

流 力 弾 性

中 村 泰 治

1. は し が き

水理および海洋構造物に関する流力弾性の話をするようにとのことであるが、筆者は耐風工学の一研究者であって上記構造物に関する知識に乏しい。しかし、問題を流れにおかれた弾性構造物の応答としてとらえれば、風による地上構造物の応答も、水中における構造物の応答も本質的差異はない。こゝでは風による地上構造物の動的応答とくにフラッタについて解説したい。この小文が水理および海洋構造物に関する諸問題解決の一助ともなれば望外の幸いである。

さて、空気力あるいは一般に流体力の連成によって生ずる弾性構造物の自励振動がフラッタ (flutter) である。flutter の語源は flag であるといわれる。航空機のフラッタはきわめて危険なもので、一旦生ずると一瞬のうちに機体の致命的破壊をひき起すので、航空機が新しく開発されるときには、定められた飛行範囲においてフラッタが起らないことを、計算や実験によって証明されなければ許可されない。われわれが航空機のフラッタによる事故を全くといってよい程耳にしないのは、上述のような努力が払われているからに他ならない。

近年、吊橋、高層ビル等の土木建築構造物の長大化、軽量化の傾向、および溶接技術等の工法進歩にともない、これら構造物の可撓性の増大および構造減衰低下の傾向が著しい。これら構造物は航空機ほど flexible でもないが、上記の傾向が進めば航空機と同様にフラッタの発生が予想されるわけである。事実、1940年11月におけるアメリカ Tacoma Narrows 橋の風による崩壊はその不幸な例であった。

地上構造物の風による応答の特徴を列举するとつぎのようになる。

- 1) はく離流であること。地上構造物の形はさまざまで非流線型であるので、まわりの流れはつねにはく離している。すなわち、フラッタははく離流フラッタである。
- 2) レイノルズ数 (R 数) が大きいこと。たとえば、強風時の鋼製煙突の R 数は、直径 5 m, 風速 20 m/s として $R = 7 \times 10^6$ に達する。ちなみに、潮流 10 ノット中の直径 1 m の水中パイプでは、 $R = 5 \times 10^6$ となりこれに匹敵する。
- 3) 自然風の特徴が影響すること。地上風はスケールの大きい乱流境界層 (大気境界層ともいう。厚さ 500 ~ 1,000 m) 内の流れである。すなわち、高層ビル、長大吊橋等の地上構造物はこの大気境界層に埋没しているのであって、平均風速は構造物の高さとともに増大し、また、風向、風速とも時間的空間的に決して一様でなく、いわゆる息づきがある。

以上の特徴のため、構造物のフラッタについては航空機における非定常翼理論のようなまとまった理論はなく、われわれの知識はきわめて不完全な模型実験による結果に頼っているのが現状である。設計の立場からすれば、自然風に曝された構造物の動的挙動の正確な予測が最終的課題であるが、そのゴールははるかに遠いといわなければならない。

こゝで、地上構造物と水中構造物の流力弾性的相異について簡単に述べたい。第一は水と空気の密度の差である。すなわち、水による流体力は空気力に比してはるかに大きい。風が吹いても構築物の振動

数は真空中あるいは静止空気中のそれとほとんど変わらない。風によって影響を受けるのは構造物の減衰特性である。これに対して、水中構造物では、減衰特性のみならず、構造物の振動数も著しく変化し得る。第二の差異は水理構造物における自由表面の存在であって、波力等による構造物の応答は設計上重要な問題である。しかし、この問題については他の専門家による解説があるので、本講では一切省略する。

2. 非流線型物体のまわりの流れ

二次元円柱を例にとり、 R 数の大きい非流線型物体のまわりの流れを図-1に示す。まず、物体前半では表面に沿う流れが加速されるので別に問題は無い。しかし、物体後半の減速領域に入ると、表面境界層が圧力上昇に耐えかねてはく離する。流れに押し出された境界層は剪断層 (shear layer) と呼ばれる。剪断層と物体背面にかこまれて広い死水領域が形成されるが、死水領域内の圧力は低く、ほゞ一様である。このため、物体には大きい圧力抵抗が作用する。死水領域内の平均流はほとんどないが、不規則な乱れが著しい。一方、上下二列の剪断層はそのまゝ安定に存在することができず、やがて二つの交代配列のうず列に発達する。これがKarman うず列に他ならない。このKarman うず列によって、静止物体といえども振動的流体力が作用するのである。

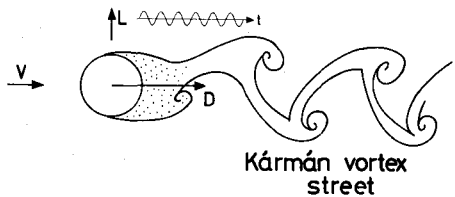


図-1 非流線型物体のまわりの流れ

3. 付加空気力

流れに曝された弾性構造物の応答を模式的にかけば図-2のようになる。構造物の変位 (あるいは変形) にともなう生ずる付加空気力が feed back されて新しい変位 (変形) を生む。この一種の循環現象が振動的 (動的) に発散すれば、これが自励振動、すなわち、フラッタに他ならない。通常、低風速ではこのような発散は起らず、たとえ系に何らかの攪乱が印加されても振動は減衰する。ある風速を境いとしてこの循環現象の発散が生ずるのであって、この風速をフラッタ限界風速と呼ぶ。変位の発散が一方向的 (静的) に生ずるものはダイバージェンス (divergence) と呼ばれ、同様に大変危険な現象であるが、普通、その限界風速はフラッタ限界風速よりもはるかに高い。したがって、設計としてはフラッタのみを考慮しておけば十分である。問題は、フラッタにおける付加空気力の本質を知り、これを如何に評価するかということになるのである。

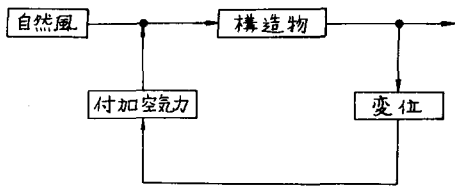


図-2 風による構造物の応答

一般に、自励振動が生ずるにはエネルギーの溜池がなくてはならぬ。フラッタの場合、この溜池は主流の運動エネルギーに他ならない。主流のもつ運動エネルギーが構造物の振動エネルギーに変換された結果、振動的変位の増幅が行われるのである。

いま、時間 t における物体変位を $y(t)$ 、付加空気力を $F\{y(t)\}$ としよう。重要なことは、 $F\{y(t)\}$

は過去より現在にいたる物体運動に依存することであって、単に現在における物体の運動状態を指定しても定まらない。すなわち、付加空気力は物体運動の汎関数である ($F\{\}$ は汎関数を意味するものとする)。その原因は、物体変位にともなう物体周辺のはく離流に変化を生じ、それが主流によって後方に輸送される間、物体周辺の流れに影響することにある。この特性は、流体運動の記憶作用 (fluid memory) あるいは流れの遅れと呼ばれる。たとえば、物体が静止している場合、付加空気力は必ずしも 0 でない。過去の運動によって生じたはく離流の変化が十分後方に流れ去るまで物体に影響をおよぼしつづけるのである。後述のように、振りフラッタの発生は、この流れの遅れによるのである。

振動数 $\omega (=2\pi f)$ で調和振動する変位と付加空気力を、代表長 h 、風速 V 、密度 ρ を用いて無次元化する。

$$y(t)/h = \eta(t) = \operatorname{Re} [\eta_0 e^{i\omega t}] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} F\{y(t)\} &= \frac{1}{2} \rho V^2 h C_F \{\eta(t)\} \\ &= \frac{1}{2} \rho V^2 h \operatorname{Re} [(C_{FR} + i C_{FI}) e^{i\omega t}] \end{aligned} \quad (2)$$

よって、1 自由度振動系の運動方程式は、

$$\begin{aligned} m \ddot{y} + 2m\delta_s f_0 \dot{y} + m\omega_0^2 y &= F\{y(t)\} \\ &= \frac{1}{2} \rho V^2 h \operatorname{Re} [(C_{FR} + i C_{FI}) e^{i\omega t}] \end{aligned} \quad (3)$$

(3)における C_{FI} の符号が問題であって、 $C_{FI} > 0$ 、かつ、構造減衰に打勝てばフラッタが発生する。先述のように、質量比 $m/\rho h^2$ の大きい地上構造物では $C_{FR} = 0$ としてよいが、水中構造物では無視できない。

さて、(2)の無次元空力係数を支配するパラメータは、無次元風速、 R 数および振幅比である。

$$C_{FR}, C_{FI} = f(V/fh, R, \eta_0) \quad (4)$$

このうち、フラッタにおいてもっとも支配的なパラメータは無次元風速 (その逆数をとれば無次元振動数) であり、風速の大きさ (振動の早さ) の目安を与える。はく離流フラッタでは、付加空気力の非線型性が著しく、振動的発散の後、定常的リミット・サイクルに落ち着くのが普通である。(3)で支配される系のフラッタにおけるリミット・サイクルを η_0 とすれば

$$\eta_0 = f(V/fh, R, m/\rho h^2, \delta_s) \quad (5)$$

このうち、質量比と構造減衰の寄与は

$$k_s = 2m/\rho h^2 \cdot \delta_s \quad (6)$$

の積の形で与えられる。水中構造物の場合は質量 m に水の付加質量を加えなければならない。(5)において、とくに $\eta_0 = 0$ とすれば、フラッタ限界風速 $\bar{V}_F (=V_F/fh)$ が対応する。

$$\bar{V}_F = f(m/\rho h^2, \delta_s, R) = f(k_s, R) \quad (7)$$

安定なリミット・サイクルのほか、しばしば不安定なリミット・サイクルが現われるのはく離流フラッタの特徴である。振動の対数減衰率を δ 、振動振幅を η とすると、 $\eta < \eta_0$ で $\delta < 0$ 、 $\eta \geq \eta_0$ で $\delta \geq 0$ であれば、 η_0 は安定なリミット・サイクルの振幅を示す。逆に、 $\eta < \eta_0$ で $\delta > 0$ 、 $\eta \geq \eta_0$ で $\delta \leq 0$ であれば、 η_0 は不安定なリミット・サイクルの振幅を示す。なお、(2)は付加空気力の周波数応答のうち、基本波成分を示すもので、高調波成分を省略していることに注意されたい。

4. うず励振

構造物の背後に放出されるうずの振動数を f_v とすれば、ストローハル数 $S = f_v h / V$ は、構造物の形ならびに R 数による定数となる。その値は、 $S = 0.1 \sim 0.3$ である。 R 数の影響がなければ、うず放出振動数は風速に比例して増加する。構造物の代表例として、二次元矩形断面柱と円柱のストローハル数を図-3および図-4に示す。矩形断面柱のように、はく離点が鋭い角に固定されている場合、 R 数の影響は比較的小さい。しかし、円筒状構造物では滑らかな表面で境界層がはく離するので、ストローハル数は R 数により複雑な変化をする。円柱の場合、いわゆる subcritical 領域 ($R < 3 \times 10^5$) で $S = 0.2$ 、はく離点の境界層が層流より乱流に遷移する critical 領域 ($R \approx 3 \times 10^5$) では流れは複雑でうずの放出は定かでない。しかし、遷移後 ($R > 10^6 \sim 10^7$)、ストローハル数約 $S = 0.3$ をもつ規則正しいうず列が再び出現するようである。

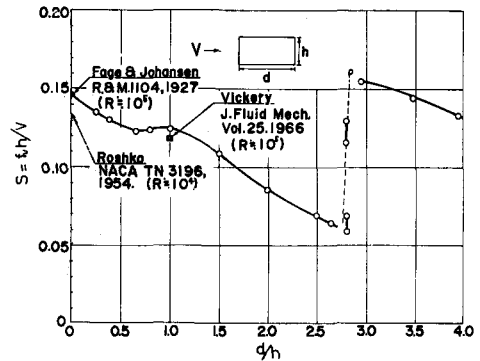


図-3 二次元矩形断面柱のストローハル数、 $R = 2 \sim 6 \times 10^4$

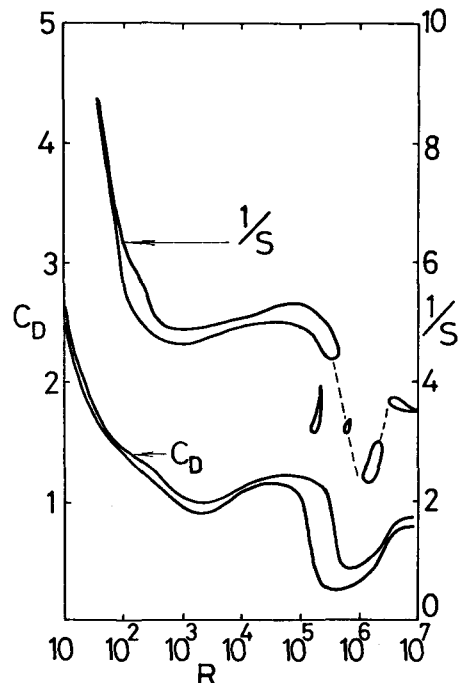


図-4 二次元円柱の抵抗係数とストローハル数

さて、うずの放出により振動数 f_v の変動揚力ならびにピッチング・モーメント、振動数 $2f_v$ の変動抗力が構造物に作用する。うず振動数が構造物の流れに直角方向の固有振動数に一致する風速を V_{cr} とすれば、この風速付近で構造物は流れに直角方向の振動を励起される。同様に振り振動あるいは流れ方向の振動も発生し得る。これらがうず励振に他ならない。

質量比の大きい二次元ばね支持円柱の実験を例にとり、うず励振における構造物の応答とそれともなう流れの変化について説明したい(図-5)。励振は、限界風速 $\bar{V}_{cr} (= 1/S)$ にきわめて近いがそれより低い風速より、うなりをともしう小振幅振動ではじまる。その振動数は、円柱固有振動数 f_n と静止円柱に対するうず放出振動数 f_v の近接した二つの振動数よりなる。

$\bar{V} = \bar{V}_{cr}$ をすぎると振動振幅は急激に増すが、その最大振幅は $\bar{V}_{cr}$ よりやや大きい風速で生ずる。さらに風速を上げると振幅は急に減る。この間、円柱

振動数 f_c はほぼ f_n に近い値となる。定常振動の認められる上記風速域以外では、円柱は $f_c = f_v$ の微小不規則振動を呈するのみである。

一方、円柱振動中の後流の速度変動を熱線流速計で観察すれば、うず振動数 f_{v0} は静止時の振動数 f_v に必ずしも等しくないことがわかる。すなわち、円柱の振動振幅がますと急に $f_{v0} = f_c$ (ニ f_n) となるのである。すなわち、円柱の振動がうずの発生を制御するようになる。この現象は、うず振動数の円柱振動数への同期あるいは引込み現象 (frequency locking) と呼ばれている。同期現象は最大応答を少し超えた風速まで続く。さらに風速を上げると、まだかなりの振幅で円柱が振動しているにもかかわらず、うず振動数 f_{v0} は突然 f_v に戻り (unlock), その後、 f_v の値を保つ。このように、円柱振動のうず発生への制御はさきわめて非線型である。

さて、図-5の振幅応答特性でみるように、うず振動は、一見、共振現象に類似している。しかし、一方、同期現象などの実験事実より、振動源としてのうず列自体が物体振動に制御されていることは明らかである。したがって、うず励振を通常の共振現象とみることは難しく、物体振動系に生ずる一種の自励振動、つまり、フラッタとみなす方がより適切である。ただし、通例のフラッタでは、図-2に示すごとく振動空気力は付加空気力のみであり、物体が静止する限り振動空気力は生じ得ない。これに対し、うず励振では静止物体に対しても振動空気力が作用することに特徴があるので、単に図-2に示す1自由度フラッタとして取扱うことはできない。

振動学的にとらえるならばうず列は一種の非線型流体振動子 (fluid oscillator) であり、うず放出振動数は流体振動子の固有振動数である。したがって、うず励振を図式的に記せば図-6のようであって、物体一流体振動系の連成フラッタであるといえる。ただし、流体振動子ならびに物体一流体系間の相互作用を厳密に定式化することはさきわめて難しく、現在、いくつかの単純なモデルが提案されているにすぎない。

構造物の風による振動の中で、このうず励振はもっともしばしば経験されるところであって、以前より知られていたけれども、最近の構造物の多様化、長大化の傾向とともにますます注目されるにいたった。大振幅振動の結果、構造物全体が倒壊する例も稀でないが、むしろ、低風速において、橋梁吊材等の構造物部材にしばしば小振幅振動を生じ、その疲労破壊を招くことが多い。代表的なうず励振は鋼製煙突の振動であろう。最近の鋼製煙突では、直径数 m 、その高さは150~200 m に達する

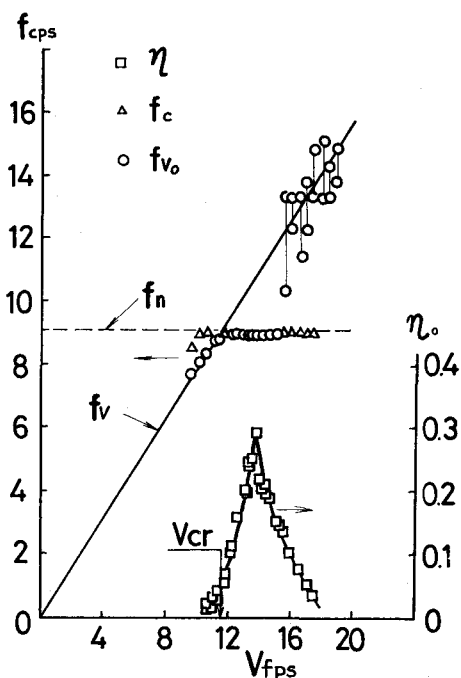


図-5 二次元ばね支持円柱のうず励振

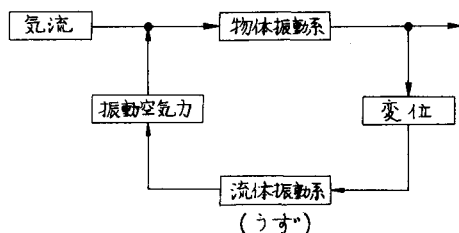


図-6 物体一流体振動系の連成フラッタとしてのうず励振

ものがある。何本かの煙突を束ねた集合型の励振例は稀であるが、自立型単独煙突の振動例は多い。振動煙突のまわりの流れは、 R 数の大きいため相似実験が難かしく、現在なお十分な理解が得られているといふ難い。Imminghamの oil terminal の事故にみられるように、水中構造物では潮流中のパイルの振動が目立っている。風による地上構造物では稀であるが、このような水中構造物では質量比が小さくなるために、流れに直角方向の振動のみならず、低流速で流れ方向の励振が生ずることに特徴がある。

振動を防止するには種々のダンパーを取付けることが多いが、煙突などでは、先端部表面に螺旋状の鉢巻 (helical strake) を巻くことがしばしば有効である。また、穴あき円筒の帽子を先端にかぶせたり (shrouded cylinder), 同じく先端に放射状のひれ (fin) を取付けたりして同様な効果を得ることができる。ただし、同時に抵抗が増加して転倒モーメントの増大をもたらすので注意が必要である。また、鋼製煙突の円筒殻の肉厚が薄いとうずの放出による半径方向の振動が生ずることがある。これをオーバリング (ovaling) と呼んでいる。オーバリングは、煙突先端部に補強リングを取付けることにより簡単に止めることができる。

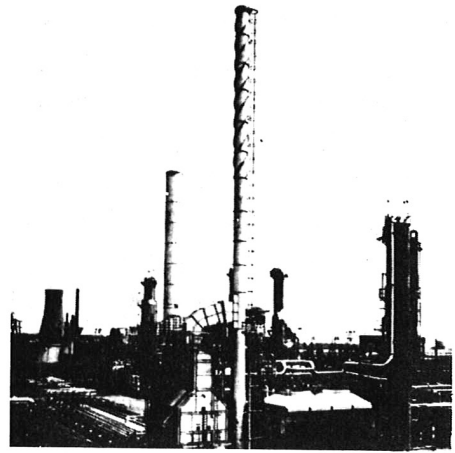


図-7 Helical strakes による煙突のうず励振の防止例

5. ギャロッピング

冬季、山中の高圧送電線に氷雪が付着し断面がいびつになると、鉄塔間の送電線が風により長周期、大振幅の振動を起こすことが珍しくない。これがギャロッピングである。以下に述べるように、ギャロッピングは、構造物の静的空力特性より、準定常理論を適用してこれを予知することができる。構造物のフラッタの中で、ギャロッピングは理論的に予測可能な唯一の例であるといえる。

図-8で、風速 V の流れにおかれた構造物が一定速度 $\dot{y}$ で流れに垂直に運動すると、構造物には相対迎角 $\alpha = \tan^{-1} \dot{y}/V$, 相対風速 V_{rel} の空気力が作用する。物体が振動している場合、振動が十分ゆっくりして振動中の各瞬間で、流れは相対迎角で与えられる定常流に等しいと仮定する。この時、 y 方向の空気力 $-F_y(t)$ ($F_y(t)$ は上向き正)は、

$$F_y(t) = \frac{1}{2} \rho V^2 h C_{Fy} \sec^2 \alpha \quad (8)$$

で表わされる。 C_{Fy} は、揚力および抗力係数 (風軸に関する分力) を用いて、

$$C_{Fy} = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \quad (9)$$

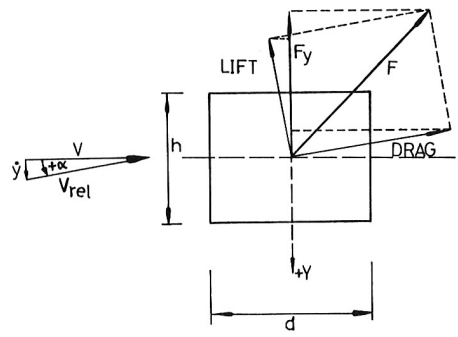


図-8 流れに直角に振動する構造物と作用空気力

と求めることができる。微小振動を仮定すれば、 $\alpha = y/V$, $C_L = dC_L/d\alpha \cdot \alpha$, $C_D = \text{一定}$ として、

$$\begin{aligned} C_{Fy} &= dC_L/d\alpha \cdot \alpha + C_D \cdot \alpha \\ &= (dC_L/d\alpha + C_D) \dot{y}/V \end{aligned} \quad (10)$$

(10)で表わされる空気力は、図-2に示す付加空気力であり、この場合、減衰力として構造物の運動を制御することになる。もし、

$$dC_L/d\alpha + C_D < 0 \quad (11)$$

であれば、空気力は負減衰力となり運動を助長する。これがギャロッピングに他ならない。(11)は Den Hartog の基準と呼ばれている。(10)を(4)の運動方程式に代入すれば、

$$\ddot{V}_0 = 2 k_s / [- (dC_L/d\alpha + C_D)] \quad (12)$$

によって、微小振動における無次元共振風速が与えられる。

図-9は正方形断面柱の3分力特性であるが、 $\alpha = 0$ において負の揚力傾斜をもつことに注目されたい。このため、正方形断面柱では(11)が成立しギャロッピングを生ずるのである。このような特性は正方形断面柱に限らず、他の矩形断面柱を含むいくつかの構造物断面にみられる。

$dC_{Fy}/d\alpha < 0$ の条件は、角部における流れのはく離に関係する。微小正迎角において、図-9の角1および角2におけるはく離流に異常がみとめられ、剪断層の曲率は角1よりも角2における方が大きい。このため、側面の圧力は上面より下面の方が低くなり、 $dC_{Fy}/d\alpha < 0$ を生ずるのである。

線型近似式(10)の代りに、図-9の静特性より、

$$C_{Fy} \sec^2 \alpha = A (\dot{y}/V) + B (\dot{y}/V)^3 + \dots \quad (13)$$

と $\dot{y}/V$ の巾級数で表わすと、運動方程式(4)は非線型減衰力の作用する1自由度振動方程式となる。したがって Krylov-Bogoliubov の方法を用いて、リミット・サイクルの振動振幅等を求めることができる。図-10はギャロッピングにおけるリミット・サイクルの振動振幅を示すものであって、理論と実験の一致はきわめてよい。図中、点線は不安定なリミット・サイクルを示すものである。

さて、3節で述べたように、一般に付加空気力は運動の汎関数で与えられるもので、正しくは流れの遅れの影響を考慮する必要がある。本節で述べた準定常理論は、流れの遅れを無視し、運動の各瞬間に等価定常流を仮定するものであるから、振動が早くなり流れの遅れの影響が著しくなると破綻する。その目安を与えるものは無次元風速の大きさであって、(12)が妥当するためには $\bar{V}_0$ は十分大きくないとい

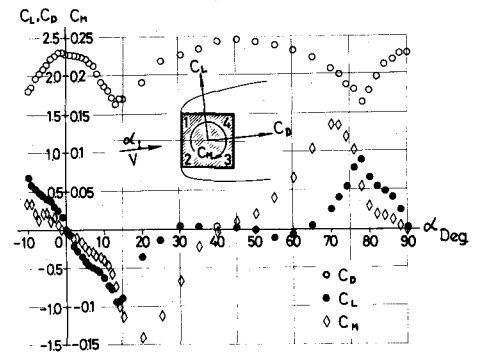


図-9 正方形断面柱の3分力特性,
 $R = 2 \times 10^{-5}$

けない。普通、 $\bar{V}_0 > 50 \sim 60$ である。⁽¹⁾この条件は(6)に示す k_s が十分大きいときに実現されるものである。ギャロッピングにおける理論と実験のよい一致を示す例として図-10を挙げたが、この場合でも、実験は十分大きい無次元風速の範囲で行われたのであった。

図-11に示すように、減衰 k_s の大きい系では、無次元風速を増して行くと、まずうず励振を生じ、ついでギャロッピングを生ずる。これに対して、 k_s の小さい系では、うず励振を生じたままギャロッピングに移行することが多い。

実例としては既に述べた送電線の振動がある。ただし、振動の発生は必ずしも氷雪によらない。送電線を何本かづつ振って束ねた結果、断面形状が凹凸になり、ギャロッピングに悩まれた例がある。この場合、表面をテープで被覆し凹凸を除いて振動を防止することができた。建物、橋梁でも、静特性が不安定を示し、発振の可能性をもつ場合があるが、未だその例を聞かない。将来、これら構造物の長大化にともない固有振動数が低下すれば、発振風速が設計風速に近づくことがあるであろう。また、たとえ発振を生じていない場合でも、負減衰空気力の存在により、系の減衰係数が低下するので注意しなければならない。この結果、たとえば風の乱れ等により不規則振動の振動振幅がまし好ましくない影響を与える。そのほか、橋梁吊材には、ギャロッピングと考えられる事故例が散見する。

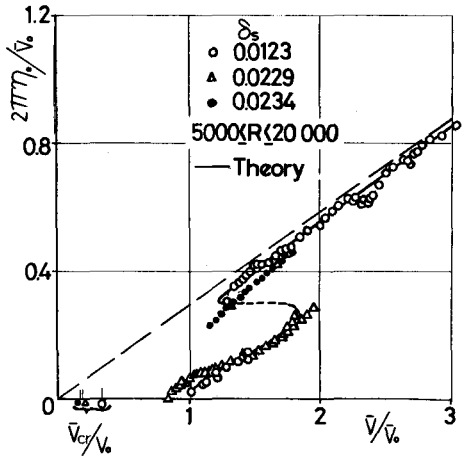


図-10 正方形断面柱のギャロッピング

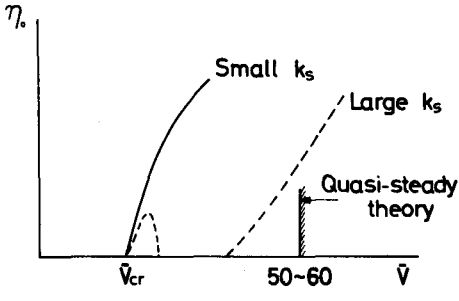


図-11 ギャロッピングにおける減衰係数 k_s の影響

6. 振りフラッタ

有名な Tacoma Narrows 橋の崩壊は振りフラッタによるものと思われる。模型実験によれば、振りフラッタはほとんどすべての構造物に共通して発生し、しかも、多くの場合、風速の増大とともに振動振幅は急激に増大しきわめて危険な現象である。曲げのフラッタであるギャロッピングが、流れの遅れを無視する準定常理論によって説明されるのに対して、振りフラッタでは流れの遅れの効果が本質的に関係する。以下にこれを述べたい。

流れの中で1自由度ピッチング $\theta(t) = R_\theta [\theta_0 e^{i\omega t}]$ を行なう構造物に対して、付加モーメント $M(t)$ の周波数応答を記せば、

$$M(t) = M_\theta \theta + M_\dot{\theta} \dot{\theta} \tag{14}$$

$M_\dot{\theta} > 0$ の原因を探ることが本節の目的である。付加モーメントは流体と構造物との相対運動によっ

て生ずるものであるから、静止流体中を一定速度で前進し、かつ、ピッチングを行なう構造物を考えてもよい。いま、問題をより一般的に取扱うために、構造物が静止流体中を任意の平面運動を行なうとし、その付加モーメントを考察しよう。航空機あるいは船舶の運動を想起されたい。

図-12(a)に示すように、物体運動は flight path $r(t)$ ならびに機軸と水平軸との傾き $\delta(t)$ を指定

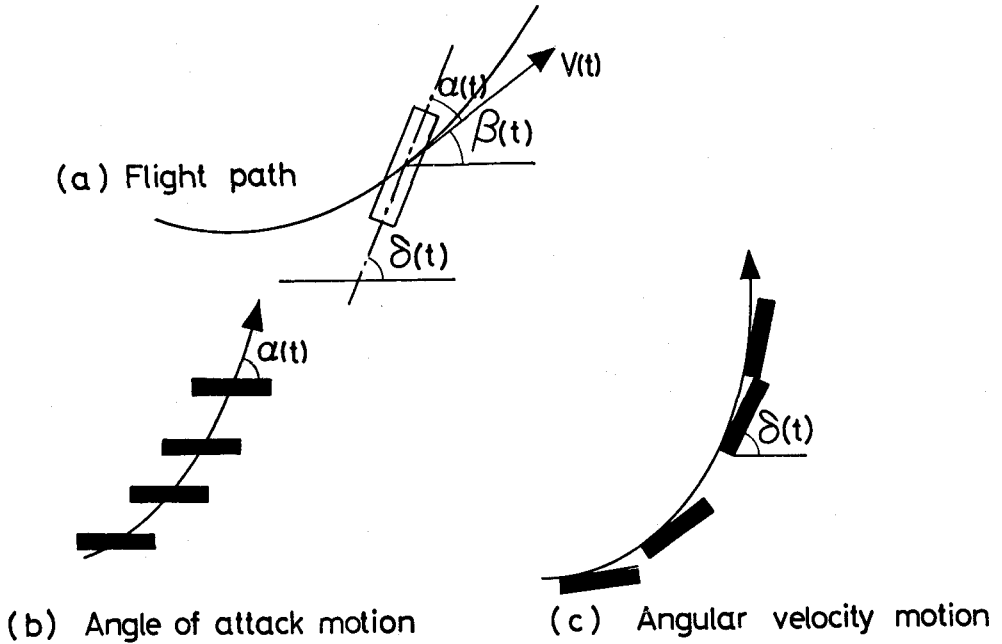


図-12 Angle of attack運動と angular velocity運動

して定まる。あるいは、 $r(t)$ と $\delta(t)$ の代りに、相対速度 $\dot{r}(t)$ と $\dot{\delta}(t)$ を与えてもよい。付加モーメント $M(t)$ は物体運動の汎関数であるから、

$$M(t) = M \{ \dot{r}(t), \dot{\delta}(t) \} \quad (15)$$

速度ベクトル $\dot{r}(t)$ を大きさ $V(t)$ と偏角 $\beta(t)$ で表現すれば、

$$M(t) = M \{ V(t), \beta(t), \dot{\delta}(t) \} \quad (16)$$

多くの場合、 $V(t) = V = \text{一定}$ 。また、 $\beta(t)$ の代りに迎角 $\alpha(t)$ (機軸と flight path のなす傾き) を用いると、 $\beta(t) = \delta(t) - \alpha(t)$ 。また、 $\dot{\delta}(t) = q(t)$ とかくと、

$$M(t) = M \{ \alpha(t), q(t) \} \quad (17)$$

すなわち、付加モーメントは $\alpha(t)$ および $q(t)$ の汎関数である。いま、微小撓乱運動に限定し、principle of superpositionの適用を仮定すれば、

$$M(t) = M \{ \alpha(t), q(t) \} = M \{ \alpha(t) \}_{q=0} + M \{ q(t) \}_{\alpha=0} \quad (18)$$

図-12(b)および図-12(c)に示すように、angle of attack 運動とは $q(t)=0$ のまゝ、 $\alpha(t)$ がかわる運動であり、angular velocity 運動とは、 $\alpha(t)=0$ のまゝ、 $q(t)$ がかわる運動である。すなわち、付加モーメントはこの二つの運動による寄与の和で表現された。

以上を前置にして、直線上を一定速度で進行し、かつ、ピッチング $\theta(t)$ を行なう物体の問題に戻ることにする。(図-13(a)) $\theta(t)=\theta_0 \sin \omega t$ とすれば、

$$\alpha(t)=\delta(t)=\theta(t)=\theta_0 \sin \omega t \quad (19)$$

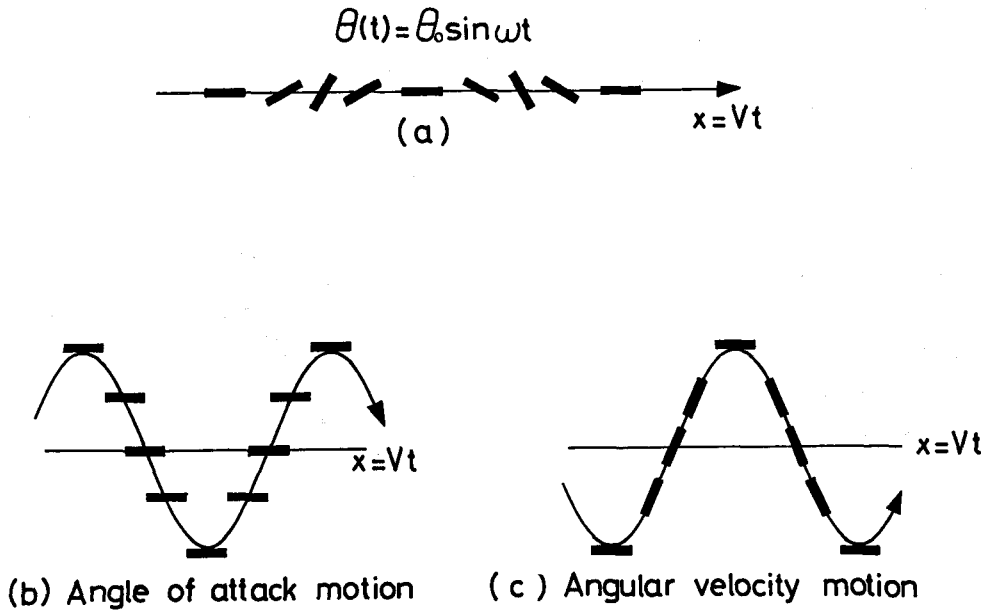


図-13 ピッチング運動の分解

この時、angle of attack 運動に対応する flight path は、図-13(b)に示すように、

$$\begin{aligned} x(t) &= Vt \\ y(t) &= y_0 \cos \omega t, \quad y_0 \omega / V = \theta_0 \end{aligned} \quad (20)$$

である。何故ならば、 $\alpha(t) = -dy/dx = \theta_0 \sin \omega t$ 。同様に、angular velocity 運動は図-13(c)で与えられる。 $M(t)$ の周波数応答は、

$$\begin{aligned} M(t) &= M\{\theta(t)\} \\ &= M_{\alpha} \alpha + M_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_q q + M_{\dot{q}} \dot{q} \\ &= (M_{\alpha} - \omega^2 M_{\dot{q}}) \theta + (M_q + M_{\dot{\alpha}}) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (21)$$

(14)と(21)を比較して、

$$M_{\theta} = M_{\alpha} - \omega^2 M_{\dot{q}} \quad (22)$$

$$M_{\dot{\theta}} = M_q + M_{\dot{\alpha}} \quad (23)$$

こゝで(23)の $M_{\dot{\theta}}$ の構造を考える。ゆっくりした振動 ($\bar{V} \rightarrow \infty$) を考えればわかるように、 M_q は準定常効果を、また、 $M_{\dot{\alpha}}$ は流れの遅れによる効果を示すものである。すなわち、(23)の $M_{\dot{\theta}}$ は、二つの物理的に異なる項よりなるのであるが、そのいずれが相対的に大きいであろうか？ 実は、多くの bluff body において、後者 $M_{\dot{\alpha}}$ が支配的になるのである。⁽²⁾ すなわち、振りフラッタは流れの遅れが原因となって発生するものであって、これを見捨てる準定常理論では説明し得ないのである。振りフラッタの実例は多いが、図-14にH型断面をもつ橋梁吊材の例を示す。 $k_s (= 2I / \rho h^4 \cdot \delta_s)$ の大きい系では、風速の増大とともに、まず、うず励振を生じ、ついで振りフラッタの発生をみる。 k_s の小さい系では、まず励振よりそのまま振りフラッタに移行する。このような応答特性はギャロッピングにおけると同様である。

7. 連成フラッタ

これまで述べたフラッタは、いずれも本質的に曲げあるいは振りの1自由度フラッタであった。これに対して、多自由度間の空気力学的連成によって生ずる連成フラッタがある。それは、変形を拘束して純曲げあるいは純振りにすれば振動は正減衰であるが、自由度間の連成を許すと自励振動を発生するという意味である。連成フラッタでは連成空気力が支配的役割を演ずる。いま、曲げおよび振り2自由度系を考えれば、連成空気力は振りによる付加揚力および曲げによる付加モーメントである。

$$L \{ \theta(t) \} = L_{\theta} \theta + L_{\dot{\theta}} \dot{\theta} \quad (24)$$

$$M \{ y(t) \} = M_y y + M_{\dot{y}} \dot{y} \quad (25)$$

図-15によって連成フラッタの発生機構を説明しよう。同図は揚力 $L_{\theta} \theta$ の1サイクル中になす仕事 W を示したものであるが、図-15(a)のように、曲げ-振り間の位相差が $\phi = 0$ であれば $W = 0$ である。しかし、図-15(b)のように、 $\phi = 90^\circ$ であれば、 $W > 0$ 、すなわち、揚力は正の仕事をするので系の振動エネルギーは増大し、フラッタの発生をみる。このように、連成フラッタでは、自由度間の位相差の発生により連成空気力が正の仕事をするのである。もっとも、与えられた風速において、この位相差が如何なる値になるかは、付加空気力は勿論、系の色々な力学的特性(曲げ-振り振動数比、重心および弾性軸位置、質量比等)に依存し、運動方程式を正確に解くことが要求される。

連成フラッタは平板状構造物に多く発生するものであって、航空機では連成フラッタが普通であり、1自由度フラッタは稀である。これに対して、土木・建築構造物のフラッタでは逆であり、多くのフラッタは本来1自由度フラッタである。しかし、吊橋床面は平板状構造物であって、例外的に連成フラッタ

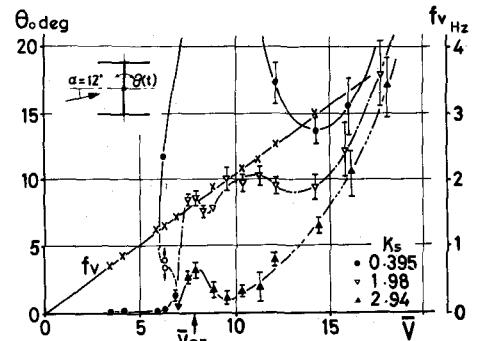
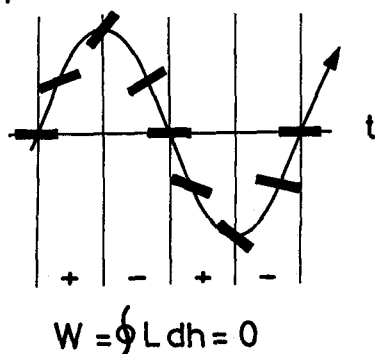


図-14 H型橋梁吊材の振りフラッタ

(a) $\phi = 0$



(b) $\phi = 90 \text{ deg}$

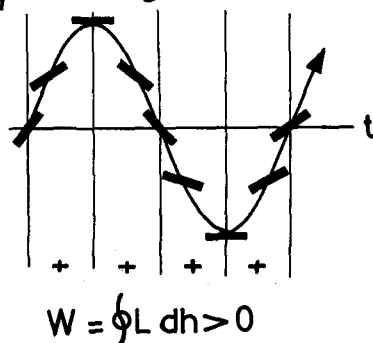


図-15 曲げ-振りフラッタの発生機構

タを生じ得るのである。たゞし、補剛桁を付加し有効なずんぐりさ (effective bluffnessともいうべきか) が増すと容易に振りフラッタに転化する。このように、実際の吊橋断面の2自由度フラッタにおいては、連成フラッタとしての特性と1自由度振りフラッタとしての特性とが混在していることが多い。たとえば、Tacoma Narrows橋のプレート・ガーダ床面 (20%桁高) の2自由度フラッタは、典型的な1自由度振りフラッタ型特性を示す。一方、slenderな箱型断面をもつSevern橋式床面では典型的連成フラッタが発生する。現用のトラス補剛式吊橋床面では、これら二つの型の中間ともいべきフラッタが発生するのである。一般に、系へのエネルギー流入型式の相違によって、2自由度フラッタあるいは多自由度フラッタを、上記三つの型に分類することができる。議論の詳細については文献(3)を参照されたい。

8. その他

二つ以上の構造物が近接する場合は流れの干渉が生じ、孤立構造物と異なる静的ならびに動的問題を生ずる。たとえば、風上構造物の後流による風下構造物のパフェッティング (buffeting) およびうず励振などが挙げられる。たゞし、これらはいずれもフラッタでなく、単なる強制振動と考えてよいであろう。

地上構造物の耐風設計に際しては、架設地点の風の特性を知る必要がある。すなわち、架設地点の年最大風速の統計資料、平均風速の鉛直分布、風の乱れの特性ならびに周辺地形による風のかたより等を調査しなければならない。これらを考慮して設計風速が決定されると、設計風速内でフラッタ等の危険な現象が生ずるか否かが検討されることになる。フラッタ限界風速は、(7)より、

$$V_F = \bar{V}_F \cdot f \cdot h \quad (26)$$

で表わされる。一般に、代表長 h を与えて V_F を大きくするには、(1) 剛性をます、(2) 構造減衰をます、(3) 構造物の外形を流体力学的見地より改良する、の3点が挙げられる。(1)は固有振動数 f の向上に、(2)および(3)はともに $\bar{V}_F$ の増大につながるが、最初の二つは実際上なかなか実施し難く、まず考慮すべきは(3)の方法であろう。図-7はその好例であった。

以上、簡単に風による地上構造物のフラッタについて解説を行なった。紙面の制約上、引用文献はできるだけ省略したが、それらについては文献(4)を参照されたい。

参 考 文 献

- (1) Y.Nakamura and T.Mizota, "Unsteady Lifts and Wakes of Oscillating Rectangular Prisms", J. of The Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 101, EM6, 1975, pp.855-871.
- (2) Y.Nakamura, "Fluid Memory and the Mechanism of Torsional Flutter", to be published.
- (3) 中村泰治, 吉村 健, "吊橋断面の2自由度フラッタについて", 土木学会論文報告集, 第226号, 1974-6, pp. 13-20.
- (4) 中村泰治, "構造物のフラッタ", 日本航空宇宙学会誌, 第21巻, 第235号, 1973-8, pp. 491-501.