

波浪の統計的性質とその応用

合 田 良 実

1. ま え が き

海の波は、統計量としても非常に複雑であって、その取り扱いが容易ではない。まず、波を表示するには最少3個のパラメーター（波高、周期、波向）が必要である。洪水流量のように単一量で表示できるものがスカラー的であるのに対し、波はベクトル的である。また、波高と一口にいても、海面の波形記録を見れば明らかなように、大小さまじまに波が連なり、重なりあっていて、定義の方法によっては幾つもの答が出てくる。

波浪の統計的性質という場合、狭義には短時間（数十分以下）の波形記録に現われる個々の波の統計的性質を指すことが多い。しかし、ここではより広く解釈して、季節別あるいは年間の波浪の出現率、および構造物の設計対象となる異常波浪の出現確率の問題も含めて考えることにする。この広義の統計的性質、特に異常波浪の問題は海の波の観測の歴史が浅いこともあって未だ定説が得られていない。しかし、最近この種の問題に対する関心が高まっている折から、若干の解説を試みる次第である。

なお、本稿の構成は次のとおりである。

1. まえがき
2. 波形の統計量の諸性質
 - 2.1 水位に関する統計量
 - 2.2 波高に関する統計量
 - 2.3 周期に関する統計量
 - 2.4 波のスペクトルと統計量の関係
 - 2.5 波形の統計量の利用
3. 常時の波浪に関する統計
 - 3.1 常時波浪の統計量とその表示
 - 3.2 波浪統計における問題点
 - 3.3 波浪の総出現度数の推定について
4. 異常波浪に関する統計
 - 4.1 異常波浪統計とその作成法
 - 4.2 異常波浪統計の問題点
5. あとがき

2. 波形の統計量の諸性質

2.1 水位に関する統計量

波による水面の上昇量を η で表わすと、 η は本来連続的に変化する量であるが、観測記録の解析にあたっては、ある一定時間間隔 Δt で読み取られた離散的な量として扱われるのが普通である。時間々隔 Δt はサンプリング周期あるいはサンプリング間隔と呼ばれる。読み取られた η のサンプル数を N として、 η に関する統計量は次のように定義される。

$$\text{平均水位} : \bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{標準偏差値} : \eta_{rms} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2 \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{skewness (歪度)} : \sqrt{\beta_1} = \frac{1}{\eta_{rms}^3} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{kurtosis (尖鋭度)} : \beta_2 = \frac{1}{\eta_{rms}^4} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^4 \quad \dots\dots\dots(4)$$

なお、波形解析にあたっては平均水位が0となるように読取値の基準値を調整する。

上記のうち、skewness と kurtosis は η の度数分布の形状を表わす指標で、 $\sqrt{\beta_1} > 0$ ならば η の正側に裾を長く引いた分布となり、 β_2 が大きければ度数分布のピークが尖った形状となる。海の波については、解析の都合上、 η が正規分布 (Gaussian) に従うと仮定することが多い。この仮定は、波が線型な場合に成立するもので、その場合は skewness および kurtosis が次の値となる。

$$\sqrt{\beta_1} = 0, \quad \beta_2 = 3 \quad \dots\dots\dots(5)$$

実際の海の波は必しも線型でなく、正の skewness を示す。たとえば、Kinsman(1964, p. 344) は深海波について skewness が平均で 0.045 と 0.168 の例を報告し、また柿沼ほか (1973) は浅海波について 0.3 ~ 1.5 の値を報告している。筆者および永井 (1974) が表面波形の観測記録 171 例について調べた結果では、図-1 のように相対波高 $H_{1/3}/h$ との相関が認められた。図中の白丸および黒丸は、深海性の波である名古屋港のデータを [平均値 ± 標準偏差値] の形で表示したもので、名古屋港のデータ全体では 0.325 ± 0.211 である。また、その他のデータは浅海性の波で、平均では 0.632 ± 0.285 である。さらに、kurtosis については平均値として、 3.74 ± 0.67 が得られている。なお、以下図-16 までは特に断わらないかぎり、筆者と永井 (1974) からの引用である。

したがって、海の波はかなり非線型性が強いものであり、線型性の仮定は厳密には成立しない。ただし、スペクトル解析では非線型スペクトルの理論が一般的でないため、便宜的に線型性の仮定を採用している。なお、波の非線型性の影響の一つとして、波群中の最

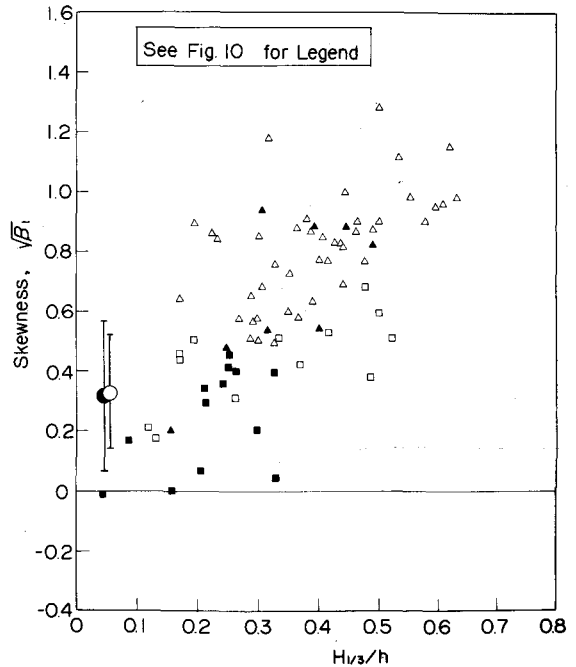


図-1 波形の skewness と 相対波高 $H_{1/3}/h$ の関係

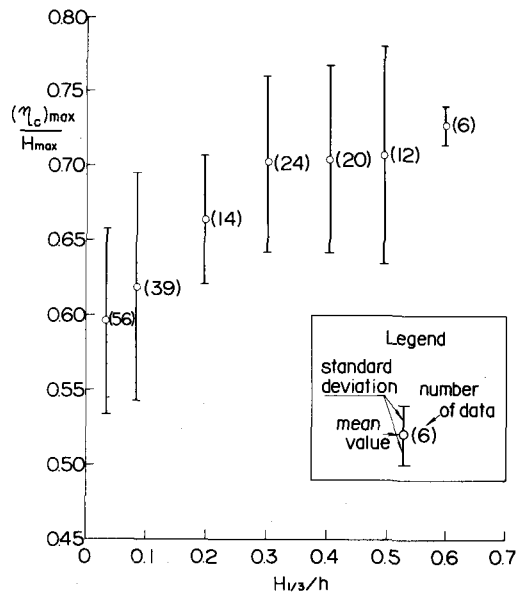


図-2 最高波頂高 $(\eta_c)_{max}/H_{max}$ と 相対波高 $H_{1/3}/h$ の関係

高波高 H_{max} に対する最高波頂高 $(\eta_c)_{max}$ (必しも同一の波とは限らない) の比率を調べた結果が図-2である。浅海性の影響で $(\eta_c)_{max} / H_{max}$ の比が増加する傾向は規則波の場合と同様であるけれども、深海性の波で $(\eta_c)_{max} / H_{max} = 0.60 \pm 0.07$ を示しているなど、規則波よりも $(\eta_c)_{max}$ が高い傾向にある。

2.2 波高に関する統計量

(1) 波の定義

海の波の波形は不規則なので、波群中の各波をどのように定義するかを決めておかなければならない。

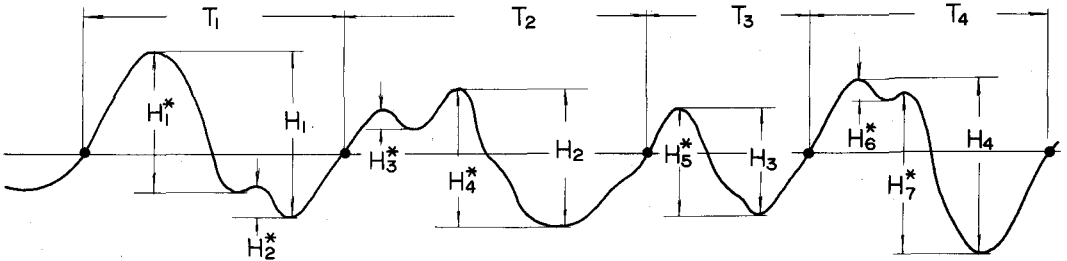


図-3 不規則波における波の定義

図-3は、ゼロアップクロス法の定義による波高 $H_1 \sim H_4$ と、crest-to-trough 法による波高 $H_1^* \sim H_4^*$ を模式的に示したものである。どちらも便宜上の定義であるが、現在はゼロアップクロス法の方が標準的な方法として広く用いられている。なお、潮汐などによる水位変化が顕著な場合は、直線あるいは放物線近似で平均水位(ゼロ線)を定義する。本稿では特に断わらないかぎり、波高および周期はゼロアップクロス法による値を用いている。

(2) 波高分布

不規則な波群中の各波の波高分布については、Longuet-Higgins (1952) によるレーリー分布が適用されることが多い。この分布は、次式で表わされる。

$$p(H) dH = \frac{\pi}{2} \frac{H}{\bar{H}^2} \exp \left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}} \right)^2 \right] dH \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$P[x > H] = \exp \left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $p(H) dH$ は任意の波高 x が H と $H + dH$ の間の値をとる確率、 $P[x > H]$ は任意の波高 x がある設定値 H を超える確率で、 $\bar{H}$ は平均波高である。

レーリー分布の理論はスペクトルの分布幅が非常に狭い(後述式 32 の ϵ が 0 に近い)ことを前提にしたものであるため、スペクトル幅が広い海の波に対する適用性については、理論的な問題が残されている。しかしながら、波をゼロアップクロス法で定義するかぎり、海の波についてはレーリー分布が近似的に適用できることが、多くの研究者によって報告されている(Bretschneider 1959; Goodnight・Russel 1963; Collins 1967; 合田・永井 1968, 1971, 1974; Dattari 1973, など)。また、筆者(1970)が線型シミュレーションによって各種形状のスペクトルを有する波形を調べた結果では、ゼロアップクロス法で定義した波高の分布がスペクトル形状にほとんど無関係にレーリー分布で近似できることが示される。もっとも、適合度についてカイ自乗検定を行うと、適合性が棄却されるケースが相当数現われるので、厳密にはレーリー分布に従うとはいえない。

波高分布が式(6)で表われ、しかも η が正規分布する場合には、 $1/3$ 最大波高 $H_{1/3}$ その他の代表波高が次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} H_{1/10} &= 5.090 \eta_{rms} = 2.03 \bar{H} = 1.271 H_{1/3} \\ H_{1/3} &= 4.004 \eta_{rms} = 1.597 \bar{H} \\ \bar{H} &= \sqrt{2\pi} \eta_{rms} = 2.507 \eta_{rms} = 0.626 H_{1/3} \\ H_{rms} &= 2\sqrt{2} \eta_{rms} = 2.828 \eta_{rms} = 1.128 \bar{H} \\ \sigma(H) &= 1.309 \eta_{rms} = 0.522 \bar{H} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

なお、 H_{rms} は波高の自乗平均平方根($=\sqrt{\sum_{i=1}^N H_i^2 / N}$)であり、 $\sigma(H)$ は $\bar{H}$ からの各波高の標準偏差

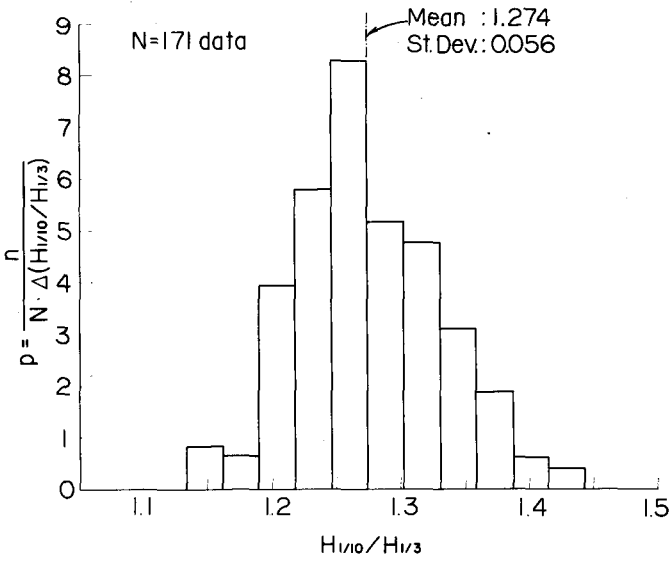


図-4 波高比 $H_{1/10}/H_{1/3}$ のひん度分布例

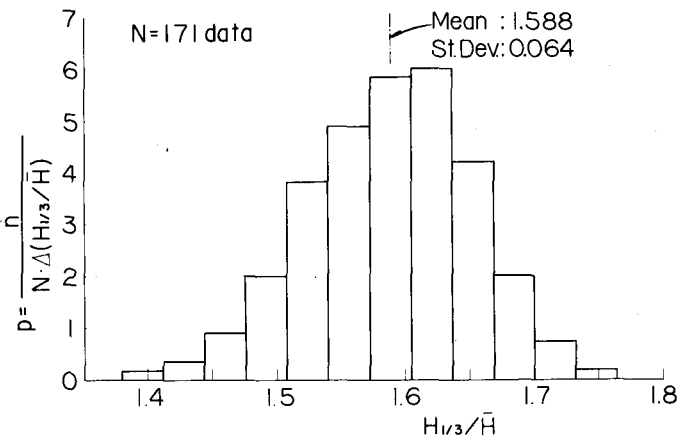


図-5 波高比 $H_{1/3}/\bar{H}$ のひん度分布例

値である。

これらの関係は統計的な平均値として期待されるものであって、波数 100 程度の個々の観測記録においてはかなりずれるものである。図-4, 5 は、表面波形の観測例 171 例について $H_{1/10}/H_{1/3}$ および $H_{1/3}/\bar{H}$ の比率を調べた結果である。

なお、crest-to-trough 法で波を定義した場合の波高分布はスペクトルの分布幅によって影響されることが知られているけれども、その理論分布は求められていない。ただ、波形の極大点の高さ η_{max} の分布については Cartwright・Longuet-Higgins (1956) の理論があり、これによると η_{max} の平均値が次のように導かれる。

$$\bar{\eta}_{max} = \sqrt{\frac{\pi}{2}(1-\epsilon^2)} \quad \eta_{rms} \quad \dots\dots\dots(9)$$

Crest-to-trough 法で定義した波高 H^* の平均値は $\bar{H}^* = 2 \bar{\eta}_{max}$ である

$\left[\bar{H}^* = \sum_{i=1}^N (\eta_{max} - \eta_{min})_i = \bar{\eta}_{max} - \bar{\eta}_{min} = 2 \bar{\eta}_{max} \right]$ 。この関係は、数値シミュレーション (Goda 1970) や現地観測 (岩田ほか 1970) によって確認されている。

(3) 最 高 波 高

波群中で波高が最大の波を最高波と呼ぶと、その波高 H_{max} は波数の増大とともに緩やかに増加する。しかし、 H_{max} は確定値ではなく、次のような確率密度に従って分布する (波高がレーリー分布をする場合)。

$$\left. \begin{aligned} p^*(\zeta_{max}) d\zeta_{max} &= \zeta_{max} \xi e^{-\xi} d\zeta_{max} \\ \xi &= N_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \zeta_{max}^2 \right], \quad \zeta_{max} = \frac{H_{max}}{2 \eta_{rms}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

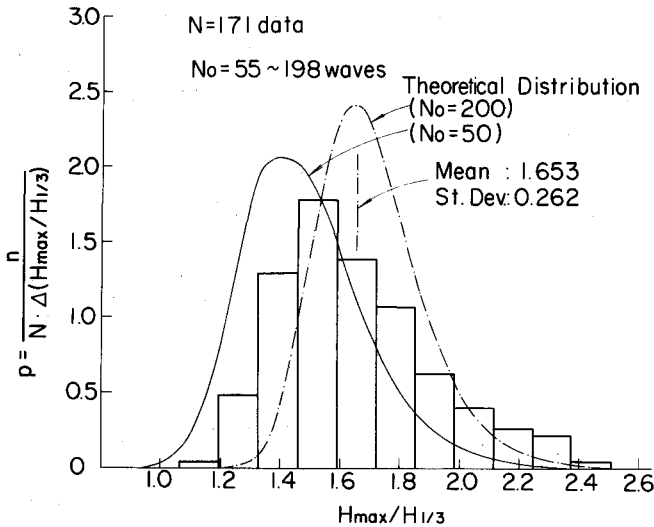


図-6 波高比 $H_{max}/H_{1/3}$ のひん度分布の実測例と理論値の比較

ここに、 N_0 はゼロアップクロス法で定義される波群中の波の数である。この式は、Cartwright・Longuet-Higgins (1956) の理論を変形した Davenport (1964) の式をさらに書き直したものである (Goda 1970)。観測波形について H_{max} の分布を調べた例が図-6 であり、 $H_{max}/H_{1/3}$ の比のひん度分布が確率密度の形で示されている。実測値は理論値よりも分布幅が広い傾向が認められるが、Wilson・Baird (1972) も同様な傾向を報告している。

H_{max} の最多値 (図-6 のひん度分布のピークの値) は式(10)から次のように求められる。

$$\text{mode}(H_{max}) = 0.706 \sqrt{\ln N_0} H_{1/3} \quad \dots\dots\dots(11)$$

また、 H_{max} の期待値 (平均値) は次のように計算される。

$$\overline{H_{max}} = 0.706 \left[\sqrt{\ln N_0} + \frac{0.5772}{2\sqrt{\ln N_0}} \right] H_{1/3} \quad \dots\dots\dots(12)$$

したがって、 $\overline{H_{max}} > \text{mode}(H_{max})$ である。また、 $H_{max} > (H_{max})_\mu$ となる確率が μ であるような最高波高は、次式のように計算される (合田 1971)。

$$(H_{max})_\mu = 0.706 \sqrt{\ln \left[\frac{N_0}{\ln 1/(1-\mu)} \right]} H_{1/3} \quad \dots\dots\dots(13)$$

たとえば、 $N_0 = 100$ について計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} (H_{max})_{0.05} &= 1.94 H_{1/3}, & \overline{H_{max}} &= 1.61 H_{1/3}, & \text{mode}(H_{max}) &= 1.52 H_{1/3}, \\ (H_{max})_{0.95} &= 1.32 H_{1/3} \end{aligned}$$

(4) 波高の連の長さ

波形の統計量の中でやや目新しいものは、波高の大きな波がどのくらい続く傾向があるかという問題である。この指標として筆者と永井 (1969) は波高の連 (run) の長さに着目した。波高の連というのは、

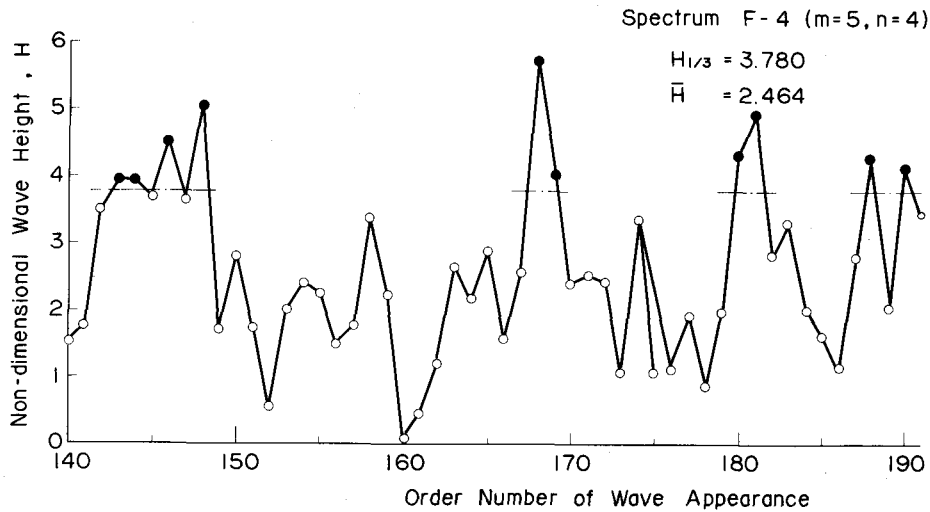


図-7 波高の時系列と波高の連の例

各波の波高をその出現順序に並べた時系列において、ある設定値を超える波高が連続している部分を指し、その波数で連の長さを表わす。たとえば、図-7の波高の時系列で $H > H_{1/3} = 3.78$ という連を設定すると、図中の黒丸のように2波、1波、1波、2波、2波、1波、1波、と7個の連が求められる。若し、連続する波高の間に相関性が存在しなければ、波高の連の長さの分布 $P_1(j)$ 、その平均長 $\bar{j}$ 、および標準偏差は次のように計算される (Goda 1970)。

$$P_1(j) = P^{j-1} Q, \quad \bar{j} = \frac{1}{Q}, \quad \sigma(j) = \frac{P}{Q} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $P = P(H > H_{set})$ 、 $Q = 1 - P$ である。

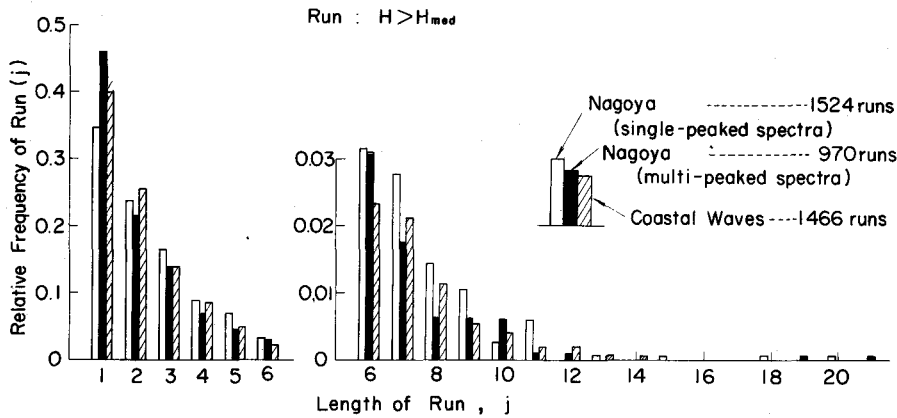


図-8 波高の連 ($H > H_{med}$) の長さの総ひん度分布列

しかし、実際の海の波では各波の間に若干の波高の相関があり、このため連の長さは式(14)のものよりもやや長くなる。図-8、9は、表面波形の観測171例、総波数20,051波について、中央波高 H_{med} を超える波高の連、および $1/3$ 最大波高 $H_{1/3}$ を超える波高の連の長さを調べた結果である。式(14)による計算値は示していないが、波高の出現確率 $P = 0.5$ (図-8) および $P = 0.135$ (図-9) を用いれば直ちに求められる。たとえば、 $H > H_{med}$ では $P_1(1) = 0.5$ 、 $P_1(5) = 0.03$ 、 $P_1(10) = 0.001$ である。また、 $H > H_{1/3}$ では $P_1(1) = 0.865$ 、 $P_1(3) = 0.016$ であり、実測値に比べて長い連の出現率が低く見積られることになる。実測値が式(14)よりも長い傾向はWilson・Baird (1972) も報じている。

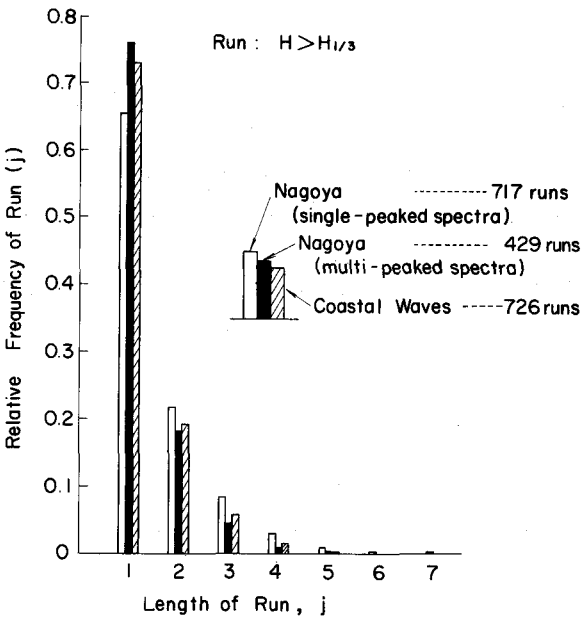


図-9 波高の連 ($H > H_{1/3}$) の長さの総ひん度分布列

波高の連は、スペクトルのピークが鋭く尖っているほど長く続く傾向がある。図-8, 9では深海性の名古屋港のデータをスペクトルのピークが1個のものと複数個のものに分けて示してあり、単一ピーク型のものの方が波高の連が長くなっている。ここに示したデータの総平均では、 $H > H_{med}$ の波高の連が平均して5.1波に1連現われ、その平均長は2.6波である。また、 $H > H_{1/3}$ の波高の連は平均して10.7波に1連現われ、その平均長は1.45波である。

なお、スペクトルのピークが非常に鋭い場合の波高の連の長さについてはEwing (1973)の計算がある。また、記録波数が有限であることの影響については永井 (1973) が考察している。

2.3 周期に関する統計量

波高と同様に、各波の周期もある幅にわたって分布する。これについてBretschneider (1959) は、 T^2 がレーリー分布に従うという仮説を立て、実測データで例証した。すなわち、

$$p(T) dT = 2.7 \frac{T^3}{\bar{T}^4} \exp \left[-0.675 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^4 \right] dT \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

これによると、平均周期からの各波の周期の標準偏差値 $\sigma(T)$ は次の値になる。

$$\sigma(T) = 0.281 \bar{T} \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

この分布は、深海性の風波でそのスペクトルが単一ピーク型のものについてはほぼ成立する。しかし、うねりと風波が重畳してスペクトルのピークが複数の場合、あるいは浅海域における波などでは、周期の分布幅が広くて式(15)が適用できなくなる。

一方、最高波、1/10最大波、有義波、平均波などの各周期(T_{max} , $T_{1/10}$, $T_{1/3}$, および $\bar{T}$)は、波高との相関において定義される量であり、周期そのものの分布から求めることはできない。代表波の周期に関係するのは、各波の波高と周期の間の相関係数 $r(H, T)$ である。ここに、

$$r(H, T) = \frac{1}{\sigma(H) \sigma(T)} \cdot \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} (H_i - \bar{H}) (T_i - \bar{T}) \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

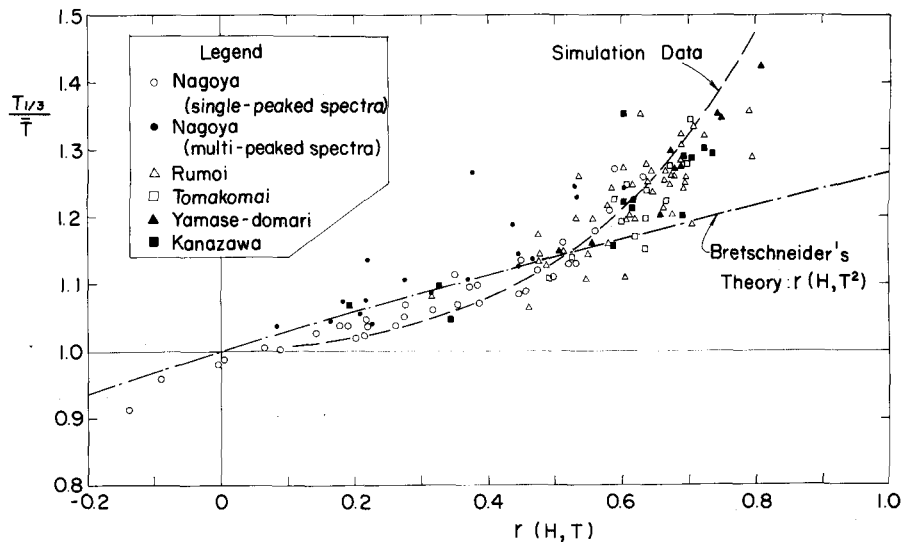


図-10 周期比 $T_{1/3}/\bar{T}$ と相関係数 $r(H, T)$ の関係

たとえば、 $T_{1/3}/\bar{T}$ の比率は図-10に示すように相関係数の増加とともに増大する。図中の1点鎖線はBretschneider (1959) が H と T^2 についてレーリー分布を仮定して計算したものを $r(H, T^2) \rightleftharpoons r(H, T)$ として表示したものである。また、破線は各種のスペクトル形状について線型シミュレーションによって合成した波形について調べた結果の平均的傾向を示している。

この図のデータを良く見ると、深海性の波である名古屋港のデータの方がそれ以外の浅海性の波よりも $T_{1/3}/\bar{T}$ の値が1に近い。そこで、図-10に示した以外のデータも加えて両者別々に平均値と標準偏差値を求めると

深海性の波：

$$T_{1/3}/\bar{T} = 1.07 \pm 0.08$$

浅海性の波：

$$T_{1/3}/\bar{T} = 1.23 \pm 0.08$$

.....(18)

の結果が得られた。 $T_{1/3}$ が $\bar{T}$ よりも長い傾向は、現地観測において一般に認められており、Bretschneider (1968) は標準スペクトルの設定の際に $\bar{T} = 0.9 T_{1/3}$ の関係を採用している。

これに対して、 T_{max} および $T_{1/10}$ はデータのばらつきはあるものの平均的には $T_{1/3}$ にはほぼ等しく、浅海性の影響もほとんど見られない。図-11, 12は、 $T_{max}/T_{1/3}$ および $T_{1/10}/T_{1/3}$ のひん度分布を調べ、確率密度の形で表わしたものである。これらの結果から、平均的には次のように見なすことが可能である。

$$\begin{aligned} T_{max} &\rightleftharpoons T_{1/10} \rightleftharpoons T_{1/3} \\ &\rightleftharpoons 1.1 \bar{T} \quad \text{.....(19)} \end{aligned}$$

このような結果が得られるのは、波群中の平均波以下の小

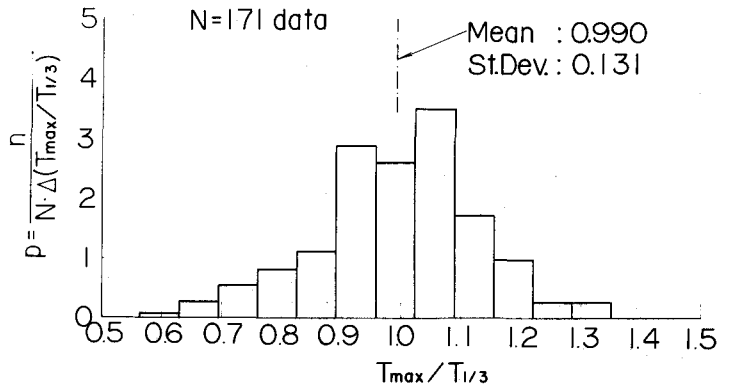


図-11 周期比 $T_{max}/T_{1/3}$ のひん度分布例

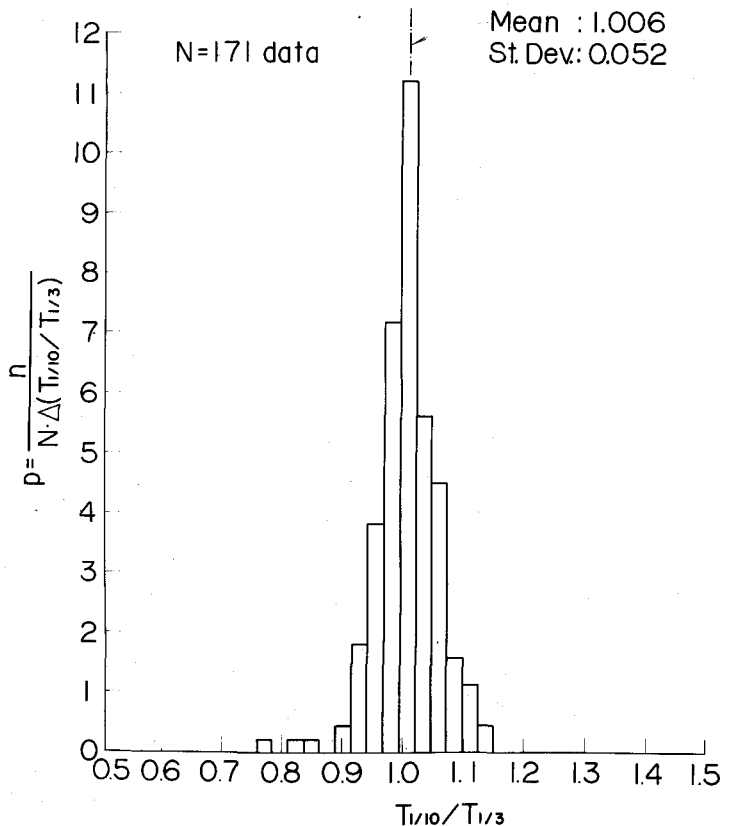


図-12 周期比 $T_{1/10}/T_{1/3}$ のひん度分布例

きな波の間では波高と周期の相関が高いのに対して、大きな波の間ではほとんど無相関なためである。図-13は波高と周期の分散図の1例で、線型シミュレーションの解析結果 (Goda 1970) であり、上述の傾向が明らかである。なおこの図では、 H は η_{rms} 、 T は T_p (スペクトルのピークに対応する周期) で無次元化されている。

2.4 波のスペクトルと統計量の関係

(1) 波高の代表値とスペクトル

以上述べた波形の統計量の幾つかは、波のエネルギー・スペクトル $S(f)$ から推定することができる。 $S(f)$ としては $f=0 \sim \infty$ で定義したもの (one-sided) を用い、波形と次の関係で結びついているとする。

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$S(f)df = \sum_f^{f+df} \frac{1}{2} a_n^2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

すなわち、variance spectrum である。このスペクトルについて、次の積率 m_n を定義しておく。

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \quad \dots\dots\dots (22)$$

まず、波形の標準偏差値 η_{rms} は式(20)、(21)の定義から明らかなように、 m_0 と次の関係にある。

$$\eta_{rms} = \sqrt{m_0} \quad \dots\dots\dots (23)$$

したがって、式(8)の波高と η_{rms} の関係を利用すると、スペクトルを周波数について積分することによって代表波高の値を推定することができる。このため、欧米の一部では有義波高を波形から読みとらず、波形をまずFFT法でスペクトル解析し、その結果から $H_{1/3} = 4\sqrt{m_0}$ として推定することも行われている。(たとえば、Wilson・Baird 1972; Kruseman 1974, など)。実際の観測結果では、 $H_{1/3} \approx 3.8\sqrt{m_0}$ がデータに最も適合する関係であることが多い (合田ほか 1971; Wilson・Baird 1972; Liu・Robbins 1974)。もっとも、浅海域で波高がかなり大きな波を主にしたデータでは、波の非線型性が強いいためか $H_{1/3} \approx 4.0\sqrt{m_0}$ の関係が満足されていた (合田・永井 1974)。いずれにしても、 $H_{1/3}$ と $\sqrt{m_0}$ すなわち η_{rms} との相関は極めて高く (0.99 以上)、スペクトルが複数個のピークを示す場合でも成立する。 η_{rms} は適当な電気回路を使ってリアルタイムで計算し表示することができるから、表面波形計測方式の波高計であればそうした電気回路を付置することによって、有義波高の連続指示が可能である。水圧式波高計の場合には、水圧波形の1/3最大全振幅がこの方法で求められる。ただし、これを表面波に換算するためには代表周期の取り方および換算係数の値を吟味しなければならない。

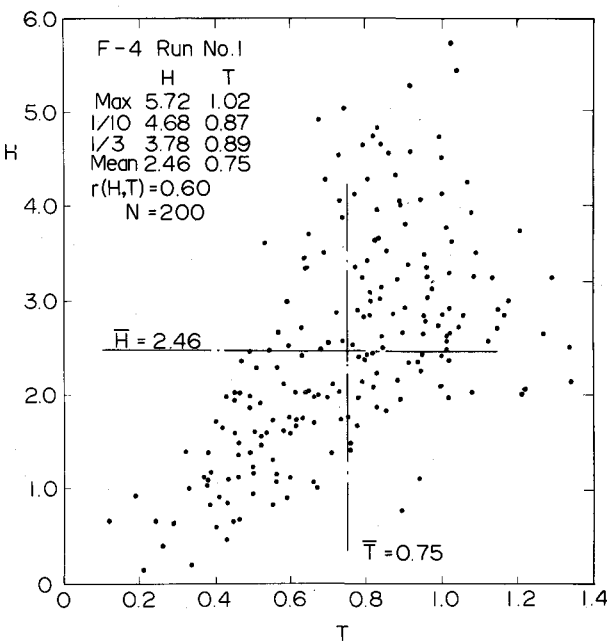


図-13 波高と周期の分散図の1例

(2) 周期の代表値とスペクトル

次に、波形記録の長さを L として、その記録中のゼロアップクロス点の数 N_0 および極大点の数 N_1 は、Rice (1944) の理論により次式で推定される。

$$N_0 = L \sqrt{m_2/m_0}, \quad N_1 = L \sqrt{m_4/m_2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

したがって、ゼロアップクロス法で定義した波の平均周期 $\bar{T}$ は次式で計算できる。

$$\bar{T} = \sqrt{m_0/m_2} \equiv T_s \quad \dots\dots\dots (25)$$

このスペクトルの積率から推定される平均周期をここでは T_s で表わし、波形から直接求められる値 $\bar{T}$ と区別しておく。

ここで、海の波の標準スペクトルについて T_s を計算してみよう。標準スペクトルとしては Pierson・Moskowitz (1964) およびこれと同型の Bretschneider (1968) のもの、光易 (1968) の提案、あるいは北海での観測値に基づく JONSWAP (Hasselmann ほか 1973) などいろいろ発表されている。本稿では工学的応用の見地から Bretschneider の式を光易 (1970) が書き換えた次式について検討してみる。

$$S(f) = 0.256 \left(\frac{H_{1/3}}{T_{1/3}} \right)^2 f^{-5} \exp \left[-1.03 \left(T_{1/3} f \right)^{-4} \right] \quad \dots\dots\dots (26)$$

この一般形は

$$S_{m,n}(f) = A f^{-m} \exp \left[-B f^{-n} \right] \quad \dots\dots\dots (27)$$

であり、この一般形の積分値は光易 (1970) が示したように、

$$\int_0^\infty S_{m,n}(f) df = \frac{A}{n} \frac{\Gamma[(m-1)/n]}{B^{(m-1)/n}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

である。したがって、式(26)の $S(f)$ の積率 m_0 および m_2 は、式(28)で $m=5$ および 3 、 $n=4$ の場合として次のように計算される。

$$m_0 = 0.062 H_{1/3}^2, \quad m_2 = 0.112 H_{1/3}^2 / T_{1/3}^2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

この結果、平均周期の推定値は

$$T_s = 0.74 T_{1/3} \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。この推定式は、式(8)の実測値の関係と一致せず、 T_s が $\bar{T}$ よりも小さいことを推測させる。

実際の観測波形について平均周期を読みとる一方、スペクトルを求めて式(25)で T_s を計算して比較した例が図-14である。観測171例の $T_s/\bar{T}$ は0.6～1.0の間に分布し、平均値は0.83である。すなわち、波形から直接求めた平均周期は、スペクトルの積率から推定した値の約20%増であり、海の波に対しては Rice の理論がそのままの形では適用できない。

このように $\bar{T}$ と T_s が一致しない例は Collins (1967) も報告しており、彼は波の

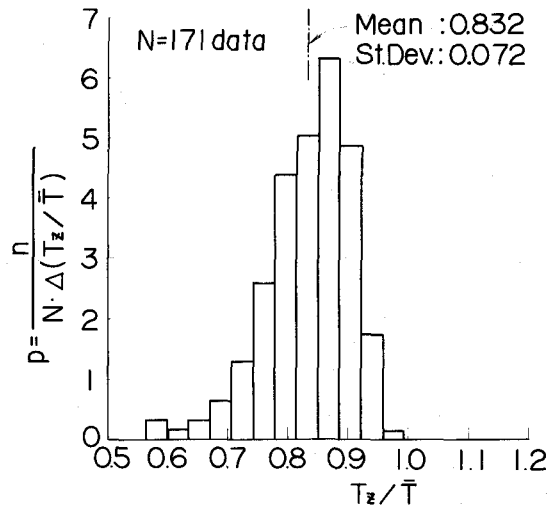


図-14 スペクトル計算による平均周期 T_s と実測平均周期 $\bar{T}$ との比のひん度分布列

非線型干渉によってスペクトルの高周波側のエネルギー密度が見掛の上で高く計算されることを理由に挙げている。また、折り返し周波数の近傍に見られるノイズの影響などによってスペクトルの積率 m_2 が過大に見積られている可能性も強い。いずれにしても、観測波形のスペクトルから式(25)で平均周期を推定する際は、計算値を20%割り増しするか、あるいはスペクトルの高周波側を適当にカットすることが必要である。

なお、式(27)のスペクトルにおけるピークの周波数 f_p およびその逆数 T_p は、

$$\left. \begin{aligned} f_p &= \left(\frac{m}{nB}\right)^{-1/n}, \\ T_p &= \frac{1}{f_p} = \left(\frac{m}{nB}\right)^{1/n} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

であるから、式(26)についてこれを求めると、

$$T_p = 1.05 T_{1/3} \quad \cdots \cdots \cdots (32)$$

となる。これは、式(26)の誘導にあたって光易(1970)が設定した関係でもある。実際の観測データについて調べた例では $T_{1/3} / T_p$ の比率が図-15のように分布しており、式(32)の関係はほぼ平均的に成立している。 $T_{1/3} = (0.8 \sim 1.1) T_p$ の関係はWilson・Baird (1972) のデータでも認めることができる。

こうした各種の周期間の関係について Harris (1970) は相関が極めて低いと述べている。しかし、例示されているデータでは T_p が $\bar{T}$ や $T_{1/3}$ などよりもはるかに長く、データ伝送あるいは解析処理上に何か問題があるのではないかと推察される。

(3) スペクトル幅および尖鋭度パラメーター

波のスペクトルと統計量の関係が論じられるときは、スペクトルの形状を表わす指標として、周波数帯の広がりを表わす量である下記のスペクトル幅パラメーター ϵ が良く引用される。

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad \cdots \cdots \cdots (33)$$

上式中の m_n は式(22)の積率である。

このパラメーターは Rice (1944) が導入したもので、その後 Cartwright・Longuet-Higgins (1956) は波形の極大点の高さの分布が ϵ に支配されることを示している。しかし、風波の場合には式(26)のスペクトルの例で明かなように、スペクトルの高周波側はスペクトル密度が f^{-5} に比例する形で裾を引いている。周波数無限大まで f^{-5} が続いているならば、4次の積率 m_4 は発散し、 ϵ は1と

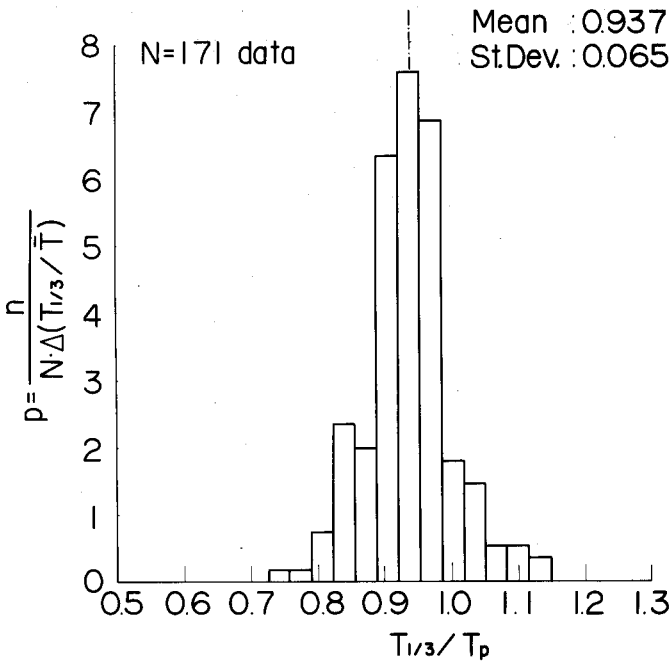


図-15 有義波周期 $T_{1/3}$ とスペクトルピークの周期 T_p との比のひん度分布例

なる。周波数の非常に高い所では表面張力波の領域になり、スペクトル形状は $f^{-8/3}$ にほぼ比例する形となる (Mitsuyasu・Honda 1974) ので、 ε の値は周波数の上限値によって規定されるけれども、 ε が1に非常に近い値をとることには変りない。ところが、波高計で波形を記録し、解析する場合には、高周波帯における測定系の応答感度や波形のサンプリング周期などの影響で、スペクトルの高周波側を十分に把握できないため、実測スペクトルから ε を求めると1よりもかなり小さい値にしかない。

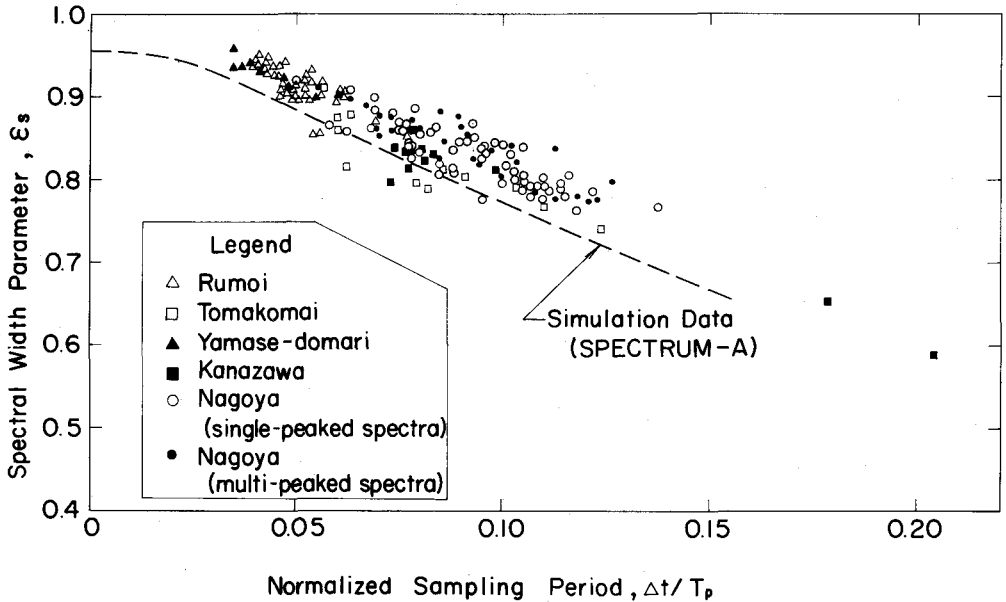


図-16 スペクトル幅パラメーター ε に及ぼすサンプリング周期 Δt の影響

これを示したのが図-16であり、式(3)で計算した ε の値をサンプリング周期 Δt とスペクトルのピーク周期 T_p の比に対してプロットしたものである。図中の破線は式(7)の一般形スペクトルで $m=4.0$ 、 $n=3.2$ とした場合の数値シミュレーション結果であり、現地観測データの傾向を説明している。この図-16の結果は、風波に対する ε の実測値というものが風波のスペクトルの特性を表わすのではなく、むしろ測定・記録・解析系の感度の指標であることを示唆している。したがって、 ε の地域別あるいは季節別出現特性などの議論は皮相なものであって、観測体系に応じて異なる特性が見られる筈である。

海の波に対してスペクトル幅パラメーターが有効でないとすると、スペクトル形状を表示する別のパラメーターが要望される。筆者 (1970) はその試みの一つとして、スペクトルのピークの尖鋭度を表示するための次のパラメーター Q_p を提案した。

$$Q_p = \frac{2}{m\sigma^2} \int_0^\infty f S(f)^2 df \quad \dots\dots\dots (34)$$

Q_p は white noise の場合に 1.0 の値をとり、スペクトルのピークが鋭いほど大きな値となる。また、うねりに弱い風波が乗っているような場合には $Q_p \leq 1$ となることもある。観測例では、深海性の波でスペクトルが単一ピーク型の場合に平均で $Q_p = 2.3 \pm 0.5$ 、ピーク複数型で $Q_p = 1.4 \pm 0.3$ であった。このパラメーター Q_p は波高の連の長さや、 $H_{1/3} / \eta_{rms}$ その他の波高比に影響を及ぼすことが、

線型シミュレーションによる解析で明らかにされている。

2.5 波形の統計量の利用

以上に述べた波形の統計量は、主として非線型な波浪の作用やその変形を解析するのに使用される。すなわち、不規則な波列を個々の波に分けて考え、それぞれの波をその波高と周期に等しい規則波で置き換えてその作用や変形を推定する方式である。具体的には次のような問題についてその利用が試みられている。

- 1) 設計最高波の選定
- 2) 深海域における不規則波の砕波確率
- 3) 浅海域における不規則波の砕波変形
- 4) 不規則波による wave setup および沿岸流
- 5) 斜面上での不規則波のうちあげ高
- 6) 防波護岸の平均越波流量
- 7) 異常波浪時における混成防波堤直立部の滑動量

これらはいずれも砕波あるいは砕波後の波を含む現象であって、線型なスペクトル理論では解析不能な問題である。この幾つかは、不規則波を用いた模型実験によって所要の解答を直接得ることが可能であるが、それでも統計量の計算によって現象の性質を明らかにできる効用は大きい。以下、各項目について簡単に紹介しておく。

まず、設計最高波の問題は海洋構造物のように、対象地点で想定される最高の1波を設計対象とする場合に重要となる。水深が比較的浅い場合には、流体力学的安定性で規定される砕波高が上限値となるので選定が楽である。しかし、水深が深くなると式(10)~(12)で確率的に表示される最高波高の中から適宜選定しなければならなくなる。土木学会(1973)の海洋鋼構造物設計指針(案)では、混乱を避けるためもあって $H_{max} = 2 H_{1/3}$ の値を推奨している。また、混成防波堤の設計のために提案した筆者(1973a)の波圧計算法では、実績との比較その他から $H_{max} = 1.8 H_{1/3}$ を採用している。いずれにしても、最終的には主任技術者の判断にゆだねられる事項である。

この深海性の波の波高上限値について Nath・Ramsey(1974)は、個々の波が $2\pi H/gT^2 = 0.17$ の砕波限界に達する確率を計算し、 H_{max} の出現確率を考察している。計算は波高と周期の分布をそれぞれ独立に仮定しているが、実際には現実の波浪における波高と周期の相関性の存在の影響で、 H_{max} の出現確率は計算値よりも低くなると予想されている。

一方、浅海域における不規則波の砕波変形について筆者(1973b)は、沖合でレーリー分布をする波高分布が水深の減少とともに波高の大きい部分から順に砕波限界に達し、エネルギーを失なって波高の小さい波に変わるモデルを考えた。砕波限界は代表周期に対応する規則波の砕波高で代用させているが、周期の広がりおよび砕波現象の変動性をカバーするため、砕波に達する波高をある幅にわたって考えている。このモデルによる波高減衰の計算値は模型不規則波の実験値と良く一致し、また現地観測値(大野ほか1974)ともほぼ合致している。(港研報告第14巻第3号(印刷中)に詳報を発表。)

砕波帯内での波高減衰は radiation stress による水位上昇(wave setup)を引き起す。また、海岸に対して入射波の波高が斜めの場合には、同様に radiation stress によって沿岸流を生じさせる。Battjes(1974)はこの wave setup と沿岸流の計算を不規則波について行なっている。波高減衰のモデルは筆者のものよりもやや簡略化されているが、考え方は類似している。

次に、不規則波のうちあげ高については Saville(1962)、首藤(1965)、Battjes(1974)などが

計算を行なっている。これらはいずれも規則波のデータを基礎として、不規則波の波群中の各波のうちあげ高を推定し、これを波群全体について集計する。Savilleは波高と周期の分布をそれぞれ式(6)、(15)として両者の間の無相関($\rho(H, T)=0$)を仮定し、数値計算を行なった。首藤はうちあげ高の特性を数式化して解析的に考察し、Battjesはさらに波高と周期の間の相関係数が任意の値の場合について解析している。

また、不規則波による防波護岸の平均越波流量に関しては、筆者(1970b)が規則波の越波流量の実験データを式(6)の波高の確率密度を重みとして数値積分する方法を提案し、これを期待越波流量と名付けた。伊藤ほか(1966)による防波堤直立部の期待滑動量も同様の方式である。この両者とも港湾構造物の設計実務において利用されている。

3. 常時の波浪に関する統計

今までに述べたのは短時間(数十分～数時間)の間の個々の波の波高、周期などに関する統計的性質であって、その間の波浪状況(sea state)は定常、すなわち有義波高などが変化しないことを仮定している。しかし、台風や低気圧に伴う高波の発達・減衰を考えてみれば明かなように、波浪状況は時間とともに変化している。したがって、個々の波ではなくて全体としての波浪状況がどのように変化し、どのような統計的挙動をするかということが波浪の統計的性質の第2の問題である。本章ではこれについて考えてみよう。

3.1 常時波浪の統計量とその表示

波浪状況に関する統計については、まだその名称が確定していない。気候との類推から波候(wave climate)といわれたり、単に波浪統計と呼ばれたりするが、ここでは次章の異常波浪に関する統計を除外して考えるという意味で表題のようにした。波浪統計を常時(季節、年間など)の波浪と、数年～数十年に1度出現するような異常波浪とに分けて考えるのは、港湾、海岸、海洋の工事にとって必須のことである。石油採掘用の海洋構造物の計画調査でも両者を別個に考えることが規定されており(たとえばAPI 1973, Fallonほか 1973)、前者をnormal conditionsあるいはoperating conditionsと呼んでいる。

常時の波浪に関する統計では、各時刻の波浪状況を表示するための代表波を決めておく必要がある。これには有義波が適当であるが、目的によっては最高波が用いられることもある。さらに、各観測定時における値よりも、日最大有義波の方が利用目的にかなう場合もある。また、英国などでは波形記録の読み取りを簡略化している(Tucker 1963, Draper 1963)こともあって、波浪統計として $H_{1/3}$ と $\bar{T}$ を組み合わせている(Draper 1966)。なお、観測資料を得ることがやや困難ではあるが、波向も重要な要素であり、できるだけ統計整理の対象としなければならない。

常時の波浪に関する統計量の表示方法としては、たとえば次のようなものがある。

- 1) 月別、季別、年別平均値
- 2) 波高、周期、波向の各出現率
- 3) 波向別波高・周期の相関出現率
- 4) 高波および静穏状態の継続日数(または時間)のひん度分布

さらにこのほかに、目的により種々のものが利用される。

こうした波浪の統計量は、長期にわたる波浪観測の実施によって初めて明らかにできるものであり、このため世界各国では波候調査のための波浪観測体制をしいている。わが国でも、運輸省港湾局、港湾

建設局および港湾技術研究所が昭和45年度より波浪に関する拠点観測を継続して実施しており、その成果を定期的に発表している（高橋ほか 1972, 1973, 1974, 1975 a, b）。そこで、本章においてはこの成果を借用して波浪統計の幾つかを例示する。

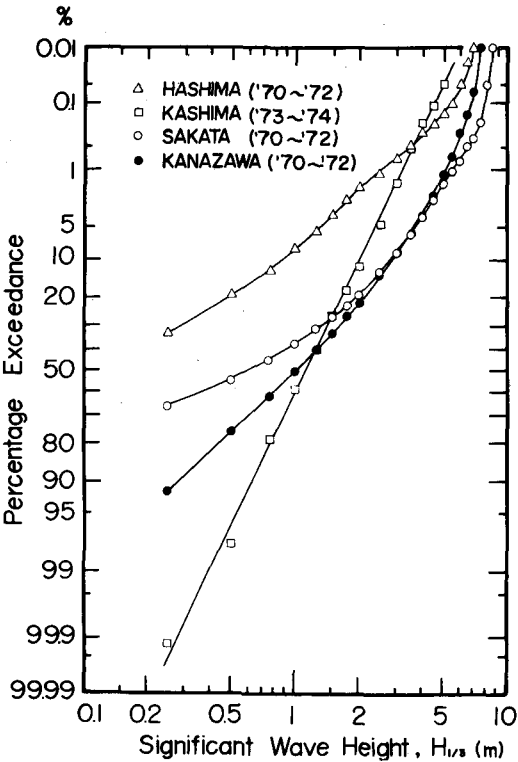
表－1 月別平均有義波高の統計例 (単位: m)

地 点	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	統計期間 (測得率)
金沢港	1.64	1.66	1.37	0.71	0.55	0.40	(0.2)*	0.51	0.76	1.08	1.87	2.16	^{70.1} ~ ^{73.12} (63%)
鹿島港	1.44	1.16	1.67	1.35	1.08	1.31	1.20	0.87	1.29	1.62	1.23	1.14	^{72.4} ~ ^{73.12} (84%)
波浮港	—	—	—	1.55	1.46	1.20	1.06	1.03	0.83	1.59	1.65	1.58	^{73.4} ~ ^{73.12} (82%)

注：*印は資料数が不足である。

まず、ある期間内の平均値は波浪概況を把握するのに便利なものである。また、他地点と波浪状況を比較する上での指標としても役立つ。表－1は、金沢港、鹿島港、および伊豆大島の波浮港の月別平均有義波高を試算した例である。計算は波高出現度数表に基づき、区間ごとの中央値と度数を用いて行なっている。この3港は超音波式波高計で観測しているの、短周期の波を比較的良くとらえている。表－1を見ると、鹿島港および波浮港では季節を問わずに $\bar{H}_{1/3} = 1.0 \sim 1.5$ m級の波浪状況が続くのに対して、金沢港では冬季の時化と夏季のなぎとが明瞭に区分されている。

次の波高、周期、波向の各出現率は、それぞれの分布状況を示すものである。波高の場合は超過出現率、周期は階級別ひん度分布として表示されることが多い。波向は表示例が少ない。波高の超過出現率に関して Japser (1955) および Darbyshire (1956) は、船舶の目視観測記録を整理してはば対数正規分布をすると述べている。しかし、両者とも波高の大きな部分および小さな部分はこれから外れることを認めており、沿岸における観測記録を整理してみても地点によってかなり異なる傾向を示す。図－17は、鹿島港、金沢港、酒田港および長崎港外端島における観測結果を表示したものである。酒田港と端島の波高計は水圧式である。また、使った資料は一部に1～3ヶ月の欠測期間を含んでいるが、ここでは全集計表をそのまま利用したので、超過出現率曲線に若干のひずみが出ている可能



図－17 有義波高の超過出現率の観測例
(鹿島、金沢、酒田、端島)

性はある。この資料では、鹿島港の波高が対数正規分布と見なせる。しかし、1962年～1965年の同港の資料を高橋ほか(1966)が整理した結果ではむしろ正規分布の方がよくあてはまると述べている。また、他の港は下に凸な曲線形を示しており、一般に波高の超過出現率を対数正規分布と仮定することはできない。

第3の波向別の波高・周期相関出現率はその地点の波浪状況を最も的確に表示するもので、度数分布表の形で集計されていると利用価値が高い。ただし、波向の観測データが少ないため、全観測値について集計することが多い。ここでは、Draper(1966)の表示法を参考にして作成した金沢港と鹿島港の相関出現率図を図-18, 19に示す。これは、波高0.5 m, 周期1 sec ごとに仕切られた各格子に波浪が出現する度数の全波数に対する割合を百分率で示し、平滑化したもので、各格子内の波浪の出現率は格子中央の値で表わされている。たとえば、金沢港で $H_{1/3} = 3.0 \sim 3.5$ m, $T_{1/3} = 8 \sim 9$ sec の波浪状況は、年間約1.6%出現する。また、図中の破線は沖波としての波形勾配を表わしている。図-18, 19によると、金沢港の波浪は波形勾配が0.03程度の風波が主体であるのに対し、鹿島港では波形勾配が0.01程度のうねりが多いことが分かる。

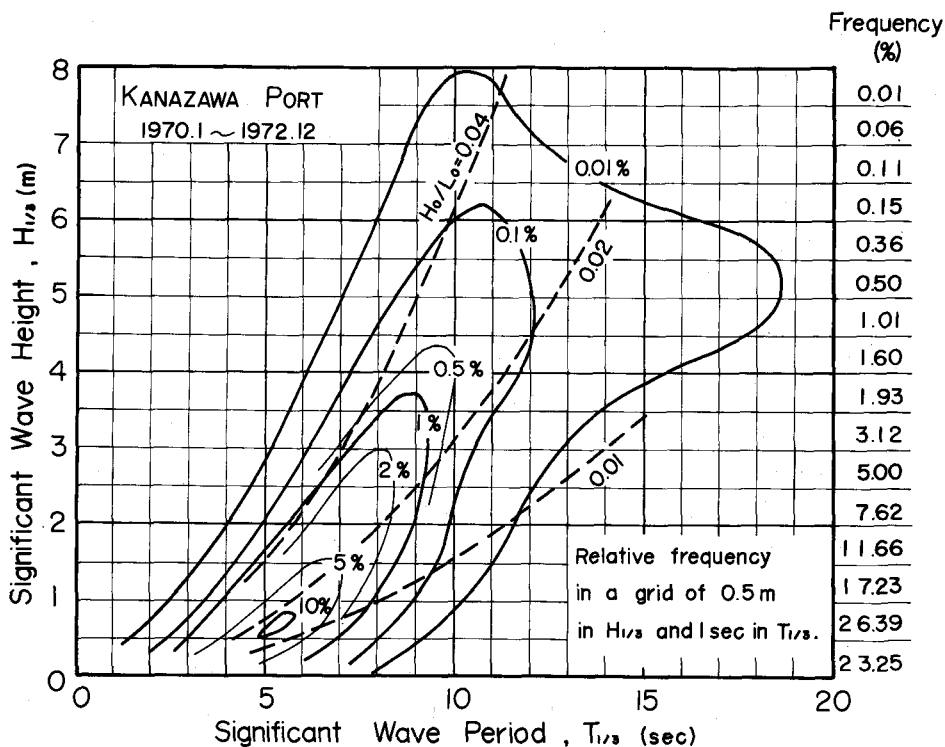


図-18 金沢港の波高・周期の相関出現率の計算例

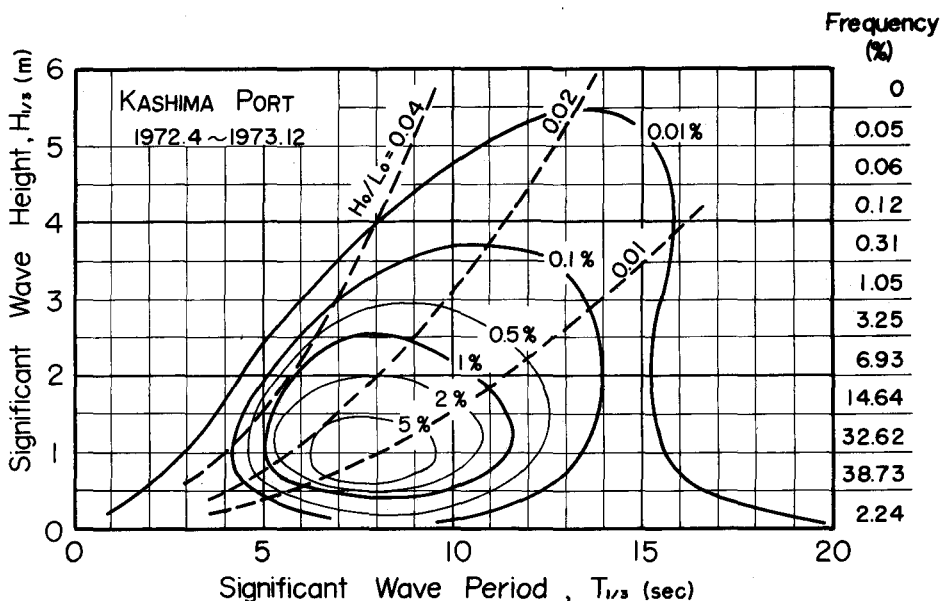


図-19 鹿島港の波高・周期の相関出現率の計算例

最後の波浪の継続日数（時間）は海上工事あるいは海洋施設の稼働率の算定に重要なもので、wave height persistenceなどと称せられている。これを調べるには、欠測の極めて少ない連続した観測記録が必要である。Draper（1966）はこの表示法として、ある設定波高を超える波の継続時間の累加度数分布図を提案している。また、高橋ほか（1975b）はある設定波高以下の波の継続日数の度数分布表を月別に作成している。いずれにしても、利用目的に応じて波浪観測台帳の原簿について解析作業をすることが必要になる。

3.2 波浪統計における問題点

常時の波浪に関する統計の最大の問題は、いかにして良質の波浪観測を長期間にわたって実施、継続するかということである。長期波浪観測の実施の困難さは、関係者以外にはなかなか理解されないであろう。この基本的課題は別として、統計的観点からは二つの問題がある。一つは定時観測値の統計的独立性、もう一つは統計期間の長さの問題である。

最初の問題は波浪の継続特性を別の面から見たものである。波の発達から減衰までは、普通、数十時間のオーダーであるから、2～6時間々隔の定時に観測された波浪諸元は相互に独立したものではなく、何らかの相関があることが予想される。これは、定時観測値の時系列（ $X_1, X_2, \dots, X_N$ とする）について自己相関係数を求めてみればよい。すなわち、 p 個離れた観測値同志の相関係数を $r(p)$ とすると、これは

$$r(p) = \frac{\frac{1}{N-p} \sum_{m=1}^{N-p} (X_m - \bar{X})(X_{m+p} - \bar{X})}{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (X_m - \bar{X})^2} \quad \dots\dots\dots (35)$$

で計算される。ただし、 $p=0, 1, 2, \dots$, $\bar{X}$ は全観測値の平均値である。

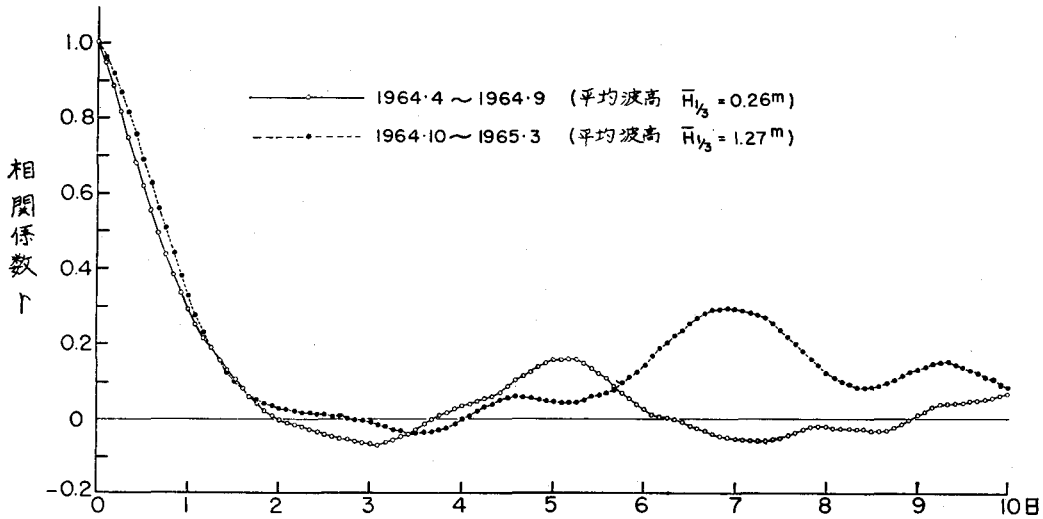


図-20 定時観測による有義波高の時系列の
自己相関係数の計算例(新潟東港)

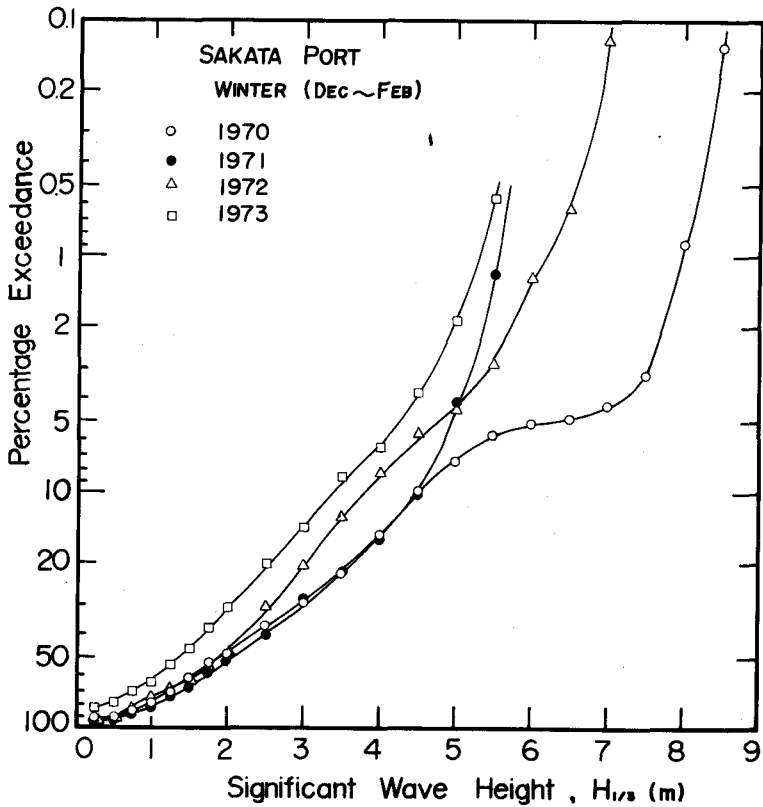


図-21 有義波高の超過出現率の年別変動
(酒田港冬季波浪)

この計算を水圧式波高計による新潟東港の波高の時系列について計算した例が図-20である(合田 1967)。日本海沿岸では夏と冬とで波浪状況が異なるので、4月から9月、および10月から3月の半年ずつに分けて計算してある。計算結果は、夏・冬とも $p \approx 24$ (2日) で相関係数が0となっており、気象統計とはほぼ同じ特性を示している。また、短時間内の相関を見ると、2時間後では0.96と非常に高く、6時間後で0.85、12時間後で0.65であり、24時間後でもまだ0.3と弱いながらも相関性がある。

このように定時観測値の間の相関が強いことは、波浪出現率などの統計処理に際してデータの時間々隔を広くとれることを意味している。実際に、波高の超過出現率について1日12回観測値を用いて作成したものと、そのうち1日1回だけのデータを用いて作成したものとを比較した例(合田 1967)では、ほとんど差のない結果が得られている。わが国において観測時間々隔を2時間を標準としているのは、今までの慣行もあるが、高波の際の波浪状況の変化、特に最大有義波を確実に捕捉することに重点を置いているためである。

次に、統計期間の長さというのは、統計値が安定するためには何年くらいの統計年数が必要かという問題である。波浪状況というものは年による変動があるため、1年間だけの統計資料では信頼度が低い。たとえば、酒田港における冬季(12月～3月)の波高の超過出現率を1970～1973年の4年間について調べると、図-21のようになる。すなわち、1970年の冬は波が非常に高く、1973年の冬は比較的穏やかであったことが分る。超過確率10%の波高は、1973年が $H_{1/3} = 3.3$ mであったのに対し、1970年および1971年は $H_{1/3} = 4.5$ mである。また、超過確率2%では5.0 mと7.7 mの差が見られる。したがって、観測がたまたま波浪出現状況が平均的な年に行なわれたのでないかぎり、統計資料としてはまず3年間が最短期間であり、5年間以上が望ましいといえよう。また、観測資料がなくて追算によって常時の波浪特性を推定する場合には、Fallon・Aagaard(1973)が奨めているように、風の条件が平均的な年を良く選定することを条件として1年間1日2回のデータが最低要件であり、標準としては3年間1日4回の波浪追算作業が必要である。後者の場合も連続3年ではなく、年ごとの変動を見た上で代表的な年を選定すべきであろう。

3.3 波浪の総出現度数の推定について

本章で述べてきたのは、波浪状況(sea state)の統計についてである。しかし、海洋構造物の疲労破壊の問題などでは、個々の波が1年間に何百万回繰り返されるかということの検討が必要である。正確には波そのものではなく、種々の応力レベルの繰り返し回数である。したがって、Maddox(1974)が扱ったように不規則波に対する動的応答を考えた上で、ゼロアップクロス波高に相当する1次サイクルおよび極大極小波高に相当する2次サイクルなどを考慮しなければならない。しかし、ここでは簡単のために個々の波の出現度数の一つの推定方法を紹介する。

推定の基礎データとしては、 $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ の相関出現度数表を使用する。推定方法の手順をフローチャートで示すと図-22のようになる。個々の波の出現度数は1年間を単位として計算しておくのが便利であるが、データとして使用する相関出現度数表は統計期間が数年であり、また欠測があったりして1年間の観測回数に一致しないので、まずこれを調整する。この結果を $\langle N_{ij} \rangle$ で表わす。ただし、 i は $H_{1/3}$ の区間番号、 j は $T_{1/3}$ の番号である。

今、個々の波の波高・周期出現度数表を $\langle M_{kj} \rangle$ で表わすと(k は波高の区間番号)、波高の区間幅と区間数は $H_{1/3}$ と無関係に任意に設定してよい。しかし、周期の区間幅と区間数は $T_{1/3}$ と同一にしておく方が無難である。これは、波高は前述のようにレーリー分布を仮定できるけれども、周期については理論分布が存在せず、特に波高との相関分布を設定できないためである。したがって、

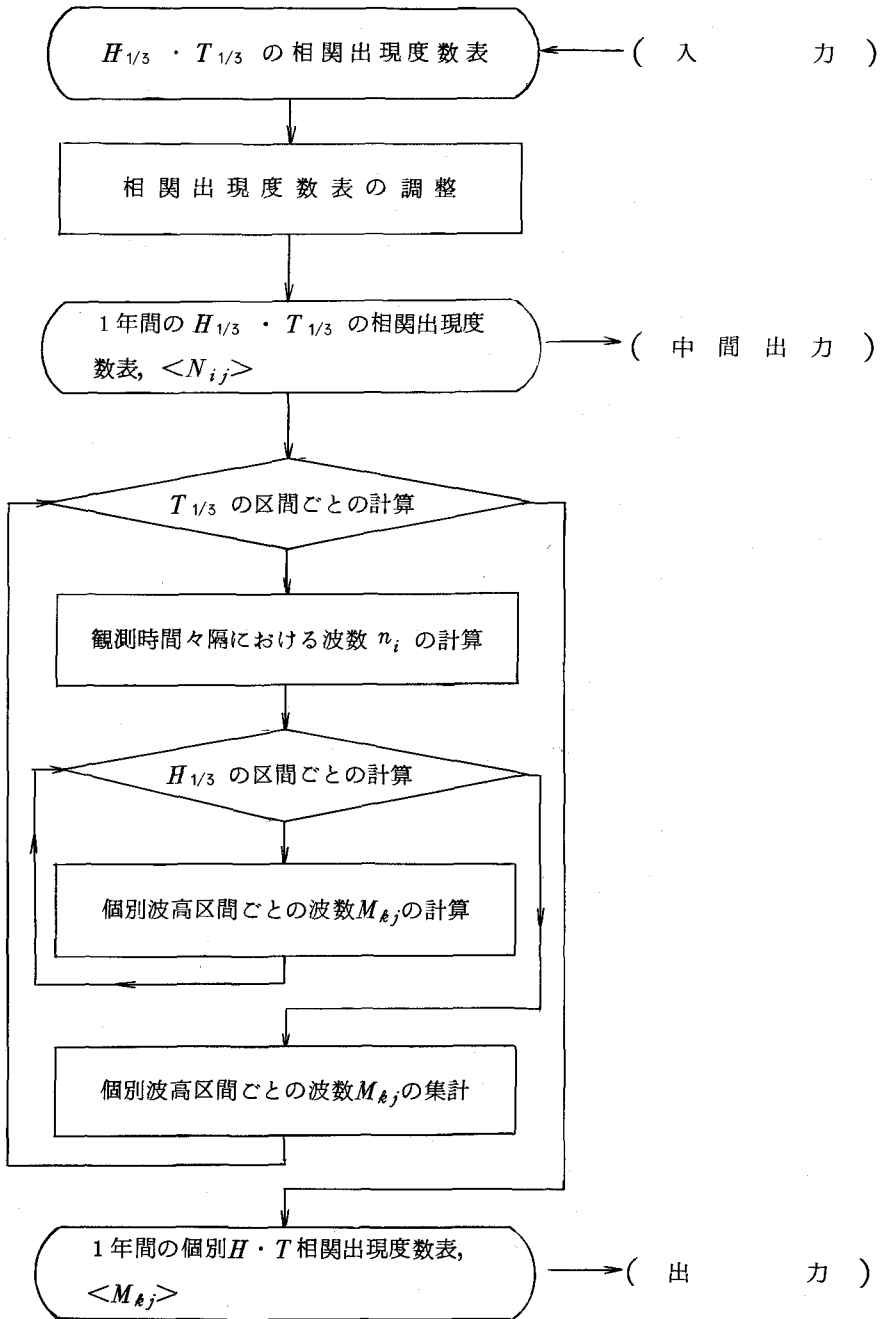


図-22 波浪の総出現度数計算のフローチャート

$\langle M_{kj} \rangle$ のうちの j に関する列(周期)は $\langle N_{ij} \rangle$ の j の列に合せて $T_{1/3}$ の区間ごとに計算する。個々の波の出現度数 M_{kj} の計算は次式による。

$$M_{kj} = \sum_{i=1}^{I_{max}} n_j N_{ij} \Delta P_{ik} \dots\dots\dots (36)$$

ここに、

$$n_j = \frac{t_0}{(\overline{T_{1/3}})_j / 1.1} \dots\dots\dots (37)$$

$$\Delta P_{ik} = P_i(H_k) - P_i(H_{k+1}) \dots\dots\dots (38)$$

$$P_i(H) = \exp \left[-2.004 H^2 / (\overline{H_{1/3}})_i^2 \right] \dots\dots\dots (39)$$

ただし、 t_0 は観測時間々隔、 $(\overline{H_{1/3}})_i$ と $(\overline{T_{1/3}})_j$ はそれぞれの区間の平均値、 H_k は個々の波の波高の区間帯の下限值である。

上記の式37で $(\overline{T_{1/3}})_j$ を1.1で割っているのは、波数の対象となるのが平均周期であるため、式11の関係を用いたものである。また、式39のレーリー分布による超過確率の係数が2.004となっているのは、波高の基準値を $H_{1/3}$ にとっているためで、平均波高に戻せば式(7)となる。

以上の方法に従って、金沢港における波浪の総出現度数を計算した結果が図-23である。表示方法は図-18、19と同様である。右欄に示したのは波高区間ごとの総波数であり、たとえば $H=1.0 \sim 2.0$ mの波は1年間に約90万回出現すると推定される。なお、年間の総波数は約500万波である。

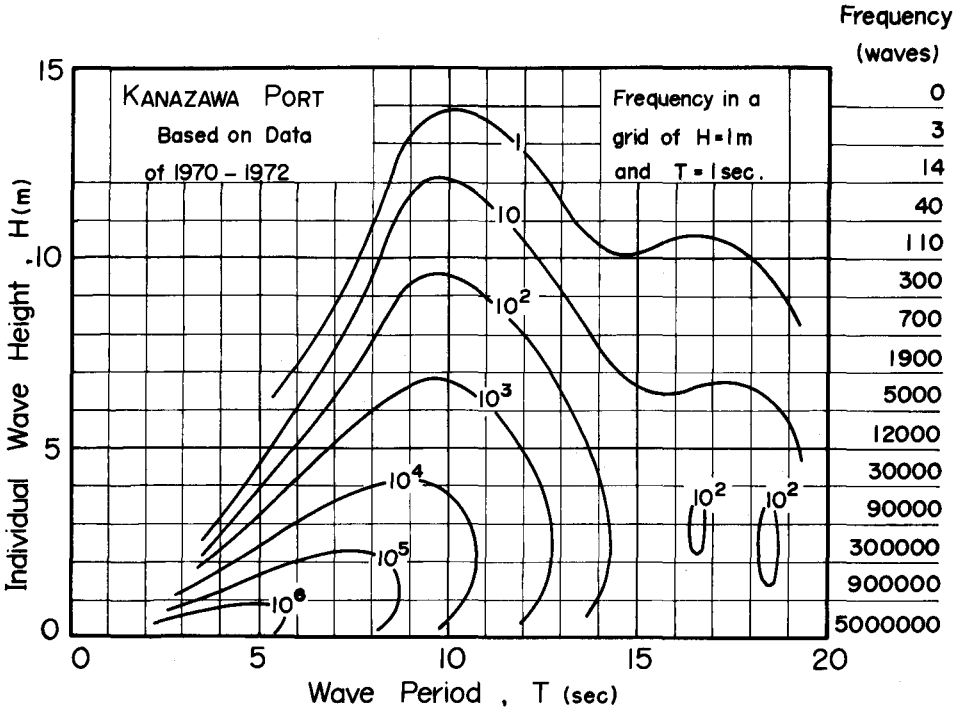


図-23 金沢港の波浪の総出現度数の計算例

4. 異常波浪に関する統計

4.1 異常波浪統計とその作成法

異常波浪という語は定義がやや不明瞭であるが、ここでは1年に数回発生するような波高の大きな波浪状況を指すことにする。こうした波浪状況は構造物の安全性を脅かし、災害をひき起す危険性を秘めている。したがって、構造物の設計に際してはまず異常波浪に関する統計資料が検討され、設計波が選定される。

異常波浪統計の目標は、高波の発生確率を推定し、与えられた再現期間に対応する波浪状況を示唆することである。しかし、水文量などと異なり波の統計資料はいずれも統計期間が不足しているため、異常波浪統計の作成法も確定しておらず、種々の方法が試みられている。これらは次の3種に分類できよう。

- 1) 常時の波浪の超過出現率を外挿する方法
- 2) 高波の最盛時の波浪状況を抽出し、この時系列について解析する方法
- 3) 年最大波の時系列について解析する方法

第1の方法は最も単純であり、Draper (1963)などはこれを推奨している。ただし、波浪状況の代表値としての有義波ではなく、定時観測値の間の最高波の最多値を式(1)で計算し、この H_{max} の超過出現率を求める方式である。データは対数正規確率紙上にプロットし、直線をあてはめて所要の再現期間に対応する波高を読みとる。

この方法の難点は、何よりも1～2年程度の観測資料を基に50年、100年の再現期間に対する推定をしようとする点で、図-21に例示した年ごとの変動を考えれば明らかなように、大きな誤差を伴う危険がある。また、3.3で論じたデータの統計的独立性の点にも疑問が残されている。さらに、対数正規分布が今考えているような波高の大きな部分に適合するという保証は全くない。

これに対して第2の方法は、定時観測値の全部を使うのではなく、異常波浪時に波が発達し、減衰する過程における最大値のみをデータとして使用するものである。すなわち、普通に我々がいうところの異常波浪時の波である。この波は極大波と呼ばれることがあり(高橋ほか 1975b)、またこうして抽出された極大波高のシリーズを極値時系列と呼ぶことがある(合田 1967)。この方法は波浪観測値のみでなく、波浪追算による推定値に対しても有効であり、むしろ統計資料の年数の点から見て推定値を利用する方が多い。この第2の方法について筆者(1967)は先にその手法を述べ、推定例を示した(合田・阿部 1967)。しかし、その後Petruaskas・Aagaard (1970)が詳しい手法を示しているのので、主としてこれに従って説明する。

まず、対象期間を K 年とし、この間に発生したある限界値以上の極大波を N 個拾い出す。このとき、 N 個中の最小値よりも大きな波がその期間中に発生していないことを確認する。自信が持てない場合には下位の数個を落す方がよい。そして、波高の大きな方から順位 m をつけ、次式で未超過確率を計算する。

$$P[H < x_{m,N}] = 1 - \frac{m - \alpha}{N + \beta} \quad \dots\dots\dots (40)$$

ただし、 $x_{m,N}$ は N 個中 m 番目の極大波高($m=1, 2, \dots, N$)であり、また α と β は想定する分布関数によって表-2の値を用いる。この未超過確率の与え方は plotting position の問題ともいわれ、種々議論のあるところである。これに関して Gringorten (1963)は、二重指数分布の母集団から抽出されたサンプルに対するあてはめ誤差が最小になるような α と β を求めており、Petruaskas・Aagaard

はこれを拡張して他の分布関数についても求めたものである。

表-2 異常波浪の未超過確率計算のためのパラメーター

分 布 関 数	α	β
二重指数分布	0.44	0.12
Weibull分布 ($k=0.75$)	0.54	0.64
同 上 ($k=0.85$)	0.51	0.59
同 上 ($k=1.0$)	0.48	0.53
同 上 ($k=1.1$)	0.46	0.50
同 上 ($k=1.25$)	0.44	0.47
同 上 ($k=1.5$)	0.42	0.42
同 上 ($k=2.0$)	0.39	0.37

分布関数としては二重指数分布 (Gumbel分布) およびWeibull分布の指数 k を 0.75 ~ 2.0 の 7 通りに変えたものをあてはめ、適合度を検討する。分布関数は次のとおりである。

$$\text{二重指数分布 : } P[H \leq x] = \exp \left\{ -\exp \left\{ -\left(\frac{x-B}{A} \right) \right\} \right\} \quad \dots\dots\dots(41)$$

$$\text{Weibull分布 : } P[H \leq x] = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x-B}{A} \right)^k \right] \quad \dots\dots\dots(42)$$

なお、式(42)で $k=1$ のときは指数分布、 $k=2$ で $B=0$ のときはレーリー分布である。

分布関数のあてはめには、各極大波高の $P[H \leq x]$ を次式で変数 $r_v = (x-B)/A$ に変換する。

$$\text{二重指数分布 : } r_v = -\ln \left\{ -\ln P[H \leq x] \right\} \quad \dots\dots\dots(43)$$

$$\text{Weibull分布 : } r_v = \left[-\ln \left\{ 1 - \ln P[H \leq x] \right\} \right]^{1/k} \quad \dots\dots\dots(44)$$

そして、 x と r_v の直線関係を仮定し、その係数の推定値を最小自乗法で求める。

$$x = \hat{A} r_v + \hat{B} \quad \dots\dots\dots(45)$$

各分布関数の適合度は、式(45)からの分散の度合で判断される。Petruaskas・Aagaard は分散値の無次元量を求め、一方で各分布関数の母集団から10~60個のサンプル各500組をモンテカルロ法で抽出して分散値のひん度分布を調べ、両者の比較の上で分布関数の優劣および採否を決定している。ただし、そのデータが提示されていないので、この方法を用いる場合には分散値のひん度分布をあらかじめ調べておかなければならない。単純には視察あるいは式(45)からの分散の絶対値で各分布関数の優劣が判断できよう。Petruaskas・Aagaard の使用したデータの例では式(42)で $k=2$ の分布が最も適合していた。

波高の再現期間 R_p は未超過確率と次の関係にある。

$$R_p = \frac{K}{N} \cdot \frac{1}{1 - P[H \leq x]} \quad \dots\dots\dots(46)$$

したがって、所要の再現期間に対する波高値は式(46)、式(43)または(44)、および式(45)を使って計算できることになる。

最後の第3の方法は、年間に発生した最大の波を対象とし、数十年にわたる時系列について解析するものである。第2の方法との優劣は特になく、データの集め易さによって決まる問題である。分布関数

として式(43)が使われる例が多いけれども、理論的根拠はない。また、Thom (1971) は次のFréchet分布の方が妥当であるとして、北東太平洋上の定点観測資料を解析し、再現期間50年の波高を推定している。

$$P[H \leq x] = \exp \left[- (x/\beta_2)^{-r} \right] \quad \dots\dots\dots(47)$$

この方法における再現期間は、式(46)で $K/N=1$ と置いて求める。

3.2 異常波浪統計の問題点

異常波浪統計の作成および利用における最大の問題は、長期にわたる波浪資料が求めにくいことである。波高計による観測値は年数が限られ、また地点によっては砕波などの影響で波高が減衰していることがある。波浪推算による場合は、40年間程度の資料を作成することができるけれども、推算値の信頼度に不安が残る。推算の方法および担当者の経験・判断などによって波高が3割以上違うこともある。

また、データが信頼できるとしても、これは統計的なサンプルの1例であり、母集団の特性にどこまで近づいているかという問題がある。したがって、高波の発生確率を推定する場合には、統計上の信頼限界も求めてこれを表示しておく。こうした統計的な変動を減少させるには、対象期間を長くとり、極大波あるいは年最大波の個数を増さなければならない。波浪推算を行うための天気図を入手できる範囲で、できるだけ長期間について作業を行うべきである。

高波の発生確率が求められたとして、次には設計波の再現期間をどの程度にとるべきかの問題がある。再現期間というのは、その波高を超える強さの波浪が発生する時間々隔の平均値であり、その間は高波が発生しないという保証期間ではない。今、構造物の耐用年数を t_d とし、再現期間を R_p で表わすとその期間内に設計波浪以上の高波に遭遇しない確率は次式で与えられる（たとえば Petruaskas・Aagaard 1970）。

$$P[H_{all} \leq H_p] = \exp \left[- t_d/R_p \right] \quad \dots\dots\dots(48)$$

再現期間が耐用年数に等しい場合の非遭遇確率は $1/e=37\%$ であり、非遭遇確率を90%にまで高めるには $R_p = 9.5 t_d$ としなければならない。海洋構造物の設計では、耐用年数の数倍の再現期間が用いられるようであり、APIの規定でも100年期待値とか250年期待値などの引用例がある。

最後に、発生確率を求めるのは波浪状況の代表値としての有義波高なのか、あるいは個々の波としての最高波の期待値なのかの問題がある。これは構造物の設計において代表波を使うかそれとも最大の1波である最高波を用いるかの選択に関係する。Jahns・Wheeler (1972) などは H_{max} の発生確率について検討するように主張している。しかし、異常波浪統計の不確かさを考えれば、 H_{max} の期待値を細かく計算することは数字の遊びに終る可能性が強い。したがって、高波の発生確率は有義波高の極大値について計算し、その結果求められる N 年期待値の有義波高を1.8～2.0倍して H_{max} の N 年期待値とする程度で十分と思われる。

5. あとがき

波浪の統計的性質については幾つかの理論があるけれども、これらはすべて仮説であり、実際の観測値で裏付けされなければ、理論であるからといって無条件で使用することはできない。たとえば、波群中の波高のレーリー分布にしても、多数の実測値による検証に基づいて利用されているのである。着実な調査資料の積み上げが第一であり、理論解析による急展開ということはあまり期待できない。特に、長期にわたる波浪の観測値は極めて不足しており、長期的視野に立っての波浪観測の継続実施が必要と

される。

一般に、統計的性質の記述は無味乾燥になりやすく、波浪の場合も同様であろう。しかし、海洋における施設を計画し、建設するためには最大の外力である波浪の特性を十分に把握しておく必要がある。本稿がこの目的のためにいささかなりとも役立てば、筆者の何よりのよろこびとするところである。

参 考 文 献

- American Petroleum Inst. (1973) : API Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Fixed Offshore Platforms, Fourth Ed. with Supplement, 27 p.
- Battjes, J. A. (1974) : Computation of set-up, longshore currents, run-up and overtopping due to wind-generated waves, Dept. Civil Engg., Delft Univ. Tech., Rept. No. 74-2, 244 p.
- Bretschneider, C. L. (1959) : Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, BEB Tech. Memo. No. 113, 192 p.
- (1968) : Significant waves and wave spectrum, Ocean Industry, Feb., pp. 40-46.
- Cartwright, D. E. and M. S. Longuet-Higgins (1956) : The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Royal Soc., A., Vol. 237, pp. 212-232.
- Collins, J. I. (1967) : Wave statistics from Hurricane Dora, Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW2, pp. 59-77.
- Darbyshire, J. (1956) : The distribution of wave heights—a statistical method based on observations, The Dock and Harbour Authority, May, pp. 31-32.
- Dattari, J. (1973) : Waves off Mangalore Harbor—West Coast of India, Proc. ASCE, Vol. 99, No. WW1, pp. 39-58.
- Davenport, A. G. (1964) : Note of the distribution of largest value of a random function with application to gust loading, Proc. Instn. Civil Engrs., Vol. 28, June, pp. 187-224.
- 土木学会 (1973) : 海洋鋼構造物設計指針 (案) 解説, 195 p.
- Draper, L. (1963) : Derivation of a 'random wave' from instrumental measurements of sea waves., Proc. Instn. Civil Engrs., Vol. 26, pp. 291-304.
- (1966) : The analysis and presentation of wave data—a plea for uniformity, Proc. 10th CCE*, Tokyo, pp. 1-8.
- Ewing, J. A. (1973) : Mean length of runs of high waves, J. Geophys. Res., Vol. 78, No. 12, pp. 1933-1936.
- Fallon, A., et al. (1973) : Specification for oceanographic/meteorological studies for offshore structures, Prept. 5th OTC, No. 1829, pp. II-65-82.

* CCE : Conference on Coastal Engineering.

合田良実(1967) : 波浪統計に関する二、三の考察, 港湾技研資料, No. 37, pp. 237—255.

— (1970 a) : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. PHRI, Vol. 9, No. 3, pp. 3—57.

— (1970 b) : 防波護岸の越波流量に関する研究, 港湾技研報告, 第9巻第4号, pp. 3—41.

— (1971) : 波の不規則性を考慮した設計法について, 昭和46港湾技研講演会概要, pp. 1—1—1—33.

— (1973 a) : 防波堤の設計波圧に関する研究, 港湾技研報告, 第12巻第3号, pp. 31—69.

— (1973 b) : 不規則波の砕波指標について, 第20回海講論文集, pp. 571—577.

— 阿部淑輝(1967) : 波浪観測台帳に基づく確率波高推定の諸例について, 第5回港湾技研研究発表会概要, pp. 29—44.

— 永井康平(1968) : 名古屋港内における波浪観測 第2報, 港湾技研資料No. 61, 64 p.

— ——— (1969) : 造波板の変速運動による発生不規則波のスペクトルについて, 港湾技研報告, 第8巻第3号, pp. 47—75.

— ——— 伊藤正彦(1971) : 名古屋港における波浪観測 第3報, 港湾技研資料, No. 120, 24 p.

— ——— (1974) : 波浪の統計的性質に関する調査・解析, 港湾技研報告, 第13巻第1号, pp. 3—37.

Goodnight, R. C. and T. L. Russel (1959) : Investigation of the statistics of wave heights, Proc. ASCE, Vol. 89, No. WW2, pp. 29—55.

Gringorten, I. I. (1963) : A plotting rule for extreme probability paper, J. Geophys. Res., Vol. 68, No. 3, pp. 813—814.

Harris, D. L. (1970) : The analysis of wave records, Proc. 12th CCE, Washington, D. C., pp. 85—100.

Hasselmann, K., et al. (1973) : Measurements of wind—wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Erg. Deutschen Hydrog. Zeitschrift, Reihe A (8°), Nr. 12., 95 p.

伊藤喜行・藤島睦・北谷高雄 : 防波堤の安定性に関する研究, 港湾技研報告, 第5巻14号, 134 p.

岩田憲幸ほか(1970) : 波浪のスペクトル幅と統計量(I), 防災センター研究報告, 第4号, pp. 23—43.

Jahns, H. O. and J. D. Wheeler (1972) : Long—term wave probabilities based on hindcasting of severe storms, Prept. 4th OTC, No. 1590, pp. I—739—758.

Jasper, N. H. (1955) : Distribution patterns on wave heights, ship motions and hull stresses, Proc. 1st Conf. Ships and Waves, Chapt. 34.

柿沼忠男・ニッ谷敏雄・川合 茂(1973) : 大潟海岸における波浪の変形について(2), 第20回海講論文集, pp. 535—538.

Kinsman, B. (1965) : Wind Waves, Prentice—Hall, Inc.,

- Kruseman, P. (1974) : Wind and wave climate study in the North Sea, Proc. WAVES 74 **, pp. 1—12.
- Liu, P. C. and R. J. Robbins (1974) : Wave data analyses at Glerl, Proc. WAVES 74, pp. 64—73.
- Longuet-Higgins, M. S. (1952) : On the statistical distributions of the heights of sea waves, J. Marine Res., Vol. IX, No. 3, pp. 245—266.
- Maddox, N. R. (1974) : Fatigue analysis for deepwater fixed-bottom platforms, Prept. 6th OTC, No. 2051, pp. 191—203.
- Mitsuyasu, H. (1968) : On the growth of spectrum of wind-generated waves (I), Rept. Res. Inst. Applied Mech., Kyushu Univ., Vol. XVI, No. 55, pp. 459—482.
- 光易 恒 (1970) : 風波のスペクトルの発達 (2) —有限な吹送距離における風波のスペクトルの形について, 第17回海講論文集, pp. 1—7.
- Mitsuyasu, H. and T. Honda (1974) : The high frequency spectrum of wind-generated waves, J. Oceanog. Soc. Japan, Vol. 30, No. 4, pp. 185—198.
- 永井康平 (1973) : 不規則な波の振幅の極大値の連なりについて, 第20回海講論文集, pp. 477—481.
- Nath, J. H. and F. L. Ramsey (1974) : Probability distributions of breaking wave heights, Proc. WAVES 74, Vol. 1, pp. 379—395.
- 大野正夫・入江 功・大堀晃一 (1974) : 現地観測による波の変形, 第21回海講論文集, pp. 13—17.
- Petruaskas, C. and P. M. Aagaard (1970) : Extrapolation of historical storm data for estimating design wave heights, Prept. 2nd OTC, No. 1190, pp. I—409 ~ 428.
- Pierson, W. J. and L. Moskowitz (1964) : A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., Vol. 69, No. 24, pp. 5181—5190.
- Rice, S. O. (1944) : Mathematical analysis of random noise, reprinted in Selected Papers on Noise and Stochastic Processes, Dover Pub., Inc., 1954, pp. 133—294.
- Saville, T. (1962) : An approximation of the wave run-up frequency distribution, Proc. 8th CCE, Mexico City, pp. 48—59.
- 首藤伸夫 (1965) : 有義波とうちあげ高の関係, 土木研究所報告, 第126号, pp. 19—30.
- 高橋智晴・鈴木禧実・佐々木弘 (1966) : 鹿島港における波浪観測について, 第13回海講講演集, pp. 62—70.
- 高橋智晴ほか (1972) : 波浪に関する拠点観測年報 (昭和45年), 港湾技研資料, No. 137, 276 p.
- (1973) : 同 上 (昭和46年), 港湾技研資料, No. 158, 325 p.
 - (1974) : 同 上 (昭和47年), 港湾技研資料, No. 178, 329 p.
 - (1975 a) : 同 上 (昭和48年), 港湾技研資料, No. 209, 494 p.
 - (1975 b) : 波浪に関する拠点観測3ヶ年統計 (昭和45—47年), 港湾技研資料,

** WAVES 74 : International Symposium on Ocean Wave Measurements and Analysis, New Orleans, ASCE.

No. 208, 58 p.

Thom, H. C. S. (1973) : Extreme wave height distributions over oceans, Proc. ASCE, Vol. 99, No. WW3, pp. 355—374.

Tucker, M. J. (1963) : Analysis of records of sea waves, Proc. Instn. Civil Engrs., Vol. 26, No. 10, pp. 305—316.

Wilson, J. R. and W. B. Baird (1972) : A discussion of some measured wave data, Proc. 13 th CCE, Vancouver, pp. 113—130.