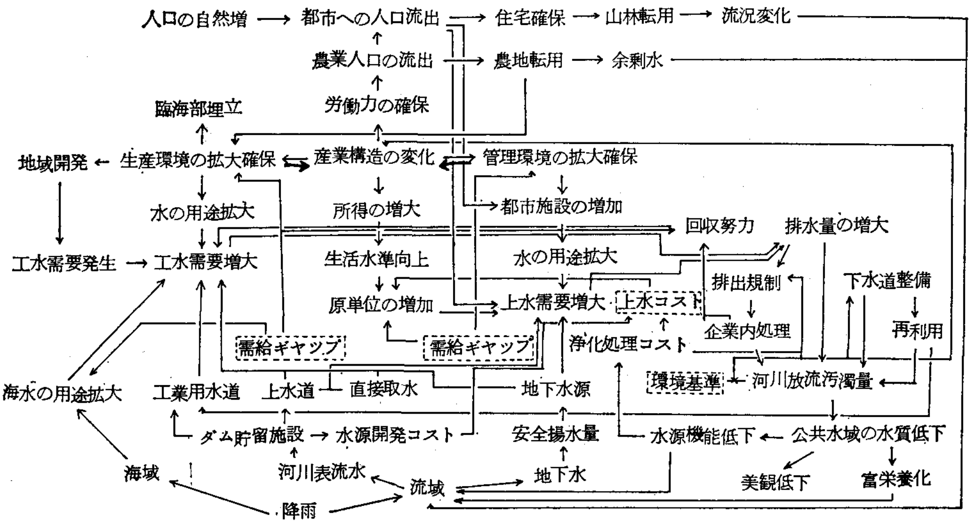
2. 社会システムとしてみた水需給構造

戦後の農業から重化学工業中心主義へと移っていった産業構造の変化は，都市への人口および施設の集中をもたらし，都市構造の変化を引き起こした。そして都市は水の大量消費型に変質し，上水や工業用水の使用量が増加し，それが大量の都市排水を生み，水質汚濁を引き起こすこととなった。これら上水や工業用水の使用量増加は地盤沈下に伴う地下水規制，過疎問題とも関連した水源地対策，環境問題に伴う水源開発の遅れ・開発コストの高騰などと相まって，水不足という量的問題を，また大量の都市排水は下水道整備の遅れ，排出規制の不明確さに助長され，水質汚濁という質的問題を顕在化させている。しかも公共用水域の水質汚濁は水源機能を低下させ，浄化処理コストを高騰させるとともに，水不足の遠因にもなっている。

こうした事実は，もはや水問題は需要・供給・排水汚濁を個々独立にとらえることはできず，それらの有機的な関連構造を量・質・コストの3側面を包含した形で総合的にとらえなければならないことを意味している。さらに，われわれ人間生活・産業活動にとって現況の水需給は量・質・コストの面で決して満足のいくものではなく，そのギャップを改善・緩和させるために講じた対策手段があるものは遅れを伴って，あるものはひずみをもって再びわれわれの生活・産業構造にはねかえっていき，時間の経過とともに

このプロセスが繰り返されているとみなければならない。

このように考えると，われわれは水需給構造を一つの社会システムとして体系的にとらえるべきであり，しかもそれらシステムの階層的フィードバック構造を正しく認識しなければならないことに気づくであろう。図一1はこうした考えのもとで需要・供給・排水汚濁の相互関係をフローチャートで示したものであ



図一1　水需給構造のトータルフロー

る。もちろん，水は人間生活のみならず自然の構成要因として重要な役割を担っているので，人間生活中心の考え方は水にとって危険側といわねばならないし，また社会・経済・技術の変容に水環境は鋭敏に反応し，それにより変化した環境が人間の生活や産業活動に影響を与えるということも注意しておかなければならない。このことを図中では環境基準という要素で概念的に表現している。

3. システム論的アプローチ

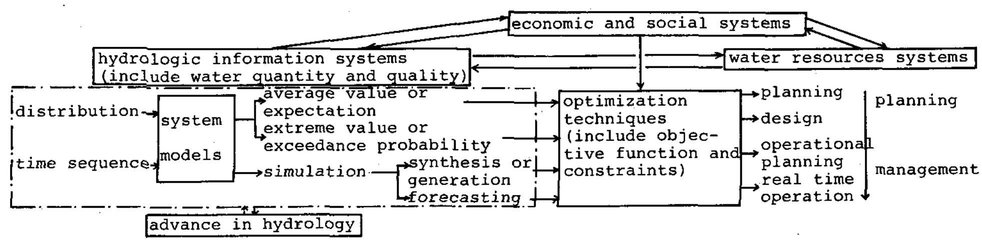
一般に，システム論的アプローチは，1）一つ以上の明瞭に定義された目的あるいは目標がある場合，および意志決定者が1人以上いる，2）そうした目的を満足する代替案が1つ以上ある，3）best な代替案が明らかでない，4）解析するシステムのいくつかの解および目的が理にかなった形の数学モデルで記述できる，5）モデルパラメータが利用可能なデータから同定できる，といった問題に有効であるが，2. で述べた水資源システムの広汎でかつ複雑な相互関係および，そのダイナミックな特性を考えると，その解析手段にはシステム論的アプローチが不可欠であるように思われる。

もちろん，システム論的アプローチが基盤におくモデルあるいはモデル化において，現実の複雑なシステムが精密にしかも定量的に記述できるか異論のあるところであるが，何も精密，厳密さを絶対的に要請しているのではなく，モデル化においても，1）解析目的，2）意志決定に必要なデータ，3）解析に利用できる時間，データ，金，計算機，4）モデル作成者の知識，熟練度，などと照らしてモデル展開をはかることが重要である。また，わが国の場合，ダムサイトは地形・地質条件で決まってしまい，代替案の選択にシステム論的アプローチが有効に機能しないように思われるふしもあるが，ダム貯水池を水資源開発施

設と考える以上，それは地形・地質条件だけでなく，開発効果，社会・経済的効果なども勘案したサイト，規模，運用ルールなどの要素の決定が不可欠であり，それにはシステム論的アプローチによらざるをえない。従来の地形・地質条件でほぼ決る弾力性の乏しい計画・設計がそのサイトに固執した開発計画および，実施への長期化をもたらしているように思えるのは著者だけであろうか。

このように考えると，われわれ研究者，技術者あるいは解析者は水資源システムに関して多くの代替案を考え，その中で彼らの課した制約条件を少なくとも満足する許容解（feasible solution）を選択し，そのfeasible solutionの中でさらに彼らの設定した目的を満足する最適解（optimal solution）を選択するプロセスにシステム論的アプローチを大いに活用していきたい。もちろん，このoptimal solutionは必ずしもbest solutionとはならないわけで，best solutionは意志決定プロセスで十分検討を経た上で実施可能なものとして決定されていこう。ここに，analystとdecision makerの役割分担があるわけであるが，代替案に関する情報提供者に甘んじることなく，意志決定者との不断のコミュニケーションを通じて，実際にその解析結果が活用され実施，評価されていくよう努力することも，システム論的アプローチに精通したわれわれの責務でもある。

図－2は**図－1**を基礎に，水循環システム，いわゆる水文システムに焦点をあてて，システム論的アプ



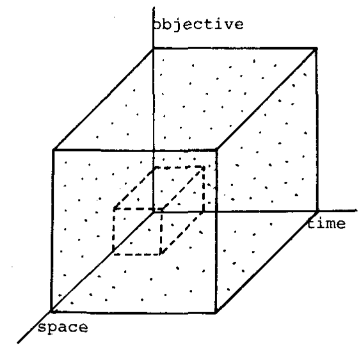
図－2　水資源システムのシステム論的位置づけ

ローチを位置づけたものである。水循環システムに焦点をあてたのは水は元来，水文的循環のもとにあり，水の利用システムも水文的循環という水の実態・存在を前提とした社会システムであると考えたいからである。また，現実にもわが国の水資源は量的にもコスト的にもまだまだ河川表流水に依存しており，こうした立場でのシステム構成が重要であること，水資源システムの入力情報が不確定性に満ちているが，そのかなりの部分が水文現象の確率的変動に支配されていること，などもこうした位置づけをした背景になっている。

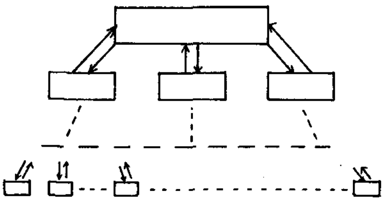
4. システム構成の時間軸・空間軸・目的軸

さらに，こうした水資源システムの計画・設計・操作さらには管理問題をシステム論的にとらえていくためには，2.で述べたシステム構成要素間の階層構造はもとより，システムが多目的，多空間，多段階，多意志決定者からなる多次元階層構造をしているとの認識も必要である。いま，簡単のため**図－3**に示すように時間軸，空間軸，目的・機能軸の三次元空間をとりあげると，3つの軸のそれぞれの要素を組み合わせることによって多くの水資源システムが構成され，それに応じたシステム論的アプローチが可能である。たとえば，時間軸としては大きく静的（平均値あるいは代表年での平均パターン），動的（時系列的あるいは多段階的）考察が，空間軸では個々人あるいは市民（1st order），市町村・都市（2nd order），

地域（3 rd order），流域，圏域，国といったスペースを考えることができる。目的・機能軸も国民の福祉といった抽象的なものから具体的なものまで広範に分布しているが，たとえば土木的発想からみたものとして水量，水質の供給あるいはコントロール，土地利用のコントロールなどが考えられる。なお，図中の破線は one-objective，local space，static systemを，実線は multi-objective，basin space，dynamic system を表現しているが，図の線上部分のみからなる表現は各座標軸上の対応する要素のみから構成されるシステムを，容積的表現はそれが含むすべての要素を考慮することを意味する。したがって，線的表現よりも容積的表現からなるシステムを取り扱う問題は，各構成要素内および要素間の相互干渉・調整機構を考慮しなければならないわけで（図－4），その解の導出にはおのずと困難さがともなう。具体的な解法は後述する。



図－3　システムの時間軸・空間軸・目的軸

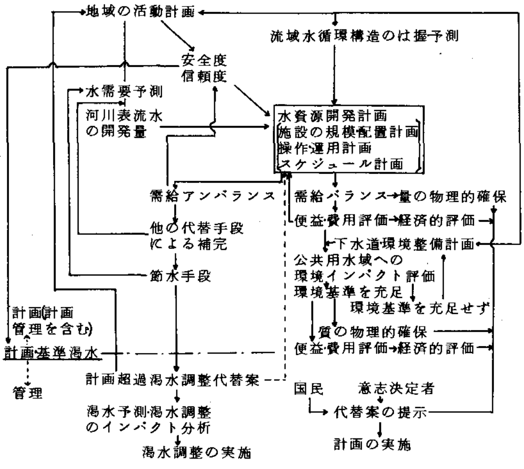


図－4　システムの階層構造

5. 水資源システムの計画・管理策定プロセス

いま，いくつかの地域の現在および将来にわたっての生活・産業活動に必要な水需要を満たすのに，水循環の空間スケールとして流域をとりあげ，その計画・管理問題を考えよう。ここに，管理（management）とは計画（planning）も包含した広義の解釈とも考えられるが，ここでの取扱いは両者をフィードバック構造をもつ直列結合と考え，水資源システムの規模，配置，目標量などの基本フレームを決める段階を計画，その計画が実施された後の操作，運用機能を高める段階を管理と考えている。とくに管理のウエイトが近年高まっているが，これにも計画管理と計画以上の異常事態に対する実時間管理があろう。後者にいわゆる渇水調整が含まれよう。

図－5は，こうした計画・管理問題の策定プロセスをトータルな形で描いた一つの考え方である。すなわち，安全度あるいは信頼度を一応の目安として設定された計画，あるいは基準渇水に相応する施設・管理計画が，水資源開発計画の主たる内容であり，基準渇水を越えて水が異常に少ない異常渇水を対象として，渇水コントロールあるいは渇水調整が企てられるとの考えである。ただ，従来，基準渇水を対象とした水資源開発と，異常渇水を対象とする渇水コントロールは互いに独立した形で展開されており，前者を運用計画まで含めて計画したとしても，水資源開発を実施する場合，渇水時の対策をおりこまずに事業を進めてきたきらいがある。こ

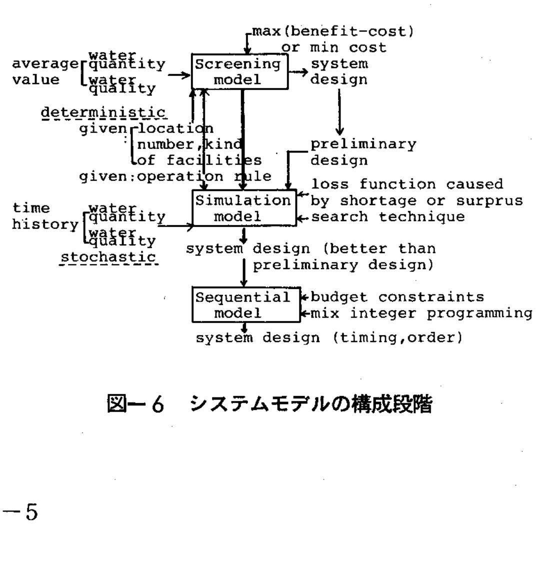


図－5　計画・管理問題の策定プロセス

のことは節水対策，需要者相互間の調整などの渇水コントロールが実際に渇水に見舞われてから，あわてて行なわれる実態を生み出し，それが関係者の利害の対立を助長したり，その場しのぎになって仕方なく未調整量が新たな水需要量として計上され，必要以上に水資源開発に転嫁されてきたのではなかろうか。なるほど，施設建設が水不足問題を解消し，異常渇水の頻度を少なくする大きな柱ではあるが，今後はその建設の困難さともあいまって，ますます既施設群の有機的・合理的運用，すなわち管理的側面，さらには統合管理といった側面の強調が必要であると同時に，それがひいては水資源開発でもあることを認識せざるをえなくなってこよう。このように，計画と管理のギャップ，それを埋めることの必要性を指摘するわけであるが，その具体的方法論の展開はいまだ十分に検討されているとはいいがたい。著者はこれを図中 …… の関係で導入したい。すなわち，少なくとも研究レベルにあっては渇水予測技術の展開，行政サイドにあっては節水対策，需要者相互間の調整など管理技術の公平，迅速かつ効率的な運用（強制力をともなうこともあろう）をはかる必要があると考えている。そして，渇水被害の実態をそのときの渇水予測技術，実施された管理技術との関係で調査し，渇水コントロールそのものにどういう代替案があるかを抽出する必要があろう。渇水予測の技術は少なくとも絶対的水不足，あるいは物理的水不足にともなう渇水予測については気象学的，水文学的側面からの研究を鋭意進めるべきである。そして実時間に近い渇水コントロールが十分な精度で実施できない段階において，その過渡的方法論としてシミュレーション技法を介した弾力的な計画操作・運用結果の分析・総合をはかりたい。すなわち，シミュレーションの結果，渇水が予測されたら管理技術情報に基づく渇水コントロール代替案を組み合せて，渇水被害実態をシミュレートし，その結果を分析することによって望ましい代替案を選択するのである。この展開を水資源開発の計画，設計にあたっての計画操作の中にも組み入れていき，現実に異常渇水が起こりそうであるという場合には，選択された渇水コントロールをすみやかに実施するのである。こうしたシミュレーションに基づく計画操作が不確定さのもとで，計画と管理の両側面の橋渡しとして貢献するとともに，統一的水管理への一つの研究，行政レベルでのアプローチにならないであろうか。

その他，図中には多くのフィードバック構造が組み入れられているが，それぞれの部分システムの相互作用を考えると理解できよう。

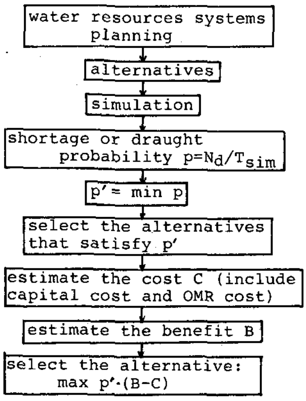
つぎに □ で示した水資源開発計画をもう少し具体的に概観しておこう。すなわち，長期的な水資源開発計画の立案にあたっても，運用計画までも包含した詳細かつ信頼度評価を組み入れた計画立案をはからなければならないということである。その一つのアプローチとして図－6に示す3段階をふまえた計画モデルの構成を考えたい。図－6のスクリーニング段階（screening model）においてはシステムの規模や配置，操作ルールなどの基本フレームを水文システムとしては平均値（時系列としても平均パターン），極値情報を基礎に最適化手法を駆使して（モデルの単純化が不可欠）多くの代替案の中からいくつかの代替案にしぼる。つぎにこの選択された代替案およびその近傍，改善方向の代替案をシミュレーション段階（simulation model）にかける。すなわち，シミュレーションモデルは，1）stochastic なインプッ



図－6　システムモデルの構成段階

トに対するシステムの物理的挙動を評価し，2）与えられたシステム形態の経済的応答（目標達成，過不足にともなう）を評価し，3）それら物理的，経済的評価を改善する方向を示唆する，機能をもっているから，より詳細かつ信頼度評価を組み入れた出力応答曲面を構成することになる。そしてこのシミュレーションモデルが示唆した改善方向に決定変数の値を変化させ，その改善がもはや得られないとき，それが optimal solution になると考え，つぎの段階に移る。このシミュレーション段階での optimal solution 探索には search optimization technique が有効である。最後に，この立案された水資源開発計画は，計画最終年あるいは平衡・定常状態での姿であり，実現までの時間内で予算の制約下，需給ギャップの不満度などを最小ならしめる形で，どういう順序でシステムを建設していくかというシークエンシャル段階（sequential model）のモデル展開をはかるのである。

こうした3段階の計画モデルの具体的構成および，その解法が本講義での主題となるわけである。なお，こうした水資源開発計画の評価基準には，狭義の効率中心主義とでもいおうか，費用・便益分析が幅をきかせているが，このことは代替案の費用・便益への変換プロセスに技術者，行政者の価値判断がかなりの割合で導入されており，その評価が妥当，正当であればよいが，一歩間違えば危険な方向に走らないとも限らない。水の立場を強調するならば，まずは水量がある基準を下回る渇水確率といった物理的指標でシステムの信頼度を評価し，それに経済的指標を付加していくことが，水を強調した計画，管理策とも言えよう。こうした評価基準の選択をふまえて，水資源開発計画・管理の策定プロセスを構成した一つの具体的手順を示すならば図－7のような考え方もでてこよう。



図－7　水資源計画の一手順

6. 水需要予測

地域の水需要予測といっても，用途（上水，工水，農水など），需要単位（家庭，都市，地域など）などによってその方法も異なり，ミクロには個々人の水利用実態の積みあげから，マクロにには後述するシステムダイナミックスモデルによる方法など多種多様である。こうした予測法は原則的には1人1日当りの水消費量とか，工業出荷額1億円あたりの水消費量といった，いわゆる原単位を基準に，その消費量の増加傾向と人口増加，産業発展の傾向とから将来の水需要を想定してきたといえよう。もちろん，こうした方法をとるにしても，大きくは傾向変動分析と基本フレームによる算定法があり，とくに後者については水需要の説明変数の選択にいくつかの工夫がこらされている。

ところで，こうした原単位法がどれほど妥当なのか，原単位法にかわる有効な方法は何なのか，目下のところ明確ではないが，少なくとも原単位には個人，企業，都市の発展度と性格によりかなりの相違がみられることは事実である。このことは，原単位によって時間的，地域的な特性を明示することができない場合には，広範囲の地域の需要予測は大きな誤差をともなうことになろう。

こうした点をふまえて，ここでは水の大量消費型に変質し，また変質しつつある都市に注目し，都市のもつ性格，あるいは“格”といったものが水需要，主に上水需要とどのような係りをもっているか，といった問題を探索すべく，近畿諸都市の社会・経済指標および水需要指標をとりあげ，それらの地域的・時間的構造分析を多変量解析の一手法である主成分分析法で展開し，水需要構造の分析・予測の精度を高めようとした試みを提示したいが，紙面の都合で詳細は文献[1]を参照されたい。

7. スクリーニング段階のモデル構成およびその解法

多目的，多空間，多段階，多意志決定者からなる多次元階層構造をなす水資源システムに対して，この段階ではシステムを可能な限り単純化し，その数学的記述に基づいた最適化手法の駆使が主要な内容となろう。

一般に，最適化問題は次式のように目的関数および制約条件から構成されている。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{目的関数} \; ; & \max\limits_{\boldsymbol{X}} f(\boldsymbol{X}) \\ \text{制約条件} \; ; & g_i(\boldsymbol{X}) = b_i, \; i=1, \; \cdots\cdots, \; m\end{array}\right\} \qquad (7-1)$$

ここに $\boldsymbol{X}^T = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ は決定変数ベクトル（T は転置を意味する）であり，$\max f(\boldsymbol{X})$ は $\min -f(\boldsymbol{X})$ と考えられること，制約条件の不等号は等号制約条件に変換可能であることを考えると，上記最適化問題は一般性を損わない。こうした最適化問題の解，いわゆる optimal solution を見出す方法を最適化手法（mathematical programming technique）と呼んでいる。

ところで，こうした最適化手法はいくつかの側面から分類することができるが，ここでは以下の説明の都合上，つぎのような側面をとりあげたい。すなわち，モデル構成が，

1）線形・非線形（linear vs. nonlinear）

2）決定論的・確率論的（deterministic vs. probabilistic or stochastic）

3）静的・動的（static vs. dynamic）

4）集中型・分布型パラメータ（lumped parameters vs. distributed parameters）

の組み合わせで展開されるが，それに応じた適当な最適化手法が採用される。以下，代表的な方法をA．決定論的あるいは確定的最適化手法，B．確率論的最適化手法に大別して概述しておこう。

A．決定論的最適化手法

これにも，ラグランジュ関数の極値条件から最適解を見出すラグランジュ未定係数法（Lagrange Multiplier）や，目的関数，制約条件とも決定変数に関して線形な係りをしている問題に有効な線形計画法（Linear programming），さらには目的関数，制約条件のいずれか，または両方が決定変数の非線形関数である問題に対する非線形計画法（Nonlinear programming－目的関数や制約条件の凸極性を取除くと非線形計画法は極めて複雑となり，しかも，局所的最適点しか得られない懸念がある）などが代表的であるが，紙面の都合によりこれら最適化手法は多くのテキスト[2),3),4)]にゆだね，ここでは最近の水資源システムのダイナミック性，大規模化，多目的化，さらにはストカスティック性を考え，それらに耐えうる最適化手法を提示するにとどめる。

(1) 動的計画法（Dynamic programming）

Lagrange Multiplier, Linear programming, Nonlinear programming は，目的関数，制約条件が線形であれ非線形であれ，どちらかというと static な問題あるいは決定プロセスでいうと，一段階の問題を主対象とした解法であった。ここで述べるD. P. は動的な問題あるいは多段階プロセスの決定問題を主対象とし，非線形性の問題はもとより制約条件はかえって，計算回数の減少に結びつくといった有利な条件ともなる。水資源システムの問題で生ずる決定系列あるいはそのマルコフ性は，このD. P. が基盤におく最適性の原理に適合し，その実際問題への適用も広汎に行なわれている。ここでは，その基本的考え方および手順を示す意味で，つぎのような簡単なモデルを考えよう。

いま，利用可能な水量QをN個の需要者に配分した場合，その配分によってもたらされる便益を最大にする配分の仕方を考える。問題は

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{目的関数} \;; & \max_{x_i}\left\{ g_1(x_1)+g_2(x_2)+\cdots+g_N(x_N) \right\} \\
\text{制約条件} \;; & \sum_{i=1}^{N} x_i \leq Q,\;\; x_i \geq 0,\;\; i=1,\,2,\,\cdots N
\end{array}\right\} \qquad (7-2)
$$

と定式化される。ここに，$g_i(x_i)$はi需要者にx_iの水量を配分した場合に生じる便益である。ここで，決定変数は各需要者への配分量x_iであり，新たに状態変数として各需要者にまわせる可能性のある水量qを考えると，N段階決定プロセスとしてつぎのD. P関数漸化式が得られる。

$$
\left.\begin{aligned}
f_N(q) &= \max_{\substack{x_1+x_2\cdots+x_N=q \\ x_i\geq 0}} \left[g_N(x_N)+g_{N-1}(x_{N-1})+\cdots+g_1(x_1) \right] \\
&= \max_{0\leq x_N\leq q}\left[\max_{\substack{x_1+x_2+\cdots+x_{N-1}=q-x_N \\ x_i\geq 0}} \left\{ g_N(x_N)+g_{N-1}(x_{N-1})+\cdots+g_1(x_1) \right\}\right] \\
&= \max_{0\leq x_N\leq q}\left[g_N(x_N)+\max_{\substack{x_1+x_2+\cdots+x_{N-1}=q-x_N \\ x_i\geq 0}} \left\{ g_{N-1}(x_{N-1})+\cdots+g_1(x_1) \right\}\right] \\
&= \max_{\substack{0\leq x_N\leq q \\ 0\leq q\leq Q}} \left[g_N(x_N)+f_{N-1}(q-x_N) \right]
\end{aligned}\right\} \qquad (7-3)
$$

ここに，$g_N(q)$は利用可能な水量qをN個の需要者に最適に配分したことによって得られる便益，すなわち最大便益を表わす。したがって，いま，

$$
f_1(q)=\max_{\substack{0\leq x_1\leq q \\ 0\leq q<Q}} \left\{ g_1(x_1) \right\} \qquad (7-4)
$$

を初期条件として，

$$
f_N(q)=\max_{\substack{0\leq x_N\leq q \\ 0\leq q\leq Q}} \left\{ g_N(x_N)+f_{N-1}(q-x_N) \right\} \qquad (7-5)
$$

の関数漸化式を繰り返し計算し，最後に$q=Q$なる計算結果から，計算の手順と逆方向にたどれば最適配分系列x_iが得られる。この例では前進型で計算を進めたが，もちろん後進型で解いても同じ結果が得られる。

ここでは需要者への配分過程，いわゆる空間平面上への多段階決定をはかったが，この段階概念は時間軸上における時々刻々の決定系列に用いられることが多く，その一例がダム貯水池群による水量制御であろう。著者らが水量制御システムに対して展開した方法は以下のようである。すなわち，ダム貯水池群（ダム数N）による水量制御系においては，決定変数にあたるものは各ダムの放流流量$O_k(t)$（$k=1,\,2,\,\cdots N$；$t=1,\,2,\,\cdots T$），状態変数にあたるものは各ダムの貯水量$S_k(t)$（$k=1,\,2,\,\cdots N$；$t=1,\,2,\,\cdots T$），合成変数に相当するものはダム下流の沿川に設けられた評価地点iを通過する流量$Q_i(t)$（$i=1,\,2,\,\cdots,\,m$；$t=1,\,2,\,\cdots T$），外乱に相当するのは各ダムへの流入流量$I_k(t)$（$k=1,\,2,\,\cdots,\,N$；$t=1,\,2,\,\cdots T$）およびダム残流域流量$q_j(t)$（$j=1,\,2,\,\cdots n$；$t=1,\,2,\,\cdots T$）である。したがって，系の性状を表現する方程式は各ダムにおいて成立する連続式

$$S_k(t+1)=S_k(t)+I_k(t)-O_k(t) \tag{7-6}$$

であり，拘束条件として各時点における放流能力の制限，

$$O_k(t+1) \leq g_k(S_k(t)+I_k(t)) \tag{7-7}$$

が考えられる。ここに，g_k はダム k に固有のもので貯水量の関数である。このとき，各ダムの初期貯水量（あるいは最終貯水量）を

$$S_k(0)=C_{0k} \text{（あるいは } S_k(T+1)=C_{Tk}\text{ ）} \tag{7-8}$$

として，目的関数

$$J=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} D_i(\ \ _i(t)) \tag{7-9}$$

を最小とする各ダムの放流量系列 $\{O_k(t)\}$ を決定するのが，ダム貯水池群による最適水量制御の問題となる。ここに，D_i は評価地点 i $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$ に付与する評価関数である。なお，$Q_i(t)$ は各ダムからの放流量とダム残流域からの流量との関数であるが，簡略化のため

$$Q_i(t)=\sum_{(k)_i} O_k(t)+\sum_{(j)_i} q_j(t) \tag{7-10}$$

と考える。ここに，右辺第１項は期間 t のダム k の放流量 $O_k(t)$ のうち，途中，他のダムを通過しないで評価地点 i に到達するものの総和，第２項は支川流量 $q_j(t)$ のうち，途中，ダムを通過しないで評価地点 i に到達するものの総和を表わす。

いま，この問題をD. P.後進型計算法で展開すると，任意の期間 t から最終期間 T までの最適放流量系列 $\{O_k(t)\}$ $(t=t,\ t+1,\cdots,\ T\ ;\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ による目的関数の最小値（これは期間 t の期首の各ダムの貯水量 $S_k(t)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ の関数である）を $f_t(S_1,\ S_2,\ \cdots\ S_N)$ としたとき，（7－9）式の構造と最適性の原理により，つぎの関数漸化式が成立する。

$$f_t(S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_N)=\min_{\substack{0\leq S_k\leq V_k \\ (k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)}}\left\{\sum_{i=1}^{m} D_i(Q_i(t))+f_{t+1}(S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_N)\right\} \tag{7-11}$$

ここに，V_k はダム k の有効貯水量，$Q_i(t)$ は（7－10）式で表わせるものであり，f_{t+1} は期間 $t+1$ の期首の各ダムの貯水量 $S_k(t+1)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ の関数であるから，（7－6）式を考慮して上式を詳しく書けば次のようになる。

$$\begin{aligned} f_t(S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_N)=\min_{\substack{0\leq S_k\leq V_k \\ (k=1,\ 2,\cdots\ N)}}\Big\{&\sum_{i=1}^{m} D_i\Big(\sum_{(k)_i} O_k(t)+\sum_{(j)_i} q_j(t)\Big)+f_{t+1}(S_1(t)+I_1(t)-O_1(t), \\ &S_2(t)+I_2(t)-O_2(t),\ \cdots,\ S_N(t)+I_N(t)-O_N(t))\Big\} \end{aligned} \tag{7-12}$$

この漸化式を解く手がかりとして，制御最終段階の決定 $O_k(T)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ による目的関数値 $f_T(S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_N)$ が必要であり，それは（7－9），（7－10）式と（7－6），（7－8）式を考慮することによっ

て次のようになる。

$$f_T(S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_N)=\sum_{i=1}^{m} D_i(Q_i(T))=\sum_{i=1}^{m} D_i\Big(\sum_{(k)_i}(S_k(T)+I_k(T)-C_{Tk})+\sum_{(j)_i} q_j(T)\Big) \qquad (7-13)$$

以上に示した(7－12)および(7－13)式がダム貯水池群による最適水量制御のD. P.による定式化であり，これを解く，すなわち最適放流量系列$\{O_k(t)\}$($t=1, 2, \cdots, T$; $k=1, 2, \cdots, N$)を求めるためには，ダム流域およびダム残流域のハイドログラフ$\{I_k(t)\}$($t=1, 2, \cdots, T$; $k=1, 2, \cdots N$)および$\{q_j(t)\}$($t=1, 2, \cdots, T$; $j=1, 2, \cdots, n$)を与えるとともに，全期間における制御最終値，ここでは制御期間の初期貯水量状態を$(S_1(1), S_2(1), \cdots S_N(1))=(S_1(1)^0,\ S_2(1)^0,\ \cdots S_N(1)^0)$と与えれば，$f_1(S_1(1)^0,\ S_2(1)^0\cdots,\ S_N(1)^0)$が求める最適制御解となる。

なお，評価関数の設定や，計算例と次元の節減化など詳細な内容は文献[5)]を参照されたい。ここに次元の節減化とは(7－12)式にみられるように，その定式化は，N次元問題として解かなければならず，この多次元性の問題は"次元ののろい"ともよばれ，D. P.解法の一つの計算上のネックとなっており，その解決策として，多次元問題をより低次元のいくつかの問題に置き換える方法などがとられており，つぎの分割法に通じる思考をもっている。

(2) 分解原理と多レベル(多階層)最適化手法(Decomposition and Multilevel Optimization technique)[6),7),8),9)]

大規模なシステムを規模の小さい部分最適化問題に分解し，再びそれを結合，そして両者のフィードバックを繰り返して最終的に全体問題の最適解を見出していく方法を分割法(Decomposition)とよんでいる。

いま，全体問題Rを次式で定義する。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{目的関数} ; & \max\limits_{\boldsymbol{m}} f(\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{u},\ \boldsymbol{m},\ \boldsymbol{\alpha}) \\ \text{制約条件} ; & \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{m},\ \boldsymbol{u},\ \boldsymbol{\alpha})\leq 0,\quad \boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{m},\ \boldsymbol{\alpha}) \end{array}\right\} \qquad (7-14)$$

ここに，$\boldsymbol{y}$：出力ベクトル，$\boldsymbol{u}$：入力ベクトル，$\boldsymbol{m}$：決定変数ベクトル，$\boldsymbol{\alpha}$：モデルパラメータからなるベクトル，$\boldsymbol{g}$：制約条件を表わすベクトル，である。

ここで，われわれは全体問題RがN個の部分問題R_i($i=1, 2, \cdots, N$)に分割されると考える。そして，i部分問題R_iは

$$\left.\begin{array}{ll} \text{目的関数} ; & \max f_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i,\ \boldsymbol{\sigma}) \\ \text{制約条件} ; & \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i,\ \boldsymbol{\sigma})\leq 0 \end{array}\right\} \qquad (7-15)$$

からなるとする。ここに，$\boldsymbol{\sigma}$は分割を可能ならしめる調整あるいは結合変数(ときには擬似変数ともいう)ベクトルであり，$\boldsymbol{u}_i$，$\boldsymbol{m}_i$，$\boldsymbol{\alpha}_i$は部分問題R_iの$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{x}_i$は他の部分問題から部分問題R_iに入ってくる入力ベクトルである。一般に，部分問題はそれら入力，出力ベクトルによって次式のように結合される。

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x}_i=\sum\limits_{j=1}^{N} C_{ij}\cdot\boldsymbol{y}_j,\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ N \\ \boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i),\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ N \end{array}\right\} \qquad (7-16)$$

ここに，$\boldsymbol{y}_i$は同様に部分問題iの出力ベクトル，C_{ij}は結合行列である。

さらに，われわれはこうした分割・結合方法において，全体問題の最適化が，部分問題の変数に分離可

能な形で表現できるということを仮定する。すなわち，全体問題は次式のように表現されると考える。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{目的関数} \ ; & max\sum_{i=1}^{N} f_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i) \\ \text{制約条件} \ ; & \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i) \leq 0 \\ & \boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_i,\ \boldsymbol{m}_i,\ \boldsymbol{\alpha}_i),\quad \boldsymbol{x}_i = \sum_{j=1}^{N} C_{ij}\, \boldsymbol{y}_j \end{array}\right\} \qquad (7-17)$$

ここに，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$.

こうした大規模計画法はDantzig-Wolfの分解原理（Decomposition principle）によって開始されたのであるが，そこではいくつかの独立な部分問題が結合方程式によって結びつけられる線形計画問題を主対象とした。ここでは，前述のダム群制御システムを大規模システムと考え，そのシステム分割および最適操作解の導出を分解原理で展開してみよう。[10)]

まず，水系がダムに応じてN個のブロック（部分問題）に分割できるとすれば，水系全体の制約条件および各ブロックの制約条件は次のように表示される。

$$\text{水系全体の制約条件} \ ; \ \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{A}_n \cdot \left[\left\{\boldsymbol{S}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{O}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{Q}_{mn}(t)\right\}\right] = \boldsymbol{b}_0 \qquad (7-18)$$

$$n\text{番目のブロックの制約条件} \ ; \ \boldsymbol{B}_n\left[\left\{\boldsymbol{S}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{O}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{Q}_{mn}(t)\right\}\right] = \boldsymbol{b}_n \qquad (7-19)$$

ここに，$\boldsymbol{A}_n$, $\boldsymbol{B}_n$ $(n=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ はブロックnでの係数行列，$\boldsymbol{b}_0$は水系全体の結合を表わす列ベクトル，$\boldsymbol{b}_n$ はブロックnでの列ベクトルである。$\left\{\boldsymbol{Q}_{mn}(t)\right\}$ はダムnの影響を直接受ける評価地点流量とすると，もとの問題は上記の条件のもとで，目的関数

$$z = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{C}'_n \cdot \left[\left\{\boldsymbol{S}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{O}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{Q}_{mn}(t)\right\}\right] \qquad (7-20)$$

を最小（あるいは最大）にする流量系列を求めることになる。ただし，$'$は行ベクトルを表わす。

ところで，$\boldsymbol{x}_n = \left[\left\{\boldsymbol{S}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{O}_n(t)\right\},\ \left\{\boldsymbol{Q}_{mn}(t)\right\}\right]$ とおくと，(7−19)式を満たす任意の $\boldsymbol{x}_n$は，一般につぎのような凸線形結合で表わすことができる。すなわち，

$$\boldsymbol{x}_n = \sum_{j=1}^{l_n} \mu_n^j \boldsymbol{x}_n^j \qquad (7-21)$$

$$\sum_{j=1}^{l_n} \mu_n^j = 1,\quad \mu_n^j \geq \ (n=1,\ 2,\ \cdots,\ N) \qquad (7-22)$$

ただし，$\boldsymbol{x}_n^j$ は(7−19)式を満たす $\boldsymbol{x}_n$ で形成される凸多面体の端点，l_n は用いる端点の総数である。(7−21)式を(7−20)式に代入すると，μ_n^j を新しい変数とする次のLP問題が得られる。

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{N}\sum_{j=1}^{l_n} \boldsymbol{A}_n \mu_n^j \boldsymbol{x}_n^j = \boldsymbol{b}_0 \\ \sum_{j=1}^{l_n} \mu_n^j = 1,\quad \mu_n^j \geq 0 \ (n=1,\ 2,\ \cdots,\ N) \\ z = \sum_{n=1}^{N}\sum_{j=1}^{l_n} \boldsymbol{C}'_n \cdot \mu_n^j \cdot \boldsymbol{x}_n^j \rightarrow min\,(or\ \ max) \end{array}\right\} \qquad (7-23)$$

上式を限定された主問題と呼び，最適解$\left\{\mu_n^j\right\}$，z^0およびそれに対応するシンプレックス乗数$\boldsymbol{\pi}_0'$，$\boldsymbol{\pi}_N(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_N$；すなわち shadow price)が得られる。ただし，$\boldsymbol{\pi}_0'$は(7－18)式に対応したベクトルであり，π_nはμ_n^jに対応するスカラーである。

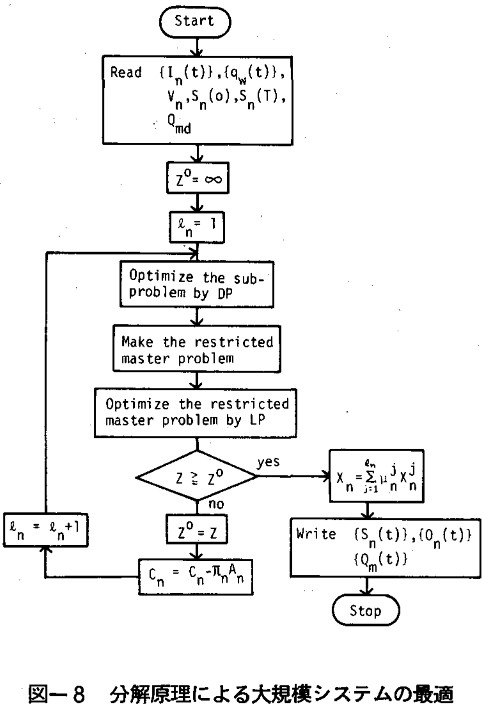
ここにおいて，z^0をさらに増加できる$\boldsymbol{x}_n$は存在しないが，それ以外にも多くの基底解は存在するはずである。したがって，N個の部分問題について，z^0の増加に寄与する他の$\boldsymbol{x}_n$をさがすことが重要であり，それは次の部分問題を解くことにほかならない。

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{B}_n \cdot \boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{b}_n,\ \ \boldsymbol{x}_n \geq 0\ \ (n=1, 2, \cdots, N) \\ z_n = \left\{\boldsymbol{C}_n' - \boldsymbol{\pi}_0' \boldsymbol{A}_n\right\} \boldsymbol{x}_n \rightarrow min\ (or\ max) \end{array}\right\} \qquad (7-24)$$

(7－24)式の解$\boldsymbol{x}_n^{l_n+1}$と$\boldsymbol{x}_n^1$，$\boldsymbol{x}_n^2$，…，$\boldsymbol{x}_n^{l_n}$を用いて再び(7－23)式の限定された主問題を形成し，最適解を決定する。以上の計算を各最適値z^0が減少しなくなるまで繰り返すわけであるが，最終値，すなわち部分問題の解z_n^0は最適基準

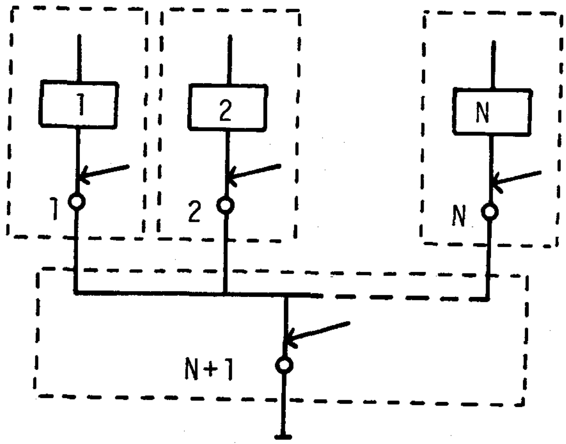
$$z_n^0 - \pi_n \geq 0 \qquad (7-25)$$

を満たしており，z^0がもとの問題での最適値であることは明らかである。なお，定式化の都合上，LPで説明を行ったが，(7－24)式の新しい$\boldsymbol{x}_n^{l_n+1}$の決定問題にはDPを用いることも可能であり，非線形評価関数の採用による広汎な水量制御を対象となし得る。**図－8**は以上の手順をフローチャートで示したものである。具体的なダム制御系の適用方法としては，**図－9**のような並列型では，各ダムと直下流の評価地点が部分問題を構成し，その結果と，合流条件および合流後の評価地点が限定された主問題となる。一方，直列型では下流のダムが上流のダムに対して従属関係にあり，各ダムを独立な部分問題とすることができない。しかし，連続する2個のダムをとり出して考えれば，上流側を部分問題とし，下流側を主問題に組み入れて解くことができる。したがって**図－10**のような場合，まず最上流のダム1，2を考え，それぞれ部分問題，限定された主問題として最適化をはかる。つづいて，その結果をダム1，2からなる部分問題の解とみなし，ダム3で限定された主問題を構成する。こうして次第にダム数を増加していくと，最終的にはトータルシステムでの最適化が得られる。

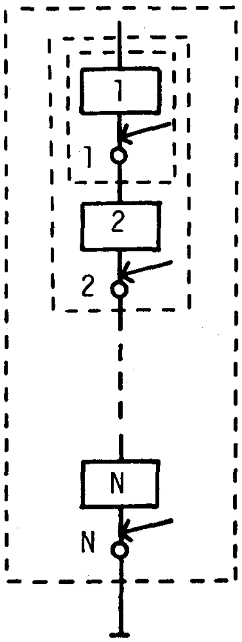


図－8　分解原理による大規模システムの最適化手順

以上の分解原理は主問題(マスタープログラム)が全体の最適化プログラムの内部線形化になっているが，(7－17)式の問題に対するより一般的な解法として，ⅰ) Goal－coordination (あるいはNonfeasible) method，ⅱ) Model－coordination (あるいはFeasible)method がある。その詳細は前述の文献6)，7)，8)を参照されたい。



図ー9　並列型貯水池における部分問題と限定された主問題との関係



図ー10　直列型貯水池における部分問題と限定された主問題との関係

以上，いずれも全体問題と部分問題という形で，いわば，後者を第1レベル，前者を第2レベルといった2レベルあるいは2階層としての記述であったが，これらはもちろん，多レベルあるいは多階層モデルに拡張することができる。すなわち，第1レベルに与えられる元の部分的システムに何らかの方法で影響する一つまたはそれ以上の第2レベルの部分的システムを定義して相互干渉を考慮する。もちろん，この影響の仕方は元の問題や第1レベルの分割形式などによって多くの形をとりうるから，このことはそのシステムを分割した最初の時点で考慮しておく。第2レベルの目的は，元の問題の解が得られるように第1レベルの部分的システムの作用を協調することである。この考えを第3レベルの部分的システムを定義することによって拡張し，第3レベルの部分的システムが一群の第2レベルの部分的システムなどを協調する。こうした結果生まれる構造としてはすでに図ー4で示した多階層構造が考えられ，ピラミッド型の決定機構を形成することになる。こうした多レベルあるいは多階層最適化手法の水資源問題への具体的適用は文献[11]に詳しい。

(3)　多目的計画法 (Multiobjective optimization technique)

従来，水資源システムの計画，管理問題では単一目的の最適化ということでおこなわれるのみで，すでに述べたL. P, N. L. P, D. Pなどがその主要な最適化手法として多用されてきた。しかし，現実の水資源システムは(2)で述べた多階層モデルの最適化手法に加えて，多目的問題として構成する必要性も高まっている。たとえば，福祉の向上といっても国民福祉の最大化はもとより，その分配の公平さにも最適化が必要であり，またダム貯水池の運用ルールの設定は従来，下流評価地点の流況調整に重点を置いておけばよかったが，異常出水後の濁質問題はダム貯留により長期化し，下流の農業，漁業などに被害をもたらし，時には貯水池の水温成層化が自然状態の水温をもたらさず被害を発生することもあり，こうした水質制御も必要としている。

多目的計画法はその計算方法によって，以下のように1)全ての可能解を発生させてから最適値を決めるGenerating techniques，2)前もって目的関数の重要性あるいは好みを決めておくPrior articulation of Preference, 3)理想解を事前に決定しておき，その点に対して最近隣の可能解を見出していく progressive articulation of preference, に大別される。[12)]

1) Generating techniques:

i) Weighting and Constraint method ii) Derivation of functional relationship, adaptive search

2) Prior articulation of preferences

i) Goal programming ii) Assessing utility functions iii) Estimation of optimal weights

iv) Electre method v) Surrogate worth trade off method (SWT method)[13)]

3) Progressive articulation of preferences

i) Step method ii) Others

いずれにしてもこうした多目的最適化問題はベクトル最適化問題であり（これに対して従来の単一目的に対する問題はスカラー最適化問題といえよう），その不完全な順序づけ（ordering）に対して何らかの価値判断を導入し，完全な順序づけをはかることが必要である。

これら各手法はそれぞれ計算能力，時間に相違があり，対象とする目的に適合した手法を用いなければならないが，通常， Constraint method と SWT method が有効とされている。また，両者の比較では目的が３個までなら Constraint method のほうが効率的である。こうした点を考慮するとともに紙面の都合上，ここでは Constraint method しかも，２目的の例についてのみ説明しておく。

いま，目的と変数群，制約条件群が次式で示されるとする。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{目的関数}: & max\ \boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})=[z_1(\boldsymbol{x}),\ z_2(\boldsymbol{x})] \\ \text{制約条件}: & g_i(\boldsymbol{x})\leq 0,\quad (i=1,2,\cdots m) \\ & x_j\geq 0 \qquad (j=1,2,\cdots n) \end{array}\right\} \qquad (7-26)$$

ここに，制約条件を満たす解集合（feasible solution）を $\tilde{\boldsymbol{x}}$ とする。さて，解 $\boldsymbol{x}$ が解 $\hat{\boldsymbol{x}}$ より劣るか等しいのは

$$\boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})\leq \boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}}) \qquad (7-27)$$

のときである。また $\boldsymbol{x}$ が $\hat{\boldsymbol{x}}$ より優るのは

$$\boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})\geq \boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}})\ \text{かつ}\ \boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})\neq \boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}}) \qquad (7-28)$$

のときである。それ故，$\hat{\boldsymbol{x}}\in\tilde{\boldsymbol{x}}$ がすべての $\boldsymbol{x}\in\tilde{\boldsymbol{x}}$ に対して $\boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}})\geq \boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})$ なら $\hat{\boldsymbol{x}}$ は完全最適解である。点 $\hat{\boldsymbol{x}}\in\tilde{\boldsymbol{x}}$ に対して，$\boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})\geq \boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}})$ かつ $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})\neq \boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}})$ なる $\boldsymbol{x}\in\tilde{\boldsymbol{x}}$ が存在しないときは，$\hat{\boldsymbol{x}}$ は parato 最適解（非劣解，noninferior solution）といえる。図－11 を参照して言えば，目的 z_1 を向上しようと思えば目的 z_2 の劣化が必要とされる場合であり，図中 AC の太線が相当する。Constraint method はこの境界線（Transformation curve ; TC）を１点づつ求めていく手法であり，つぎのような手順を用いている。

まず，目的 z_2 を制約条件の中に入れ，

$$z_2\geq \epsilon_2^1 \qquad (7-29)$$

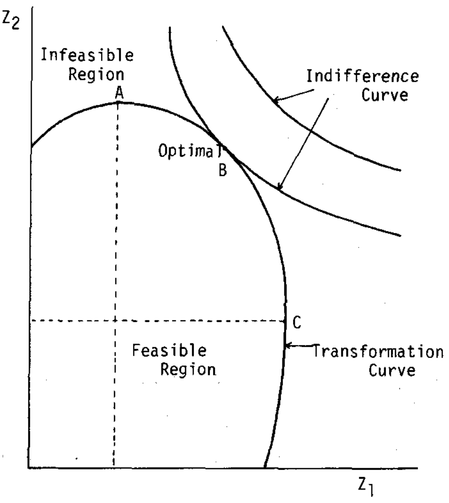
として，目的 z_1 だけで

$$max\ \ z_1(\boldsymbol{x}) \qquad (7-30)$$

に関して最適化をはかり，解 $\boldsymbol{x}_1^1$ および目的値 z_1^1 を決定する。次に ϵ を変化させ，ϵ_2^2 として再び z_1 を最大とする解 $\boldsymbol{x}_1^2$ および目的値 z_1^2 を求める。以後，多数の ϵ_2^k に対して目的値 z_1^k を求め，各点を図に表わすと，TCが得られることになる。

つぎに，このTC上で最適解を決定しなければならない。Generating method では，社会が各目的を等価値に判断する点をとり，Indifference curve（IC）を描く。そして各判断基準に応じて多数のICが描けると，IC群とTCとの接点が最高の価値をもつ最適解といえる。このときの社会目標とのずれが社会の不満度とみなすことができよう。

以上が多目的最適化手法の代表的な一手法，Constraint method の概要であるが，ここで前述のダム貯水池による水量，濁質の2目的制御問題にこの方法を適用してみよう。



図－11 Transformation curve and Indifference curve

まず，制御目的としては水量に関して

$$P \equiv min\left\{Q_{ml}/Q_{md}\right\} \rightarrow max \quad \text{かつ}\ P \geq 1, \quad m=1,\ 2,\ \cdots,\ \mathrm{M} \tag{7-31}$$

ここに，Q_{ml} は制御後の評価地点 m を流下する流量の最小値，Q_{md} は評価地点 m における確保流量，Mは評価地点の総数である。同様に濁質に関する目的としては

$$D \equiv max\left\{C_{m\,max}/C_{md}\right\} \rightarrow min \quad \text{かつ}\ D \leq 1. \quad m=1,\ 2,\ \cdots\ \mathrm{M}. \tag{7-32}$$

ここに，$C_{m\,max}$ は制御後の評価地点 m を流下する濁度の最大値，C_{md} は評価地点 m での濁度の上限値である。

まず，各目的を同一領域に押しやり，単一目的として解を求めるスカラー最適化手法として

$$J \equiv min\left\{Q_{ml}/Q_{md},\ C_{md}/C_{m\,max}\right\} \rightarrow max \ \text{かつ}\ J \geq 1 \tag{7-33}$$

なる目的を考え，この目的を達成するダム操作を前述のDynamic programming で定式化すると，

$$\left.\begin{aligned} f_t(S_1(t),\ \cdots,\ S_N(t)) &= \min_{\{O_n(t)\}}\Big[\max_{\{m\}}\big\{Q_m(t)/Q_{md},\ C_{md}/C_m(t), \\ &\qquad f_{t-1}\left(S_1(t-1),\ \cdots,\ S_N(t-1)\right)\big\}\Big] \\ f_1(S_1(1),\ \cdots,\ S_N(t)) &= \max_{\{m\}}\ \left\{Q_m(1)/Q_{md},\ C_{md}/C_m(1)\right\} \end{aligned}\right\} \tag{7-34}$$

なお，上式の濁質解析には完全混合モデルを用い，流入濁質は各制御期間の初期において貯留濁度と一様に平均化するとしている。また，河道による貯留，拡散効果は考えずに，時間遅れだけを取り入れた等ボリューム，等濃度での流下機構を考えている。

一方，ベクトル最適化手法のConstraint method に対しては，まず，濁質に関して上限値 ε を

$$D \leq \varepsilon \leq 1 \qquad (7-35)$$

と与え，水量だけの最適化を同様にDPによって行なう。すなわち，

$$f_t\left(S_1(t), \cdots, S_N(t)\right) = \min_{\{O_n(t)\}}\left[\max_{\{m\}}\left\{Q_m(t)/Q_{md},\ f_t\left(S_1(t-1), \cdots, S_N(t-1)\right)\right\}\right] \qquad (7-36)$$

かつ，制約条件に

$$C_{m\,max} \leq \varepsilon \cdot C_{md} \quad (m=1, 2, \cdots, \mathrm{M}) \qquad (7-37)$$

が加わる。つづいて，(7－36) 式の水量制御が不可能になるまで ε を減少させて各評価値 (P^i，$D^i=\varepsilon$) を求め，それら (P, D) 座標上にプロットするとTC が得られる。

つぎに，ICを描くために，水量に関する社会目標を各評価地点での年あるいは季節平均流量に，濁質に関しては自然低水時の濁度を社会目標に選んだ。

以上の水量濁質制御に関するスカラー，ベクトル最適化手法の適用および結果の比較，検討は文献[14)]を参照されたい。

B．確率的最適化手法

A. で述べた決定論的あるいは確定的最適化手法では目的関数，制約条件はもとより，それらを構成する入力，主に水文システムの情報としては平均値あるいは極値に相応する既知の値が仮定されていた。ところが，水文システムが不確実な現象を取り扱っている以上，その最適化にも不確実性下での意志決定手法いわゆる確率的最適化手法の展開があることを知っておく必要がある。

Stochastic optimization technique といっても，その内容は多種多様であり，最適化問題に不可欠な目的関数および制約条件をいずれも平均値あるいは期待値表現でおきかえ，通常のL. P.やD. P.で最適解を求める方法からシミュレーション手法を駆使する方法まで広範囲にわたっている。

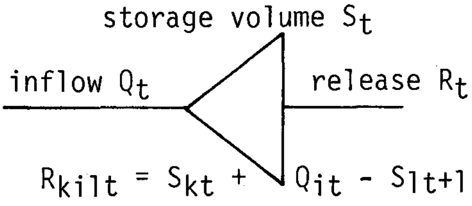
いま，最適化問題の構成を再記すると，

$$\begin{aligned}&\text{目的関数}\ :\ max\ or\ min\ f(\boldsymbol{x})\\&\text{制約条件}\ :\ g_i(\boldsymbol{x}) = b_i,\ i=1, \cdots m\end{aligned} \qquad (7-38)$$

ここに $\boldsymbol{x}$ は決定変数ベクトルである。問題によれば，目的関数 $f(\boldsymbol{x})$, 1つまたはいくつかの制約条件 $g_i(\boldsymbol{x})$ あるいは制約条件の右辺の値 b_i さらには決定変数そのものが不確実にみまわれることがある。このなかで目的関数 $f(\boldsymbol{x})$および b_i がランダムな形で最適化問題に組み入れられる場合は，ランダムな制約条件式 $g_i(\boldsymbol{x})$ あるいはランダムな決定変数 $x_j \in \boldsymbol{x}$ を取り扱う場合より比較的容易である。たとえば，目的関数のなかにランダムな成分が含まれている場合によく用いる方法は，コスト関数とか便益関数の期待値表現である。もちろん，この期待値表現においては，その期待値表現がいずれの場合にも満足いく解をもたらすとは限らないが，よく用いられる方法である。

(1) 確率DP (stochastic dynamic programming)

たとえば図－12の単純な貯水池操作の問題は確率DPによって次式のように定式化される。



図－12　単純な貯水池操作システム

$$
\left.\begin{array}{l}
f_T^1(k,\ i)=\max\limits_{l}(B_{kilT})\ ;\ \text{すべての}\ k,\ i\ \text{に対して（}\ l\ \text{は与えられた}\ k,\ i,\ t\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\text{に対して実行可能でなければならない）}\\
f_{T-1}^2(k,\ i)=\max\limits_{l}(B_{kil\,T-1}+\sum\limits_{j}p_{ij}^{T-1}\cdot f_T^1(l,\ j))\ ;\ \text{すべての}\ k,\ i\ \text{に対して}\\
\qquad\vdots\\
f_t^n(k,\ i)=\max\limits_{l}(B_{kil\,t}+\sum\limits_{j}p_{ij}^{t}\cdot f_{t+1}^{n-1}(l,\ j)\ ;\ \text{すべての}\ k,\ i\ \text{に対して}\\
f_t^{n+T}(k,\ i)-f_t^n(k,\ i)\ \text{がすべての}\ k,\ i,\ t\ \text{に対して一定に漸近したとき，}\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\text{定常状態}
\end{array}\right\}\quad(7-39)
$$

ここに，$Bkilt$ は t 期の初めに貯水量が k であるとき，流入 i があって，t 期末には貯水量が l になった場合の便益，p_{ij}^t は流入量の遷移確率 $\left(=Pr(j:t+1|i:t)\right)$，$f_t^n(k,\ i)$ は，t 期のはじめに貯水量が k であり，その期に流入量が i である場合，制御最終期Tまで最適系列をとったときの最大期待総便益である。なお，サフィックス n は制御最終期から数えて当刻期までの期間数を意味する。

一方，b_i がランダムな場合はつぎの chance constraint method が有効である。

(2) Chance constraint method

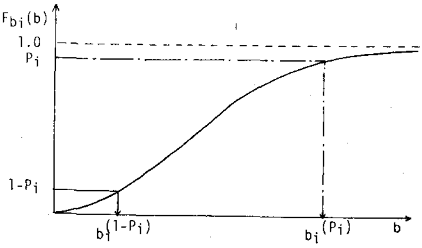
いくつかの制約条件式の右辺の値 b_i がランダムであるとき，その制約条件が満足しなければならない確率 P_i を定義することによって，確率制約条件を課す。すなわち，制約条件式を

$$g_i(x)=E\left[b_i\right] \qquad (7-40)$$

のように期待値表現しないで，たとえばつぎのような Chance constraint を課すのである。

$$P_r\left\{g_i(\boldsymbol{x})\leq b_i\right\}\geq P_i \qquad (7-41)$$

いま，ランダム変数 b_i の確率分布関数 $F_{bi}(b)$ を図−13 で与えると，変数 b_i が値 $b_i^{(P_i)}$ あるいは $b_i^{(1-P_i)}$ をこえる確率はそれぞれ $1-P_i$ および P_i となる。Chance constraint (7−41) 式は $g_i(\boldsymbol{x})$ がランダム変数 b_i をこえない確率が少なくとも P_i であることを意味している。一方，値 $b_i^{(1-P_i)}$ は確率 P_i でもってランダム変数 b_i の値よりも大きくはならないから，$g_i(\boldsymbol{x})$ が値 $b_i^{(1-P_i)}$ より大きくならないことは十分に保障される。したがって，Chance constraint



図−13　確率分布関数

$$P_r\left\{g_i(\boldsymbol{x})\leq b_i\right\}\geq P_i \quad \text{あるいは}$$
$$P_r\left\{g_i(\boldsymbol{x})\geq b_i\right\}\leq 1-P_i \qquad (7-42)$$

は次式のような確定的な制約条件と等価になる。

$$g_i(\boldsymbol{x})\leq b_i^{(1-P_i)} \qquad (7-43)$$

同様に，Chance constraint

$$P_r\left\{g_i(\boldsymbol{x})>b_i\right\}\geq P_i \quad \text{あるいは} \quad P_r\left\{g_i(\boldsymbol{x})\leq b_i\right\}\leq 1-P_i \qquad (7-44)$$

に等価な確定的制約条件は

$$g_i(x) \geq b_i^{(P_i)} \qquad (7-45)$$

となる。このようにChance constraintに等価な確定的制約条件が得られると，目的関数，通常の制約条件とともに最適化問題が構成される。著者らはこの概念を水系一貫した治水計画の立案に導入しているが詳細は文献[15]を参照されたい。

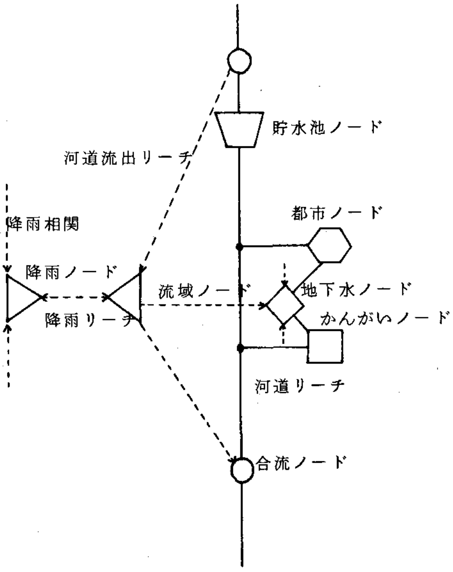
8. シミュレーション段階のモデル構成およびその解法

スクリーニング段階で選ばれたいくつかの代替案，すなわち，その決定要素としての規模，配置，運用ルールなどは主に確定的な入力情報，ことに平均値情報に基づくものであったり，その数学的最適化手法が適用できるようにモデル化にあたってかなりの単純化や近似化がはかられて見出された，いわゆる一次近似解あるいは予備的(preliminary)解である。このシミュレーション段階ではこれら代替案およびその近傍あるいは改善方向を示す代替案に対し，単純化，近似化されたシステムをより現実のシステムに近い形でモデル化するとともに，それに確率的入力情報を与えて，その出力応答を詳細に吟味し，計画目標の達成度を信頼度評価，経済評価を含めて考察することになる。

(1) 水文システムのシミュレーションに基づく水資源計画シミュレーション

こうした概念構成はハーバード水資源プログラム[16]を契機に展開されているが，[17]ここでは水循環システムに重点を置いた水資源計画のシミュレーション法[18]を概述しておく。

図—14は流域をノードとリーチの連続系として表現したものであり，図中の降雨ノードは各部分流域への降雨を表わし，流域ノードとを結ぶリーチにより降雨システムが構成されている。また流域ノードは降雨から流出への変換過程を内蔵したものとしてとらえることができ，河道の合流ノード，地下水ノードとの結合によって流出システムを構成している。なお，実質的な利用可能水は実線によりリーチ表現し，実際の水の移動はあるものの利用可能水としては認識しがたい場合は，破線によってリーチを表わしている。

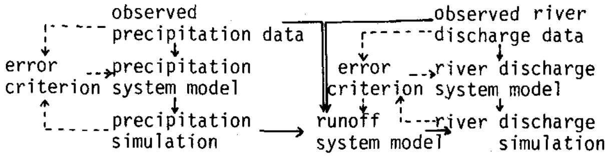


図—14 ノード・リーチによる流域表現

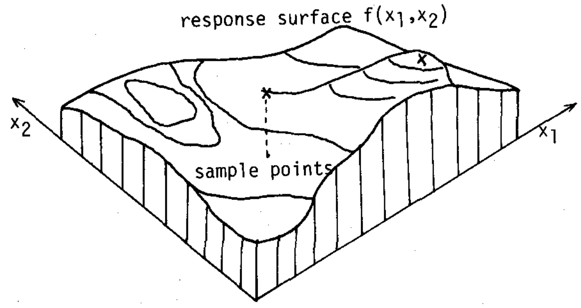
ここで降雨システム，河道流出システム，地下水システムおよび水質システムが水文システムを構成しており，それぞれに対するシステムモデルが水文学の分野で鋭意とりくまれている。ここでは水資源システムへの一つの入力である流況シミュレーションモデルが図—15の手順でなされ，とくに最近ではモデル構成にあっては線形→非線形，集中型→分布型，決定論的→確率論的，に向っていることを考えると，水文時系列の多地点シミュレーション法[19),20]が有効であることをいうにとどめておく。

もちろん，こうした流況シミュレーションはSynthetic hydrologyの主要な内容であり，多くのシミュレーションモデルが展開されているが，いずれにしても，このようにしてシミュレートされた流量系列が

いくつかの水資源計画代替案への入力を構成し，それが図－16に示すような出力応答，あるいはその出力応答に何らかの評価が企てられ，その評価指標の応答超曲面が描かれることになる。こうした曲面を図では２次元座標で描いている。



図－15　流況シミュレーションのモデル展開



図－16　シミュレーション応答曲面

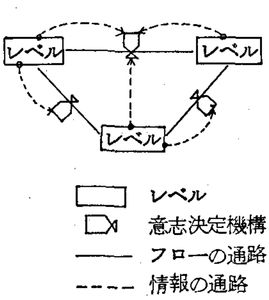
(2)　最適解の探索法

このシミュレーション段階のつぎの課題はこうした応答曲面から optimal solution を見出す探索法の展開である。すなわち，いくつかの離散点から構成される応答曲面に対して local optimal point に落入らずに global optimal point を見出す方法を展開することである。これにもいくつかの探索法が提案されているが，その多くは応答曲面の単峰性（unimodal）を仮定している。その方法はいずれも非線形関数の最適化問題に準拠しており，Nonlinear programming の方法を基礎にしている。たとえば，N. L. P. の代表的な方法である最大傾斜法においてはその微分（勾配）ベクトル $\partial f(\boldsymbol{x}_0)/\partial x_j$ を $f(\boldsymbol{x}_0+\varepsilon_j\,\boldsymbol{e}_j)-f(\boldsymbol{x}_0)/\varepsilon_j$ で近似し，その試行は点 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0+\theta\cdot\nabla\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\ (\theta>0)$ において繰り返し行われる。もちろん，θ は $f(\boldsymbol{x})=f\big(\boldsymbol{x}_0+\theta\nabla\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\big)$ を最大にするようにとられる。ここに，$\boldsymbol{e}_j$ は単位ベクトル，ε_j は変数 x_j の微小距離である。また，微分を利用するこうした探索法を用いることができない場合，最近，流出モデルのパラメータ同定に用いられている Zangwill の共役方向法[21]などが探索法として有効であろう。

(3)　社会システムのシミュレーション（システムダイナミックス・モデル）

以上は水文システムのシミュレーションに重点を置いた水資源開発計画のシミュレーションおよびその最適解探索法であった。とりわけ水資源開発計画でも取水段階までが主対象となっており，水の社会システムとしての構造はマクロ的に水量・水質基準との過不足評価で導入しており，その複雑な水利用構造をとりこむまでにはいたっていない。つぎに述べるシステムダイナミックスモデルは，こうした複雑な社会システムのシミュレーションに有効である。

S.Dモデルは基本的には図－17に示すような制御されたフローによって相互に連結された蓄積の場（レベル）が交互に現われる構造をもつ。すなわち，次に述べる４つのファクターから成り立っている。ⅰ）レベル（□　で表わす），ⅱ）あるレベルの中味（内容）を他のレベルへ運ぶフロー（── で表わす），ⅲ）レベル間のフローの大きさ（レイト）を決める意志決定機構（□✕　で表わす），ⅳ）意志決定機構とレベルを結ぶ情報の通路（…… で表わす）。これらによって一見複雑に思える現象もS.Dによってモデル化が可能となる。

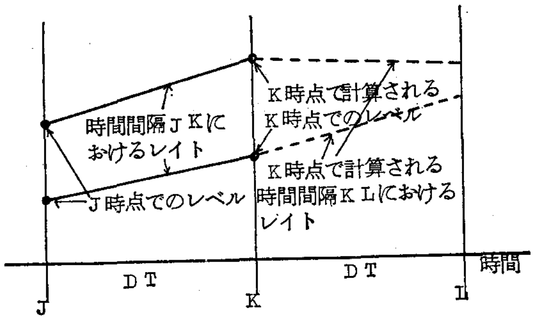


図－17　S.Dの基本構造

計算の方式(システム方程式)は以下のようである。すなわち，まず連続的な時間の流れは，同一の長さの短い時間間隔DTに分けられ，時間とともに変化するレイトはDTの間は一定であることを仮定する。方程式は時間の流れJ, K, Lにしたがって，解答時間DTごとに計算される。レベル方程式はJ時点のレベルと時間間隔JKのレイトからK時点のレベルを計算するプロセスを示す。たとえば，

$$\mathrm{L.K} = \mathrm{L.J} + (\mathrm{DT})(\mathrm{RI.JK} - \mathrm{RO.JK}) \qquad (8-1)$$

のような形で表現できる。ここに，L.K；K時点でのレベル，L.J；J時点でのレベル，RI.JK；JKのインプットレイト，RO.JK；JKのアウトプットレイト，である。こうしてK時点のレベルが計算された後で次のステップである時間間隔KLのレイトが決められ，このレイトが次の時間のシステムのフローをコントロールすることになる。以後も同様のプロセスで時間がDTづつ進むことによって，次々とレイトとレベルが決定されていく(図−18)。次にレイト方程式であるが，これは意志決定機構によって決定されたフローのレイトを数式化したもので，一般的な形で表現できないが，K時点で計算され，次の時間間隔KL間のフローのレイトを決定するものである。



図−18　S.D.の計算方式

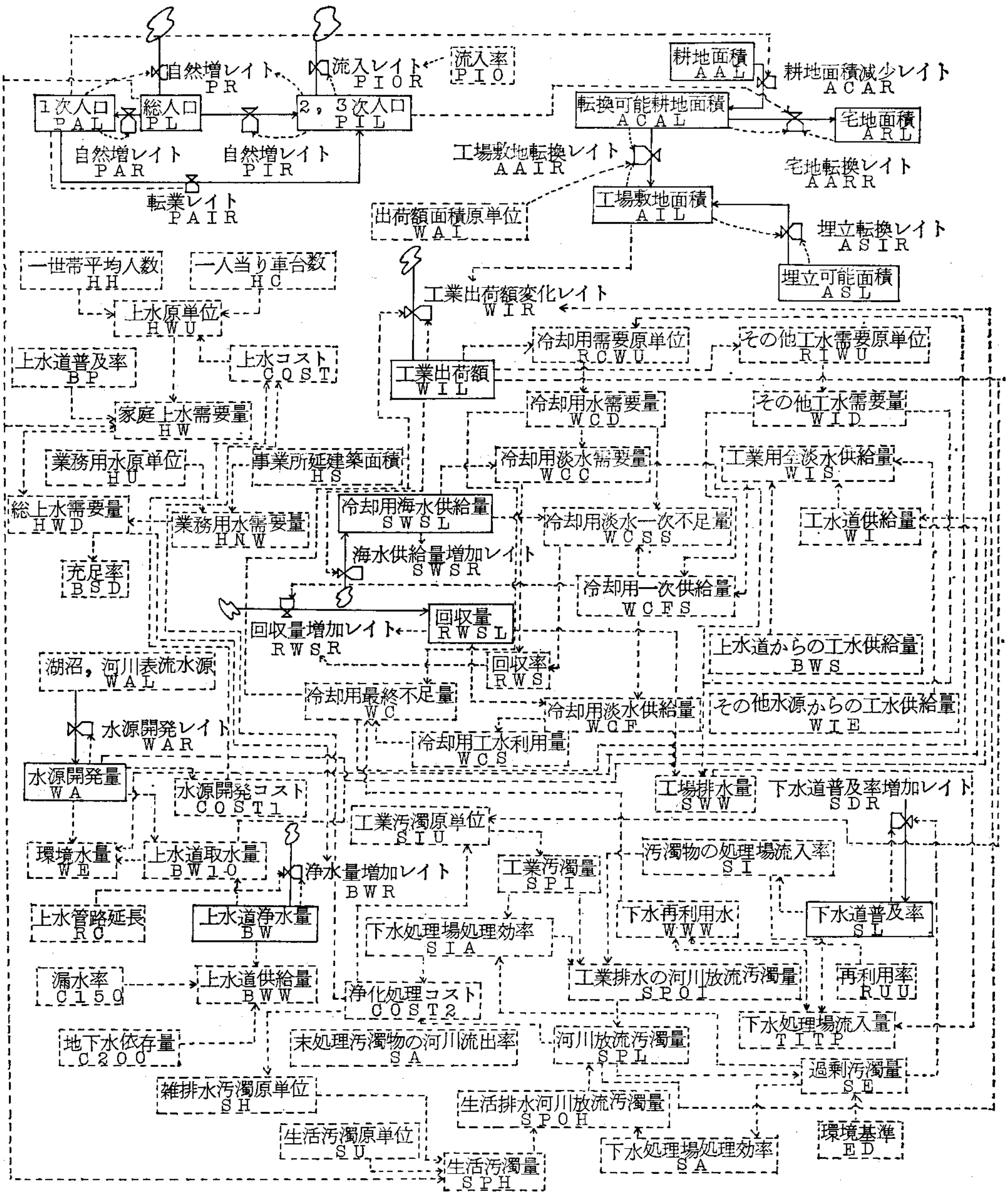
図−19は近畿圏を対象に水需給構造を人口構造，土地構造，上水需給構造，工水需給構造，水源開発構造，排水汚濁・処理構造の6つのサブシステムに分割するとともに，それらサブシステム内およびサブシステム間の因果関係をS.Dモデルで展開したものである。また，図−20はこのS.D.モデルにおいて，水源開発，下水道普及，上水管路延長とも遅々として進まず，しかも企業や個人も用水原単位，汚濁原単位を減らす努力をしない，また水質基準は46年以降3 ppmにおさえる，といった政策変数の組み合わせに対するシミュレーション結果の一例であるが，多くの政策変数の組み合わせに対するシミュレーション結果の動向をふまえて，水需給構造の改善方向を示唆することができよう。システム方程式，政策変数の選択など詳細な内容は文献[22]を参照されたい。

9. シークエンシャル段階のモデル構成とその解法

スクリーニング段階でのpreliminaryな代替案がシミュレーション段階でより詳細かつbetterな代替案で構成されると，その代替案を時間選好を考慮したスケジュール，いわゆる建設時期，建設順序問題にかけなければならない。これがシークエンシャル段階で，モデル構成の最終段階である。したがってこの段階で得られた代替案が規模，配置，操作・運用およびそのスケジュール計画すべてのフレームを含んだ最終的かつ実施可能な代替案として提示されよう。

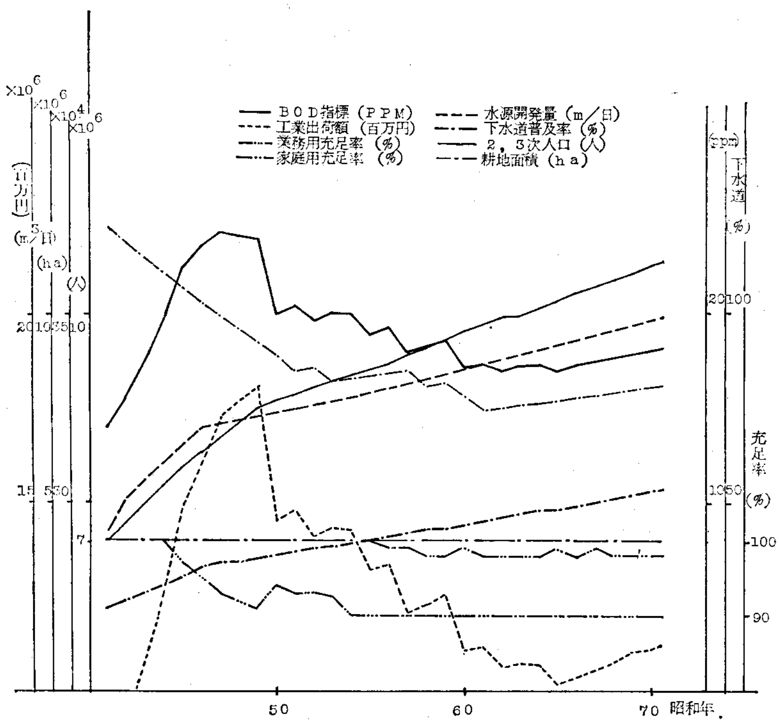
ここでは，時間選好を考慮した水資源開発施設の建設時期・順序問題を一つの広域利水問題としてとらえた著者らのモデルを例示しておく。

いま，i) プロジェクトライフ　T；不足年度から計画目標時期までとし，その間をI期5年としてT期間あるとする，ii) $D_i(t), D_k(t)$：余裕水系 i および不足水系 k での累加需要量，iii) $x_{i,j(i)}(t) = 1, 0$；t



記号の説明： レベル, 情報, レイト, ── フローの通路, ---- 情報の通路

図—19 水需給構造のS.D.モデル



図—20　S.D.モデルによるシミュレーション結果の一例

期の期首に i 水系の $j(i)$ プロジェクトを開発する，開発しない，iv) $Q_{i,\ j(i)}$, $C_{i,\ j(i)}(t)$; i 水系 $j(i)$ プロジェクトの最大可能開発規模および費用，v) $y_{ikl}(t)=1, 0$; i 水系から k 水系へ t 期に l 規模導水する，しない，vi) q_l, $e_{ikl}(t)$; l 規模の導水量および導水費用，という記号を用いると，ここで考えている広域利水問題は以下の制約条件式（9−1），（9−2），（9−3），（9−4），（9−5）のもとで（9−6）式で与えられる目的関数 z を最小化する問題に帰着する。

$$\sum_{t=1}^{T} x_{i,j(i)}(t) \leq 1 \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ i_0\ ;\ j(i)=1,\ 2,\ \cdots,\ j_0(i)) \tag{9-1}$$

$$\sum_{l=1}^{l_0} y_{ikl}(t) \leq 1 \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ i_0\ ;\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ k_0\ ;\ t=1,\ 2,\ \cdots\ \mathrm{T}) \tag{9-2}$$

$$\sum_{t=1}^{t} \sum_{j(i)=1}^{j_0(i)} Q_{i,\ j(i)} \cdot x_{i,\ j(i)}(t) - \sum_{t=1}^{t} \sum_{k=1}^{k_0} \sum_{l=1}^{l_0} q_l \cdot y_{ikl}(t) \geq D_i(t) \qquad (i=1,\ \cdots,\ i_0\ ;\ t=1,\ \cdots\ \mathrm{T}) \tag{9-3}$$

$$\sum_{t=1}^{t} \sum_{i=1}^{i_0} \sum_{l=1}^{l_0} q_l \cdot y_{ikl}(t) \geq D_k(t) \qquad (k=1,\ \cdots\ k_0\ ;\ t=1,\ 2,\ \cdots,\ \mathrm{T}) \tag{9-4}$$

$$x_{i,\ j(i)}(t),\ \ y_{ikl}(t)=0\ \text{あるいは}\ 1. \tag{9-5}$$

$$z=\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{i_0} \sum_{j(i)=1}^{j_0(i)} C_{i,\ j(i)}(t) \cdot x_{i,\ j(i)}(t) + \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{i_0} \sum_{k=1}^{k_0} \sum_{l=1}^{l_0} e_{ikl}(t)\ y_{ikl}(t) \tag{9-6}$$

ここで年割引率 r によって $C_{i,j(i)}(t)$, $e_{ikl}(t)$ を表現すれば，それぞれ $C_{i,j(i)}(t)=C_{i,j(i)}(1+r)^{-5(t-1)}$, $e_{ikl}(t)=e_{ikl}(1+r)^{-5(t-1)}$ となり，上式(9－6)は現在価値最小化問題となる。

この問題は０－１全整数計画問題であり，その解法には分枝限定法が有効である。分枝限定法とは，直接解くことが困難な問題を，その問題よりやさしい何個かの問題に細分し，このような細分をさらに細分された問題に適用し，多数の小規模な問題に帰着させることと，それらの中から最適解を与える可能性のない問題を考慮から除外することから成り立っている。その詳細な内容およびアルゴリズムは文献[24]を参照されたい。なお，(9－1)～(9－6)式で定式化された問題を分枝限定法によって２余裕水系－２不足水系に適用した結果は文献[23]を参照されたい。

一方，時間に沿って総費用の現在価値を最小にするように水源開発，導水路建設をおこなっていく問題は，外乱としての各水系の需要量 $D_i(t)$, $D_k(t)$ に対して系の状態を変化させる決定の選択が多段にわたっておこなわれる過程，つまり多段決定過程と考えると，DPによるモデル化が可能である。その具体化は文献[23]を参照されたい。

もちろん，こうした解法にあってもシステムが大規模になると，その計画の実行可能性は低下するわけで，その場合にはシステムの分割をはかった部分問題に上記解法が有効であり，最適解の導出にあっても部分問題と全体問題のフィードバック構造が考慮されることはいうまでもない。

なお，最近，こうしたシークエンシャル段階のモデル構成に，シミュレーションモデルを導入し，両者の結合をはかった研究[25]がある。すなわち，遊水池を含む総合的な治水計画の策定手順における最適建設計画においてであるが，建設時期・順序にともなう流況変化をシミュレーションモデルに反映させ，それにともなう被害額およびその期待値を算定し，期待被害額の総和を最小にする建設順序問題としてD. P.モデルを構成したものである。今後とも，こうした各段階でのモデル間の結合，フィードバック構造の導入は，それぞれの特徴をいかした形で活用されていこう。

10. ダム貯水池による水管理

以上述べてきたように，水資源開発計画およびその設計プロセスに関する研究は，需要追随型の水資源開発ともあいまって鋭意とり組まれ，多くの成果をもたらしてきた。それに反して，これから述べる異常渇水を対象とする渇水コントロールに関しては，もともと水資源問題といえば水資源開発の計画面が強調されてきたうえに，その対策といっても行政レベルでの節水対策，需要者相互間の調整など管理技術の公平，迅速かつ効率的な運用のウエイトが高く，生命をおびやかすほどの災害であるとの認識も薄く，その取り組みも遅々としたものであった。しかし，最近の福岡渇水の例は量，質において規模の大きい厳しい渇水問題を提示し，今後ともそうした事態の再来を懸念するにいたり，水管理の重要性が呼ばれるようになってきた。ここではこうした水管理に関して，少なくとも研究レベルにあっては渇水予測技術の展開，およびその予測情報に基づく貯水池の操作・運用計画が重要であるとの認識から，問題を定式化した。

貯水池の水管理にあっては流入量の予測，とくに渇水が生起するかいなか，生起するとしたらその渇水時の流入量予測が大きな柱となる。現在利用可能な情報を最大限に活用するとすれば，気象庁の長期予報がマクロ的な予測情報となろう。そして，きめ細かい制御・管理機能を発揮するためには，予測の時間単位を細分化していかなければならず，時々刻々観測される情報も最大限に活用していかなければならない。降雨量が貯水池管理の一つの入力であることを考えると，たとえば渇水季節前の数ケ月雨量の合計がある基準レベルを下回ると渇水の生起確率が高いと予測し，それに対処するてだてを準備する。そして実時間

に近い貯水池操作をはかるには，時々刻々の観測情報に基づく予測流入量を対象に最適放流量を決定するとともに，予測誤差を修正するように予測を再度おこない，つぎの制御段階に移っていく。このステップは渇水期間にわたって繰り返されよう。

ここに水文量の予測理論が不可欠となってくる。われわれの対象とする水文量は降水であれ，流量であれ，その変動は激しく，従来よく用いられる線形回帰予測などでは，月単位ですらその変動に十分追随できない場合がある。もちろん，こうした予測精度を高めるために，多変量解析の一つである因子分析法（正準因子分析法）を適用した研究[26]もあるが，ここでは最近よく用いられるカルマン・フィルターによる予測理論[27),28]を概述しておく。もちろん，こうした統計的予測の他に，物理現象論的予測があり，気象学，水文学の分野で鋭意研究されている。

いま，線形離散システムに対して，つぎのような状態方程式および観測方程式を考える。

$$\text{状態方程式}\ ;\quad x_t = \Phi_{t|t-1}\cdot x_{t-1} + u_t \tag{10-1}$$

$$\text{観測方程式}\ ;\quad y_t = \Psi_t\cdot x_t + \omega_t \tag{10-2}$$

ここに，x_t は時刻 t での状態量，y_t は同じく観測値を意味し，また

$$\begin{aligned} &E\{u_t\}=0,\quad E\{u_t\cdot u_t^T\}=U_t\cdot\delta_{t\tau}\qquad U_t>0\\ &E\{\omega_t\}=0,\quad E\{\omega_t\cdot\omega_t^T\}=W_t\,\delta_{t\tau}\qquad W_t>0\\ &E\{u_t\cdot\omega_t\}=0\end{aligned}\tag{10-3}$$

とし，$\delta_{t\tau}$ はクロネッカーのデルタである。x_t の推定値 $\widehat{x}_{t|t}$ は観測系列（$y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_{t-1}$）が得られると，誤差 $\tilde{x}_t = x_t - \widehat{x}_{t|t}$ の二乗平均を最小化することによって次式で与えられる。

$$\widehat{x}_{t|t} = \widehat{x}_{t|t-1} + KA_t\cdot\left[y_{t-1} - \Psi_t\cdot\widehat{x}_{t|t-1}\right] \tag{10-4}$$

$$\widehat{x}_{t|t-1} = \Phi_{t|t-1}\cdot\widehat{x}_{t-1|t-1} \tag{10-5}$$

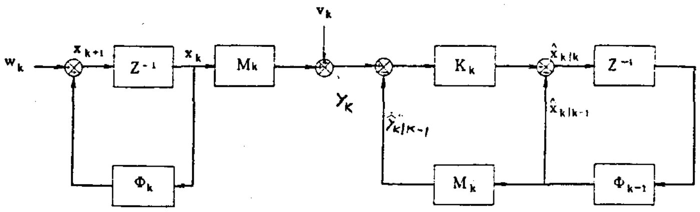
$$KA_t = PA_{t|t-1}\cdot\Psi_t^T\left[\Psi_t PA_{t|t-1}\Psi_t^T + U_t\right]^{-1} \tag{10-6}$$

$$PA_{t|t-1} = \Phi_{t|t-1}\cdot PA_{t-1|t-1}\cdot\Phi_{t|t-1}^T + W_t \tag{10-7}$$

$$PA_{t|t} = \left[I - KA_t\Psi_t\right] PA_{t|t-1}\left[I - KA_t\Psi_t\right]^T + \cdot KA_t U_t KA_t^T \tag{10-8}$$

ここに，$\widehat{x}_{t|t-1}$ は時刻 $t-1$ における時刻 t での推定状態量，KA_t は時刻 t でのカルマン・ゲイン，$PA_{t|t}$ は時刻 t での状態量の分散，$PA_{t|t-1}$ は時刻 $t-1$ からみた時刻 t での推定分散量である。なお記号 T は転置を意味する。上記5式を用いると，観測情報に即応した状態の同定ならびに推定が可能になる。以上のカルマン・フィルターによる状態推定をフロー図で描くと図—21 のようになる。

こうした時間の進行とともに，流入量予測→制御→誤差修正→流入量予測→制御→……が繰り返えされるのであるが，[29] これは一種の適応制御（Adaptive Control）といえよう。もちろんこれらは平均値予測に基づくものであるが，各制御時間ごとに多くのシミュレーション（もちろん時間の進行とともにデータ蓄積によるパラメータ修正がはかられる）系列を発生させ，それぞれに対する最適放流量をD. P で求め，その分布から許容される超過確率に相当する放流量をその制御時間での最適放流量であるとするような，いわばシミュレーション技法と最適化手法の結合による放流量決定もおこなわれている。[30]



状態遷移系	観測系	状態推定系
$x_{k+1} = \Phi_k x_k + w_k$	$y_k = M_k x_k + v_k$	$\hat{x}_{k\|k} = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1\|k-1} + K_k [y_k - M_k \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1\|k-1}]$

図ー21　カルマン・フィルターの状態推定フロー図

その他，渇水時のみのダム貯水池運用計画に関して，期待被害額最小化問題を構成し，それを確率D. P.で定式化した研究,[31),32)] など，計画運用の段階とはいえ，鋭意とりくまれている。この場合渇水被害の計量化が大きな課題であるが，新聞記事，アンケート調査など，そのデータ収集・分析も試みられている。[33),34)]

11. 総合的な水資源開発と水利用にむけて

以上，河川表流水の高度開発，利用を目指して，ダム貯水池の計画，管理問題をシステム論的アプローチ，とくにモデル構成および最適化手法に焦点をあてて展開してきた。もちろん，これがすべてではなく，水源函養，漏水対策，ダム堆砂の除去，表流水と地下水の有機的運用，水利権の調整，ダム群統合管理，価格政策，節水，排水再利用，都市計画と上下水道計画の整合，などどちらかというとソフトな施策との一体化によってはじめて，総合的な水資源開発と水利用体系が確立されていくのであろう。ソフトな施策がモデルにのってくれば，もちろん，それらを包含したシステム論的アプローチが大規模かつ複雑になってくるものの可能であることはいうまでもない。

以下では，こうした総合的水管理体制を確立するにあたって考えておくべき視点を，いくつかとりあげておこう。

(1) 集中型オープンシステムから分布・分散型クローズドシステムへ

渇水の実態には絶対的水不足，水源手当がない，あるいは遅れている故に生じる水計画の後進型水不足，それに経済的水不足があろう。[35)] まず，われわれはこれら渇水の側面を明らかにしなければならない。前二者はハードな水資源開発施策によりかなりのところまで充当することもできるが，経済的水不足はハードだけでなく，ソフトな運用も必要であり，かつそれをおこたってきたがゆえにひんぱんに生起しているきらいもある。水は元来，水文的循環のもとにあり，水の利用システムも水文的循環という水の実態・実在を前提として考えなければならない。今日の水利用システムは，とくに都市においては水を観念化してしまっており，実在化した取扱いに欠けている。それが都市の大量消費型・浪費型水利用システムを構成しているきらいがある。

その原因はいろいろ考えられようが，システム的にみれば集中型（lumped）の取扱いに奔走し，システム内の水循環プロセスをほとんど考慮してこなかったことに結びつかないであろうか。このことは，取水まではかなりうるさく，あるいは厳しくとらえるが，取水後の水利用システムについてはブラックボック

ス的に，あるいは放任的に取扱われがちなことからもいえるのではなかろうか。水文学の発展が lumped system から distributed system model に向っている今日，水利用システムにおいても水循環の distributed system に呼応したシステム構成が必要であり，それが同時にオープンシステムからクローズドシステムへの転移を容易にもしてくれよう。

集中型オープンシステムでの水利用がわれわれの精神構造をしらずしらずのうちに水を実在化から観念化に向けてきたわけであり，それが大量消費・浪費構造を生み出してきたとするならば，水利用システムは分布・分散型クローズドシステムへ転換することが少なくとも，経済的水不足にともなう渇水問題を解決する技術的・精神的方法論ではなかろうか。

表—1 は集中型オープンシステムと分布・分散型クローズドシステムの利害特質を列挙したものである。

表—1　集中型オープンシステムと分布型クローズドシステムの比較

集中型オープンシステム	分布型クローズドシステム
コスト的には安価	コスト的には割高
維持・管理の容易性	維持・管理は複雑になろう
無責任体制・他人まかせ精神の助長	責任体制の確立に近づく
水源確保の大規模化・奥地化	身近でしかも大きな施設を必要としないのでは
破たん時の被害増幅	被害の分散・うすめられるのでは
水の実在・実態感がうすめられる	水の実在化・実態化に意識変革
抑制力・規制力が発揮しにくい	抑制力・規制力をかけやすい
水利用社会の特性を一様化する	水利用社会の特性に固応しやすい
⋮	⋮

なるほど，まだまだ経済的効率にウエイトをおくならば後者には問題があるわけであるが，水の立場，水使用量の側面を強調するならば，後者へのシステム変換も効果的になってこよう。今後，こうした両システムの詳細な比較分析が待たれる。

(2) 渇水補給ダムと降雨の都市内貯留

ダム貯水池群をはじめとする水供給施設の進捗にともなう高度開発・利用は，いったん破たんしたときの被害およびその波及効果の大きさを考えると，その依存体質を徐々に改めると同時に，水供給施設群にあってもその統合的管理はもちろんのこと，すべての供給施設を同一目的にふりむけず，空間的・時間的に分散することも必要ではなかろうか。

その具体化の一つに，容量の小さい渇水時補給ダム（洪水時に既設の多目的ダム，洪水調節ダムの洪水貯留量を一時的にポンプアップして貯めておく，あるいは農業用ため池の修復による貯留施設化をはかる）をいくつか設け，施設の集中依存から分散依存への方向をたどり，渇水被害の軽減につとめることや，都市にあっては，その大量消費構造を自ら厳しく変革していく意味で，降雨の都市内貯留を考えたい。水源を上流域に求めるだけでなく，都市内に降る雨も一つの水源に考えていくべきである。

(3) 節水意識の高揚

政府も〝水の日〟，〝水の週間〟を制定し，節水型社会形成のピーアールにつとめているが，個々人のレベルにまで十分に浸透しているとはいえない。

i）長期的展望

節水意識は厳しい渇水を経験した者でないとなかなかピンとこない。10代後半以上の人々に水のありがたさ，有限性をいくらといても現在の水利用構造にどっぷりつかっている姿からは，節水意識の高揚はあまり期待できないのではなかろうか。むしろ，義務教育期間に社会・理科などの科目を通じて，水のありがたさ，有限性，水を生み出すには多大の努力・犠牲が払われていることなどを教育啓蒙し，子供自身がそういう意識になるとともに，子供を通して親の消費・浪費体質をいましめる方向が考えられないか。

ii）中期・短期的展望

これには価格政策が考えられる。たとえば，家庭用水を例にとると，割当水量（1日当り○○ℓ/人）に対しては通常の料金，それを上回る使用量に対してはペナルティとしてかなり高い料金を課す。そのかわり，割当て水量の確保は必ず行う（たとえ，給水車などを使っても）とともに，渇水の深刻さに応じて割当水量を増減することも考える。極端な場合には，割当て水量をどう使えばよいかをメニュー化することも考える。この他に，別途，必要最低量を決め，これは非常用水源（たとえば経年貯留ダムなど）で確保するのである。

こうした体系に移行するには，現在の水道料金累進率をさらにアップすることが必要であろう。それによって使用量を減らすとともに増収分を安定した水供給施設の確保，たとえば水源開発費に充当し，進捗のスムーズ化をはかる。もちろん，こうした価格政策の実行可能性は十分研究すべき課題であり，累進率の具体化，法制度との整合，都市用水需要者のみに課すべきものなのかいなか，都市間の整合，など検討事項も多い。

以上の他に，農業用水と新規利水者の競合緩和をはかる意味で，両者の需要，供給の時間的分散化も検討に値する。その基本的考え方は文献[36]を参照されたい。

12. おわりに

以上，本編では水資源システムの計画・管理問題をシステム論的に構成し，そのモデル化および解法を概述した。こうしたシステム論的アプローチによって計画・管理問題が評価され，実施されていくためには，われわれはこうしたアプローチに精通することはもちろんのこと，水環境をとりまく広汎・多岐にわたるシステムを包含していかなければならない以上，その分野の知識を理解・吸収し，それらをモデル構成に組み入れていくとともに，その分野の専門家とも協調していく必要があろう。

われわれは analyst として代替案に関する情報を提示するだけでなく，意志決定者との debate をへて，その代替案が実施されていくようあらゆる努力を払うべきである。システム論的アプローチが単なる art に終ることなく，評価・実施に結びつく art になるかいなかはいちにわれわれ analyst の姿勢に負うところが大きいのではなかろうか。われわれは常日頃から水問題に関心をもち，その問題点，解決策を十分認識しておきたい。

参考文献

1) 池淵周一，嶋田善多；水需要の地域的・時間的構造分析，土木学会関西支部講演概要集，昭 55, 6.

2) D. M. Simmons; Nonlinear Programming for Operations Research, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975, pp. 280–440.

3) L. S. Lasdon; Optimization Theory for Large Systems, The Machillan Company, 1970
志水清孝訳；大規模システムの最適化理論，日刊工業新聞社，昭 48, pp. 95 ～ 100).

4) 関根泰次著；数理計画法 I，II，岩波講座基礎工学5，岩波書店，昭43.
5) 高棹琢馬，池淵周一，小尻利治；水量制御からみたダム群のシステム設計に関するDP論的研究，土木学会論文報告集，No. 241，昭50. 9.
6) Y. Y. Haimes; Hierarchical Analyses of Water Resources Systems, McGraw-Hill, 1977, pp. 59–88.
7) D. A. Wismer; Optimization Methods for Large-Scale Systems, McGraw-Hill, 1971.
8) D. M. Himmerlblan; Decomposition of Large-Scale Problems, North-Holland Pub. Company, 1973.
9) 前出3)
10) 高棹琢馬，池淵周一，小尻利治；多ダム・多評価地点系の最適操作に関する研究，京大防災研究所年報，No. 21 − B，昭53. 4, pp. 193 − 206.
11) 前出6)，pp. 257 − 294.
12) J. L. Cohon and D. H. Marks; A Review and Evaluation of Multiobjective Programming Techniques, W. R. R., Vol. 11, No. 2, 1975, pp. 208–220.
13) Y. Y. Haimes and W. A. Hall; Multiobjectives in Water Resource Systems Analysis — The Surrogate Worth Trade Off Method, W. R. R., Vol. 10, No. 4, 1974, pp. 615–624.
14) 池淵周一，小尻利治；水量・濁質制御に関するスカラー・ベクトル最適化手法の比較・考察，第16回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集，昭54. 9, pp. 199 − 202.
15) 高棹琢馬，池淵周一；洪水の時・空間生起確率算定法とその治水計画への適用，京大防災研究所年報，No. 22 − B，昭54. 4, pp. 179 − 194.
16) A. Maass, M. M. Hufschmidt, R. Dorfman, H. A. Thomas, S. A. Marglin and G. M. Fair; Design of Water-Resource Systems, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1962.
17) M. M. Hufschmidt and M. B. Fiering; Simulation Techniques for Design of Water-Resources Systems, W. R. R. Vol. 1, 1965.
18) 池淵周一，小尻利治他；流域シミュレーションモデルの構成とその利水計画への適用，土木学会関西支部講演概要，II − 23，昭54. 6.
19) 山岡勲；水文統計の適用例 — 多地点降水量の解析と発生例，水工学シリーズ75 − A − 5，土木学会水理委員会，昭50. 8.
20) R. L. Bras and J. R. Cordova; Introductory Notes on Operational Hydrology, M.I.T., 1978.
21) S. L. S. Jacoby, J. S. Kowalik and J. T. Pizzo; Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1972 （関根智明訳；非線形最適化問題の反復解法，培風館，1976，pp. 57 − 62，pp. 125 − 130，pp. 217 − 222）
22) 高棹琢馬，池淵周一；水の需給構造に関するシステム・ダイナミックス論的研究，土木学会論文報告集，No. 259，昭52. 3，pp. 55 − 70.
23) 池淵周一，八木高司他；広域利水計画の数理モデルに関する研究，土木学会第28回年次学術講演会，II − 89，昭48. 10.
24) 茨木俊秀；整数計画法(1)〜(4)，オペレーションズリサーチ，vol. 15，No. 9〜12，日本科学技術連盟，昭45.

25) 小尻利治，池淵周一，湯山芳夫；遊水池を含む総合的な治水計画の策定手順，土木学会第34回年次学術講演会，Ⅱ－38，昭54. 10.
26) 森邦夫，中川芳一，萩原良己；因子分析による降水量予測と貯水池群操作に関する一考察，土木学会第34回年次学術講演会，Ⅱ－30，昭54. 10.
27) A. H. Jazwinski; Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970.
28) 有本卓；カルマン・フイルター，システムサイエンスシリーズ，産業図書，昭52.
29) 高棹琢馬，小尻利治，阿佐美一郎他；利水時におけるダム貯水池の実時間操作，土木学会関西支部講演概要，Ⅱ－29，昭55. 6.
30) T. Takasao, S. Ikebuchi and T. Kojiri; An approach to the Adaptive Flood Control by Multi-Reservoir Systems, the Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol. 38, Part 3, 1976.
31) 中沢弌仁，今村瑞穂，石崎勝義，中村　昭；渇水時の水管理に関する計画学的研究，土木研究所資料，№1508，昭54. 6.
32) 辻本善博，萩原良己，中川芳一；確率分布をもった型紙による渇水期貯水池群操作，土木学会第23回水理構演会，昭54.
33) 森　邦夫，萩原良己，中川芳一；新聞記事による渇水被害の分析，土木学会第33回講演概要，Ⅳ，昭53.
34) 若松基夫；北部九州の渇水について，土木学会第34回年次学術講演会研究討論会〝福岡渇水と水資源開発〟，昭54. 10.
35) 末石富太郎；地域社会における水利用システムのあり方，琵琶湖総合開発協議会，昭50. 1.
36) 池淵周一；水資源開発と渇水コントロール，土木学会第34回年次学術講演会研究討論会〝福岡渇水と水資源開発〟，昭54. 10.