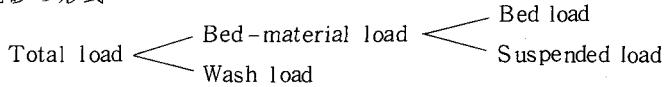


流送土砂の推算

河 村 三 郎

1. 流砂量の推算に関する基本的事項

(1) 流砂の形式



Wash load の正確な算出が不可能のため、通常 Total load という時は Bed - material load をさしている。

Bed - material load : 河床に見出される大きさの粒子からなる流砂をいう。

Wash load : 河床砂礫より細かい粒子からなる流砂をいう。

Bed load : 流路床上を転動、滑動または床面に沿って跳躍して移動する流砂をいう。

Suspended load : 流路断面を浮遊して輸送される流砂をいう。

なお、外国では粒径が 0.062 mm より細かい流砂を Fine material load と呼ぶことがある。

(2) 粒度分布

流砂量の推算においては、河床砂礫の粒度分布特性の把握が重要である。粒度分布は、通常、図一に示す粒度加積曲線で表示される。

- (i) 中央粒径, (d_{50}): 粒度加積曲線の 50% に
対応する粒径
 - (ii) 平均粒径, (d) あるいは (d_m)

$$d = \sum_{p=0}^{100} d \Delta p / \sum_{p=0}^{100} \Delta p \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

(iii) ふるいわけ係数 (S_0) : $S_0 = \sqrt{d_{75}/d_{25}}$ …(2)

$$(IV) \text{ 標準偏差 } (\sigma_{\varphi}) : \sigma_{\varphi} = \sqrt{d_{84}/d_{16}} \quad \dots \dots (3)$$

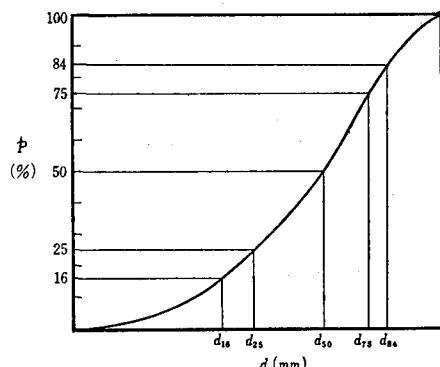


図-1 粒度加積曲線

これらの特性値のうちで、土砂の流送に対して最も

重要なものは、粒子の大きさを代表する中央粒径、あるいは平均粒径、及び粒度分布の分散を表わす標準偏差である。その他、流砂量の計算に際して d_{35} と d_{65} の粒径が必要である。

(3) 砂粒の沈降速度

土砂粒子の沈降速度は、浮遊現象に直接関係する重要な値である。ここでは Rubey¹⁾ の式を示す。

$$\frac{w_0}{\sqrt{s q d}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \nu^2}{s q d^3}} - \sqrt{\frac{36 \nu^2}{s q d^3}} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに w_0 : 粒子の沈降速度, s : 水中比重 ($s = \sigma/\rho - 1$), σ : 粒子の密度, ρ : 水の密度, g : 重力の加速度, d : 平均粒径, ν : 動粘性係数である。ここで最も普通の場合を考え, $\sigma/\rho = 2.65$, $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ を代入し, 水温 20°C ($\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$) 及び 25°C ($\nu = 0.009 \text{ cm}^2/\text{sec}$) について示すと

w_0 (cm/sec) と d (cm) の関係は図-2 のようになる。なお、 $d > 0.1$ cm では式(4)の右辺は $\sqrt{2/3}$ となる。したがって、この領域では

$$w_0 = 32.8 d^{1/2} \quad (d : \text{cm}) \quad \cdots (5)$$

となる。

(4) 移動床の河床形態

移動河床では、河床材料と水理条件によって種々の河床形態が発生する。Flow regime との関連でその分類を示すと表-1 のようである²⁾。これらの河床形態は、河床粗度や流砂量に大きな影響を与える。したがって、河床材料及び水理条件を用いて領域を区分する方法が多く研究されてきた。詳細については文献(3)を参照して頂きたい。

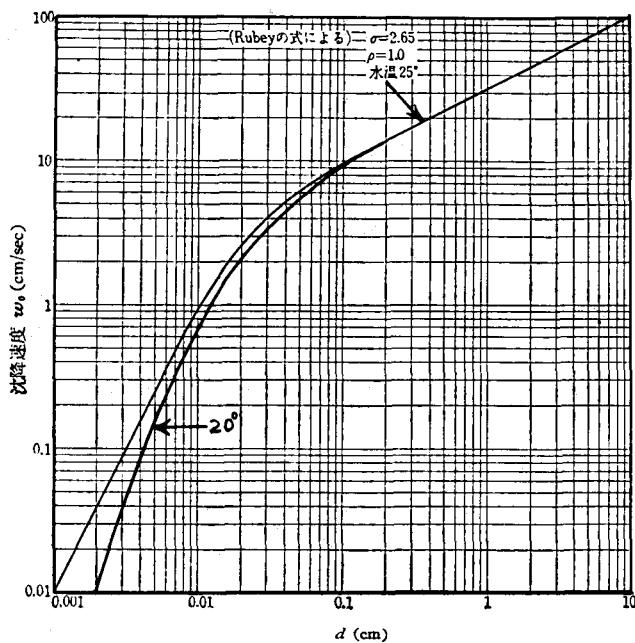


図-2 沈降速度と粒径との関係

表-1 Flow regime と河床形態

Flow regime	Bedform	Bed material concentrations, ppm	Mode of sediment transport	Type of roughness	Roughness, C/\sqrt{g}
Lower regime	Ripples	10-200	Discrete steps	Form roughness predominates	7.8-12.4
	Ripples on dunes	100-1,200			—
	Dunes	200-2,000			7.0-13.2
Transition	Washed-out dunes	1,000-3,000	Continuous	Variable	7.0-20.0
Upper regime	Plane beds	2,000-6,000		Grain roughness predominates	16.3-20
	Antidunes	2,000 →			10.8-20
	Chutes and pools	2,000 →			9.4-10.7

(5) 掃流力と摩擦速度

掃流力 (τ_0) は次式で与えられる。

$$\tau_0 = \rho g R I_e \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

ここに R : 径深, I_e : エネルギー勾配。一方、摩擦速度は次式で定義される。

$$u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R I_e} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

流れが等流状態でない場合や、3次元断面形の場合には、それぞれ不等流の影響及び断面形の効果

を補正しなければならない。不等流のエネルギー勾配 (I_e) は次式で与えられる。

ここに I : 水面勾配, U : 平均流速。断面の効果の補正是水深 h の代りに径深 R を使用すればよい。

(6) 一様粒径の限界掃流力

限界掃流力の公式には、Shields 公式、栗原公式、岩垣公式などがあるが、ここでは岩垣公式⁴⁾をあげておく。

$$\left. \begin{array}{l} R_* \geq 671 ; u_{*c}^2 = \frac{\tau_c}{\rho} = 0.05 sgd \\ 162.7 \leq R_* \leq 671 ; = [0.01505 sg]^{25/22} \nu^{-3/11} d^{31/22} \\ 54.2 \leq R_* \leq 162.7 ; = 0.034 sgd \\ 2.14 R_* \leq 54.2 ; = [0.1235 sg]^{25/32} \nu^{7/16} d^{11/32} \\ R_* \leq 2.14 ; = 0.14 sgd \end{array} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

$$R_* = [s g]^{1/2} d^{3/2} / \nu, \quad s = (\sigma/\rho - 1).$$

上式において、 $s = 1.65$ 、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^3/\text{sec}$ (20°C)、 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ とすれば、次のようになる。

ただし、 u_{sc} (cm/sec), d (cm) である。この関係を栗原の式とともに図-3に示した。

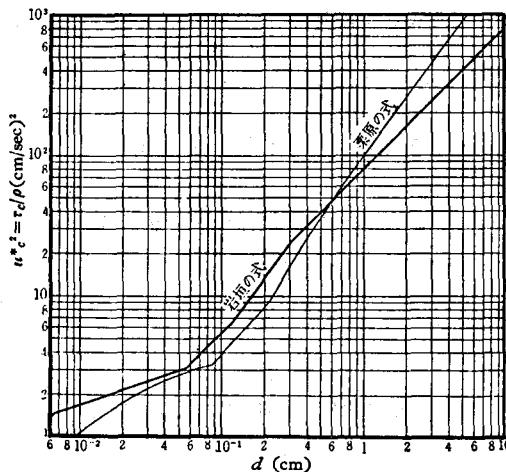


図-3 限界掃流力と粒径との関係

(7) 混合砂礫の限界掃流力

Egiazaroff⁵⁾によって提案された混合砂礫の粒径別限界掃流力の式は

$$u_{sc}^2 = \frac{\tau_{ci}}{\rho} = \frac{0.1 \text{ } sg \text{ } di}{\left(\log_{10} \frac{19 \text{ } di}{d_m} \right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

である。ここに d_i : ある粒径範囲の砂礫の平均粒径, d_m : 平均粒径。

芦田・道上⁶⁾は Egiazaroff の式を次式のように修正した。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d_i}{d_m} &\geq 0.4 ; \quad \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cm}} = \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} (19 d_i / d_m)} \right\}^2 \left(\frac{d_i}{d_m} \right) \\ \frac{d_i}{d_m} &< 0.4 ; \quad = 0.85 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

ここに $\tau_{cm}/\rho = 0.05 s g d_m$ (平均粒径 d_m に対する限界掃流力)。平野⁷⁾も同様の計算式を提案し、その適合性を検討している。

(8) 有効掃流力の推算

河床波が形成された場合の全抵抗は河床面の砂礫による表面抵抗と河床波による形状抵抗の2成分に分離して取り扱うことができる。

ここに τ_0 : 全せん断応力, τ'_0 : 砂粒面で生ずるせん断応力 ($u'_* = \sqrt{\tau'_0/\rho} = \sqrt{gR'I_e}$), τ''_0 : 河床形状によって生ずるせん断応力 ($u''_* = \sqrt{\tau''_0/\rho} = \sqrt{gR''I_e}$) である。Einstein⁸⁾は径深分割法を提案し, 一方, Yalin⁹⁾は勾配分割法を提案している。ここでは径深分割法を使用した推定法を示す。すなわち, R' (砂粒抵抗に関する径深), 及び R'' (形状抵抗に関する径深)の推定法を示す。

(A) R' と R'' の推定法

i) Einstein の方法

(a) R' の推定

Einstein⁸⁾ は次式から R' を求め、有効摩擦速度 $u_{*e} = u'_*$ を求めている。

$$U/\sqrt{g R' I_e} = 5.75 \log_{10} (12.27 R' x / d_{65}) \quad \dots \dots \dots (14)$$

ここに v : 平均流速, x : 粗面領域からのはずれを補正する係数で $11.6 v/u'$ の関数(図-7)。

(b) R'' の推定

Einstein は実際河川のデータから種々の河床形状の抵抗を図-4 のように示している。ここに Ψ_{35} は

で表わされている。図-4に ψ_{35} を与えて U/u''_* を求め、 u''_* を求める。さらにこの u''_* から R'' を計算する。

ii) Vanoni・Brooks¹⁰⁾ の図式解法 (R' の推定)

図-5A, 図-5BはEinstein-Barbarossaの式¹¹⁾を図化したものであり、これらの図を使用して U/u' を求め、 R' を計算できる。この図式解法は平均流速が与えられるときに非常に便利である。

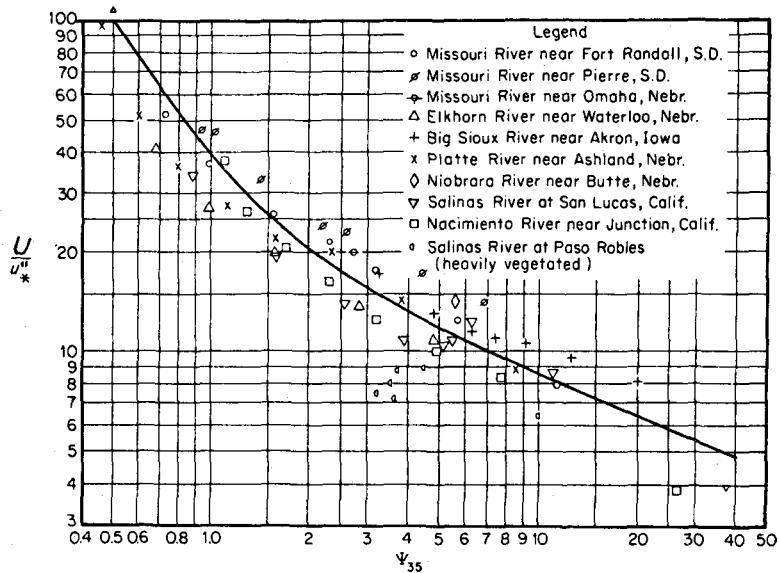


図-4 u''_* の推定図 (Einstein)

R'' は図-4 から求める。

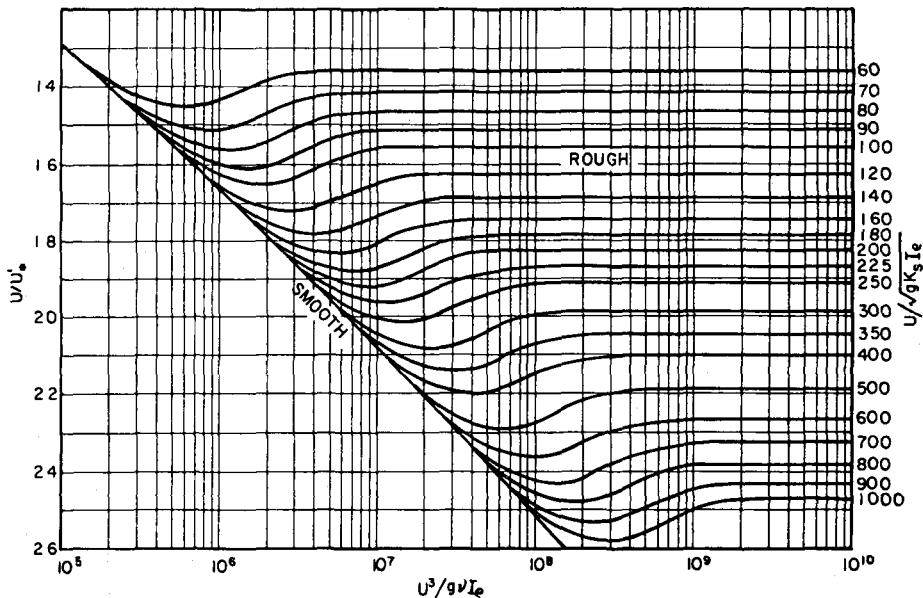


図-5A u'_* の推定図 (Einstein・Barbarossa の式)

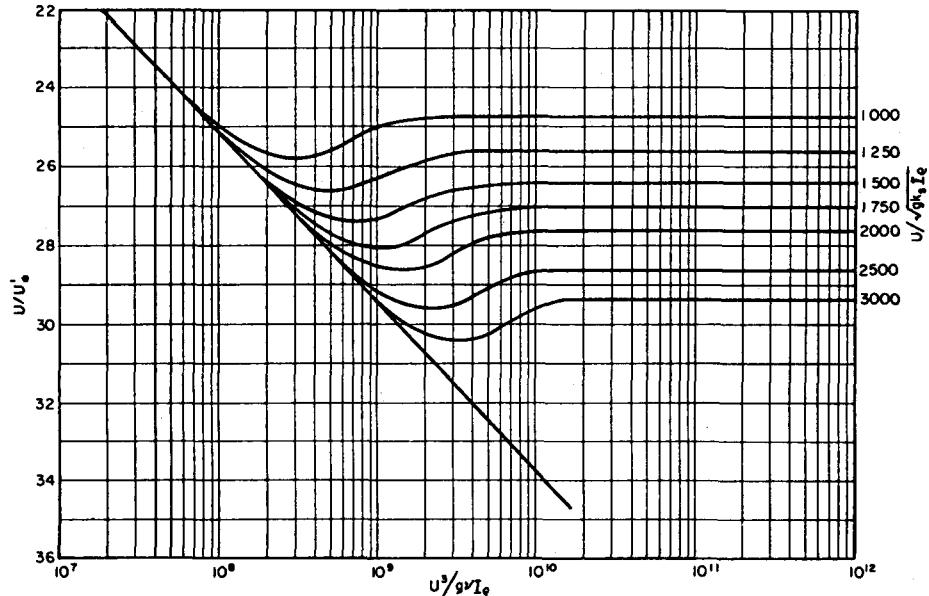


図-5B u'_* の推定図 (Einstein-Barbarossaの式)

iii) 岸・黒木の方法³⁾

岸・黒木は Engelund¹²⁾ の理論を修正して式(16)を提案している。

ここに $\tau_* = R I_e / sd$ (河床せん断力), $\tau'_* = R' I_e / sd$ [粒子せん断力(有効せん断力)]。岸黒木は河床形態の領域区分を示すとともに、各河床形態について τ_* と τ'_* の関係を示している。

$$① \text{ 砂堆河床(I)}; \quad \tau'_* = 0.21 \tau_*^{1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

$$② \text{ 砂堆河床(II); } \tau'_* = 1.49 (R/d)^{-1/4} \cdot \tau_* \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

③ 平坦河床, (a) 流砂によって n が変化しないとき

(b) $\kappa \neq \kappa_0$ のとき

$$\tau'_* = (\kappa_0 / \kappa)^{3/4} \cdot \tau_* \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

$$④ \text{ 反砂堆河床; } \tau'_* = 0.264 (R/d)^{\frac{1}{6}} \cdot \tau_*^{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

$$⑤ \text{遷移河床(I)}; \quad \tau'_* = 6.5 \times 10^7 (R/d)^{-5/2} \cdot \tau_*^{11/2} \quad \dots \quad (22)$$

ここに κ_0 : 純水の場合の Kármán の定数, κ : 浮流砂を含むときの Kármán の定数。

なお、Engelund は抵抗則として次式を使用している。

$$\frac{U}{\sqrt{g R'} I_p} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \left(\frac{R'}{2d} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

一方、岸・黒木は式(23)を指数式で近似して

$$\frac{U}{u_*} = 7.66 \left(\frac{R}{2d} \right)^{1/6} \left(\frac{\tau'_*}{\tau_*} \right)^{2/3} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

を提案している。式(24)の右辺の $(\tau'_*/\tau_*)^{2/3}$ は河床波による抵抗の増加を示している。

(B) 計算例

[計算例 1] Einstein の方法を使用して R' と R'' を決定せよ。データ : $I_e = 0.0004$, $d_{35} = 0.0006 \text{ m}$, $d_{65} = 0.001 \text{ m}$, $Q = 149.0 \text{ m}^3/\text{sec}$, $\nu = 1.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$, $s = 1.68$, $A = f(R)$ は図-6 に与えられている。

[解] 計算順序と計算結果を表-2 に示す。

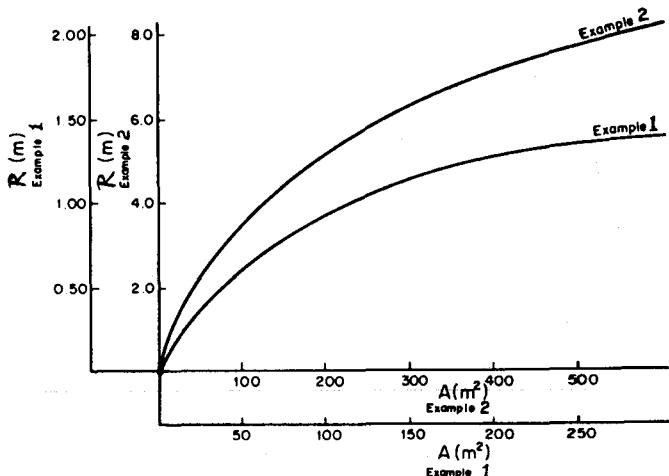


図-6 計算例(1), (2)の $R \sim A$ 関係

表-2 R' と R'' の計算例

① R' (m)	② u'_* (m/sec)	③ d_{65}/δ	④ x	⑤ U (m/sec)	⑥ Ψ_{35}	⑦ U/U'_*	⑧ U''_* (m/sec)	⑨ R'' (m)	⑩ R (m)	⑪ A (m²)	⑫ Q (m³/sec)
0.10	0.0198	1.61	1.51	0.372	25.2	6	0.062	0.98	1.08	135	50.22
0.15	0.0242	1.97	1.38	0.474	16.8	7	0.067	1.14	1.29	235	111.39
0.165	0.0254	2.07	1.37	0.503	15.27	7.3	0.069	1.21	1.37	295	148.39

計算順序と説明

① R' を仮定, ② $u'_* = \sqrt{g R' I_e}$, ③ $d_{65}/\delta = u'_* d_{65} / 11.6 \nu$, ④ $x = f(d_{65}/\delta)$ 図-7 より, ⑤ $U = u'_* (5.75 \log_{10} 12.27 R' x / d_{65})$, ⑥ $\Psi_{35} = 1.68 d_{35} / R' I_e$, ⑦ $U/U''_* = f(\Psi_{35})$ 図-4 より, ⑧ $U''_* = U / (U/U''_*)$, ⑨ $R'' = (u''_*)^2 / g I_e$, ⑩ $R = R' + R''$, ⑪ 図-6 の $A = f(R)$ から A を求める。⑫ $Q = AU$, この Q が与えられた Q と一致するまで R' を仮定し直して計算を進める。

[計算例 2] 実測の平均流速が $U = 1.72 \text{ m/sec}$ のときの流量を求めよ。ただし $d_{35} = 1 \text{ cm}$, $d_{65} = 1.5 \text{ cm}$, $I_e = 0.001$, $\nu = 9.8 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{sec}$, $A = f(R)$ は図-6 に与えられている。

[解] $U^3/g \nu I_e = 5.3 \times 10^8$, $U/\sqrt{g d_{65} I_e} = 141.8$, 図-5 A より $U/U'_* = 17$, $u'_* = 0.101$, $u'_* = \sqrt{g R' I_e}$ より $R' = 1.04 \text{ m}$, $\Psi_{35} = 16.15$, 図-4 より $U/U''_* = 7$, $U''_* = 0.246 \text{ m/sec}$, したがって, $R'' = 6.17 \text{ m}$ 。 $R = R' + R'' = 7.21 \text{ m}$, 図-6 より $A = 400 \text{ m}^2$, $Q = AU = 688 \text{ m}^3/\text{sec}$

2. 掃流砂量の計算式

(1) Einstein の式⁸⁾

$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0.143\Psi'_*-2}^{0.143\Psi'_*-2} e^{-t^2} dt = \frac{43.5 \phi_*}{1 + 43.5 \phi_*} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

$$\psi_* = \xi Y \left(\frac{\beta}{\beta_x} \right)^2 \psi = \xi Y \left(\frac{\log_{10} 10.6}{\log_{10} 10.6 Xx / d_{65}} \right)^2 \psi \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

i_b : 河床砂において与えられた粒径範囲の砂が占める割合；

i_B : 掃流砂において与えられた粒径範囲の砂が占める割合;

q_B : 単位幅単位時間当たりの掃流砂量。

x : 粗領域からのはずれを補正する係数, d_{65}/δ ($\delta = 11.6 \nu / \sqrt{g R' I_e}$) の関数;

X : 河床に凸出している粗い砂や層流底層の遮蔽作用をうける最大粒径で次の式で計算する:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d_{65}}{x\delta} > 1.80 \text{ のとき} \quad X = \frac{0.77 d_{65}}{x} \\ \frac{d_{65}}{x\delta} < 1.80 \text{ のとき} \quad X = 1.39 \delta \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (29)$$

Y : 揚圧力の補正係数で d_{65}/δ の関数;

ξ : 小粒径の砂が粗い砂に遮蔽され、あるいは層流底層の影響を受ける度合を示す係数で d/X の関数である；

R' : 式(14)から決定される砂粒抵抗の径深。

なお、均一粒径の砂で、かつ $x=1$ の場合には、 $\xi=Y=\beta^2/\beta_x^2=1$ 、 $i_b=i_B=1$ である。

$d_{65}/\delta \sim x$, $d_{65}/\delta \sim Y$, $d/X \sim \xi$, $\psi_* \sim \Phi_*$ の関係をそれぞれ図-7, 8, 9, 10に示した。

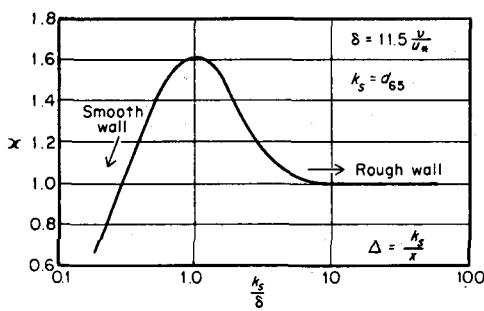


図-7 流速分布の補正係数(x)

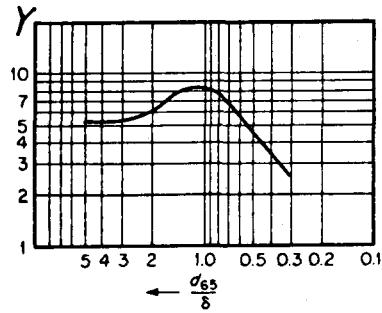


図-8 揚圧力の補正係数 (Y)

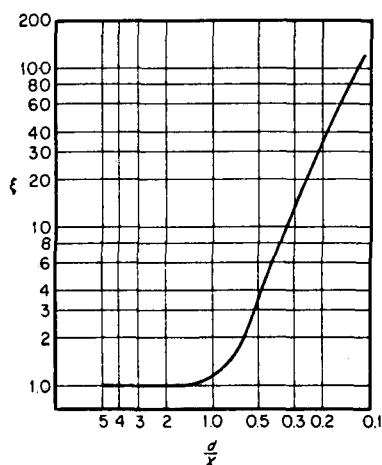


図-9 遮蔽係数(ξ)

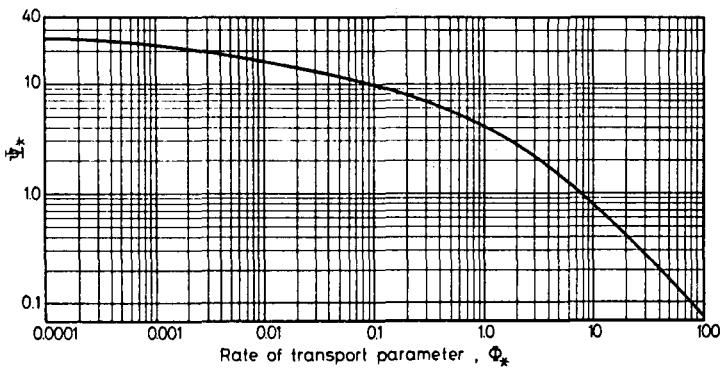


図-10 Einstein の掃流砂関数 (ψ_* ~ Φ_* 関係)

(2) 佐藤・吉川・芦田の式¹³⁾

$$q_B = \frac{u_*^3}{sg} \cdot \varphi(n) \cdot F\left(\frac{\tau_0}{\tau_c}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

ここに $\varphi(n)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} n \leq 0.025 \text{ のとき } \varphi(n) = 0.623 \\ n \geq 0.025 \text{ のとき } \varphi(n) = 0.623 (40n)^{-3.5} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

n : Manning の粗度係数。

$F(\tau_0/\tau_c)$ は図-11 から求める。

式(30)を粒径別流砂量の計算式に変形すると

$$i_B q_B = \frac{i_b u_*^3}{sg} \cdot \varphi(n) \cdot F\left(\frac{\tau_0}{\tau_{ci}}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (30')$$

ここに τ_{ci} は粒径 d_i の移動限界に関するせん断応力。

(3) 芦田・道上の式⁶⁾

$$q_B = 17 \tau_{*e}^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \sqrt{sg d^3} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

ここに $\tau_{*e} = u_{*e}^2 / sg d$, $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / sg d$, $\tau_* = u_*^2 / sg d$ 。

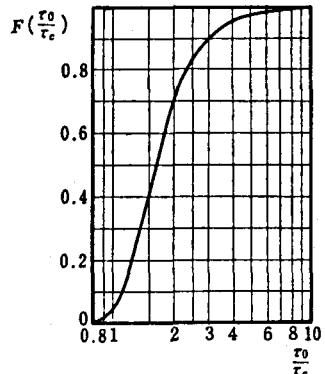


図-11 佐藤・吉川・芦田の式における $F(\tau_0/\tau_c)$

式(32)を粒径別流砂量の計算式に変形すると

$$i_B q_B = 17 i_b d_i u_{*e} \tau_{*e} \left(1 - \frac{u_{*ci}}{u_*}\right) \left[1 - \left(\frac{u_{*ci}}{u_*}\right)^2\right] \quad \dots \dots \dots \quad (32')$$

粒径別の限界掃流力は式(12)で計算すればよい。

u_{*e} (= u'_*) の計算式として、芦田・道上は次式を提案している。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1+2\tau_*)} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

(4) Meyer-Peter・Müller (Chien) の式²⁵⁾

$$\phi = \left(\frac{4}{\psi} - 0.188 \right)^{3/2} \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

$$\text{ここで } \Phi = q_B / \sqrt{sgd^3}, \quad \Psi = sd / (R' I_e)。$$

(5) Kalinske・Brown の式¹⁴⁾

$$\frac{q_B}{u_* d} = 10 \tau_*^2 \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

この式は、また $\phi = 10 \tau_*^{2.5}$ と書くことができる。この式は通常 Brown の式と呼ばれ、浮流砂量も含まれている。

(6) 篠原・椿の式¹⁵⁾

$$\phi = 25 \tau_{*\varphi}^{0.8} (\tau_{*\varphi} - 0.8 \tau_{*c}) \quad \dots \quad (36)$$

$$\text{ここで } \tau_{*\varphi} = \tau_* (\varphi / \varphi_0), \quad \varphi = U/u_*, \quad \varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log_{10} (R/d_{65}).$$

本式には、河床附近の浮流砂量も含まれられている。

3. 浮流砂量の計算式

(1) 浮流砂の濃度分布

(i) Rouse の式¹⁶⁾

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h - \bar{J}}{\bar{J}} \cdot \frac{a}{h - a} \right)^z \quad \dots \dots \dots \quad (37)$$

ここに $Z = w_0 / \kappa u_*$, β : 流路床からの距離, h : 水深, C : 浮流砂の濃度(ppm), C_a : $\beta = a$ における濃度, w_0 : 砂粒の沈降速度, κ : Kármán の定数。

(ii) Lane - Kalinske の式¹⁷⁾

$$\frac{C}{C_a} = \exp \left[-15 \left(\frac{\beta - a}{h} \right) \left(\frac{w_0}{u_*} \right) \right]. \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

(2) 浮流砂濃度によるKármán定数の変化

(i) 日野の式¹⁸⁾

$$\frac{\kappa_0}{\kappa} = \frac{(1 + \alpha' \bar{C})}{2} \left\{ 1 + \left[(1 + 52 \kappa_0 (1 + \alpha' \bar{C}) S_1)^{1/2} \right] \right\}. \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

ここに κ_0 : 純水の場合の Kármán の定数

($\kappa_0 = 0.4$), $\alpha' = 2.0$, \bar{C} : 平均体積濃度

度, δ : 層流底層, あるいは粗度の高さ。

S_1 は次式から求める。

$$S_1 = \frac{sg w_0 \bar{C} (h - \delta)}{2.3 u_*^3 \log_{10}(h/\delta)} \quad \dots \dots \dots (40)$$

日野の式を図-12に示す。

(ii) Einstein, Abde - Aal の図¹⁹⁾

図-13はKarman定数の変化を $[(w_0)_{35} d_{65}] / (q I_e \cdot v)^{1/2}$ で表わしたものであり、この図は平均体積濃度 (\bar{C}) を使用していないので浮遊砂のある場合のとの推定に

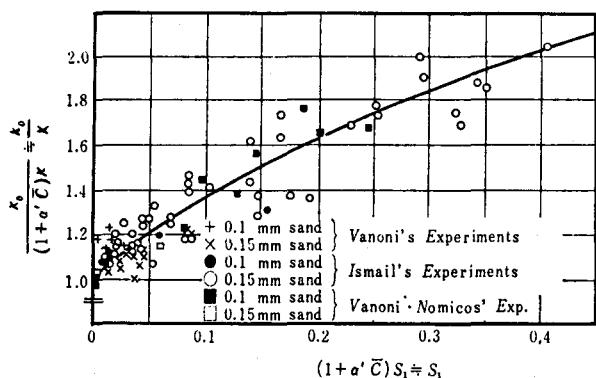


図-12 Kármán 定数の減少（日野）

便利である。

(3) 浮流砂量の計算式

次に述べる Lane · Kalinske, 及び Einstein の浮流砂量の式は、いずれも流路床の砂礫特性に関係づけたものである。したがって Wash load は含まれていない。両式中の Kármán 定数 κ には、清水の値 $\kappa = 0.4$ が使用されているが、ここでは κ で表示してある。

(i) Lane · Kalinske の式²⁰⁾

$$q_s = q C_a P_* \exp\left(\frac{6 \alpha w_0}{\kappa h u_*}\right) \quad \dots \dots \dots (41)$$

ここに q_s : 単位幅単位時間当りの浮流砂量, q : 単位幅流量, C_a : $\beta = \alpha$ における濃度 (ppm), P_* は図-14A に示すように w_0/u_* , κ および φ の関数である。 $\kappa = 0.4$ としたときは図-14B から P_* を求める。ここに n は Manning の粗度係数である。 $\beta = \alpha$ における濃度 C_a を実測すれば式(41)を使用して浮流砂量を計算できる。

C_a の実測値がない時, $\alpha = 0$ の点における濃度, すなわち流路床における濃度 C_0 (ppm) を次式で計算し, 浮流砂量を推算できる。

$$q_s = q C_0 P_* \quad \dots \dots \dots (42)$$

$$C_0 = 5.55 \Delta F(w_0) \left\{ \frac{1}{2} \frac{w_*}{w_0} \exp\left(-\left(\frac{w_0}{w_*}\right)^2\right) \right\}^{1.61} \quad \dots \dots \dots (43)$$

ここに $\Delta F(w_0)$: 沈降速度 w_0 なる砂粒が河床砂礫中に占める割合 (%)。

(ii) Einstein · Abdel-Aal の式¹⁹⁾

($\kappa = 0.4$ のとき Einstein の式になる。)

$$i_s q_s = i_B q_B \frac{0.4}{\kappa} (P_1 I_1 + I_2) \quad \dots \dots \dots (44)$$

ここに P_1 は

$$P_1 = 8.5 \kappa + 2.3 \log_{10} \left(\frac{h x}{d_{65}} \right) \quad \dots \dots \dots (45)$$

$$A_E = \alpha_* / h \quad \dots \dots \dots (46)$$

$$Z = w_0 / \kappa u_* \quad \dots \dots \dots (47)$$

これらの式の κ は図-13 から求める。 α_* : 浮流限界点, i_s : 浮流砂量において与えられた粒径範囲の

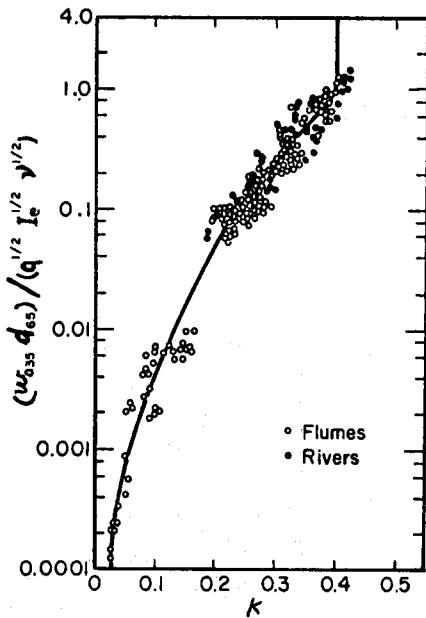


図-13 Kármán 定数の減少
(Einstein · Abdel-Aal)

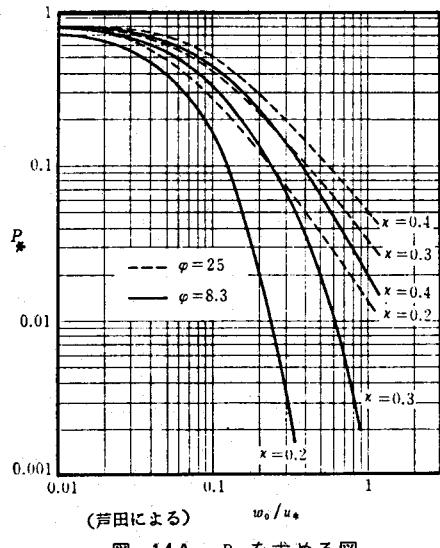


図-14A P_* を求める図
(芦田による)

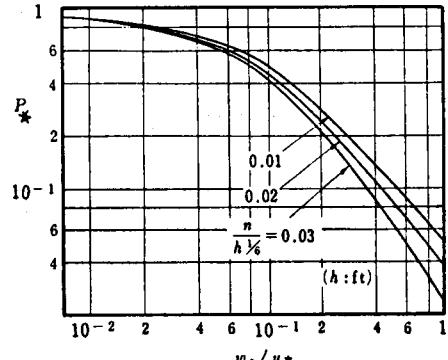


図-14B P_* を求める図 ($\kappa = 0.4$ のとき)

砂粒が占める割合、 I_1 及び I_2 : 図-15, 図-16に示すように Z をパラメーターとした A_E の関数である。

Einstein⁸⁾は Z 中の u_* として u'_* を、また $\kappa = 0.4$, $a_* = 2d$ を使用している。 $\kappa = 0.4$ のときの P_1 は

$$P_1 = 2.30 \log_{10} \left(\frac{30.2 h x}{d_{65}} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (45')$$

となる。

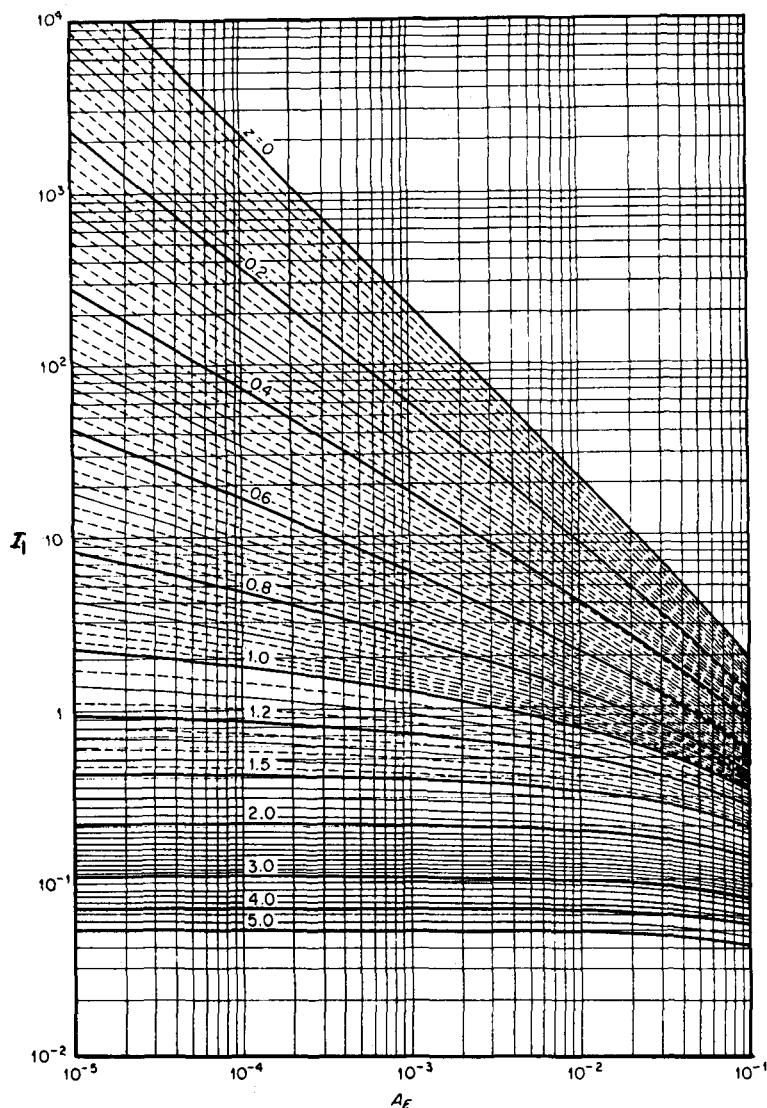


図-15 Einstein の式における I_1

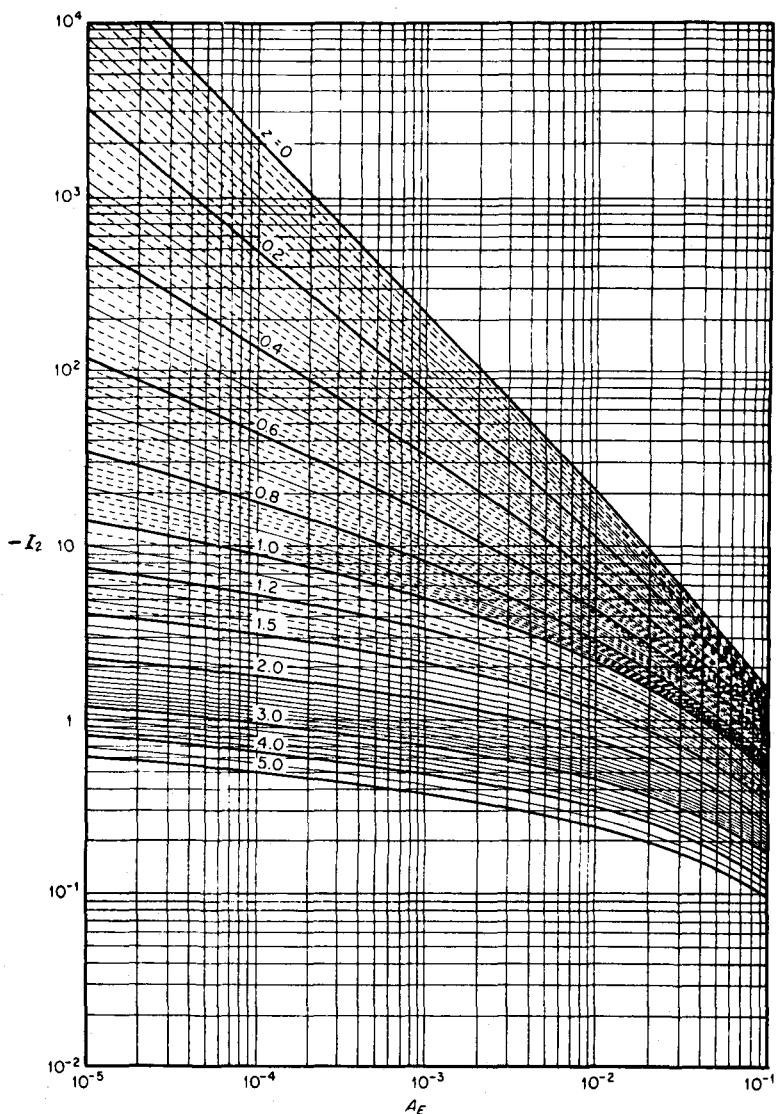


図-16 Einstein の式における I_2

4. 全流砂量の計算式

流路の単位幅単位時間当たりの全流砂量は、Wash load を除いた浮流砂量 q_s と掃流砂量 q_B との和である。

(1) Einstein : Abdel - Aal の式¹⁹⁾

($\kappa = 0.4$ のとき Einstein の式になる。)

$$i_T q_T = i_B q_B \left(1 + \frac{0.4}{\kappa} (P_1 I_1 + I_2) \right) \quad \dots \quad (48)$$

ここに i_T : 与えられた粒径範囲の砂礫が全流砂量において占める割合。

(2) 修正 Einstein 注²¹⁾

Einstein の掲流砂量の式、 ψ とのとの関係において形式的に ψ の代りに次式

$$d \geq 2.5 d_{35} \text{ のとき} \quad \Psi_m = 0.4 \frac{s d}{(RI)_m} \quad \dots \dots \dots \quad (49)$$

で与えられる Ψ_m を用いて図-10 から θ_* を求める。さらに実測値を合わせるために θ_* を 2 で割って、

とする。 $(RI)_m$ は

より求める。なお、 I_1 及び I_2 を求める際の Z には実測値より決定した指數を使用する。他の算出方法は Einstein の方法と同一である。

(3) Laursen の式²²⁾

$$\bar{C} = \left(\frac{d}{b}\right)^{\gamma_6} \left(\frac{\tau'_0}{\tau_c} - 1\right) \cdot f\left(\frac{u_*}{w_0}\right) \quad \dots \quad (53)$$

$$\frac{\tau_0'}{\rho} = \frac{U^2}{(7.66)^2} \left(\frac{d}{h}\right)^{1/3} \quad \dots \dots \dots \quad (54)$$

ここに \bar{C} : 重量で表わした平均濃度 (%), すなわち, $\bar{C} = 100 (\sigma/\rho) (q_T/q) (%)$, τ'_0 : 有効掃流力, τ_c : 限界掃流力。 $f(u_*/w_0)$ は図-17に示した。式(53)を粒径別全流砂量の計算式に変形すると,

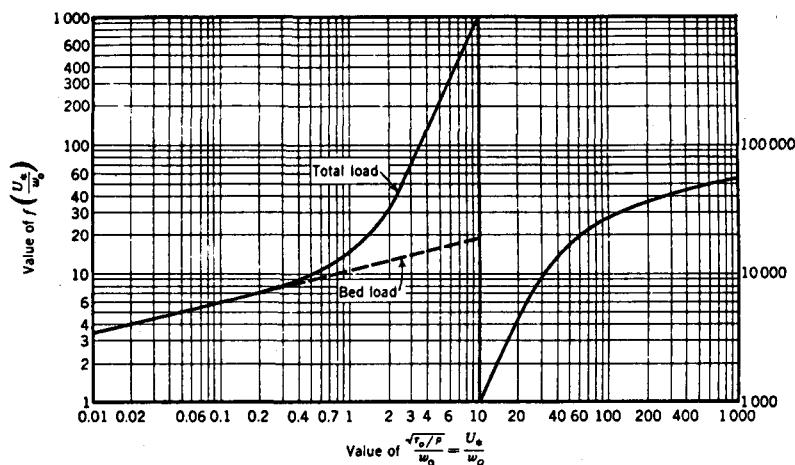


図-17 Laursen の式における $f(u_*/w_0)$

$$\bar{C}_i = i_b \left(\frac{d_i}{h} \right)^{\gamma_6} \left(\frac{\tau'_{ci}}{\tau_{ci}} - 1 \right) \cdot f \left(\frac{u_*}{w_{0i}} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (53)'$$

$$\tau'_{oi} = 0.01717 U^2 (d_i/h)^{1/3} \quad \dots \dots \dots \quad (54)'$$

$$Q_T = \sum \bar{C}_i Q_i \quad \dots \dots \dots \quad (55)$$

ただし Q は g/sec 単位である。

(4) Graf · Acaroglu の式²³⁾

Graf らは

$$\psi_A = \frac{sd}{RI} \quad \dots \dots \dots \quad (56)$$

$$\Phi_A = \frac{\bar{C}_v U R}{\sqrt{s} q d^3} \quad \dots \dots \dots \quad (57)$$

ここに \bar{C}_v : 平均体積濃度, とおき ψ_A と ϕ_A との関係について次式を得ている。

$$\phi_A = 10.39 (\psi_A)^{-2.52} \quad \dots \quad (58)$$

粒径別に計算するときは、

$$\bar{C}_{vi} = 10.39 \frac{i_b \phi_{Ai}}{UR} \sqrt{s g d_i^3} (\psi_{Ai})^{-2.52} \quad \dots \dots \dots \quad (60)$$

を使用する。ここに γ_s は土砂の単位体積の重量 (2650 kg/m^3) である。

(5) Bogardi の式²⁴⁾

$$\bar{C} = \left(\frac{d}{R}\right)^{\gamma_6} \left[\frac{\tau_0}{\tau_c} - 1 \right] f \left(\frac{g d}{u_*^2}, \quad d \right) \quad \dots \quad (61)$$

ここに \bar{C} : 重量で表わした平均濃度 (%), $f(gd/u_*^2, d)$ は図-18 に示した。粒径別に計算するときは、

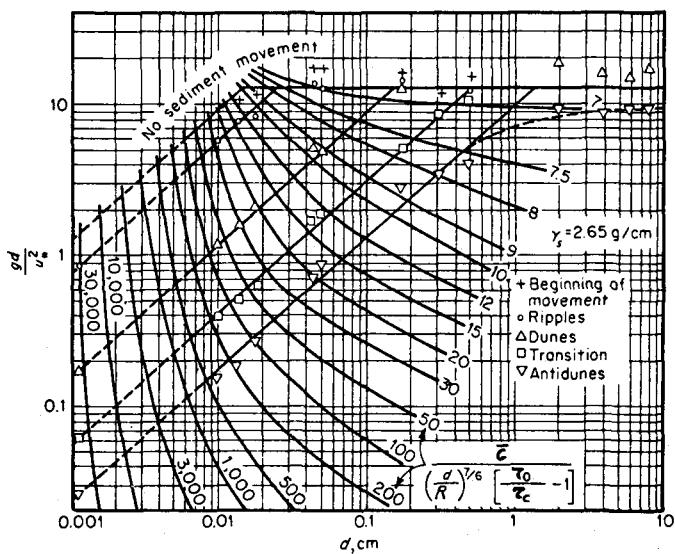


図-18 Bogardi の式における $f(g_d/u_*, d)$

$$\bar{C}_i = i_b \left(\frac{d_i}{R} \right)^{\frac{7}{6}} \left(\frac{\tau_0}{\tau_{c_i}} - 1 \right) f \left(\frac{g d_i}{u_*^2}, d_i \right) \quad \dots \dots \dots \quad (62)$$

を使用し、得られた \bar{C}_i を式(55)に代入して Q_T を得る。

5. 計算例

河床が表-3に示す砂から構成され、側壁1:1、底幅91.44 mの台形断面の河川に最大 $576.0 \text{ m}^3/\text{sec}$ の水が流れている。各水深、すなわち各流量に対応した流砂量を求めよ。ただし $s = 1.65$ 、 $\nu = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ 、 $I_e = 0.0007$ とする。

表-3 河床材料の構成

粒径範囲 (mm) ①	d_i (mm) ②	i_b (%) ③	w_0 (cm/s) ④	d_i/d_m ⑤
$d > 0.589$	—	2.4	—	—
$0.589 > d > 0.417$	0.495	17.8	6.20	1.433
$0.417 > d > 0.295$	0.351	40.2	4.60	1.023
$0.295 > d > 0.208$	0.248	32.2	3.15	0.723
$0.208 > d > 0.147$	0.175	5.8	2.00	0.510
$0.147 > d$	—	1.8	—	—
$d_{35} = 0.29 \text{ mm}$, $d_m = 0.343 \text{ mm}$, $d_{65} = 0.35 \text{ mm}$				

表-3の計算順序と説明：①粒径分布の範囲を適当に区分、②与えられた粒径範囲の幾何平均値、③与えられた粒径範囲の砂が河床に占める割合(%)、④沈降速度(図-2より)。

水理学的基本量を表-4に示す。各流量について計算結果を示すべきであるが紙面の都合で $Q = 576.3 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($R' = 182.9 \text{ cm}$)について計算例を示す。

表-4 水理学的基本量の計算

R' (cm) ①	u'_* (cm/s) ②	δ (cm) ③	d_{65}/δ ④	x ⑤	U (cm/s) ⑥	Ψ_{35} ⑦	U/U'' (cm/s) ⑧	u''_* (cm/s) ⑨	R'' (cm) ⑩	R (cm) ⑪	u_* (cm/s) ⑫	h (cm) ⑬	A (m ²) ⑭	P (m) ⑮	Q (m ³ /s) ⑯
182.9	11.217	0.0098	3.57	1.14	313.33	0.37	145.0	2.16	6.7	189.6	11.40	196.6	183.9	96.99	576.3
152.4	10.241	0.0107	3.27	1.17	281.64	0.45	115.0	2.44	8.5	160.9	10.51	166.1	155.1	96.13	436.9
121.9	9.144	0.0119	2.94	1.19	247.80	0.56	82.0	3.02	13.4	135.3	9.63	139.3	130.1	95.37	322.3
91.4	7.925	0.0137	2.55	1.25	210.31	0.75	56.5	3.72	20.1	111.5	8.75	114.3	105.9	94.64	222.7
61.0	6.462	0.0168	2.08	1.35	166.12	1.12	35.0	4.75	32.9	93.9	8.03	96.0	89.2	94.15	148.1
30.5	4.572	0.0235	1.50	1.53	110.95	2.24	18.6	5.97	52.1	82.6	7.53	84.4	78.5	93.82	87.1
15.2	3.231	0.0335	1.04	1.61	73.15	4.50	12.3	5.95	51.6	66.8	6.77	68.6	63.2	93.36	46.2

表-4の計算順序と説明：① $Q = 576 \text{ m}^3/\text{sec}$ 以下で R' を適当に仮定、② $u'_* = \sqrt{g R' I_e}$ 、③ $\delta = 11.6 \nu / u'_*$ 、④ $d_{65} = 0.035 \text{ cm}$ 、⑤図-7から求める。⑥式⑭、⑦式⑮、⑧図-4、⑨ $u''_* = U / ⑧$ 、⑩ $R'' = (u''_*)^2 / g I_e$ 、⑪ $R = R' + R''$ 、⑫ $u_* = \sqrt{g R I_e}$ 、⑬ $R \sim h$ 関係の図から h を求める。⑭ $h \sim A$ 関係の図から A を求める ⑮ $h \sim P$ 関係の図から P (潤辺)を求める、⑯ $Q = AU$ 。

(1) Einsteinの式による計算

$d_{65}/x\delta = 3.106$ 、したがって式(29)より $X = 0.024$ ； $d_{65}/\delta = 0.031$ 、図-8より $Y = 0.54$ ；式(27)の中央部より $(\beta/\beta_x)^2 = 1.27$ 。計算結果を表-5、及び表-6に示す。

$d_m = 0.0343 \text{ cm}$ の均一粒径として計算した掃流砂量は $Q_B = 111.6 \text{ kg/sec}$ である。

表-5 Einstein の式による掃流砂量

d (cm)	i_b	Ψ	$\frac{d}{X}$	ξ	Ψ_*	Φ_*	$i_B g_B$ (g/s·cm)	$i_B G_B$ (kg/s)	Q_B (kg/s)
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
0.0495	0.178	0.66	2.05	1.00	0.46	17.3	3.676	35.65	
0.0351	0.402	0.48	1.46	1.01	0.33	24.1	6.577	63.79	
0.0248	0.320	0.33	1.03	1.14	0.26	31.0	4.137	40.12	
0.0175	0.058	0.23	0.72	1.60	0.25	32.0	0.192	1.86	141.4

表-6 Einstein 法による全流砂量

d (cm)	$i_B g_B$ (g/s·cm)	$10^3 \times A_E$	Z	I_1	$-I_2$	$P_1 I_1 + I_2 + 1$	$i_T G_T$ (kg/s)	Q_T (kg/s)
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
0.0495	3.676	5.96	1.38	0.42	1.6	4.51	160.78	
0.0351	6.577	0.36	1.03	1.20	5.9	9.69	618.16	
0.0248	4.137	0.25	0.70	6.30	20.0	57.6	2311.09	
0.0175	0.192	0.18	0.45	35.0	80.0	346.6	645.37	3735.4

表-5 の計算順序と説明：①表-3 より，②表-3 より，③式(28)，④式(29)より $X = 0.024$ ，⑤図-9，⑥式(27)，⑦図-10，⑧ $i_B g_B = i_b \Phi_* \sigma g^{3/2} d^{3/2} s^{1/2}$ ，式(26)より，⑨ $i_B G_B = (i_B g_B) P$ ，⑩ $Q_B = \sum i_B G_B$ 。

$d_m = 0.0343$ cm の均一粒径として計算した全流砂量は $Q_T = 1403.0$ kg/sec である。

表-6 の計算順序と説明：①表-5 より，②表-5 より，③ $A_E = 2d/h$ ，④ $Z = w_0 / 0.4 u'_*$ ，⑤図-15，⑥図-16，⑦式(45)' より $P_1 = 12.18$ ，⑧ $i_T G_T = i_B G_B (P_1 I_1 + P_2 + 1)$ ，⑨ $Q_T = \sum i_T G_T$ 。

(2) 佐藤・吉川・芦田の式による計算

式(31)の $\varphi(n)$ を計算するために、最初に Manning の粗度係数を求める。

$$n = (1/U) R^{2/3} I_e^{1/2} = 0.013 < 0.025, \text{ したがって式(31)より, } \varphi(n) = 0.623 (40n)^{-3.5} = 6.143. \text{ 計算結果を表-7 に示す。}$$

表-7 佐藤・吉川・芦田の式による計算結果

d_i (cm)	i_b	u_{ce}^2 (cm/s) ²	$\frac{\tau_0}{\tau_{ci}}$	$F(\frac{\tau_0}{\tau_{ci}})$	$u_*^3 \varphi(n) F$	$i_B q_B$ (cm ³ /s/cm)	$i_B G_B$ (kg/s)	Q_B (kg/s)
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
0.0495	0.178	3.00	43.32	1.0	9100.9	1.002	25.75	
0.0351	0.402	2.66	48.86	1.0	9100.9	2.263	58.15	
0.0248	0.320	2.36	55.07	1.0	9100.9	1.801	46.29	
0.0175	0.058	2.09	62.18	1.0	9100.9	0.326	8.39	138.6

$d_m = 0.0343 \text{ cm}$ の均一粒径として計算した掃流砂量は $Q_B = 144.7 \text{ kg/sec}$ である。

表-7 の計算順序と説明 : ③式(10), ④ u_*^2/u_{*c}^2 , ⑤図-11, ⑥ $\varphi(n) = 6.143$, $u_* = 11.40 \text{ cm/sec}$, ⑦ $i_B q_B = i_b q_B$, ⑧ $i_B G_B = i_B q_B \times 2.65 \text{ g/cm}^3 \times P(\text{cm})$, $Q_B = \sum i_B G_B$ 。

(3) 芦田・道上の式による計算

計算結果を表-8 に示す。表中の $F(u_{*ci}/u_*)$ は

表-8 芦田・道上の式による計算結果

d_i (cm) ①	i_b ②	τ_{*ei} ③	u_{*ci}^2 (cm/s) ² ④	$(\frac{u_{*ci}}{u_*})^2$ ⑤	$F(\frac{u_{*ci}}{u_*})$ ⑥	$i_B q_B$ (cm ³ /s/cm) ⑦	$i_B G_B$ (kg/s) ⑧	Q_B (kg/s) ⑨
0.0495	0.178	1.572	3.16	0.0243	0.8235	2.175	55.90	
0.0351	0.402	2.217	2.79	0.0215	0.8347	4.979	127.97	
0.0248	0.320	3.138	2.53	0.0195	0.8432	4.004	102.91	
0.0175	0.058	4.446	2.38	0.0183	0.8492	0.731	18.79	305.6

$$F(\frac{u_{*ci}}{u_*}) = [1 - (\frac{u_{*ci}}{u_*})^2] [1 - (\frac{u_{*ci}}{u_*})]$$

である。 $u_{*cm}^2 = \tau_{cm}/\rho = 0.05 \text{ sg } d_m = 2.773 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 。

$d_m = 0.0343 \text{ cm}$ の均一粒径として計算した掃流砂量は $Q_B = 320.4 \text{ kg/sec}$ である。

表-8 の計算順序と説明 : ③ $\tau_{*ei} = (u'_*)^2/sg d_i$, ④式(12), ⑦ $i_B q_B = i_b q_B$, ⑧ $i_B G_B = (i_B q_B) \times 2.65 P$, $P = 9699 \text{ cm}$, ⑨ $Q_B = \sum i_B G_B$ 。

(4) Meyer-Peter-Müller (Chien) の式による計算

$\psi = s d_m / (R' \cdot I_e) = 0.442$, 式(34)より $\phi = 26.38$, $q_B = \sqrt{sg d_m^3} \cdot \phi = 6.739 \text{ cm}^3/\text{sec/cm}$, $Q_B = 2.65 q_B P = 173.2 \text{ kg/sec}$ 。

(5) Kalinske-Brown の式による計算

$\tau_* = u_*^2 / sg d_m = 2.343$, 式(35)より $q_B = 10 u_* d_m \tau_*^2 = 21.466 \text{ cm}^3/\text{sec/cm}$, $Q_B = 2.65 q_B P = 551.7 \text{ kg/sec}$ 。

(6) 篠原・椿の式による計算

$\tau_* = 2.343$, $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / sg d_m = 0.04756$, $\varphi = U/u_* = 27.49$, $\varphi_0 = 27.47$, $\tau_{*\varphi} = \tau_* (\varphi/\varphi_0) = 2.345$, 式(36)より $\phi = 174.65$, $q_B = \phi \sqrt{sg d_m^3} = 44.61 \text{ cm}^3/\text{sec/cm}$, $Q_B = 2.65 q_B P = 1146.5 \text{ kg/sec}$ 。

(7) Lane-Kalinske の式による計算

濃度 C_a が実測されていないので式(42), (43)で計算する。式(42)の P_* の値を求めるために, $n/h^{1/6}$ を計算する。 $h = 196.6 \text{ cm} = 6.45 \text{ ft}$, $n/h^{1/6} = 0.01$ 。計算結果を表-9 に示す。なお, 式(43)で $\{(u_*/2w_0) \exp[-(w_0/u_*)^2]\}^{1.61} = E$ とした。

表-9 Lane-Kalinske の式による計算結果

d (cm) ①	$\frac{w_0}{u_*}$ ②	P_* ③	E ④	$\Delta F(w_0)$ (%) ⑤	C_0 (ppm) ⑥	Q_{si} (kg/s) ⑦	Q_s (kg/s) ⑧
0.0495	0.544	0.09	0.542	17.8	53.5	2.78	
0.0351	0.404	0.14	1.085	40.2	242.1	19.54	
0.0248	0.276	0.20	2.304	32.0	409.2	47.17	
0.0175	0.175	0.33	5.161	5.8	166.1	31.59	101.1

表-9 の計算順序と説明：②表-3 より w_0 ，③図-14B，⑤ $\Delta F(w_0) = i_b$ (%)，⑥式(43)，⑦ $Q_{si} = C_0 P_* Q$ ， Q は m^3/sec 単位，⑧ $Q_s = \sum Q_{si}$

(8) 修正 Einstein 法

式(52)による $(RI)_m$ は $(RI)_m = 0.128$ ， $2.5 d_{35} = 0.0725 > 0.0495$ cm，したがって式(50)より $\Psi_m = 0.374$ ，図-10 より $\phi_* = 20$ となる。式(51)を使用して i_B g_B を求める。他の計算は Einstein の方法と同一である。粒径別に求めた結果は $Q_B = \sum i_B G_B = 60.6$ kg/sec，及び $Q_T = \sum i_T G_T = 1247.1$ kg/sec である。 $d_m = 0.0343$ cm の均一粒径砂として計算した結果は $Q_B = 65.7$ kg/sec， $Q_T = 825.3$ kg/sec である。

(9) Einstein · Abdel-Aal の式による計算

$(w_0)_{35} d_{65} / \sqrt{g \nu I_e} = 0.192$ ，図-13 より $\kappa = 0.28$ ，式(44)，(45)，(47)に $\kappa = 0.28$ を代入して Einstein と同一の計算を行う。その結果は $Q_s = \sum i_s G_s = 782.7$ kg/sec を得た。 Q_B は Einstein 法と同一であるので $Q_B = 141.4$ kg/sec，したがって $Q_T = Q_B + Q_s = 924.1$ kg/sec となる。なお， $d_m = 0.0343$ cm の均一粒径砂として計算すると $Q_T = 385.5$ kg/sec である。

(10) Laursen の式による計算

計算結果を表-10 に示す。 $d_m = 0.0343$ cm の均一粒径として計算した掃流砂量は $Q_B = 111.3$ kg/sec，全流砂量は $Q_T = 428.9$ kg/sec である。

表-10 Laursen の式による計算結果

d_i (cm) ①	i_b ②	$\frac{u_*}{w_0}$ ③	$f(\frac{u_*}{w_0})_B$ ④	$f(\frac{u_*}{w_0})_T$ ⑤	τ_{ci} ($g/cm^2/s^2$) ⑥	$\frac{1}{\tau_{ci}}$ ($\frac{d}{h}$) ⑦	τ'_{oi} ($g/cm^2/s^2$) ⑧	$10^4 \times \bar{C}_{iB}$ ⑨	$10^4 \times \bar{C}_{iT}$ ⑩	$i_B G_B$ (kg/s) ⑪	Q_B (kg/s) ⑫	$i_T G_T$ (kg/s) ⑬	Q_T (kg/s) ⑭
0.0495	0.178	1.84	12	28	3.00	0.0631	106.37	2.618	6.108	26.86		62.66	
0.0351	0.402	2.48	13	40	2.66	0.0563	94.90	1.912	5.882	44.30		136.27	
0.0248	0.320	3.62	15	90	2.36	0.0502	84.62	1.480	8.879	27.29		163.74	
0.0175	0.058	5.70	17	270	2.09	0.0447	75.35	1.125	17.791	3.76	102.2	59.47	422.1

表-10 の計算順序と説明：④と⑤図-17，⑥表-7 の③，⑧式(54)', ⑨式(53)'による掃流砂量の濃度(%)÷100，⑩式(53)'による全流砂量の濃度(%)÷100，⑪ $i_B G_B = i_b \bar{C}_{iB} Q$ ， Q は g/sec 単位，⑫ $Q_B = \sum i_B G_B$ ，⑬ $i_T G_T = i_b \bar{C}_{iT} Q$ ， Q は g/sec 単位，⑭ $Q_T = \sum i_T G_T$

(11) Graf・Acaroglu の式による計算

計算結果を表-11 に示す。 $d_m = 0.0343 \text{ cm}$ の均一粒径として計算した全流砂量は $Q_T = 586.0 \text{ kg/sec}$ である。

表-11 Graf・Acaroglu の式による計算結果

d_i (cm) ①	i_b ②	ψ_{Ai} ③	ϕ_{Ai} ④	$10^4 \times \bar{C}_{vi}$ ⑤	$\bar{C}_{vi} Q$ (m^3/s) ⑥	$i_T G_T$ (kg/s) ⑦	Q_T (kg/s) ⑧
0.0495	0.178	0.622	34.40	2.565	0.1478	69.73	
0.0351	0.402	0.441	82.13	3.655	0.2106	224.40	
0.0248	0.320	0.311	187.21	4.951	0.2853	241.96	
0.0175	0.058	0.220	471.75	7.393	0.4261	65.49	601.6

表-11 の計算順序と説明 : ③式(56), ④式(58), ⑤式(60), \bar{C}_{vi} は平均体積濃度, ⑦ $i_T G_T = \gamma_s \bar{C}_{vi} Q i_b$, $\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$, ⑧ $Q_T = \sum i_T G_T$

(12) Bogardi の式による計算

計算法は Laursen の方法と同一であるので, $d_m = 0.0343 \text{ cm}$ の均一粒径砂として計算例を示す。
 $g d_m / u_*^2 = 0.2586$, $d_m = 0.0343 \text{ cm}$ を使用して図-18 より $f(g d_m / u_*^2, d_m) = 50$, 式(61)より
 $\bar{C} = 50 (d_m / R)^{7/6} [(\tau_0 / \tau_c) - 1] = 7.467 \times 10^{-2} (\%)$ 。 $Q_T = \bar{C} Q$, (Q は g/sec 単位で計算)。
 $Q_T = 430.3 \text{ kg/sec}$ 。

(13) 各流量に対する粒径別流砂量の関係

Einstein の式による結果を図-19 に示す。

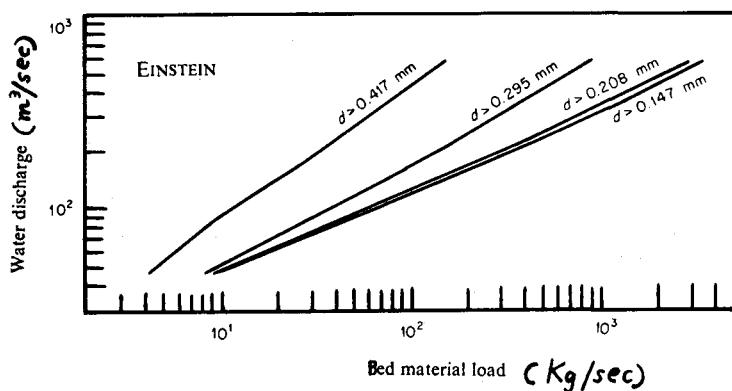


図-19 Einstein 法による Bed material load と流量との関係

参 考 文 献

- 1) Rubey, W.W. : Settling velocities of gravel, sand and silt particles, Ameri. J. Sci., Vol. 25, 1933.
- 2) Simons, D.B., Richardson, E.V., and Nordin, C.F. : Sedimentary structures generated by flow in alluvial channels, Am. Assoc. Petrol. Geologists, Special Publ. №12, 1965.
- 3) 水理委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度，土木学会論文報告集，第210号，1973。
- 4) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究，土木学会論文集，第41号，1956。
- 5) Egiazaroff, I. V. : Calculation of nonuniform Sediment concentrations, Proc. ASCE, HY4, 1965.
- 6) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972。
- 7) 平野宗夫：混合砂れき河床の変動と平衡河床に関する研究，土木学会論文報告集，第207号，1972。
- 8) Einstein, H.A. : The bed-load function for sediment transportation in open channel flow, USDA, Soil Conserv. Service, Tech. Bull. №1025, 1950.
- 9) Yalin, M.S. : On the average velocity of flow over a movable bed, La Houille Blanche, №1, 1964.
- 10) Vanoni, V.A., and Brooks, N.H. : Laboratory studies of the roughness and suspended load of alluvial streams, Report E-68, Calif. Insti. of Tech., Pasadena, Calif., 1957.
- 11) Einstein, H.A. and Barbarossa, N.L. : River channel roughness, Trans. ASCE, Vol. 117, Paper № 2528, 1952.
- 12) Engelund, F. : Closure to "Hydraulic resistance of alluvial streams," Proc. ASCE, Vol. 93, HY 4, 1967.
- 13) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究，建設省土木研究所報告，第98号，1958。
- 14) Rouse, H. : Engineering hydraulics, John Wiley & Sons, 1949.
- 15) Shinohara, K., and Tsubaki, T. : On the characteristics of sand waves formed upon the beds of the open channels and rivers, Repor of RIAM, Kyushu Univ., Vol. VII, №25, 1959.
- 16) Rouse, H. : Modern conception of fluid turbulence, Trans. ASCE, Vol. 102, 1937.
- 17) Lane, E.W., and Kalinske, A.A. : Engineering calculation of suspended sediment, Trans. AGU, 1941.
- 18) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，1963。
- 19) Einstein, H.A., and Abdel-Aal, F.M. : Einstein bed-load function at high sediment rate, Proc. ASCE, HY 1, 1972.
- 20) Lane, E.W., and Kalinske, A.A. : Engineering calculations of suspended sediment, Trans. AGU, Vol. 22, 1941.
- 21) Shroeder, K.B., and Hembree, C.H. : Application of the modified Einstein Procedure for computation of total Sediment load, Trans. AGU, 1956.
- 22) Laursen, E.M. : The total sediment load of stream, Proc. ASCE, Vol. 84, HY 1, 1958.
- 23) Graf, W.H., and Acaroglu, E.R. : Sediment transport in conveyance systems, Part 1, Bull. IASH, Vol. 13, 1968.
- 24) Bogardi, J. : European concepts of sediment transportation, Proc. ASCE, Vol. 91, HY 1, 1965.
- 25) Chien, N. : Meyer-Peter Formula for bed-load transport and Einstein bed load function, Univ. Calif., Inst. of Eng. Res., № 7, 1954.