

浮遊構造物の動揺と波浪荷重

田 才 福 造

1 緒 言

浮遊構造物の波浪中の動揺は構造物の復原力の劣化につながり、最悪の場合には構造物を転ぶくに至らしめることがある。さらに動揺によって生ずる加速度、波面との相対変位、ならびに変動水圧、衝撃水圧、剪断力および曲げモーメントなどの波浪荷重は、乗り心地、作業効率および構造物の損傷に重要な影響を与える。したがって浮遊構造物の合理的な設計がなされるには、波浪中の動揺をはじめ各種の応答が十分な精度で推定されなければならない。

本稿は慣性力や重力の影響が粘性力より卓越する大きい構造物を中心として、浮遊構造物の波浪中の動揺と波浪荷重推定法の概要をのべることにする。

2 規則波中で動揺する浮体に働く流体力

2.1 線型ポテンシャル理論

図-1でXOYは攪乱されない自由水面に一致し、水深を d とする。 O_1-xyz は前進速度を持たない浮体に固定された座標系で、原点 O_1 は波がないときは O に一致するものとする。

X軸と β の角度をなす方向に進む円振動数 ω の規則波が入射すると、浮体は6自由度の運動をする。漂流や回頭運動などの非線型流体力に基づく定常運動も含まれるが、これらを省略し6自由度の周期運動(動揺)について論ずる。この場合、流体は非圧縮、非回転の非粘性流体であり且つ浮体や水粒子の運動は小さく自由表面や物体表面の境界条件が線型化できると仮定すれば、浮体に働く流体力はポテンシャル流れの線型境界値問題を解いて求められる。

6自由度の動揺変位は x, y, z 方向の変位 η_1, η_2, η_3 と x 軸、 y 軸及び z 軸まわりの回転変位 η_4, η_5 及び η_6 から成る。船体動揺理論の定義にならって η_1 を前後揺(surge), η_2 を左右揺(sway), η_3 を上下揺(heave), η_4 を横揺(roll), η_5 を縦揺(pitch), η_6 を船首揺(yaw)と呼ぶ(船舶では回転運動は通常、船体重心 G まわりとする)。

流体運動は速度ポテンシャルで記述されるので、この場合の流体の速度ポテンシャルを $\phi(X, Y, Z)$ とおけば

$$\phi(X, Y, Z) = (\phi_0 + \phi_T) e^{-i\omega t} + \sum_{j=1}^6 \phi_j \dot{\eta}_j \quad (1)$$

で表わされる。 $\phi_0 e^{-i\omega t}$ は入射波の速度ポテンシャルで

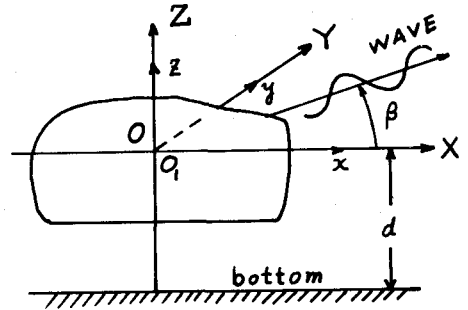


図-1 座 標 系

$$\phi_0 = -\frac{ig\zeta_a}{\omega} \cdot \frac{\cosh K(Z+d)}{\cosh Kd} e^{i(KX \cos\beta + KY \sin\beta)} \quad (2)$$

但し ζ_a = 波振幅, 波数 K は $K \tanh Kd = \omega^2/g = K_0$ の実根である。

ϕ_7 は浮体が拘束されているとき浮体による入射波の攪乱に基づくものであり, $\phi_j \dot{\eta}_j$ は静水中で浮体が j モードの周期運動をするときの速度ポテンシャルである。 $\phi_j \dot{\eta}_j$, ϕ_7 は夫々 radiation ポテンシャル及び diffraction ポテンシャルと呼ばれている。

(1)式の各速度ポテンシャルは以下の条件を満足しなければならない。先ず $\phi_0 \sim \phi_7$ は連続の条件, 従って Laplace の式を満足する。すなわち

$$\nabla^2 \phi_j = \partial^2 \phi_j / \partial X^2 + \partial^2 \phi_j / \partial Y^2 + \partial^2 \phi_j / \partial Z^2 = 0 \quad (3)$$

次に自由表面上では

$$\partial \phi_j / \partial Z - \phi_j \omega^2 / g = 0 \quad \text{on } Z = 0 \quad (4)$$

また水底では

$$\partial \phi_j / \partial Z = 0 \quad \text{on } Z = -d \quad (5)$$

更に ϕ_7 と $\phi_j \dot{\eta}_j$ ($j=1 \sim 6$) は浮体の没水部境界における kinematic condition と無限遠における radiation condition とを満足しなければならない。(1)式より

$$\partial \phi / \partial n = \partial \phi_0 / \partial n + \partial \phi_7 / \partial n + \sum_{j=1}^6 \partial \phi_j / \partial n \cdot \dot{\eta}_j \quad (6)$$

但し物体表面の外向法線のベクトルを n とし, その方向の微分を $\partial / \partial n$ で表わす。更に n_j ($j=1 \sim 6$) を次のように定義す。

$$n = (n_1, n_2, n_3), \quad r \times n = (n_4, n_5, n_6) \quad (7)$$

r は浮体境界面上の位置ベクトル $r = i x + j y + k z$ で, $n_j \dot{\eta}_j$ は surge, sway, heave, roll, pitch または yaw 速度の境界面に垂直方向成分を表わす。

以上から kinematic condition は

$$\partial \phi_0 / \partial n + \partial \phi_7 / \partial n = 0, \quad \therefore \partial \phi_7 / \partial n = -\partial \phi_0 / \partial n \quad (8)$$

$$\partial \phi_j / \partial n = n_j \quad (9)$$

今動揺変位も波粒子の運動も小さいとしているから, (8)及び(9)の条件は静水面で浮んでいるときの浮体の境界面上で成立するとして取り扱うことができる。

次に radiation condition としては, 速度ポテンシャルは無限遠方で進行波を表わすものでなければならない。例えば3次元浮体の場合, 原点 O から θ 方向の距りを R とすれば, ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\phi_j \dot{\eta}_j (R \rightarrow \infty) \rightarrow H_j(K, \theta) \dot{\eta}_j \frac{1}{\sqrt{R}} e^{iKR} \frac{\cosh K(Z+d)}{\cosh Kd} \quad (10)$$

以上(3), (4), (5)および radiation condition を満たし, 且つ diffraction ポテンシャルは(8)式を, radiationポテンシャルは(9)式を満足しなければならない。

ϕ_j および ϕ_7 の計算法は次節にのべるが, ϕ が求められると流体内の圧力 $\bar{P}$ はベルヌーイの式

$$\bar{P} = P_0 - \rho g Z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

によって与えられる。 P_0 = 大気圧, ρ = 流体密度, g = 重力の加速度。

(11)式を線型化すると変動圧力 p は

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (12)$$

となる。

η_j および $\dot{\eta}_j$ を次のようにおく。

$$\eta_j = \eta_{ja} e^{-i(\omega t - \epsilon_j)}, \quad \dot{\eta}_j = i\omega \eta_{ja} e^{i\epsilon_j} e^{-i\omega t} \quad (13)$$

(13)式で η_{ja} は振幅, ϵ_j は規則波に対する位相差である。故に(1), (12)及び(13)式より p は

$$p = \rho \left\{ i\omega (\phi_0 + \phi_7) + \omega^2 \sum_{j=1}^6 \eta_{ja} e^{i\epsilon_j} \phi_j \right\} e^{-i\omega t} \quad (14)$$

(14)式よりわかるように, 動揺している浮体に働く圧力を求めるには, $\phi_0 + \phi_7$ による固定状態としての圧力の外に動揺に基づく圧力をも求めなければならない。

(14)式の p を浮体の没水全表面について積分することによって流体力が得られる。6自由度の動揺によって生ずる k モードの力は, (14)式を用いて次式で与えられる。

$$F_{k_0} = - \iint_S p n_k ds \quad (15)$$

ここで F_{k_0} を分解して, それぞれの力の定義をしておく。

- (1) F^I ϕ_0 によるもの。すなわち入射波が浮体の存在によって乱されないとしたとき浮体に働く波力で, 土木工学では波形勾配による力, 造船工学では W. Froude (英) と A. N. Kriloff (ソ) の先覚研究者の名前をつけて Froude-Kriloff の力などと呼んでいる。
- (2) F^D ϕ_7 によるもの。すなわち入射波が浮体によって攪乱されることによって生ずる力で diffraction force と呼ぶ。
- (3) F^R 静水中の浮体の動揺によって生ずる力で radiation force と呼ぶ。

以上から ϕ に基づく流体力 F^ϕ は次式で表わされる。

$$F^\phi = F^R + F^I + F^D = F^R + F^E \quad (16)$$

(16)式の $F^E = F^I + F^D$ は波力または波強制力と呼ばれる。 F^R と F^E とは Haskind, Newman, 花

岡, 別所の公式によって関係づけられている。¹⁾ 紙面の都合で関係式の誘導は省略するが, その結果について以下簡単にのべよう。

例えば YOZ 面内の 2 次元問題では次のようになる。2 次元浮体の $\eta_{ja} e^{-i\omega t}$ の動揺によって生ずる発散波の振幅を h_{ja} ($j=2, 3, 4$) とし, η_{ja} との比を $h_{ja}/\eta_{ja} = \bar{A}_j$ (発散波振幅比) とおく。またこのとき OY 方向に進む発散波の動揺に対する位相差を $-\delta_j$ とおけば, YO 方向に進む入射波に基づく j モードの波力は次式で与えられる。

$$F_j^E = \frac{i\rho g \zeta_a}{K_0} \bar{A}_j e^{-i\delta_j} H_4(K, d) e^{-i\omega t} \quad (17)$$

但し

$$H_4(K, d) = (2Kd + \sinh 2Kd) / 2 \cosh^2 Kd \quad (18)$$

$j=2$ は左右揺, $j=3$ は上下揺, $j=4$ は横揺である。

3 次元問題では, β 方向から入射する波によって浮体に作用する j モードの波力は, j モードの運動によって $\beta + \pi$ 方向に伝播する波から決定される。

以上のように Haskind の関係式を用いると radiation 問題の解から波力を計算できるとともに, 流体の粘性を無視したときの規則波中の動揺まで計算することができる。しかし浮体に働く変動圧力は求められないので, 圧力分布を知るためには diffraction 問題をも解く必要がある。

2.2 線型境界値問題の解法

線型理論による境界値問題としては, (3), (4), (5) および radiation condition を満足し (8) または (9) の kinematic condition を満足する速度ポテンシャルを求めることになる。境界値問題の解法としては下記のものが用いられている。

(1) Multipole method

浮体の中心に置いた遠方に波を生じない multipole の無限級数と, 同じく浮体の中心に置いた周期的に強さを変える source (或は doublet) の和で流体の速度ポテンシャルを表わす。この級数は収束するから有限項の級数で近似し, 浮体境界面上の有限個の点で (8) または (9) の条件を満足させることによって級数の未定係数を決める方法である。

Ursell^{2), 3)}, 田才^{4), 5)}, Grim⁶⁾ (2 次元柱), Havelock⁷⁾ (球), 大楠^{8), 9)} (双胴 2 次元柱) 等によって radiation 問題の計算に, また Barakat¹⁰⁾ (球), 土岐¹¹⁾, 渡辺¹²⁾, (2 次元柱) 等によって radiation および diffraction 問題の計算に用いられた。

(2) 領域分割法

本法は, 水面と水底の条件を異にする 2 つの流体域が接するとき, 各領域の速度ポテンシャルをそれぞれ境界条件を満足する Z に関する直交関数系の無限級数で展開しておき, その級数の未定係数を接面上の力学的連結条件が満足されるように決める方法である。

2 次元或は 3 次元の radiation 及び diffraction 問題に関する多くの計算が井島によって行なわれている。^{13), 14)} この外 Garret¹⁵⁾ (circular dock), Gran¹⁶⁾ (没水円柱), Kohkinowrachos 他¹⁷⁾ (鉛直軸対称柱状体), 新井他¹⁸⁾ (箱型船) らによって本法が用いられている。

(3) 変分法

これは領域内で定義された速度ポテンシャル ϕ の適切な汎関数の停留値をとれば kinematic condition が満足されるという理論¹⁹⁾によって境界値問題を変分問題におきかえて計算するもので, 水野²⁰⁾

(2次元柱), 佐尾²¹⁾他(軸対称柱状体の上下揺)らによって用いられている。

(4) 特異点分布法

物体の没水表面上に source を分布せしめ, その強さを $\frac{1}{4\pi} f(x, y, z)$ (2次元の場合は $\frac{1}{2\pi} f(y, z)$) とすれば, 求めるべき速度ポテンシャルは

$$\phi(x, y, z) = \iint_S f(\xi, \eta, \zeta) G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS \quad (19)$$

の形で与えられる。したがって境界条件

$$\begin{aligned} -2\pi f(x, y, z) + \iint_S f(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial n} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS \\ = \begin{cases} n_j \quad (j=1 \sim 6) \\ -\partial\phi_0 / \partial n \quad (j=7) \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

の積分方程式を解いて $f(\xi, \eta, \zeta)$ を求めれば ϕ を決定することができる。(19), (20)式の $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ はこの問題のグリーン関数である(以下の参考文献参照のこと)。

本法によっては Frank²²⁾, 前田²³⁾(深水域), 高木²⁴⁾(浅水域)による2次元問題, および Faltinsen²⁵⁾や Garrison²⁶⁾らによる3次元問題の計算がある。

(5) 有限要素法

構造強度解析に用いられる有限要素法を波動問題に応用して計算しようとするもので, Bai²⁷⁾(2次元, 3次元), 瀬戸他²⁸⁾(2次元), 高品他²⁹⁾(2次元, 3次元)等の研究がある。

以上の各計算法には一長一短があり, 問題の性質に応じて解法を選ぶ必要があろう。尚具体的な詳しい計算法については上記の文献を参照されたい。

2.3 Radiation Force および Exciting Force

本節では具体例をあげて流体力の特性について述べる。

Radiation force の簡単な例として YOZ 面内の2次元浮体の左右揺を考える。このとき生ずる水平方向の力は

$$F_{22}^R = -a_{22} \ddot{\eta}_2 - b_{22} \dot{\eta}_2 \quad (21)$$

とおくことができる。(21)式の右边第1項が付加慣性力, 第2項が造波減衰力, a_{22} が付加質量, b_{22} が造波減衰係数である。この力の外に次式で表わされる横揺モーメントを生じる。

$$F_{42}^R = -a_{42} \ddot{\eta}_2 - b_{42} \dot{\eta}_2 \quad (22)$$

(22)式の右边第1項が横揺への連成付加慣性モーメント, 第2項が連成減衰モーメントである。

a_{22} , a_{42} , b_{22} および b_{42} の値が, 水面に浮んだ物体は勿論のこと, 没水体でも水面に近い程, 動揺周期に大きく依存することは良く知られている¹⁾。

また連成力係数については次式の対称関係が成り立つ。

$$a_{42} = a_{24}, \quad b_{42} = b_{24} \quad (23)$$

次に動揺によって生ずる発散波と減衰力とは, 「動揺の一周期間に減衰力のなす仕事の平均値は単位

時間に無限遠方に出て行く発散波のエネルギーに等しい」ということによって関係づけられている。すなわち、2次元問題では

$$b_{jj} = \frac{\rho g^2}{\omega^3} \bar{A}_j^2 \cdot H_4(K, d) \quad (24)$$

また3次元問題では、(10, 13)式および波の群速度 $U = \frac{g}{2\omega} H_4(K, d)$ を用いて

$$b_{jj} = \frac{\rho}{2\omega} H_4(K, d) \int_0^{2\pi} H_j^2(K, \theta) d\theta \quad (25)$$

の関係式が得られる。

図-2と図-3は、その軸を水面において浮んでいる2個の円柱が上下揺るときの2次元付加質量の無次元値 $\bar{a}_{33}$ ($=a_{33}/\rho\pi a^2$)と発散波振幅比 $\bar{A}_j$ である。⁸⁾ 双胴円柱に働く流体力は2円柱間隔 $2p$ と半径 a の比の大小によって変るが、図は $2p/a=6$ の場合である。図からわかるように、 $\bar{a}_{33}$ が大きい負値となる領域を生じるとともに、その周波数の近傍で $\bar{A}_j$ が極大値から零へと変化する。

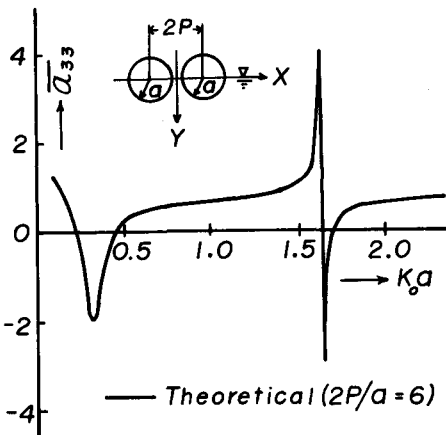


図-2 上下揺の付加質量係数 $\bar{a}_{33}$

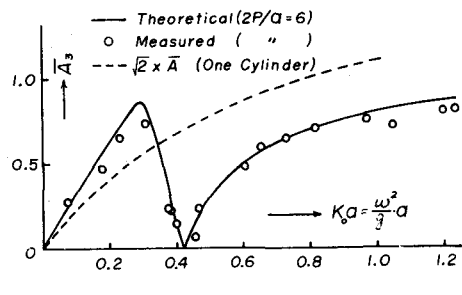


図-3 上下揺の発散波振幅比 $\bar{A}_j$

とすると、 $b_{33} \propto 2 \bar{A}^2$ ($\bar{A}$ は単独円柱の $\bar{A}_j$) であるから、そのときの相当波振幅比は $\sqrt{2} \bar{A}$ となる。これが図-3中の点線であり、波無し周波数は存在しない。

波無し周波数は1949年F.Ursellによる柱状体の横揺の計算⁸⁾で見出されたもので、上下揺については水面下形状が膨んだ浮体に現われることが別所³⁰⁾によって明らかにされた。 $\bar{A}_j = 0$ であればHaskindの関係式によって、その周波数の入射波があるとき j モードの波強制力は零となる。このことから波無し問題は造船学分野の研究者の興味をひき、元良、小山³¹⁾、前田²³⁾、佐尾他²¹⁾等の計算と模型実験によって詳しく調べられた。

図-2と図-3の2円柱の流体力の特性は単体の特性ではなく、2円柱間の流体力学的相互干渉のために生じたものである。図-2の負の付加質量も模型実験によって確かめられている。双胴船の動揺計算には双胴間の干渉効果を考慮しないと誤った結果をまねくことになるので注意しなければならない。⁹⁾

図-4の左側の円柱浮体にY方向へ規則波が入射するとき断面に働くY方向の水平波力 $f_Y^E = f_Y^I + f_Y^D$ は、次のように表わすことができる。

$$f_Y^E = [2\rho\pi r^2 \{J_1(Kr)/Kr\} + a_Y] \ddot{\eta}_w + b_Y \dot{\eta}_w \quad (26)$$

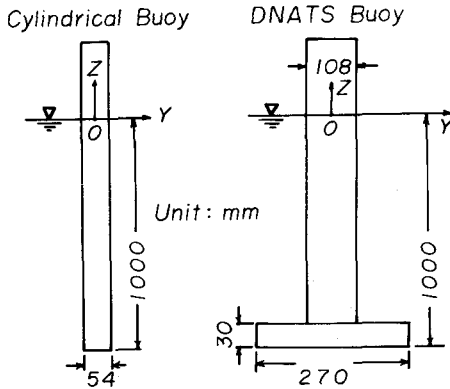


図-4 Sparブイ模型

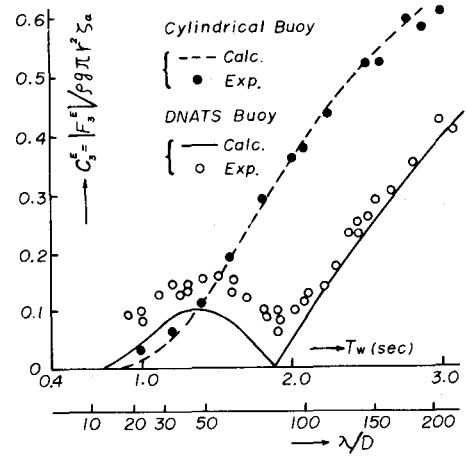


図-5 上下揺の波強制力

$J_1(Kr)$ は第1種のベッセル関数、 r は円柱の半径。(26)式の右辺第1項はFroude-Kriloffの力、第2項と第3項がdiffraction forceである。 $\dot{\eta}_w$ 、 $\ddot{\eta}_w$ は円柱の中心における波の軌道速度および加速度のY方向成分で、次式で表わされる。

$$\ddot{\eta}_w = \zeta_a \omega H_2(K, Z) \cos \omega t, \quad \dot{\eta}_w = -\zeta_a \omega^2 H_2(K, Z) \sin \omega t \quad (27)$$

$$H_2(K, Z) = \cosh K(Z+d) / \sinh Kd \quad (28)$$

a_Y 、 b_Y は周波数に依存する常数である。さらに(26)式を

$$f_Y^E = \rho\pi r^2 C_M \ddot{\eta}_w + b_Y \dot{\eta}_w \quad (29)$$

とおけば、右辺第1項が質量力で C_M は質量係数である。

土木工学の分野では柱体に働く波力の計算にMorison他³³⁾の式がよく用いられる。この式にしたがえば

$$f_Y^E = \rho\pi r^2 C_M \ddot{\eta}_w + \rho r C_D \dot{\eta}_w |\dot{\eta}_w| \quad (30)$$

但し C_D は抗力係数。

(29)式と比べてわかるように(30)式は $b_Y \dot{\eta}_w$ の力を省き、波粒子速度の2乗に比例する抗力を考慮している。

$\dot{\eta}_w = u_0 \cos \omega t$ とおけば、 $\ddot{\eta}_w = -u_0 \omega \sin \omega t$ 。故に

$$|\dot{\eta}_w| |\ddot{\eta}_w| = u_0^2 \left(\frac{8}{3\pi} \cos \omega t + \frac{8}{15\pi} \cos 3\omega t + \dots \right) \div u_0^2 \frac{8}{3\pi} \cos \omega t \quad (31)$$

であるから、質量力と抗力とは位相がほぼ 90° 異なる。 $b_Y \dot{\eta}_w$ を省略した Morison の式は、 r に比べて波長が長いとする所謂 Long Wave Concept に基づいた式で、 $Kr \rightarrow 0$ で $C_M = 2$ となる。 Kr が大きいとき、すなわち r/λ (λ = 波長) の比が増すにつれて $b_Y \dot{\eta}_w$ の力が無視できなくなることは MacCamy and Fucks³⁴⁾ や Reid³⁵⁾ の計算からも明らかである。

図-4 の右側の模型は円柱の下部に円盤型フーティングの付いた軸対称柱体で、上下揺に関しては波無し周波数が存在する。筆者は図-4 の両模型について水平方向および上下方向の波力を計測し、その値と質量力の近似計算値と比較して次の結果を得た。³²⁾ 水平波力に関しては計算値は何れの模型についても実験値と良く一致した。上下波力は図-5 に示すように、Cylindrical buoy の場合は計算と実験の一致は良い。しかし DNATS buoy の場合、波力の実験値は $\lambda/D < 100$ で理論値より大きく、波無し周波数で小さくはなるが零にはならない。このことは粘性抗力の影響であると推論される。

3 規則波中の浮体の動揺と波浪荷重

本章では浮体として船舶と半潜式構造物を選び、それらの規則波中の動揺と波浪荷重の計算法をのべる。

3.1 船体動揺理論と波浪荷重

(1) 線型理論

船体運動を論ずる場合、運動の変位あるいは速度が小さく、且つ船の重心に関する前後非対称性も小さいと仮定すれば、遠心力やジャイロモーメントなどの非線型項は無視され、慣性力はその運動の成分の主要項のみから成るとともに、流体力も横揺の減衰モーメントを除いて線型的取り扱いで十分であるから船体運動の計算は比較的容易となる。大角度の横揺を除いて、線型運動方程式の解で十分説明できる現象は多い。

図-6 で、 X 軸と β の角度で進む円振動数 ω の規則波中を一定速力 V で X 方向に進む船の動揺を考える。図中の $O' - XYZ$ は静止空間座標、 $O_0 - x_0 y_0 z_0$ は等速移動空間座標、 $G - x_b y_b z_b$ は原点を重心 G におく船体固定座標、 $O - xyz$ は原点を静止自由表面 O におく船体固定座標である。

船は前後揺 η_1 、左右揺 η_2 、上下揺 η_3 と、重心 G のまわりの横揺 η_4 、縦揺 η_5 および船首揺 η_6 の 6 自由度の微小周期運動をしているものと仮定する。

船体は $G - x_b z_b$ 或は $O - xz$ 平面に関して左右対称であるから、6 つの運動を対称面内の縦運動 η_1, η_3, η_5 と横運動 η_2, η_4, η_6 の 2 グループに分けると、線型理論によれば各グループ内の 3 つのモードの運動は連成するが、グループ相互の連成作用は無い。また η_3 と η_5 の連成は強いが、それらと η_1 との連成は弱い。したがって、前後揺、上下揺と縦揺の連成運動、左右揺、横揺及び船首揺の連成運動の 3 グループに分けて取扱われる。

船体の動揺に基づく静水圧の変化による復原力

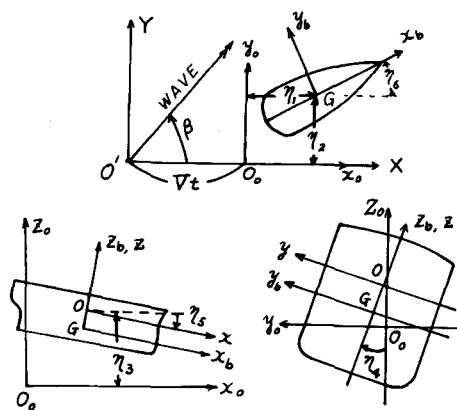


図-6 座 標 系

を一般に F_{kj}^S とすれば、変位 η_j が小さいときは

$$F_{kj}^S = -C_{kj} \eta_j \quad (32)$$

(10, 21)式から質量 M の浮体の 1 自由度の運動方程式は次式の形にかき表わすことができる。

$$M \ddot{\eta}_j = -A_{jj} \ddot{\eta}_j - B_{jj} \dot{\eta}_j - C_{jj} \eta_j + F_j^E$$

あるいは

$$(M + A_{jj}) \ddot{\eta}_j + B_{jj} \dot{\eta}_j + C_{jj} \eta_j = F_j^E \quad (33)$$

同様にして線型理論による船体運動方程式は次式で与えられる。^{1), 36)}

$$\begin{aligned} \text{Surge} : & (M + A_{11}) \ddot{\eta}_1 + B_{11} \dot{\eta}_1 = F_1^E \\ \text{Heave} : & (M + A_{33}) \ddot{\eta}_3 + B_{33} \dot{\eta}_3 + C_{33} \eta_3 + A_{35} \ddot{\eta}_5 + B_{35} \dot{\eta}_5 + C_{35} \eta_5 = F_3^E \\ \text{Pitch} : & (J_{55} + A_{55}) \ddot{\eta}_5 + B_{55} \dot{\eta}_5 + C_{55} \eta_5 + A_{53} \ddot{\eta}_3 + B_{53} \dot{\eta}_3 + C_{53} \eta_3 = F_5^E \\ \text{Sway} : & (M + A_{22}) \ddot{\eta}_2 + B_{22} \dot{\eta}_2 + A_{26} \ddot{\eta}_6 + B_{26} \dot{\eta}_6 + A_{24} \ddot{\eta}_4 + B_{24} \dot{\eta}_4 = F_2^E \\ \text{Roll} : & (J_{44} + A_{44}) \ddot{\eta}_4 + B_{44} \dot{\eta}_4 + C_{44} \eta_4 + A_{42} \ddot{\eta}_2 + B_{42} \dot{\eta}_2 + A_{46} \ddot{\eta}_6 + B_{46} \dot{\eta}_6 = F_4^E \\ \text{Yaw} : & (J_{66} + A_{66}) \ddot{\eta}_6 + B_{66} \dot{\eta}_6 + A_{64} \ddot{\eta}_4 + B_{64} \dot{\eta}_4 + A_{62} \ddot{\eta}_2 + B_{62} \dot{\eta}_2 = F_6^E \end{aligned} \quad (34)$$

但し M は船の質量、 J_{jj} は質量慣性モーメント、 A_{jk} は付加質量または付加慣性モーメント、 B_{jk} は減衰係数、 C_{jk} は復原力係数および F_j^E は波強制力またはモーメントである。

A_{jk} , B_{jk} については船速が零の場合は(23)式と同様 $A_{jk} = A_{kj}$, $B_{jk} = B_{kj}$ の関係が成り立つ。船速がある場合には少し異なった関係となるが、詳しくは文献(1)を参照されたい。

船速がある場合の船体に働く A_{jk} , B_{jk} , F_j^E などの厳密な計算法は未だ確立されていない。¹⁾ 現在は、ストリップ理論と呼ばれる近似理論が広く用いられている。

(2) ストリップ理論

この理論は船長 L が船幅 B , 吃水 d_0 に比べて十分長いとし、船体断面に働く流体力は隣接断面の影響を受けず、2次元解による流体力がその断面に働くとして、各断面の2次元流体力を船長方向に積分して船体に働く流体力を求めるものである。

静水面上を動揺しながら航走する船体の各断面に対する流体の y , z 方向の速度成分 v , w は^{1), 36)}

$$v = -(\dot{\eta}_2 - \overline{OG} \dot{\eta}_4 + x \dot{\eta}_6 - V \eta_6), \quad w = -(\dot{\eta}_3 - x \dot{\eta}_5 + V \eta_5) \quad (35)$$

2次元 radiationポテンシャル ϕ^R は v , w によるものと O の周りの横揺 $\dot{\eta}_4$ によるものから成り

$$\phi^R = \phi_s v + \phi_s w + \phi_4 \dot{\eta}_4 \quad (36)$$

とおくことができる。2次元解が

$$\phi_j^R = \phi_{sj} + i \phi_{Aj} \quad (j = 2, 3, 4) \quad (37)$$

の形で求められていれば、 ϕ^R は ϕ_{sj} , ϕ_{Aj} , x , V 等の既知の量と未知の量 η_j の関数として表わされる。

次に diffraction ポテンシアル ϕ^D は(20)式と同様、船体断面内の $-y$, $-z$ 方向の波粒子速度の平均値 $\bar{v}_1$, $\bar{w}_1$ を用いて次式で表わされる。

$$\phi^D = \bar{v}_1 (\phi_{S_2} + i\phi_{A_2}) + \bar{w}_1 (\phi_{S_3} + i\phi_{A_3}) \quad (38)$$

各断面の吃水 T および水線幅 $2b$ が波長に比べて十分小さいとし、近似的に $\bar{v}_1$ としては断面中心線上 $z=-T/2$ における値を、 $\bar{w}_1$ としては断面中心線上の $z=-T_m=S/2bT$ (S は水面下の断面積)における値を用いる。

水深無限大とすれば

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= -\zeta_a \cdot \omega \cdot \sin \beta \cdot e^{-K_0 T/2} \cdot e^{i(K_0 x_b \cos \beta - \omega_e t)} \\ \bar{w}_1 &= i \zeta_a \omega \cdot e^{-K_0 T_m} \cdot e^{i(K_0 x_b \cos \beta - \omega_e t)} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\omega_e \text{ は出会円振動数で, } \omega_e = \omega - K_0 V \cos \beta \quad (40)$$

入射波の速度ポテンシアルを ϕ^i とおけば、 ϕ^i と(37), (38)および(42)式とから船体表面に働く変動圧力 P は

$$P = -\rho g (\eta_s - x\eta_b + b\eta_t) - \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi^R + \phi^D) - \rho \frac{\partial \phi^i}{\partial t} \quad (41)$$

で与えられる。この圧力を船体断面の周囲で積分することによって断面に作用する流体力 f_2 , f_3 , f_4 を求めることができる。これらの力やモーメントを船長方向に積分して船体に働く流体力が得られる。その結果、例えば上下揺と縦揺の運動方程式は次式で与えられる。

$$M \ddot{\eta}_3 = \int_L f_3 \cdot dx, \quad J_{55} \ddot{\eta}_5 = - \int_L f_3 \cdot x \cdot dx \quad (42)$$

他のモードの運動方程式も同様の方法で求められ、(34)式の形に書き表わされる。(34)式中の A_{jk} , B_{jk} 等の計算式は複雑であるので紙面の都合上省略するが、文献(1)および(36)を参照されたい。

2次元 radiationポテンシアルの計算には日本では田才^{4), 5)}の方法が多く用いられる。これは図-7で z -平面内の浮体外部の流体域を単位円の外部に等角写像し、単位円の計算法²⁾を任意断面柱状体に拡張して計算する方法である。写像関数は

$$z = M_0 \left(\zeta + \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} / \zeta^{2n+1} \right) \quad (43)$$

但し $z = x + iy$, $\zeta = \xi + i\eta$, M_0 および a は常数である。

a_1 と a_3 だけを用いても船体の各断面形状を上手く近似できる場合が多い。この図形は研究者の名前をつけて Lewis formと呼ばれており、 a_1 と a_7 , a_1 と a_8 などによる写像図形と同様2-パラメーター族である。任意断面をより正確に表わす場合は n パラメーター展開を行なえばよい。³⁷⁾

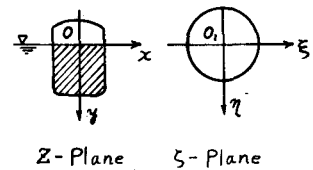


図-7 座 標 系

(3) 船の耐航性に関する諸量の計算

(34)式を解いて η_{ja} と ϵ_j ($j=1\sim 6$) が求められると、これらの値を用いて船体の任意の位置における動揺加速度、波との相対変位(これから船首底やプロペラの露出限界や甲板の冠水限界が求められる)および抵抗増加などが計算できる。また(41)式によって船体の没水表面に働く波浪変動圧が求まり、これより f_2 , f_3 および f_4 が得られる。

次に重心Gより x' の距りにある船体断面に働く上下、水平方向の剪断力および曲げモーメントを、それぞれ F_V , F_H , M_V , M_H , x_b 軸まわりの振りモーメントを M_T (実際は振り中心軸まわりの値が必要であるが、それも軸の位置が決まれば計算は容易である)とすれば、それらは次式によって計算される。

$$\begin{aligned} F_V &= \int_{\ell a}^{x'} (f_3 + f_{3I}) dx, & F_H &= \int_{\ell a}^{x'} (f_2 + f_{2I}) dx \\ M_V &= \int_{\ell a}^{x'} (f_3 + f_{3I})(x - x') dx, & M_H &= \int_{\ell a}^{x'} (f_2 + f_{2I})(x - x') dx \\ M_T &= \int_{\ell a}^{x'} (f_4 + f_{4I}) dx \end{aligned} \quad (44)$$

但し $|\ell a|$ は重心Gより船尾端までの距離。 f_{3I} , f_{2I} , f_{4I} は断面の慣性力および慣性モーメントである。すなわち、

$$f_{3I} = m(x)(-\ddot{\eta}_3 + x\ddot{\eta}_6), \quad f_{2I} = m(x)(-\ddot{\eta}_2 - x\ddot{\eta}_6), \quad f_{4I} = -m(x)p^2\ddot{\eta}_4 \quad (45)$$

(45)式で $m(x) = w(x)/g$ 。 $w(x)$ は座標 x における単位長さ当りの重量である。 p は各断面の重心Gまわりの横揺環動半径である。

$F_V \sim M_T$ は何れも出会周期で変動する荷重で、波高、船速 V 、波長 λ 、出会角 β の外に船長方向の重量分布 $w(x)$ によって異なる。

(4) ストリップ理論による計算結果

(a) 船体動揺の計算結果は、多くの場合模型船の水槽実験結果を上手く説明することができる。しかし横揺の計算においては次の方法が用いられている。

横揺の減衰モーメントはビルジキール等による粘性減衰および前進速度の影響を有するため、前述の理論計算で求めた造波減衰モーメントよりも一般に大きく且つ非線型である。現在多くの人々によってその合理的推定法が研究されている。実際には模型実験等で得られた減衰モーメントのデータを用いて B_{44} とし、 $B_{44}\dot{\eta}_4$ が非線型であっても η_2 , η_4 および η_6 は円振動数 ω_e の線型解を持つと仮定して繰り返し計算法で左右揺、横揺および船首揺の連成方程式を解いている。

(b) 変動水圧の計算は船首、船尾部や水線附近を除いて実験結果と大略一致する結果を与えている。³⁸⁾ また剪断力、曲げモーメントおよび振りモーメントの計算結果は短波長領域を除いて大略良好と言える。³⁹⁾ ストリップ法には今後改善されるべきいくつかの問題が残されているが、通常船舶の波浪中の応答の推定法として本法は十分実用に供されるものである。

3.2 半潜式海洋構造物

(1) 形状と運動力学的特徴

近年海洋油田の開発に伴い海底石油掘削リグが数多く建造された。これらリグは作業中は、なるべく定位置を保つ必要がある(許容水平移動距離は水深の5%以内)。而も通常船舶とは異なり移動性に乏

しいので、激しい海象に遭遇しても退避することが困難で、まともに風波に耐えねばならない事態がしばしば生じる。したがって、風、波浪に対する各種の動的応答の合理的推定が重要な課題である。

リグの中でも、その安定性能が良好なこと、および石油開発が深度の大きい海域に移ったことのため半潜式リグの需要が急増して来た。⁴⁰⁾

半潜式リグには図-8に示すように

(a) 複数の footing と column とから成る脚柱型 (SEDCO135 型など)

(b) 複数の lower hull 上に column を有するローハル型 (第2, 第3白龍号など)

の2種が代表的なものである。沖縄海洋博のアクアポリスは4個のローハルを有し、上記(b)の部類に入る海洋構造物である。

これら半潜式海洋構造物の形状と運動力学的特徴との関係は、

(i) 水線面積が小さく且つ浮力中心が水面下深い位置にあるので上下揺、縦揺、横揺の固有周期が大きく且つ波強制力が通常船舶よりも小さい。³²⁾

(ii) 上下揺の波強制力が零になる周波数が存在する。

波強制力が小さくても必ずしも動揺が小さいとは限らない。Haskind の関係からわかるように、造波減衰力は波強制力の2乗に比例する。したがって、粘性減衰力が小さい場合上下揺、横揺などの同調点における振幅と波振幅との比 η_{ja}/ζ_a が非常に大きくなるのが普通である。しかし同調点を離れた短波長波に対しては波強制力が小さい場合 η_{ja}/ζ_a は小さくなる。

実例では上下揺固有期 T_z が20秒以上で且つ、周期15秒程度の波に対して $\eta_{ja}/\zeta_a \leq 0.4$ とするのが設計の目安のようである。

以上のことから、半潜式構造物は実際の波浪

海面でエネルギー密度の大きい周期6秒~16秒の波に対する動揺応答が小さく、その結果不規則波中の動揺の平均振幅も小さくなる。半潜式構造物が Column Stabilized Structure と呼ばれるのは、このような運動力学的特徴をもっているためである。

(2) 規則波中の動揺と波浪荷重

図-8に見られるように複雑な形状であり3次元境界値問題として流体力を求めることが容易でないため、この場合にもストリップ理論がよく用いられる。

例えば田才他⁴¹⁾は、2個のローハルと8個のカラムとから成る半潜式構造物の動揺計算において次の近似法を用いた。

(a) ローハル断面の2次元付加質量に対する自由表面の影響は小さいとしてこれを無視し、無限流体中の値で近似する。またカラムについては Long Wave Concept を適用する。

(b) 部材間の流力的相互干渉は無視できると仮定する。

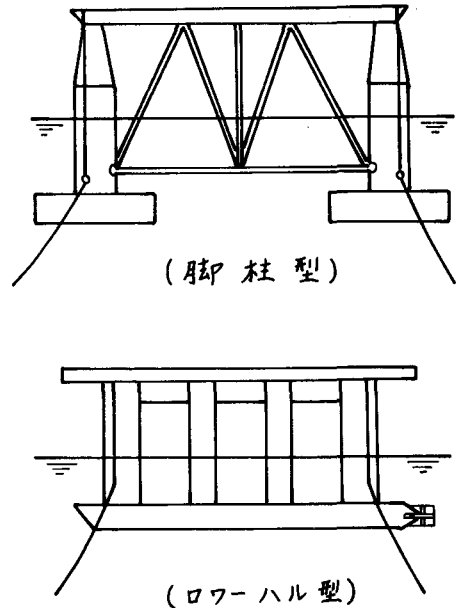


図-8 半潜式石油掘削装置

(c) 波強制力は質量力のみで近似する。

(d) 減衰係数は模型の自由動揺実験で得られた値を全周波数領域で使用する。

さらに線型ストリップ理論によって横波中の上下揺、左右揺および横揺を計算し、その結果が模型の水槽実験結果と大略一致するという結論を得ている。上下揺振幅の例を図-9に示す(模型の長さ L は 2.26 m であった)。

前述の(a), (b)および(c)の仮定は断面寸法に比べて波長が長く且つ、没水深度の大きい部材については合理的な近似で、Hooft⁴²⁾の研究にも用いられている。

(d)の近似法は同調周期のみの実験値を構造物毎に求めることであり、余り良い方法とは言えない。

次に文献(41)では十分には考慮されていない抗力(減衰係数の実験値には含まれている)および係留力の影響について以下考察しよう。

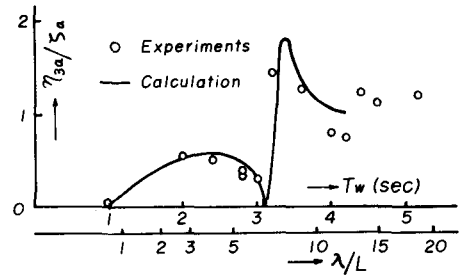


図-9 横波中の上下揺振幅特性

図-10に示すように、断面中心 O_1 を原点とし、部材の軸を z_1 とする部材固定坐標 $O_1-x_1 y_1 z_1$ を考える。 z_1 の位置における部材断面の構造物の6自由度の動揺によって生ずる x_1 および y_1 方向の変位をそれぞれ η_{x_1} , η_{y_1} , 速度を $\dot{\eta}_{x_1}$, $\dot{\eta}_{y_1}$ とし、波粒子速度の x_1 , y_1 方向成分の断面内の平均値を U_{x_1} , U_{y_1} とすれば、 x_1 及び y_1 方向の抗力 $f_{x_1}^V$ および $f_{y_1}^V$ は

$$\begin{aligned} f_{x_1}^V &= -\rho r C_D |\dot{\eta}_{x_1} - U_{x_1}| (\dot{\eta}_{x_1} - U_{x_1}) \\ f_{y_1}^V &= -\rho r C_D |\dot{\eta}_{y_1} - U_{y_1}| (\dot{\eta}_{y_1} - U_{y_1}) \end{aligned} \quad (46)$$

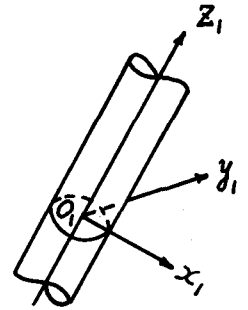


図-10 座標系

但し r は部材断面の半径、 C_D は抗力係数である。(46)式で $\dot{\eta}_{x_1} = \dot{\eta}_{y_1} = 0$ とおけば Morison の式の抗力となる。(46)式の力を全部材について積分することによって、動揺モードに対応する構造物全体に働く抗力 f_j^V が求められる。

次に係留力に関しては、係留索・鎖の張力の変化による復原力 $-G_j$ ($\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6$) をカタナリ理論その他で求めればよい。以上の力を考慮すれば構造物の運動方程式は(34)式の右辺に $-G_j$ と f_j^V を加えた形になる。これが係留浮体について粘性抗力まで考慮した運動方程式である。

係留浮体の場合、 G_j および f_j^V の力があるため6個の運動がすべて連成し、而も G_j , f_j^V は非線型であるので計算は面倒になる。計算と模型実験の比較については文献(32), (43)などを参照されたい。

係留力の動揺に与える影響は、スラック方式で係留されている場合には一般に小さい。^{32), 43)} しかしトート方式で係留されている場合、構造物の水平動揺は初期張力の大小と係留索の張り方によって左右される。

f_j^V が動揺に与える影響は文献(41)その他の結果から見て小さい。しかし構造物の小断面部材に働く荷重の計算には、これを考慮する必要がある。

図-10で部材断面に働く x_1 方向の波浪荷重 $f_{x_1}(z_1)$ は、断面の単位長さ当りの重量を $w_1(z_1)$

とすれば

$$f_{x_1}(z_1) = -\frac{w_1(z_1)}{g} \ddot{\eta}_{x_1} - a_1 \ddot{\eta}_{x_1} - b_1 \dot{\eta}_{x_1} + f_{x_1}^V + f_w e^{-i\omega t} \quad (47)$$

但し a_1 , b_1 は断面の2次元付加質量および造波減衰係数, $f_{x_1}^V$ は(46)式の抗力, f_w は波強制力である (b_1 は省略されうる場合が多い)。

吉田⁴⁴⁾ はフーティング付きカラム2個と梁や斜材とから成る単純な2次元弾性モデルについて, 田才と同様なストリップ法を用いて動揺や部材応力の計算を行い, 模型実験と比較して次の結果を得ている。

(i) 理論計算と実験結果とは良い相関を有する。

(ii) 動揺の同調時およびそれ以下の周波数領域では梁や斜材に働く軸力などの内力は小さい。むしろ2個の部材間隔 B が半波長 ($\lambda/2$) の奇数倍または偶数倍に等しいとき, すなわち, $\lambda = 2B/2n-1$ 又は $\lambda = 2B/2n$ ($n=1, 2, \dots$) の短波長の波が入射するときに軸力は大きい極大値を持つ。

以上のように浮遊構造物の場合には, 波高を一定にしたときに波浪荷重の最大値を与える波周期は流体力と慣性力それぞれの振幅と位相とによって決まり, 動揺振幅の最大値を生ずる波周期と一致するとは限らない。

ここで Morison の式³⁰⁾ の C_M と C_D について一言ふれておこう。定常流中の C_D の値はレイノルズ数に依存することは衆知の事実であるが, Keulegan と Carpenter⁴⁵⁾ は定常波の節に置かれた没水円柱に働く波力の計測値の解析から C_M と C_D を求め, それらが $\tau = U_m T/D$ (U_m = 波粒子の最大速度, T = 波周期, D = 円柱直径) に依存することを見出した。最近 Sarpkaya⁴⁶⁾ は正弦的な振動流中の円柱に働く力を計測して C_M , C_D を求めた。図-11に示すように両者によって得られた値は, $\tau > 15$ で C_M の値に差異がある外は非常に良く一致している。

Morison の式に依って小口径部材に働く波力を推定するとき, 例えば文献(47)のように $C_D = 0.6$, $C_M = 1.5$ の一定値を用いるか, 図-11の値を用いるか今後検討を要する重要課題であろう。筆者は水粒子が軌道運動を行う進行波中にある円柱の C_D , C_M を詳しく調べる必要があると考える。

以上半潜式構造物の波浪中の動揺および波浪荷重の推定法の現状をのべたが, 前述の抗力の研究は勿論のこと, 同調時の動揺推定を適確にし異常波浪時の復原性を把握するため減衰力の合理的な計算法の研究が促進される必要がある。

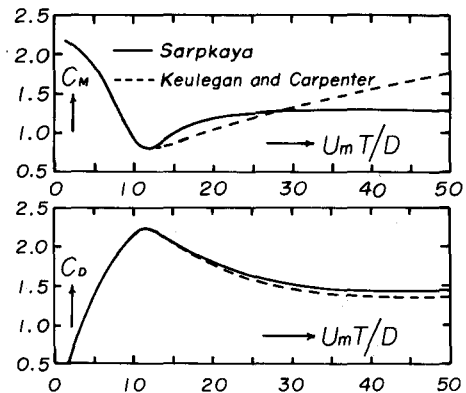


図-11 円柱の C_M と C_D

4 実海面における動揺および波浪荷重の推定

実際の波浪海面における浮遊構造物の動揺および波浪荷重を推定するには, 通常2つの方法が用いられている。

- (1) Regular Wave Concept
- (2) Spectral Analysis

(1)は次のような方法である。例えば北海などの荒海で使用する構造物の場合 100 年間に起り得る最大波高を推定する。この最大波高に対して波粗度が $\frac{1}{10}$ である周期の波、あるいはそれより周期の長い波を考え、最大周期 20 秒まで波長を変えて計算を行い、その中で最大の荷重を与えるものを設計波とする。⁴⁸⁾ この方法は固定構造物に働く波力の推定には有効であろうが、浮体の動揺や波浪荷重の推定にこの方法を適用すると誤った結果を導くに至ることは前章までの議論から明らかである。

船の波浪荷重についても、波長 λ は船長 L に等しく、波高 H は $L/20$ である規則波を設計波として計算していた。しかし 1953 年 St. Denis and Pierson の論文⁴⁹⁾ が発表されて以来、(2)のスペクトル解析の手法が発展し、荷重解析や作業効率の推定に用いられている。以下(2)の方法の概要をのべよう。

不規則波浪海面を微小振幅でランダムな位相を持つ多くの規則波の重畳されたものであるとし、その時間的変動量は正規分布に従う定常確率過程として近似する。

次に船体動揺あるいは波浪荷重の周波数応答は線型であるとし、 $\eta_j a / \zeta_a$, $F_{V a} / \zeta_a$ などの周波数応答関数を $H_{\eta \zeta}(\omega)$ とすれば、不規則波浪海面における動揺変位や波浪荷重のパワースペクトル密度関数 $S_{\eta \eta}(\omega)$ 及びその分散 $m_{0 \eta}$ は次式で与えられる。

$$S_{\eta \eta}(\omega) d\omega = |H_{\eta \zeta}(\omega)|^2 S_{\zeta \zeta}(\omega) d\omega, \quad m_{0 \eta} = \int_0^\infty S_{\eta \eta}(\omega) d\omega \quad (48)$$

但し $S_{\zeta \zeta}(\omega)$ は波のパワースペクトル密度である。

さらに応答の極大、極小値の確立分布が Rayleigh 分布に従うと仮定すれば、応答振幅の有義平均値やその他の期待値、あるいは応答の極大値がある一定値 A を超える回数と応答変動回数との比、所謂超過確率などを $m_{0 \eta}$ を用いて計算することができる。

これらの理論の有効性は模型船による水槽実験によって確かめられている。栖原他⁵⁰⁾ は、最大搭載重量約 19,000 吨の双胴型海洋構造物が建造後日本から印度へ曳行されるとき、構造物の動揺、部材に働く応力および構造物の極く近傍の海域の波浪（クローバーブイ使用）の同時計測を行った。横揺、縦揺、上下・水平加速度および縦曲げ応力等の計測値の解析結果と理論計算や水槽実験結果からの推定値と比較して、 $m_{0 \eta}$ は勿論のことパワースペクトルについても両者が良い一致を示す結果を得た。

以上は波浪海面が定常確率過程とみなされる 20～30 分間の所謂短期分布の推定である。しかし波浪の長期観測資料があれば、それに基づく長期予測、例えば大型船の場合船令 20 年間に経験する最大の荷重に相当するものとして長期の超過確率が $10^{-7} \sim 10^{-8}$ に対応する波浪荷重の値を比較設計値として用いることが行われている。^{51), 52)}

船の転覆に関して復原性に及ぼす運動の動的影響としては、横揺同調時の傾斜が考慮されている。これは我国の船舶復原性基準の考え方、横揺同調周期の規則波に対する応答を考えて復原性の限界を定めようとするものである。したがってこれは(1)の方法に属する。しかし復原性には他の動揺モードの影響も重要な場合があるため、転覆を不規則波中の現象としてとらえ、確率論的に取扱う研究を発展させる必要があろう。

何れにしても実海面における浮遊構造物の動揺および波浪荷重の推定にはスペクトル解析法が使用されることが望まれる。

5 結 言

波浪中の浮体に働く定常漂流力、低周波数変動力および波浪衝撃水圧などの非線型流体力推定法の現状は紙面の都合で割愛した。

前進速度を有する浮体に働く線型および非線型流体力のより合理的な推定法、ならびに非線型応答の統計的解析法の確立などは、今後に残された重要な課題である。

最後に、浮遊構造物の場合は波力のみならず動揺の精度良い推定がなされることが基本であることを付言して本稿を終る。

参 考 文 献

- 1) 田才福造, 高木又男, 規則波中の応答理論および計算法, 耐航性に関するシンポジウム, 日本造船学会, 昭44/7
- 2) Ursell, F., On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid, Q.J.M. and A.M., Vol.II, 1949
- 3) Ursell, F., On the Rolling Motion of Cylinders in the Surface of a Fluid, Q.J.M. and A.M., Vol.II, 1949
- 4) Tasai, F., On the Damping Force and Added Mass of Ships Heaving and Pitching, 九大応力研英文報告, Vol.VII, No 26, 1959
- 5) Tasai, F., Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillation of cylinders on the free surface, 九大応力研英文報告, Vol. IX, No 35, 1961
- 6) Grim, O., A method for more precise computation of heaving and pitching motion both in smooth water and in waves, J.S.T.G., 1961
- 7) Havelock, T.H., Waves due to floating sphere making periodic heaving oscillation, Proc.Roy.Soc., 1955
- 8) 大楠丹, On the Heaving Motion of Two Circular Cylinders on the Surface of a Fluid, 九大応力研英文報告, Vol.XVII, No 58, 1969
- 9) 大楠丹, Multihull Shipの波の中の運動について, 西部造船会々報第40号, 昭45
- 10) Barakat, R., Vertical Motion of a floating sphere in a sinewave sea, J. of Fluid Mech., No 13, 1962
- 11) 土岐直二, 横波中におかれた Lewis form 柱体に対する Diffraction Problem について, 日本造船学会論文集第133号, 昭48/6
- 12) 渡辺巖, 二次元物体まわりの変動圧計算法 — Ursell — Tasai 法の修正, 同上論文集第133号, 昭48/6
- 13) 井島武士, 有限水深域の構造物および浮体による波の変形(2次元および3次元問題), 土木学会夏期研集会議義集, 昭49/8
- 14) 井島武士, 吉田明德, 湯村やす, 有限水深域における楕円形浮体の3次元運動, 第21回海岸工学講演会論文集, 昭49
- 15) Garret, C.J.R., Wave forces on a circular dock, J. of Fluid Mech., Vol.46, Part 1, 1971

- 16) Gran, S., Wave Forces on Submerged Cylinders, OTC, 1973
- 17) Kohkinowrachos, K. and Wilckens, H., Hydrodynamic Analysis of Cylindrical Offshore Oil Storage Tank, OTC, 1974
- 18) 新井新一他, 箱型船の流体力について(第一報), 日本造船学会論文集第137号, 昭50/6
- 19) Bessho, M., Variational Approach to Study Ship Wave Problem, 8th Symp. on Naval Hydrodynamics, 1970
- 20) 水野俊明, 半没柱状体の左右揺れおよび横揺れについて, 日本造船学会論文集第127号, 昭45/6
- 21) 佐尾邦久, 前田久明, 黄宗屹, 軸対称柱体の上下揺れについて, 日本造船学会論文集第130号, 昭46/12
- 22) Frank, W., Oscillation of Cylinders in or below the Free Surface of Deep Fluids, Rep. of H.L., R.D.C., Oct. 1967
- 23) 前田久明, 任意船型におよぼす波の強制力について, 日本造船学会論文集第126号, 昭44/12
- 24) 高木幹雄, 浅水域における船体運動について(その1), 西部造船会々報第50号, 昭50/8
- 25) Faltinsen, O. and Michelsen, F.C., Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number, Int. Symp. on the dynamics of marine vehicles and structures in waves, Apr. 1974
- 26) Garrison, C.J. et al, Wave Forces on Large Volume Structures, OTC, paper No.2137, 1974
- 27) Bai, K.J., A Variational Method in Potential Flows with a Free Surface, Rep. No. NA72-2, College of Calif. Berkeley, 1972
- 28) 瀬戸秀幸, 山本善之, 有限要素法による定常波動問題の基礎的研究, 日本造船学会論文集第136号, 昭49/11
- 29) 高品純志, 藤野正隆, 山本茂, 有限要素法による流体力の計算例, 日本造船学会論文集第136号, 昭49/11
- 30) 別所正利, 動揺問題における波なし分布について, 造船協会論文集第117号, 昭40/6
- 31) 元良誠三, 小山健夫, 波によるHeaving及びPitchingの強制力をうけない船型について, 同上論文集
- 32) 田才福造, 波浪に対する浮遊構造物の動的応答, 第1回海洋工学シンポジウム, 日本造船学会, 昭49/11
- 33) Morison, J.R. et al, The forces exerted by surface waves on piles, Petroleum Trans, Vol.189, 1950
- 34) Maccamy R.C. and Fucks, R.A., Wave Forces on Piles: a diffraction theory, 水工水理学, 丸善, 1972
- 35) Reid, R.O., Estimation of Wave Forces on a Fixed Vertical Cylinder of Large Diameter, March 1960
- 36) 小林正典他, 船舶の耐航性に関する理論計算プログラム(その1 理論計算式)三井造船技報第82号, 昭48/4
- 37) Smith, W.E., Computation of Pitch and Heave Motions for Arbitrary Ship Forms, T.N.O. Rep. No.90 S, 1967

- 38) 日本造船研究協会第131研究部会, 波浪外力に関する水槽試験報告書, No 213, 昭50/3
- 39) 池上国広, 波浪中における船体振りモーメントおよび曲げモーメントの計測結果, 日本造船学会論文集第136号, 昭49/12
- 40) 為広正起, 半潜水式プラットホームの構造形状の変遷について, 第1回海洋工学シンポジウム, 日本造船学会, 昭49/11
- 41) 田才福造他, Semi-Submersible Catamaran Hullの規則波中の運動について, 西部造船会々報第40号, 昭45/7
- 42) Hooft, J.P., A Mathematical Method of Determining Hydrodynamically Induced Forces on a Semisubmersible, S.N.A.M.E., 1971
- 43) 日本造船学会第2回海洋工学シンポジウム — 浮遊構造物の係留問題を中心として —, 昭51/6
- 44) 吉田宏一郎, 石川邦照, 浮遊骨組構造の周期応答解析(続報), 日本造船学会論文集第138号, 昭50/12
- 45) Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H., Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, J.Res. National Bur. Standards, 60, 5, 1958
- 46) Sarpkaya, T., Forces on Cylinders and Spheres in a Sinusoidally Oscillating Fluid, Trans. of the ASME, March 1974
- 47) Exxon Production Research Company, Ocean Test Structure Technical Plan, Oct. 1974
- 48) Røren, E.M.Q. et al, Design of Gravity Structures, Second General Assembly of ECOR, Tokyo, May 1975
- 49) St. Denis, M. and Pierson, W.J., On the Motions of Ships in Confused Sea, S.N.A.M.E., No 61, 1953
- 50) Suhara, T. et al, Prediction of Motion and Strength of Floating Marine Structure in Waves, 九大応力研英文報告, Vol. XXII, No 69, Sept. 1974
- 51) 秋田好雄他, 船体縦強度解析に関するトータルシステム — タンカーの縦強度について — 日本造船学会論文集第135号, 昭49/6
- 52) 福田淳一, 船体の波浪荷重の設計値推定について, 日本造船学会誌No 549, 昭50/3