

河口付近の潮汐現象

宇野 木 早 苗

1. まえがき

わが国においては東京や大阪など多くの都市が、また豊かな穀倉地帯が、河川が海に出合って作り上げた河口洲に発達している例が多い。そこには勾配のゆるやかな大小の河川が流れ、人々の生活や生産と密接に結びついている。しかし、密度一様の淡水が川下に向かって一方向にのみ流れている上・中流域と異なって、これらの下流部分には、天体の運動のリズムに従って水位や流れが周期的に変動し、海水が侵入と後退を繰り返している。その際、水温、塩分、密度なども時間的にまた空間的に複雑な変化と分布を示し、さまざまな物質の輸送形態も上中流と異なり、ここに特別な水理現象が見出される。

しかして、治水、利水、水産、環境保全などに関して、この感潮河川域の水理現象の解明が強く望まれるようになり、近年研究が進んできた。しかし現象の複雑さと観測の困難さのため、今後の発展にまつ所が大きい。本稿では、河川感潮部を中心にした河口付近の水理現象に関する広範囲の問題を考える際の一つの基礎として、水位と流れの潮汐変動現象について、その実態の紹介と考察を行なう予定である。その際、わが国の河川になるべく広く実例を求める積りであったが、資料と準備の不足のため、特定の河川に限らざるを得なかった。この点を予じめお断わりしておかねばならない。これらの河川ではすべて、潮汐流が河川流を凌駕している。潮差が小さくて著しく成層が発達した河川の場合は、むしろ密度流の問題となるのでここでは触れない。多少なりと参考になる点を見出していただければ幸である。

2. 沿岸の潮汐

A. 日本沿岸の潮汐

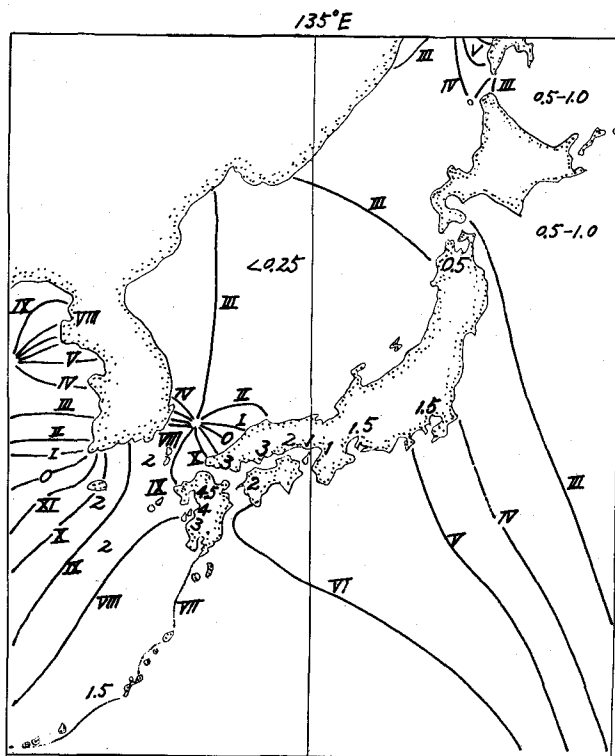


図-1 日本近海における M_2 分潮(主太陰半日潮)の同時潮図
(時刻はローマ数字)と大潮差 ($M_2 + S_2$, アラビア
数字, m)

まず、潮汐波（潮浪）が河口に至る前の状況を調べておこう。天体のおよぼす起潮力に対して、海洋は複雑な応答を示すが、日本近海における潮汐波の動きは図-1の同時潮図で知ることができる。これは同時刻に満潮になる地点を連ねた線、すなわち潮汐波の波頂線の動きを示すもので、図中のローマ数字は、月が東経 135° の子午線を通過する時刻を零として、太陰時（この1時間は太陽時の約1時間2分）で表わした時刻である。3時頃に北海道の南東部に達した潮汐波は、西に進んで4～5時頃に本州の東岸に、6～7時頃に九州南岸に達する。瀬戸内海には、紀伊と豊後の両水道を通して潮汐波が進入し、両者は11時半頃に備讃瀬戸付近で出会う。

九州を廻って北に上がる潮汐波は、8～9時頃に九州西岸に来て、その主脈は黄海に入り、一部は対馬海峡に向かう。対馬海峡にきたものは、地球自転の偏向力に起因する同海峡北口の無潮点のまわりを、反時計まわりに12時間かけて1回転しもとにもどる。日本海では2～3時の間に大部分はほとんど同時に満潮になっている。かくして北海道の太平洋岸を洗った潮汐波が、本州、四国、九州をぐるりとまわって日本海に姿を現わすのに、約12時間を要したことになる。

図にはまた大潮のときの平均潮差（潮汐波の波高）も示されている。太平洋側において、北海道から房総付近まで、1～1.5 m ぐらい、房総から九州南岸にかけて次第に増大し約2 mになる。九州西岸では2.5～3.5 mであるが、有明海では特に大きくなり、湾奥では日本最大の4.5 m程度に増幅される。日本海の潮汐は、断面積の最も大きな対馬海峡から進入する潮汐波に主として支配され、大部分はわずか30 cm以内で、太平洋岸の1/5以下にすぎない。

一方、内湾の入口に達した潮汐波は湾奥に向かうが、奥で反射されて、入射波と干渉して一種の定常波を作る。これを共動潮という。東京湾の潮汐が図-2に示されているが、湾奥に向かって潮差が増大すること、および湾の東側が西側より波の進みが早いことなどが注目される。そこで共動潮の理論を次に考えてみよう。

B. 一端が閉じた水路の潮汐

いま深さの一樣な1次元の水平水路を考え、長波近似を仮定すると、運動と連続の方程式は次のようになる。

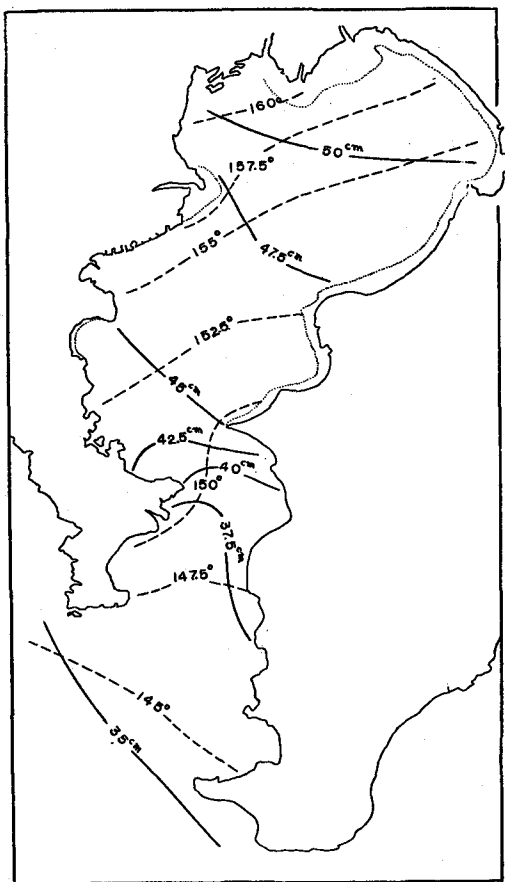


図-2 東京湾における M_2 分潮の振幅（実線）と位相（破線）

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau}{\rho(h+\eta)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ (h+\eta) u \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで u は流速, η は平均水面に対する水面の上昇量, g は重力加速度, h は平均水深, ρ は密度, τ は底面摩擦, t は時間, x は水平座標である。

図-3 A のように長さ ℓ の水路を考え, $x=-\ell$ で開き, $x=0$ で閉じているものとする。よって境界条件は,

$$(u)_{x=0} = 0, \quad (\eta)_{x=-\ell} = A \cos(\sigma t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (3a, b)$$

と仮定する。まず運動が小さくて線形近似ができ, また海底摩擦は無視できるものとする。基本式(1), (2)は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4a, b)$$

と簡単になる。(3a, b)を満たす解は次式で与えられる。

$$\eta = A \frac{\cos k_0 x}{\cos k_0 \ell} \cos(\sigma t + \epsilon), \quad u = \frac{A C_0}{h} \frac{\sin k_0 x}{\cos k_0 \ell} \sin(\sigma t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (5), (6)$$

ここで $k_0 = \sigma / C_0$ は波数, $C_0 = \sqrt{gh}$ は自由潮流の波速である。したがって水路の入口(湾口)に対する水路の奥(湾奥)の潮汐の増幅率 R は

$$R = \frac{(\eta)_{x=0}}{(\eta)_{x=\ell}} = \frac{1}{\cos k_0 \ell} = \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T_*}{T})} \quad \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。ただし $T = 2\pi/\sigma$ は潮汐波の周期, $T_* = 4\ell/C_0$ はこの水路の自由振動の基本周期である。日本の内湾はスケールが小さく, T_* が 12.4 時間より小さいので, 以下 $T_* < T$ の場合を考える。(7)式によると, T_* が T に近づくにつれて潮汐は増幅される。増幅の割合は表-1 になる。伊勢湾の半日潮を考えると, $h = 23 \text{ m}$, $\ell = 65 \text{ km}$, $T = 12.4 \text{ hr}$ とすれば, $T_*/T = 0.39$, $R = 1.22$

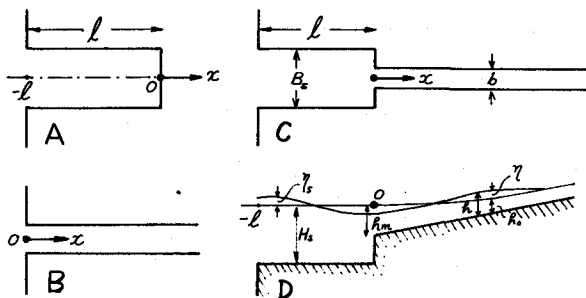


図-3 モデル水域

を得る。一方湾奥の名古屋における M_2 分潮の振幅は66cm, 湾口の鳥羽では54cmであって, 増幅率は1.22 となり, 偶然にも理論値とびつたり一致している。また図-2に見られるように, 湾奥に向って振幅が増加する。(5),

(6)の解は定常波を表わし, 水路内全体で同時に満潮または干潮が見られる。また流れは水位より90°位相が進み, 干潮から満潮までが上げ潮で, 半日潮の場合は最大流速は干潮後約3時間で, 水位零のところに現われる。一方, 満潮から干潮までが下げ潮で, 満潮から約3時間後に下げ潮最大になる。

C. 摩擦を考慮した共動潮 ^{2), 3)}

式(7)では $T_* = T$ のとき, 共振のため増幅率は無限大になるが, 現実には非線形の作用や摩擦のために, このようなことは起らない。また図-2に例示した東京湾のように, 実際の内湾は完全に定常波でなく, 湾内でも波の進行が見られる。そこで摩擦力を考慮した解を求めてみる。ただし線形近似と境界条件は前項と同じである。いま簡単に流速に比例する摩擦を考慮して $\frac{\tau}{\rho h} = \mu u$ とする。シェジエの係数 C_* , あるいはマニングの係数 n を用いると, エネルギー的考察から近似的に $M = \frac{8gU}{3\pi C_*^2 h} = \frac{8gn^2 U}{3\pi h^{\frac{4}{3}}}$ の関係がある。³⁾ U は流れの振幅である。(4a)式の右辺に $-\mu u$ を加え, (4b)式とともに u を消去すると

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + M \frac{\partial \eta}{\partial t} = C_0^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \dots\dots\dots (8)$$

という電信方程式が得られる。

湾内における入射波と反射波は, 湾奥 $x=0$ において同じ振幅をもつと考えれば, 波数 k , 減衰率 μ を用いて

$$\eta = a \{ e^{-\mu x} \cos(\sigma t - kx) + e^{\mu x} \cos(\sigma t + kx) \} \dots\dots\dots (9)$$

の形の解を仮定することができる。ここで $t=0$ は, 湾奥が満潮になる時刻に択んである。この式を(8)に代入すると,

$$k^2 - \mu^2 = k_0^2, \quad k\mu = \frac{M k_0^2}{2\sigma} \dots\dots\dots (10 \text{ a, b})$$

の関係が満足される。この両式から, k および μ の値が定まる。 $k > k_0$ なる故, 摩擦のため自由潮浪の波長は短かく波速は小さくなる。

満潮の時刻 t_H は, (9)において $\partial \eta / \partial t = 0$ より求まる。

すなわち $\tan \sigma t_H = -\tan kx \cdot \tanh \mu x \dots\dots\dots (11 \text{ a})$

で与えられる。摩擦が存在すると, 満潮は湾内同時で無く, 湾奥に行くほど遅く現われることになる。そして湾口 ($x = -\ell$) においては (3b) より $\sigma t_H = -\epsilon$ なる故, (11a)と比較して, 湾口と湾奥との位相差 ϵ は

$$\tan \epsilon = \tan k\ell \cdot \tanh \mu \ell \dots\dots\dots (11 \text{ b})$$

で与えられる。満潮時における潮位 η_H は, (9)より

$$\eta_H = R.P. \left[a e^{-\mu x} \cdot e^{i(\sigma t_H - kx)} + a e^{\mu x} \cdot e^{i(\sigma t_H + kx)} \right] = R.P. \left[2a \cdot \cos(k - i\mu)x \cdot e^{i\sigma t_H} \right]$$

の形に書き表わされる。R. P. は複素数の実数部分を意味している。 $\cos(k-i\mu)x$ を極形式で表現すると、けっきょく $\eta_H = 2a \left\{ \frac{1}{2} (\cos 2kx + \cosh 2\mu x) \right\}^{\frac{1}{2}}$ を得る。

(3b) を満足するためには $A = 2a \left\{ \frac{1}{2} (\cos 2k\ell + \cosh 2\mu\ell) \right\}^{\frac{1}{2}}$ でなければならない。よって求める振幅は

$$\eta_H = A \sqrt{(\cos 2kx + \cosh 2\mu x) / (\cos 2k\ell + \cosh 2\mu\ell)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。湾奥における増幅率は次式のようになる。

$$R = (\eta_H)_{x=0} / A = \sqrt{2 / (\cos 2k\ell + \cosh 2\mu\ell)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$M=0$ の場合には、 $\mu=0$, $k=k_0$ となり、(13) は(7)と一致する。一方、(9) の α を(4b)に代入した後、 x で積分して整理すると、流れの場は

$$u = \frac{Ak_0 C_0}{h} \cdot \frac{\{e^{-\mu x} \cos(\sigma t - kx + \alpha) - e^{\mu x} \cos(\sigma t + kx + \alpha)\}}{\sqrt{2(k^2 + \mu^2)(\cos 2k\ell + \cosh 2\mu\ell)}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここで $\tan \alpha = \mu/k$ である。最大流速の時刻 t_U は、 $\partial u / \partial t = 0$ より求め、次式を満足する。

$$\tan(\sigma t_U + \alpha) = -\tan kx \cdot \coth \mu x \quad \dots\dots\dots (15)$$

この t_U を(14)に入れると、点 x の最大流速が求まる。図-4に 任意の場所で観測された満潮位と時刻から、入射波の位相関係や減衰率を求める図表が示されている。

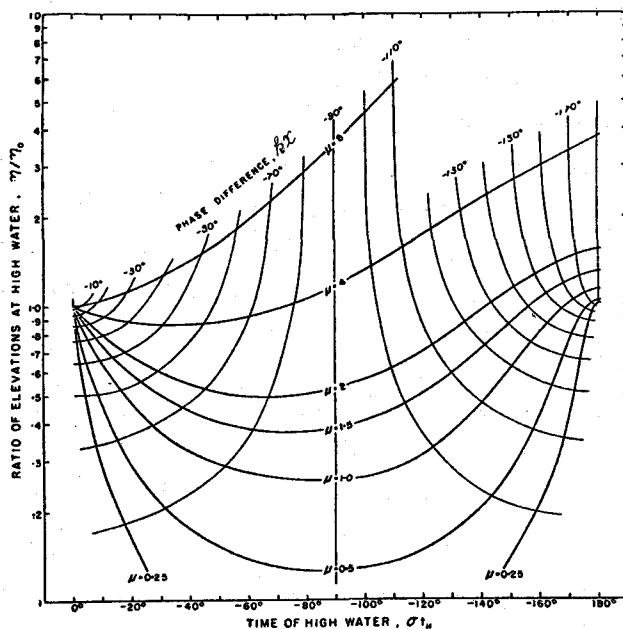


図-4 η/η_0 (縦軸, 任意点と湾奥の満潮位の比), σt_H (横軸), kx , および μ の関係⁵⁾

D. 浅海潮

基本式(1), (2)の中には $u \frac{\partial u}{\partial x}$ や ηu などの非線形項が存在し、底面摩擦も現実には非線形と見なされる。運動が激しくなると、 η が h にくらべて無視できないほど大きくなると、特長的な非線形現象が現われてくる。たとえば慣性項に注目し、基本波 $u = U \cos \sigma \left(t - \frac{x}{C_0} \right)$ を考えると、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma U^2}{2C_0} \sin 2\sigma \left(t - \frac{x}{C_0} \right)$$

となり、非線形効果によって新たに基本波の倍の振動数の波（周期は半分）が発生する。一方、

$u = U \cos \sigma \left(t - \frac{x}{C_0} \right) + U' \cos \sigma' \left(t - \frac{x}{C_0} \right)$ と2つの波が存在する場合を考えると、整理の結果

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma U^2}{2C_0} \sin 2\sigma \left(t - \frac{x}{C_0} \right) + \frac{\sigma' U'^2}{2C_0} \sin 2\sigma' \left(t - \frac{x}{C_0} \right) + \frac{(\sigma + \sigma')UU'}{2C_0} \sin \{(\sigma + \sigma') \left(t - \frac{x}{C_0} \right)\} + \frac{(\sigma - \sigma')UU'}{2C_0} \sin \{(\sigma - \sigma') \left(t - \frac{x}{C_0} \right)\}$$

が求まる。2つの基本波の振動数のそれぞれの2倍の振動数 2σ と $2\sigma'$ の波の他に、和の振動数 $(\sigma + \sigma')$ 、差の振動数 $(\sigma - \sigma')$ の波が出現する。したがって、 σ の基本波から、 2σ 、 3σ 、 4σ 、……の高周波が生れてくる。

(6)式の右辺において $C_0 = \sqrt{gh}$ なる故、 u の振幅は $\sqrt{h}$ に逆比例することから知られるように、浅海では水の運動が一般に激しくなるため、基本の分潮の整数分の1の周期をもつ分潮、あるいは2つの分潮の和または差の振動数をもつ分潮が目立ってくる。それ故これらの分潮は浅海潮と呼ばれる。浅海潮が卓越してくると、最初正弦的であった波形も次第に変形してくるが、これはまた次のように説明される。

波速は微小振幅の場合には $C_0 = \sqrt{gh}$ であるが、有限振幅になると近似的に $C = C_0 \{1 + (3\eta/2h)\}$ で表わされる。⁴⁾ よって波速は η によって異なり、波の山 ($\eta > 0$) は速く、波の谷 ($\eta < 0$) は遅い。それ故、山は谷に次第に追いつき、山の前面は急に、山の後面はゆるやかになる。この波形の非対称化が、高調波の発生を表わしている。この波形の変形が、感潮河川域で特に発達することは以下に調べる所である。なお、湾が著しく細い水道で外部と連っている場合（大村湾など）、あるいは水路が弯曲して遠心力が強い場合（明石海峡など）にはあまり浅くなくても非線形性が強く、前者では基本波の $\frac{1}{3}$ の周期の潮汐、後者では $\frac{1}{2}$ の周期の潮汐が発達する。

E. 2次元の潮汐

水路の幅が広がると、地球自転の偏向力、すなわちコリオリの力の効果が目立ってくる。これは、北半球では水粒子の進行方向の右方に働き、その速度を V としたとき、大きさは fV で表わされる。 $f = 2\omega \sin \varphi$ で、 ω は地球自転の角速度、 φ は緯度である。2次元の場合の基本式は、一様水深で線形近似のとき、水平座標を x, y として、

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + f u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (16 a, b)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。これらはさまざまな解を持ち得るが、一つの解として

$$\eta = A \cos \beta y \cos (kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (18 a)$$

$$u = \frac{gA}{\sigma^2 - f^2} (k \sigma \cos \beta y - f \beta \sin \beta y) \cdot \cos (kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (18 b)$$

$$v = \frac{gA}{\sigma^2 - f^2} (f k \cos \beta y - \sigma \beta \sin \beta y) \sin (kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (18 c)$$

を得る。ただし $\frac{\sigma^2 - f^2}{k^2 + \beta^2} = gh (= C_0^2) \quad \dots\dots\dots (19)$
の関係が成立つ。

(19) より $\sigma > f$ が必要であるが、日本近海では半日潮に対し満足されている。波速 $C = \sigma/k$ は $\sqrt{gh}$ より大きい。 y_0 が $\tan \beta y_0 = f k / \sigma \beta$ を満たすとき、 $v = 0$ なる故、この y_0 を境界にとり得る。したがって(18)は、海岸線に平行に進む潮汐波を表わし、水粒子は楕円軌道を描き、潮流楕円が作図される。岸近くでは、潮流楕円の長軸は岸に平行であるが、岸から離れると傾き、潮流の強さも変化する。潮差も $\cos \beta y$ に比例して変化する。(18)で表わされる波をポアンカレ波という。

水路の幅が狭くて、横方向の流れが無視できるときには、(16)、(17)において最初から $v = 0$ として解を求めると

$$\eta = A e^{-\frac{f}{C_0} y} \cos(k_0 x - \sigma t), \quad u = \frac{AC_0}{h} e^{-\frac{f}{C_0} y} \cos(k_0 x - \sigma t) \quad \dots\dots (20 a, b)$$

が得られる。 $k_0 = \sigma / C_0$ である。この波はケルビン波と呼ばれる。コリオリ力のため、北半球では波の進行方向の右側が左側より潮差が大きくなっている。豊後水道の南部において、水道の四国側が、九州側よりも潮差が0.1～0.4 m大きい、ほぼこのような性質で説明される。ここでは、干潮後2～3時間から満潮後2～3時間の間は潮流は北方に流れ、進行波性の潮汐となっている。

以上は進行波の場合であるが、進行前面に境界が存在すると潮汐波は反射される。地球自転の効果を考えないときは、本節のB項に述べたように定常波となるが、地球自転があると簡単ではない。例えば反対方向に進んでいる2つのケルビン波を重ねても、境界における流れの法線成分は消えず、境界条件は満足されない、特別な工夫が要請される。⁵⁾ しかしながら、とにかく海水が湾口から湾奥に向かって上げ潮の場合には、コリオリの力のため湾の右側が左側より水面が高くなる。それ故図-2の東京湾のように、湾の東側が西側より位相が進むことになる。実際には複雑な地形と水深分布のため、また摩擦や非線形効果のため、潮差や潮流の分布は複雑多様となり、数値計算や水理模型実験の助けが必要になる。さらに沿岸潮汐に対し大陸棚や内部潮汐波の影響も重要である。

3. 河川内の潮位変化

A. 波形の変化

海から河川に進入した潮汐波の波形変化の実例を図-5 Aに示す。図は長良川筋(図-6)にそったものであるが、伊勢湾口の鳥羽の潮位曲線も加えてある。河口(城南)から上流に進むにつれ潮差は減少し、山の前面は次第にけわしく、後面は次第にゆるやかになり、波形の非対称性が増大することが明瞭に認められる。いま谷から山までの時間と、山から谷までの時間を比較すると表-2のようになる。後者は前者よりも、河口の城南で0.8時間、油島では1.6時間と長い、25km上流の成戸では5.8時間と差が広がっている。

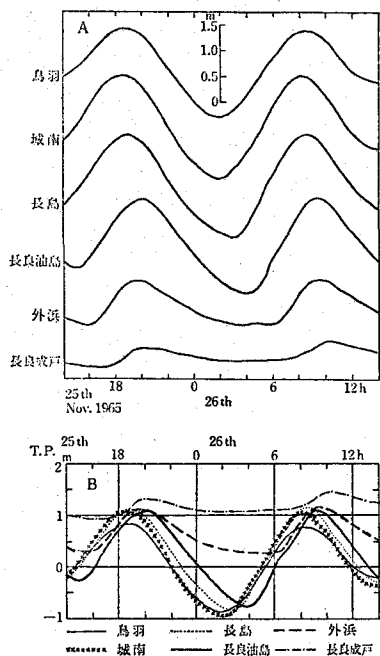


図-5 A. 長良川筋の水位変化
B. 基準面を揃えて水位の絶対値を比較したもの。⁹⁾

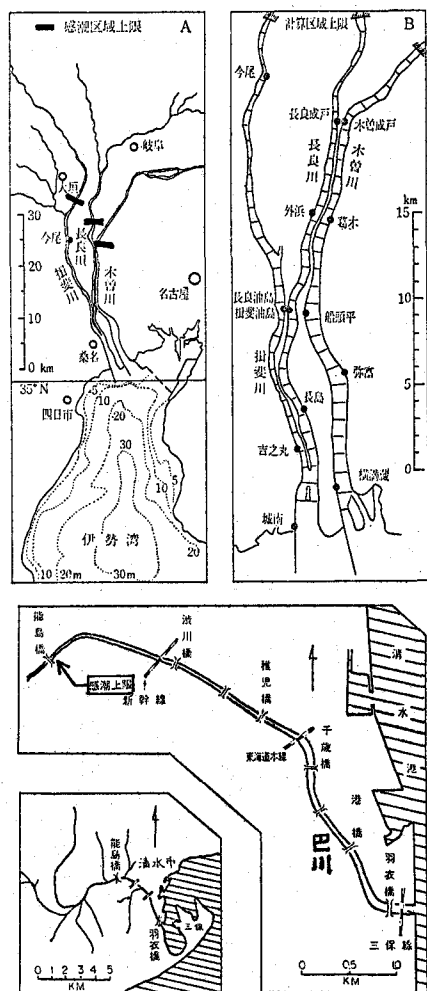


図-6 木曽三川と巴川(清海市), 感潮上限が示されている。

表-2 長良川筋にそっての河川潮汐の非対称性と、調和分析の結果⁹⁾

地 点			鳥 羽	城 南	長 島	長良油島	外 浜	長良成戸
河 口 距 離	km		＊	0.2	7.1	13.8	19.9	25.4
山 一 谷	hr		6.4	6.6	6.9	7.0	8.4	9.1
谷 一 山	hr		6.0	5.8	5.5	5.4	4.0	3.3
差	hr		0.4	0.8	1.4	1.6	4.4	5.8
振 幅	a ₁	m	0.359	0.359	0.331	0.272	0.122	0.072
	a ₂	m	0.648	0.827	0.805	0.749	0.379	0.155
	a ₄	m	0.017	0.020	0.053	0.058	0.089	0.028
位	δ ₁	度	＊	0	6.1	25.0	19.5	298.0
相	δ ₂	度	＊	0	10.4	41.7	52.1	81.2
平均水位 D ₀		m	＊	0.171	0.262	0.256	0.638	1.165

図一5 A からまた、満潮は感潮域全体でほぼ同時に起っているが、干潮は上流に向かって次第に遅れ、遅れの割合は上流で急に大きくなることがわかる。このことは山の速度が谷の速度より全般的に大きく、また谷の速度が上流で著しく小さいことに対応している。河川の場合には河口に向かう流れがあり、また満干時の水深差が大きいので、山と谷の速度差が大きい。なお河川内では底面摩擦が大きいため、自由潮浪の波速も小さ目である。すなわち線形の場合、水平床のとき(10a)式によれば、波速

$C = \sigma / k = C_0 / \sqrt{1 + (\mu / k_0)^2}$ となって、摩擦が無い場合の C_0 より小さな値をとる。ただし現実の河川潮汐は水位と流れの位相関係からみて、進行波より定常波に近く、また河川流との相互作用などのため、その波速は自由潮浪のそれとは異なるようである。

次に各点の潮位曲線を、東京湾中等潮位 (T.P.) を基準にして、同じレベルで比較すると図一5 B が得られる。しかるとき、河床の上昇にともなう、河口から上流に向けて干潮面は上昇しているが、満潮面は感潮上限近くまで、あまり変わらないことが注目される。上限近くではわずかに満潮面の上昇が見られるが、これも微弱であって、いわゆる斜面上のはい上がりの効果が小さいことが認められる。これは主に潮汐波の周期が非常に長いことと、河川流の存在によるためであろう。もちろん平均水面は上流に向けて増大していて、長良川の場合、図一5のときに成戸は城南より1 m 以上も高くなっている(表-2)。

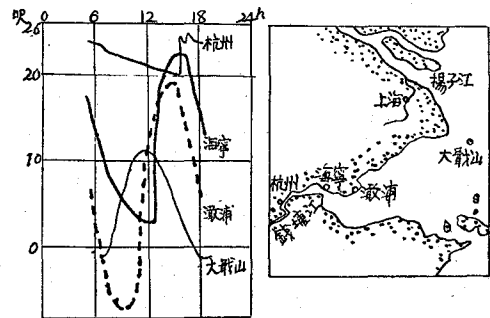
一方、ある特定の河川では潮が急激に押し上げてきて、その前面が水壁をなし、白沫を飛ばして前進する姿が見られる。これを暴漲端あるいはボアと言っている。わが国では見当たらないが、ガンジス河の下流のフーグリ河、フランスのセヌ河、イギリスのセバーン河など是有名であり、特に世界最大のボアは、中国の杭州湾にそそぐ銭塘江の河口に見出される。図一7は9月の大潮期における杭州湾各地の潮位曲線を描いたものである。海寧では満潮の約3時間前に、海面が急激に約14ft も上昇している。上昇の速さは15分間に4 m に達する。このボアは、海寧からその上流15哩の所に至るまでは、幅約1700 m、前面の高さ2.5~3.5 m に達し、約12~13 kt の速さでしぶきを飛ばして前進し、杭州付近で消失する。ボアについては、文献(6)に詳しい議論がなされている。

B. 感潮上限

ここで潮位変動が河川のどこまで達しているかを考える。世界で最も感潮域の長いのはアマゾン河で、河口から870 km の部分にまで潮位変動が認められるという。⁵⁾ 揚子江では500 km, コ

ンゴ河では170 km と記されている。わが国については全般的に調べたことはないが、図一6に示す木曾川では、最も進入してきたとき木曾川が25 km, 長良川が31 km, 揖斐川が35 km であって、わが国の河川では大きい方と考えられる。なおこの順に下流部の河床勾配はゆるやかになっている。

いま木曾三川および清水市内を流れる巴川について(図一6), T.P. 零以下の河川断面積の河口距離に対する変化を図示すると、図一8が得られる。図には感潮域の上限も示されているが、この位置はT.P. 零以下の河川断面積の無くなる付近か、それよりわずかに上流に位置していることが、4つの河川



図一7 銭塘江と潮位曲線¹⁾

とも共通に認められる。伊勢湾奥の平均水面（あるいは静水面）は、T.P. 上数cmであるから、静水面以下の河積が無くなる場所と、感潮上限との距離はもっと接近しているであろう。この河積の無くなる点、すなわち海域の静水面の延長が河床と交わる点を、とくに「静水面交点」と呼ぶことにしよう。しかるとき河川の潮汐現象は、ほとんどこの静水面交点より下流に限られ、その上流側では消滅が微弱と考えられる。

この事実と、満潮面について前項Aで得た事実を組み合わせると、河川感潮域における潮位変化をモデル的に示すと、図-9 のようになるであろう。図中の断面平均水深は、各点の平均水面下の河川断面積を、河幅で除したものを意味する。もちろん感潮上限は一定したものでなく、大潮では長く、小潮では短かい（表-3）。また河川流量が極めて多いと（図-13）、静水面交点に達する前に、潮位変化は見られなくなる。それ故上記の内容は、潮汐波と河川流の相互作用があまり大きくないときに、感潮上限について一つの目安を与えるものと理解しておかねばならない。

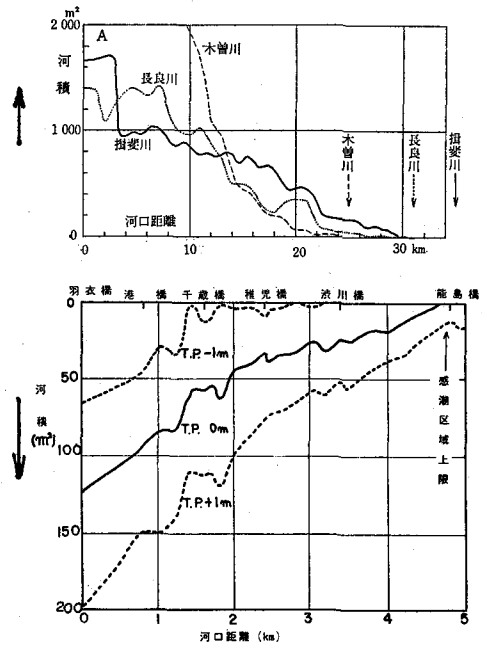


図-8 上：木曾三川におけるT.P. 零以下の河積と感潮上限⁹⁾
下：巴川におけるT.P. -1, 0, 1以下の河積と感潮上限¹⁰⁾
矢印：感潮上限

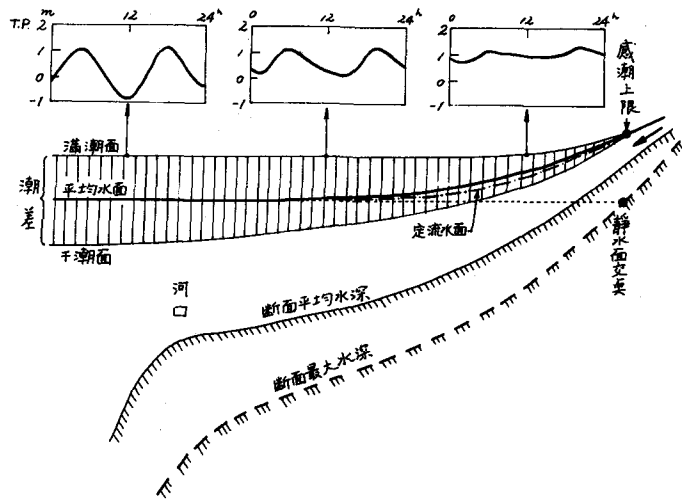


図-9 感潮河川における潮位変化のモデルと静水面交点

C. 分 潮

河川内では河川流量の変動があるため、調和定数は一定に保たれず、調和分析の期間を長くしても、精度はそれほどよくならない。傾向を見るため25時間の水位観測値をもとに、1太陰日（24.84時間）を基本周期にして調

和分析した結果に基づき議論する。分析の1例を表-2に示す。⁹⁾ D_0 は T.P. 基準の平均水位、 a は振幅、 δ は河口に対する各点の位相の遅れである。添字 1, 2, 4 はそれぞれ 1 日潮, 半日潮, $\frac{1}{4}$ 日潮を意味している。振幅と位相の変化を河口距離に対して図示したものを、長良川の場合を図-10に、巴川の場合を図-11に掲げる。

表-3 長良川の感潮区域, km

流量 (m ³ /sec)		50	100	200	平均
潮 候	大 潮	30.0	29.4	27.0	
	中 潮	28.0	28.0	27.0	
	小 潮	26.2	26.2	26.8	27.6

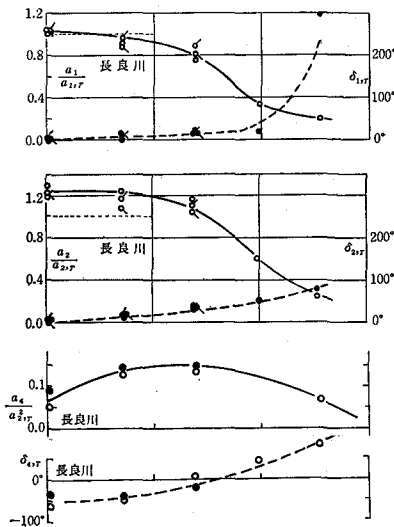


図-10 長良川における分潮の振幅と位相, 上: 1 日潮, 中: 半日潮, 下: $\frac{1}{4}$ 日潮, 湾口の鳥羽を基準にしている。⁹⁾ 横軸は河口距離, 全長 30 km

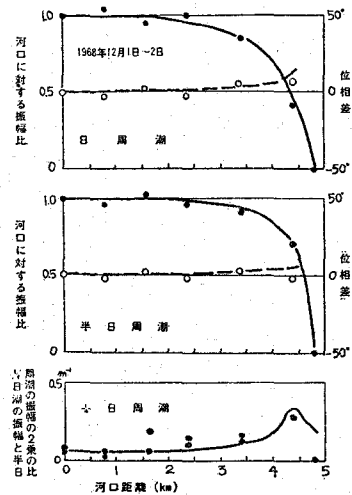


図-11 巴川における分潮の振幅と位相, 上: 1 日潮, 中: 半日潮, 下: $\frac{1}{4}$ 日潮, 河口の値を基準にしている。実線と破線は理論計算値¹¹⁾

半日潮, 1 日潮とも河口から上流に向けて, 振幅は減少し位相は遅れ, かつ変化の度合は上流ほど激しい傾向にある。いま短い区間では, 振幅は指数函数的に, 位相は直線的に変化するものと考え, x を河口距離として

$$\text{減衰率: } \mu_* = -\frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial x}, \quad \text{波数: } k = \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

を勘定すると, 表-4 が得られる。 μ_* の中には, 摩擦効果 μ の他に, 河川流量, また河床の傾きと断面変化による部分反射などが含まれ, 内容は複雑である。

半日潮でみると, 河口付近では μ_* の値は 0.004 km^{-1} と非常に小さいが, 河口からの距離とともに増大して, 感潮上現付近では 0.1 以上にもなって, 波の減衰が極めて激しい。一方 k の値は, 河口付近で 0.026 km^{-1} , 上限近くでは 0.092 km^{-1} となっていて, これを波長に換算すると, 前者では 240 km,

表-4 長良川筋における μ_* と k の値

区 間		城南-長島	長島-油島	油島-外浜	外浜-成戸
区 間 距 離 (km)		6.9	6.7	6.1	5.5
半日潮	μ_* (km^{-1})	0.0039	0.0108	0.1117	0.1626
	k (/)	0.0263	0.0815	0.0298	0.0923
1 日 潮	μ_* (/)	0.0118	0.0293	0.1314	0.0955
	k (/)	0.0154	0.0492	*	*

後者では70 kmに相当する。これらは感潮区間より著しく長い。なお、河口付近では $k > \mu_*$ であるが、上流側では $k < \mu_*$ であって、(10a)のような関係と異なることが注目される。

1日潮においては、線形、非摩擦のときには k の値は半日潮の値の半分であるべきだが、実際には半分より少し大きい。なお μ_* の値は、1日潮が半日潮より振幅が小さいにもかかわらず、大きな値をとっている。これは1日潮の波長がより長いこと、反射の効果がより大きいことを意味していると思われる。一方、非線形効果から生じた $\frac{1}{4}$ 日潮は、後出の(27a)式から理解できるように、その振幅は半日潮の振幅の2乗と河口からの距離 x に比例して増大する。それ故図-10と11の $\frac{1}{4}$ 日潮の縦軸は、 $\frac{1}{4}$ 日潮の振幅と基本波の振幅の2乗との比が示されている。両図において、ある所までは河口距離とともに、 $\frac{1}{4}$ 日潮の振幅が増大することが認められる。しかし半日潮そのものが減衰するので、 $\frac{1}{4}$ 日潮もある所でピークに達して、それから消滅に向かう。なお図-11には、各分潮の観測値と理論値の比較がなされているが、比較的良好な一致が得られている。

D. 河川流量の影響

河川流量が増大すると、感潮区間が短くなることは、長良川を例として表-3に示したところである。揖斐・長良川の総流量と、河口の城南における半日潮の振幅と位相を比較したものを図-12の白丸で示す。実測値の散らばりは大きい、流量に伴う振幅の減少は明瞭に認められる。図中の実線は後述の数値計算の結果を表わしているが、傾向はよく一致している。計画高水量の頃は、低水量の頃にくらべ、潮差は実に6割も小さくなっている。位相については、変化量にくらべて散らばりが大きいので、はつきりしたことは言えない。

今度は河川内の状態を知るため、数値計算の結果を図-13に描いておく。図によれば、河口から上流に向かうほど流量増加による潮位減少効果が顕著になることが理解できる。たとえば平水時には、潮差が河口とあまり変わらない長島においては、計画高水量の頃には平水時の1割以下の潮位変化しか生じない。一方、位相の変化の程度は小さい。流量増大につれて最初は急に遅れが大きくなるが、その後の変化は大きくない。

潮汐が無いときの河川水面は、背水曲線状の定流水面をなしているが、潮汐波の前進後退があるときの平均水面はこれと異なる。河川流と潮汐波の非線形干渉の結果、平均水面は定流水面より高くなる

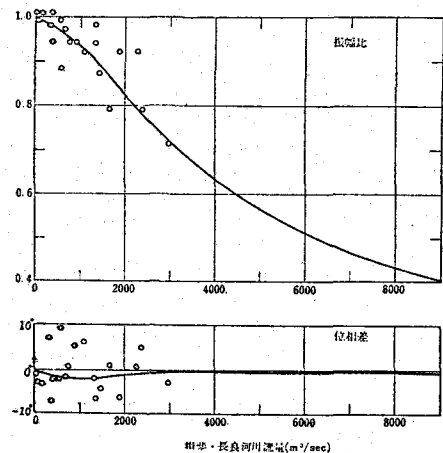


図-12 河口における半日潮振幅の河川流量に伴う変化、上は振幅比、下は位相差、白丸は実測、実線は理論計算。¹⁰⁾

(図-9参照)。これらの水面差の大きさに関して、数値計算の結果が図-14に示されてある。水面差は河川流量の増大とともに、最初急激であるが、その後は潮汐そのものが減少していくので、小さくなる。河口距離方向の分布については、河川内の適当な地点において、両者の水面差は最大になっている。

以上の河川流と潮汐波の相互作用の効果は、感潮域の設計潮位や数値計算を考える際に、十分留意すべきことである。すなわち河川流と、潮汐波あるいは高潮や津波などの進入波を別々に考えて、それぞれに独立に予想される値を単に加え合わせたものは、実際とかなり異なるはずである。また河口においてすら、河川流量の大小によって、潮汐波が大きく変化を受けているから、河口に既知条件がきっちりと与えられる場合を除き、河川下流域の水位変動の理論解や数値解を求める際に河口に境界条件を設けることは無理である。このときには、河川流量の影響が無視できるところまで計算領域を拡げ、広く深い海の方に境界をもっていくことが得策になる(図-18)。

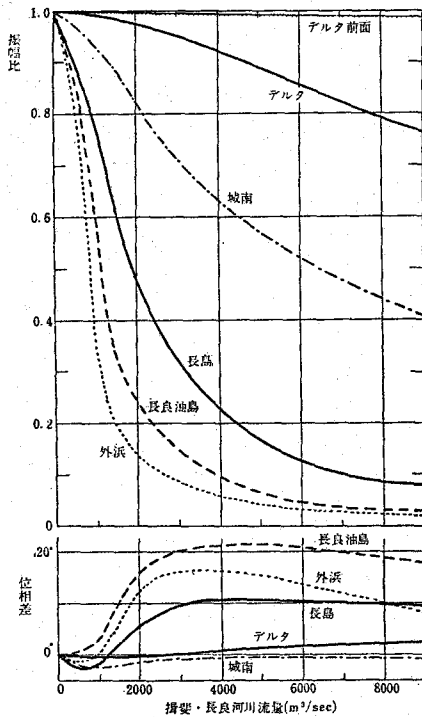


図-13 半日潮の河川流量に伴う変化，
上は振幅比，下は位相差，数値
計算による。¹⁰⁾

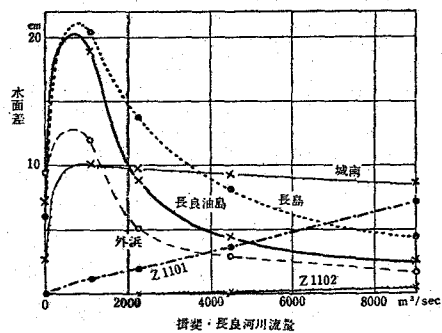


図-14 平均水面と定流水面の差¹⁰⁾

4. 河川潮汐の理論と数値計算

河川潮汐を理論的に検討するのにいろいろな方法が考えられているが、大きくは周期解による方法、特性曲線による方法、および差分方程式の数値計算による方法の3種に大別される。⁶⁾第一の方法は、調和分析によって潮汐を分潮に分解することに関係して、解として基本波およびその高調波からなる級数解を仮定する方法である。第二の特性曲線による方法は、基本の偏微分方程式が双曲線型であることに依存して、周期性を要求しない。それ故洪水波の伝播によく利用されるが、潮汐波の変形やボアの伝播にも活用できる。最後のものは、基本の微分方程式を差分方程式に変換し、数値的に解く方法で、電子計算機の発達とともに広範囲に用いられ一般性が強い。これらはそれぞれ長所と短所を備えているから、問題に応じて適当な方法を用いねばならない。

A. 一様流を進む潮汐波

最も単純な場合として、一様水深 (h) の水平河床の水路に、一様な流れ ($-U_0$) があるとき、これを遡る潮汐波の挙動を調べる (図-3B)。基本式は(1), (2)であるが海底摩擦 $\tau=0$ とする。水路の入口を $x=0$ とし、境界条件はここにおいて $\eta=A \cos \sigma t$ で与えられているとする。非線形であるため高調波を考えて、次のような級数解を仮定する。

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots, \quad u = -U_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots$$

ここで添字 1, 2, 3, ... は、それぞれ σ , 2σ , 3σ , ... の振動数をもつ成分波を表わし、 $\delta = A/h$ としたとき、成分波はそれぞれ δ , δ^2 , δ^3 ... のオーダーなるものと考ええる。この解を(1), (2)に代入し、同じオーダーのものをまとめると次のようになる。

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - U_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - U_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = -h \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad \dots (21a, b)$$

$$\text{また, } \frac{\partial u_2}{\partial t} - U_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta_2}{\partial t} - U_0 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(u_1 \eta_1) = -h \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad \dots (22a, b)$$

これらに対する境界条件は

$$(\eta_1)_{x=0} = A \cos \sigma t, \quad (\eta_2)_{x=0} = 0 \quad \dots (23a, b)$$

(23a) の境界条件で、(21 a, b) を満たす解は

$$\eta_1 = A \cos (\sigma t - kx), \quad u_1 = \frac{gA}{C_0} \cos (\sigma t - kx) \quad \dots (24a, b)$$

で与えられる。ただし $\sigma - k(C_0 - U_0) = 0$ の関係が必要で、波速は $C = \sigma/k = C_0 - U_0$ となり、自由潮流の速さ $C_0 = \sqrt{gh}$ より、河口に向かう一様流 U_0 の分だけ小さくなっている。

これらの結果を (22a, b) に代入すると

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - U_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta_2}{\partial x} - \frac{\sigma g^2 A^2}{2CC_0} \sin 2(\sigma t - kx) \quad \dots (25a)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - U_0 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = -h \frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\sigma g A^2}{CC_0} \sin 2(\sigma t - kx) \quad \dots (25b)$$

を得る。(25b) の境界条件を満たす解は

$$\eta_2 = -\frac{3\sigma g A^2}{4C^2 C_0} \cdot x \sin 2(\sigma t - kx), \quad \dots (26a)$$

$$u_2 = -\frac{g^2 A^2}{8C_0^3} \cos 2(\sigma t - kx) - \frac{3\sigma g^2 A^2}{4C^2 C_0^2} \cdot x \sin 2(\sigma t - kx) \quad \dots (26b)$$

で与えられる。したがって第二近似までの解は(24), (26)より

$$\eta = A \cos \sigma \left(t - \frac{x}{C} \right) - \frac{3 \sigma g A^2}{4 C^2 C_0} \cdot x \sin 2 \sigma \left(t - \frac{x}{C} \right) \dots\dots\dots (27a)$$

$$u = \frac{g A}{C_0} \cos \sigma \left(t - \frac{x}{C} \right) - \frac{3 \sigma g^2 A^2}{4 C^2 C_0^2} \cdot x \sin 2 \sigma \left(t - \frac{x}{C} \right) - \frac{g^2 A^2}{8 C_0^3} \cos 2 \sigma \left(t - \frac{x}{C} \right) \dots\dots (27b)$$

となる。

基本波の半分の周期をもつ高調波は、基本波の振幅の2乗と河口距離 x に比例する振幅をもつので、図-15に示すように、潮汐波の波形は奥に向かうにしたがって変形が進む。なお図-15は一樣流が無い

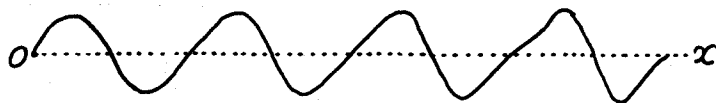


図-15 (27a)による波形変化, ただし $U=0$ の場合4)

場合であるが、流れが存在する場合には、流れが無い場合に比べて、波速が小さくなって波長が短くなるとともに、高調波の振幅は $(C_0/C)^2 = (1 - \frac{U_0^2}{C_0^2})^{-2}$ の割合で増大し、潮汐波形の変形の度合は激

しくなる。ただし変形が進むと、上記の近似では不十分である。

以上は水平河床の場合であるが、一樣河床勾配、一樣水深の等流を遡る河川潮汐についても、速度に比例する抵抗を考慮した理論解が求まり、詳しい議論がなされている。⁷⁾しかしこの場合は、むしろ静水面交点より上流側を対象にしている、静水面交点より下流側の不等流に卓越する実際の河川潮汐とは多少事情が異なる(図-9)。等流における河川潮汐の理論は、河川学や水理学の教科書に広く引用されているので、それらを参照していただくことにして、⁸⁾ここでは紙面の都合で省略する。

B. 背水曲線状の水面を遡る潮汐波¹⁰⁾

河川潮汐は、静水面交点より下流側に卓越するということから、背水曲線状の水面を遡る理論が必要になる。しかし水深が変化すると取り扱いが面倒になるため、ここでは線形近似の範囲のみを考える。

河床勾配 I の河川に、河川流量 Q_0 が流れているとする。図-3C, Dのように河口に座標原点をおき、上流に向かって x 軸をとる。河幅 b は一定とする。さて、これに潮汐波が進んできたときの水深を $h(x, t)$ 、流れを $u(x, t)$ で表わし、流速に比例する抵抗を考えると、基本の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \left(\frac{\partial h}{\partial x} + I \right) - Mu, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (hu) \dots\dots\dots (28a, b)$$

Q_0 の流量に対するこの水路の等流流速を u_* 、水深を h_* 、定流流速を $u_0(x)$ 、水深を $h_0(x)$ とすれば

$$u_* = \frac{Q_0}{bh_*} = \frac{gI}{M}, \quad \frac{dh_0}{dx} = -I \left(1 - \frac{h_*}{h_0} \right) \dots\dots\dots (29), (30)$$

積分して
$$\frac{Ix}{h_*} = \frac{h_m - h_0}{h_*} - \log \frac{h_0 - h_*}{h_m - h_*} \dots\dots\dots (31)$$

これは背水曲線を表わし、 h_m は河口水深である。定流流速は $u_0(x) = Q_0/bh_0$ で与えられる。さて、

$$u(x, t) = -u_0(x) + v(x, t), \quad h(x, t) = h_0(x) + \eta(x, t) \dots\dots\dots (32a, b)$$

とにおいて (28a, b) に代入し, 微小項を省略すれば, 変動量に対する式として次式を得る。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - Mv, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (h_0 v) \quad \dots\dots\dots (33a, b)$$

上式で v, η ともに $e^{i\sigma t}$ に比例すると仮定して v を消去すれば, $C_0(x) = \sqrt{gh_0}$ として

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} + \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dx} \frac{d\eta}{dx} + \frac{\sigma(\sigma - iM)}{C_0^2} \eta = 0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

を得る。いま, $\eta(x) = \phi(x) \sqrt{h_0}$ とおき, さらに $N_* = 1/k_* h_*$, $k_* = 2\pi/\lambda_* = \sigma/C_*$,

$C_* = \sqrt{gh_*}$ などを用い, かつ式 (30) を考慮すれば (34) は

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + P(x) \cdot \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (35)$$

ただし
$$P(x) = \frac{\sigma^2}{C_0^2} \left(1 - \frac{iM}{\sigma} - G\right), \quad G(x) = \left(\frac{N_* I}{2}\right)^2 \frac{h_*}{h_0} \left(1 - \frac{h_*}{h_0}\right) \left(\frac{3h_*}{h_0} - 1\right) \quad \dots\dots\dots (36a, b)$$

$P(x)$ の x による変化が小さい場合には, 漸近解を与える WKB の近似解法が適用できる。¹³⁾ しかると

き
$$\phi(x) \sim P^{-\frac{1}{4}} \cdot e^{\pm i\xi}, \quad \xi = \int^x P^{\frac{1}{2}} dx$$

が求まる。
$$\left. \begin{matrix} \alpha_0(x) \\ \beta_0(x) \end{matrix} \right\} = \left[\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(1-G)^2 + \left(\frac{M}{\sigma}\right)^2} \pm (1-G) \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (37)$$

とおけば,
$$P(x) = \frac{\sigma^2 (\alpha_0^2 + \beta_0^2)}{C_0^2} e^{-i\theta_0}, \quad \theta_0(x) = \tan^{-1} \frac{M}{\sigma(1-G)} \quad \dots\dots\dots (38), (39)$$

となるので

$$\eta(x) \sim \{ h_0 (\alpha_0^2 + \beta_0^2) \}^{\frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{4} \pm \sigma \int^x \frac{\beta_0}{C_0} dx} \cdot e^{i \left\{ \pm \sigma \int^x \frac{\alpha_0}{C_0} dx + \frac{\theta_0}{4} \right\}}$$

が得られる。しかし $\eta|_{x=\infty} = 0$ の条件より複号中一のみが意味がある。よって, 河口における値 h_m ,

$\alpha_{0,m}$, $\beta_{0,m}$, $\theta_{0,m}$ を用うれば, 河口潮位
$$\eta(0, t) = A_m e^{i(\sigma t - S)}$$

に対し

$$\eta(x, t) = A_m \left(\frac{h_m}{h_0}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\alpha_{0,m}^2 + \beta_{0,m}^2}{\alpha_0^2 + \beta_0^2}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot e^{-\sigma \int_0^x \frac{\beta_0}{C_0} dx} \cdot e^{i \left\{ \sigma \left(t - \int_0^x \frac{\alpha_0}{C_0} dx\right) - S + \frac{1}{4} (\theta_0 - \theta_{0,m}) \right\}} \quad \dots\dots\dots (40)$$

が求める解になる。解の中で h_0 の $-\frac{1}{4}$ 乗に比例する項は, Green の法則に従う波高変化の部分を表わす。

C_0 や α_0 は x の複雑な函数で, しかも h_0 が x の陰函数であるから, (40) における積分の実行は面倒である。いま条件を簡単に, 河床勾配 I が非常に小さく, 波長もあまり長くなく, $G(x)$ が 1 にくらべて無視できる場合を考える。このとき, P , θ_0 , α_0 , β_0 等は

$$P = \frac{\sigma^2}{C_0^2} \left(1 - \frac{iM}{\sigma}\right), \quad \theta_0 = \tan^{-1} \frac{M}{\sigma}, \quad \left. \begin{matrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{matrix} \right\} = \left[\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{M}{\sigma}\right)^2} \pm 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}$$

になる。かくして (40) は次のように与えられる。

$$\eta(x, t) = A_m \left(\frac{h_m}{h_0} \right)^{\frac{1}{4} - \sigma \beta_0 \tau} e^{i \{ \sigma (t - \alpha_0 \tau) - S \}}, \quad \tau(x) = \int_0^x \frac{dx}{C_0(x)} \quad \dots\dots\dots (41), (42)$$

この η に対する流れを(33)より求めると、結局

$$u(x, t) = -u_0 + \frac{\omega C_0 A_m}{h_0} \left(\frac{h_m}{h_0} \right)^{\frac{1}{4} - \sigma \beta_0 \tau} e^{i \{ \sigma (t - \alpha_0 \tau) - S - r \}} \quad \dots\dots\dots (43)$$

を得る。ただし

$$\omega(x) = \left[\alpha_0^2 + \left\{ \beta_0 - \frac{N_0 I}{4} \left(1 - \frac{h_*}{h_0} \right) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} / \left\{ 1 + \left(\frac{M}{\sigma} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad r(x) = \frac{\pi}{2} \theta_1 - \theta_0,$$

$$N_0(x) = \frac{1}{k_0 h_0} = \frac{C_0}{\sigma k_0}, \quad \theta_1(x) = \tan^{-1} \left[\alpha_0 / \left\{ \beta_0 - \frac{N_0 I}{4} \left(1 - \frac{h_*}{h_0} \right) \right\} \right]$$

流れは水位にくらべ、位相が $r(x)$ だけ異なる。河口における潮位の振幅は A_m 、流れの振幅は V_m
 $\omega_m C_m A_m / h_m$ なので、河川内の潮位と流れの振幅 η_{amp} と v_{amp} は

$$\frac{\eta_{amp}}{A_m} = \left(\frac{h_m}{h_0} \right)^{\frac{1}{4} - \sigma \beta_0 \tau}, \quad \frac{v_{amp}}{V_m} = \sqrt{\frac{h_m}{h_0}} \cdot \frac{\omega}{\omega_m} \cdot \frac{\eta_{amp}}{A_m} \quad \dots\dots\dots (44), (45)$$

以上は河口潮位の振幅 A_m を基準にしているが、これは河川流量により異なるので、河川流量の影響を受けない湾口の値を基準にした方が都合よい。そこで図-3C, Dに示すように、長さ ℓ 、幅 B_s 、水深 H_s の矩形湾を考え、河川は湾の奥にそそいでいるものとする。湾口と河口における境界条件は、湾内の水位と流れを η_s 、 u_s として、

$$\left. \begin{aligned} x = -\ell : \eta_s &= A \cos \sigma t \\ x = 0 : \eta_s &= \eta, \quad H_s B_s u_s = h_0 b u \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

とする。文献(10)の結果によると、湾内の潮位と流れは

$$\eta_s(x, t) = \frac{A}{\Gamma \cos k_s \ell} \{ \cos k_s x \cdot \cos(\sigma t - S) + r \sin k_s x \cdot \sin(\sigma t - S - r_m) \} \quad \dots\dots (47a)$$

$$u_s(x, t) = -U_0 + \frac{A C_s}{\Gamma H_s \cos k_s \ell} \{ \sin k_s x \cdot \sin(\sigma t - S) + r \cos k_s x \cdot \cos(\sigma t - S - r_m) \} \quad \dots\dots\dots (47b)$$

河川内では、(41), (42)に対応して

$$\eta(x, t) = \frac{A}{\Gamma \cos k_s \ell} \left(\frac{h_m}{h_0} \right)^{\frac{1}{4} - \sigma \beta_0 \tau} e^{-\sigma \beta_0 \tau} \cos(\sigma t - \sigma \alpha_0 \tau - S) \quad \dots\dots\dots (48a)$$

$$u(x, t) = -u_0 + \frac{A \omega C_0 h_m^{\frac{1}{4}}}{\Gamma h_0^{\frac{5}{4}} \cos k_s \ell} e^{-\sigma \beta_0 \tau} \cos(\sigma t - \sigma \alpha_0 \tau - S - r) \quad \dots\dots\dots (48b)$$

ただし $U_0 = \frac{Q_0}{B_s H_s}$, $C_s = \sqrt{g H_s} = \frac{\sigma}{k_s}$, $r_m = r(0)$, $r = \frac{\omega_m b C_m}{B_s C_s}$

$$\Gamma = \{ (1 + r \sin r_m \cdot \tan k_s \ell)^2 + (r \cos r_m \cdot \tan k_s \ell)^2 \}^{\frac{1}{2}}$$

である。湾口に対する湾奥の増幅率は

$$R = \frac{A_m}{A} = \frac{1}{\Gamma \cos k_s \ell} \quad \dots\dots\dots (49) \quad (49)$$

となり、河川が無い場合の結果(7)にくらべて、 $1/\Gamma$ だけ小さくなっている ($\Gamma > 1$)。河川に進入するときの反射率や透過率については文献(10)を参照されたい。湾口と河口の位相差 S は、次式で求められる。

$$\tan S = r \cos \gamma_m \tan k_s \ell / (1 + r \sin \gamma_m \tan k_s \ell) \quad (50)$$

$G(x)$ が1にくらべて無視できる特別の場合について、河口距離に対する振幅の分布を求めたものを、

図-16に掲げる。 M/σ が大きくなり、 h_m/h_* が小さくなると、潮汐波の減衰は著しくなる。実際には、断面変化に伴う部分反射や非線形項の効果によって、減衰はもっと大きくなる。これらを含めた理論解を求めるのは大変面倒なので、数値計算に頼るのが实际的である。それ故、次項でこれを考える。

C. 差分方程式による数値計算

現実の複雑な地形、慣性項や摩擦項の顕著な非線形性などを考慮した実用的な解を求めるには、基本式を差分式に変換して、電子計算機によって数値解を求めるのが適している。特に海域を含めて計算するのに便利である。差分の取り方はいろいろあるが、本稿の諸図に数値計算によるとして示した計算結果を導いた方式を紹介することにする。

河川において、適当な基準面(例えばT.P.)から測った水位を $D(x, t)$ 、断面流量を $Q(x, t)$ 、断面平均流速を $U(x, t)$ 、河川断面積を $A(D)$ 、河幅を $B(D)$ 、径深を $R(D)$ 、粗度係数を $n(x)$ とする。 x 軸を上流に向かってとる(図-17)。運動と連続の方程式は

$$\beta \frac{\partial U}{\partial t} + \alpha U \frac{\partial U}{\partial x} = -g \frac{\partial D}{\partial x} - \frac{g n^2 U |U|}{R^{4/3}} \quad \dots\dots (51)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (52)$$

で与えられる。補正係数 α と β は定数と見做す。差分をとるとき格子のとり方と諸量の配置を図-17のようにする。格子間隔を Δx 、時間間隔を Δt とし、主要項については中央差分を用いる。なお、(51)の非線形項を、

$$U \left(\alpha \frac{\partial U}{\partial x} + g n^2 |U| / R^{4/3} \right) = U \cdot K \text{ とまとめておく。よって(51)は、}$$

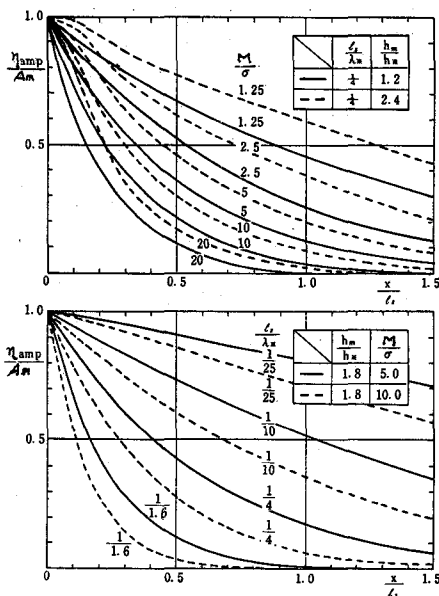


図-16 河口距離に伴う振幅の変化,¹⁰⁾(44)式による。

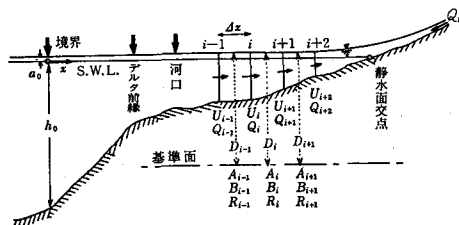


図-17 格子のとり方

$$\beta \frac{U_i(t+\Delta t) - U_i(t)}{\Delta t} + \frac{U_i(t+\Delta t) + U_i(t)}{2} \cdot K_i = -g \frac{U_i(t+\frac{\Delta t}{2}) - D_{i-1}(t+\frac{\Delta t}{2})}{\Delta x}$$

と変換できる。整理すると

$$U_i(t+\Delta t) = \left(\frac{2}{E_i} - 1 \right) \cdot U_i(t) - \frac{g \Delta t}{\beta \Delta x E_i} \left\{ D_i(t+\frac{\Delta t}{2}) - D_{i-1}(t+\frac{\Delta t}{2}) \right\} \quad \dots\dots\dots (53)$$

$$\text{ここで, } E_i = 1 + \frac{\Delta t \cdot K_i}{2\beta} = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{4\beta \Delta x} (U_{i+1} - U_{i-1}) + \frac{2^{\frac{1}{3}} g n^2 \Delta t}{\beta} \cdot \frac{|U_i|}{(R_i + R_{i-1})^{\frac{4}{3}}}$$

$$(52) \text{は } D_i(t+\frac{3}{2}\Delta t) = D_i(t+\frac{\Delta t}{2}) - \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot B_i(t+\frac{\Delta t}{2})} \left\{ Q_{i+1}(t+\Delta t) - Q_i(t+\Delta t) \right\} \quad \dots\dots\dots (54)$$

と表わされる。なお、

$$Q_i(t+\Delta t) = \frac{1}{2} \left\{ A_i(t+\frac{\Delta t}{2}) + A_{i-1}(t+\frac{\Delta t}{2}) \right\} U_i(t+\Delta t) \quad \dots\dots\dots (55)$$

と近似する。

さて、時刻 t の U と $t+\frac{\Delta t}{2}$ の D 、 A が河川全体で分かっているとき、(53)と(55)を用いて、時刻 $t+\Delta t$ の U と Q が、河川全域で計算できる。次にこの $t+\Delta t$ の Q と、 $t+\frac{\Delta t}{2}$ の D および B を用いて、(54)から $t+\frac{3}{2}\Delta t$ の D が求まる。かくして流れ U 、 Q と、水位 D の分布が、 $\frac{\Delta t}{2}$ の間隔で次々と交互に計算できる。計算時間を節約するため、時間的変化が比較的ゆるやかな E_i は、ある時間毎に計算し、その間は一定と見做す。 Δx と Δt の間には、計算安定の条件から $\Delta x / \Delta t > (|U| + \sqrt{g H_1})_{\max}$ の関係が満たされねばならない。ここで H_1 は平均水深である。

初期の条件としては、潮汐が無く、不等流計算による水位と流れの分布を用いる。それは(51)において、時間微分項を省いたもので、そのときの差分式は

$$D_{i+1} = D_i + \frac{\alpha Q_0^2}{2g A_i^2} \left(\frac{g n^2 \Delta x}{\alpha R_{i+1}^{\frac{4}{3}}} + 1 \right) + \frac{\alpha Q_0^2}{2g A_{i-1}^2} \left(\frac{g n^2 \Delta x}{\alpha R_{i+1}^{\frac{4}{3}}} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (56)$$

となり、これを逐次近似の方法で解けばよい。一方、境界条件は、潮汐の影響が無いと思われる河川上流では、河川流量 Q_0 を与える。河口においては、河口潮位が既知の場合は、これを境界条件として与える。これが既知でない場合は、河川流量の大小が影響を及ぼさない海域にまで計算領域を拡張、その末端に潮位を与える。

そこで二次元の海域を考え、 x, y 軸を平均水面上に、 z 軸を鉛直上方にとる。 $z = \eta(x, y, t)$ が水面を、 $z = -h(x, y)$ が海底を表わす。単位幅あたりの底から海面までの積分流量の成分を M_x, M_y とし、水深を $H_s(x, y, t) = h + \eta$ とすれば、平均流速は $\bar{u} = M_x / H_s, \bar{v} = M_y / H_s$ となる。しかるとき基本の運動と連続の方程式は

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} + H_s \left\{ \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{u} \bar{v})}{\partial y} \right\} - f M_y = -g H_s \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \quad \dots\dots\dots (57)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} + H_s \left\{ \frac{\partial (\bar{u} \bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} \right\} + f M_x = -g H_s \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} \quad \dots\dots\dots (58)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (59)$$

で与えられる。 τ_x と τ_y は海底摩擦の x, y 成分である。海域を格子網に分け、上式の差分式を作り計算

を行えばよいが、差分の展開は長くなるので、ここでは省略する。計算スキームの例は、文献(6)や(10)などを参照されたい。計算安定の条件は、格子間隔を $\Delta x = \Delta y = \Delta s$ としたとき、 $\Delta s / \Delta t < \sqrt{2gH_{\max}}$ と考えられる。

実例として、木曾三川の潮汐を計算したときの格子網を図-18に示す。木曾三川と伊勢湾を同時に考慮し、湾口に境界条件が置いてある。計算時間の節約のため最初河川と湾全体を荒い格子($\Delta s = 3200\text{m}$, $\Delta t = 100\text{sec}$)で計算し、次にこの結果を境界条件として、湾奥部と河川を細かい格子($\Delta s = 800\text{m}$, $\Delta t = 40\text{sec}$)で詳細に計算する。木曾三川における実測値と計算値の比較例を図-19に描く。ほぼ実用になり得る結果を得ている。前に示した図-11, 12, 13, 14などにおける理論曲線は、このような数値計算で求めたものである。一方図-20は巴川における断面平均流速の実測値と計算値を比較したものである。後で示すように断面内の流れの分布は極めて複雑であるが、断面平均としては両者はかなり良い一致を示し、流れに関する1次元の計算もある程度実用的意味を有していることがわかる。

次にこの計算法の応用例として、長良川に河口堰(河口距離約6.5kmの上流、図-21)を設けたときに、これが水位と流れに及ぼす影響を吟味してみる。図-21に河川内と海域における結果が示されている。河口堰の設置は、潮位に関しては河口堰の近傍を除き、ほとんど影響を及ぼさない。堰付近でも潮差の増加率は5%程度である。しかし流れに関しては広範囲に影響が及ぶ。減少率は、堰直下では100%、揖斐・長良の河口付近で26%、河口陸棚の前縁ですら13%に達する。その前方4km沖でも2%の変

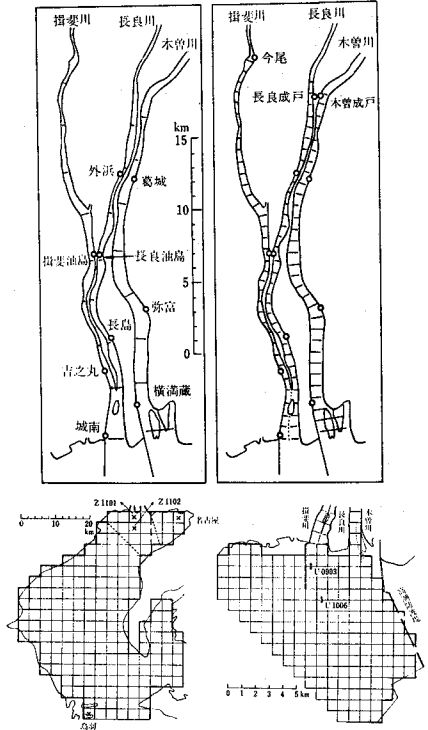


図-18 木曾三川の河川潮汐の計算に用いた格子網、左の上は広域計算用、右の上は狭域計算用。¹⁰⁾

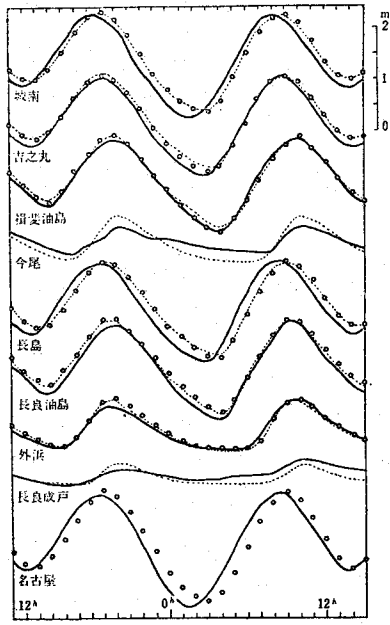


図-19 木曾三川における実測潮位(実線)、広域計算潮位(白丸)、狭域計算潮位(点線)の比較。¹⁰⁾
1965年11月25-26日

化が見られる。このように河川下流部の水位や流動を考える際に、常に海域をも念頭に入れておくことが大切と思われる。

D. 特性曲線による方法

この方法は1次元開水路の非定常流の計算にしばしば利用されてきたが、河川内の潮汐変動も非定常運動の一つであるから、全く同じ取り扱いができる。特にボアのように急激な変化がある場合には、差分法では格子間隔をよほど細かくしないと表現困難だから、特性曲線の方法が効果的である。ただし河口潮位（または流量）は既知でなければならない。

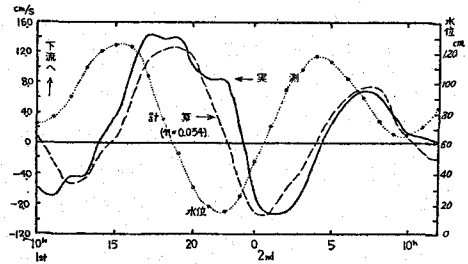


図-20 巴川羽衣橋における断面平均流速の実測値（実線）と計算値（破線），および実測潮位（点線）の比較。11）
1968 年 12 月 1 ～ 2 日

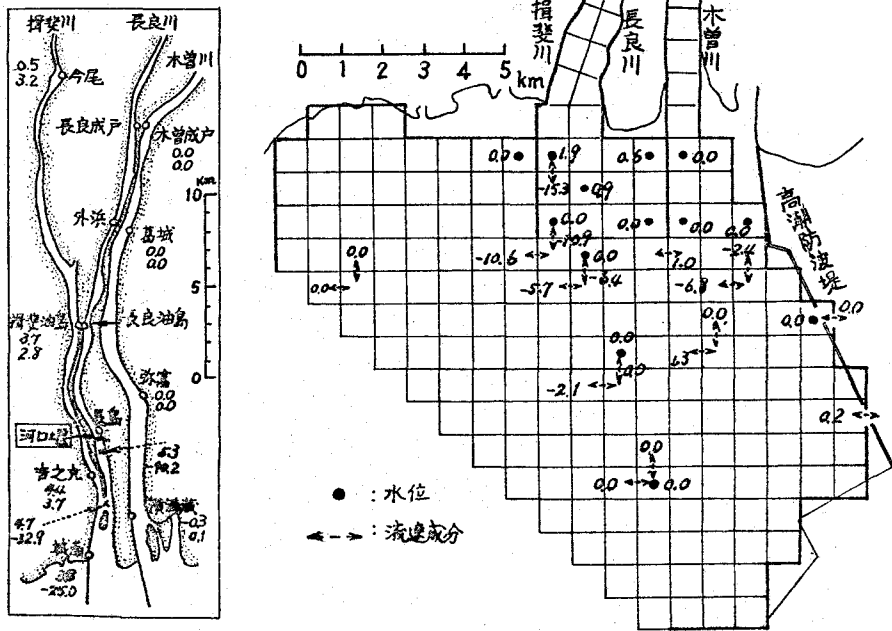


図-21 長良川河口堰設置に伴う潮位と流速成分の全振幅の変化率(%)。左の河川内では上段が潮位，下段が流速を表わす。右の海域（図-18）では黒丸が水位点，矢印が流速点を表わす。

基本式は(51), (52)であるが，長方形断面に近い場合には，川幅をB，平均水深をH，流量をQ=BHU，河床勾配をI，補正係数を $\alpha=\beta=1$ と置いて，近似的に

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = -g(I + I_f), \quad \frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + H \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{HU}{B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (60), (61)$$

と表わされる。ただし $I_f = n^2 U |U| / R^{4/3}$ は摩擦勾配である。(61)に $\sqrt{g/H}$ を乗じて(60)に加えれば

$$\frac{\partial}{\partial t} (U+2\sqrt{gH}) + (U+\sqrt{gH}) \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U+2\sqrt{gH}) = -g(I+I_f) - \frac{\sqrt{gH} \cdot U}{B} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (62)$$

を得る。いま $E = U+2\sqrt{gH}$, $W = U+\sqrt{gH}$, $M = -g(I+I_f) - \frac{\sqrt{gH} \cdot U}{B} \frac{\partial B}{\partial x}$

$$\text{とおけば(62)は} \quad W \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial t} - M = 0 \quad \dots\dots\dots (63)$$

という1次の偏微分方程式を得る。この解法を考える。¹²⁾ (63)式は (x, t, E) の空間において、 $(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial t}, -1)$

という一つのベクトルと、 $(W, -1, M)$ という他のベクトルの内積が零で、両者が直交していることを表わしている。しかるに前者は(63)式の積分曲面 $E = f(x, t)$ の法線方向を示しているから、後者は積分曲面上の切線でなければならない。このとき切線の方程式は

$$\frac{dx}{W} = \frac{dt}{-1} = \frac{dE}{M}$$

$$\text{あるいは} \quad \frac{dx}{dt} = W, \quad \frac{dE}{dt} = M \quad \dots\dots\dots (64a, b)$$

で与えられ、この解が示す曲線が特性曲線といわれる。積分曲面は、この曲線が移動して描く曲面と考えられる。なおこの曲線の (x, t) 面への投影曲線、すなわち (64a) の描く曲線も特性曲線とよばれることが多く、本稿でもこの意味に特性曲線を用いる。かくして(63)の偏微分方程式を解くことは、(64)の連立常微分方程式を解くことに対応する。

それ故(62)の代りに

$$\frac{dx}{dt} = U + \sqrt{gH}, \quad \frac{d}{dt} (U + 2\sqrt{gH}) = -g(I+I_f) - \frac{\sqrt{gH} \cdot U}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (65a, b)$$

が成立つ。これは (65a) の表わす特性曲線 (C_1) の上で、(65b) が満足されていることを意味している。一方、(61)に $\sqrt{g/H}$ を乗じて(60)から引けば、同様にして

$$\frac{dx}{dt} = U - \sqrt{gH}, \quad \frac{d}{dt} (U - 2\sqrt{gH}) = -g(I+I_f) + \frac{\sqrt{gH} \cdot U}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (66a, b)$$

も積分曲面を与える。(66a) の描く特性曲線 (C_2) 上で、(66b) が成立っている。河川潮汐の問題では、感潮域 $0 \leq x < \ell$ において、初期条件と境界条件は通常

$$\begin{aligned} U(x, 0) &= f(x), \quad H(x, 0) = F(x); \\ H(0, t) &= y(t), \quad U(\ell, t) = Y(t) \quad \dots\dots (67) \end{aligned}$$

で与えられることが多い。この場合 $F(0) = y(0)$, $f(\ell) = Y(0)$ でなければならない。

いま図-22のように、感潮区間 ($0 \sim \ell$) を微小間隔 Δx 毎に $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ に分割する。これらの諸点では、初期条件によって U と H が与えられているから、(65a) と (66a) を用いて各点を通る特性曲線 C_1 と C_2 を (x, t) 面上で描くことができる。そして C_1 群と C_2 群の交点を $x'_1, x'_2, x'_3, \dots$ とする。 C_1 および C_2 上では、(65b) と (66b) の関

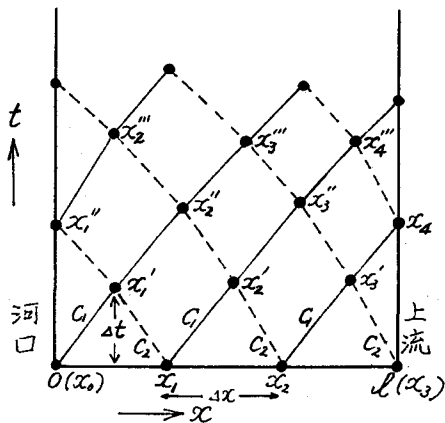


図-22 特性曲線群、実線は C_1 、破線は C_2

係が成立っているから、それぞれについて次のような関係が満足されねばならない。

$$(U + 2\sqrt{gH})_{x'_1} = (U + 2\sqrt{gH})_{x_0} - g \Delta t \left\{ I + I_f + \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{U}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right\}_{x_0} \dots\dots\dots (68)$$

$$(U - 2\sqrt{gH})_{x'_1} = (U - 2\sqrt{gH})_{x_1} - g \Delta t \left\{ I + I_f - \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{U}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right\}_{x_1} \dots\dots\dots (69)$$

括弧に対する添字は (x, t) 空間において考えている場所を表わす。 Δt は U なる流れの場で潮浪が x_0 から x'_1 に、また x_1 から x'_1 に達する時間であって、縦座標の間隔を図から読取れば求まる。(68), (69) の右辺は既知であるから、両式を連立させて x'_1 点における U と H が求められる。同様にして、 $x'_2, x'_3, \dots$ 点の値も定まる。これを順次繰返して $x'_2, x'_3, \dots$ さらに $x'_2, x'_3, \dots$ など求めることができる。

境界においては次のようになる。図-22の x'_1 においては、(67)より H は既知でも U が未知だから、(66 b) を用いて

$$(U)_{x'_1} = (2\sqrt{gH})_{x'_1} + (U - 2\sqrt{gH})_{x'_1} - g \Delta t \left\{ I + I_f - \sqrt{\frac{H}{g}} \frac{U}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right\}_{x'_1} \dots\dots\dots (70)$$

を得る。これから河口の流れを勘定することができる。一方上流端 ($x = \ell$) では、 U が既知だから (65 b) に基づいて、同様な方法で H を求める。しかしこの点は河川潮汐の影響は及ばないと考えているから、無視できない程度の水位変動が計算結果に現われるならば、計算領域をもっと上流に伸ばさねばならない。また観測の結果現実に潮汐の及んでいない点であるなら、計算に用いた諸条件、特に粗度係数について吟味を要する。かくして感潮域の水位と流れの場を求めることができる。以上原理的なことについて述べたが、具体的な図式解法や数値計算法については、いろいろな工夫がなされているので、水理学の本を参照されたい。特に文献(6)には、潮汐波やボアについての用法が詳しい。

5. 感潮域における流れの変動

A. 断面流量

河川下流部の流動が、洪水時は別として、平常は潮汐流に支配されている例は多い。その1例として木曾三川の断面流量の調和分析結果を表-5に示す。半日潮成分 (M_2) が最も卓越し、これに対す

表-5 河川の流量 (m^3/sec)。 M_1, M_2, M_4 分潮の場合は振幅。
括弧の中の数値は M_2 分潮の振幅に対する比。

		上げ潮 最大流量	下げ潮 最大流量	平均流量	M_1	M_2	M_4	測定年月日	年平均流量
揖斐川・長良川	揖斐伊勢大橋	957 (1.25)	1066 (1.39)	137 (0.18)	199 (0.26)	768 (1.00)	203 (0.26)	40.12.8 ~ 9	123(今尾) (0.16)
	長良伊勢大橋	668 (0.99)	994 (1.47)	98 (0.14)	196 (0.29)	676 (1.00)	124 (0.18)	40.12.8 ~ 9	132(墨俣) (0.20)
	揖斐・長良大橋	2232 (1.45)	1727 (1.12)	142 (0.09)	598 (0.39)	1544 (1.00)	280 (0.18)	40.12.11 ~ 12	255(計) (0.17)
木曾川	尾張大橋	962 (1.30)	1134 (1.53)	304 (0.41)	158 (0.21)	740 (1.00)	239 (0.32)	40.12.8 ~ 9	337(笠松) (0.46)
	木曾大橋	1840 (1.33)	1788 (1.29)	278 (0.20)	245 (0.18)	1384 (1.00)	334 (0.24)	40.12.8 ~ 9	337(笠松) (0.24)

る河川流量（平均流量 M_0 ）の割合は、伊勢大橋で揖斐川が18%、長良川が14%に過ぎず、その下流の揖斐・長良大橋では10%に達しない。木曽川ではその比率が両川より大きい。しかし潮汐流は潮位と同様に上流に向って減少し、次第に河川流の影響が強く現われてくる。感潮上限から河口の外部までの断面流量の比較は、図-23に示されているが、この傾向が明瞭に認められる。感潮河川の性格は、基本的には潮汐流と河川流の大小関係によって規定される。しかし一つの川においても、両者の大きさは、月令や季節によって異なり、各種条件下でそれぞれにこれらを観測によって押さえることは大変面倒なことである。ただ図-20の結果によれば、数値計算は断面流量に関しても、この観測の困難さのある程度補ってくれると期待できそうである。

なお表-5によれば、 $\frac{1}{4}$ 日潮成分 (M_4) が1日潮成分 (M_1) にほぼ必敵する大きさをもち、共に半日潮成分の20~30%を占めていることが注目される。潮位の方には、このようなことはないが、これは図-5と図-29の両要素の変化曲線の比較から知られるように、流れの方が潮位に比して正弦曲線からの歪が大きいことと対応している。理論的には(27a,b)の両式において、uの右辺第3項には、非線形効果としてxに比例しない別の項が加わっていて、これに対応するものが η には見当らず、両者の歪の程度が異なることから、ある程度理解できることである。一方、断面流量と潮位との間には、図-20に認められるように、ほぼ $\pi/2$ (3時間) の位相差があって、河川潮汐は定常波の性格が強いと考えられる。しかし縦断面内および横断面内における流れの分布は、実際は極めて複雑であって、このように単純でない。次にこの点を調べてみる。

B. 横断面内の流れの分布

4つの潮時における横断面内の流速分布の例を図-24に示す。潮時によって流れの形態が著しく異なっている。下げ潮のときには断面中央の表面付近に最大流速が見られ、両岸に向かって、また底層に向かって流速は減少している。しかし上げ潮の場合には、表面よりかなり下層に最大流速が見られ、その値も下げ潮の場合より小さい。感潮域より上流の一方向のみの流れがある河川部で、最大流速が水面より下方に見られることは多いが、これは河岸の渦動のため横流が発生し、縦流と重なって螺旋流となって河水が流れるためと説明され⁸⁾、いまの場合と事情が異なる。上げ潮の場合には、塩分の濃い重たい水が下層を伝わって、顕著な場合には楔状をなして、上流に向かうためである。流速の変化を連続的に見るため、1点における鉛直分布の時間変化を図-25に示す。上げ潮は下層から始まって表層におよび、流速最大は中層にある。しかるに下げ潮は表層か

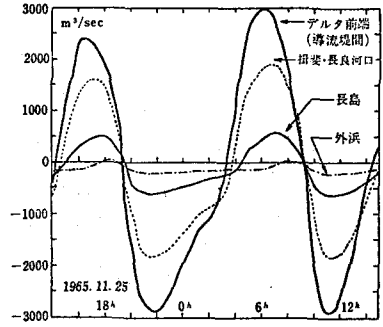


図-23 長良川内外における断面流量の時間変化（上げ潮が正）¹⁰⁾

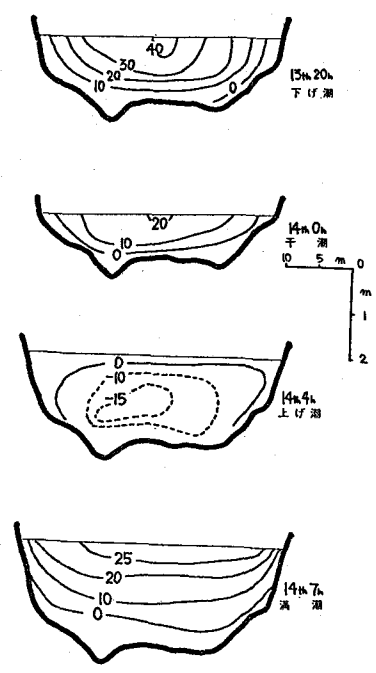


図-24 巴川稚児橋における断面内流速分布, cm/sec, 河口向きが正, 1970年11月13-14日。¹¹⁾

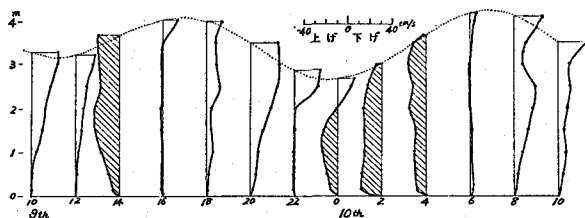


図-25 巴川羽衣橋における流速鉛直分布の
時間変化, 斜線部は上げ潮
1969年11月9-10日¹¹⁾

ら始まって下層におよび、流速最大は表面付近に現われる。

次に流れを横切る方向の水平分布の時間変化を、図-26によって調べてみる。図によれば、左岸が上げ潮なのに右岸が下げ潮であり、逆に左岸が下げ潮に転じたとき右岸では上げ潮が生ずるというふうに、左右逆の流れの存在が認められる。これは、この部分で水深分布が左右非対称であること、およびこれより数十m上流で川が大きく曲がっているので、局地的にこの傾向が強調されたためと考えられる。なお、表面においては下げ潮が卓越しているが、下層では逆に上げ潮の勢力が強い。

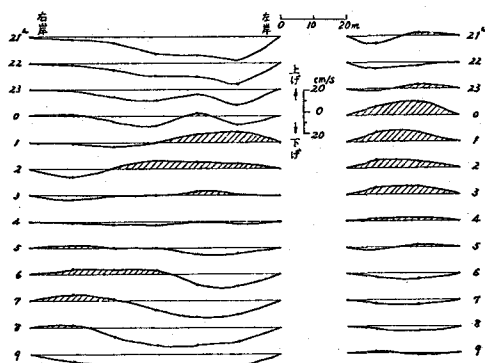


図-26 巴川羽衣橋における表面(左)と底上
2.3 m(右)における流速水平分布, 斜
線部は上げ潮
1968年12月1-2日¹¹⁾

図-27には、相対水深の等しい点の流速変化を調和分析して求めた半日潮成分の位相分布が描かれている。潮汐変動が卓越する中層では、潮流は潮位変化とほぼ90°の位相差があり定常波の性格を保持しているが、縁辺部では90°とかなりずれていて、上記の複雑な分布に対応している。このように感潮域では、流れが横断面内で水平方向にも鉛直方向にも、大きなシア（速度勾配）をもっていることは、物質の輸送と分散に関係して、極めて注目すべき事実である。

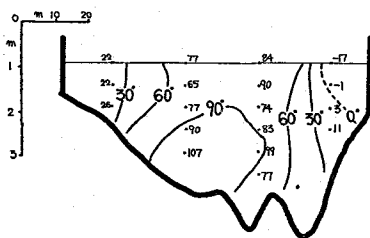


図-27 巴川港橋における半日周期の、
潮位と潮流の位相差
1969年7月6-7日¹¹⁾

C. 縦断面内における流れの潮汐変動

図-28に巴川における4つの潮時における流れの縦断面分布を示す。また図-29には、長良川の川筋にそっての断面平均流速の時間変化が描かれている。潮時によって、また河口距離に応じて、流れのパターンは著しく異なることが認められる。前に感潮域全体にわたって、ほぼ同時に満潮が起ると述べたが、これに対応して、転流の際下げ潮の始まりも比較的揃っている(図-29)。しかして下げ潮のときは全域において、表面から底まで、下向きの流れが卓越し、これが干潮までつづく。しかし、干潮の始ま

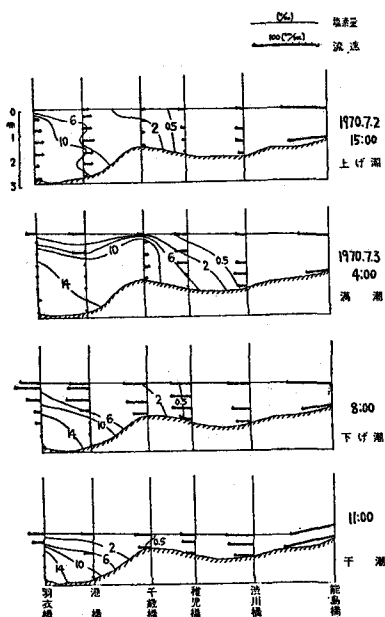


図-28 巴川における塩素量と流れの縦断面分布
1970年7月2-3日¹¹⁾

りは河口で早く上流で遅いので、河口側では上げ潮に転じ潮位上昇が始まっても、上流側ではまだ下げ潮がつき水面は低下している。そしてこの上げ潮の開始は、下層から表層へ、また河口から上流に移っていく。

なお、潮流流は上流に進むほど弱くなるので、ついに上向きの流れが下向きの河川流と同じ大きさになる所が存在する。この場所より上流では、河川流が強いので、水位と流れの潮汐変動はあっても、流向は常に下流向きである。すなわち転流が見られない。図-29では外浜付近にこの場所が位置する。もし成層が微弱で上下の流向が揃っているならば、この転流消失点は、塩分あるいは下流部に放出した物質の上流側への到達限界を考える際の、一つの目安を与えるものとして意味が深い。しかし上下の成層が強いと、このことは成立しない。またこの位置は、月令あるいは河川流の大きさによって当然移動する。

次に流れの観測値 u を、潮汐周期の平均流 U と、変動流 u' に別ける。すなわち $u = U + u'$ 。変動部分は潮汐成分と乱流成分からなっている。変動流の大きさとして、変動の2乗平均の平方根、すなわち標準偏差を用いる。平

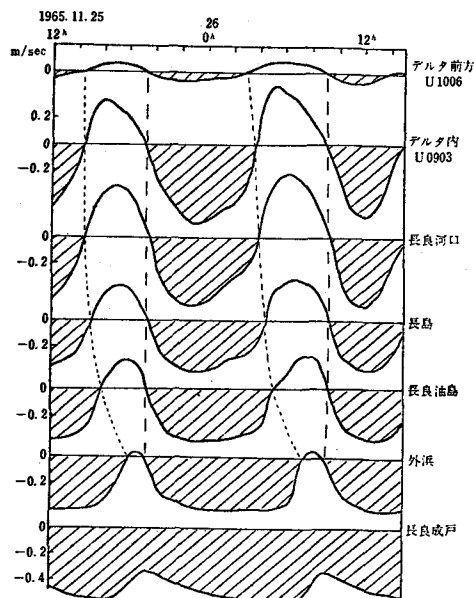


図-29 長良川筋における平均流速の時間変化、斜線部は下げ潮、理論計算による。¹⁰⁾

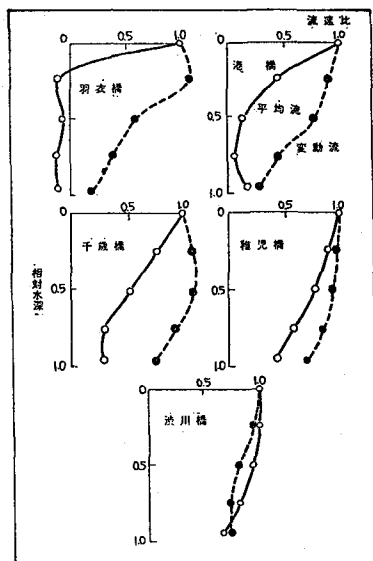


図-30 巴川における平均流(白丸)と変動流(黒丸)の鉛直分布、それぞれ表面との比で示す
1970年7月2-3日¹¹⁾

均流と変動流の鉛直分布を各地点で求めたものを、図-30にかかげる。それぞれ相対水深で整理され、また表面における値との比が示されている。図から次のことが分かる。1) 平均流は上層から下層に急激に減少するが、変動流は深さによる減少の割合が小さく、ピークが表面下に生じている所もある。これは平均流を構成する河川流と鉛直循環流は上層で強め合って流れ、変動流の主体をなす潮汐成分は長波であるため、上下一様の傾向があることに対応する。2) 河口近くでは、密度成層のため下層に上流向きの平均流が認められる。3) 上流にいくにつれて、密度成層は弱まり、水深も浅くなるため、平均流と変動流の分布形は接近し、上下差も小さくなる。

D. 河口陸棚における流動

河口から海域へ、どのように河川水が流出するかについては、いろいろの議論がある。例えば、その外縁の形状は、流量、河口幅、河海水の密度差などに依存し、噴流型から指数函数型までいろいろ変化するという結果が報告されている。¹⁴⁾ ただし河口前面に浅瀬や干潟が発達して水深分布が複雑であり、また潮汐流が河川流を圧倒している場合には、事情は複雑になり単純ではない。例えば有明海の研究では¹⁵⁾、河口先は遠浅で潮差が大きいため水位が下がると干出し、干潟の間の3、4本のみお筋は下げ潮後期から上げ潮前期にかけて河道のようになり、水がとうとうと流れる。そして干潟の前縁では渦規模の水平渦流が形成される。一方、上げ潮の後期になると、干潟の上に海水が溢れるように流れ、潮流の主軸とみお筋とが交叉する。したがって潮時平均をとると、水深の差に起因して水平循環流が残ることになる。筑後川河口先の浅海域における河川水の拡がりには、このような潮流に伴う地形性の水平渦流や恒流的循環による分散によって支配されると指摘されているが¹⁵⁾、注目すべきことである。

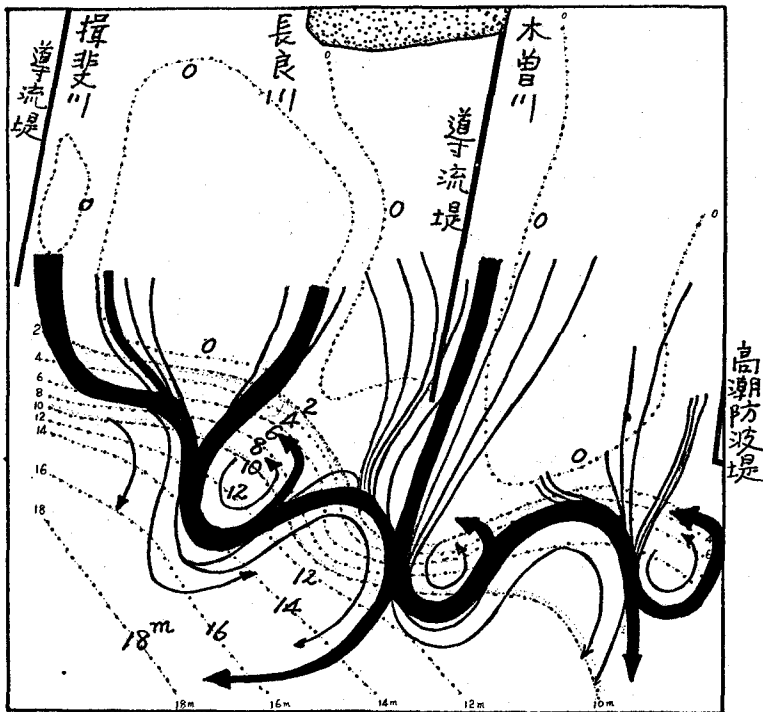


図-31 木曾三川河口デルタ付近の流動図，河川流の場合

木曾三川の前面にも浅海域が拡がり、その先端は急に深くなっているので、これはいわば河口陸棚（デルタ）とも称すべき水域をつくり、上記とほぼ同様な状況が見出される。水理実験から求めた流動図を図-31にかかげる。これは計画高水量の河川水が流出する場合であるため、誇張される傾向はあるが、みお筋に流れが集中すること、および河口陸棚の前縁の急斜面上で、河川流が蛇行し、時計まわりの渦と反時計まわりの渦が交互に綺麗に並んでいることが注目される。これに潮流を加えた実験でも、この特長は認められる。急斜面上の蛇行現象は、恐らく渦度保存の法則により、水が深い方へ進むときは水柱が伸びて反時計まわりの渦度が増加し、浅い方へくるときは逆になるためと考えられる。そして渦の正負に応じて、海水の湧昇または沈降の可能性もあり、水平循環と並んで、水温、塩分その他の物質の分布にも大きな影響を与えているであろう。いま考えている水域は、のり、貝その他水産面からも重要な水域であるので、潮汐に伴う流動の特質を十分把握することは大切である。

6. おわりに

以上述べてきたように、感潮河川部における水位の潮汐変動については、われわれはかなりの理解を持っているが、流動現象についての認識は著しく不十分である。この水域では、空間的にも時間的にも流れは極めて複雑であり、たった1回の短時間の、また1点における観測は、ほとんど無意味という場合が多い。最小限半日、できれば1日あるいはそれ以上の連続観測が要請され、観測面で問題が多い。観測法の進歩が必要であるが、水理模型実験の役割も大きいと判断される。

一方、流れの変動によって密度場が変わり、それに応じて逆に流れの場が影響を受けるというように、流れの場と密度の場には相互作用が存在するので、理論的取扱いが面倒である。また観測にも密度場の把握が必要になる。エスチャリーの緩混合の成層状態の流れについて、定常（あるいは平均流）の場合には相似性を仮定した理論解も求まっていて、かなり有益な知識を与えてくれる。¹⁶⁾しかし、いまわれわれが注目している潮汐周期の非定常の変動、とくに日本の太平洋岸の感潮河川のように、水深と潮差が同程度の水域の潮汐変動を、成層を考慮して理論的に議論するのは、大変困難なことである。数値計算が有力な武器になるであろう。流動の把握が感潮河川域の水理諸現象を考える上の基本になるので、この潮汐変動現象の解明が今後強く望まれる。

参 考 文 献

- 1) 小倉伸吉 (1934) : 潮汐, 岩波全書, p. 117, p. 196.
- 2) Redfield, A. C. (1950) : The analysis of the tidal phenomena in narrow embayments.
Pap. Phys. Oceanogr. Met., Woods Hole Oceanogr. Inst., 9, No. 4.
- 3) Ippen, A. T. and D. R. F. Harleman (1966) : Tidal dynamics in estuaries, in "Estuary and Coastal Hydrodynamics" edited by A. T. Ippen, pp. 493 ~ 545.
- 4) Lamb, H. (1932) : Hydrodynamics, Camb. Univ. Press., p. 262, p. 281.
- 5) 例えば Defant, A. (1960) : Physical Oceanography, Vol. II, Pergamon Press.
- 6) Dronkers, J. J. (1964) : Tidal computations in rivers and coastal waters. North-Holland
Pub. Company, 518 pp.
- 7) 岡本元治郎 (1940) : 河川における潮汐, 地球物理, 4, pp. 62 ~ 80.
- 8) 例えば野満隆治・瀬野金蔵 (1961) : 新河川学, 地人書館, pp. 108 ~ 118.
- 9) 宇野木早苗 (1968) : 河川潮汐の研究 (第1報), 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 226 ~ 235.

- 10) 宇野木早苗 (1969) : 河川潮汐の研究(2), 第16回海岸工学講演会講演集, pp. 377-384
- 11) 宇野木早苗・上嶋英機・山下皓一 (1973) : 河川潮汐の研究 (第3報). 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 371-376
- 12) 寺沢寛一 (1934) : 自然科学者のための数学概論. 岩波書店, p. 354
- 13) 寺沢寛一編 (1960) : 自然科学者のための数学概論, 応用編, 岩波書店, 第2章 WKB法, p. 205
- 14) 柏村正和・吉田静男 (1967) : 河口密度流の解析, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 222-225
- 15) 杉本隆成 (1974) : 内湾における陸水の分散・流出過程, 沿岸海洋研究ノート, vol. 12. No 1
- 16) Hansen, D. V. (1967) : Salt balance and circulation in partially mixed estuaries, in "Estuaries" (ed. Lawff), Amer. Assoc. for the Advancement of Science, Washington, D.C., pp. 45-51.