

流路形態

村 本 嘉 雄

緒 言

流路形態は空間的視野よりつぎの二つに大別される。

(1) 流域の流路（河道）形態

(2) 河道および河道内の流路形態

(2)は(1)の要素であるが、水工学的観点からは、(1)は洪水および物質（土砂・汚濁物質など）の流出・伝播、水資源の配分などに関連して、主に流路の系（水系）としての構造（配列・分布）が問題にされる。一方、(2)は洪水時における河道、河川工作物などの安全と低水時における利水と環境に関連して、河道と流路の変動が問題になる。

本文では、(2)の問題を主に土砂水理の面から考え、流路形態のパターンよりプロセスに重点をおいて最近の研究成果を解説する。すなわち、1では直線流路を対象として流路の拡幅と侵食現象を説明し、2で蛇行流路および網状流路の発生と発達現象について述べる。

1 流路の拡幅と侵食

1.1 斜面における流砂と側岸侵食

1.1.1 斜面における砂粒の移動

流路の水際では河床は斜面をなしているので、側方侵食の進行あるいは側岸侵食量を推定するための基礎として斜面における流砂機構に関する研究が行われている。ここでは、平野の理論¹⁾に流路の流下（縦断）方向こう配の影響を加味して砂粒の移動方向と速度の式を示す。

図-1.1 および図-1.2 に示すように、等流状態の流水中を斜面に沿って速度 u_g で移動する砂粒の

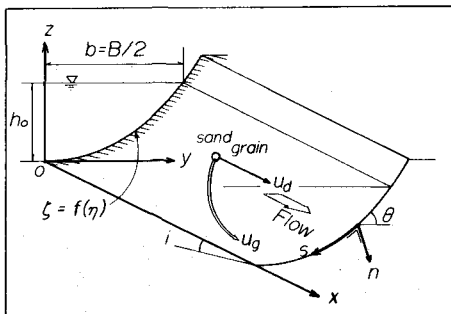


図-1.1 座標系と記号説明

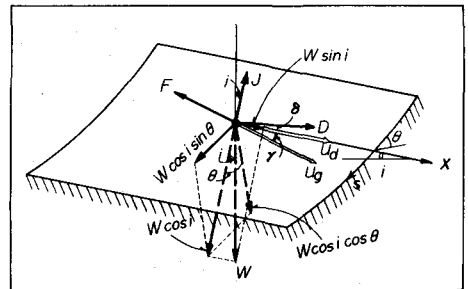


図-1.2 砂粒に作用する力の平衡

運動方程式は、流下方向 x および斜面方向 s に対してそれぞれつぎのようになる。ただし、砂粒に作用する揚力は無視する。

$$(\sigma + \frac{1}{2} \rho) V_s \frac{du_g}{dt} \cos \gamma = W \sin i + D \cos \delta - F \cos \gamma \quad (1.1)$$

$$(\sigma + \frac{1}{2} \rho) V_s \frac{du_g}{dt} \sin \gamma = (W \cos i - J) \sin \theta - D \sin \delta - F \sin \gamma \quad (1.2)$$

ここに、 σ 、 ρ はそれぞれ砂粒と水の密度、 V_s は砂粒の容積、 W 、 J 、 D および F はそれぞれ砂粒に働く重力、浮力、流体力および摩擦力であって、

$$V_s = k_1 \pi d^3 \quad (1.3), \quad W = \sigma g V_s \quad (1.4), \quad J = \rho g V_s \cos i \quad (1.5)$$

$$D = \rho \varepsilon C_D k_2 \pi d^2 \{ (u_d - u_g \cos \gamma)^2 + (u_g \sin \gamma)^2 \} / 2 \quad (1.6)$$

$$u_g \sin \gamma / (u_d - u_g \cos \gamma) = \tan \delta \quad (1.7)$$

$$F = \mu_k (W \cos i - J) \cos \theta \quad (1.8)$$

と表される。ただし、 d : 砂粒の粒径、 g : 重力加速度、 ε : 遮蔽係数、 C_D : 抗力係数、 u_d : 砂粒に作用する流速、 μ_k : 砂粒の動摩擦係数、 k_1 、 k_2 : 砂粒の体積係数と面積係数 (球 : $k_1 = 1/6$ 、 $k_2 = 1/4$) である。

(1.1) ~ (1.8) 式より流速 u_d および i 、 θ が既知の斜面における砂粒の移動速度 u_g とその方向 γ が計算できる。しかし、非定常状態の解析は困難であるので、砂粒が静止状態から移動を開始する場合と砂粒が定常になった場合について計算がなされている。前者の場合は、 $u_g = 0$; $\delta = 0$ および μ_k の代りに静止摩擦係数 μ_s を用い、 $F = F_c$ 、 $D = D_c$ 、 $\gamma = \gamma_c$ と表わすと、(1.1) と (1.2) 式より

$$F_c^2 = (D_c + W \sin i)^2 + (W \cos i - J)^2 \sin^2 \theta \quad (1.9)$$

$$\tan \gamma_c = (W \cos i - J) \sin \theta / (W \sin i + D_c) \quad (1.10)$$

となる。(1.9) 式に (1.3) ~ (1.7) 式を代入し、 $u_d = \varphi u_*$ (φ : 流速係数) の関係を用いて、 u_d を摩擦速度 u_* に変換して、斜面における砂粒の限界掃流力を求めると、

$$\tau_{*sc} = \chi \cos i (\cos \theta \sqrt{\mu_s^2 - \tan^2 \theta} - p \tan i) \quad (1.11)$$

また、(1.10) 式より移動開始時の流向は

$$\tan \gamma_c = \cos i \cos \theta / (p \sin i + \tau_{*sc} / \chi) \quad (1.12)$$

となる。ここに、 $\tau_* = u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$ 、 $p = (\sigma / \rho) / (\sigma / \rho - 1)$ 、 $\chi = 2 k_1 / \varepsilon k_2 C_D \varphi^2$ である。なお、 $i \div 0$ 、 $\theta \div 0$ (水平河床) のときの限界掃流力を τ_{*c} とすると、(1.11) 式より χ は

$$\chi_c = \tau_{*c} / \mu_s \quad (1.13)$$

と表される。

一方、定常状態の場合は(1.1)と(1.2)式で $du_g/dt=0$ とにおいて、(1.3)~(1.8)式を代入すると、 u_g および γ を求める関係として

$$u_r = (1/\cos\gamma - \mu_k \tan\gamma/\tan\theta) / (1 - p \tan i \tan\gamma/\sin\theta) \quad (1.14)$$

$$(1 - u_r \cos\gamma) \sqrt{1 - 2u_r \cos\gamma + u_r^2} = \chi \cos i (\mu_k \cos\theta \cos\gamma - p \tan i) / \tau_* \quad (1.15)$$

が得られる。ここに、 $u_r = u_g/u_d = u_g/\varphi u_*$ である。また、流路こう配および斜面こう配が小さく、 $\cos i = 1$, $\tan i = 0$, $\cos\gamma = 1$, $\chi = \chi_c$ とおける場合には(1.14)と(1.15)式より

$$u_r = 1 - \sqrt{\frac{\mu_k \tau_{*c} \cos\theta}{\mu_s \tau_*}} \quad (1.16), \quad \tan\gamma = \tan\theta \sqrt{\frac{\tau_{*c} \cos\theta}{\mu_k \mu_s \tau_*}} \quad (1.17)$$

となる。なお、(1.16)式は、(1.1)式および(1.6)~(1.8)式で、 $du_g/dt=0$, $\delta=0$, $\cos\gamma=1$, $\sin\gamma=0$ として得られる関係であって、(1.17)式の $\tan\gamma \div 0$ と考えられ、厳密には(1.14)と(1.15)式を用いる必要がある。

以上より、平野は、側岸における砂粒の移動方向は水際には(1.12)式で $i=0$ とした式、水路中央に近づくにつれて(1.17)式に近くなると考えた。

1.1.2 斜面における流砂量と側岸侵食量

平野は、上述の考察から斜面における流砂量 q_B の支配パラメーターとして $T_* = \tau_* / \tau_{*c} \cos\theta$ を考え、関数形として

$$q_{B*} = K_1 (T_* - 1)^m \quad (1.18)$$

を仮定している。ここに、 $q_{B*} = q_B / u_* d$, K_1 と m は定数である。また、流路の横断面を側岸付近(斜面領域)と水路中央付近(河床領域)に分割し、斜面領域から河床領域へ流入する流砂量 q_s を(1.17)と(1.18)式で $\cos\theta=1$ として、

$$q_{s*} = K \frac{\tan\theta_s}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \quad (1.19)$$

と表した。ここに、 $q_{s*} = q_s / u_* d$, $\mu = \sqrt{\mu_k \cdot \mu_s}$, θ_s は河床と斜面領域の境界における斜面傾斜角、 $K = K_1 \tau_{*c}^{-m}$ である。

さらに、流路の横断形状の関数形を直交座標系(図-1.1)で

$$\zeta = f(\eta), \quad \zeta = z/h_0, \quad \eta = y/b$$

と仮定すると、 $\tan\theta = h_0 f \eta b$ となることから

$$q_{s*} = \frac{K}{\mu} f \eta (\eta_s) \frac{h_0}{b} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m = K_2 \frac{h_0}{b} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \quad (1.20)$$

と表した。ここに、 $\eta_s = y_s/b$, $f \eta = df/d\eta$, $y_s: \theta = \theta_s$ における y , b ; 水面幅 B の $1/2$ である。(1.19)および(1.20)式の定数は $m=1$, $K=2.7$, $K_2=3.4$ と定めたが、その後平野・川延²⁾は急こう配の実験で $K=7.8$, $(h_0/b) < 1/10$ で $\tan\theta$ が h_0/b に無関係になるという結

果を得ている。

一方、芦田・村本・奈良井³⁾は各種スケールの流路実験から側岸の侵食速度ならびに単位時間当りの侵食量について掃流力との関係を検討した結果、後者の方が対応のよいことを指摘し、 q_s としてつぎのような関数形を得ている。

$$q_{sx} = \alpha N (\tau_x - \tau_{xc})^n \quad (1.21)$$

ここに、 $\alpha = (1 - \lambda_b) / (1 - \lambda)$ 、 λ と λ_b はそれぞれ河床と河岸の間隙率、 N 、 m は定数である。このことは図-1.3 の側岸侵食のプロセスにおいて、⑤と⑥の土砂流送過程が支配的なことを示している。(1.21) 式の定数 N 、 m は、側岸付近の摩擦速度 $U_{*s} = \epsilon U_x$ を用いて、(1.21) 式の $\tau_x = \tau_{*s}$ とした結果⁴⁾ では、 $\epsilon = 0.75$ に対して $N = 3 \sim 5$ 、 $n = 1$ である。

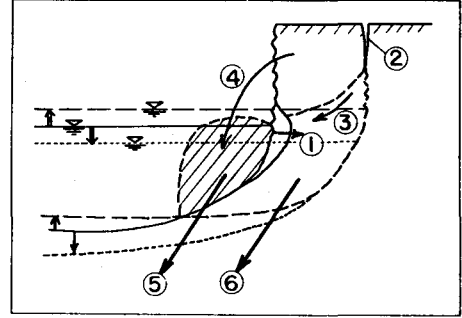


図-1.3 側岸侵食のプロセス

また、村本・藤田⁵⁾は流砂の連続式で x 方向の流砂量の関数形を

$$q_{Bxx} = 3 (\tau_{*s} - \tau_{*sc}) \quad (1.22)$$

と仮定し、流路横断形状の時間的変化の実験値から流砂の移動方向の分布 $\tan \gamma$ を求めた結果、 $0 \leq y \leq 0.9 b(t)$ に対して

$$\tan \gamma = -0.3 \log \{ b(t) - y \} / b(t) \quad (1.23)$$

の関係をj得ている。さらに、長田・長谷川⁶⁾は斜面下端の流砂量を実測する装置を試作し、(1.19)式および(1.22)と(1.23)式の検討を行ない後者に近い結果を得ている。

なお、以上の側岸侵食の関係は、図-1.3 に示した崩落を伴う間歇的な拡幅現象を平滑化し、連続的な土砂流送(掃流形式)を考えたものであって、平滑化する時間スケールには河岸の形状、河床材料および流れの条件(水流と側岸の浸透)が関係することに留意する必要がある。

1.2 流路の平衡横断形状

1.2.1 静的平衡横断形状

流路断面の各点で砂粒が移動限界(静的平衡)にある場合の横断形状式としては、Lane⁷⁾および土屋⁸⁾の式がある。これらの式は前節の(1.11)式の τ_{*sc} に掃流力分布を仮定することによって求められる。すなわち、(1.11)式で $i \ll \theta$ の場合を考え、(1.11)式で $\cos i = 1$ 、 $\tan i = 0$ とし、(1.13)式を用いると

$$\tau_{*sc} / \tau_{*c} = \tau_{sc} / \tau_c = \cos \theta \sqrt{1 - \tan^2 \theta / \tan^2 \phi} \quad (1.24)$$

となる。ここに $\tan \phi = \mu_s$ である。図-1.1 に示したように流路の中央で $\theta = 0$ と考え、掃流力分布

$$\tau_{sc} = \rho g (h_0 - z) i \cos \theta, \quad \tau_c = \rho g h_0 i \quad (1.25)$$

および $\tan \theta = dz/dy$ の関係を (1.24) 式に代入し、 $y=0$ 、 $z=0$ の条件で積分すると

$$\zeta = 1 - \cos(\tan \phi - \eta) \quad (1.26)$$

が得られる。ここに、 $\zeta = z/h_0$ 、 $\eta = y/h_0$ である。また、上式より断面形状の関係として次式が求められる。

$$B/h_0 = \pi / \tan \phi \quad (1.27), \quad A/B^2 = 2 \tan \phi / \pi^2 \quad (1.28)$$

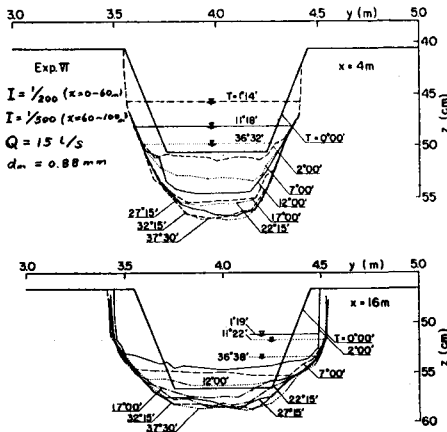
以上の Lane の理論に対して土屋は岩垣の限界掃流力理論にもとづき (1.11) 式の χ に含まれる $C_D \varphi^2$ が粒子 Reynolds 数の関数となることに注目し、掃流力分布に (1.25) 式を用いて

$$\eta = \pm \int_0^\zeta \sqrt{\frac{1 + K^2 (1 - \zeta)^2}{\tan^2 \phi - K^2 (1 - \zeta)^2}} d\zeta \quad (1.29)$$

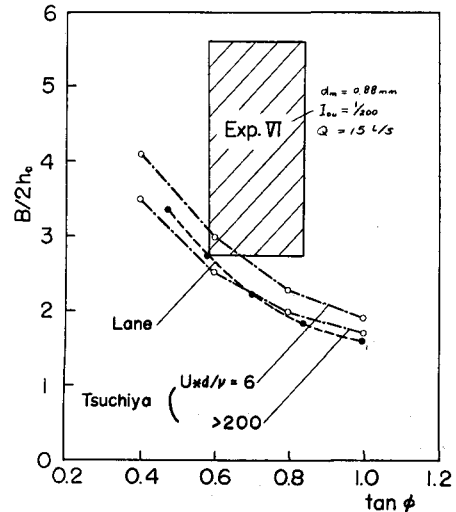
を得ている。ここに、 $K = k_s \tau_{*c} \epsilon C_D \varphi^2 / 2 k_1$ であって、 K は $U_{*o} d \sqrt{1 - \zeta} / \nu$ (ν ; 動粘性係数、 $U_{*o} = \sqrt{\tau_c / \rho}$) が与えられれば定まる。以上の安定横断形状に関する (1.26) と (1.29) 式は $i \ll \theta$ を前提としているが、 $\theta \sim i$ のときは (1.24) 式の代りに (1.11) 式から導かれる

$$\tau_{sc} / \tau_c = \cos i (\cos \theta \sqrt{\tan^2 \phi - \tan^2 \theta} - p \tan i) / \tan \phi \quad (1.30)$$

を用いればよい。



図一.4 流路横断形状の変化



図一.5 B/h_0 と $\tan \phi$ との関係

静的平衡状態の流路はダム下流など土砂補給が押止された場合に現われるが、流路実験で検討した結果³⁾の一例を示すと図一.4 ~ 1.6 のようである。実測の断面形状は上記の理論のそれより扁平 (B/h_0 大) であって、一定の水面幅に対して流積が小さいことがわかる。これは図一.4 に示すように砂河床の低下過程では水面こう配が時間的に減少し、側岸から順次静的平衡状態に達するので、理論の仮定 (水位・水面こう配一定) が成り立たないことによる。

1.2.2 動的平衡横断形状

動的平衡状態にある流路形状と水理条件については、regime theory あるいはhydraulic geometry として従来より河川および水路の実測にもとづいて多くの経験則が発表されている。また、こうした経験則に対する理論的検討が土砂水理学的方法あるいは最小分散の原理を導入した確率・統計論的な方法によって試みられており、最近の地形学・水工学の単行書^{9), 10)}に紹介されている。ここでは、側岸侵食性流路の動的平衡条件を側岸固定水路のそれから類推して考察¹¹⁾したのうち、粘着性河床の流路横断面形状に関する芦田・沢井の研究¹²⁾について述べる。

いま、図-1.7に示すような広長方形断面の流路を考えると、流砂の連続式は

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial Q_B}{\partial x} = q_s \quad (1.31)$$

$$q_s = \frac{1-\lambda_b}{1-\lambda} \frac{\partial B}{\partial t} (D-z) \quad (1.32)$$

で表される。ここに、 $Q_B(x, t)$: 全幅流砂量、 D : 河岸高である。上式から河床が動的平衡 $\partial z / \partial t = 0$ になる条件は

$$(1) \quad Q_B = Q_B(0, t) + (1-\lambda) \int_0^x q_s dx$$

$$(2) \quad q_s = 0 \quad (B = B(x, 0)) \quad \text{かつ}$$

$$Q_B = Q_B(0, t)$$

で与えられる。(1)の条件は通常の砂礫床の流路では成り立たないので、(2)の条件すなわち側岸固定の場合と同様の条件になる。したがって、regime theoryで対象としている動的平衡は側岸が侵食限界にあって流砂量が流下方向に一定の状態に相当すると考えられる。

つぎに、等流状態でこの動的平衡条件を考えてみる。流砂量式および抵抗則としてそれぞれ

$$q_{B*} = M(\tau_* - \tau_{*c}) \quad (1.33), \quad U = Q/Bh = CU_* \quad (1.34)$$

を仮定すると、流路幅とこう配の関係として

$$B = a_1 I (1 - a_2 Q_B / I)^{3/2} \quad (1.35)$$

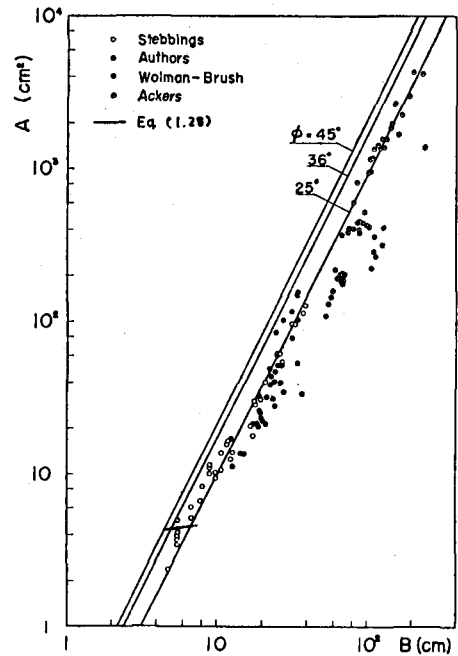


図-1.6 AとBとの関係

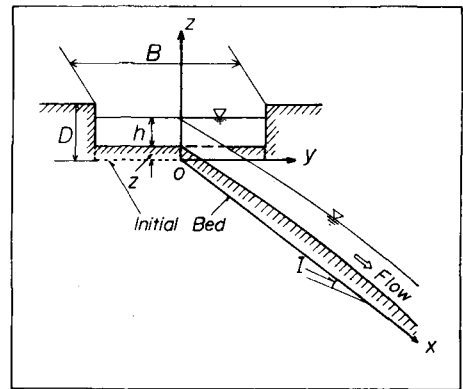


図-1.7 座標系と記号説明

$$a_1 = gQ / CU_{*c}^3, \quad a_2 = (\sigma/\rho - 1) C / MQ$$

が得られる。ここに、 Q ：流量、 U ：平均流速、 U_* ：平均摩擦速度、 C ：流速係数、 M ：定数である。いま、側岸と河床の摩擦速度の比を $U_{*s}/U_* = \epsilon$ とすると、側岸侵食限界 ($U_{*s} = U_{*c}$) のときの B と I との関係は

$$B = \epsilon^3 a_1 I = \frac{\epsilon^3}{1 - \epsilon^2} \frac{g(\sigma/\rho - 1)}{M U_{*c}^3} Q_B \quad (1.36)$$

となる。図-1.8に(1.35)式を実線、(1.36)式を破線で示して実験値と比較してある。実験値はほぼ(1.35)式に似た傾向をたどり、(1.36)式に近づく。しかし、動的平衡状態に達するには長時間を要し、振幅に伴う給砂の制御(減少)が難しいので、(1.37)式の定数 ϵ の確定値は明らかでない。

一方、芦田・沢井¹²⁾は流路横断面内の掃流力の分布式として従来用いられている(1.25)式に代る新たな分布式を提案し、その式にもとづいて粘性河床の平衡横断形状と横断方向の河床波の発達・減衰条件について考察している。まず、等流で二次流が存在しないとき、流路潤辺の掃流力 τ を図-1.9に示すように等流速線の直截線で分割される面積を用いて

$$\tau = \rho g (dA/ds) I \quad (1.37)$$

と表した。しかし、等流速線を潤辺からの等距離線で近似しても直截線の数式表示が難しいことから、直截線の代りに潤辺の法線を用いて断面を分割し、(1.37)式の近似式として

$$\frac{\tau}{\rho g h_0 I} = \frac{(1 + \zeta^2 \eta - \zeta \eta \eta \cdot F/2) F}{\sqrt{1 + \zeta^2 \eta}} \quad (1.38)$$

$$F = \min \left\{ \frac{1 - \zeta}{\eta \cdot \eta_\zeta}, \frac{1 - \zeta}{\eta \cdot \eta_\zeta} \right\}$$

を得ている。ここに、 $\zeta = z/h_0$ 、 $\eta = y/h_0$ 、 $\zeta_\eta = d\zeta/d\eta$ 、 $\zeta_\eta \eta = d^2\zeta/d\eta^2$ 、 $\eta_\zeta = d\eta/d\zeta$ 、 h_0 ：最大水深である。

図-1.10に平均水深 H で河床横断形状が振幅 a 、波長 L の正弦波をなす場合の掃流力分布の計算例が示されている。従来の(1.25)式では谷部の掃流力が峰部のそれより常に大きくなるのに対して、

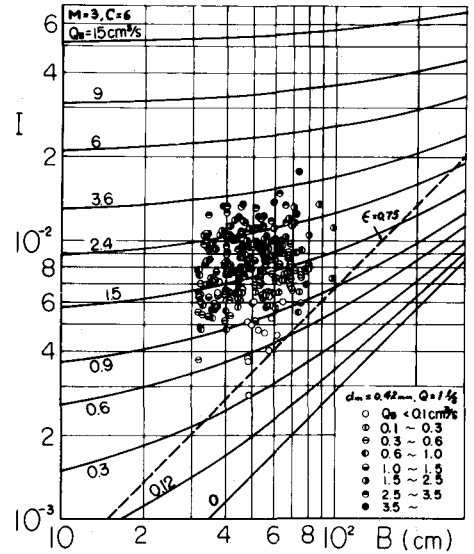


図-1.8 動的平衡条件と実験値の比較

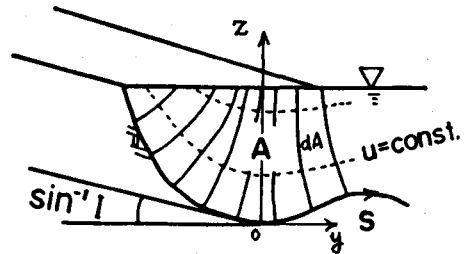


図-1.9 等流速線と掃流力の関係

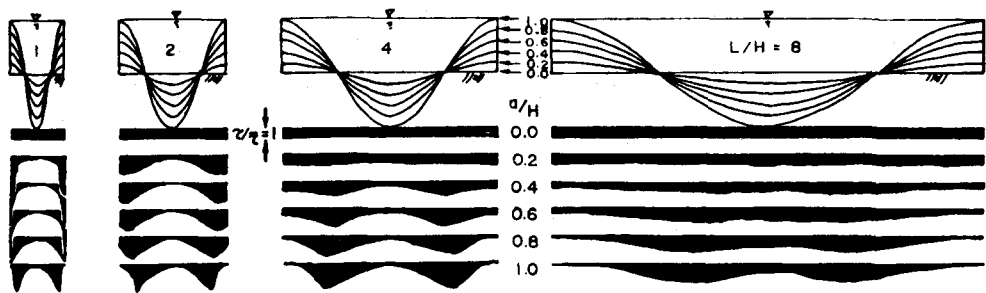


図-1.10 正弦河床波上の掃流力分布

(1.38)式の結果は、波長の短い場合と長い場合とでは峰部と谷部の掃流力の大小関係が逆転しており、河床の曲率と凹凸の間隔が掃流力分布に反映している点特徴的である。

つぎに、芦田・沢井は流水断面形を一定に保ちながら侵食速度（潤辺法線方向） E で流路が低下する条件（平衡条件）

$$E / \cos \theta = \text{const} \quad (1.39)$$

に粘性河床（ベントナイト）で掃流力が大きい場合（ $\tau/\tau_c \geq 5$ ）に得られた¹³⁾侵食速度と摩擦速度の関係

$$E / u_* = \text{const} \quad (1.40)$$

を用い、 u_* に(1.38)式を適用し、平衡断面形状の関係として

$$C = (1 + \zeta_\eta^2 - \zeta_\eta \eta \cdot F/2) F \cdot \sqrt{1 + \zeta_\eta^2} \quad (1.41)$$

を得た。ここに、 C は最深部の掃流力と $\rho g h_0 I$ との比であって、(1.41)式が有意な解をもつ $0.8333 \leq C \leq 1$ の範囲で図-1.11 に示す河床形状が計算されている。 $C=0.8333$ では、壁面が水面に達する横断面（ $B/h_0 \div 4$ ）になり、それ以外では水中で河床高のピークが生じ波状河床になる。また、(1.38)と(1.40)式を用いて種々の深さの放物線形状の初期断面をもつ流路が流量一定の条件下ではほぼ同一の平衡断面に漸近することを確認している。

さらに、図-1.10 に示した正弦波河床の掃流力分布に比例して侵食が進行する場合について、谷部と峰部における掃流力の大小関係から河床波の初期の発達・減衰特性を検討して図-1.12 の条件区分図を得ている。領域Ⅰが減衰、Ⅱが発達（流路分離）

Ⅲが平衡（実線：安定平衡状態、破線：不安定状態）領域である。図-1.13 はこうした領域区分をベントナイト-砂河床の実験から検討した結果であって、通水初期にほぼ適合している。また、流路横断方向に波長 L の擾乱が2波長以上存在する条件 $B/L > 2$ と図-1.12 の微小な波高の増幅条件

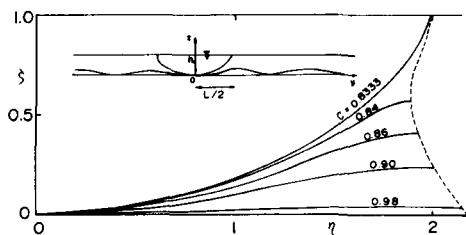


図-1.11 平衡横断形状の計算結果

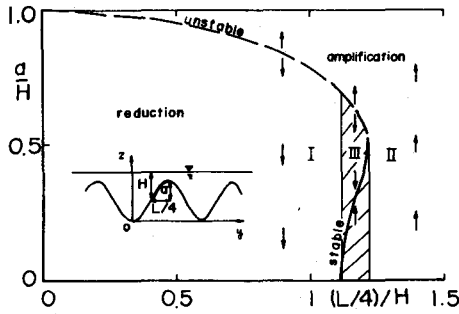


図-1.12 正弦河床波の発達・減衰区分

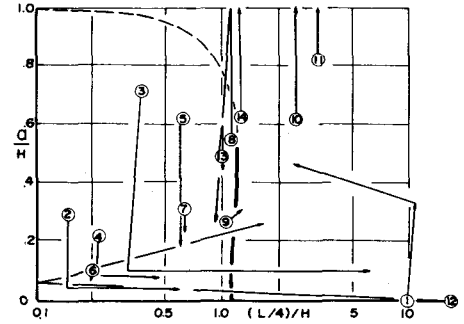


図-1.13 発達・減衰区分の検証

$(L/4)/H \gtrsim 1.2$ より微小擾乱が発達し流路が分離する条件として

$$B/H \gtrsim 1.0 \quad (1.42)$$

を得ている。

以上の芦田・沢井による平衡横断形状では、侵食速度が掃流力と正相関をもつことを前提としており、砂礫河床の動的平衡条件とは対応づけられない。しかし、(1.38)式の掃流力分布を(1.25)式あるいは(1.30)式の τ_{sc} に適用することによって静的平衡横断形状に関するLane式の修正式を得ることができる。

1.3 直線流路の拡幅

流路の拡幅とそれに伴う河床変動の一次元解析は、流砂の連続式(1.31)および(1.32)式に1.1.2^{3), 4)}に示した側岸侵食量式を考慮すれば、側岸固定の場合と同様に行える。ここでは最も単純な場合を考え、流路変化が緩慢で、流れの式として局所等流の式を用い、

$$U_*^2 / gh = I = I_0 - \partial z / \partial x \quad (1.43)$$

$$U = Q / Bh = C U_* \quad (1.44)$$

と表す。ここに、 I_0 は初期の河床こう配であって、他の記号および座標系(図-1.7)は1.2.2と同じである。一方、流砂の連続式として(1.31)と(1.32)式、流砂量式、側岸侵食量式としてそれぞれ(1.33)式および(1.21)式($n=1$)を用いる。以上の式を $\eta = (D-z)/D$, $b = B/B_0$, $i = I/I_0$ を用いて整理すると基礎式はつぎの三式になる。

$$\eta_t = K_0 (1 - \gamma_0 b^{2/3} i^{-2/3} / 3) \eta_{xx} / b - \alpha \eta b_t / b \quad (1.45)$$

$$b_t = P_0 (\epsilon^2 - \gamma_0 b^{2/3} i^{-2/3}) i / b \eta \quad (1.46)$$

$$i = 1 + D \eta_x / I_0 \quad (1.47)$$

ただし、 $K_0 = MQ / (1 - \lambda) (\sigma / \rho - 1) C B_0$, $P_0 = \epsilon N U_{*o}^3 / (\sigma / \rho - 1) g B_0 D$
 $U_{*o} = (g Q I_0 / C B_0)^{1/3}$, $\gamma_0 = (U_{*c} / U_{*o})^2$

であって、 $\eta_t = \partial \eta / \partial t$, $\eta_x = \partial \eta / \partial x$, $\eta_{xx} = \partial^2 \eta / \partial x^2$, $b_t = \partial b / \partial t$, 添字 0 は初期値を表す。

流下方向に拡幅速度が一様な場合は、(1.45)と(1.46)式より

$$\eta b^\alpha = 1 \quad (1.48) , \quad t = \int_1^b \{ b^{1-\alpha} / P_0 (\epsilon^2 - \gamma_0 b^{2/3}) \} db \quad (1.49)$$

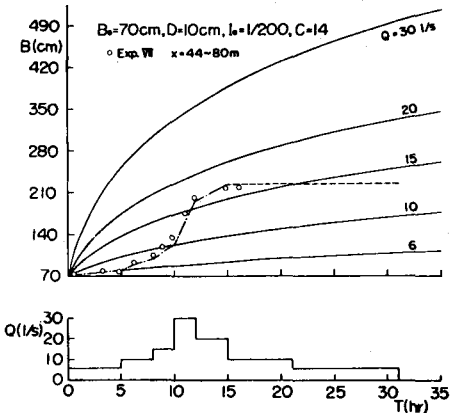
が得られる。また、 $\alpha = 1 (\lambda = \lambda_b)$, $\epsilon = 1 (U_* = U_{*s})$, $\gamma_0 b^{2/3} \ll 1 (U_* \gg U_{*s})$ のときは

$$b = \eta^{-1} = P_0 t + 1 \quad (1.50)$$

となる。なお、側岸侵食量式として(1.21)式の代わりに(1.20)式を用いる場合には、(1.50)式と同様の近似で

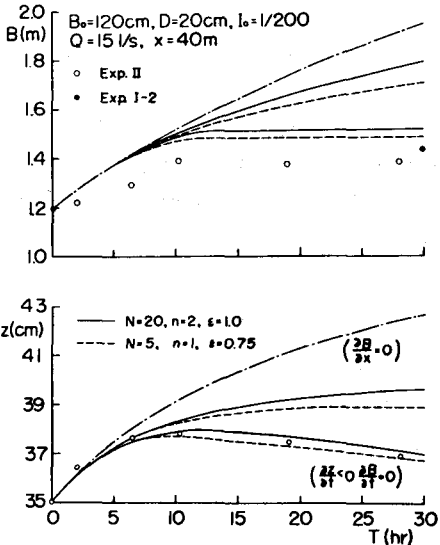
$$t \propto (b^{7/3} - 1) \quad (1.51)$$

が得られている。²⁾

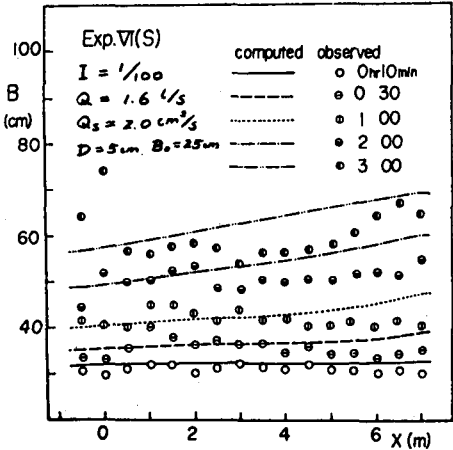


図一.1.14 流路の拡幅の検討 (一様拡幅)

以上の流路の拡幅に関する一次元解析法の検証は各種の境界条件下の流路実験で行われているが、図一.1.14 ~ 1.16 に若干の例^{4), 14)}を示す。図一.1.14 は一様拡幅の(1.49)式と階段状の流量変化を与えた場合の実験値とを比較したもので、拡幅が継続している間は両者はよく対応している。図一.1.15 と図一.1.16 は下流端の河床高一定で、それぞれ上端に給砂を与えない場合と与えた場合の実験値と(1.45)~(1.47)式および(1.49)式による計算値を比較している。給砂のない場合は、河床低下の開始とほぼ同時に拡幅が停止するので(図一.1.4 参



図一.1.15 流路の拡幅と河床変動の検討 (給砂なし)



図一.1.16 流路の拡幅の検討 (給砂)

照), 実験値は(1.45)~(1.47)式に $\partial z / \partial t < 0$ で $\partial B / \partial t = 0$ の条件を付加した計算結果に適合している。また, 給砂した場合では, 給砂量に対応する掃流力で拡幅して水深が減少するので, その掃流力を維持するように流路こう配が増加するという条件を上流端に与えている。このように流路拡幅の一次元解析法は, 流路幅の境界条件と側岸侵食量式の設定に問題が残されているが, 蛇行などの局所的拡幅が発生しない状態では適用できる。

一方, 拡幅に伴う河床横断形状の変化過程の計算も1.1.1に述べた斜面における流砂の移動方向を基礎式に導入すれば原理的には可能である。しかし, 斜面形状が時間的に変化する場合の追跡計算は複雑であり, 現状では流砂量式(1.22)式の τ_{*sc} と τ_{*s} に(1.24)式と(1.25)式を代入し, 流砂の方向に(1.23)式を用いて一様拡幅における横断形状の計算が行われている。⁵⁾ 図-1.17はその一例を示したものであって, 計算値は実験値に比して拡幅と河床上昇が早くなっているが, 変化過程は類似している。このような計算では, 流砂の方向および掃流力分布の式以外に水際での境界条件と斜面こう配が安息角を越える場合の計算手法に問題が残されている。

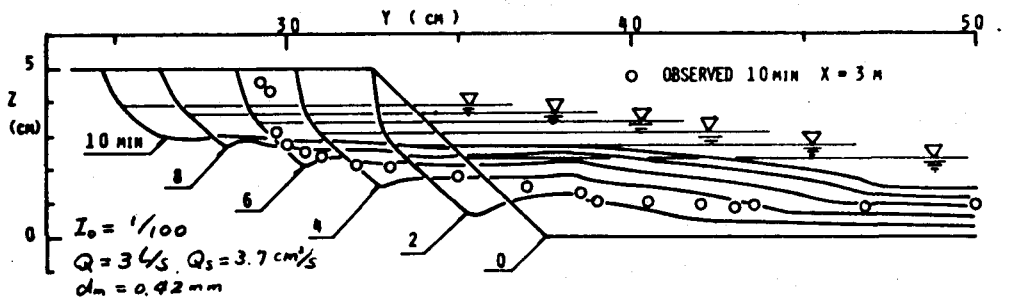


図-1.17 横断河床形状の変化過程の検討

2 流路形態の発生と発達

2.1 流路形態の形成条件と発生機構

2.1.1 流路形態の形成条件

河床砂の粒径 d , 水深 h , 河道幅 B の間に $d \ll h \ll B$ の関係が成り立つとき, 河床波は小規模河床形態と中規模河床形態に区分される。このうち小規模河床形態は粗度要素として流れ全体の混合と抵抗に均一な影響を与え, 流路の形態を支配するのは中規模河床形態である。中規模河床形態としては各種の砂州(砂礫堆)があって, 流路形態にも各種の名称が与えられているが, ここでは主に蛇行流路と網状流路に大別する。

こうした蛇行流路と網状流路の形成条件について, 実測値にもとづく検討が水理量および無次元パラメーターを用いて行われている。つぎに, 実測値の特性を知るために比較的多く用いられている Lane および Leopold らの流量-河道こう配による形成領域区分と鮭川らの無次元パラメーターによる区分について検討する。

(1) 流量-河道こう配による区分

流量 Q と河道こう配 I を用いてつぎのような区分線の経験式が提案されている。¹⁵⁾ ただし, 原式は f と

sec 単位であって, []内に $m\text{-sec}$ 単位の係数値を示す。

① Leopold・Wolman ; 河川の実測値から網状河道・直線河道と蛇行河道とを区分する関係式として

$$I = 6 \times 10^{-2} Q^{-0.44} \quad (ft\text{-}sec), \quad [1.3 \times 10^{-2} m\text{-}sec] \quad (2.1)$$

を与え, 同一流量に対して上式より緩こう配で蛇行河道を生じるとしている。

② Lane ; Mississippi 河の下流部で同程度の屈曲度をもつ平衡状態の蛇行河道の条件式として

$$I = 1.7 \times 10^{-3} Q^{-0.25}, \quad [7.0 \times 10^{-4}] \quad (2.2)$$

また, 急こう配の砂河川における網状流路の条件式として

$$I = 1.0 \times 10^{-2} Q^{-0.25}, \quad [4.1 \times 10^{-3}] \quad (2.3)$$

③ Henderson ; (2.1) 式に河床砂の粒径 (d : 中央粒径) の影響を考慮して

$$I = 6.4 \times 10^{-1} d^{1.14} Q^{-0.44}, \quad [2.7 \times 10^{-3}] \quad (2.4)$$

と表し, 直線・蛇行河道の 67% がこの関係に近く, 上式より急こう配で網状河道になるとしている。

④ Ackers・Charlton ; 流路実験からつぎの区分を与えている。

$$\text{直線流路: } I < 1.5 \times 10^{-3} Q^{-0.12}, \quad [9.8 \times 10^{-4}]$$

$$\text{砂州流路: } 1.5 \times 10^{-3} Q^{-0.12} < I < 2.1 \times 10^{-3} Q^{-0.12} \quad (2.5)$$

$$\text{蛇行流路: } I > 2.1 \times 10^{-3} Q^{-0.12}, \quad [1.4 \times 10^{-3}]$$

以上の領域区分で, (2.4) 式以外の区分線式を図示する図-2.1 のようになる。なお, 実測値と比較されている範囲の区分線を実線で, その延長線を破線で示してある。河川の実測値による (2.1) ~ (2.3) 式と流路実験による (2.5) 式と比較すると, Lane の式が実験に近い関係を示すが他は大き

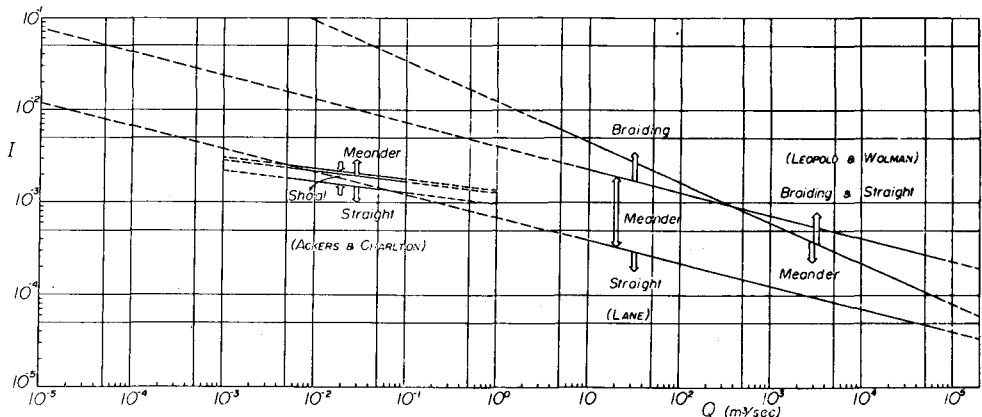


図-2.1 流路形態の形成領域区分 ($Q-I$)

く離れている。側岸侵食性流路の場合には、流路幅 B の影響は $B \propto Q^{1/2}$ の経験則によって流量の中に含まれているとしても、砂粒の移動限界を考えると Henderson の示したように粒径の効果を考慮する必要があって、 $Q \sim I$ の関係では同一区分線で表すことができない。

(2) 無次元パラメーターによる区分

鮭川¹⁶⁾は掃流力と限界掃流力との比 U_* / U_{*c} が原型と模型で相似になるという考えから無次元量として $(U_* / U_{*c})^2$ と $\sqrt{gB} I / U_{*c}$ を導き、小規模と中規模河床形態の区分を行っている。また、同様の方法で池田¹⁷⁾は $U_* / U_{*c} - IB/h$ 、岸・黒木・今泉¹⁸⁾は $U_* / U_{*c} - IB/R$ を用いて側岸固定の直線水路における砂州（蛇行）の区分を検討している。ここに、 g ：重力加速度、 h ：水深、 R ：径深である。いま、 $R \doteq h$ と考え、 $IB/R = X$ 、 $U_* / U_{*c} = Y$ を用いて、以上の研究で提案されている形成領域の式を示すとつぎのようである。

① 鮭川；

- (i) 小規模河床形態 $Y > 3.34 X^{1/4}$
 (ii) 中規模河床形態 $Y \leq 3.34 X^{1/4}$ (2.6)

② 池田；lower flow regime ($1 < Y < 10 X^{1/3}$) に対して、

- (A) 砂州不発生（非蛇行） $Y > 10 X^{1/3}$
 (B) 不明瞭な砂州（弱蛇行） $10 X^{1/3} > Y > 3.5 X^{1/3}$
 (C) 単列砂州（単列強蛇行） $3.5 X^{1/3} > Y > 1.4 X^{1/3}$
 (D) 複列砂州（複列強蛇行） $Y \leq 1.4 X^{1/3}$ (2.7)

③ 岸・黒木・今泉； $1.0 < Y < 4.0$ の範囲について、

- (a) 砂州不発生 $Y > 7.5 X^{1/2}$
 (b) 遷移河床 $7.5 X^{1/2} > Y > 3 X^{1/2}$
 (c) 単列砂州 $3 X^{1/2} > Y > 1.2 X^{1/2}$
 (d) 複列砂州 $Y < 1.2 X^{1/2}$ (2.8)

以上の領域区分を括めて図示し、さらに側岸侵食流路における実験値を(1)砂州不発生、(2)直線流路の砂州（単列）、(3)蛇行・網状流路の発生（砂州停止）の3つに区分して示すと図-2.2 のようになる。^{19), 20)}

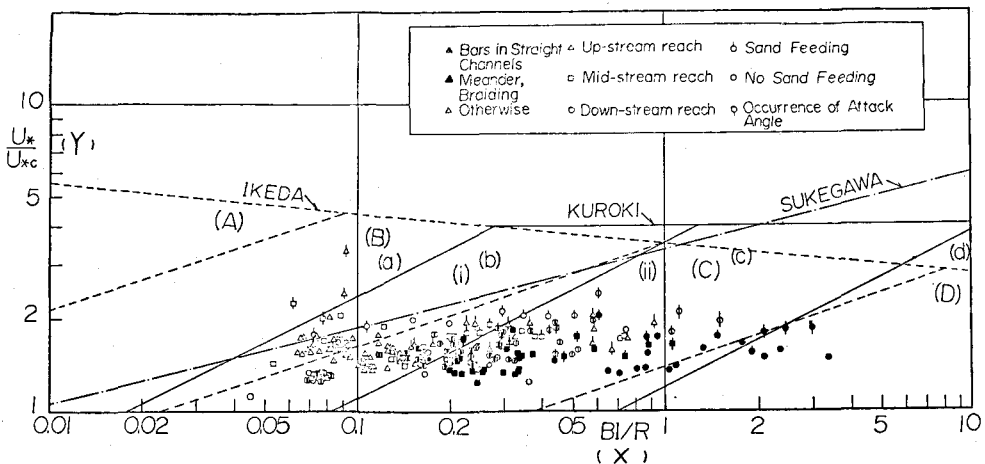


図-2.2 砂州（蛇行）の形成領域区分（ $X-Y$ ）の検討

砂州の形成領域は

$$1.3 \leq Y \leq 3.5 X^{1/4}, \quad Y \leq 2.4 X^{-1/10}$$

そのうち蛇行流路の領域は

(2.9)

$$1.3 \leq Y \leq 3.0 X^{1/4}, \quad Y \leq 2.0 X^{-1/10}$$

であって、自由蛇行の形成領域は単列砂州のそれより若干狭いようである。

さらに、(2.6)および(2.7)式による領域区分については河川の実測値との比較も行われている^{21), 22)}が、河道形状、水深、砂粒の代表径の取り方が影響し、とくに流量の履歴による砂州の消長を計算する必要性が指摘されている。²³⁾なお、上式の無次元量 X , Y は、河床変動の基礎式を無次元化する際に代表長として鉛直方向に $h(R)$ 、水平方向に B を用いたとき現われる無次元量であるが、基礎式には X , Y 以外に Froude 数および流砂濃度の無次元量が含まれている⁴⁾ので今後、これらの影響も検討する必要がある。また、側岸侵食流路における経験則 $B = \beta Q^{1/2}$ (β : 定数) と抵抗則 $U/U_* = C$ を用いると、 $Y = (g Q^{1/2} I / \beta C U_{*c}^3)^{1/3}$, $X = (g \beta^5 C^2 Q^{1/2} I^4)^{1/3}$ と表されるので、 β , C および U_{*c} を粒径と関係づければ上述の $Q - I$ 区分との対応がわかる。

2.1.2 流路形態の発生機構

流路形態の形成原因については、とくに蛇行流路を中心に決定論あるいは確率論的な観点から各種の考察がなされている。こうした蛇行の成因に関する諸説についてはこれまで詳細な解説^{24)~26)}があるので、ここでは直線水路の砂州(蛇行・網状流路)の発生に関する線形安定論について最近の研究を紹介するにとどめる。

河床安定論は適用される流れの条件式より、Potential流れとせん断流れとに大別され、さらに後者には二次元せん断流れと三次元せん断流れを用いたものがある。このうち Potential流れを用いた理論では、流速と流砂量間の位相差あるいは河床波上の流砂量の非対称性といった条件を付加する必要がある。また、流砂濃度が小さい場合あるいは河床波の変化が緩慢な場合には、定常流の式で近似できるので、せん断流れを用いた理論解析も簡単化されてきている。

つぎに、二次元せん断流れを用いた椿・渡辺・定村²⁷⁾および林・尾崎²⁸⁾の理論と三次元せん断流れを用いた Engelund・Skovgaard²⁹⁾の理論について述べる。まず、これらの理論のうち解析が最も簡単な林・尾崎の理論について説明するとつぎのようである。

河床変動の基礎式は図-2.3の座標系と記号を用いて

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \tau_x / \rho h - g I_0 = 0 \quad (2.10)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \tau_y / \rho h = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) / (1 - \lambda) = 0 \quad (2.13)$$

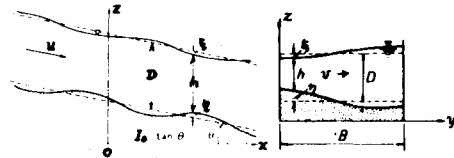


図-2.3 座標系と記号説明

と表わされる。ここに、 τ_x, τ_y は河床せん断応力の x, y 成分であって、流速の x, y 成分 u, v を用いてつぎのように仮定されている。

$$\tau_x = f \rho q u / 2, \quad \tau_y = f \rho q v / 2 \quad (2.14)$$

$$\text{ここに, } q = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad f = 2 I_0 / F^2, \quad F^2 = U / \sqrt{g D} \quad (2.15)$$

また、(2.13)式の掃流砂量の x, y 成分 q_{Bx}, q_{By} は q_{Bx} に Einstein の掃流砂関数を用い、

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= q_{Bx} s / \sqrt{g(s-1) W d^{3/2}} = 40 \tau_*^3 \\ q_{By} &= v q_{Bx} / q \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

とおかれている。ここに、 $s = \sigma / \rho$ (砂の比重)、 W ; 無次元沈降速度 (砂粒径 d , 動粘性係数 ν および s の関数) である。

(2.10)~(2.13)式に(2.14)~(2.16)式を代入し、

$$u = U + u', \quad v = v', \quad h = D + \xi' - \eta', \quad \eta = \eta'$$

とおいて基礎式を微小変動量について線形化したのち、平均水深 D と平均流速 U を用いて無次元化すると

$$F^2 \partial u' / \partial x + 2 I_0 u' + \partial \xi' / \partial x - I_0 \xi' + I_0 \eta' = 0 \quad (2.10)'$$

$$F^2 \partial v' / \partial x + I_0 v' + \partial \xi' / \partial y = 0 \quad (2.11)'$$

$$\partial u' / \partial x + \partial v' / \partial y + \partial \xi' / \partial x - \partial \eta' / \partial x = 0 \quad (2.12)'$$

$$\partial \eta' / \partial t + 6 A_s \partial u' / \partial x + A_s \partial v' / \partial y = 0 \quad (2.13)'$$

が得られる。ただし、

$$A_s = 40 \tau_{*0}^3 (d/D)^{3/2} \sqrt{s-1} W / (1-\lambda) s F, \quad \tau_{*0} = D I_0 / (s-1) d$$

である。

つぎに、変動分 u', v', η', ξ' をつぎのように複素波動関数で表す。

$$u' = \hat{u}(y) \chi, \quad v' = \hat{v}(y) \chi, \quad \xi' = \hat{\xi}(y) \chi, \quad \eta' = \hat{\eta}(y) \chi \quad (2.17)$$

ここに、 $\chi = e^{ik(x-ct)}$, $k = 2\pi D/L$ (無次元波数, L : 変動の x 方向の波長), $c = c_r + i c_i$ (複素位相速度), $\hat{u}, \hat{v}, \hat{\xi}, \hat{\eta}$ は y の関数である。なお、林・尾崎²⁸⁾は(2.17)式の χ に η' に対する u', ξ', v' の位相差および実数化するために(2.17)式に共役複素関数を付加しているが安定条件の最終結果に影響しないので省略してある。

(2.17)式を(2.10)'~(2.13)'式に代入し、 $\hat{u}, \hat{\xi}, \hat{\eta}$ を消去すると、 $\hat{v}$ に関するつぎの微分方程式が得られる。

$$d^2 \hat{v} / dy^2 + \alpha^2 \hat{v} = 0 \quad (2.18)$$

ここに

$$\alpha^2 = (ikF^2 + I_0) \Delta_2 / \Delta_1 \quad (2.19)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} ikF^2 + 2I_0 & 0 & I_0 \\ ik & -1 & -ik \\ 6ikA_S & -A_S & -ikc \end{vmatrix} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} ikF^2 + 2I_0 & ik - I_0 & I_0 \\ ik & ik & -ik \\ 6ikA_S & 0 & -ikc \end{vmatrix}$$

である。(2.18)式は Callander³⁰⁾ 椿ら²⁷⁾と同様の方程式であって、2次元河床波に特徴的な式である。(2.18)式に側壁 $y=0$ および B/D で $\hat{v}=0$ の条件を用いると、その解は

$$\hat{v} = v_0 \sin \alpha y \quad (2.20)$$

$$\alpha^2 = (\pi n D / B)^2 \equiv \beta^2 \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad (2.21)$$

となる。したがって、(2.19)式と(2.21)式より複素位相速度 c は

$$c = c_r + i c_i = A_S \frac{kF^2(\beta^2 + 6k^2) - 3iI_0(2k^2 - \beta^2)}{kF^2(\beta^2 + k^2 - k^2F^2) + 3kI_0^2 - iI_0(2\beta^2 + k^2 - 4k^2F^2)} \quad (2.22)$$

と表され、 c_i の符号を検討して河床波の安定条件として

$$\left. \begin{array}{l} F^2 < F_c^2 \\ F^2 > F_c^2 \end{array} \right\} \text{に対して} \quad \left. \begin{array}{l} c_i > 0 \\ c_i < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{不安定} \\ \text{中立} \\ \text{安定} \end{array} \quad (2.23)$$

ここに、

$$F_c^2 = \frac{5\beta^2(\beta^2 + 2k^2)}{(7\beta^2 + 18k^2 + 4.5f^2)k^2 - 2.25f^2\beta^2} \div \frac{\beta^2}{k^2} \frac{5\beta^2 + 10k^2}{7\beta^2 + 18k^2} \quad (2.24)$$

が得られている。

y 方向の波数 β の $m=1$ (単列砂州)として、(2.23)式の $c_i=0$ の関係と実験値および鮭川の理論³¹⁾と比較した結果が図-2.4に示されている。林・尾崎の理論は鮭川のそれと流砂量則は異なるが、同様の結果が得られており、実測値はすべて不安定領域に入っている。一方、 $m>1$ の場合はこれまで網状流路に対応すると考えられていたが、林・尾崎は m を縦渦あるいは複列蛇行の数と関係づけて、これらが統合されて形成される単列砂州の卓越波長 λ ($=mL$)を kc_i が極大になる条件から求め、 $\lambda/B=7 \sim 15$ の実測の関係と対応づけている。

以上の二次元せん断流れの式を用いた二次元河床波の安定論では、一次元のそれと異って付加条件を導入しなくても不安定領域が存在する点に特徴があ

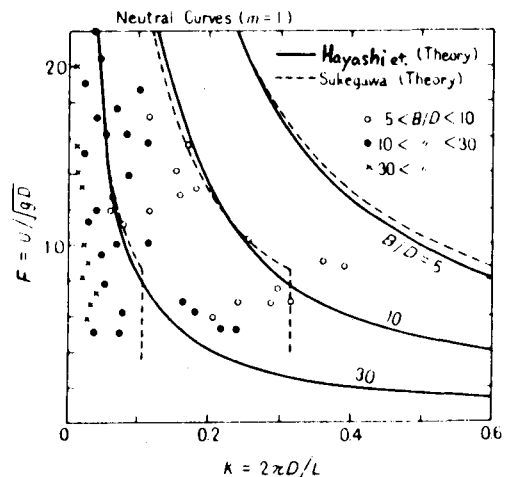


図-2.4 単列砂州の安定条件の検討

る。すなわち、一次元河床の場合 ($\beta=0$) は、(2.22)式から常に $c_i < 0$ (安定)となるが、二次元河床では $\beta \neq 0$ ($\nu' \neq 0$) かつ $I_0 \neq 0$ である限り $c_i > 0$ (不安定)となる F の値が存在する。

つぎに椿・渡辺・定村の理論²⁷⁾を安定性に関係する条件式に注目して林・尾崎の理論と比較すると、つぎの三点に特徴がある。

(1) 河床せん断応力に対して河床波に基因する加速、減速の効果を導入し、(2.14)式の代りに次式が用いられている。

$$\tau_x = \frac{\rho}{\varphi^2} \left(\frac{1-\Delta_0/3}{1-\Delta/3} \right)^2 \left(\frac{1-\Delta}{1-\Delta_0} \right)^2 u^2, \quad \tau_y = \frac{\nu}{q} \tau_x \quad (2.25)$$

ここに、 $\varphi = u/u_*$ 、 Δ は底面における velocity defect で、等流時の Δ_0 を中心として $\partial h / \partial r$ (r : 底面流の方向、 h : 平均河床面からの水深 $D + \xi$) によって変化すると考え、

$$\Delta = \Delta_0 + a \partial h / \partial r, \quad \Delta_0 = b / (\varphi_0 + 2), \quad \varphi = K (h/k_s)^p \quad (2.26)$$

とおかれている。ただし、 a, b, K, p : 定数、 k_s : 相当粗度高である。

(2) 掃流砂関数 (2.16) 式の Φ の代りに非平衡状態の流砂関数に関する次式 (Einstein のモデル) が用いられている。

$$E \partial \Phi / \partial r = (\Phi_0 - \Phi) / D \quad (2.27)$$

ここに、 $\Phi = q_{Br} / \sqrt{(s-1)gd^3}$ 、 Φ_0 は平衡状態の流砂関数で

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 &= 8 (\tau_{*e} - \tau_{*c})^{3/2}, \quad \tau_{*e} = \varphi \tau_* / \varphi_0 \\ E &= \lambda_1 d (1 + \Phi_0 / A_*) / D \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

ただし、 λ_1, A_* : 定数である。

(3) 最終結果で河床こう配 $I_0 \div 0$ の近似を用いている。

以上の条件の下で解析された結果、(2.22)式に相当する c_i, c_r として

$$c_i = \frac{k^2 M}{(1-F^2 + \nu^2)(k^2 E^2 + 1)} [\delta a (1 + \nu^2) - E \{2 + 2p(1 + \nu^2)\}] \quad (2.29)$$

$$c_r = \frac{1}{(1-F^2 + \nu^2)(k^2 E^2 + 1)} [k^2 E \delta a M + M(2 + 2p) + \nu^2 \{k^2 E^2 + 1 + M(2p + k^2 E \delta a)\}] \quad (2.30)$$

ただし、 $\nu = \beta/k = mL/2B$ 、 $M = 3\tau_{*o}/2(\tau_{*o} - \tau_{*c})$

$$\delta = 4/3 (1 - \Delta_0)(1 - \Delta_0/3)$$

が得られている。(2.29)式より c_i の符号を決める Froude 数の条件は2つあって

$$F_{c1}^2 = \frac{\varphi_0^2 (s-1) \tau_{*o} \delta a (1 + \nu^2)}{\lambda_1 (1 + \Phi_0 / A_*) \{2 + 2p(1 + \nu^2)\}} \quad \text{および} \quad F_{c2}^2 = 1 + \nu^2 \quad (2.31)$$

と表すと、不安定条件は $F^2 < F_{C1}^2$, $F^2 < F_{C2}^2$ あるいは $F^2 > F_{C1}^2$, $F^2 > F_{C2}^2$ で与えられる。

(2.31) 式から得られた一次元河床 ($\nu=0$) と二次元河床 ($\nu>1$) の安定条件と実験値の比較が図-2.5 と図-2.6 に示されている。これから砂州は一次元河床の一部 (*flat bed* と *anti-dune*) が *dune* 型の不安定範囲に移行した領域に発生している点が指摘されている。

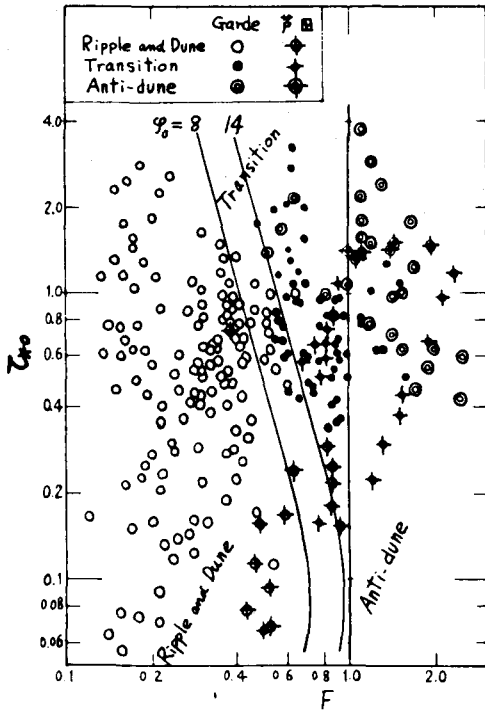


図-2.5 安定条件の検討 (一次元河床)

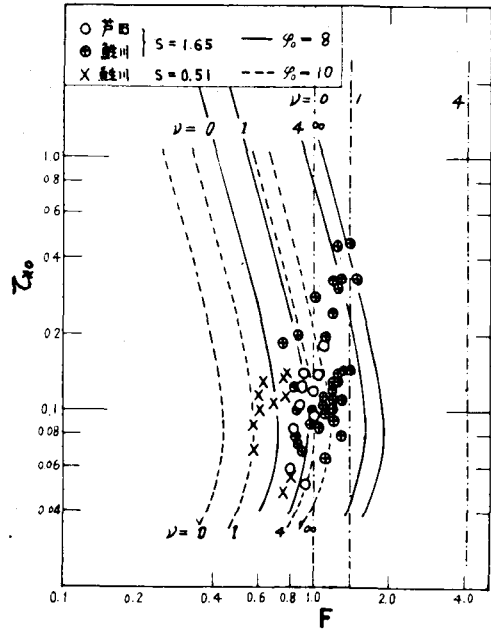


図-2.6 安定条件の検討 (二次元河床)

以上の椿らの理論は上述の(3)の近似および $\beta=0$ の条件を用いても $a \approx 0$, $E \approx 0$ である限り不安定領域が存在し、(1)および(2)の条件式によって一次元と二次元河床波の安定性を一貫して取り扱える点に特徴がある。

一方、Engelund・Skovgaard²⁹⁾ は振幅の小さい二次元河床波上における三次元せん断定常流の流速分布を計算し、これを流砂の基礎式に代入して複素位相速度を求め、増幅速度が最大となる条件より蛇行および網状流路の発生条件を検討している。流速分布は数値計算する必要があって、数式が複雑なので省略するが、小規模河床形態による河床せん断応力の変化が考慮されており、河床高、流速およびせん断応力 (流砂量) の間の位相差が流れの式から誘導されている点が特徴的と考えられる。しかし、蛇行流路の発生を説明するために横方向の流砂量 q_{By} に対してつぎの仮定が導入されている。

$$q_{By} = q_{Bo} \left[\nu / U_{bo} - \epsilon \partial \eta / \partial y \right]_{z=0} \quad (2.32)$$

ここに、 q_{Bo} , U_{bo} はそれぞれ基底流 (平均流) による流砂量と底面流速、 ϵ は定数 ($0 < \epsilon < 1$) である。(2.32) 式の意味は横方向の河床こう配 $\partial \eta / \partial y$ (重力作用) によって q_{By} が増減する影響を考慮したものとされている。

図-2.7 は横方向の波数 β と増幅速度の最大値との関係を $D/d=10^4$, $I_0=1.5 \times 10^{-4}$, $\phi_0=16$ の条件で計算された結果であって、縦軸の $Max A$ は増幅速度 c_i に比例する係数 A の最大値である。この図から $\epsilon=0$ のときは、 β が大なるほどすなわち一定の B/D に対して m が大きくなるほど $Max A$ が大となり常に網状流路が発生するのに対して、 $\epsilon=1/4$ では極値が存在し、蛇行流路 ($m=1$) の発生も説明できる。

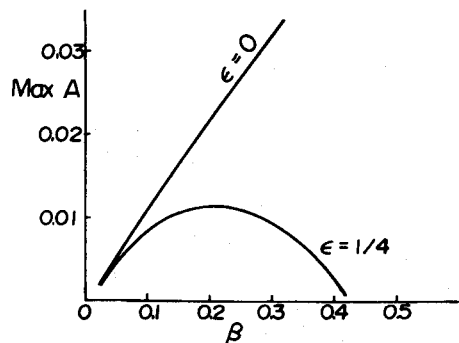


図-2.7 河床波の波数と最大増幅速度の関係

以上、河床安定論の最近の研究を紹介したが、安定論では擾乱の存在を前提としており、増幅に伴って線形性の仮定が成立しなくなるので、発生初期の流路形態の安定性を解析しているものといえる。また、実測値と比較する場合、理論によって平衡状態が予測されていないことおよび流路形態が発生しない条件 (波数 0 あるいは ∞) の検証が難しいために、2.1.1 に述べた形成条件と十分な対応づけがなされていない。安定論に関しては、さらに浮流砂を含む場合³²⁾、側岸侵食を伴う場合⁴⁾、円形水路³³⁾ など各種の条件下の河床波の発生に関する解析も試みられているが、実際現象との隔りは大きい。

2.2 流路形態の発達過程と発達機構

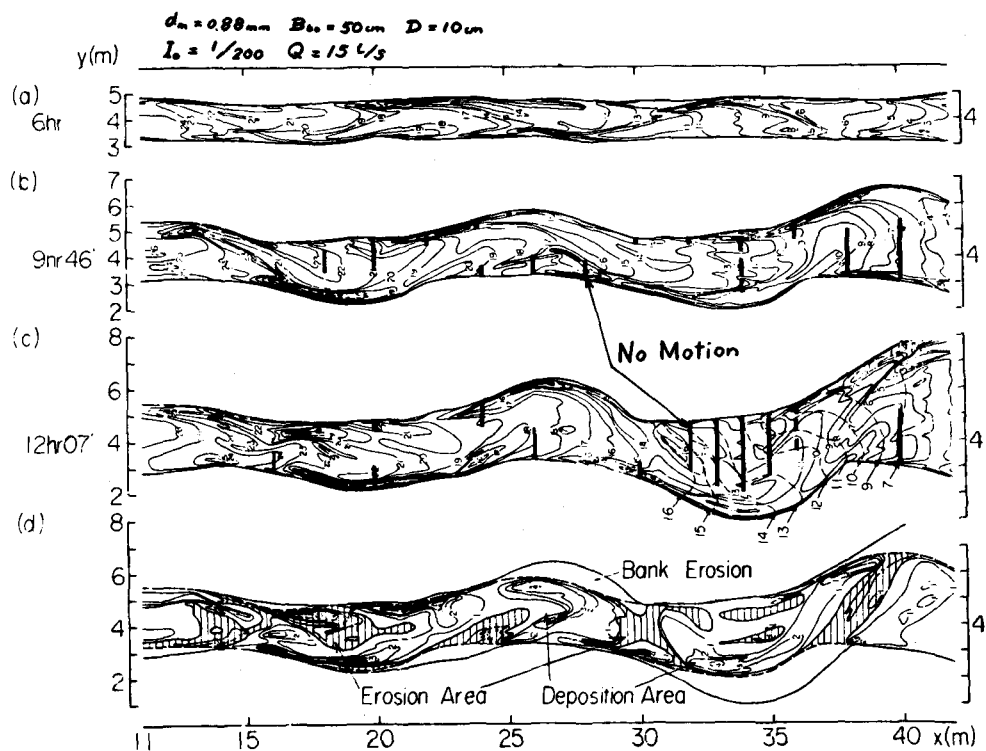
2.2.1 蛇行流路の発達過程

中規模河床形態のうち交互砂州については、河川および水路の実測にもとづく木下^{34), 35)}の研究以来、上述のような砂州の形成条件と発生機構、砂州の形状と移動特性およびそれによる抵抗と流砂量などに関し、広範な研究が行われている。また、河道計画に関連して砂州と洪水流との対応、屈曲水路における砂州の停止限界と洗掘特性などについて研究が行われ、木下^{22), 36)} 須賀³⁷⁾によって解説がなされている。ここでは、蛇行流路の形成過程における砂州の特性と蛇行振幅時の土砂収支に注目して、自由蛇行の実験結果^{20), 38)}を説明する。

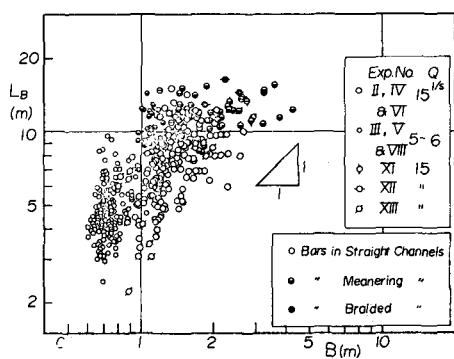
蛇行流路の形成過程について実験結果の一例を示すと図-2.8 のようである。(a)~(c)は三時点の流路形状、(d)は(b)から(c)にかけての侵食・堆積分布を示している。この図から砂州の停止と蛇行の発達が対応していること、蛇行による側岸侵食と砂州の成長 (張り出し) とが対応し、蛇行転向部を除いて流路幅 (図-2.8 (d) と (c) で砂州上の二重線より外側の幅) がほぼ一定していることがわかる。つぎに、蛇行の発達に伴う砂州の特性量の変化を示すと図-2.9 ~ 2.11 のようである。流路幅 (水面幅) B 、砂州の波長 L_B および波高 z_B の間にはほぼ $L_B \sim B$ 、 $z_B \sim L_B$ の関係がみられるが変動幅は大きい。移動速度 V_B は直線流路の $V_B \sim L_B^{-2}$ の関係⁴⁾ から蛇行流路の $V_B = 0$ へ移行していくのがみとめられる。

一方、図-2.8 に示した実験値から蛇行の発達過程における流路各断面の土砂収支を示すと図-2.12 のようになる。砂州上の堆積量と砂州の横方向への発達量および両者の和 (全堆積量) が側岸侵食量と比較されており、流下方向に一樣な蛇行が発達する区間では全堆積量と側岸侵食量がほぼ均衡している。なお、流砂量式および側岸侵食量式も主流路幅 (流砂幅) を用いれば、直線流路と同一の式で近似できることが知られている。図-2.13 は以上の蛇行流路の発達過程を模式的に示したものであって、蛇行の発達は(1)主流路に沿う河床変動、(2)彎曲部外岸の侵食、(3)砂州上の侵食と堆積、(4)砂州の発達の4つ

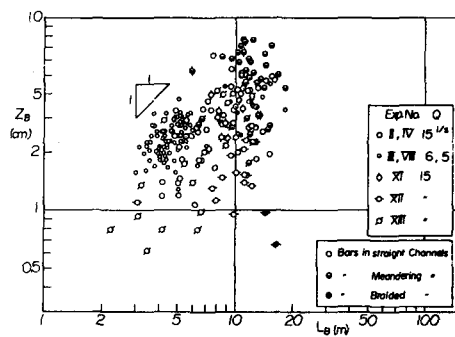
の機構が結合したものといえる。



図一 2.8 蛇行流路の形成過程



図一 2.9 砂州の波長と流路幅との関係



図一 2.10 砂州の波長と波高との関係

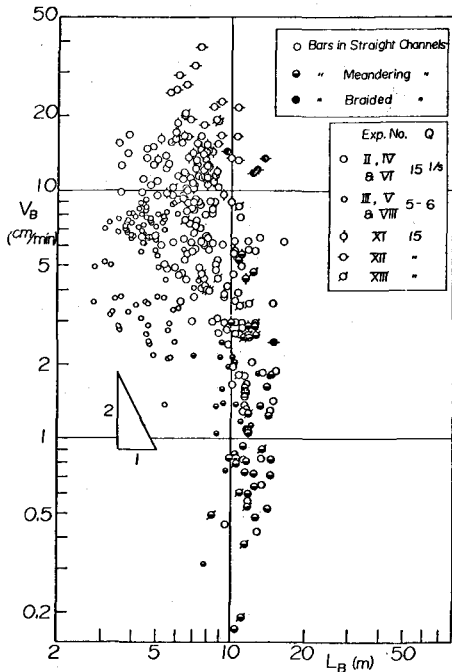


図-2.11 砂州の移動速度と波長との関係

2.2.2 流路形態の発達機構

流路形態の発達に関する理論的考察は、最近になってそれぞれ異ったモデルを用いて数値解析が試みられている。ここでは、蛇行流路の発達に関する村本・藤田³⁹⁾、奈良井⁴⁰⁾および長谷川⁴¹⁾の研究ならびに網状流路の発達に関連して斜面における流路網の発達を解析した芦田・田中⁴²⁾の研究について以下に説明する。

(1) 蛇行流路の発達機構

村本・藤田は、図-2.13 の現象を図-2.14 に示すような流路変化に伴って移動する直交曲線座標系を用い、長方形断面の一次元流路モデルで表現することを試みた。すなわち、流下方向に一樣な蛇行の発達過程では、各蛇行部の距離が一定であること、および主流路（斜線部分）を幅が変化し横流入のある上流区間と幅が一定で横流入のある下流区間に分けると、前者の流入条件が後者の流出条件に対応することに注目し、つぎの基礎式を用いて解析を行っている。

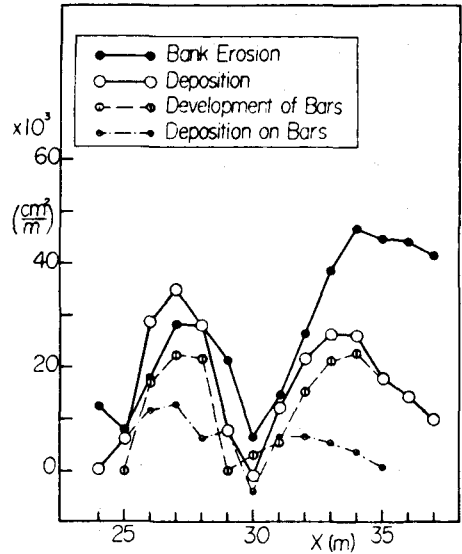


図-2.12 蛇行発達時の土砂収支

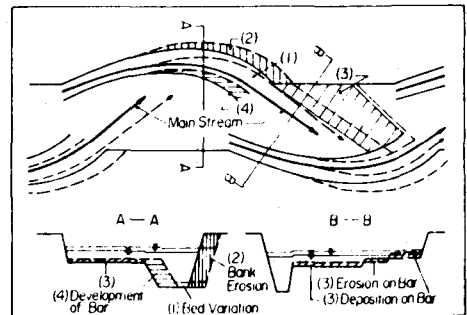


図-2.13 蛇行流路の発達過程の模式図

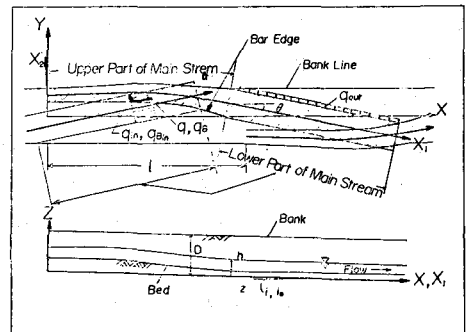


図-2.14 蛇行流路の水理モデル

- (1) 横流出・入のある開水路定常流の式
- (2) 横越流の式, (3) 抵抗式
- (4) 横流出・入のある流砂の連続式
- (5) 流砂量式, (6) 側岸侵食量式

ただし、実際の解析では彎曲部外岸への流量の集中を重視し、上流区間では(1)と(4)の厳密な式を、下流区間では直線流路の拡幅と同様の近似式を用いている。

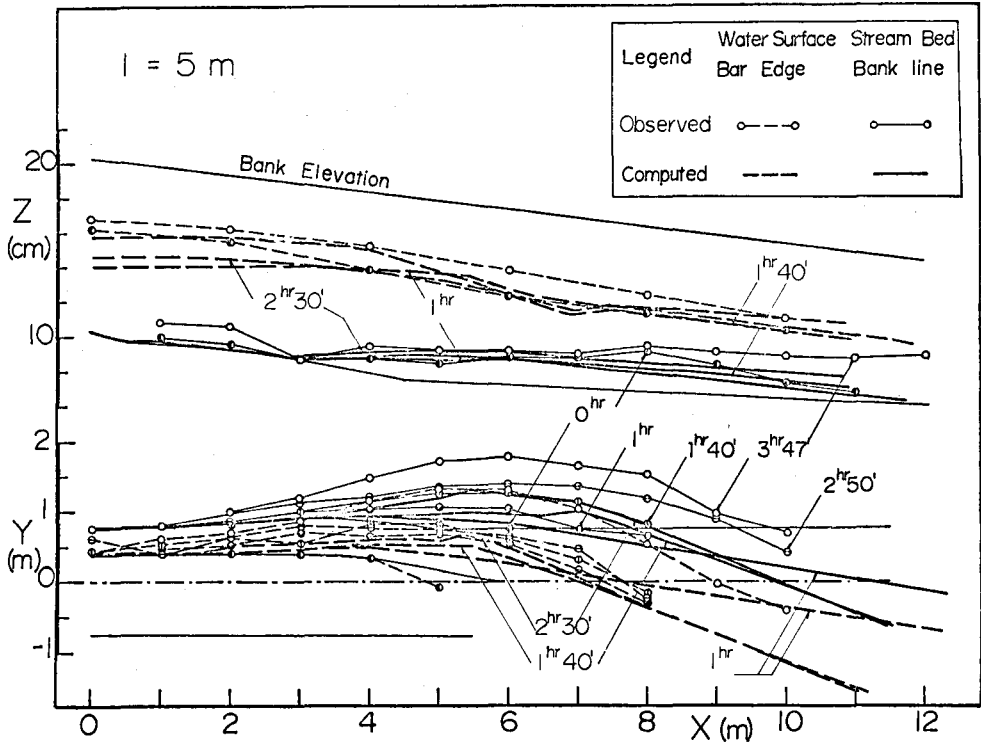


図-2.15 蛇行流路の発達過程の検討

図-2.15 は解析結果の一例²⁰⁾を示したもので、蛇行主流路の平面形状(彎曲外岸と砂州前縁)および水位・河床高の時間的変化について計算値と実験値が比較されている。計算値の拡幅と河床上昇の進行は実験値のそれより緩慢であるが、蛇行頂部の前進と下流区間の河床上昇の傾向はほぼ対応している。

つぎに、蛇行の平面線形の発達を新たな力学モデルで解析した奈良井⁴⁰⁾の研究について述べる。奈良井は水流の遠心力によって彎曲部外岸に生ずる摩擦力に注目し、河岸の侵食速度 $\partial r / \partial t$ が摩擦力のなす仕事 W に比例するという考えから、蛇行発達の基本式として次式を得ている。

$$\frac{\partial r(s)}{\partial t} = KW e_n(s) \div \frac{K'}{\rho(s+\delta)} e_n(s) \quad (2.33)$$

ここに、 $K' = K \mu' \rho' Q u^2$, ρ' : 水の密度, μ' : 摩擦係数, Q : 流量, u : 流速, ρ : 蛇行の曲率半径, δ : 河岸線 s の曲率と流心線のそれとの位相差, K : 河岸の侵食性係数; $e(s)$: 河岸線の法

線ベクトルである。

(2.33) 式を直交座標系で表した式

$$\partial x(s)/\partial t = K' \partial^2 x(s+\delta)/\partial s^2, \quad \partial y(s)/\partial t = K' \partial^2 y(s+\delta)/\partial s^2 \quad (2.34)$$

を用い、 K' 一定とし、初期形状を正弦曲線、 $\delta = \Delta s$ として計算した結果が図-2.16に示されている。計算結果は振幅および曲線比長(S.N.)ともに加速度的に増加しているが、蛇行転向部の不動部

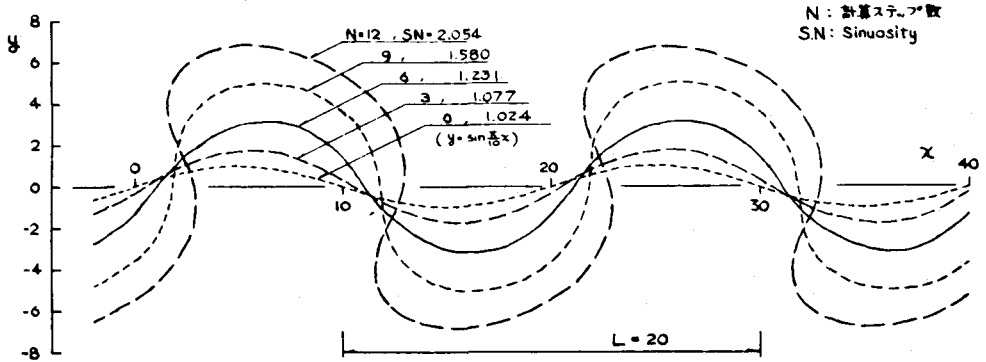


図-2.16 蛇行線形の発達

分と耳状の蛇曲形態の形成が河川における蛇行発達の特徴に類似している。

一方、長距離に及ぶ流路の線形については、流路各点の流向角あるいはその変化率(曲率)に関する系列解析を行い、スペクトル密度分布より卓越波長を検討する研究が近年数多く発表されている。長谷川⁴¹⁾はこうした研究を一步進めて蛇行(曲率系列)に対するスペクトル密度分布の関数形とその経時変化に対する応答関数を決定し、実河川の蛇行の発達を推算している。まず、正規化されたスペクトル密度の関数形を次式のような Γ 分布で表している。

$$P(k/k_0) = \frac{m^m}{2\Gamma(m)} \left(\frac{k}{k_0}\right)^m \exp\left(-m\frac{k}{k_0}\right), \quad k > 0 \quad (2.35)$$

ここに、 k : 波数、 k_0 : P_{max} の波数、 m : P_{max} によってきまる定数である。(2.35)式および P を逆変換した自己相関関数 $\rho(k_0, \xi)$ と河川実測値との比較が図-2.17に示されている。なお、スペクトルを決定する三つのパラメーター(曲率系列の分散 σ^2 と P の定数 m 、 k_0)については河道特性との関係が検討されている。

つぎに、河川の曲率系列 $c(x)$ を $(-\infty, \infty)$ に拡張した系列 $c_0(x)$ を対象として、ある $c_{01}(x_1; \sigma_1^2, m_1, k_{01})$ から新たな $c_{02}(x_2; \sigma_2^2, m_2, k_{02})$ に移行する際の推定を線形変換

$$c_{02}(x_*) = \int_{-\infty}^{\infty} c_{01}(x_* - \alpha) g(\alpha) d\alpha \quad (2.36)$$

によって行っている。ここに、 $c_{02} : c_{01}$ の推定値、 $x_* = k_{01} x_1 = k_{02} x_2$ 、 $g(\alpha)$: 重み関数で

ある。さらに、推定値の誤差が最小になる条件および c_{02} と c_{01} に対するコヒーレンス γ^2 を $\gamma^2 = e^{-\epsilon k_*}$, ($k_* = k/k_0$, $\epsilon \geq 0$) と仮定することによって応答関数すなわち (2.36) 式の $g(\alpha)$ が決定されている。 $g(\alpha)$ には m_1 , m_2 , σ_1 , σ_2 ϵ が含まれるので未知パラメーター ϵ を変えて、石狩川における 1899 年の曲率系列から 1925 年のそれを推定した結果が図-2.18 である。2 年次間の波形変化が小さい理由としては、 m_1 と m_2 の差が小さく $g(\alpha)$ が δ 関数に近いことが挙げられている。

(2) 網状流路の発達機構

河道内で形成される網状流路と流域における水系網とは場の条件および形成機構は異なるが、平面形態が類似していることから、網状流路と水系網の模擬発生はほぼ同様の確率論的手法によってなされている。しかし、主に流路網の形態を模擬したものが多く、発達機構を考慮して時間的変化を追跡した研究は少ない。ここでは、裸地斜面における流路網の発達過程を模擬した芦田・田中⁽⁴²⁾の研究について述べる。

芦田・田中は斜面の初期状態として一様な等間隔の平行直線流路を与え、つぎの条件と手法を用いて侵食による網状流路の形成過程を計算している。

(1) 流路の水理計算：流路は広長方形断面で流れを局所等流とし、流路幅-水深比、摩擦係数、こう配および流量を一定として流速の対数則より有効摩擦速度を計算する。

(2) 流路変動の計算：流路の侵食速度は有効摩擦速度に比例し、流砂量が流下方向に減少する場合は侵食速度を 0 とする。また、図-2.19 に示すように流路の縦侵食 ΔZ と横侵食 ΔY の間に

$$\Delta Z = E \cdot B \cdot \Delta T / (B + |\Delta Y|) \quad (2.37)$$

の関係をを用い、 ΔY として ΔY_{max} および ΔY_{dmax} の範囲の確率変量（一様乱数）を与える。ここに、

$$\Delta Y_{max} = \alpha \{ E / (h/B) \} \Delta T, \quad (2.38)$$

$$\Delta Y_{dmax} = \beta B$$

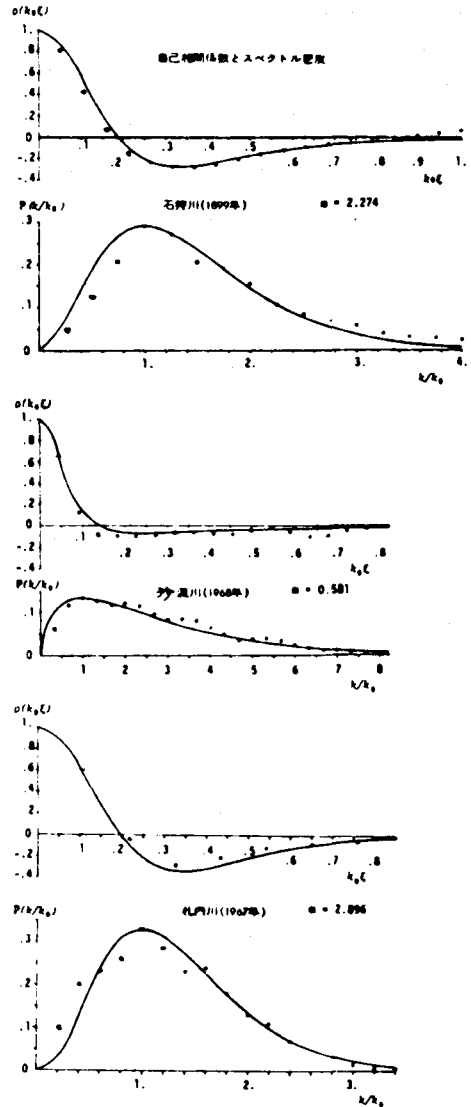


図-2.17 蛇行曲率の自己相関関数とスペクトル密度分布

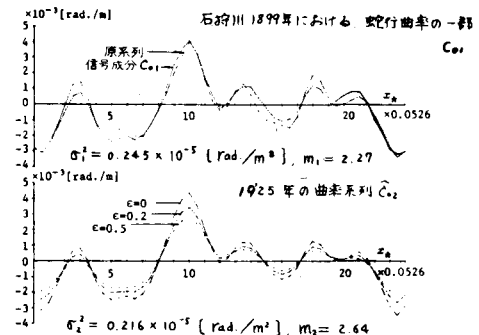
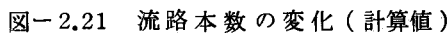
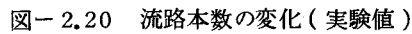
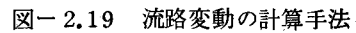


図-2.18 蛇行曲率の経時変化推定結果（石狩川）

最後に、本稿を括めるに際して協力
頂いた京大防災研究所の藤田裕一郎君
に謝意を表す。



- 1) 平野宗夫：土木学会論文集，第210号，1973，pp.13-20.
- 2) 平野宗夫・川延正敏：土木学会第29回年講，1974，II-128.

- 3) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二：京大防災研年報，第14号B，1971，pp.275-297.
- 4) 村本嘉雄・田中修市・藤田裕一郎：京大防災研年報，第15号B，1972，pp.385-404.
- 5) 村本嘉雄・藤田裕一郎：土木学会第29回年講，1974，II-127.
- 6) 長田京司・長谷川和義：土木学会第30回年講，1975，II-164.
- 7) Lane, E.W: Trans. ASCE, Vol.120, 1955, pp.1234-1279.
- 8) 土屋義人：京都大学学位論文，1963，pp.106-112.
- 9) 高山茂美：河川地形，共立出版，1974，pp.177-193.
- 10) 石原藤次郎編：水工水理学，丸善，1972，pp.224-227，258-263.
- 11) 村本嘉雄・藤田裕一郎：昭和48年度土木学会関西支部年講，1973，II-38.
- 12) 芦田和男・沢井健二：第20回水理講演会論文集，1976，pp.97-102.
- 13) 芦田和男・田中健二：京大防災研年報，第17号B，1974，pp.571-584.
- 14) 村本嘉雄・藤田裕一郎：文部省科研費総合研究（代表者，岸力）報告書，1975，pp.71-79.
- 15) Chitale, S.V.: Jour. of Hydrology, Vol.19, 1973, pp.285-308.
- 16) 鮭川登：土木学会論文報告集，第207号，1972，pp.47-60.
- 17) 池田宏：地理学評論，第46卷7号，1973，pp.435-451.
- 18) 岸力・黒木幹男・今泉正次：土木学会第30回年講，1975，II-169.
- 19) 村本嘉雄・藤田裕一郎・青木健一：昭和51年度土木学会関西支部年講，1976，II-48.
- 20) 村本嘉雄・藤田裕一郎：京大防災研年報，第19号B，1976（印刷中）.
- 21) 池田宏：地理学評論，第48卷10号，1975，pp.712-730.
- 22) 木下良作：水工学夏期研修会講義集，1972，A-4.
- 23) 鮭川登：第3回土木学会関東支部年講，1976，II-25.
- 24) 石原藤次郎・本間仁編：応用水理学中I，丸善，1958，pp.70-75.
- 25) 林泰造：水工学夏期研修会講義集，1970，B-16.
- 26) 前出9) pp.222-231.
- 27) 椿東一郎・渡辺訓甫・定村寛文：土木学会第26回年講，1971，II-68.
- 28) 林泰造・尾崎幸男：第20回水理講演会論文集，1976，pp.89-96.
- 29) Engelund, F. and O.Skovgaard: Jour. of Fluid Mech., Vol.57, Part2, 1973, pp.289-302.
- 30) Callander, R.A.: Jour. of Fluid Mech., Vol.36, part3, 1969, pp.465-480.
- 31) 鮭川登：土木学会論文報告集，第181号，1970，pp.67-76.
- 32) Engelund, F: Jour. of Fluid Mech., Vol.42, part2, 1970, pp.225-244.
- 33) Engelund, F: Jour. of Fluid Mech., Vol.72, part1, 1975, pp.145-160.
- 34) 木下良作：土木学会論文集，第42号，1957.
- 35) 木下良作：科学技術庁資源局資料，第36号，1961.
- 36) 木下良作：水工学夏期研修会講義集，1968，B-12.
- 37) 須賀堯三：土木技術資料，第18卷1号，1976，pp.3-8.
- 38) 藤田裕一郎・村本嘉雄：京大防災研年報，第18号B，1975，pp.551-564.
- 39) 村本嘉雄・藤田裕一郎：土木学会第30回年講，1975，II-166.
- 40) 奈良井修二：土木学会第30回年講，1975，II-174.

- 41) 長谷川和義：土木学会第30回年講，1975，Ⅱ-173.
- 42) 芦田和男・田中健二：京大防災研年報，第18号B，1975，pp.513-528.