

富栄養化による有機性汚濁のモデリング

村 上 健

1. はじめに

公用水域の有機性汚濁の程度は、近年の排出規制の強化等を反映し総体的には改善傾向にあるものの、最近では横ばいの傾向にある。¹⁾ 有機汚濁の指標であるBODまたはCODの環境基準の達成状況（環境基準を達成している水域の環境基準当てはめ水域総数に対する割合）を見ると、昭和51年度においては河川では57.5%、湖沼では41.5%、海域では76.3%であり、¹⁾ 特に湖沼で環境基準の達成されていない水域の割合が大きい。有機性汚濁の著しい水域としては、大都市圏内の河川や沿岸海域のほか、内湾、内海、湖沼等の閉鎖的な水域があげられている。これらの閉鎖的な水域、例えば海域では東京湾、伊勢湾、大阪湾、湖沼では琵琶湖、霞ヶ浦、諏訪湖などの水域においては、富栄養化による植物性プランクトンの生産が水域の有機物濃度を高めている大きな原因と考えられている。これらの水域における夏季でのCODは冬季のCODの数倍になっているのが通常であり、夏季に増殖する植物性プランクトンの影響が大きいことを示している。

このように水域内で生産される有機物負荷を、陸域から供給される有機物負荷に対して、「内部生産」負荷と呼んでいるが、内部生産の大きさはリン、窒素などの栄養塩濃度に支配されるため、内部生産を制御するためには栄養塩負荷の制御が必要になる。しかし、現状では栄養塩負荷の削減については技術的あるいは経済的に問題が多く、排水基準の設定などの規制が行なわれるまで至っていない。さらに、水域内で栄養塩から有機物が生産される機構についても定量的には十分明らかになっているとはいえず、水質改善対策の効果の評価を困難にしている。

一般に、現象をモデル化する手法としては、対象としている系の内部はブラックボックスとし、入力と出力との対応関係のみに注目する手法と、系の内部で起っている変化をできる限り忠実に数式化し、これらを組み合わせて系全体としての変化を表わす状態方程式を作成して解析する手法とがある。富栄養化のモデリングに関しては、前者の代表的な例としてはVollenweiderの栄養塩限界負荷モデル²⁾があり、後者の代表的な例としてはD:Toroらの多変数の動力学的モデル³⁾などがある。その他にもいくつかのモデルが提案されており、本文ではこれらの概略を紹介する。

2. 栄養塩限界負荷モデル^{3), 4)}

VollenweiderはOECDの富栄養化調査計画に関連して淡水の湖沼、貯水池についてリンの負荷量と富栄養化の程度の間を広く調査し、これらの間に密接な関係があることを見出している。栄養塩としてリンのみに注目したのは、淡水の湖沼ではリンが制限因子になっている場合が多いことと、負荷量の削減をはかるときに技術的には窒素よりもリンの方が容易であることなどの理由による。

Vollenweiderは湖沼におけるリンの負荷量収支として次式を考えた。

$$\frac{dP}{dt} = \text{流入負荷量} - \text{流出負荷量} - \text{沈澱による除去量} = (\sum \nu_j P_j / V) - \sigma_p P - \sigma_w P \cdots (1)$$

ここで、 P は湖水中のリン濃度 (ML^{-3})

ν_j は j 番目の流入支川の流量 ($L^3 T^{-1}$)

P_j は j 番目の流入支川のリン濃度 (ML^{-3})

V は湖の容量 (L^3)

ρ_w は水の交換率（年間の流入水量/湖の容量）(T^{-1})

σ_p はリンの沈澱係数 (T^{-1})

上式では、湖の容量は一定で完全混合状態にあり、流出水中の濃度は湖水中の濃度と等しいと仮定している。また、流入と流出の流量は等しく、底泥からのリンの水中への回帰はないものと仮定し、さらに、リンの沈澱は湖水中の濃度に比例すると考えている。式(1)の解は、

$$P_t = P_{t_0} e^{-(\rho_w + \sigma_p)(t - t_0)} + (L(P) / (\rho_w + \sigma_p)) (1 - e^{-(\rho_w + \sigma_p)(t - t_0)}) \quad (2)$$

定常状態 ($t \rightarrow \infty$) を考えると、式(2)は、

$$P_\infty = L(P) / (\rho_w + \sigma_p) \quad (3)$$

ここで、 t_0 はある初期時刻

t は t_0 からの時間

P_{t_0} は t_0 時の湖水中のリン濃度 (ML^{-3})

P_t は t 時の湖水中のリン濃度 (ML^{-3})

P_∞ は定常状態での湖水中のリン濃度 (ML^{-3})

$L(P)$ は単位湖水量当りのリン負荷量 ($ML^{-3}T^{-1}$)

$$= \sum \nu_j P_j / V$$

湖の単位表面積当りのリン負荷量を $L(P)$ ($ML^{-2}T^{-1}$)、平均水深を $\bar{z}$ (L) とすれば、式(4)は次のようになる。

$$L(P) = P_\infty \bar{z} (\rho_w + \sigma_p) \quad (4)$$

Vollenweider は式(4)によって富栄養と貧栄養との境界となる負荷量を求めたために、 P_∞ として Sawyer³⁾ が示した春季循環期における限界濃度 10 mg/m^3 を使い、 σ_p は次のような式で近似とした。

$$\sigma_p = 10 / \bar{z} \quad (5)$$

ρ_w は水の滞留時間の逆数 $1/\tau_w$ に等しいので、以上より式(4)は次のようになる。

$$L_c(P) = 100 + 10(\bar{z} / \tau_w) \quad (6)$$

ここで、 $L_c(P)$ は湖の単位表面積当りの許容リン負荷量 (Permissible Phosphorus Loading)

($\text{mgP/m}^2/\text{年}$)

$\bar{z}$ は平均水深 (m)

τ_w は水の滞留時間 (年) で、湖の容量(m^3)/年間の流入水量($\text{m}^3/\text{年}$)

限界リン負荷量は許容リン負荷量の2倍とすれば、

$$L_E(P) = 200 + 20(\bar{z} / \tau_w) \quad (7)$$

ここで、 $L_E(P)$ は湖の単位表面積当りの限界リン負荷量 (Excessive Phosphorus Loading)

($\text{mgP/m}^2/\text{年}$)

湖に対するリンの負荷量が $L_c(P)$ 以下であれば、その湖は貧栄養状態にあると考え、 $L_E(P)$ 以上であれば富栄養状態にあるとする。

式(6)、(7)を米国での OECD 湖沼調査データに適用した結果を図-1⁴⁾に示すが、式(6)、(7)で富栄養、貧栄養の境界が良く表現されている。

しかし、Vollenweider は式(5)で表わした沈澱係数について再検討することによって、さらに改善を試み、「リンの滞留時間」という概念を導入した。Vollenweider によれば、リンの滞留時間は水の滞留時間と同様な考え方、すなわち、湖内の存在量を流入負荷によって満すのに必要な時間によって与えられるとした。したがって、

$$\tau_p = P_\lambda / l(P) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 τ_p はリンの滞留時間 (T)

P_λ は湖内の平均リン濃度 (ML^{-3})

$l(P)$ は単位湖水量当りのリン負荷
量 ($ML^{-3}T^{-1}$)

Vollenweider はリンの負荷は水量的な負荷
とは無関係ではないことを観測している。唯
一の例外は、リン負荷の大部分が非常に高濃
度の流入水によって占められており、全体と
しての水量負荷にその負荷源の流量が殆んど
影響していない場合である。したがって、Vo
llenweider はリンの滞留時間と水の滞留時間
との比率が重要な意味を持つと結論した。

$$\Pi_r = \bar{\tau}_p \tau_w = P_\lambda / l(P) / (V/Q) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 Π_r はリンの滞留時間と水の滞留
時間との比 (TT⁻¹)

$\bar{\tau}_p$ は湖内でのリンの平均滞留時間

Q は流入河川流量 (L^3T^{-1})

$\bar{\tau}_p$ と τ_w との関係について多くの湖で調べた結果、Vollenweider は $\bar{\tau}_p / \tau_w$ と水の滞留時間との関
係が統計的に次のように表わされるとした。

$$\Pi_r = \bar{\tau}_p / \tau_w = \rho_w / (\rho_w + \sigma_p) \quad \dots\dots\dots (10)$$

また、水深が 20 m より浅い湖または水の交換率の大きい湖の調査結果によれば、 $\tau_w < 1$ の範囲では
 τ_w について線型ではないことから次のような近似式を考えた。

$$\bar{\tau}_p / \tau_w = 1 / (1 + \sqrt{\bar{z} / q_s}) = 1 + \sqrt{\tau_w} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式 (10)、(11) より σ_p を求めれば、

$$\sigma_p = \sqrt{\tau_w} / \tau_w = \sqrt{\bar{z} / q_s} / \tau_w \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) を式 (4) に代入して

$$L_c(P) = P_c^{SP} [(\bar{z} / \tau_w) + (\bar{z} / \tau_w) \sqrt{\bar{z} / q_s}] = P_c^{SP} q_s (1 + \sqrt{\bar{z} / q_s})$$

ここで、 P_c^{SP} は春季循環期における湖水中のリン濃度 ($mg P / m^3$)

q_s は水面積当りの流量 (m / 年) で、 $q_s = z / \tau_w$

$\bar{z}$ は平均水深 (m)

変形して、

$$P_c^{SP} = \{ L(P) / q_s \} / (1 + \sqrt{\tau_w}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

図-2、3⁴⁾は、式 (13) の右辺の値を横軸とし、これと富栄養化の結果である湖水のクロロフィルの含
有量および透明度との関係をプロットしたものである。図からわかるように、いずれの場合にも比較
的よい相関がみられ、Vollenweider のモデルによって湖の富栄養化を概ね説明できることを示してい
る。

図-2、3 によって、対象とする湖のリン負荷量に変化した場合の状態の凡その予測を行なうこと

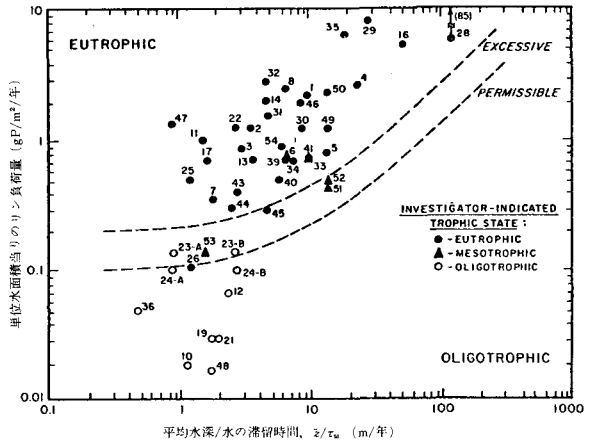


図-1 Vollenweider の栄養塩限界負荷量モデルに米国の
OECD 湖沼調査データを適用した結果

ができ、さらに、クロロフィル *a* と透明度と COD との相関を用いれば、COD の概略の推定も可能となろう。

3. 単変数生産モデル

植物性プランクトンの増殖による有機物負荷の生産に関係する因子には、植物性プランクトンの現存量、リンや窒素などの栄養塩濃度、水温、日射量など多くのものがあると考えられているが、これらのうちから最も支配的と思われるものを1つとり出して変数とし、他は係数として扱う単純なモデルもしばしば用いられている。^{6), 7), 8)}

このようなモデルが必要とされ、また用いられるのは拡散方程式などによって水質の空間的（場所的）な分布を計算する場合に、生産項の空間的分布を考慮しなければ考えている水質の空間的分布が再現できないことがあり、空間的に分布を持つ指標を1つ変数として取りあげる必要が往々にしてあるからである。

このようなモデルの1つとして、有機物の生産速度はリンまたは窒素のいずれか制限因子となっている栄養塩に比例すると仮定する方法がある。簡単のために生産項のみを数式化すれば、

$$dC/dt = G_N [N]$$

..... (14)

ここで、C は例えば COD で表わした有機物濃度 (ML⁻³)
t は時間 (T)
G_N は生産速度係数 (T⁻¹)

[N] は総リンまたは総窒素のうち、制限因子となっている方の栄養塩濃度 (ML⁻³)

このモデルでは、[N] をプランクトンの現存量と、プランクトンに利用可能な形態の栄養塩との2つの量を代表する指標として用いており、栄養塩総量が多ければ植物性プランクトンの現存量も多く、

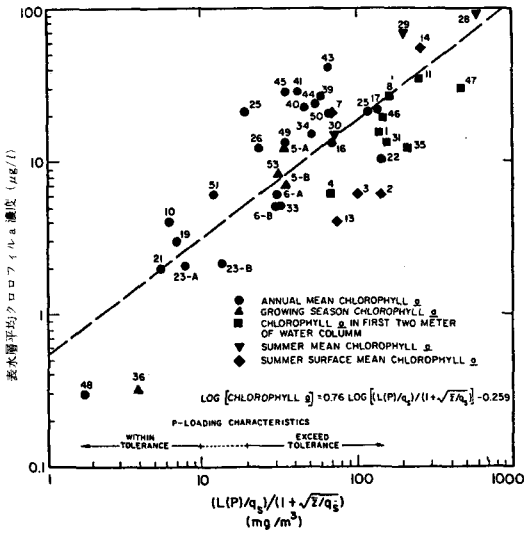


図-2 米国OECD湖沼調査データによる Vollenweider の栄養塩限界負荷モデルのリン濃度とクロロフィル *a* との関係

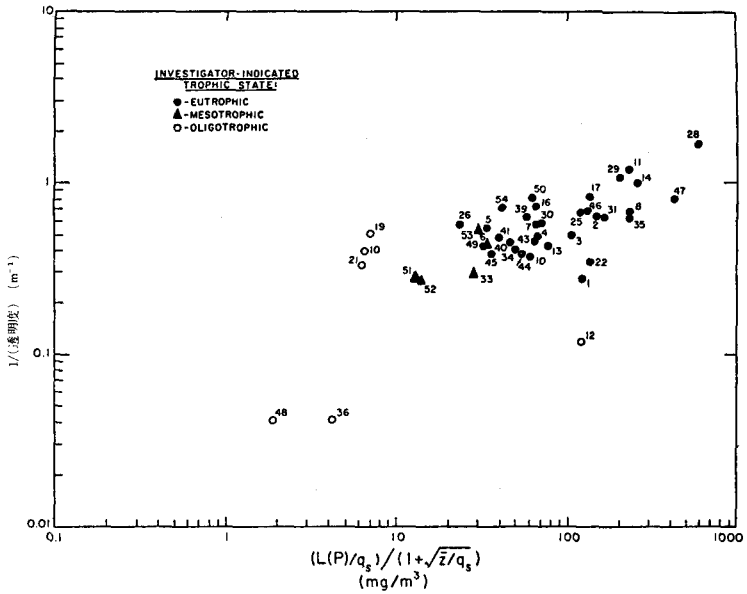


図-3 米国のOECD湖沼調査データによる Vollenweider の栄養塩限界モデルのリン濃度と透明度との関係

また、利用可能な無機態の栄養塩も多いと仮定していることになる。速度係数 G_N は日射量、水温、栄養塩とCODとの間の換算係数などの関数として与えられるべきであるが、実際にはシミュレーションによって対象とする水域での水質（COD）が再現できるように定めるという極めて経験的な与え方になる。

他のモデルとしては、有機物濃度が高い程存在する植物性プランクトンの量も多く、したがって、生産速度は有機物濃度に比例するとして、次式のように仮定する方法もある。

$$dC/dt = G_c C \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 C は式(14)と同様に、例えばCODで表わした有機物濃度

G_c は生産速度係数

式(15)は G_c の与え方によっては簡単なモデルにも、複雑なモデルにもなり得る。

G_c を一定値またはそれに近い単純な形で与えることができれば式(15)は形式上は減衰項と同じになり、減衰速度係数から G_c を差引いたものを見掛け上の減衰係数として与えることによって、減衰項のみの計算と同じ形にすることができる。また、式(15)において C を植物性プランクトンの現存量とすれば式(15)は植物性プランクトンの生産速度を表わす式になるが、この場合に G_c を日射量、水温、プランクトンが利用可能な無機栄養塩濃度の関数として表わせば、より論理的なモデルになる。

$$G_c = f(I, T) \frac{P_I}{k_P + P_I} \frac{N_I}{k_N + N_I} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 I は日射量（水中照度）

T は水温

P_I は無機態リン濃度（ ML^{-3} ）

N_I は無機態窒素濃度（ ML^{-3} ）

k_P, k_N はそれぞれリンおよび窒素に関する Michaelis 定数（ ML^{-3} ）

式(16)においては、栄養塩の影響は Monod型の式で表わされるとしているが、この場合の栄養塩濃度は植物性プランクトンが直接利用できる形態の無機栄養塩濃度でなければならない。したがって、現状あるいは過去の水質の再現を目的とするのであれば無機態栄養塩濃度として対象水域の実測値を用いればよいが、将来の予測を行なうためにはそのような形態の栄養塩濃度の予測をも何らかの形で行なわなければならない。

式(14)と式(15)の比較を行なうと、式(15)の速度係数 G_c を式(16)のように与えるとすれば、式(15)の方がより論理的といえようが、いずれのモデルも現象をマクロにとらえようとするものであり、個々の水域ごとにその適用性を十分調査すべきものであろう。なお、生産速度係数 G_N 、 G_c の時間変化については、 G_N, G_c における日射量、水温、あるいは栄養塩濃度の関数を時間的に変化する値として与えることによって、生産速度係数を時間の関数とすることができる。しかし、これらのモデルの利点はその数式化した表現が簡単であって、拡散方程式などと組み込んで計算するのが容易なことにあり、このような使い方を前提とした場合には、拡散方程式における流れの変化の時間スケールと生産項の変化の時間スケールが非常に異なるため、一般には両者ともに非定常として取扱うのは現実的ではない。すなわち、流れを非定常とする場合には生産項は時間的に一定とせざるを得ず、流れを定常とする場合のみ生産項を時間的に変化させることができよう。

4. 多変数の動力学的モデル

4.1 現象のモデル化

富栄養化した水域で起っている無機栄養塩からの植物性プランクトンの生産、植物性プランクトン

の捕食や死滅などによる減少その他の現象を水域内での低次生態系の動的平衡としてとらえ、数理科学的にシミュレーションする研究がかなり行なわれるようになってきた。このような現象は非常に複雑であり、また未知の点も多いので、未だ完成されたモデルは存在しないといっても過言ではない状態であるが、以下にいくつかの代表的なモデルを紹介する。

(1) モデルⅠ (Di Toro らのモデル)^{3, 9}

Di Toro, O'Conner および Thoman は米国カルフォルニア州 San Joaquin Delta における植物性・動物性プランクトンの消長を表現するために、図-4 に概念図を示すようなモデルを考えた。図では簡単のために流入、流出を省略してあるが、これらを含めて数式化したものは次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dY}{dt} &= (G_Y - D_Y - E_Y)Y + \frac{Q}{V}(Y_0 - Y) \\ \frac{dZ}{dt} &= (G_Z - D_Z)Z + \frac{Q}{V}(Z_0 - Z) \\ \frac{dX}{dt} &= -\alpha_{XY} G_Y Y + \frac{L_X}{V} + \frac{Q}{V}(X_0 - X) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

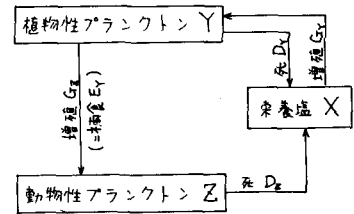


図-4 モデルⅠ (Di Toro ら)

- ここで、Yは植物性プランクトンの現存量 (ML^{-3})
- Zは動物性プランクトンの現存量 (ML^{-3})
- Xは栄養塩濃度 (プランクトン中の栄養塩を除く) (ML^{-3})
- Y_0, Z_0, X_0 はそれぞれ流入水中の植物性プランクトン, 動物性プランクトン, 栄養塩の現存量または濃度 (ML^{-3})
- G_Y, G_Z はそれぞれ植物性プランクトン, 動物性プランクトンの増殖率 (T^{-1})
- D_Y は植物性プランクトンの死滅率
- E_Y は植物性プランクトンの動物性プランクトンによる捕食率 (T^{-1})
- D_Z は動物性プランクトンの死滅率 (T^{-1})
- Qは流入流量 ($L^3 T^{-1}$)
- Vは対象水域の容量 (L^3)
- α_{XY} は植物性プランクトン中の栄養塩の比率 (無次元)
- L_X は栄養塩負荷速度 (MT^{-1})

原式では植物性プランクトンの死滅率に動物性プランクトンによる捕食率も含めているが、ここでは他のモデルとの整合をはかるため、死滅率に含まれるのは自然死と呼吸のみとし、捕食は分離して表現した。

式 (19)における増殖率、死滅率などのパラメータについては後で詳述するが、これらは定数ではなく種々の要因の関数である。

また、栄養塩濃度 Xとしてはリン、窒素の2つが用いられており、式 (17)は実質上は4変数の連立方程式である。

(2) モデルⅡ (土木学会-琵琶湖のモデル)¹⁰

土木学会・衛生工学委員会「琵琶湖の将来水質に関する小委員会」では、琵琶湖の将来水質を予測するため、上記の Di Toro らのモデルを改良して図-5 のような物質循環を想定し、モデル化をはかっている。数式化すれば、

$$\begin{aligned}
 dN_0/dt &= -K_{N_0}N_0 + \alpha_{NY}(D_Y + E_Y)Y + \alpha_{NZ}(D_Z + G_Z)Z + (\text{流入} \cdot \text{流出}) \\
 dN_I/dt &= K_{N_0}N_0 - \alpha_{NY}G_Y Y + (\text{流入} \cdot \text{流出}) \\
 dY/dt &= (G_Y - D_Y - E_Y)Y + (\text{流入} \cdot \text{流出}) \\
 dZ/dt &= (G_Z - D_Z)Z + (\text{流入} \cdot \text{流出}) \\
 dP/dt &= [\alpha_{NY}(D_Y - G_Y + E_Y)Y + \alpha_{NZ}(D_Z - G_Z)Z]\theta + (\text{流入} \cdot \text{流出})
 \end{aligned}$$

(18)

ここで、 N_0 は有機態窒素濃度 (ML^{-3})

N_I は無機態窒素濃度 (ML^{-3})

P は総リン濃度 (プランクトン中のリンを除く) (ML^{-3})

K_{N_0} は有機態窒素の無機態窒素への分解率 (T^{-1})

α_{NY} は植物性プランクトン中の窒素の比率 (無次元)

α_{NZ} は動物性プランクトン中の窒素の比率 (無次元)

θ はプランクトン中の平均 P/N 比 (無次元)

他の記号は式 (18) と同様である。

このモデルが Di Toro などのモデル I と最も異なる点は生きているプランクトンと死んだプランクトンとを区別し、プランクトンの死骸など (デトリタス) を有機態窒素として 1 つの変数にとりあげていることである。リンについては有機態リンを変数としてとりあげていないが、琵琶湖に関しては有機態リンと無機態リンとに区別した調査データが少なく、また、総リン量に比例して植物性プランクトンが高くなっているという他の報告もあることによるとされている。

なお、琵琶湖のモデルについてはその後も改良が続けられており、底泥からの栄養塩の溶出、沈澱による水中からの除去、動物性プランクトンが捕食する植物性プランクトンとしないものとの分離などを考慮したモデルの検討が進められている。

(3) モデル III (Wroblewski- O'Brien, 岸-中田のモデル)¹¹⁾

岸, 中田は伊勢湾におけるプランクトンの消長を表現するために, Wroblewski- O'Brien のモデルにならって図-6 のような概念図に従ったモデルを用いた。生態系の物質循環のみを数式化すれば次のようである。

$$\begin{aligned}
 dY/dt &= (G_Y - D_Y - E_Y - K_Y)Y \\
 dZ/dt &= (G_Z - D_Z)Z \\
 dW/dt &= -K_W W + (D_Y + E_Y)Y + (D_Z - G_Z)Z \\
 dX/dt &= \alpha_{xw} K_W W - \alpha_{xy}(G_Y - K_Y)Y
 \end{aligned}$$

(19)

ここで、 W はデトリタス濃度 (ML^{-3})

K_W はデトリタスの分解率 (T^{-1})

K_Y は細胞外蓄積栄養塩の排出率 (T^{-1})

α_{xw} はデトリタス中の栄養塩の比率 (無次元)

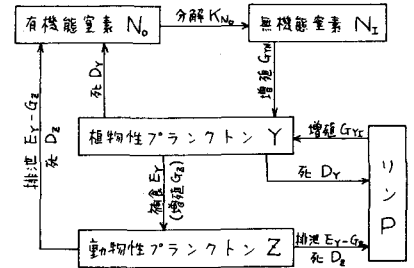


図-5 モデル II (土木学会-琵琶湖)

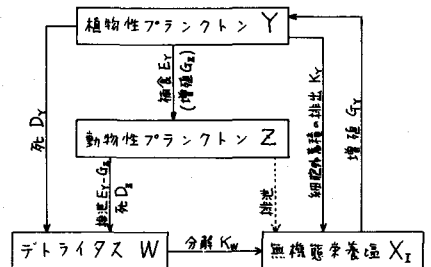


図-6 モデル III (Wroblewski- O'Brien, 岸-中田)

α_{XY} は植物性プランクトン中の栄養塩の比率（無次元）

他の記号は式（17）（18）と同じである。

式（19）の中の無機栄養塩としては主としてリンを考えており、リンの場合には植物性プランクトンの細胞外蓄積の排出があり得るので、その項がつけ加わっている。

なお、式（19）では生態系内での変化の部分のみ表示してあるが、岸と中田はこのモデルを伊勢湾を対象としたシミュレーションに用いるに当って、拡散方程式と組み合わせて使用している。

（4）モデルⅣ（建設省霞ヶ浦工事々務所—霞ヶ浦）¹³

建設省霞ヶ浦工事々務所では霞ヶ浦の有機性汚濁の状態をシミュレートするために、より簡単なモデルとして図-7のような物質循環を仮定し、シミュレーションを試みている。図では簡単のために水の中での物質循環しか示していないが、これに粒子性物質の沈降、底泥からの溶出などを加えて数式化すれば、

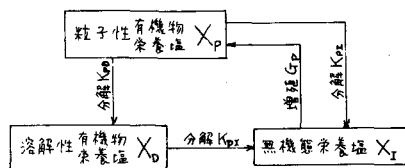


図-7 モデルⅣ（建設省霞ヶ浦工事々務所—霞ヶ浦）

$$\left. \begin{aligned} dX_p/dt &= (G_p - K_{pI} - K_{pD} - S/H)X_p + \text{(流入・流出)} \\ dX_D/dt &= K_{pD}X_p - K_{DI}X_D + R_D/H + \text{(流入・流出)} \\ dX_I/dt &= K_{pI}X_p + K_{DI}X_D - G_pX_p + R_I/H + \text{(流入・流出)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 X_p は粒子性有機物または粒子性栄養塩濃度 (ML^{-3})

X_D は溶解性有機物または溶解性有機態栄養塩濃度 (ML^{-3})

X_I は無機態栄養塩濃度 (ML^{-3})

K_{pI} は粒子性から無機態のものへの分解率 (T^{-1})

K_{pD} は粒子性から溶解性有機態のものへの分解率 (T^{-1})

K_{DI} は溶解性有機態から無機態のものへの分解率 (T^{-1})

G_p は粒子性物質（植物性プランクトン）の生産率 (T^{-1})

S は粒子性物質の沈降速度 (LT^{-1})

R_D は溶解性有機態物質の底泥からの溶出速度 ($KL^{-2}T^{-1}$)

R_I は無機態栄養塩の底泥からの溶出速度 ($ML^{-2}T^{-1}$)

H は平均水深 (L)

式（20）において、 X_p は動物性プランクトン、植物性プランクトン、デトリタスを加えたものであり、これらの間の物質循環は考えていない。また、 X_p および X_D としては、炭素 (C)、窒素 (N)、リン (P) の3つの変数をそれぞれ独立にとっており、 X_I については N 、 P の2つの変数を考えている。したがって、式（20）は実質上は8変数8元の連立方程式である。

（5）モデルⅤ（津野ら—霞ヶ浦）¹³

津野らは変数として植物性プランクトンと栄養塩との間のみの動的平衡（沈降等を除いたモデルの概念図を図-8に示す）を考え、次のような方程式によって霞ヶ浦高浜入の水質のシミュレーションを試みている。

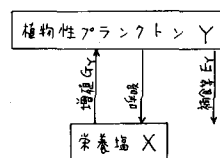


図-8 モデルⅤ（津野ら—霞ヶ浦）

$$\left. \begin{aligned} dY/dt &= (G_Y H_0/H - D_Y - E_Y - S/H)Y + \text{(流入・流出)} \\ dX_{Ds}/dt &= \alpha_{XY} (D_Y - G_Y)Y + R_{Ds}/H + \text{(流入・流出)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 X_{ps} は溶解性栄養塩濃度 (ML^{-3})

R_{ps} は溶解性栄養塩の底泥からの溶出速度 ($ML^{-2}T^{-1}$)

H_0 は有光層の水深

他の記号は式 (17) ~ (20) と同じである。

式 (21) の X_{ps} としては窒素、リンの2つの独立の変数が考えられており、3変数3元の連立方程式である。また、式 (21) では省略したが、 X_{ps} としてリンを用いる場合の式には、共沈による溶解性リンの沈降が考えられるので、原式にはその項が加わっている。

霞ヶ浦高浜入における植物性プランクトンはミクロキスティスであり、これは動物性プランクトンには殆んど捕食されないので、植物性プランクトンのみを考慮してもよいと考えられている。

以上5つのモデルについてその概要を紹介したが、上記のモデルに限らず、いかなる水質項目を変数としたモデルを使用するかを決めるに際しては、形式的な観点よりも、対象とする水域での水質の特性、すなわち、制限因子となっている栄養塩や各形態の栄養塩の存在比率などのほか、モデルにおいて用いる各パラメータに妥当な値を与えられる可能性などを重視する必要がある。

なお、上記の式 (17) ~ (21) において α で示した換算係数は、プランクトン現存量は重量で表示されることを前提として記号の説明をしてある。プランクトンを炭素やクロロフィルなどで表示する場合には、別の換算係数を用いる必要がある。

4.2 各パラメータについての説明

4.2.1 植物性プランクトンの増殖率 G_Y

植物性プランクトンの増殖に関係する要因としては、水温、照度 (日射量)、栄養塩濃度が主なものと考えられており、その他にもPH、塩分濃度、藻類種間の競合などの関係するといわれているが、一般には前3者の関数として数式化されている。

(1) 水温と増殖率との関係

水温と植物性プランクトンの増殖率との関係について、Di Toro は栄養塩類と照度と飽和 (最適) にした条件下で水温だけを変化させた数多くの実験結果をまとめ、図-9 に示すような関係を得て、最大増殖率 μ_{max} は水温に1次比例するとした。

$$\mu_{max} = \mu T \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 μ_{max} 最大増殖率 (1/日)

T は温度 ($^{\circ}C$)

μ は係数 (1/ $^{\circ}C$ /日)

μ は図-9 の値をそのまま用いれば0.1程度の値である。

しかし、水温の影響については、藻類の種によって増殖に最も適した水温があり、水温の1次式で表現するのは適当でないという考え方もある。土木学会の琵琶湖のシミュレーションにおいては、このような考え方に基づいて下記のような式の適用性を検討している。

$$\mu_{max} = \mu T \exp(1 - T/T_s) \quad \dots (23)$$

$$\mu_{max} = \mu T_s \{(T/T_s) \exp(1 - T/T_s)\}^3 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\mu_{max} = \mu T \{(T/T_s) \exp(1 - T/T_s)\}^3 \quad \dots\dots\dots (25)$$

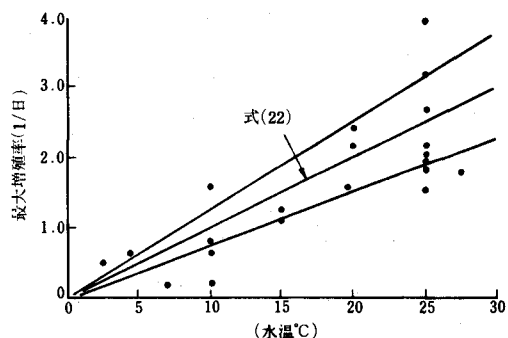


図-9 最大増殖率と水温との関係 (但し、底はe)

ここで、 T_s は最適水温または基準水温 ($^{\circ}\text{C}$)

式 (23) ~ (25) は高温時の抑制効果を取入れた考え方であり、式 (23), (24) は $T = T_s$ のときに最大値をとるような関数である。

最適水温はプランクトンの種によって異なるものであり、一般に藍藻類で 30°C 前後、緑藻類で 25°C 前後、珪藻類で $10 \sim 20^{\circ}\text{C}$ 程度の値がいわれている。したがって優先種が変化するような水域で式 (23) ~ (25) のような式を用いる場合には、季節によって T_s を変えることも必要になる。

(2) 照度と増殖率との関係

植物性プランクトンの増殖率は光の強さが大きくなるに従って大きくなるが、多くの場合光が強くなり過ぎると逆に小さくなるといわれている。これは、強光阻害と呼ばれているが、図-10 はそのような現象の1例である Ryther の測定結果¹⁰⁾ である。図-10の(b)は強光阻害がある場合を平均値した曲線であるが、次式のように表わせる。

$$F(I) = (I / I_s) \exp\{-(I / I_s) + 1\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 $F(I)$ は増殖率の相対値

I は照度

I_s は基準照度

式 (26) は I が I_s の時に最大値をとるような関数である。

一方、ミクロシスティスなど藍藻類の一部の種については、自然の照度の範囲では強光阻害はないともいわれており、このような場合には次のような Monod 型の式で近似されることが多い。

$$F(I) = I / (k_f + I) \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 k_f は照度に関する Michaelis 定数で、 $F(I)$ が $F(I)$ の最大値の $1/2$ になる時の照度である。

式 (26)、式 (27) の I_s および k_f の値としては、土木学会の琵琶湖のシミュレーションでは $I_s = 300 \text{ ly/日}$ という値が、また、建設省の霞ヶ浦のシミュレーションでは $k_f = 400 \text{ ly/日}$ という値がそれぞれ用いられている。

また、植物性プランクトンが実際に受ける水中での照度は水深により、また1日の中でも時間により異なるので、式 (26) または式 (27) の中の I には水深方向および適切な時間について積分した値を用いなければならない。

水深方向の光の減衰は次のようなベールの法則にしたがうとしてよいので、積分は容易である。

$$I(z) = I_0 \exp(-\epsilon z) \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 $I(z)$ は深さ z における照度、

I_0 は表面照度

ϵ は消散係数

z は表面からの深さ

消散係数 ϵ は浮遊物質 (SS) によって定まるとしてよく、例えば霞ヶ浦について図-11のような関係が得られている。¹³⁾ ϵ と SS との関係は SS の成分によって多少異なる可能性もあるが、あまり大きな影響はないと考えられる。また、 ϵ と透明度の間にも相関があるといわれており、これから求めるの

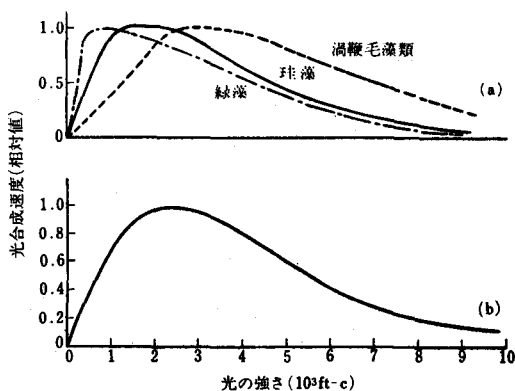


図-10(a) 海洋植物プランクトン種の光合成-光曲線
(Ryther, 1956)
(b), (a) の3曲線を平均した曲線。(注 1 ft-c $\approx$ 10.8ルクス)

も可能である¹⁰⁾

時間方向の積分は、計算時間ステップの間の平均値を1日にとり、観測した日平均照度をそのまま用いるのが便利である。

(3) 栄養塩濃度と増殖率との関係

栄養塩濃度と増殖率との関係については、次のような Monod 型の式が広く用いられている。

$$F(X_i) = X_i / (k_x + X_i) \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 $F(X_i)$ は増殖率の相対値

X_i は無機態栄養塩濃度

k_x は Michaelis 定数

無機態栄養塩としては通常はリン (P_i) および窒素 (N_i) の2つが考慮するが、この場合には式(29)は次のようになる。

$$F(X) = \frac{P_i}{k_p + P_i} \frac{N_i}{k_N + N_i} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 k_p および k_N はそれぞれリンおよび窒素に関する Michaelis 定数

リン、窒素に関する Michaelis 定数については、プランクトンの種によって、また同じ種でも水域の富栄養化の程度によって非常に異なることが文献調査により示されており、 k_N については0.01のオーダーから10のオーダーの値(単位は $\text{mg N}/\ell$)、 k_p については0.01のオーダーから1のオーダーの値(単位は $\text{mg P}/\ell$)が報告されている。現在までのシミュレーションでは、 k_N は0.1のオーダーの値、 k_p は0.01のオーダーの値が採用されている。

(4) 増殖率についてのまとめ

植物性プランクトンの増殖率 G_Y は上記(1)~(3)で述べた各要因についての相対値の積として求められ、例えば水温の影響については式(22)を採用し、照度の影響については式(26)と式(28)を用い、また栄養塩濃度の影響を式(30)で表わすとすれば、 G_Y は次のようになる。¹⁰⁾

$$G_Y = \mu T \frac{ef}{\epsilon H} \{ \exp(-A_1) - \exp(-A_0) \} \frac{P_i}{k_p + P_i} \frac{N_i}{k_N + N_i} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ただし、 $A_1 = (I_a / I_s) \exp\{-\epsilon H\}$ 、 $A_0 = I_a / I_s$

f は1日の間の日照時間

I_a は日照時間中の平均照度

4.2.2 植物性プランクトンの死滅率 D_Y および動物性プランクトンによる補食率 E_Y ^{9) 10)}

植物性プランクトンの減少は、①植物性プランクトンによる呼吸、②自然死、③動物性プランクトンによる補食の3つの形態で起こるとされている。このうち①の自家呼吸による減少については Di Toro らがまとめた結果があり、図-12に示したように水温のほぼ1次に比例するとされている。自然死率については殆んど利用できるデータがなく無視されることも多いが、岸らは伊勢湾についてのシミュレーションにおいて0.274 1/日という値を逆算によって求めている。死滅率について上記を数式化すると、

$$D_Y = D_{YR} T + D_{YD} \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここで、 D_{YR} は呼吸する減少率の温度係数(1/°C/日)で、図-12の値を用いれば0.005

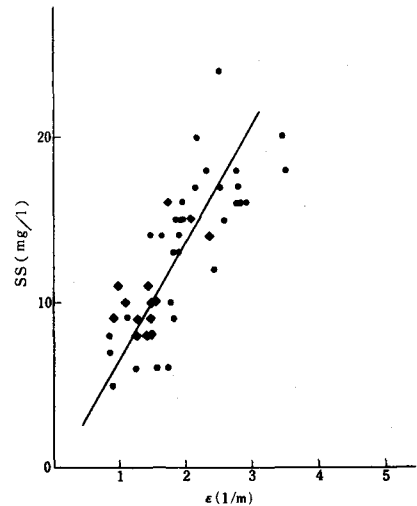


図-11 ϵ とSS量との相関(霞ヶ浦湖心)

T は水温 ($^{\circ}\text{C}$)

D_{YD} は自然死率 (1/日)

また、動物性プランクトンによる補食については、動物性プランクトンの現存量 Z と単位量当りの動物性プランクトンが 1 日当りにろ過する水量 C_g との積で表わされており

$$E_Y = C_g Z \quad \dots\dots\dots (33)$$

C_g の値は動物性プランクトン現存量を mg C/l で表わした時、代表値として $0.13 \ell/\text{mgC/日}$ という値が用いられている。⁹⁾ しかし、動物性プランクトンのろ過率も水温の関数であり、動物性プランクトンの濃度が低い

場合には水温の影響は小さいが、濃度が高い場合には水温の影響が大きいともいわれている。¹⁰⁾

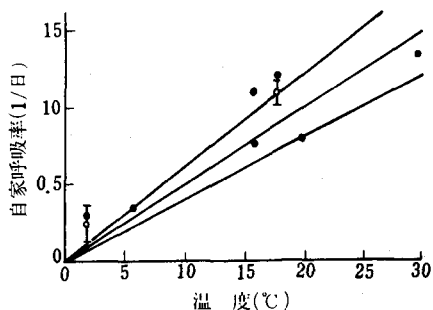


図-12 植物プランクトンの自家呼吸率と水温

4.2.3. 動物性プランクトンの増殖率 G_Z および死滅率 D_Z

動物性プランクトンは植物性プランクトンを補食して増殖するが、植物性プランクトン濃度が高くなるとその利用効率は一減少してくるとされている。このような現象を考慮して増殖率 G_Z は次のように数式化されている。^{9), 10)}

$$D_Z = c_g \frac{k_{mY} Y}{k_{mY} + Y} \quad \dots\dots\dots$$

ここで、 Y は植物性プランクトン現存量 (ML^{-3})

k_{mY} は定数 (ML^{-3})

ただし、式(34)は植物性プランクトンと動物性プランクトンの単位が同一とした場合であり、異なった単位を用いる場合には換算係数が必要となる。

一方、動物性プランクトンの減少については、植物性プランクトンと同様に、自家呼吸、自然死、高次の生物による補食が考えられるが、これらについては殆んどデータがなく、土木学会-琵琶湖のモデルでは自家呼吸のみが考えられている。すなわち死滅率、したがって自家呼吸率は温度の 1 次比例するとして、

$$D_Z = D_{ZR} T \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 D_{ZR} は呼吸による減少率の温度係数 (1/ $^{\circ}\text{C/日}$)

T は水温 ($^{\circ}\text{C}$)

D_{ZR} の値については、 $0.005 (1/^{\circ}\text{C/日})$ が用いられている。^{9), 10)}

4.2.4 分解率 K

植物性プランクトンを含む懸濁態有機物の分解率については引用文献 10) に詳しい文献調査結果が示されており、従来の測定結果によれば $0.01 \sim 0.1 (1/\text{日})$ の範囲であることが明らかである。霞ヶ浦の湖水を用いた実験¹⁵⁾によっても粒子性有機態物質の無機態物質への分解率は $0.02 (1/\text{日})$ 程度の値が測定された。この場合、窒素に関する分解率はリンについての分解率よりも若干小さい傾向があり、また、溶解性有機態物質の分解率は上記の値よりも 1 ないし半オーダー低い値であった。

また、分解率に対する温度の影響については、次のような式で表現するのが一般的である。

$$K = K_0 (\theta)^{T-20} \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 K_0 は 20°C における分解率 (1/日)

θ は温度係数

T は水温 ($^{\circ}\text{C}$)

霞ヶ浦の湖水を用いた実験¹⁵⁾によれば、 θ は 1.08 程度とみられた。

分解率は各形態の栄養塩の収支に最も大きく影響するパラメータの 1 つであり、シミュレーションの精度は分解率の与え方に大きく左右される。

4.2.5 沈降速度 S

粒子性（懸濁態）物質の沈降速度は現地の水理条件などによって異なるため、十分信頼できる値は得られていないが、霞ヶ浦で今までに得られた結果¹²⁾によれば、植物性プランクトンやデトリタスと考えられる物質については 0.02～0.06 (m/日)、それ以外の物質については 0.21～1.41 (m/日) の値が観測されている。また、公害研究所の霞ヶ浦高浜入についてのシミュレーションでは 0～0.05 (m/日) の値が用いられている。

4.2.6 溶出速度 R

底泥からの栄養塩の溶出に関係する因子には、底泥の質、底泥と接する水の好気・嫌気状態の別、水温などが関係しているといわれている。図-13,14 は 1 例として霞ヶ浦の底泥を用いた溶出実験結果を示したものであるが、水温が高い程、また好気・嫌気の別では嫌気性の時に窒素、リンともに溶出速度が大きくなっていることがわかる。窒素の溶出速度はリンの溶出速度の概ね 10 倍である。

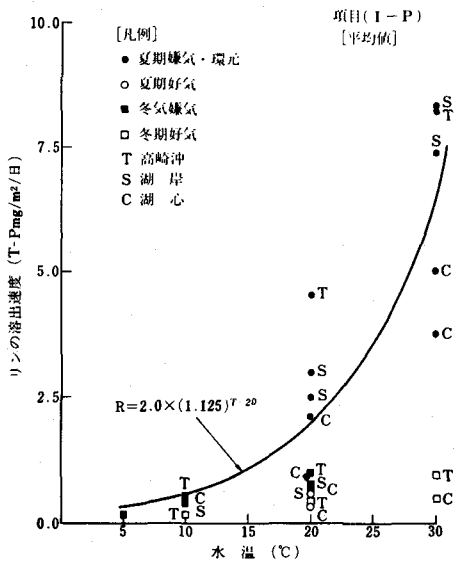


図-13 静置溶出速度実験結果

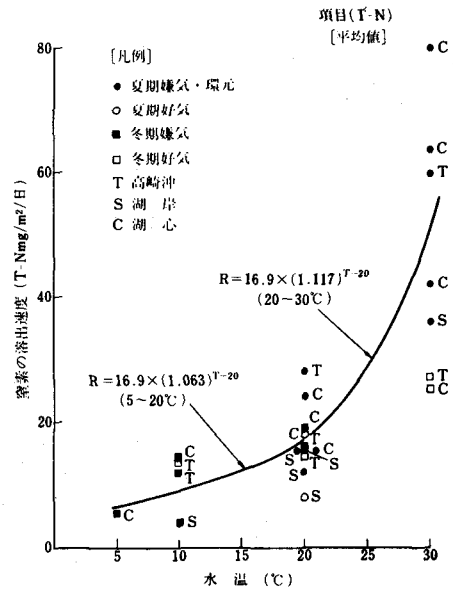


図-14 静置溶出速度実験結果

5. あとがき

本文においては富栄養化に起因する現象のモデル化について、ブラックボックス的なモデルから、できるだけ現象を忠実に表現しようとする多変数の動力的モデルまで種々のものを紹介・解説した。動力的モデルのシミュレーションへの適用例は紙面の制約から省略した。現状ではモデルが複雑になるほど精度がよくなるとはいえない。この一因は、モデルが複雑になるほど与えるべきパラメータの数が多くなり、誤差の入る要因が多くなることにある。今後の研究の発展が望まれる所以である。

引用文献

- 1) 環境白書，昭和53年版，環境庁編
- 2) Vollenweider, R. A., Advances in Defining Critical Loading Levels for Phosphorus in Lake Eutrophication, Mem. Ist. Ital. Idrobiol., Vol. 33, P 53 (1976)
- 3) Di Toro, A. J., et al, A Dynamic Model of Phytoplankton Population in the Sacramento - San Joaquin Delta, Series 106, Advances in Chemistry Series, ACS (1971)
- 4) W. Rast and G. F. Lee, Summary Analysis of the North American (U. S. Portion) OECD Eutrophication Project, USEPA Report EPA - 600/3-78-008, January (1978)
- 5) Sawyer, C. N., Fertilization of Lakes by Agricultural and Urban Drainage, Jour. New Engl. Water Works Assoc., Vol. 61, P 768 (1947)
- 6) Thoman, R. V., et al, Preliminary Model of Potomac Estuary Phytoplankton, Proc ASCE Vol. 100, EE3 (1974)
- 7) Slawson, G. C., et al, Segmental Population Model of Primary Productivity, Proc. ASCE, Vol. 101, EE1 (1975)
- 8) 合田健外，ダム貯水池の富栄養化とシミュレーション，土木学会論文報告集 No. 263 (1977)
- 9) 土木学会，琵琶湖の将来水質に関する調査報告書，昭和50年度版
- 10) 同上，昭和51年度版
- 11) 岸道郎 外，内湾低次生産系のシミュレーションと問題点，海洋科学，Vol. No. 10 (1978)
- 12) 建設省関東地方建設局霞ヶ浦工事々務所，未発表
- 13) 津野洋外，霞ヶ浦高浜入における藻類増殖のシミュレーションに関する研究，国立公害研究所研究報告第6号 (1979)
- 14) Rhyther, J. H., Photosynthesis in the Ocean as a Function of Light Intensity, Lim. & Ocean. (1956)
- 15) 停滞水域の水質汚濁に関する研究，昭和53年度試験研究費報告，建設省土木研究所