

沿岸の波の変形

酒 井 哲 郎

1 ま え が き

沿岸における波浪の変形として知られているものには、浅水変形、屈折、回折、海底摩擦による減衰、流れによる屈折、反射、砕波など数多くの現象がある。これらはいずれも海岸工学の分野では重要な課題である。これらすべてについて論じることが、著者の限界を越えるものであり、ここではとくに浅水変形、屈折、流れによる屈折、砕波について論じる。残された現象のうち、海底摩擦による波高の減衰の現象は、海岸に到達する波浪を量的に把握するためには不可欠であり、また回折および反射の現象は、沿岸に構造物たとえば防波堤、人工島などを築造する場合には重要な要素となることはいうまでもない。

ここで言う浅水変形は、水深変化による一次元的な波浪の変形を意味し、いわゆる shoaling と呼ばれる現象である。つぎに屈折は、平面的な水深変化にともなう波の進行方向の変化とそれにとまう波高変化の現象である。流れによる屈折は、流れによって波の進行方向が変化するという意味で平面的な水深変化によるいわゆる屈折と同じように呼んでいるが、波高の変化に関してはいわゆる屈折そのものとはかなり様相が異なる。最後に砕波であるが、ここでは、主に水深による波高の制限による砕波すなわち斜面上での砕波にかぎることとする。

2 沿岸における波浪の変形現象

2.1 浅水変形

浅水変形に関しては、理論、数値計算、実験・観測のいずれに関しても数多くの研究があり、実用に供しているものも数多い。理論的に浅水変形を扱うものには、よく知られているように波のエネルギーフラックスが水深が変化しても変化しないという仮定のもとづくもの（エネルギーフラックス法と呼ぶ）と、少なくとも水深の変化をある程度境界条件または運動方程式中で考慮して波の解を求め、その解の性質から浅水変形を議論するものがある。第1のエネルギーフラックス法には、それを与える波動解によって、微小振幅波理論によるもの、ストークス波理論によるもの¹⁾、著者らによるハイパボリック波理論によるもの^{2), 3)}などがある。これらについては、すでに1967年のこのシリーズ⁴⁾で述べられているが、ここでは、のちにとくにクノイド波理論の近似であるハイパボリック波理論を用いた場合について説明する。

一方、第2の方法すなわち水深が変化する浅海での波の解を求めて浅水変形を議論するものには、いわゆる微小振幅近似のもとづくものがいくつかあるが例えば^{5)~9)}、これらはむしろ波動解の誘導に重点が置かれ、具体的な浅水変形を議論するには至っていない。一方浅水近似のもとづく同様の研究もいくつかある^{10)~13)}。その中で浅水近似の他に微小振幅という仮定をもうけて解を求めたのが本間¹⁰⁾のものであり、有限振幅の効果を考慮したものが後の三つである。しかし、これらも具体的な浅水変形を議論するに至っていない。エネルギーフラックス法に比較して、斜面上での波の解を求める方法は、波形の変形および斜面の勾配の効果を明らかにできる点に特徴を有している。市栄¹¹⁾と同様の手法を用いて、浅水変形における波形の変形と底勾配の効果を議論したものに著者らの研究¹⁴⁾がある。この研究については

のちにのべる。なお最近、高次の浅水理論を用いて浅水変形を議論した首藤の研究¹⁵⁾があることを付記しておく。

つぎに、数値計算によって浅水変形を議論する方法は最近発展してきたものであり、一様勾配の海底の場合に、理論的に簡単に解の求まらない場合の代りの手法としての傾向がつよい。例えば、自由表面を有する流体の運動に対して開発されたMAC法を表面波について改良したSUMAC法を用いたChanら¹⁶⁾の一様勾配の斜面上を進行する孤立波の変形の研究がある。この方法では、水深方向に積分を行わないもとの運動方程式を用いるため、水深の変化する海底での条件は直接とり入れられている。一方、理論的取扱いにおいて述べた首藤¹⁵⁾と同様に、高次の浅水理論を用いその数値計算によって浅水変形を議論したものに土屋・安田¹⁷⁾がある。また最近水工学の分野でも使われはじめた有限要素法を用いて浅水変形を議論した研究もある¹⁸⁾。これら2種類の研究においては、運動方程式は水深方向に積分した形のものをを用いており、勾配を有する海底での条件は間接的にしか現れない。

2.2 屈折

つぎに、平面的な水深変化にともなう屈折に関しては、浅水変形の場合と同様な手法による分類を行なうとすれば、数値計算によるものしかないと言っても過言ではない。屈折の場合は平面的な海底形状が問題となるのであり、一次元的な水深変化の場合と異なり、具体的で複雑な海底形状に対しては本来理論的には解決が困難である。

従来屈折に関して金科玉条のごとくに用いられてきた手法は、平面的な水深の変化すなわち伝播速度（波速）の変化による波の屈折を幾何光学的な屈折として扱う考えに基づくものである。この考えでは各波向線を横切っての波のエネルギーの輸送はないと仮定し、隣り合う波向線の間の波のエネルギーフラックスは一定であると仮定する。電子計算機の使用が自由でなかった時期には上述の考えにもとづく屈折作図法が用いられたが、電子計算機の使用が一般的になり、Griswold¹⁹⁾がMunk and Arthur²⁰⁾の導いた波向線間隔係数に関する方程式を用いて波の屈折の計算を電子計算機で行なったのを契機として、波の屈折の計算は数値計算によるのが一般的となった。なお最近Skovgaard他²¹⁾は、数多くの波の屈折の数値計算に関する研究の内容についてとりまとめ、Giswold以来数多く発表された波の屈折の数値計算（例えばOrr and Herbiech²²⁾）において波向線間隔係数方程式の係数に誤りがあることを指摘している。

ところで上述の幾何光学的屈折理論においては、従来解決できない1つの重要な欠陥があった。それは、沖から進行してきた隣り合う波向線が岸に近づいて交差した場合に生じる。その場合隣り合う波向線の間を通しての波のエネルギーフラックスが一定であるという仮定からは、波高が無限大にならざるを得ず、そこで必ず碎波が生じることになる。また、球面浅瀬を通過する波を幾何光学的屈折理論で計算すると、浅瀬背後で波向線が交差し、いわゆる焦線（Caustic）を形成する。幾何光学的取扱いではこうした焦線上で波高が無限大となることになるが、実際には波高は有限の値となる。この問題を解決する手法として伊藤ら²³⁾が提案したのが数値波動解析法であり、波動方程式を直接差分法で解くもので、いわゆる回折効果を含めた屈折計算をすることになる。この方法に関しては後に述べる。

2.3 流れによる波の屈折

流れによる波の屈折の問題に関しても、上述の水深変化による屈折の場合と同様、その手法としては数値計算によらざるを得ない。ただし数値計算の手法も水深変化による屈折の場合ほど発展せず、最近まではArthur²⁴⁾の研究があっただけである。この研究では波は線型長波と仮定し、波高の変化は議論していない。河口付近の海浜変形などを議論する場合、流れによって波がどのように変形するかを把握

しない以上は正確な議論が出来ないことは明らかであり、この種の研究が待たれる。

上述の観点から、最近著者らは流れによる波の屈折の数値計算の手法を開発中である²⁵⁾。その場合とくに問題となるのは、流れに相対的な波速の扱いと、流れと波の非線型干渉を考慮した波高変化の計算である。波向線の計算に関しては、2.2で述べた幾何光学的屈折計算と類似の扱いをしている。これに関しては、あらためて述べる。

2.4 碎 波

碎波の現象は、波浪が沖から海岸に進入し変形した後の最終段階として現われるもので、波のエネルギーが集中するため、海岸構造物に作用する波力にしても、また海浜変形に対する影響力もきわめて大きい。そのため碎波は海岸工学という学問が発生して以来の課題であり、これまで数多くの研究がなされている。そのことは、1973年のこのシリーズ²⁶⁾に詳しく述べられている。その説明でもわかるように、その手法としては理論的なものもあるが、本来理論的には扱いの困難な現象であるために実験・観測にもとづくものが多い。

ところで碎波現象においては、最終的にはその内部機構すなわち水粒子速度場が上述の波力や海浜変形の問題に直接影響するわけであるが、従来は測定 of 困難さから十分に研究が進んでいなかった。最近著者らは、実験水槽の斜面上で碎ける波の水粒子速度場を測定した²⁷⁾。この研究は、現状では理論的に与えられない斜面上の碎波の水粒子速度場を、沖波波形勾配や底勾配などのパラメータを与えて決定する手法を実験的につくることを目的としており、これについてはのちに述べる。

なお碎波に関しては、これまでは規則波の碎波を扱ったものが大半であったが、不規則波の場合その浅水変形の過程において不規則波を構成する個々の波の一部が順次碎波するため、規則波と異なって碎波点を決定することができない。すなわち不規則波の場合、浅水変形の過程と同時に碎波による変形も生じ、不規則波の代表量たとえば有義波高などを変化させることになる。この問題に関して、最近合田²⁸⁾が不規則波の碎波変形のモデルを提案していることを付記しておく。

3 浅 水 変 形

ここでは、エネルギーフラックス法による浅水変形理論として、クノイド波理論の近似理論であるハイパボリック波理論を用いたもの^{2), 3)} および最低次の浅水理論を用いて斜面上の波の解を非線型効果を取り入れて求め、水深の減少によって波高が増大するとともに波形が前かがみで非対称になっていく現象および浅水変形における斜面の勾配の影響を議論したもの¹⁴⁾について紹介する。

3.1 エネルギーフラックス法による浅水変形 (ハイパボリック波理論)^{2), 3)}

すでに述べたように、1967年のこのシリーズ⁴⁾において、エネルギーフラックス法による浅水変形の扱いが詳しく紹介されており、エネルギーフラックスを与える理論として、微小振幅波理論、ストークス波理論およびクノイド波の近似表現であるハイパボリック波の第1近似式を用いたものが説明されている。その結果、ある程度沖波波形勾配が大きくなると、波高の実験値が微小振幅波理論による値より大きくなる傾向は、有限振幅波であるストークス波およびハイパボリック波の理論によって説明しえたが、この2つの理論の接続が問題であることが指摘され、ハイパボリック波の近似度を上げてエネルギーフラックスを計算することが今後の課題として残された。

いま、2次元の海浜 ($x-z$ 平面) を考えれば、平均の波のエネルギーフラックス $\bar{W}$ として、水深が変化しても波のエネルギーフラックスが一定であるという仮定は次式で与えられる。

$$\bar{W} = \bar{W}_0$$

(3.1)

ここで $\bar{W}_0$ は、深海における $\bar{W}$ である。

単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー $\bar{W}$ は、次式によって表わされる²⁹⁾。

$$\bar{W} = -\frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h}^{\eta} u \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} dz \cdot dt \quad (3.2)$$

ここで、 ρ は水の密度、 T は波の周期、 ϕ は速度ポテンシャル、 z および η は図-3.1 に示すように、静水面を原点として鉛直上向きにとった座標および静水面からの水位であり、 u は波の進行方向にとった座標 x の方向の水粒子速度成分である。(3.2) 式において、ベルヌーイの定理を用いると、 $\bar{W}$ は次式のように変形される。

$$\bar{W} = \frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h_t}^{\eta} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right\} \cdot u \cdot dz \cdot dt \quad (3.3)$$

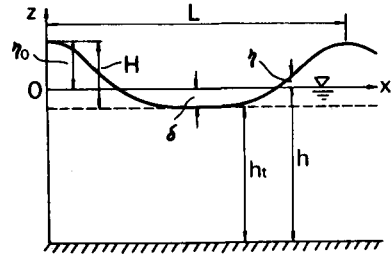


図-3.1 座 標 系

ここに、 h_t は図-3.1 に示すように底面から波の谷までの高さであり、 w は z 方向水粒子速度、 p は圧力である。ここでは、Laitone³⁰⁾ のクノイド波理論の初等関数表示であるハイパボリック波理論³¹⁾を用いて波のエネルギー・フラックスを計算することにする。

(H/h_t)³ 以上の高次の項を無視すると、ハイパボリック波の単位時間に単位幅を通過して輸送される平均のエネルギー $\bar{W}$ は、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{W} = & \frac{2}{3} \rho g H^2 \sqrt{g h_t} \cdot \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.1) 式の $\bar{W}$ として、クノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波理論のエネルギー・フラックスをあらわす(3.4)式を用いる。一方、深海での波のエネルギー・フラックス $\bar{W}_0$ としては、Méhauté and Webb¹⁾ の求めたストークス波の第3次近似解による次式を用いる。

$$\bar{W}_0 = \frac{\rho T^5}{32 \pi} \left(\frac{L_0}{T^2} \right)^4 \cdot \lambda_0^2 \left\{ 4 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \right\} \quad (3.5)$$

なお、 λ_0 は

$$\frac{3}{8} \lambda_0^3 + \lambda_0 = \pi \frac{H_0}{L_0} \quad (3.6)$$

で与えられる。ここで H_0 は沖波波高、 L_0 は沖波波長である。

結局、ハイパボリック波を用いたエネルギー・フラックス法による波の変形式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{H}{H_0} = & \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4}\right)^{1/3} \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{1/3} \left\{1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \left\{1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{-1/3} \\ & \times \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/3} \left\{1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2}\right)\right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t}\right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2}\right)\right\}^{-2/3} \end{aligned} \quad (3.7)$$

上式中で H/h_t は次式で与えられる。

$$\frac{h_t}{H} = \frac{h}{H} - \frac{\delta}{H} = \frac{h}{H} - \frac{H - \eta_0}{H} = \frac{h}{H} \left\{1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\} \quad (3.8)$$

ただし、 δ は波の谷からの静水面の高さを表わす(図-3.1 参照)。また K は $T\sqrt{g/h}$ および H/h と関係があり³¹⁾、 T は L_0 と関係する。さらに H/h は、

$$\frac{H}{h} = \frac{H}{H_0} \cdot \frac{H_0}{L_0} \cdot \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-1} \quad (3.9)$$

と書きかえられるから、(3.7)式の関係は、沖波波形勾配 H_0/L_0 をパラメータとして、 h/L_0 と波高比 H/H_0 の関係として与えられる。

(3.7)式は、(3.9)式でわかるように右辺に H/H_0 を含んでいるため、解析的には解けない。したがって電子計算機によって、くり返し計算をして H/H_0 の値を求めた。その結果を示したのが図-3.2の左側の曲線群である。これまで微小振幅波理論による曲線(図中一点鎖線で示した曲線)しかなかった沖波波形勾配 H_0/L_0 および h/L_0 がともに小さい範囲での、水深減少にともなう波高変

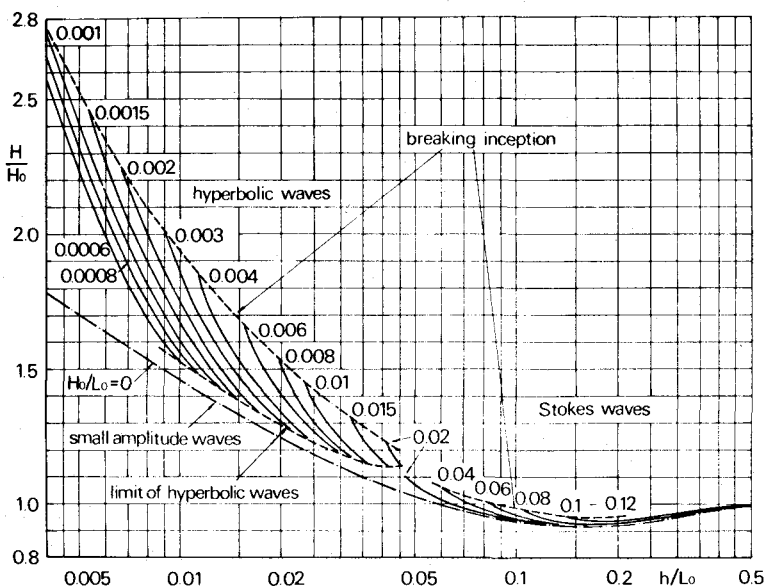


図-3.2 エネルギーフラックス法による波の浅水変形

$$\left. \begin{aligned} J_\nu(w) &\sim \sqrt{2/\pi w} \cdot \cos(w - \nu\pi/2 - \pi/4) : w \rightarrow \infty, \\ N_\nu(w) &\sim \sqrt{2/\pi w} \cdot \sin(w - \nu\pi/2 - \pi/4) : w \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

こうして求めた $\eta^{(1)}$ と $\eta^{(2)}$ から、 η の第2次近似解を求めると、結局次式で与えられる。

$$\eta/h_1 = 1/2 \cdot (H_1/h_1) \cdot (h_1/h)^{1/4} \cdot \cos\theta + \sqrt{2\pi} \cdot (h_1/L_0)^{1/2} \cdot i^{-1} \cdot (H_1/2h_1)^2 \cdot (h_1/h) \cdot \cos(2\theta + \delta) \quad (3.13)$$

$$\theta = 2\pi/T \cdot t + 2\pi \{ \sqrt{2/\pi} \cdot (h/L_0)^{-1/2} \} \cdot x/L_0 - \pi/4 \quad (3.14)$$

$$\delta = \pi/2 + \tan^{-1} \{ 3/10 \cdot \sqrt{2\pi}^{-1} \cdot i \cdot (h/L_0)^{-1/2} \} \quad (3.15)$$

上式中の h_1 は、この理論の適用しうる最大の水深であり、 H_1 はそこでの波高である。また、 $L_0 = gT^2/2\pi$ である。ただしこの場合には、水深 h_1 では (3.13) 式右辺の第2項は小さく無視しうるものとし、したがって、第1項の振幅の2倍を H_1 としている。

(3.13) 式からわかるように、線型解である右辺第1項の振幅は、水深 h の $1/4$ 乗に逆比例し、底勾配 i には無関係である。これは従来、反射および波のエネルギーの損失がない場合のきわめて緩やかな勾配上での長波の変形に関する Green の法則として知られているものに一致する。一方、非線型の効果を表わす第2項は、第1項とくらべて、その振幅は水深 h の1乗に逆比例し、水深の減少にともなう増加の割合が第1項よりはるかに大きい。さらに底勾配 i にも関係し、3.1のエネルギー・フラックス法では説明できない底勾配 i の影響については、 i に逆比例して振幅が増大することがわかる。さらに、第2項は第1項の $1/2$ の周期を有し、しかも δ だけ位相が進んでいる。(3.15) 式からわかるように、 δ は $\pi/2$ と $\tan^{-1} \{ (3/10) \cdot \sqrt{2\pi}^{-1} \cdot i \cdot (h/L_0)^{-1/2} \}$ とからなり、後者は水深の減少にともなう増加する。このことは、水深の減少にともなう、時間波形が、一様水深の波動理論のように対称ではなく、非対称な形になっていくことを示すと考えられる。

図-3.4は、(3.13) 式を用いて計算した一様勾配斜面上での水深減少による波形変化の一例である。(a) は適用範囲の最深点 $h/L_0 = h_1/L_0$ での波形である。(a) における $(\eta/H_1)_{max} - (\eta/H_1)_{min} = 1.0$ から、(b)、(c)、(d) と水深が浅くなるにつれて波高は増加し、(d) では2以上になっている。しかも、波形は、波の峯の前面がしだいにきりたち、後面ではしだいにゆるやかになって、非対称な前かがみの形になっていくことがわかる。

いま波高の変化に注目し、3.1で示したエネルギー・フラックス法によって求めた波の変形曲線(図-3.2)と同様に、横軸に h/L_0 、縦軸に H/H_0 をとって示した例が、図-3.5である。この例では $H_0/L_0 = 0.001$ で i をかえた場合である。ここで

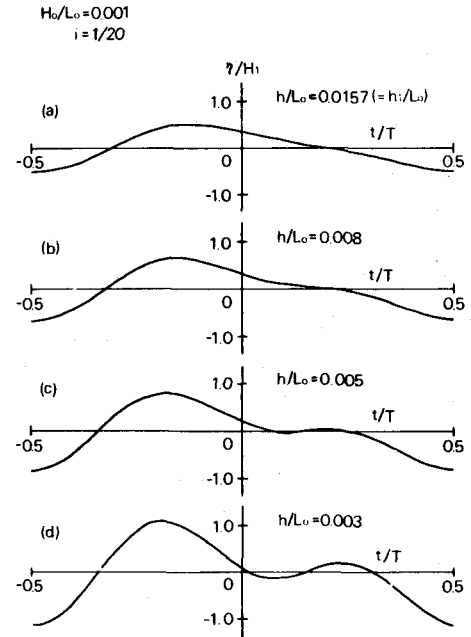


図-3.4 水深減少にともなう波形変化

示さなかった計算結果をも含めて、つぎのようなことが言える。同じ沖波波形勾配に対して、底勾配 i が小さいほど、波高増加の割合は大きい。この傾向は、(3.13)式の右辺第2項の係数に i^{-1} が含まれていることから予想できることである。つぎに、図-3.4に示した時間波形において、前面の谷から峯までの時間を t_c (図-3.6参照)として、 t_c/T の水深減少にともなう変化の例を示したのが、図-3.7である。この例では底勾配 $i=1/20$ の場合である。図から、水深の減少にともない t_c/T の値が減少し、波形が前かがみな非対称な形になっていくことが明らかである。図に示

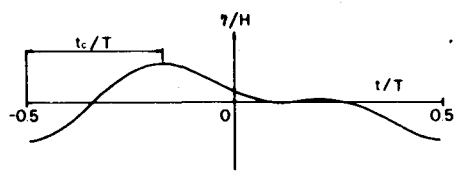


図-3.6 波形の非対称性のパラメータ t_c/T

した例をも含めて、同じ底勾配に対しては沖波波形勾配が大きいほど、また同じ沖波波形勾配に対しては底勾配が緩やかなほど同一の h/L_0 に対し波形がより非対称な前かがみの形になることが明らかにされた。

最後に、図-3.5に示した水深減少にともなう波高変化に及ぼす底勾配の効果について、著者が行なった実験結果と比較してみる。図-3.8 (1)~(3)は、順に底勾配が $1/30$ 、 $1/20$ および $1/10$ の場合の実験結果を、図-3.2と比較したものである。 $i=1/30$ の(1)の場合は、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波の理論曲線とくらべて、若干のばらつきはあるが、全体の傾向として、やや大きめにプロットされている。つぎに、 $i=1/20$ の(2)の場合の実験値を、理論値と比較した場合、実験誤差を考えれば、十分一致しているといえる。最後に $i=1/10$ の(3)の場合の実験値は、 $1/30$ の(1)の場合とは逆に、ハイパボリック波の理論値より小さく、その差異は、実験誤差以上のものである(たとえば、 $H_0/L_0=0.003$ の実験値と、 $H_0/L_0=0.002$ の理論曲線をくらべるとわかる)。すなわち、実験結果は、底勾配 i が緩やかなほど同じ沖波波形勾配に対して波高が大きくなることを示しているわ

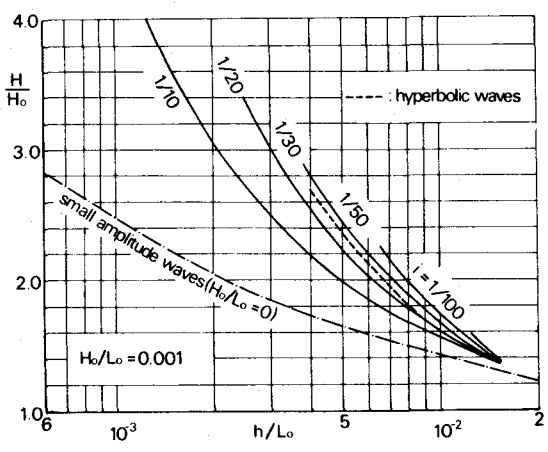


図-3.5 斜面上の浅水理論による波の変形 (波高変化におよぼす底勾配の影響)

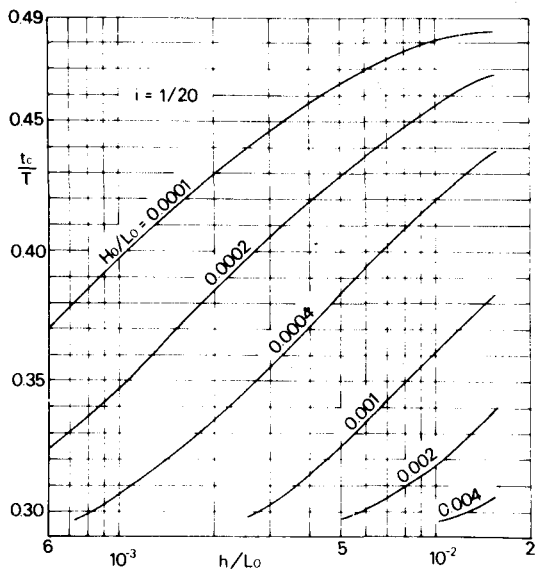
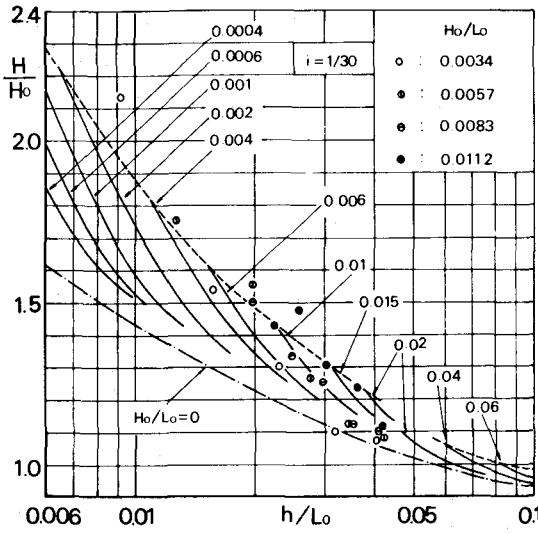
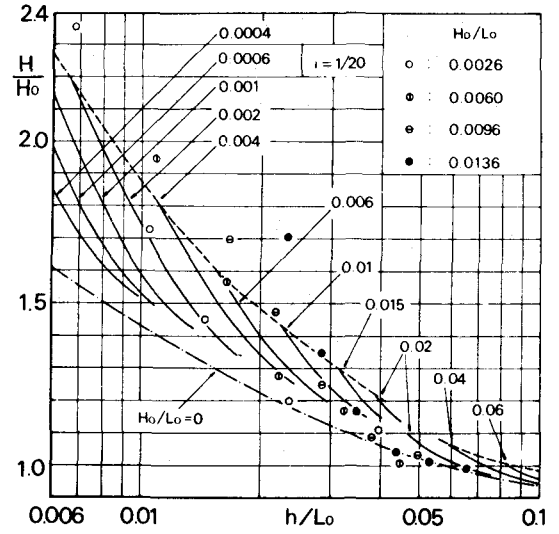


図-3.7 斜面上の浅水理論による波の変形 (波形の非対称化におよぼす沖波波形勾配の影響)



(1)



(2)

けで、この傾向は、斜面上の浅水理論における底勾配 i の影響と定性的に一致する。

4 新しい波の屈折の計算法²³⁾

2.2 で述べたように、従来波の屈折の計算に用いられてきた幾何光学的屈折理論では、波向線が交差した場合そこで波高が無限大になるという問題があり、その点を解決する方法として、伊藤ら²³⁾が数値波動解析法を提案した。ここではこの手法について紹介する。

この手法の基礎とする方程式は、一様水深での線型のオイラーの方程式である。すなわち、

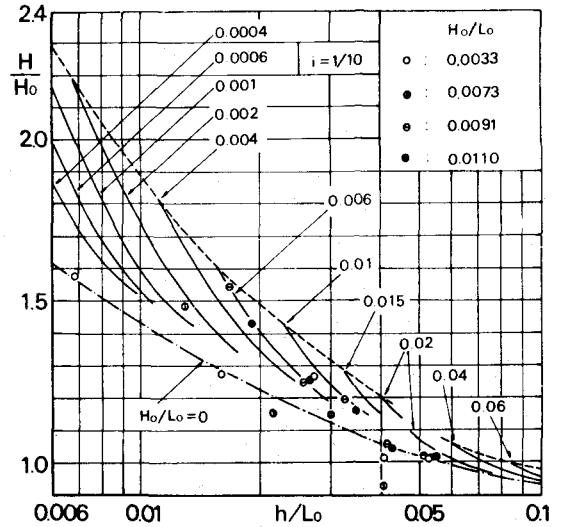
$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (4.1)$$

$$\text{一方、連続式は次式で与えられる。} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

さらに水面および底面 v の境界条件は、

$$p|_{z=\eta}=0, \quad w|_{z=\eta}=\partial\eta/\partial t, \quad w|_{z=-h}=0 \quad (4.3), (4.4), (4.5)$$



(3)

図-3.8 水深減少にともなう波高変化の実験結果

以上の式を、数値計算が容易に行なえるように変形する。その考えは、速度ポテンシャルとして $\cosh k(z+h)$ の形の z の関数形を与え、時間 t に関してはその関数形を与えない。最終的な形は、(4.3) ~ (4.5) 式の境界条件を考慮し、(4.1) の第1, 2式と(4.2)式から、水面における u , v である u_0 と v_0 および水位 η を用いて次式のように与えられる。

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_0}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{k} \tanh kh \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \quad (4.6)$$

(4.1) の第3式を用い、波動が周期 $T (=2\pi/\sigma)$ を有するとすると、波長 $L (=2\pi/k)$ との間に、微小振幅波の周知の関係、

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (4.7)$$

が成立する。(4.6)式は、一様水深での関係であるが、水深変化がゆるやかな場合にも成立するとし、水深 $h(x, y)$ の効果は(4.7)式によって波数 $k(x, y)$ として現われる。伊藤らの考えは、(4.6)式を直接差分法で解くもので、これは回折効果を含めた屈折計算をすることになる。

この場合、波速の変化にともなう波の屈折だけでなく、(4.7)式を通して水深変化にともなう波高の変化も含まれることになるが、(4.6)式は本来一様水深の場合の式であるため、波高変化の関係が3.1で述べた関係とは異なり、補正が必要となる。ここでは微小振幅の波を扱っているが、その場合の浅水係数は図-3.2の一点鎖線で与えられ、群速度の1/2 乗に逆比例することは周知のとおりである。ところがこの理論の場合には波速の1/2 乗に比

例することになる。そのため伊藤らは、群速度と波速の比の1/2 乗に逆比例する浅水度補正係数なるものを提案し、(4.6)式の数値計算から得られる見掛けの浅水係数に乘じることによってこの問題を解決した。

さてこの手法を球面浅瀬の問題に適用した例を示す。2.2で述べたように、球面浅瀬上を通過する波の変形を、従来の幾何光学的な屈折計算で扱うと、図-4.1 示したように、球面浅瀬の背後にいわゆる焦線が形成され、そこで波高が無限大になるが、実際には波高は有限な値を有する。伊藤らは、図-4.2に示されるような球面浅瀬をとりあげた。浅瀬の直径は、底面において波長 L_1 の4倍である。計算領域は、これを含んで $8L_1 \times 6L_1$ の領域であり、周辺に完全反射の仮想境界を設けている。

$x/L_1 = 8$ で x の負の方向に進行する波を与え、 $x/L_1 = 7$ まで波の先端が達したときを初期状態とし、 $x/L_1 = 0$ の仮

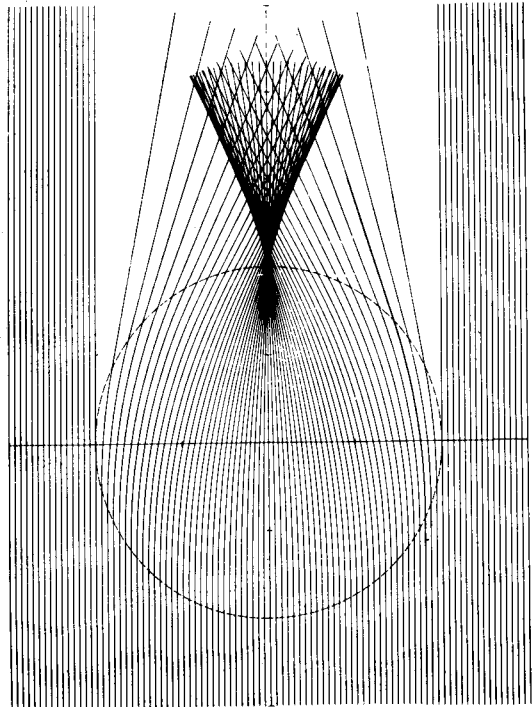


図-4.1 球面浅瀬による焦線の形成

想境界からの反射波が浅瀬にもどる以前に計算を終えた。一様水深領域の水深 h_1 と球面浅瀬頂点での水深 h_2 は、つぎのとおりである。

$$h_1/L_1 = 0.375, \quad h_2/L_1 = 0.125$$

格子間隔 $\Delta x, \Delta y$ および時間間隔 Δt は、つぎの値を用いた。

$$\Delta x/L_1 = \Delta y/L_1 = 1/15,$$

$$\Delta t/T = 1/24$$

図-4.3 は、 $y/L_1 = 3$ すなわち球面浅瀬の頂点を通る波の進行方向の線上に沿う波高分布を示したものである。図中 H_1 は入射波高であり、実線は浅水係数を補正したもの、点線は補正をしないものである。一方、伊藤らが行なった3種類の波形勾配の実験値も示されている。図から明らかなように、理論曲線は実験値の傾向をほぼ説明し、 $x/L_1 \approx 2.8$ 付近で H/H_1 が最大の値2程度になることを説明している。

また図-4.4 は $x/L_1 = 3$ における y 軸方向の波高分布を示したもので、理論値は実験値をよく説明している。

5 流れによる波の屈折²⁵⁾

Longuet-Higgins and Stewart は²⁶⁾ 流れによる波の変形を扱った論文の中で、波長や波の進行方向の変化は運動学的な変化であるのに対して、波高の変化に関しては、Johnson²⁸⁾ に代表されるそれまでの扱いは、波と流れは干渉せず、波のエネルギーは単に群速度 c_g と流速 U のベクトル和で輸送されるという仮定に基づいて計算がなされており、これは誤りであることを指摘している。すなわち波のエネルギーは $c_g + U$ で輸送される以外に、流れは波に対して単位長さ当り $S_x \cdot \partial U / \partial x$ の割合で仕事をし、これまでは

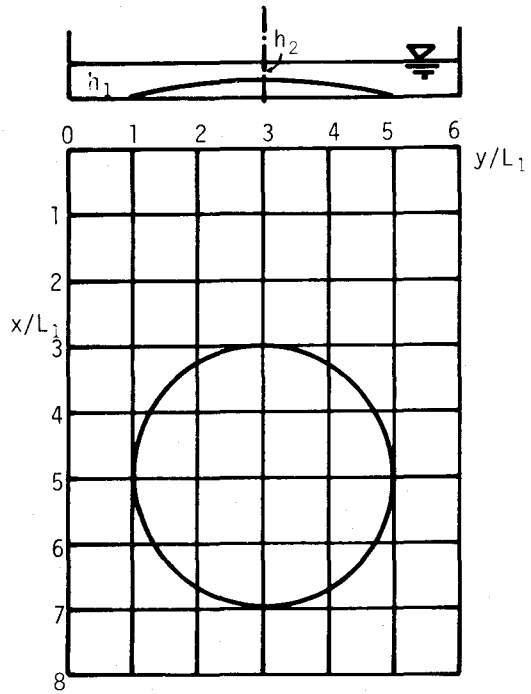


図-4.2 計算の対称とした球面浅瀬

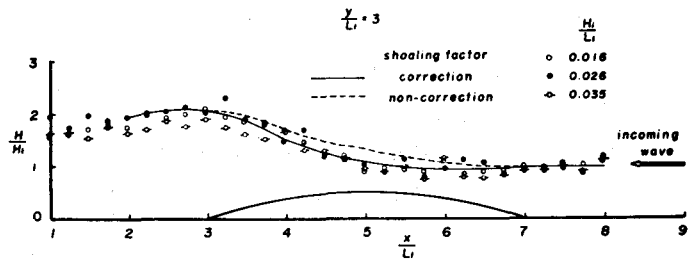


図-4.3 波高分布の比較(1)

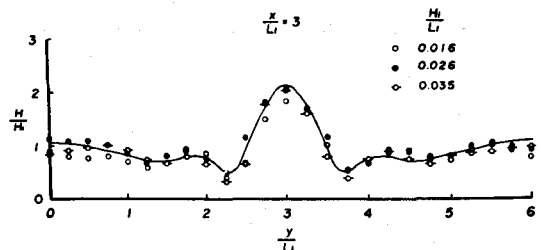


図-4.4 波高分布の比較(2)

radiation stress S_x に関する項 $S_x \cdot \partial U / \partial x$ が看過されていたことを指摘した。彼らは改めてこの項を含め、きわめて単純なケースについて理論的に波高変化を求めている。

水深変化による波の屈折の場合と同様、具体的な海岸において流れによる波の屈折を議論する場合には、流れのパターンが複雑なため、数値計算を行なう必要がある。ここでは、radiation stress による波と流れの非線型干渉をも考慮した流れによる波の屈折計算の手法について著者らが開発中のもの²⁵⁾について述べる。なおここで述べる手法は、4 で述べた水深変化による波の屈折に関する幾何光学の手法と本質的には同じである。

いま図-5.1 のように座標系をとると、平面的な水深変化と流れによる波の屈折はつぎのように与えられる²⁴⁾。

$$dx/dt = u + c_* \cos \theta, \quad dy/dt = v + c_* \sin \theta \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} d\theta/dt = & (-\partial u / \partial y \cdot \cos \theta + \partial u / \partial x \cdot \sin \theta) \cos \theta \\ & + (-\partial v / \partial y \cdot \cos \theta + \partial v / \partial x \cdot \sin \theta) \sin \theta \\ & + (-\partial c_* / \partial y \cdot \cos \theta + \partial c_* / \partial x \cdot \sin \theta) \end{aligned} \quad (5.2)$$

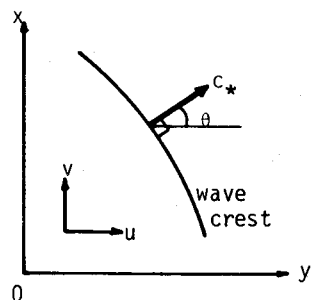


図-5.1 座 標 系

すなわち、(5.1) 式で与えられる径路に沿って進行する仮想的な点Pから見た、波の峯線に直交する方向とx軸とのなす角度 θ の時間的变化は、(5.2) 式で与えられる。ここで c_* は流れに対する相対的な波の位相速度である。流れがない水深の変化のみによる屈折の場合は、(5.2) 式の右辺の第3項のみとなり、しかも c_* は静水中の波の位相速度すなわち波速 c となる。

流れに対する相対的な位相速度 c_* は、次式で与えられる³⁴⁾。

$$c_*^2 = \left(\frac{L_*}{T} - u \cdot \cos \theta - v \cdot \sin \theta \right)^2 = \frac{gL_*}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi h}{L_*} \right) \quad (5.3)$$

ここで L_* は流れによって変化した波長である。すなわち c_* は L_* と微小振幅波の波速の関係にあり、 L_* は波の峯線に直交する方向 θ がわかってはじめて求められるもので、屈折計算以前には求められない。水深のみの変化による屈折計算では、波の周期と水深が与えられれば c_* (≡ c) は屈折計算の以前に求まり、前もって与えることができる。この相違は、流れによる波の屈折の計算を面倒にする1つの原因となる。

つぎに、波による屈折にともなう波高の変化について述べる。すでに述べたように、この場合には流れと波の非線型干渉を考慮しないと、波高の変化を正しく見積もれない。流れが存在する場合の定常状態での波のエネルギーの平衡式は、波高の2次のオーダーで次式のように与えられる³²⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \{ E (c_{g*} \cos \theta + u) \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ E (c_{g*} \sin \theta + v) \} + S_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} \\ & + S_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + S_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + S_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

ここで c_{g*} は流れに相対的な波の群速度で、次式で与えられる。

$$c_{g*} = \frac{c_*}{2} \left\{ 1 + \frac{4\pi h}{L_*} \operatorname{sech} \left(\frac{4\pi h}{L_*} \right) \right\} \quad (5.5)$$

また E は波のエネルギーで $1/8 \cdot \rho g H^2$ (H : 波高) である。 $S_{xx} \sim S_{yy}$ は、いわゆる "radiation stress" で、次式で与えられる。

$$S_{xx} = \frac{Ec_*}{c_*} g_* \cos^2 \theta + \frac{E}{2} \left(\frac{2c_*}{c_*} g_* - 1 \right),$$

$$S_{xy} = S_{yx} = \frac{Ec_*}{c_*} g_* \cos \theta \cdot \sin \theta, \quad (5.6)$$

$$S_{yy} = \frac{Ec_*}{c_*} g_* \sin^2 \theta + \frac{E}{2} \left(\frac{2c_*}{c_*} g_* - 1 \right)$$

この式を数値計算するのに、(5.1)、(5.2)式の波の屈折の計算と同様の手法を用いる。すなわち、(5.4)式を変形すると、次式のようになる。

$$(u + c_{g*} \cos \theta) \frac{\partial E}{\partial x} + (v + c_{g*} \sin \theta) \frac{\partial E}{\partial y} = -F(u, v, c_*, c_{g*}, \theta) \cdot E \quad (5.7)$$

ここで、 $F(\quad)$ は(5.6)式を用いると次式のように表わすことができる。

$$F = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial c_{g*}}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial c_{g*}}{\partial y} \sin \theta + \left\{ \frac{c_{g*}}{c_*} \cos^2 \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{2c_*}{c_*} g_* - 1 \right) \right\} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$+ \left(\frac{c_{g*}}{c_*} \cos \theta \cdot \sin \theta \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left\{ \frac{c_{g*}}{c_*} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{2c_*}{c_*} g_* - 1 \right) \right\} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.8)$$

一方、定常状態を考えているから、

$$dx/dt = u + c_{g*} \cos \theta, \quad dy/dt = v + c_{g*} \sin \theta \quad (5.9)$$

で与えられる径路にそう時間的变化は、次式のように与えられる。

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u + c_{g*} \cos \theta) \frac{\partial}{\partial x} + (v + c_{g*} \sin \theta) \frac{\partial}{\partial y}$$

$$= (u + c_{g*} \cos \theta) \frac{\partial}{\partial x} + (v + c_{g*} \sin \theta) \frac{\partial}{\partial y} \quad (5.10)$$

したがって、(5.7)式はつぎのように変形できる。

$$dE/dt = -F(u, v, c_*, c_{g*}, \theta) \cdot E \quad (5.11)$$

(5.9), (5.11)式は、屈折計算における(5.1), (5.2)式に対応する。このように、波高の変化は、前述の波の峯に直交する方向の変化の計算と同様の手順で行なえることがわかる。ただし、その径路が異なり、 c_* のかわりに c_{g*} となっている。もちろんこの場合にも(5.2)式の計算の場合と同様の問題がある。すなわち、 $F(\quad)$ の中には、 c_* および c_{g*} が含まれており、これらの量はすでに述べたように θ が求まればはじめて計算しうるものである。

具体的な数値計算においては、まず、(5.1)式の径路にそう(5.2)式によって与えられる θ (波の峯線に直交する方向であって、波の進行方向とは異なる)の変化を計算する。水深のみの変化による幾何光学的数値計算と同じく、領域を適当な間隔の格子網で分割し、領域境界から(5.1)式の径路にそって θ の変化を計算する。ところで前述の問題、すなわち(5.1), (5.2)式中の c_* およびその x, y 方向の微係数が、前もって与えられないという問題をつぎのように考える。すなわち、(5.1)式の時間ステップ Δt を十分小さくすれば、 Δt 時間の間に進む距離はわずかであるから、その間での θ の変化も小さいと考えられる。したがって、(5.2)式の計算では、水深のみの変化による屈折計算と同様に、まず前のステップで求められた位置 x_0, y_0 での θ_0 を用いて、(5.3)式からまず L_* を求めさらに c_* を求める。この場合、実際には c_* は位置 x_0, y_0 を含む正方形格子の4隅の位置で求め、それらから x_0, y_0 での c_* 、 $\partial c_*/\partial x$ 、 $\partial c_*/\partial y$ を内挿する。これらの値を用いて仮りの位置 x'_1, y'_1 に進み仮りの $\Delta\theta'$ を求めて、仮りの θ'_1 を次式で与える。

$$\theta'_1 = \theta_0 + \Delta\theta/2 \quad (5.12)$$

つぎに、仮りの位置 x'_1, y'_1 において $\theta_0 = \theta'_1$ として同様の計算をして $\Delta\theta$ を求め、最終的な新しい θ_1 は次式で与える。

$$\theta_1 = \theta'_1 + \Delta\theta/2 = \theta_0 + 1/2 \cdot (\Delta\theta' + \Delta\theta) \quad (5.13)$$

また新しい位置 x_1, y_1 は、(5.1)式の θ としてこの θ_1 を用いて計算する。このようにして、全領域について θ を計算し、計算機に記憶させる。

つぎに(5.9)式の径路にそう(5.11)式の計算を行なう。この場合、 θ はすでに全領域にわたって計算されている。まず前のステップで求められた位置 x_0, y_0 (この位置は一般に前述の屈折計算(θ を求める計算)における x_0, y_0 とは異なる)においての θ を、すでに計算された θ のうち x_0, y_0 に最も近い3点を選んでそこでの θ の値から内挿した。この θ を用いれば、(5.5)式から c_{g*} が求められる。ただしこの場合も x_0, y_0 を含む格子の4隅での値から内挿する。こうして(5.9)式の径路にそって波のエネルギー E が計算され、したがって波高 H が求められる。

いま、Longuet-Higgins and Stewart³²⁾の理論計算結果と比較のために、図-5.2のような領域(一様水深30m)と流れのパターンを考える。波の周期が5 secとして、この場合の数値計算結果が図-5.3である。図中には、2本の(5.1)式の径路("ray"と呼ぶ)と2本の(5.9)式の径路("energy ray"と呼ぶ)が描かれている。流れのパターンは x 方向に変化がないから、波の変形も x 方向には変化しない。2本のrayは、上述の流れに相対的な c_* および c_{g*} を用いて計算した場合(ケース(1))と、これらを夫々 c および c_g すなわち流れの効果を無視した水深で決まる微小振幅波の波速および群速度を用いた場合(ケース(2))のものであり、最終スラップには夫々 θ の値を書いている。

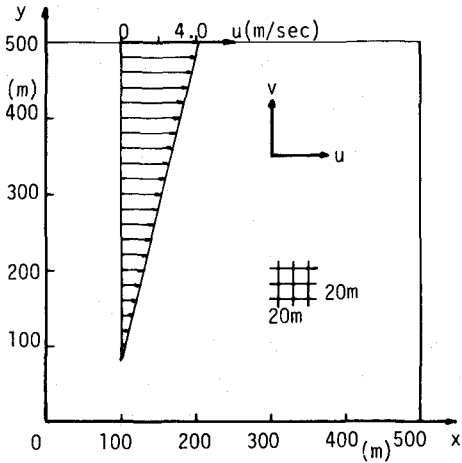


図-5.2 計算領域と流れの分布

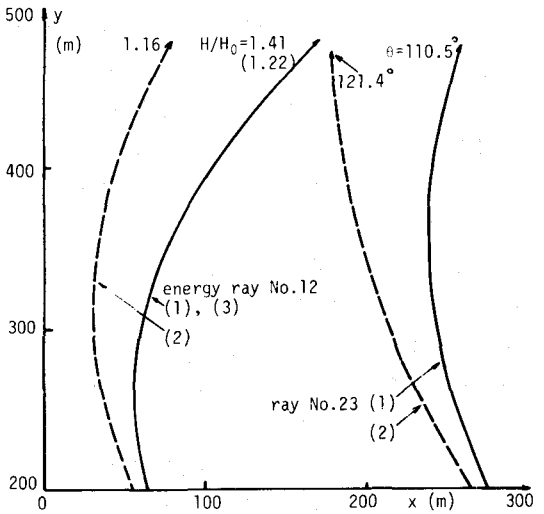


図-5.3 流れによる波の屈折の計算結果

初期すなわち $x=0$ の線上では $\theta_0=135^\circ$ (x 軸の正の向きから反時計回りに) であったのに対し、

ケース(1)では 110.5° 、ケース(2)では 121.4° となっている。一方、Longuet-Higgins and Stewart の深海における理論結果では、波の峯線に直交する方向 θ は、次式で与えられる。

$$\sin \theta = \sin \theta_0 / \{1 - (u/c_0) \sin \theta_0\}^2 \quad (5.14)$$

ただし、この場合の θ は y の正の軸から反時計回りにとられている。したがって、 $\theta_0=45^\circ$ 、また流れのない場合の深海波の波速は $c_0 = g/2\pi \cdot T = 7.80 \text{ m/sec}$ である。最終ステップの位置での $u = -3.65 \text{ m/sec}$ (図-5.1 と x 軸の正の向きが逆) を (5.14) 式に代入すると結局 $\theta = 113^\circ$ となる。この値は上述の数値計算におけるケース(1)の値にほぼ一致しており、流れに相対的な波速に対する流れの効果が無視しえないことを示している。

一方2本の energy ray は、 c_* 、 c_{g*} を用い radiation stress の項を考慮したもの(ケース(1))と c_* 、 c_{g*} のかわりに c 、 c_g を用いたもの(ケース(2))および radiation stress の項を無視したもの(ケース(3))(energy ray の位置はケース(1)と変わらない)である。これらの3つのケースの最終ステップにおける波高 H (入射波高 H_0 は 1 m) は、順に 1.41 m 、 1.16 m 、 1.22 m (energy ray で()して示したもの)となる。一方、Longuet-Higgins and Stewart の理論計算では、波高比は次式で与えられる。

$$H/H_0 = (\sin 2\theta_0 / \sin 2\theta)^{1/2} \quad (5.15)$$

この式から H を計算すると結局 1.2 m となり、結果的には radiation stress を無視した場合の数値計算結果に近い値となる。このことは、波高の変化の数値計算において問題があることを意味しており、現在検討中である。検討の結果 F を与える (5.8) 式に誤りがあることがわかった。付録を参照されたい。

6 斜面上の碎波の水粒子速度場^{27), 36), 38)}

2.4で述べたように、碎波は海岸構造物に作用する波力および海浜変形に対する影響力といった面から、多くの研究がなされているが、これまでは主に碎波型式や碎波指標といった問題にかぎられ、直接問題となるその内部の水粒子速度場に関しては計測の困難さから、ほとんど研究がなされていなかった。最近著者らはこの問題に関して一連の実験的研究を行なっているので、ここで紹介する。

実験は、実験水槽に設置された斜面（勾配は1/10, 1/20, 1/30の三種類）上で碎ける周期波の水平方向水粒子速度を対象として行なわれた²⁷⁾。水粒子速度の測定は、碎波点近傍に直径約2mmの中立粒子を投入し、その運動を水槽側面から476コマ/secの高速度で16mmカメラによって撮影し、その軌跡を読みとって求めた。波の周期および一様水深部での波高を変え、沖波波形勾配を0.005~0.074の範囲で変化させた。測定は、碎波点を波の峯が通過する位相と谷が通過する位相で行なわれ、同時に碎波点での水位の時間変化をも測定した。とくに波の峯の位相での水平方向水粒子速度の鉛直分布に関して、従来の一様水深での有限振幅波理論すなわち波速の第1および第2定義によるストークス波理論³⁶⁾およびLaitone³⁰⁾のクノイド波理論に碎波点での水深 h_b 、波高 H_b を与えて求めた理論値と比較したところ、クノイド波の理論値の鉛直分布はその勾配が急すぎ、また2種類のストークス波理論のそれは、鉛直分布の勾配は実験値のそれに近いが、値そのものはかなり大きいことが小かった。

そこでまず碎波の峯および谷の位相における水平方向水粒子速度の鉛直分布のパターンを、従来の碎波型式を分類する底勾配および沖波波形勾配と関連づけてみた。その結果、無次元化された鉛直分布、すなわち峯の位相に関しては $(z+h_b)/(\eta_c+h_b)$ と $u_c/\sqrt{gh_b}$ また谷の位相に関しては $(z+h_b)/(\eta_t+h_b)$ と $u_t/\sqrt{gh_b}$ の関係で示された鉛直分布のパターンは、底勾配と沖波波形勾配によってほぼ決定されることがわかった（ここで、 η_c ：静水面からの峯高、 η_t ：静水面からの谷の高さ（ <0 ））。このことは、碎波の水粒子速度場が碎波型式さらには碎波波形によって支配されていることを示唆するものと考えられる。

上述の観点から、岩垣・酒井³⁶⁾は、水面波形から内部の水粒子速度場を表現するという考えにもとづくDean³⁷⁾の流れ関数を用いて、碎波の水粒子速度の実験値を説明することを試みた。この流れ関数は、一様な水深 h を一定の波速 L/T で変形せずに伝播する波を、波速と同じ速度で運動する座標系（ $x-z$ ）から見て表現するもので、次式で与えられる。

$$\phi = \frac{L}{T} z + \sum_{n=4,6,8,\dots}^{N=-1} \sinh \frac{(n-2)\pi(h+z)}{L} \times \left\{ X_n \cos \frac{(n-2)\pi x}{L} + X_{n+1} \sin \frac{(n-2)\pi x}{L} \right\} \quad (6.1)$$

上式は、 $\pi/2$ だけ位相差のある $\cos$ と $\sin$ の2種類の項を考慮することによって波形の非対称性を表現している。この考えを適用しようとしている対象は斜面上の碎波であり、波形が進行とともに変化する波であるが、ここでは、この流れ関数が波形の非対称性を表現できることに注目して適用を試みるものである。水面での流れ関数の値 $\phi(x, \eta) \equiv X_s$ とおくと、波形 η は次式で与えられる。

$$\eta = \frac{T}{L} X_s - \frac{T}{L} \sum_{n=4,6,8,\dots}^{N-1} \frac{\sinh \frac{(n-2)\pi(h+\eta)}{L}}{L} \times \left\{ X_n \cos \frac{(n-2)\pi x}{L} + X_{n+1} \sin \frac{(n-2)\pi x}{L} \right\} \quad (6.2)$$

まず T ($\equiv X_s$) の初期値として、時間波形の記録から読みとった波の周期を与え、 L ($\equiv X_1$) の初期値として微小振幅波の波長を与える。残りの未知数 $X_s \sim X_N$ の初期値は、一周期の位相を I 個の離散値 i に分割し、実測波形 η_{mi} と (6.2) 式の理論波形 η_{pi} の不一致の程度を

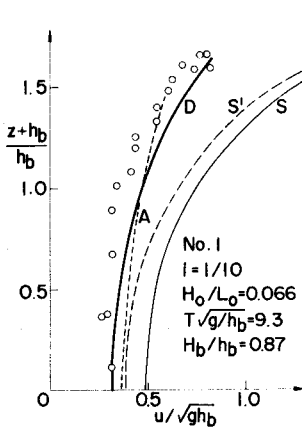
$$E_2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\eta_{mi} - \eta_{pi})^2 / I \quad \text{として、この } E_2 \text{ が最小になるように決める。} \quad (6.1) \text{ 式からわか}$$

るように、 ϕ はラプラスの式を満たし、また海底での境界条件 (ただし一様水深として) および水面での運動学的条件を満たす。最終的な X_n ($n=1 \sim N$) の値は、水面での力学的境界条件を表わす水面でのベルヌーイの式 ($p=0$, $z=\eta$ として) の右辺の定数 Q の一周期にわたる変動の程度を表現する

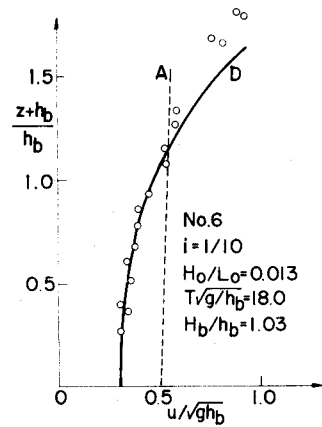
$$E_1 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (Q_i - \bar{Q})^2 / I, \quad (\bar{Q} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I Q_i / I) \quad \text{と } E_2 \text{ の和を最少にするように繰り返し計算を行な}$$

って決定する。

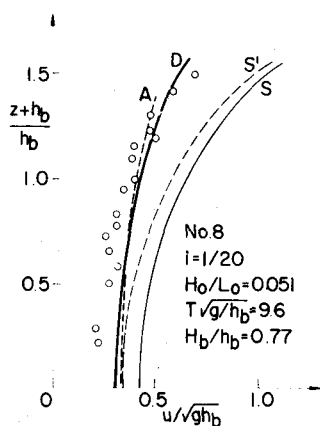
図-6.1 は、以上の計算によって求められた Dean の流れ関数から計算した碎波の峯の位相での水平方向水粒子速度の鉛直分布 (添字 "D" のついた実線) を実験値と比較した例を示したものである。なお No.6 と 22 の場合はストークス波の理論値が発散したために示していない。また添字 "A" のついた細い点線は微小振幅波理論によるものである。図から明らかなように、微小振幅波および 2 種類の波速の定義によるストークス波の理論値 (添字 "S" および "S'" のついた細い線) にくらべて、流れ関数によるものは実験値をよく説明している。Dean の流れ関数は一様水深での波形の変化しない波を表現するものであるが、実験波形と一致させることによって、その内部の水粒子速度場をある程度説明しえるとい



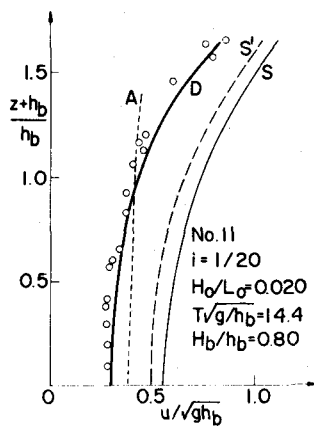
(1)



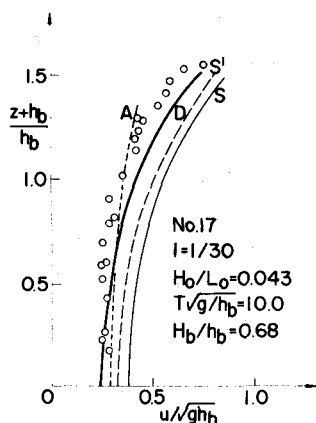
(2)



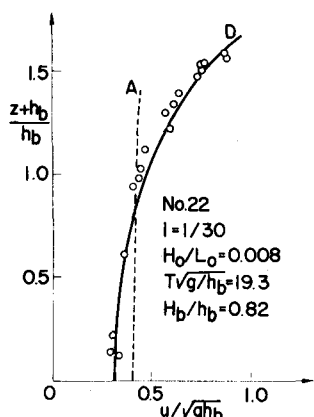
(3)



(4)



(5)



(6)

図一 6.1 斜面上の碎波の峯の位相における水平方向水粒子速度の鉛直分布

うことは、すでに述べたように碎波時の波形が内部の機構を支配していることを意味している。

つぎに、碎波時の波形とくに時間波形と底勾配 i および沖波波形勾配 H_0/L_0 との関係を量的に明らかにするために、上述の実験で同時に測定された 38 ケースの碎波点での時間波形を、図一 6.2 に示した合計 25 種類のパラメータと i および H_0/L_0 との関係を調べた³⁸⁾。この場合、波形は時間 t を周期 T で、水位 η を碎波高 H_b で割って無次元化している。図一 6.3 は、これらのパラメータのうち特徴的なものを示したものである。すなわち、波の前面の谷の位相 t_g は、 i が大きいほど H_0/L_0 が小さいほど小さくなる。また峯高 η_c は i が大きいほど小さく、 H_0/L_0 が増加するにつれて減少するかまたは一度増加したのち減少する。波の前面の各水位レベルでの位相 ($t_{f-0.1}$ はその例) は、 i が大きいほど H_0/L_0 が小さいほど小さくなる。一方、波の後面の各水位レベルでの位相 t_r は、 i が大きいほど大きい、 H_0/L_0 との関係に関しては、簡単でなく、 $\eta/H_b \geq 0.3$ の範囲の水位レベルでは

H_0/L_0 が小さいほど小さくなるのに対し, $\eta/H_b=0.2$ では $i=1/10$ の場合のみその傾向が逆になって H_0/L_0 が小さいほど大きくなり, $\eta/H_b=0.1$ では $i=1/20$ の場合も逆になる。さらに $\eta/H_b \leq 0.0$ では $i=1/10, 1/20, 1/30$ のいずれの場合も逆になり, すなわち, H_0/L_0 が小さいほど大きくなる。また波の後面に生じる波面の勾配が急変する点の位相 t_a は H_0/L_0 が小さいほど小さくなり, そのレベル η_a は i が大きいほど H_0/L_0 が小さいほど高くなる。以上のように, 砕波波形は, 従来の砕波型式の分類から類推されるように, 底勾配が大きいほどまた沖波波形勾配が小さいほど崩れ波から巻き波へすなわち波形前面がきり立った前かがみの形になってくるが, 後面に関しては, 逆に単にゆるやかになるというのではなく, 底勾配ごとに決まるある水位レベル以上では, 底勾配が大きいほどゆるやかになるが沖波波形勾配が小さいほどきり立つことがわかる。

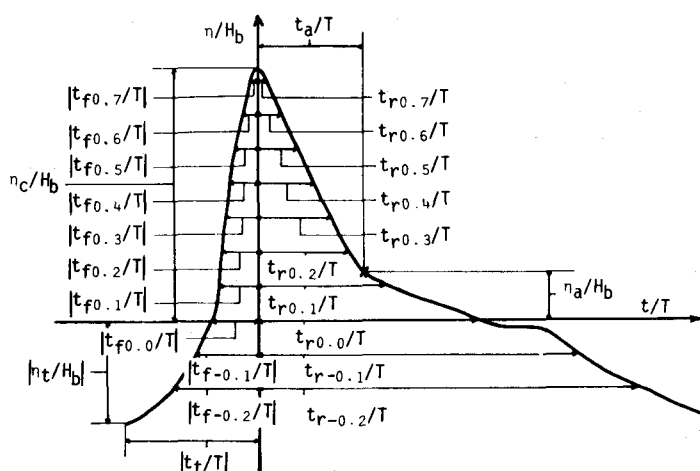
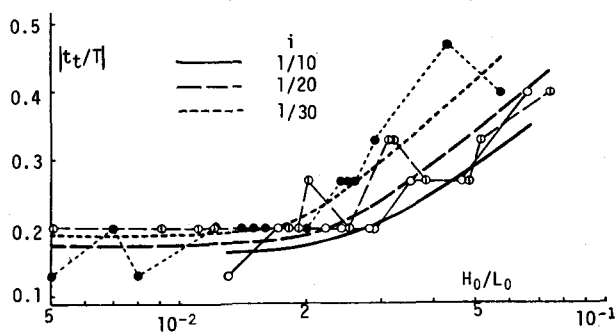
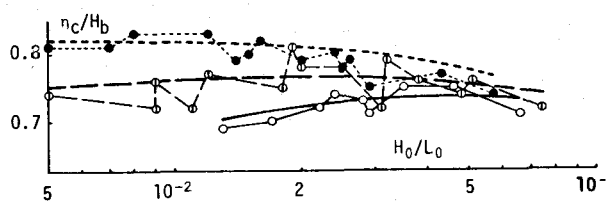


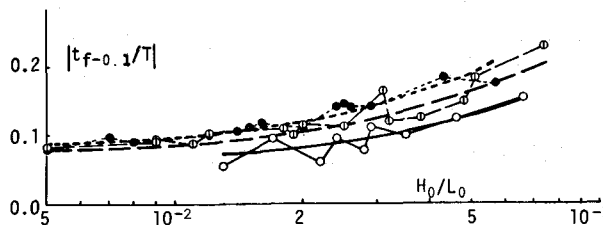
図-6.2 砕波の時間波形に関するパラメータ



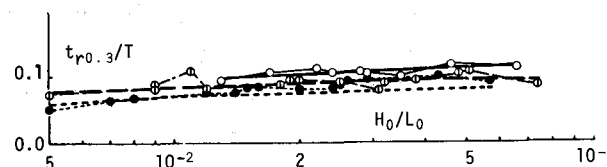
(1)



(2)



(3)



(4)

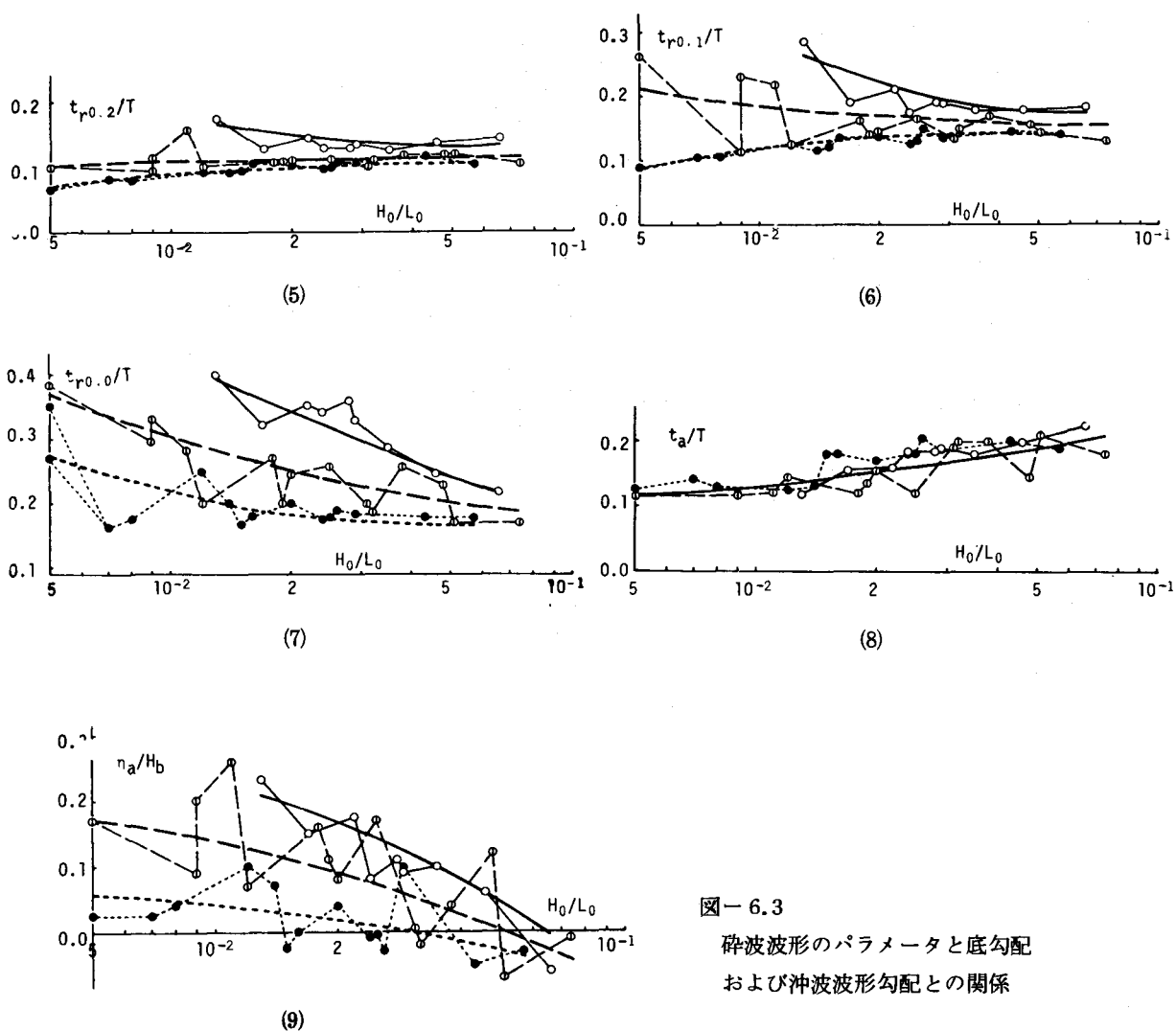


図-6.3
砕波波形のパラメータと底勾配
および沖波波形勾配との関係

ア あとがき

沿岸の波の変形の現象には、まえがきで述べたように数多くのものがあり、ここではその一部のものについて、最近の研究の動向を概説し、その後主に著者のこれまで行なってきた研究について紹介した。しかしながら、これらの研究の成果も、現実の沿岸における波浪の変形の観測によって裏づけられてはじめて意味をもつものである。現地波浪の観測は多大の労力を有するものであるが、今後出来るかぎり現地波浪の観測を行なって研究を進める必要があることを述べて本稿を終りたい。

なお、本稿をとりまとめるに当っては、京都大学工学部岩垣雄一教授から種々の御助言を頂いた。ここに付記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) Le Méhauté, B. and L.M. Webb: Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. 9th Conf. Coastal Eng., pp. 23~40, 1964.
- 2) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 1~7, 1967.
- 3) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について(2), 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 10~15, 1968.
- 4) 岩垣雄一: 波の変形論, 1967年度水工学に関する夏期研修会講義集, B. 海岸・港湾コース, 1967.
- 5) Stoker, J.J.: Surface waves in water of variable depth, Quarterly of Appl. Math., Vol. V, No 1, pp. 1~54, 1947.
- 6) Friedrichs, K.O.: Water waves on a shallow sloping beach, Commun. Pure and Appl. Math., Vol. 1, pp. 109~134, 1948.
- 7) Keller, J.B.: Surface waves on water of non-uniform depth, Jour. Fluid Mech., Vol. 4, 1958.
- 8) Tlapa, G.A., C.C. Mei and P.S. Eagleson: An asymptotic theory for water waves on beaches of mild slope, M.I.T. Hydrodynamics Lab. Report No 90, 1966.
- 9) Biesel, F.: Study of wave propagation in water of gradually varying depth, Gravity Waves Circular No 521, National Bureau of Standard, Washington D.C., 1951.
- 10) 本間仁: 長波の変形について, 土木学会誌, 第19巻, 1933.
- 11) Ichiye, T.: Some remarks on the non-linear theory of shallow water waves on a sloping beach, The Oceanographical Mag., Vol. 4, Japan Meteorological Agency, pp. 159~166, 1953.
- 12) Carrier, G. H. and H.P. Greenspan: Water waves of finite amplitude on a sloping beach, Jour. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 97~109, 1958.
- 13) 首藤伸夫・松村圭二: 長波について, — 一様傾斜斜面上へのうちあげ高 —, 第12回海岸工学講演会講演集, pp. 176~179, 1965.
- 14) 岩垣雄一・酒井哲郎: 一様勾配斜面上の有限振幅長波について, 土木学会論文報告集, 第196号, pp. 65~74, 1971.
- 15) 首藤伸夫: 非線型長波の変形, — 水路幅, 水深の変化する場合 —, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 57~64, 1974.
- 16) Chan, R.K.C, R.L. Street and T. Strelkoff: Computer studies of finite-amplitude water waves, Tech Rep. No 104, Stanford Univ., 1969.
- 17) 土屋義人・安田孝志: 浅海における波の変形, — 特に Soliton の発生について —, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 397~402, 1973.
- 18) 松田健志・岩崎敏夫: 有限要素法による長波の変形の解析, 第22回海岸工学講演会論文集,

pp. 93~96, 1975.

- 19) Griswold, G.M.: Numerical calculation of wave refraction, Jour. Geophys. Res., Vol. 68, No. 6, pp. 1715~1723, 1963.
- 20) Munk, W.H. and R.S. Arthur: Wave intensity along a refracted ray, Gravity Waves, Cir. 521, National Bureau of Standards, pp. 95~109, 1952.
- 21) Skovgaard, O, I.G. Jonsson and J.A. Bertelsen: Computation of wave heights due to refraction and friction, Proc. ASCE, WW1, pp. 15~32, 1975.
- 22) Orr, T.E. and J.B. Herbich: Numerical calculation of wave refraction by digital computer, Coastal and Ocean Eng. Div. Rep. No. 114, Texas A and M Univ., 1969.
- 23) 伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一: 波向線交差領域における波高分布, — 数値波動解析法の応用 — 港湾技術研究所報告, 第11巻, 第3号, pp. 87~109, 1972.
- 24) Arthur, R.S.: Refraction of shallow water waves: The combined effect of current and underwater topography, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 31, No. 4, pp. 549~552, 1950.
- 25) 岩垣雄一・酒井哲郎・津田俊雄: 水深変化と流れが同時に存在する場合の波の屈折計算, 第30回土木学会年次学術講演会講演概要集2, pp. 7~9, 1975.
- 26) 榎本亨: 砕波特論編, 1973年度水工学に関する夏期研修会講義集, B, 1973.
- 27) 岩垣雄一・酒井哲郎・月岡康一・沢井信樹: 斜面上の砕波の水粒子速度の鉛直分布と砕波型について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 553~558, 1973.
- 28) 合田良実: 浅海域における波浪の砕波変形, 港湾技術研究所報告, 第14巻, 第3号, pp. 59~106, 1975.
- 29) Stoker, J.J.: Water Waves, Interscience Pub., Inc., New York, p. 48, 1957.
- 30) Laitone, E.V.: The second approximation to cnoidal and solitay waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 31) 岩垣雄一: クノイド波に関する研究(第4報), — hyperbolic wavesについて(1) —, 京大防災研究所年報, 第10号B, pp. 283~294, 1967.
- 32) Longuet-Higgins, M.S. and R.W. Stewart: The changes in amplitude of short gravity waves on steady nonuniform current, Jour. Fluid Mech., Vol. 10, Part 4, pp. 529~549, 1961.
- 33) Johnson, J.W.: The refraction of surface waves by currents, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 28, No. 6, pp. 867~874, 1947.
- 34) 岩垣雄一: 波とその変形, 水工水理学(石原藤次郎編) 11. 丸善, 1972.
- 35) Tsuchiya, Y. and M. Yamaguchi: Some considerations on water particle velocities of finite amplitude wave theories, Coastal Eng. in Japan, Vol. 15, pp. 43~58, 1972.
- 36) 岩垣雄一・酒井哲郎: Stream Function Theoryによる斜面上の砕波の水粒子速度の表現に

ついて、第21回海岸工学講演会論文集, pp. 27~32, 1974.

- 37) Dean, R.G.: Stream function representation of nonlinear ocean waves.
Jour. Geophy. Res., Vol. 70, No. 18, pp. 4561~4572, 1965.
- 38) 岩垣雄一・酒井哲郎・大塚英太郎: 斜面上の碎波波形の分類, 昭和51年度土木学会関西支部年次学術講演概要, 1976.

付 録

“ 5. 流れによる波の屈折 ” の数値計算法の改良

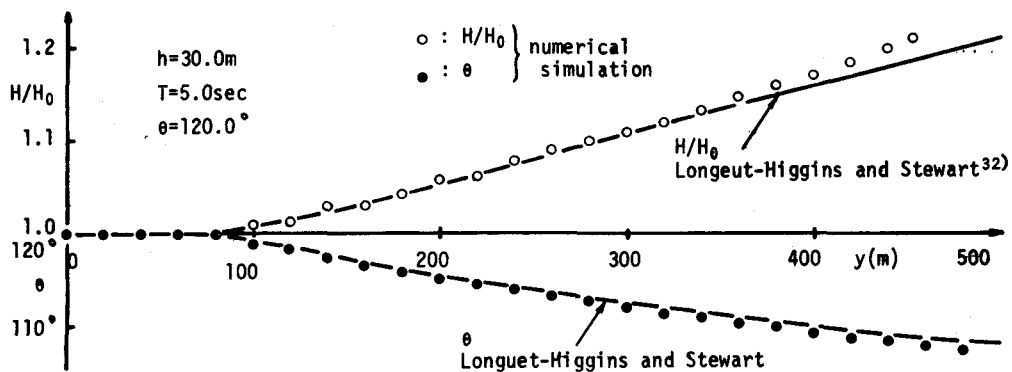
5.の最後で述べたように、radiation stress を通しての波と流れの非線型干渉を考慮した流れによる波の屈折の数値計算を行なって、理論的に解の求められている深海波の場合と比較したところ、波高に関してはかなりの相違があり、波高の変化の数値計算において問題があることを述べた。ここでは、その後に数値計算法を検討して改良した結果について述べる。

波高の変化は、(5.11)式で与えられるが、この中の F の表現を検討した結果、誤りのあることを見出した。すなわち、(5.4)式の radiation stress に (5.6)式の表現を代入し、(5.7)式に変形する際、(5.4)式の左辺第1および2項から発生する θ の x, y に関する微係数を無視していたことがわかった。結局、(5.8)式の F は正しくは次式のように求められる。

$$\begin{aligned}
 F = & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial c g^*}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial c g^*}{\partial y} \sin \theta + \underline{c g^* (-\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y})} \\
 & + \{ \frac{c g^*}{c_*} \cos^2 \theta + \frac{1}{2} (\frac{2c g^*}{c_*} - 1) \} \frac{\partial u}{\partial x} + (\frac{c g^*}{c_*} \cos \theta \cdot \sin \theta) (\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) + \\
 & \{ \frac{c g^*}{c_*} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} (\frac{2c g^*}{c_*} - 1) \} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.8')
 \end{aligned}$$

上式中アンダーラインで示した項が、(5.8)式では抜けていたものである。(5.8')式を用いて波高の変化を数値計算する場合には、 $\partial \theta / \partial x, \partial \theta / \partial y$ を与える必要があり、 θ そのものと同様に、すでに行なった屈折計算の結果から内挿した。具体的な数値計算は、5.で述べた場合と同じ様水深30 m で波の周期を5 sec とし、初期波向 $\theta_0 = 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ$ の5ケースについて行なった。付図-1は、 $\theta_0 = 120^\circ$ の場合の結果を、Longuet-Higgins and Stewart の理論結果(5.14)および(5.15)式と比較したものである。この図の場合を含めて、計算した5つのケースでは、 θ および H に関する理論結果との相違は5%以下であり、改良した数値計算手法の妥当性を示しているものといえよう。

なお、2.3で述べたように、この手法は複雑な海浜形状と流速分布をもつ実際の河口付近での波の変形を論じるのに有効であるとともに、最近問題となっている海浜流の研究にも有効であると考えられる。すなわち、海浜流の計算においては、砕波帯における波の諸量が入力となるが、それらは海浜流とくに離岸流によって影響されるはずであり、離岸流による砕波帯外から砕波帯までの波の変形を論じるのに有効であろう。もちろん、離岸流を含む海浜流そのものが、砕波帯外の波によって生じたもので、本来は砕波帯内外を一まとめにして計算すべきであり、また離岸流自体が波高の二乗のオーダーであるので、そのような流れと波の非線型干渉を議論するには、ここで述べた数値計算の基礎方程式(5.9)式は波高のオーダー評価の点で十分ではない。このような問題点はあるが、海浜流に対する、離岸流によって砕波帯外の波が変形することの効果を検討するには有効であろう。



付図-1 流れによる波の屈折の計算結果(改良後)