

ここで、 η : 水位変動、 p : 圧力、 p_a : 大気圧、 g : 重力の加速度、 T_1 : 表面張力である。

(1)～(6)式がエッジ波を支配する基本方程式となる。通常の波動理論との差は底面での境界条件(3)式だけである。

2.2 微小振幅エッジ波理論

微小振幅波近似により(4), (5)式中の非線型項を省略し、かつ表面張力項を無視すると、次式を得る。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、圧力 p は大気圧を基準にとるものとする。(7), (8)式より η を消去すると次のようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad \dots \dots \dots (9)$$

問題は、(1)式を境界条件(3), (9)式のもとで解くことに帰着する。 y 方向に進行する波動現象を考えて ϕ の形を次のようにおく。

$$\phi = f(x, z) \sin(ky - \sigma t) \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 k : y 方向の波数、 σ : 角周波数である。境界条件(3)式より次式を得る。

$$f(x, z) = f(r), \quad r = x \cos \beta - z \sin \beta \quad \dots \dots \dots (11)$$

(10)および(11)式を(1)式に代入すると次のようになる。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - k^2 f = 0 \quad \dots \dots \dots (12)$$

この解は、 $\exp(\pm kr)$ であるが、無限遠($r \rightarrow \infty$)での有限性より一の符号を取ることになる。すなわち理象は沖向きに減衰する。言いかえれば、汀線付近にtrapされていることになる。速度ポテンシャル ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = e^{-kr} \sin(ky - \sigma t) \quad \dots \dots \dots (13)$$

残る表面条件(9)式は次のような分散関係式を与える。

$$\sigma^2 = g k \sin \beta \quad \dots \dots \dots (14)$$

この時の水面形 η は(8)式より次のようなになる。

$$\eta = \frac{\sigma}{g} e^{-kx \cos \beta} \cos(ky - \sigma t) \quad \dots \dots \dots (15)$$

以上で(1)～(5)式を満たす微小振幅波が存在することが言える。(13)～(15)式で表わされる波は、ストークス・エッジ波と呼ばれる[Lamb (1932) § 260]。その性質をまとめると以下のようになる。

$$\eta = a e^{-kx \cos \beta} \cos(ky - \sigma t)$$

$$\phi = \frac{ga}{\sigma} e^{-kr} \sin(ky - \sigma t)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{a\sigma}{\tan\beta} e^{-kr} \sin(ky - \sigma t) \\ v &= \frac{a\sigma}{\sin\beta} e^{-kr} \cos(ky - \sigma t) \\ w &= a\sigma e^{-kr} \sin(ky - \sigma t) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$x = 0$ すなわち汀線を含む鉛直面上では、図-2 のような状況である。

ここで Ursell (1952) は次のような速度ポテンシャルを考えた。

$$\phi = \sin(ky - \sigma t) \left(e^{-kr} + \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} [e^{-k\{x \cos(2m-1)\beta + z \sin(2m-1)\beta\}} + e^{-k\{x \cos(2m+1)\beta + z \sin(2m+1)\beta\}}] \right) \quad (17)$$

(17)式は、(1)および(3)式を自動的に満足し、(9)式もまた次式が成立すれば満足される。

$$A_{mn} = (-1)^m \prod_{j=1}^m \frac{\tan\{(n-j+1)\beta\}}{\tan\{(n+j)\beta\}} \quad (18)$$

$$\sigma^2 = gk \sin\{(2n+1)\beta\} \quad (19)$$

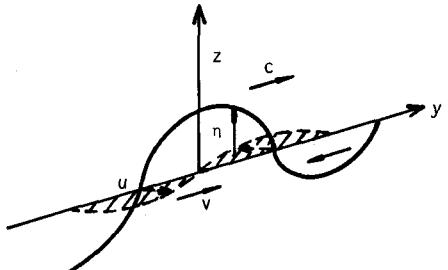


図-2 進行性エッジ波の $x=0$ (汀線) における挙動

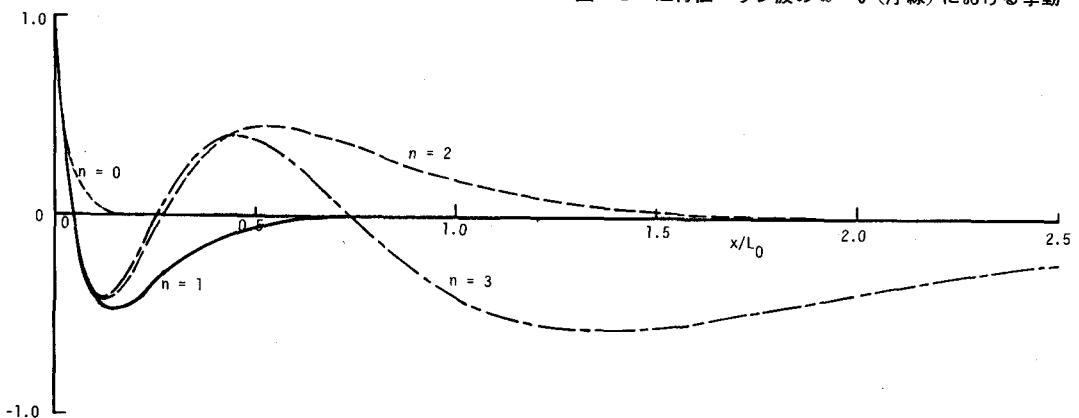


図-3 Ursell (1952) によるエッジ波の沖方向変動特性 ($\tan\beta = 1/5$)

(17)～(19)式で $n = 0$ とおいた場合がストークス・エッジ波になる。なお、この時の水位変動 η は (17)式を(8)式に代入することにより得られる。図-3 は $\tan\beta = 1/5$ の場合の水位変動の x 方向の特性を表わしたものである。ストークスモード ($n = 0$) ではそのエネルギーは汀線から沿岸方向波長 L_e ($= L_0 \sin\beta$, $L_0 = \frac{2\pi g}{\sigma^2}$) のほぼ半分の距離内に集中している。高モードのエッジ波においては、モード数に応じた節 (0点) が存在する。

< cut-off (限界) 周波数 >

(17) 式で表わされる波が汀線付近に trap されるか否か (*leak*するか), すなわちエッジ波モードとなるか否かは次のようにして定まる。

まず次式が成立する。

$$\eta \mid_{x \rightarrow \infty} \sim \cos(ky - \sigma t) e^{-kx} \cos(2n+1)\beta \quad \dots (20)$$

(20) 式において trap される条件は次式となる

$$(2n+1)\beta \leq \frac{\pi}{2} \quad \dots (21)$$

ある角度 β が与えられた時, 存在し得る最大のモード数 n は (21) 式を満足する最大の整数となる。

例えば, $\beta > \frac{\pi}{6}$ (30°) では $n = 0$ のみが可能である。 (21) 式の等号条件が成立する時

すなわち, trap されるか否かの状態を指して限界状態と呼ぶ。限界状態に対応する周波数を限界 (*cut off*) 周波数という。

2.3 微小振幅長エッジ波

エッジ波における長波近似解は Ursell (1952) に先だって Eckart (1951) によって研究された [Bowen & Inman (1969)]。結果は次のようになる。

$$\eta = a L_n(2kx) e^{-kx} \cos(ky - \sigma t) \quad \dots (22)$$

$$\phi = \frac{ga}{\sigma} L_n(2kx) e^{-kx} \sin(ky - \sigma t) \quad \dots (23)$$

$$\sigma^2 = gk(2n+1) \tan \beta \quad \dots (24)$$

ここで $L_n(x)$ は n 次のラグール多項式で低次のものおよび一般形は次のようになる (例えは岩波数学公式集 III)。

$$\left. \begin{aligned} L_0(x) &= 1 \\ L_1(x) &= 1 - x \\ L_2(x) &= 1 - 2x + \frac{x^2}{2} \\ L_n(x) &= \sum_{r=0}^n (-1)^r {}_n C_r \frac{x^r}{r!} \end{aligned} \right\} \quad \dots (25)$$

2.4 有限振幅エッジ波

Guza & Bowen (1976a) は長波近似のもとに

$$\varepsilon = a\sigma^2/g \tan^2 \beta \quad \dots (26)$$

を微小パラメータとする摂動展開を行い, ストークスモード ($n = 0$) の場合に次の結果を得た。

<進行波 ($n = 0$) >

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 &= gk(1 + \varepsilon^2/2) + \tan \beta \\ \eta &= \eta_0 - \frac{\varepsilon}{2} a e^{-2kx} + O(\varepsilon^2) \\ \phi &= \phi_0 + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad \dots (27)$$

ここで η_0, ϕ_0 はそれぞれ, (22), (23) 式で $n = 0$ とおいたものである。

分散関係および速度ポテンシャルは2次の項において初めて補正があるのでに対し、水位変動は1次の平均水位の低下を生じる。なお波速における有限振幅性は波高が大きくなるにつれて波速も大きくなる傾向となる。

<重複波 ($n = 0$) >

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 &= g k (1 + 0.11 \varepsilon^2) \tan \beta \\ \eta &= \eta_0 - \frac{\varepsilon}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - \frac{\varepsilon a}{4} e^{-2kx} (1 + 2 \cos 2\sigma t) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

$$\lim_{\chi \rightarrow \infty} \phi_1 = -0.0676 \frac{ga}{\sigma} \pi (J_0(\chi) \cos 2\sigma t + Y_0(\chi) \sin 2\sigma t) \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

$$\chi^2 = 4 (2\sigma)^2 x / g \tan \beta \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

ここで、 ϕ_1 は1次の補正項で沖側に放射される波を表すものである。

2.5 一様勾配斜面以外の水域におけるエッジ波

<指数型海底地形>

Ball (1967) は長波近似のもとで次式で与えられる海底地形（沿岸方向には一様）における解について研究した。[図-4 参照]。

$$h = h_0 (1 - e^{-\alpha x}) \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

(31)式で与えられる地形は $x \rightarrow \infty$ で $h \rightarrow h_0$ と有限な深さにとどまるのが大きな特徴である。コリオリの力が無視できるスケールに対する解は次のようになる。

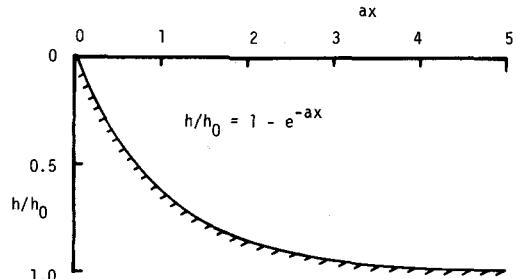


図-4 Ball (1967) の理論における海浜地形

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_*(x) \cos(ky - \sigma t) \\ \eta_* (x) &= e^{-\rho ax} F(-p, n+2p+1; 2p+1; e^{-\alpha x}) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} p^2 &= \left(\frac{k}{a}\right)^2 = -\sigma^2 / g a^2 h_0 \\ \left(\frac{k}{a}\right)^2 &= (p+n)(p+n+1) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

ここで、Fは超幾何関数である [例えば岩波数学公式集III]。 (33)式は分散関数式であり、 ρ はやはりモード数である。(32)式において限界条件は $p = 0$ で与えられることになり、(33)式より次式を得る。

$$\sigma^2 > n(n+1)a^2 gh_0 \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

すなわち、あるモード数に対して沿岸方向の波数 k とは無関係に限界周波数が存在することになる。

<一様勾配斜面+一様水深部>

Guza & Inman (1975) は、図-5に示すような状況での限界状態を考察し以下に述べる結果を得た。一様斜面部と一様水深部の接続ということを一応無視すると次式が成立する。

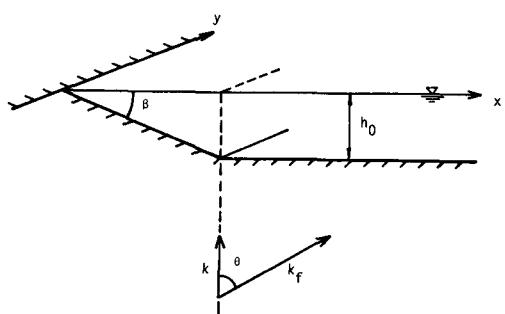


図-5 一様勾配斜面と一様水深部からなる水路における限界状態

$$\left. \begin{array}{l} \sigma^2 = g k \sin \{(2n+1)\beta\}, \text{ 斜面部} \\ \sigma^2 = g k_f \tanh k_f h_0, \quad \text{ 一様水深部} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

ここで k_f は水深 h_0 での free wave の波数である。エッジ波が trapされる条件はエッジ波の波数 k が一様水深部での波数 k_f に比して大きいことである。図-5 に示すように $k < k_f$ ならば、エッジ波の延長としての一様水深部での free wave が存在して、 $x \rightarrow \infty$ にまで leak し得る。すなわち限界条件式は次のようになる。

$$\tanh k_f h_0 = \sin(2n+1)\beta \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

$k_f h_0 \rightarrow \infty$ (深海まで一様勾配斜面) の場合は (21) 式に一致する。 $k_f h_0 \rightarrow 0$ (全域で長波近似が成立) の時は、(24) 式を用いて次のようにになる。

$$\sigma = \sqrt{g/h_0 (2n+1) \tan \beta} \quad \dots \dots \dots \quad (37)$$

沖側で水深が限られている場合は、その断面地形に特有な限界周波数とモード数の関係が存在すると言える。

2.6 限界周波数における共振現象 [Ursell (1952)]

以上で、エッジ波の理論的な背景について1通りのレビューを終えたわけであるが、最後に、限界周波数における共振現象に触れる。簡単のために、幅が b 、深さ h_0 の一様水路での造波現象を考える [図-6 参照]。基本方程式は (1) 式であり、境界条件は y 方向には基本モード $k_y = \pi/b$ だけを考えると次のようになる

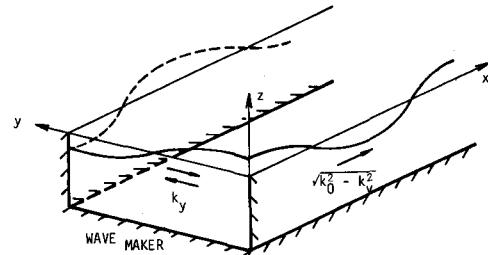


図-6 一様水深部（斜行波）における限界状態 ($k_0 = k_Y$)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = -h \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad b \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = U(z) \cos k_Y y \sin \sigma t, \quad x = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

(38)式を満足する一般解は次のようになる。ただし $k > k_Y$ の時である。

$$\left. \begin{array}{l} \phi = \cos k_Y y [A_0 \cosh \{k_0(z+h)\} \cos(x\sqrt{k_0^2 - k_Y^2} - \sigma t) \\ + \sin \sigma t \sum_{n=1} \infty A_n \cos \{k'_n(z+h)\} \exp(-x\sqrt{k'_n^2 + k^2})] \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (40)$$

ここで、 $k_0, \pm i k'_1 \pm i k'_2$ は次式の根である。

$$\sigma^2 = g k \tanh k h_0 \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

(40)式が $x = 0$ での造波条件である (39) 式を満たすためには次式が成立する必要がある。

$$U(z) = A_0 \sqrt{k_0^2 - k_y^2} \cosh \{k_0(h+z)\} - \sum_{n=1} A_n \sqrt{k_n'^2 + k_y^2} \cos \{k_n'(z+h)\} \dots \dots \dots (42)$$

ここで、 $\cosh \{k_0(z+h)\}$, $\cos \{k_n'(z+h)\}$ ($n = 1, 2, \dots$) は完全直交系をなすので次式を得ることになる。

$$A_0 = \frac{4k_0 \int_0^h U(z) \cosh \{k_0(z+h)\} dz}{(2k_0 h + \sinh 2k_0 h) \sqrt{k_0^2 - k_y^2}} \dots \dots \dots (43)$$

$$A_n = \frac{-4k_n' \int_0^h U(z) \cos \{k_n'(z+h)\} dz}{(2k_n' h + \sin 2k_n' h) \sqrt{k_n'^2 + k_y^2}}$$

(43)式において $k_0 \rightarrow k_y + 0$ の場合を考えると

$$A_0 \sim (k_0^2 - k_y^2)^{-1/2} \dots \dots \dots (44)$$

となり、共振現象を示すことになる。 $k_0 \rightarrow k_y - 0$ の場合は (40)式の第一項が進行波形から x 方向への指數減衰形にかわるものとの同様な議論が成立する。

もう少し具体的に考えると次のようになる。図-6において造波板を y 方向には k_y という波数をもつように動かした時、次式

$$\sigma_y^2 = g k_y \tanh k_y h_0 \dots \dots \dots (45)$$

を満足する σ_y に対して、 $\sigma \rightarrow \sigma_y + 0$ なる状況の（周期の小さい方から近づく）時、共振現象が起きるということである。そして $k_y > k_0$ ならば、 x 方向には指數減衰し、 $k_y < k_0$ ならば進行波形となるということから $k_y \approx k_0$ が限界状態になっている。

すなわち、通常の造波水路において造波板に y 方向の振動が生じ、それが一様水深部の free wave の分散関係を満たす時（それは (40)式より、ほぼ水路横断方向に進行する波が横断方向に重複波をなす場合となる）共振的に大きくなり得るということである。一様水深の場合のより詳しい研究は、Barnard et al (1977) によって報告されている。エッジ波における議論も (38)式中の 2 番目の境界条件が異なるものの同じような状況で限界状態での共振現象が考えられる。ただしその強さは、(44)式とは異なるであろう。

3. エッジ波の発生について

3.1 室内実験における強制造波によるエッジ波

実験においてエッジ波にともなう物理現象を研究するべく次のような強制造波方法が試みられている。そのいずれもが沿岸 (y) 方向には重複波である。

Ursell (1952) は図-7 に示すような装置を水槽内に設けて、斜面部を FG 軸まわりに回転させることによりエッジ波を発生させ、固有周波数 [(19)式を満足するもの] および限界周波数での共振現象について研究した。結果の例を図

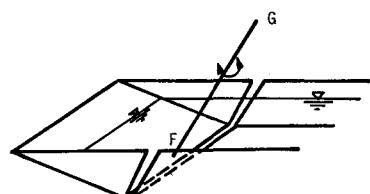


図-7 Ursell (1952) の用いた
エッジ波造波装置

—8に示すが、固有周波数および限界周波数での共振現象がよく出ていると言えよう。

Bowen & Inman(1971)は図-9に示すように、沿岸方向の共振条件を満たすような間隔 b で斜面上を区切り、その沖側に間隔 b よりやや狭い板を立てておいて沖側から入射波を作成させた。板の両端のすき間からもれる入射波のエネルギーにより、十分きれいなエッジ波を発生させ得ること、そして沖側の入射波の波高をかえることによりエッジ波の波高を制御できることを報告している。

3.2 非線型干渉によるエッジ波の発生

Galvin(1965, 1967)は急勾配固定床斜面上で、入射波が碎け寄せ波型の碎波をする場合に, *subharmonic*(倍周期)のストークス・モードのエッジ波が発生するのを確認した。その後、海浜循環流の実験に付随して、その発生が報告されている[Bowen & Inman(1969), 堀川・水口(1975)]。

Guza & Davis(1974)は、この実験的事実が完全反射する入射波と、2個のエッジ波の3つの波の間の非線型干渉(長波近似)を考えることによって説明し得ることを示した。結果は、入射波の倍周期のストークス・モードの重複エッジ波(2つのエッジ波のモードが合致し、かつ逆方向に進行する場合)が最も大きな(指数型)発達率をもち、それに次ぐ値をもつ、ストークス・モード($n=0$)と $n=1$ の組み合わせの約4倍となっている。Guza & Inman(1975)は、室内実験において、 y 方向の壁間隔が倍周期のストークス・モードの分散関係から大きくはずれる時にのみ入射波と*synchronous*(同一周期)の $n=0, 1$ モードのエッジ波が発生するが、その振幅は、倍周期のエッジ波が発生する場合に比べて小さいことを報告している。Guza & Bowen(1975)は斜め入射波の場合においてもGuza & Davis(1974)の結果における入射角の影響は小さいという結果を得た。

次の問題は非線型干渉により発生するエッジ波はどれくらいの波高に達するかということであろう。Guza & Bowen(1976a)は、倍周期のストークス・モードの重複エッジ波に限定して以下の議論を展開している。その議論は発生のメカニズムをも含むためにやや詳しく紹介する。関与する現象として次の4つを考える。

- 1) 非線型干渉による入射波からのエネルギー移送による増大率
- 2) 有限振幅性による分散関係の歪み(*detuning*)の結果としての1)の減少
- 3) (29)式で表される2次の沖向きの放射波によるエネルギー減衰
- 4) 粘性によるエネルギー減衰

これらを数式で表わすと以下のようになる。まず1)および2)について考える。直角入射波(角周波数

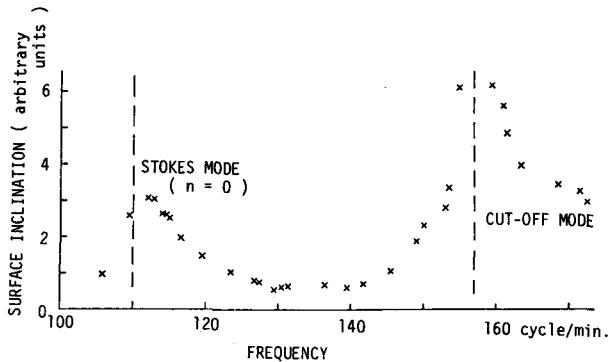


図-8 固定斜面($\beta=29.5^\circ$)上のエッジ波の共振条件結果
〔Ursell(1952)〕

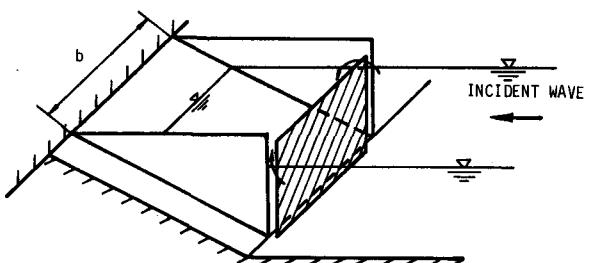


図-9 Bowen & Inman(1971)が用いたエッジ波造波装置

2σ) が完全反射するとしてそのポテンシャル ϕ_i は次のように表わされる。

$$\phi_i = \frac{a_i g}{2\sigma} J_0(\chi) \sin 2\sigma t \quad \dots \quad (46)$$

ここで a_i は汀線 ($x = 0$) における水位変動の振幅である。倍周期のストークス・モードの重複エッジ波の速度ポテンシャル ϕ_e は次のようにおく。

$$\phi_e = \frac{a_e(t)g}{\sigma} e^{-kx} \cos ky \quad \dots \quad (47)$$

free モードの場合は $a_e = a \cos(\sigma t + \theta)$ (ここで θ : エッジ波と入射波の位相差である) となる。現象を支配する方程式は長波近似での連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(h+\eta)] + \frac{\partial}{\partial y} [v(h+\eta)] = 0 \quad \dots \quad (48)$$

および運動方程式 (長波近似)

$$\eta = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \right] \quad \dots \quad (49)$$

である。

(48), (49)式より η を消去して次式を得る。

$$L(\phi) = Q(\phi, \phi) + C(\phi, \phi, \phi) \quad \dots \quad (50)$$

ここで

$$\begin{aligned} L(\phi) : \text{ 線型項 } &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gh \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \\ Q(\phi) : 2\text{次の項} &= 2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} + 2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \\ C(\phi) : 3\text{次の項(略)} & \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \quad (51)$$

$C(\phi)$: 3次の項(略)

である。(50)式に

$$\phi = \phi_i + \phi_e \quad \dots \quad (52)$$

を代入し、3次の項および自分自身の2次の干渉を無視すると次式を得る。

$$L(\phi_e) = Q(\phi_i, \phi_e) + Q(\phi_e, \phi_i) \quad \dots \quad (53)$$

(53)式に(46), (47)式を代入すると次式を得る。

$$e^{-kx} (\ddot{a}_e + a_e g k \tan \beta) = -\epsilon_i (2\sigma a_e f_1(\chi) \sin 2\sigma t + a_e g k \tan \beta f_2(\chi) \cos 2\sigma t) \dots \quad (54)$$

ただし

$$\begin{aligned} f_1(\chi) &= (4\chi^{-2} J_2(\chi) + 4gk(2\sigma)^{-2}\chi^{-1} J_1(\chi)) e^{-kx} \\ f_2(\chi) &= (4\chi^{-1} J_1(\chi)) e^{-kx} \\ \epsilon_i &= \frac{a_i(2\sigma)^2}{g \tan^2 \beta} \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \quad (55)$$

である。もちろん(54)式で $\epsilon_i = a_i = 0$ ならばストークス・モードの *free*なエッジ波となる。共振現象には *free* モードと直交する成分は寄与しないことから(54)式の両辺に *free* モード成分である

帶内の波を、汀線で波高 0 となる進行波と、汀線で完全反射される重複波にわけられるものと仮定することにより、上記の ϵ_i としてその重複波のみを考え

$$\epsilon_i = \epsilon_0, \quad \epsilon_0 = \frac{a_0 \sigma^2}{g \tan^2 \beta}, \quad a_0 : \text{run-up の振幅} \quad \dots \dots \dots (64)$$

とすることにより一般化することを提案している。なおそこでは部分反射する場合の沖側の波と汀線付近の波の接続についても論じられており次式を得ている。

$$a_s = a_\infty (\pi / 2 \tan \beta)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (65)$$

ここで a_s, a_∞ はそれぞれ汀線および深海での振幅である。

＜実験的検討＞

以上の考え方を実験的に検討したものが図-10～12である。図-10は倍周期のストークスモード・エッジ波の発生限界に関する実験結果である。図中の実線は(62)式に対応するもので発生の最低限界を示すものと言える。破線は次式である。

$$a_i \sigma_i^2 / g \tan^2 \beta = 2 \quad \dots \dots \dots (66)$$

ここで $\sigma_i (= 2\sigma)$ は入射波の角周波数である。一方、碎け寄せ波型と巻き波型碎波限界は Galvin (1972) によれば

$$a_i \sigma_i^2 / g \tan^2 \beta = 1.2 \quad \dots \dots \dots (67)$$

で与えられる。すなわち、実験的には、エッジ波の非線型干渉による発生は確かに(62)式で与えられる粘性減衰限界以上で生じるもの(66)式で与えられる発生の上限も存在すると言えよう。そしてその上限は碎波形式の移り替りに対応しており、碎波による乱れの発生、増大と関連があると言えよう。図-11は(57)式で与えられる共振周波数域の実験的検討である。よく一致していると言えよう。図-12は(61)式で表わされるエッジ波の最終波高を実験的に検討したものである。上図は横軸 ϵ_i をそのままとり、下図は(64)式の考え方により ϵ_0 を横軸にとったものである。 ϵ_0 にとり直したためにパラメーターの

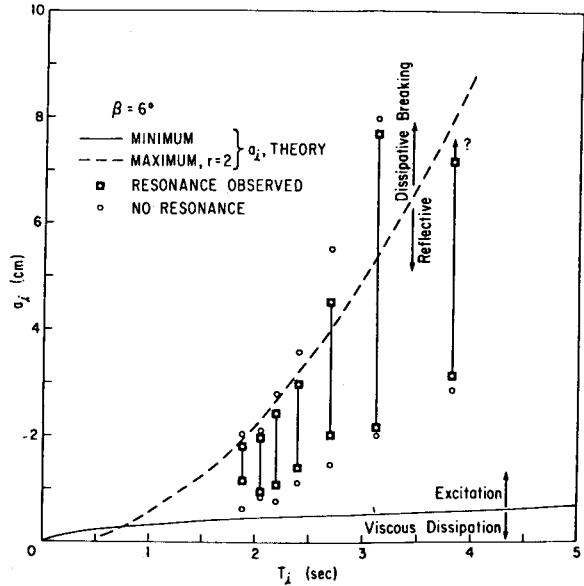


図-10 倍周期ストークスモード・エッジ波の発生実験結果
〔Guza & Inman (1975)〕

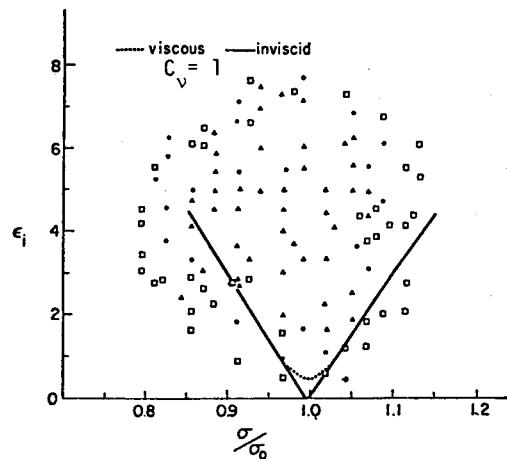


図-11 倍周期ストークスモード・エッジ波の共振周波数帯の実験
〔Birchfield & Galvin (1975)〕との比較
〔Guza & Bowen (1976 a)〕

微小性の範囲が拡がり $\epsilon_0 = 2.5$ ($\epsilon_i \neq 6$) 付近まで, 理論 ((61)式) と実験の一一致は良い。

図-10 および図-12において発生限界に上限が登場する。それについて Guza & Bowen (1976) は、粘性係数として、碎波とともに乱れによるものが寄与するためであると考え, Battjes (1976) のモデルによる渦動粘性係数 μ_e を用いた計算を行った。

$$\mu_e = M h (D/\rho)^{1/3} \dots \dots \dots \dots \quad (68)$$

ここで M : 1 のオーダーの定数, D : 波のエネルギー逸散率, ρ : 流体の密度, h : 水深である。その結果 $\epsilon_i \approx 10$ (図-12 参照) でエッジ波の発生が終了するという事実は $M \approx 0.3$ という値に対応することを示し, この考え方の可能などを報告している。以上が現在のところ固定床室内実験において得られている成果である。

<移動床の室内実験>

現地海岸への理論の適用可能性を見る上で, 移動床という条件のもつ意味についての検討が必要である。Guza & Inman (1975) は倍周期ストークスモードのエッジ波が発生している場に少量の砂を供

給していくことによりエッジ波と移動床の関係を調べた。その結果, 投入された少量の砂は, エッジ波による打ちあげの上限の形状に対応した形でカスプ状の地形を作ったものの, さらに砂を供給し続けるとエッジ波そのものが消滅することが判明した。砂の存在が減衰効果をもったためと言えよう。Bowen & Inman (1971) も同様な実験を強制造波によるエッジ波の場で行い, 汀線付近に投入された砂はフラッシュされて岸側および冲側の限界流速以下の部分に堆積することを報告している。完全な(?)移動床室内実験においてエッジ波が観察された例は小室 (1978) の 1 例のみであろう。図-13 に示すような条件下で固定床におけると同様に倍周期ストークスモードのエッジ波を観測した。

エッジ波が発生した時の前浜勾配 ($\tan \beta'$) は約 $1/6$ でありエッジ波の波長 L_e は (14)式より 60 cm となり図-13 に示すように両壁間の共振条件を満足している。この時汀線付近の地形には $8 \sim 9$ 個のカスプが観察されたが, 倍周期のエッジ波に対応するものは見られなかった。ただし入射波と同一周期 (*synchronous*) のストークスモード・エッジ波を考えると $L_e \approx 15 \text{ cm}$ となり, 観察されたカスプの波長とよく一致する。カスプの形成には, たとえそのものの振幅が小さくても入射波に対する補正効果という形で同一周期のエッジ波が寄与している可能性は完全には否定できないものの, カスプ内の扇状

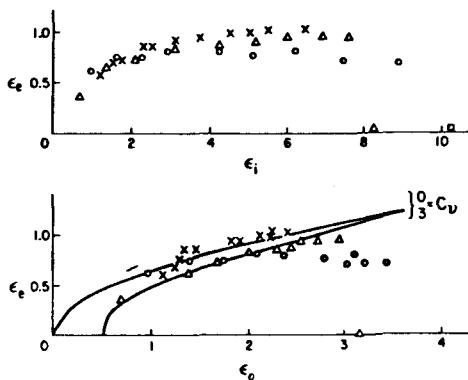


図-12 非線型干渉により発生した倍周期ストークスモード・エッジ波の振幅 [Guza & Bowen (1976 b)]

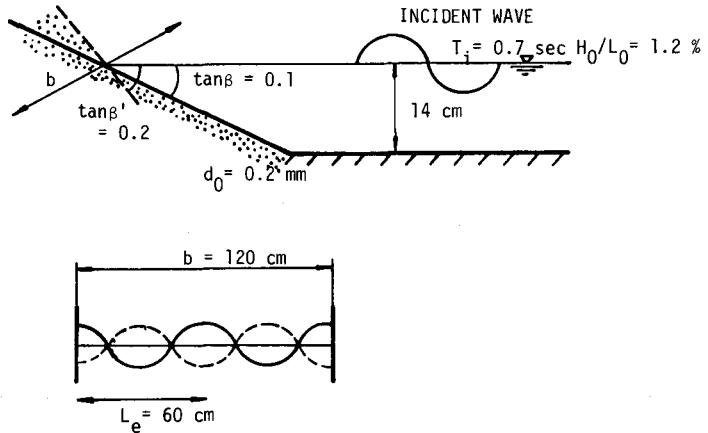


図-13 移動床におけるエッジ波の発生例 [小室 (1978)]

の流れは固定斜面上での重複波モードのエッジ波につきものの沿岸方向節部での沿岸方向流速がほとんど見られないのも事実である。

4. 現地観測におけるエッジ波

今までの議論からして現地における現象としてエッジ波は入射波からの非線型干渉によるエネルギー移送により発生する低周波側モードとして存在するという考え方有力であろう。もちろん、相手は自然現象であり、それ以外にその周波数、ひいてはそのモードにエネルギーを供給するメカニズムは十分にあり得る。

現地におけるエッジ波そのものの観測は、Huntley & Bowen (1973 1975) による、英国 South Devon, Slapton Beach [礫浜で海岸地形は(31)式において $h_0 = 7.05 \text{ m}$, $a = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$ とおいて近似される] における 1 台の電磁流速計を用いた速度場の測定（満潮をはさんで連続 4 時間）に始まる。測定記録をスペクトル解析した結果、図-14 に見るように、風波域のピーク周期 (5 sec) より低周波側、倍周期域にもピークが存在した。そのピークについて場の準定常性を仮定して測定時間内の潮位変化にともなう汀線からの距離の相対的な変化を利用して、Bell (1967) の理論と比較したものが図-15 である。 $n = 0$ の場合の理論（図中の破線）によく一致したことからエッジ波であると断定した。

エッジ波周期の変動を取り出したのが図-16 である。 u, v 成分の位相関係が *in-phase* であることから重複波であると考えられる。また、振幅の時間的な変動がかなりあるがさらに低周波側のモードの存在

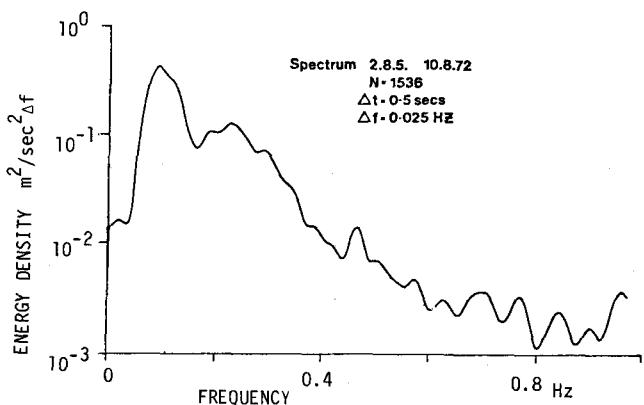


図-14 現地海岸における岸沖方向流速のパワースペクトルの例
〔Huntley & Bowen (1975)〕

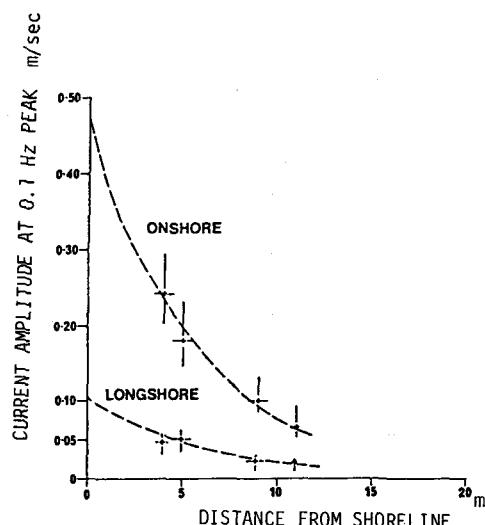


図-15 流速変動中の 0.1 Hz ピーク値の岸沖方向分布
〔Huntley & Bowen (1975)〕

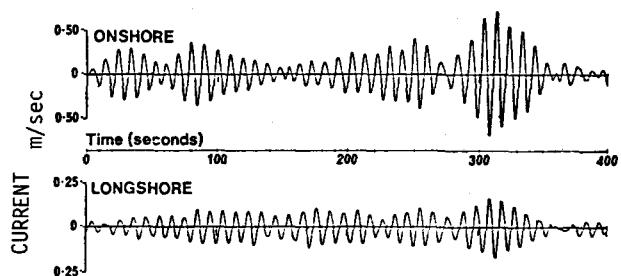


図-16 エッジ波周期 (0.1 Hz) の流速変動
〔Huntley & Bowen (1975)〕

もしくは既にのべた機構以外の共振現象が存在することが考えられている。

海岸付近における波動場の1つの課題として風波域に比して長周期の側（数分オーダー）にかなりの振幅（数十cm）をもつ水面変動が存在することはよく知られている。一般にサーフ・ビート（surf beat）と呼ばれているこの現象の発生要因とその正体に関する議論は種々ある[例えば藤繩他(1978)]。近年、その1つとしてエッジ波が注目されている。サーフ・ビートをエッジ波という波動モードとして把え、かつその発生因を入射不規則波浪との非線型干渉に求めるわけである。（Gallagher(1971)は、この考え方に基づいて水位変動スペクトルの変形計算を行っている。Huntley(1976)は英国North WalesのHells Mouth Bay（延長 5.75 km のほぼ直線海岸をもつ湾入部で断面地形は、(31)式で、 $h_0 = 3.5 \text{ m}$, $a = 0.010 \text{ m}^{-1}$ とおいて近似される）で3台の電磁流速計を海岸方向に汀線から平均10m 30m, 90mに配置して、水平流速の長周期成分について解析した結果、低周波側に4つのピーク（周波数で、0.014, 0.024, 0.036, 0.048 Hz）が存在した。なお入射波はうねりで周期約9 sec, 一次碎波高1 mであり、碎波帶内では二次碎波が見られたという。上記の4つのピークは、全てBall(1967)の理論における限界周波数[(34)式]に対応すること、 u , v 間の位相関係からは、進行波であることおよびそれぞれのピーク間でエッジ波としてのwave-wave干渉条件を満たしていることを示した。現地のように種々の周期での運動が存在し得る場での限界周波数のエッジ波の存在は、面白い問題と言えよう。なおSuhayda(1974)は、図-5に示すような実験室型の断面地形をもつ米国El Moreno Beachにおいて、岸沖方向4点の水位変動記録を用いて海岸付近の長周期は普通の（leakyモードの）重複波であり得ることを報告している。

ここで参考のために、両者の波動モードの見わけ方についてまとめておく。各々の波がもつ特徴は表-1のようになり、1点での観測の差からは次のように区別される。

表-1 波の性質（長波近似）

	入射波（一様水深波）			エッジ波, $P(r)=L_n(2r)e^{-r}$	
	進行波	重複波(x)	重々複波(x, y)	進行波	重複波
位相 χ	$k \cdot x - \sigma t$	$k_y y - \sigma t$	σt	$k y - \sigma t$	σt
水位 η	$a \cos \chi$	$a \cos k_x x \cos \chi$	$a \cos k_x x \cos k_y y \cos \chi$	$a P(kx) \cos \chi$	$a P(kx) \cos k_y y \cos \chi$
流速 u	$\frac{ga}{\sigma} k_x \cos \chi$	$-\frac{ga}{\sigma} k_x \sin k_x x \sin \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k_x \sin k_x x \cos k_y y \sin \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k P'(kx) \sin \chi$	$-\frac{ga}{\sigma} k P'(kx) \cos k_y y \sin \chi$
流速 v	$\frac{ga}{\sigma} k_y \cos \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k_y \cos k_x x \cos \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k_y \cos k_x x \sin k_y y \sin \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k P(kx) \cos \chi$	$\frac{ga}{\sigma} k P(kx) \sin h_y \sin \chi$
分散関係	$\sigma / k = \sqrt{g/k}$, $k = k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$			$\sigma^2 = g k (2n+1) \tan \beta$	

- 1) x 方向の進行波…………ある点で η , u , v が全て時間的に *in-phase* なのはこれだけである。
- 2) y 方向の重複波性…………ある点での (u , v) 間の位相が *in-phase* または (η , v) 間の位相が 90° ずれていれば重複波
- 3) エッジ波か入射波か…………汀線付近の流速成分の振幅比より

$$\text{入射波} : v/u \sim \tan \theta; \quad \theta_i : \text{入射角}$$

$$\text{エッジ波} : v/u \sim 1/(2n+1)$$
(67)

以上、挙げた以外にも現地におけるエッジ波と推定される観測例はいくつかある。[例えば佐々木他 (1977), 藤縄他 (1978)] しかしながら、現在までの報告例は全てが 2 重の検証 (例えば岸沖および沿岸方向の両方向の特性の検証) に欠けており、確定的な結果とは言い難いかも知れない。観測自体も未だ偶然的であり、その予測という面からはまだまだある。

5. 海岸工学におけるエッジ波

やっと表題にかけたテーマにたどりついた。海岸工学分野におけるエッジ波は、1 つは既にのべた沿岸付近の長周期の水面変動として、波浪条件に対する平均水位の変化を与えるという点で重要な意味をもつ。合田 (1975) は浅海域での波浪変形という面からサーフビートについて論じている。もし、それが上記のようなエッジ波ならば入射波浪の沿岸方向の変動により、例えば海岸堤防における越波の沿岸方向の変動などが生じ得るなどの問題がある。その他、現在のところ、エッジ波が関係すると考えられている現象は、1) 海浜流とくに離岸流を含む海浜循環流の発生および、2) 浅海域での沿岸方向のリズミック地形、とくにカスプおよび *crescentic bar* (三日月状砂州) の形成問題であろう。

5.1 エッジ波と海浜循環流

海浜循環流とは簡単には、碎波帶内の波高減衰の程度が沿岸方向に異なることにより生じる流れである。すなわち、入射波と同一周期のエッジ波の存在は、碎波帶内の沿岸方向の波高変動が生じて海浜循環流の発生へと結びつき得る [Harris (1969), Bowen & Inman (1969)]。しかしながら、室内実験におけるエッジ波の発生は、倍周期、同一周期のものを問わずに入射波の反射率が高く碎波形式としても、碎け寄せ波形に属するいわば碎波帶のはほとんど存在しない場合 [Guza & Inman (1975) は *reflective type beach* (反射型海浜) と呼ぶ] に対応している。従来からエッジ波との関連で議論されてきた、斜面からほとんど反射のない場合 [Guza & Iuman (1975) は、*dissipative type beach* (逸散型海浜) と呼ぶ] の海浜循環流は、*leaky mode* の *cross wave* (斜行波) による冲側の場の歪みに起因する可能性が大であること [Guza & Inman (1975), 堀川, 丸山, (1976), Mizuguchi & Horikawa (1976) など] から、單一周期波による実験水槽内の固定斜面上においてもエッジ波と海浜循環流の関連性は、否定的と言えよう。現地海岸における両者の関連性は、さらに悲観的である。不規則な入射波との同期という問題および移動床でのエッジ波の発生にくさという問題があるからである。1 つの可能性としては、長周期 (かつ断面地形による限界周波数) のエッジ波であるが、それ自身としては、直接的には、その周期の入射波浪場の沿岸方向変動性をもたらすだけであり、せいぜい海浜流系の脈動に関与する程度であろう [佐々木他 (1977) Meadows (1976)]。間接的には地形変動 (例えば三日月状砂州の形成) を通じて入射波浪の屈折を左右することにより、海浜循環流の発生と結びつくことも考えられる。

5.2 エッジ波と沿岸方向リズミック地形

沿岸海域 (ここでは底質の移動限界水深以浅) の沿岸方向リズミック地形は、主として地理学的な立場から研究がなされている [例えば Williams (1973), Russell & McIntire (1965) など]。工学的には、

リズミック地形の問題は、岸沖方向および沿岸方向漂砂にともなう直線海岸としての汀線の前進、後退という面に絞られることになり、多少の（短波長の）リズミックさはそれ自体としては無視されてきている。しかもそのリズミック地形は、主に反射型海浜すなわち堆積型海浜というこれまで工学的には関心の薄かった条件下で形成されることもその理由の一つである〔砂村・水口・安（1977）〕。因みに堀川他（1975）によれば海浜の2次元的な堆積性の限界は次式で与えられる。

$$C = \frac{H_0}{L_0} (\tan \beta)^{0.27} \left(\frac{d_0}{L_0} \right)^{-0.67} \quad C \geq 3 \quad \dots \dots \dots \quad (70)$$

ここで d_0 : 底質の中央粒径である。（65）式を用いて書き直すと次式となる。

$$C = \epsilon_0 \frac{(\tan \beta)^{1.78}}{2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{d_0}{L_0} \right)^{-0.67} \quad \dots \dots \dots \quad (71)$$

少なくとも入射波の条件に関しては、Cと ϵ_0 は同等な条件をなしている。

ここでは自然現象の面白さの一つとしてのリズミック地形とエッジ波の関連性をとりあげてみる。一般的な議論については玉井（1977）を参照されたい。海浜流と海浜地形との関係という点からリズミック地形についての研究結果がまとめられている。

沿岸方向のリズミックな地形は汀線付近の形状におけるカスプと沖側での三日月状砂州に大別される。

さらにカスプはその沿岸方向のスケール（波長）により beach カスプと large カスプに分類されている。前者は堆積型地形（反射型）において swash（前浜）帯に限られた小スケールの現象であるのに対し後者は侵食型（逸散型）地形において碎波帶をこえて生じる大スケールの現象である。参考までに図-17に砂村・水口・安（1977）による実験結果、図-18にその模式図をのせるが、地形の堆積・侵食性（ここでは（70）式における C の値に代表される）のもつ効果がよく出ており両者間に形成機構にも差があると言えよう。エッジ波との関係で言えば前者 beach カスプのスケールが入射波のもつオーダーの周期によるエッジ波の波長にはほぼ等しいことおよびその発生が共に反射型海浜を好むことから種々議論があるものの確定的な答えはなく、ここで（著者）の結論としては両者の関係については否定的である。底質の移動（地形変化）をも含む共振的現象を考えるべきであろう。なお large カスプについては海浜循環流との関連性は十分ありそうであるが、現地における large カスプのリズミック性は beach カスプのそれ程には確証的ではない。

最後に三日月状砂州の形成であるが、Bowen &

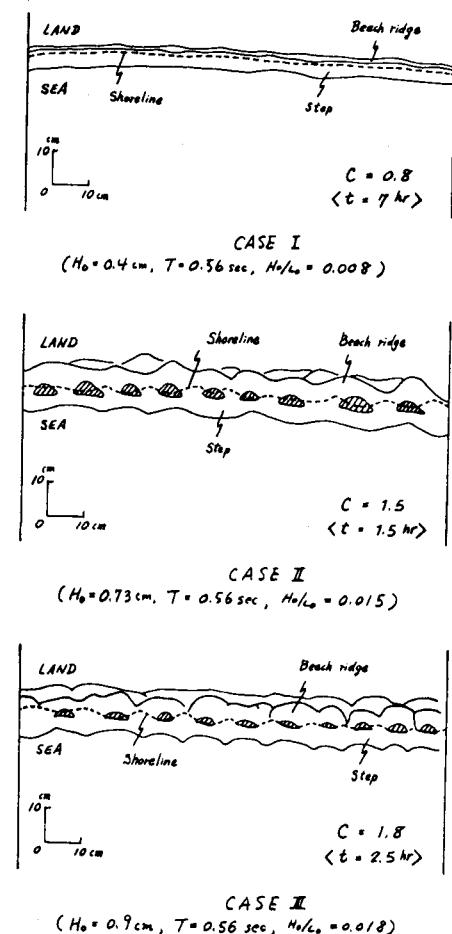
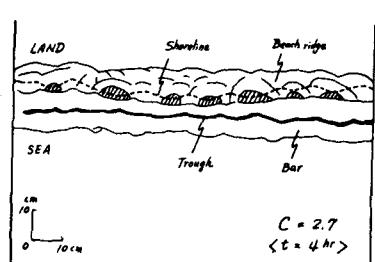
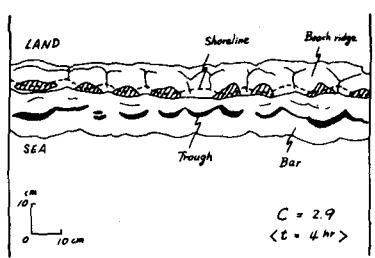


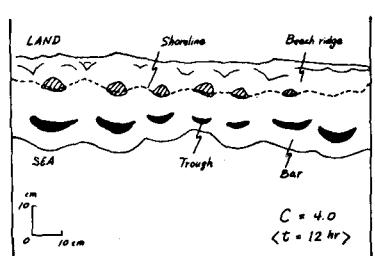
図-17(1)



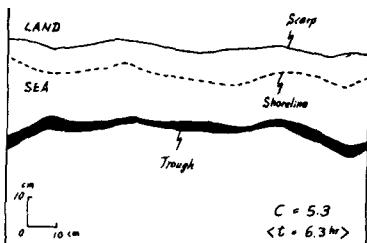
CASE IV
($H_0 = 1.31 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.027$)



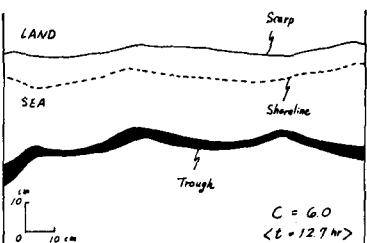
CASE V
($H_0 = 1.41 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.029$)



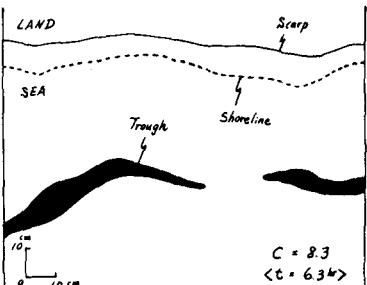
CASE VI
($H_0 = 1.96 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.04$)



CASE VII
($H_0 = 2.58 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.053$)



CASE VIII
($H_0 = 2.92 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.060$)



CASE IX
($H_0 = 4.08 \text{ cm}$, $T = 0.56 \text{ sec}$, $H_0/L_0 = 0.083$)

図-17 (2)

図-17 (3)

図-17 2次元的な侵食・堆積性の違いによるリズミック地形特性の変化に関する実験結果
(底質は0.2mmの標準砂を使用、初期勾配は1/10) [砂村・水口・安(1977)]

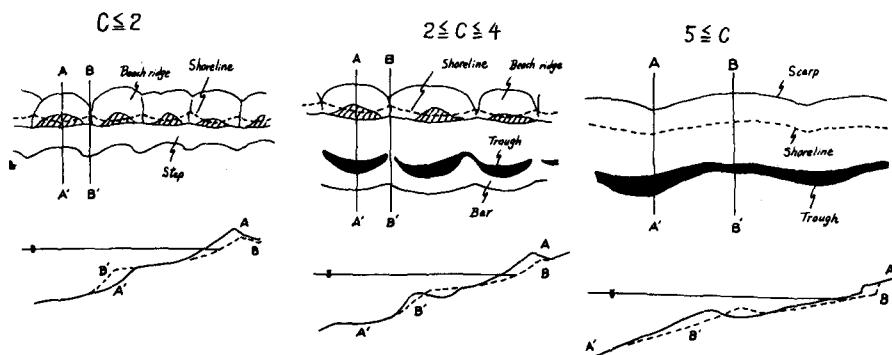


図-18 2次元的な侵食・堆積性の差によるリズミック地形の特性変化に関する模式図 [砂村・水口・安(1977)]

Inman (1971) は航空写真上に明瞭に見てとれるポケットビーチ内の碎波帯外と思える地点でのリズミック地形(三日月状砂州でその波長は約 500 m)を、かなり長周期(40~50 sec)のモード 1 ないし 2 のエッジ波によって説明を試みているが、必要な流速をもつにはエッジ波の振幅がかなり大きくなればならないなどの問題があり現在のところあくまでも 1 つのアイデアである。

以上海岸工学との関連性についてのべてきたが、海岸工学の分野にエッジ波が登場して歴史も浅く応用的な問題は、現在および未来の課題といえよう。

6. おわりに

エッジ波のもつ基本的な性質について理解してもらえ、かつ今後、海岸工学上の現象を見る 1 つの視点として注意を払ってもらえば幸いである。

参 考 文 献

ここでは、本文中に引用が無くとも本稿をまとめるにあたって一度は目を通したものは全て挙げておく。和文のものは著者名アイウエオ順、英文のものは著者名 A B C 順である。

- 1) 安熙道 (1979) : 海浜のリズミック地形に関する実験的研究, 東京大学大学院工学系研究科土木工学専門課程修士論文, 135 p.
- 2) 小室俊二 (1978) : 海浜地形におけるリズミック・パターンの形成に関する実験的研究, 東京大学工学部土木工学科卒業論文, 93 p.
- 3) 合田良実 (1975) : 浅海域における波浪の碎波変形, 港湾技術研究所報告第14巻第3号, pp. 59~106.
- 4) 佐々木民雄・堀川清司・久保田進 (1977) : 海浜流に関する研究(第5報) —— 海浜流の長周期変動 —— , 第24回海講, pp. 586~590.
- 5) 砂村継夫, 水口 優, 安熙道 (1977) : 小型平面造波水槽を用いた砂浜海岸の rhythmic pattern に関する一実験, 碎波現象を中心とする沿岸海岸の動的解明に関する研究報告書(総合-A, 代表者 堀川清司) pp. 10~14.
- 6) 玉井佐一 (1977) : 海浜流と海浜地形, 1977年度水工学に関する夏期研修会講義集, B-4-1~25.
- 7) 藤繩幸雄・岡田憲司・渡辺 黙 (1977) : 波浪に伴う長周期波(サーフ・ビート)の特性(II), 国立防災科学技術センター研究報告, 第17号, pp. 111~166.
- 8) 堀川清司, 砂村継夫, 近藤浩右, 岡田 滋 (1975) : 波による二次元汀線変化に関する一考察, 第22回海講, pp. 329~334.
- 9) 堀川清司, 丸山康樹 (1976) : 室内実験におけるリップカレントの発生について, 第23回海講, pp. 464~469.
- 10) 堀川清司, 水口 優 (1975) : 室内実験におけるエッジ波の観測, 土木学会第30回年講, pp. II~37~38.
- 11) Ball, F. K (1967) Edge waves in an ocean of finite depth, Deep-Sea Res., vol. 14, pp. 79~88.
- 12) Barnard, B. J. S., Mahony, J. J., and W. G. Pritchard (1977), The excitation of surface waves near a cut-off frequency, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. vol. 286, pp. 87~123.
- 13) Battjes, J. A (1976), Turbulence model for the surf zone, with applications to longshore current calculations, Abst. 15th Coastal Eng. Conf. pp. 403~406.
- 14) Birchfield, G. E. and C. J. Galvin (1975), Generation of standing edge waves through nonlinear subharmonic resonance, Geol. Soc. Amer. Mem. 142, pp. 151~162.
- 15) Bowen, A. J. (1972), Edge waves and the littoral environment, Proc. 13th Coastal Eng. Conf. pp. 1313~1320.

- 16) Bowen , A. J. and R. T. Guza (1978), Edge waves and surf beat , J. Geophys. Res. vol. 83 , № C4 , pp. 1913 ~ 1920.
- 17) Bowen , A. J. and D. L. Inman (1969), Rip currents , 2 , J. Geophys. Res. vol. 74 , № 23 , pp. 5479 ~ 5490.
- 18) Bowen , A. J. and D. L. Inman (1971), Edge waves and crescentic bars , J. Geophys. Res. vol. 76 № 36 , pp. 8662 ~ 8671.
- 19) Bowen , A. J. and D. L. Inman (1972), Reply , J. Geophys. Res. vol. 77 , № 33 , pp. 6632 ~ 6633 .
- 20) Davis , R. E. and A. Acrivos (1967), The stability of oscillatory internal waves , J. Fluid Mech. , vol. 30 part 4 , pp. 723 ~ 736.
- 21) Flemming N. C. (1964), Tank experiments on the sorting of beach material during cusp formation , J. Sediment. Petrology. vol. 34 , № 1 , pp. 112 ~ 122.
- 22) Gallagher , B (1971), Generation of surf beat by nonlinear wave interactions , J. Fluid Mech. , vol. 49 , part 1 , pp. 1 ~ 20.
- 23) Galvin , C.J. (1965), Resonant edge waves on Laboratory beaches , Eos Trans. AGU , 46th , p. 112.
- 24) Galvin , C. J. (1967), Subharmonic resonance of edge waves , CERC unpublished manuscript , 16 p.
- 25) Galvin , C. J. (1972), Wave breaking in shallow water , Wave on Beaches , R. E. Meyer ed. Academic press , pp. 413 ~ 456.
- 26) Garrett , C. J. R. (1970), On cross-waves , J. Fluid Mech. , vol. 41 , part 4 , pp. 837 ~ 849.
- 27) Guza , R. T. and A. J. Bowen (1975) , The resonant instabilities of long waves : Obliquely incident on a beach , J. Geophys. Res. , vol. 80 , № 33 , pp. 4529 ~ 4534.
- 28) Guza , R. T. and A. J. Bowen (1976 a) , Finite amplitude edge waves , J. Mar. Res. , vol. 34 , pp. 269 ~ 293.
- 29) Guza , R. T. and A. J. Bowen (1976 b) , Resonant interactions for waves breaking on a beach , Proc. 15th Coastal Eng. Conf. , pp. 560 ~ 579.
- 30) Guza , R. T. and R. E. Davis (1974) , Excitation of edge waves by waves incident on a beach , J. Geophys. Res. , vol. 79 , № 9 , pp. 1285 ~ 1291.
- 31) Guza , R. T. and D. L. Inman (1975) , Edge waves and beach cusps , J. Geophys. Res. , vol. 80 , № 21 , pp. 2997 ~ 3012.
- 32) Harris , T. F. W (1969) , Nearshore circulations : Field observations and experimental investigations of an underlying cause in wave tanks , Symp. on Coastal Eng. Stellebosch , South Africa.
- 33) Hasselmann , K. (1967) , A criterion for nonlinear wave stability , J. Fluid Mech. , vol. 30 , part 4 , pp. 737 ~ 739.
- 34) Huntley , D. A. (1976) , Long-period waves on a natural beach , J. Geophys. Res. , vol. 81 , № 36 pp. 6441 ~ 6449.
- 35) Huntley , D. A. and A. J. Bowen (1973) , Field observations of edge waves , Nature , vol. 243 , pp. 160 ~ 162.
- 36) Huntley , D. A. and A. J. Bowen (1975) , Field observations of edge waves and their effect on beach material , J. Geol. Soc. Lond. , vol. 131 , pp. 69 ~ 81.

- 37) Kenyon , K. E. (1969) , Note on stokes' drift velocity for edge waves , J. Geophys. Res. , vol. 23, № 23 , pp. 5533 ~ 5535.
- 38) Kenyon , K. E. (1970) , A note on conservative edge wave interactions , Deep – Sea Res. , vol. 17 , pp. 197 ~ 201.
- 39) Lamb , H. (1932) , Hydrodynamics , 6th ed. , Cambridge Univ. Press , p. 738.
- 40) Longuet – Higgins , M. S. and D. W. Parkin (1962) , Sea waves and beach cusps , Geogr. J. , vol. 128 , pp. 194 ~ 201.
- 41) Meadows , G. A. (1976) , Time dependent fluctuations in longshore currents , Proc. 15th Coastal Eng. conf. , pp. 660 ~ 680.
- 42) Mizuguchi, M. and K. Horikawa (1976) , Physical aspects of wave – induced nearshore current system. Proc. 15th Coastal Eng. Conf. , pp. 607 ~ 625.
- 43) Munk , W. , Snodgrass , F. and F. Gilbert (1964) , Long waves on the continental shelf : An experiment to separate trapped and leaky modes , J. Fluid Mech. , vol. 20 , part 4 , pp. 529 ~ 554.
- 44) Reid , R. O. (1958) , Effect of coriolis force on edge waves : (I) Investigation of the normal modes , J. Mar. Res. , vol. 16 , № 2 , pp. 109 ~ 104.
- 45) Russell , R. T. and W. G. McIntire (1965) , Beach cusps , Geol. Soc. Amer. Bull. , vol. 76 , pp. 307 ~ 320.
- 46) Short , A. D. (1975) , Multiple off shore bars and standing waves , J. Geophys. Res. , vol. 80 № 27 , pp. 3838 ~ 3840.
- 47) Simmons , W. F. (1969) , A variational method for weak resonant wave interaction , Proc. Roy. Soc. Lond. , A. 309 , pp. 551 ~ 575.
- 48) Sonu , C. J. (1972) , Comment on paper by A. J. Bowen and D. L. Inman , " Edge wave and crescentic bars " , J. Geophys. Res. vol. 77 , № 33 , pp. 6629 ~ 6633.
- 49) Suhayda , J. N. (1974) , Standing waves on beaches , J. Geophys. Res. , vol. 79 № 21 , pp. 3065 ~ 3071.
- 50) Ursell , F. (1952) , Edge waves on a sloping beach , Proc. Roy. Soc. Lond. , vol. 214 , pp. 79 ~ 97.
- 51) Ursell,F., Dean , R. G. and Y. S. Yu (1959) , Forced small – amplitude water waves : a comparison of theory and experiment , J. Fluid Mech. , vol. 7 , pp. 32 ~ 52.
- 52) Williams , A.T(1973) , The problem of beach cusp development , J. Sediment. Petrology , vol. 43 № 3 , pp. 857 ~ 866.
- 53) Worrall , G. A. (1969) , Present – day and subfossil beach cusps on the west African coast , J. Geol. , vol. 77 , pp. 484 ~ 487.