

有限水深域の構造物および浮体による波の変形

(2次元および3次元問題)

井 島 武 士

I は し が き

著者は先に2次元波浪の境界値問題の解法として、速度ポテンシャルの接続法により流体運動を解明する方法を見出し、本講義集(1971)⁽¹⁾その他において、種々の問題について報告した。

このポテンシャル接続法は水面と水底の条件を異にする2つの流体域が相接するとき、各々の速度ポテンシャルを、水面と水底の条件を満足するような水面からの深さ z に関する直交函数系により、未定常数を係数とする無限級数に展開しておき、これ等の係数を相接する仮想境界面での2つの力学的連続条件を満たすように決めるという方法で、結局はそれら未知係数に関する多元連立一次方程式を解くことに帰着する。この方法は電子計算機の利用が一般化された今日においては、高度の数学的知識を用いることなく、比較的容易に解を得ることが出来る点で、工學上実用性の広いものと云うことが出来る。

著者は最近この2次元問題に対するポテンシャル接続法をGreen函数を導入することによって、3次元問題に拡張する方法を見出し、種々の形状をもつ構造物或は浮体についての解析結果を得た。この3次元ポテンシャル接続法は、異った水面又は水底条件の流体域が、任意の平面形状で相接している場合、2次元問題におけると同様に、各流体域の速度ポテンシャルを深さ z に関する直交函数系で展開し、その係数を平面的な位置 (x, y) の函数としてGreen函数で表わし、その上で流体域の仮想境界面での力学的連続条件を満足するように定めるもので、やはり多元連立一次方程式を解くことに帰着するのである。

一般の波運動においては、流体を非粘性非圧縮性として速度ポテンシャルの存在を仮定することが出来るので、これ等の2次元或は3次元問題の解法が容易に適用される。そしてまた境界面が正弦運動を行なうような振動境界面の場合にも拡張される。これは波による浮体運動を解析するのに有効である。

流体が透過性の空隙物質内で運動するときには、一般に流体運動に対しては、流速の平方に比例する抵抗が作用すると考えられる。この場合には運動量方程式は非線型となるが、便宜的にこの抵抗を流速に比例する形に表わし、仮想的な抵抗係数と空隙率を用いれば、流体運動は速度ポテンシャルをもつことになるので、ポテンシャル接続法が適用される。これは透過堤体の性質を解明するのに利用される。

2次元問題については、種々の場合について既に発表しているので、ここでは解析法については省略し、解析及び実験によって得られた事柄を、水平板防波堤、潜堤、透過性防波堤及び岸壁、遊水部をもつ護岸などにつき説明し、また浮体運動の例として、矩形断面浮体について解説する。3次元問題に対しては、任意形状の半没水柱状体の解析法を示し、また類似の方法による透過及び不透過島堤、全没水状態の柱状体による波の変形、更に浮体運動の例として矩形浮体の運動についての解析結果について説明する。

本文に述べる事項に関する解析法とその結果に関する詳細については、各部に示す引用文献を参照されたい。

II 2次元問題

水深を一定で h とし、静水面に原点 0 、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸を取り、入射波は周波数 σ ($=2\pi/T$, T は周期)の正弦波で、 x の負方向に進行するものとする。

第1節 水面の固定水平板による波の変形（水平板防波堤）⁽²⁾⁽³⁾

Fig. 1.1 に示すように幅 2ℓ の板が水面に固定されている場合には、流体域は $x = \pm \ell$ によって領域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲに分けられるが、領域Ⅰ、Ⅲと領域Ⅱとは、流体運動に対する $z = 0$ での水面条件を異にするため、右方からの入射波に対して、運動条件が変化する $x = \ell$ において波の部分反射が起る。そして境界面 $x = \ell$ における

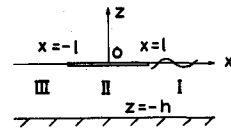


Fig.1.1 Fixed Horizontal Plate

水平流速と圧力変動が領域Ⅱの流体に仕事を伝え、それが境界面 $x = -\ell$ で領域Ⅲに対して仕事をすることになり、ここに波の通過が起ることになる。この場合板の幅と水深の比 ℓ/h をパラメーターとして、周波数 $\sigma^2 h/g$ ($= 2\pi h/L_0$, L_0 は周波数 σ に対する深海波長) に対する反射率 K_R と通過率 K_T を計算すると Fig. 1.2 に示すようになる。(この時勿論エネルギー損失は考慮しない。) 即ち板の幅が広い程、また波長が短い程反射率は大きく、従って通過率は小さくなる。板に作用する流体圧力の最大値の分布を示すと Fig. 1.3 のようで、板の幅が広い程また波長が短い程板に沿う圧力勾配が大きいことが分る。(ここで a は入射波振幅である。) このことは水平板の下に流体を一つの流体塊として見ると、波長の長い波に対しては入射波の作用と共に流体塊が自由に水平に運動して入射波のエネルギーをそのまま背後に伝えるため、防波機能を殆んど表わすことがないが、波長の短い入射波に対しては大きな慣性抵抗を示し、流体塊として防波機能を発揮することを意味する。この傾向は板の幅が広い程顕著であることは云うまでもない。

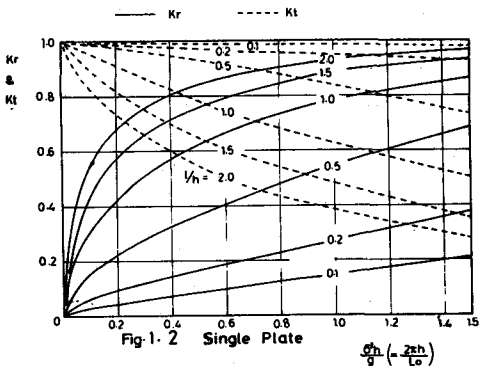


Fig. 1.2 Single Plate

従って波長の短い波に対しては、敢て固体壁による防波堤を設けなくとも、水面のみを固定することにより、一種の流体防波堤を実現することが理論的には可能であることを示唆するものである。

上述の効果は水平板に厚さを考慮しないときのことであるが、Fig. 1.4 に示すように水平板に吃水 $g h$ ($1 \geq g \geq 0$) を与えて固定した場合につき計算すると⁽⁴⁾ $\ell/h = 0.5$ の場合の反射率 K_R と通過率 K_T は Fig. 1.5 に示すようで、当然吃水の増加と共に K_R は大きく K_T は小さくなる。

Fig. 1.2 と比べると、例えば $g = 0.2$ の場合は

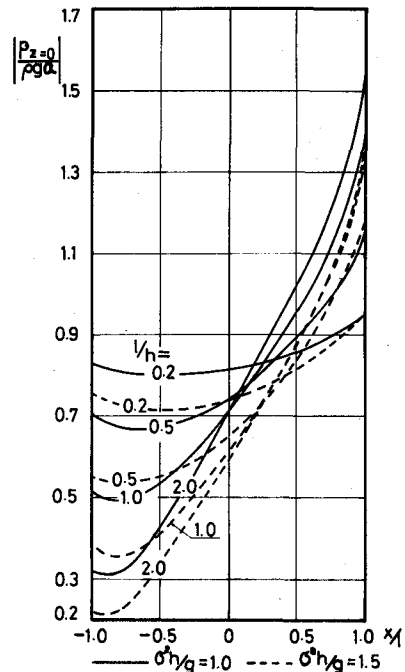


Fig.1.3 Pressure Distribution to Plate (Single Plate Breakwater)

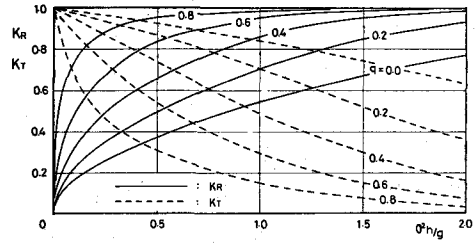
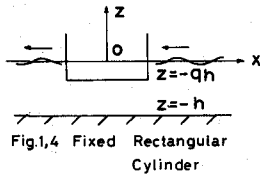


Fig.1.5 Reflection and Transmission Coefficient for a Fixed Rectangular Obstacle ($U_h=0.5$)

ほぼ $\ell/h = 0.7 \sim 0.8$ と同程度の反射率を与えるから、板の幅を5割広くすると、吃水を $0.2h$ とすることはほぼ同じ防波効果を与えることが分る。

第2節 不透過潜堤による波の変形⁽⁵⁾

前節の場合と反対に Fig. 1.6 に示すように海底に幅 2ℓ 、深さ qh の不透過な堤体を設けた場合には、右方からの入射波は当然堤体側面 AB によって反射するが、前節と同様に $x = \pm \ell$ で分けられる流体域ⅠとⅡでの流体運動の変化による面 $\ell - A$ での反射が起ることになる。

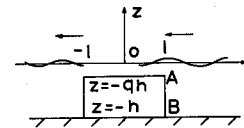


Fig.1.6 Submerged Breakwater

最も簡単に Wiegel⁽⁶⁾ 流の考え方をうい、堤体が存在しないと仮定したときの右方からのエネルギー流束の中、面 $\ell - A$ の部分のみが通過して左方領域に伝わり、残りが反射するとして計算すると、反射率 K_R は次のようになる。

$$K_R = \frac{\sinh 2\bar{q}kh}{\sinh 2kh} \cdot \frac{\bar{n}}{n}, \quad \text{但し } \bar{n} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\bar{q}kh}{\sinh 2\bar{q}kh} \right), \quad n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \dots\dots\dots (1.1)$$

$$k = 2\pi/L, \quad \bar{q} = 1 - q,$$

上式は $kh \rightarrow \infty$ で $K_R = 0$ 、 $kh \rightarrow 0$ で $K_R = \bar{q}$ を与え、 K_R は kh 又は $\sigma^2 h/g$ について単調減少であり、また勿論堤の幅 ℓ には無関係である

しかし著者の厳密計算の結果を、例えば $q = 0.2$ の場合 $\ell/h = 1.0, 0.5$ 及び 0.1 について示すと

Fig. 1.7 のようである。(図の破線は式 (1.1) の結果を示している。) この著しい特徴は、前節の水面固定の場合と比べて反射率は極めて小さく、種々の堤体幅について反射率は決して波長の減少 (又は $\sigma^2 h/g$ の増大) と共に単調に減少するものではなく、特定の波長に対して反射率は0を示し、波長の変化と共に著しい変動を示すことで、前節の場合のような安定した防波機能をもたないことである。(また種々の堤体幅における最大の反射率の包絡線に近いものが式 (1.1) で与えられており、Wiegel 流の取り扱い防波機能を見積る上では過大値を与えることになる。) 即ち不透過潜堤においては、堤

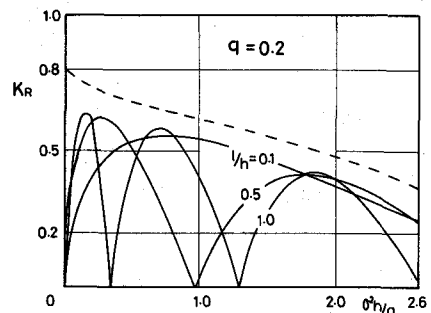


Fig.1.7 Reflection Coefficient for a Submerged Breakwater

体幅と水深によって、全く反射を生じないような波長の波があって、この波に対しては潜堤は全く防波効果を失ってしまうことになる。例えば $\vartheta = 0.1$ の場合、 $\ell/h = 0.5$ では $\sigma^2 h/g \approx 0.6$ でこの現象が現われる。具体的には $h = 5$ m の場合、堤幅 5 m 堤頂高 4.5 m のとき周期 5.8 ～ 6 秒の波において反射率 0 となる。勿論実際には堤上水深が 0.5 m にすぎないから、0.5 m 程度以上の波高では部分碎波が起ってエネルギーの一部を失うが、やはり大部分のエネルギーはそのまま通過することになる。

また興味あることは Fig. 1.7 でも分るように、このような無反射状態の出現は堤体幅 ℓ/h が小さい程大きな周波数に移り、 $\ell/h \rightarrow 0$ では全く起らないことである。即ち堤幅の狭い程安定した反射率を得るということになる。このことは堤幅が広いとき、堤上水域の自由振幅によりエネルギー輸送が行なわれ、堤上水域は恰かもエネルギー輸送管のような働きをもっていることが示唆される。これ等の事柄は実際潜堤の計画に留意すべきことと考えられる。

第3節 透過潜堤による波の変形⁽⁷⁾

前節の場合の堤体が、空隙率が V で、流速に比例する抵抗の係数を μ とするような様な透過性の物質から成る場合には、堤体内の流体運動によって波のエネルギー損失が起るから、反射効果の外にこの堤体内損失のため波の通過率はより少くなる。例えば $V = 0.5$ 、 $\mu/\sigma = 2.0$ とした場合、 ℓ/h をパラメーターとして反射率 K_R と通過率 K_T を計算した結果を $\vartheta = 0.2$ に対して示すと Fig. 1.8、1.9 のようになる。Fig. 1.7 と比較すると分るように、この場合は反射率はかなり小さいが、 $\sigma^2 h/g$ の増加と共に

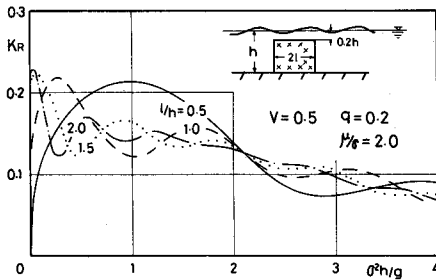


Fig. 1.8 Reflection Coeff. of Submerged Permeable Wall

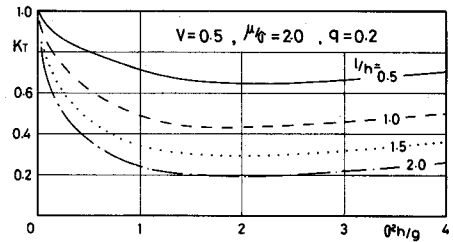


Fig. 1.9 Transmission Coeff. of Submerged Permeable Wall

ほぼ単調に減少し、特定の波長において反射率が 0 となることがない。そして K_R の値そのものは 0.2 程度以下で Fig. 1.7 の極大値 (0.6 程度) よりもはるかに小さいが、通過率 (Fig. 1.9) においても透過堤体の方が小さく、防波機能が大きいことになる。(例えば式 (1.1) では $\vartheta = 0.2$ 、 $\sigma^2 h/g = 1.0$ で $K_R \approx 0.6$ であるから $K_T \approx 0.8$ であるが、Fig. 1.9 で分るように、このとき $\ell/h = 0.5$ で $K_T \approx 0.7$ 、 $\ell/h = 1.0$ で $K_R \approx 0.5$ の程度である。)

不透過堤体は前述のように特定周波数の波を理論上自由に通過させる一種の filter のような性質をもつに反し、透過堤体はすべての周波数の波に対して大体様な通過率を与える均一な防波効果を示すから、種々の成分波の重合である実際の波に対しては透過潜堤の方が有利であることは理論上からも明らかである。

尚 Fig. 1.8、1.9 の計算に用いた空隙率 V と抵抗係数 μ は何れも仮想的係数値と考えるべきで、特に μ/σ は流体の動粘性係数を Darcy の透水係数で割った値に相当するが、堤体内の流体運動に対する抵抗を流速に比例する形で表わすために用いた係数で、波高、周期及び堤体形状と空隙形状に関係すると

見られるが、実験値との比較によって一般の一樣透過性堤体については $V \approx 0.5$, $\mu/\sigma \approx 1.0 \sim 2.0$ の値で概略の様子が見られる。

第4節 透過性防波堤と岸壁⁽³⁾

前節の透過性堤体の天端が水面より高くなったときに Fig.1.10 のように透過性防波堤となる。この場合を前節と同じ条件で計算すると、反射率 K_R と通過率 K_T は Fig.1.11 に示すようになる。反射率 K_R は $\sigma^2 h/g$ の増加と共に急速に約 0.5 に達し、堤体幅 l/h に関係なく、漸次 0.4 に低下する。通過率 K_T は堤体幅が広い程小さく、また $\sigma^2 h/g$ が大きくなると共に低下する。即ち透過堤体による波の反

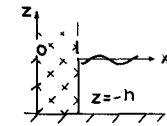
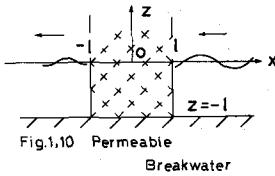


Fig.1.12 Permeable Quay Wall

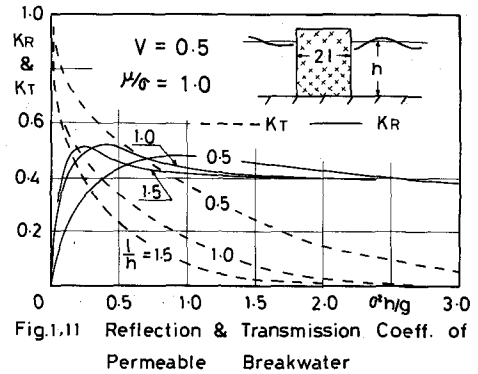


Fig.1.11 Reflection & Transmission Coeff. of Permeable Breakwater

射は堤幅に余り関係なく起り、エネルギー通過は堤幅の広さに大きく左右される。この様子を透過潜堤 (Fig.1.8, Fig.1.9) と比較すると、波長が短くなると共に波のエネルギー流束は静水面附近に集中するために、潜堤においては堤上水域を通してエネルギーの大部分が通過することとなり、従って波長が短くなる程反射率は小さく、通過率はほぼ一定値を保ち次第に 1 に近づくことが分る。これに対して防波堤においては、堤体内部の流体運動が空隙によって拘束され、堤体外域の運動型式と著しく異なるために反射が起り、反射率は堤体幅に影響されることが少いと考えることが出来る。そして入射波による堤体前面の圧力変動と水平流速により堤体内部に誘起される流体運動は内部に進むと共に抵抗によって減衰しながら堤体背面に到達することによって通過波を発生することになるから、通過率は堤体幅に大きく支配されることになる。

次にこの堤体背面に不透過壁を置いて、幅 l の透過性岸壁とした場合 (Fig.1.12) の反射率を計算すると Fig.1.13 のようである。反射率は波長の減少 ($\sigma^2 h/g$ の増大) と共に 1.0 から速かに低下して極小値を示し、次に上昇して約 0.4 の値に落ち着く。この低下は堤幅が大きい程急速でまた極小値も小さい。これを Fig.1.11 と比較すると対照的で、波長が非常に長い波では流体運動は堤体内にそのまま進入し

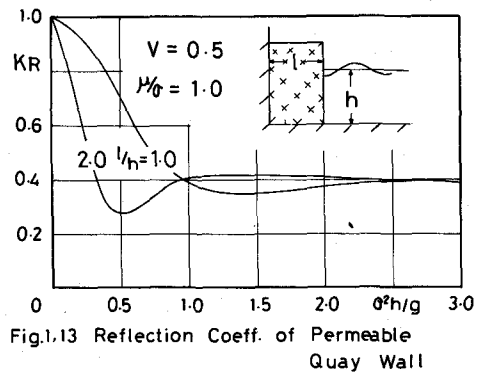


Fig.1.13 Reflection Coeff. of Permeable Quay Wall

て不透透壁面によって反射する(透過堤内でのエネルギー損失が少い) ために反射率は低下しないが、波長が少し短くなると、堤体内のエネルギー損失のため堤体幅が広い程、反射率は低下するが、更に波長が短くなると防波堤の場合と同様に堤幅に関係なく、透過堤体前面において反射を生ずるようになり、消波機能は低下することになる。

以上述べたように、直立透過堤体においては、防波堤でも岸壁でも、波長が短くなると堤体幅に関係なく、反射率は約 0.4 程度以下には低下しないであろうということが考えられる。従って反射率を更に低下するためには直立堤体でなく、傾斜堤とすることが必要であり、多くの透過性護岸は傾斜堤体として反射率 0.4 ~ 0.3 程度を維持することが出来ることとなる。

このような傾斜護岸と直立護岸との消波現象上の基本的相異は、前者においては傾斜面における波の変形による碎波によってエネルギーの消滅が有効に行なわれ、空隙内の流体運動によるエネルギー損失は二次的な効果をもつにすぎないが、後者においては波の変形碎波の過程がなく、エネルギー損失は堤体内部の流体抵抗によるのみであることに在る。従って Fig. 1.13 で分るように、水深 $h = 6 \text{ m}$ の場合、堤幅を 12 m としても ($l/h = 2.0$) 反射率を 0.4 程度におさえることの出来る波は $\sigma^2 h/g \geq 0.3$ 従って $T \leq 9 \text{ 秒}$ であり、堤幅を 6 m ($l/h = 1.0$) とすると $\sigma^2 h/g \geq 1.0$ 即ち $T \leq 5 \text{ 秒}$ の波である。しかもこの程度の周期以下の波についても反射率を 0.4 程度以下に下げることが出来ないことになる。

第 5 節 遊水部をもつ直立消波護岸又は防波堤^{(9) (10) (11) (12)}

前節に述べたように、透過性の防波堤では堤体幅を広くすることによって、波の通過率を必要なだけ低下させることが出来るが、反射率は 0.4 程度以下に低下させることは出来ない。また岸壁の場合にも反射率について同様のことがいえる。そして波長の長い波に対しては防波堤でも岸壁でも、堤体幅を非常に厚くしなければ低い通過率又は反射率を得ることは出来ないが、このような事は現実には不可能であると云えよう。

このことを透過性岸壁について見るならば、堤体内では空隙による抵抗によって流体運動が拘束されるために流速が低下し、従って堤体内で充分なエネルギー損失を生ずることが出来ないで、波として反射されるためであると考えることが出来る。そこで堤体内での運動に対する拘束をゆるめる方法として Fig. 1.14 に示すように、堤体前面の幅 l_1 の部分の空隙率は一定としておき、陸側の幅 l_2 の部分の空隙率を次第に大きくする場合を考え、 $\sigma^2 h/g = 0.25$ 及び 0.50 という波長の長い波の場合について種々の l_2/l_1 に対して反射率を計算すると Fig. 1.15, 1.16 のようである。この場合は $l_1/h = 1.0$ としておき、この部分の空隙率は $V_1 = 0.5$,

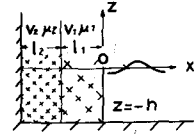


Fig.1.14 Double Layer Permeable Wall

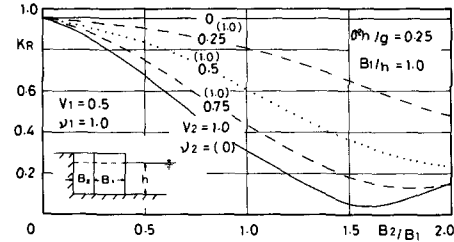


Fig.1.15 Reflection Coefficient of Double Layer Seawall

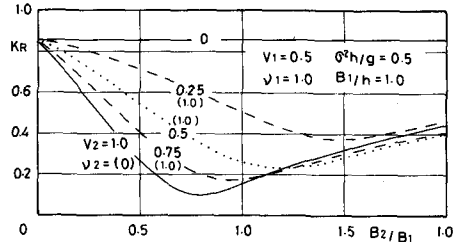


Fig.1.16 Reflection Coefficient of Double Layer Seawall

抵抗は $\mu/\sigma = \nu_1 = 1.0$ と固定し、 l_2 部分の抵抗は $\mu_2/\sigma = \nu_2 = 1.0$ で一定であるが、空隙率 V_2 を 0 から 1 まで変化させてある。 $V_2 = 0$ の場合は $l_2 = 0$ の場合に対応するから l_2/l_1 に対して K_R は一定である。(この値が Fig. 1.13 の値に比べて稍大きいのは、今の場合には長波としての近似計算を行なったからである。)

これ等 2 つの図を見ると分るように l_2 部分の空隙率が次第に大きくなって、流体運動に対する拘束がゆるくなるに従って反射率 K_R は低下して $V_2 = 1.0$ 即ち l_2 部分が完全な遊水部となったときに反射率は最も低くなる。そして l_2/l_1 の変化に対する K_R の変化を見ると、 $\sigma^2 h/g = 0.25$ のときは $l_2/l_1 \approx 1.5$ 、 $\sigma^2 h/g = 0.5$ のときは $l_2/l_1 \approx 0.7$ において最小の反射率が現われ、その値は 0.1 程度の低い値となっている。このことは次の事柄を示唆している。

(i) 透過性護岸の背後に遊水部を設けると、反射率を著しく低下させることが出来、傾斜護岸と同程度以上の消波機能を期待することが出来る。

(ii) 遊水部の幅がある特定の値を取るとき反射率は最小となる。

(iii) 波長が短くなると、この最小反射率の現われる遊水部の幅は小さくなる。

これ等の示唆は簡単な長波理論の計算によって得られるものであるが、実験によってこれを確認することが出来る。

Fig. 1.17, 1.18 は 500 cm^3 のテトラポット模型を金網枠につめて空隙率 0.63 の透過堤体を作り、

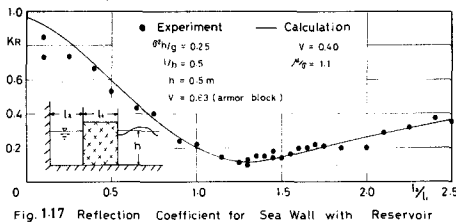


Fig. 1.17 Reflection Coefficient for Sea Wall with Reservoir

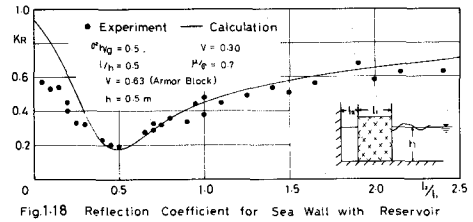


Fig. 1.18 Reflection Coefficient for Sea Wall with Reservoir

$l_1/h = 0.50$ とし、 $\sigma^2 h/g = 0.25$ 及び 0.50 に対して種々の l_2/l_1 に対する反射率を造波水路において測定した結果である。⁽ⁱⁱ⁾ 実線は夫々 $V = 0.40$ 及び 0.30 、 $\mu/\sigma = 1.1$ 及び 0.7 とした計算結果である。(計算に用いた V と μ/σ の値は各々の実験値傾向に最も良く適合する値を選んだので、異った値を用いたことになっているが、上記の事柄を検証するには充分である。)

このように遊水部を設けることによって、波長の長い波に対しても反射率を著しく低下させることが出来るのは、次のような機構によるものと考えることが出来る。即ち波長の長い波による流体運動においては、鉛直運動よりも水平運動が卓越する。従って入射波の山が進行して堤体に達すると、堤体により水平流が一部せきとめられ、堤体前面の水位は上昇し、流体は堤体空隙を通過して遊水部に流入し、その内水位も上昇を始めることになるが、それは遊水部の広さに応じて、常に堤体前面の水位上昇よりも一定の時間的遅れをもって起ることになる。このため堤前面と背面との水位差が大きくなり、この水位差によって生ずる大きな堤体内流速によって、エネルギーの損失が著しく促進されると考えることが出来る。即ち透過堤体は水平流に対する適度のせき止め作用を行ない、遊水部は流出入する流量に応じて最も効果的に、堤体前後での水位差を発生させる作用をもち、両者の作用が組み合わされて、堤体内での流れのみによって大きなエネルギー損失を生ぜしめるものである。遊水部が余りに広すぎると、堤体を通して水が出入しても遊水部の水位変動は起らず、従って水面勾配を増大させる作用を果さないこ

となり、極端には防波堤の場合と同じことになる。また遊水部が狭ますぎると、水の出入と遊水部水位の変動が直ちに伴うことになって、水面勾配従って堤体内流速の増大作用を果さないことになる。また波長が余りに短い波においても同様に遊水部はその効果を失ってしまう。

こうして波長の長い波では水平流速が卓越することによって、そのエネルギー損失を増大し、碎波によるエネルギー損失と同程度の効果をあげることが出来るのである。

この型式の護岸では、反射率を最小ならしめる遊水部幅のときに、同時に堤体前面の水位変動がほぼ最小となり、不透過直立護岸の場合の約 $\frac{1}{2}$ となる。故にそれだけ越波量が少いことになる。即ち反射率最小の条件で越波量も最小となる利点をもっている。

Fig. 1.19(a)はこの理論に基づいて、茨城県鹿島港北海岸に計画され着工されている遊水部をもつ護岸の断面を示すもので、ここでは透過堤体部を一樣透過性のものの代りに、厚さ 5.00 m のコンクリート壁体に直径 1.50m の水平な孔を設け、壁体の平均空隙率を 0.3 としたものを用い、底板と上部床版によって背後の不透過壁と一体化して遊水部を形成しており、設置水深 - 7.0 m、遊水幅 6.00 m、高さ 11.00m で、堤体 1 ケの長さは 13.0 m、重量は 1,800 ton とされている。これは周期 7 ~ 10 秒の波に対して最小の反射率を与えるよう設計されたものである。この断面と比較検討された傾斜護岸の断面は Fig. 1.19(b)に示すように、ケーソンの前面にテトラポット斜面を設けたものである。

周期 7 秒及び 10 秒の波に対する両者の反射率を $\frac{1}{36}$ の縮尺模型で種々の入射波高 H に対して水路実験により測定した結果¹³⁾は

Fig. 1.20 に示すようで、遊水部護岸は傾斜護岸と同等以上の消波機能をもつことが分る。

(尚 Fig. 1.19(a) の護岸は一樣透過性をもたせる代り水平孔をもって代用しているが、これは波長の長い波では水平流が卓越するため、何れにしても類似の効果をもつことになるので、施工容易な型式を選んだことによるのである。)

以上は護岸について述べたものであるが、この鹿島護岸のように一体化されたものはこれを防波堤と見ることも出来る。その場合は従来の solid wall による防波堤と異り、反射率が低く、通過率は 0 という特殊な型式の防波堤となる。この防波堤では、外力として作用する波の水平圧力は透過壁体部に波峯が到達するとき陸側に向かって最

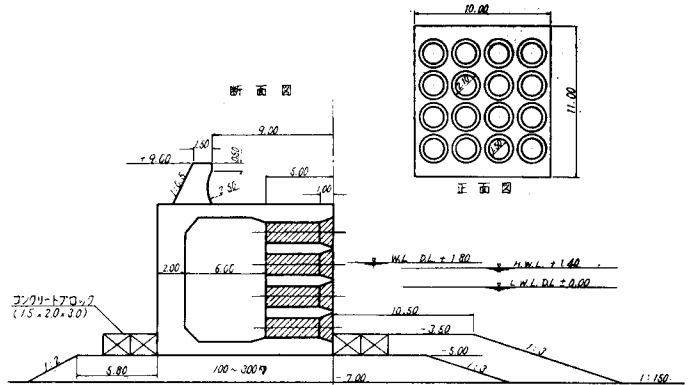


Fig.1.19(a) Cross-section of Reservoir Sea Wall at Kashima Coast (Dimension in Meter)

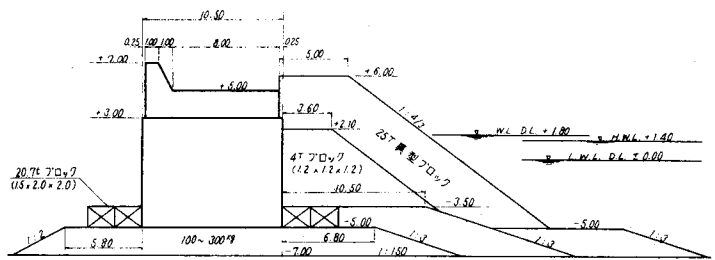


Fig.1.19(b) Cross-section of Sloped Sea Wall (Dimension in Meter)

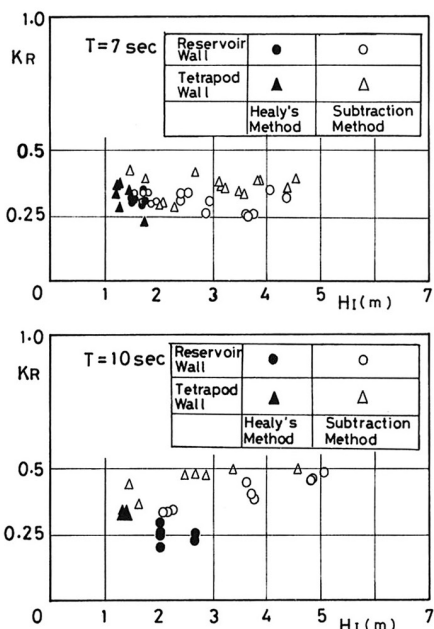


Fig.1.20 Reflection Coeff. of Reservoir Wall and Tetrapod Wall

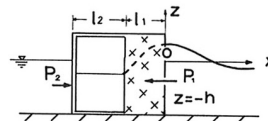


Fig.1.21 Permeable Br. with Reservoir

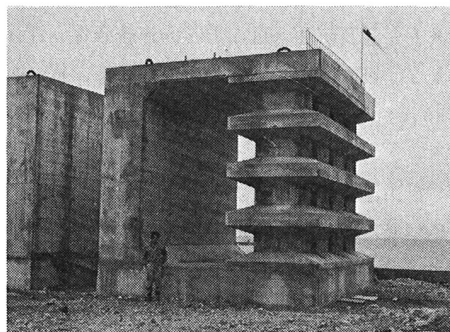


Fig. 1.22 Reservoir Sea Wall at Tannawa Harbor, (Osaka)

大値 P_1 を示すが、この時は遊水部内の水面は静水面以下に在るため、Fig. 1.21 に示すように後部不透過壁には反対方向（海側向き）に圧力 P_2 が作用することになり、従ってその合力として堤全体に作用する水平力は透過堤体に作用する最大圧力よりも小さくなり、碎波の場合でも solid wall の一般防波堤に対する水平力の $\frac{2}{3}$ 以下となり、重複波圧の場合は $\frac{1}{2}$ 以下となる。揚圧力についても同様のことが成立する。

Fig. 1.22 は大阪府淡輪港（大阪湾）内の護岸として製作された鹿島港護岸と類似の遊水部護岸で、透過性壁体部の厚さ 2.20m、遊水部幅 2.20m、高さ 5.70m、長さ 6.00m、堤体 1 ケの重量は 260 ton である。

第 6 節 浮体運動による波の変形⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾

有限水深域での浮体運動は大型船舶の係留或は浮防波堤の効果に関連する問題として関心が深まっている。

ここでは速度ポテンシャルの接続法を用いて解析される矩形断面浮体の自由運動と係留運動について、その特徴を簡単に述べる。

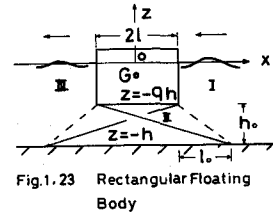
まず浮体に作用し、その運動を規定する流体力は次の 2 つに大別して考えられる。

(i) 浮体が固定された状態での入射波による流体力：これを exciting force と呼ぶ。

(ii) 浮体が静止水域で heave, roll, sway などの強制運動を行なうとき、その浮体に作用する流体力：これを radiation force と呼ぶ。これは浮体運動によって生ずるから、その速度と加速度に比例する 2 つの成分に分けられ、前者を減衰力、後者を附加慣性力と呼び、通常の運動では前者は運動を減衰させる効果を持ち、後者は浮体の慣性質量（又はモーメント）を増加させる効果をもつ。従って完

全流体の運動でも、この減衰力の存在によって運動の振幅が無限に大きくなるような共振現象は一般には起らないことになる。船体運動力学では上記の2種の力を前以て求めておき、船体運動の方程式に用いて運動を解析するのが一般である。またそれによる波の変形は、(i)の場合の波の反射と、(ii)の場合の発生波を入射波と合成することによって求められる。

速度ポテンシャルの接続法では、Fig. 1.23に示すように、流体域Ⅰ、Ⅲでは自由表面条件と水底条件、流体域Ⅱでは $z = -gh$ (物体底面)と水底条件を満足する速度ポテンシャルを各領域について無限級数に展開しておき、それによって浮体に作用する流体力を表示し、且流体域ⅠとⅡ及びⅡとⅢの力学的連続条件と浮体運動の方程式を満足するよう、級数項の未定常数を決定する。従って exciting force と radiation force を予め知っておく必要はなく、また波の変形は速度ポテンシャルから直ちに求められる。



(1) 自由浮体の運動と波の変形

幅 2ℓ 、吃水 gh の矩形浮体で $\ell/h = 0.5$ の場合重心 G が水面から $0.75gh$ の深さにあり、重心の周りの慣性モーメントを $\frac{2}{3}\nu^2\rho gh \cdot \ell^3$ (ν^2 は一定値、 ρ は流体密度) で表わし、 $\nu^2 = 1.0$ としたときの sway (横移動)

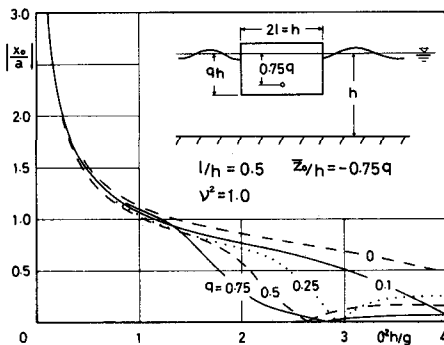


Fig.1.24(a) Swaying Amplitude of Freely Floating Body

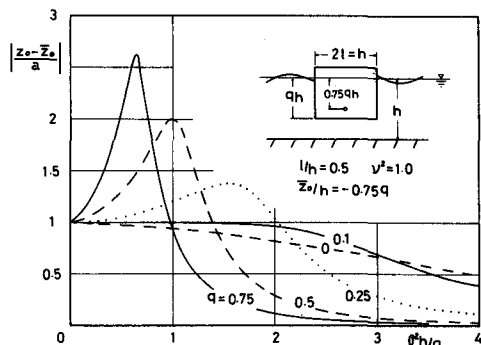


Fig.1.24(b) Heaving Amplitude of Freely Floating Body

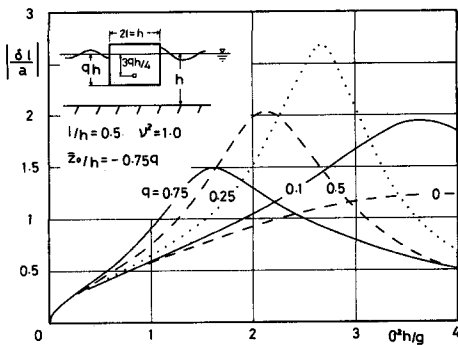


Fig.1.24(c) Rolling Amplitude of Freely Floating Body

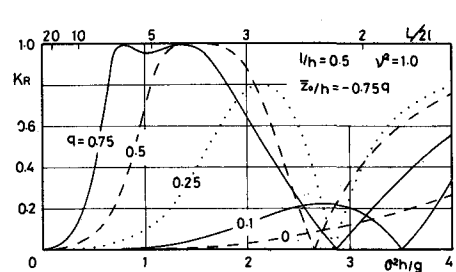


Fig.1.25 Reflection Coefficient of Freely Floating Body

heave (上下動) 及び roll (横揺れ) の各運動の振幅を計算すると夫々 Fig. 1.24 (a)(b)(c) のようであり、また波の反射率は Fig. 1.25 に示すようになる。またこの条件で吃水が $0.75h$ のときの $\sigma^2 h/g = 1.0$ の波による浮体重心の移動軌跡と傾斜を波の1周期につき示すと Fig. 1.26 のようになる。(この図で0, 1, 2, 3...11は波の山が重心位置に来たときから $1/12$ 周期毎の重心位置を示している。) このような計算結果によると浮体運動の特徴は次のように考えられる。

(i) 浮体の swaying motion の振幅は浮体がない場合の重心位置の流体実質部分の水平移動量に最も大きく支配され、浮体幅の増加及び波の周波数の増加と共に減少する。

また吃水に応じて特定の周波数において swaying が0, 即ち浮体が全く水平移動を生じない状態がある。

(ii) heaving motion は roll 及び sway とは無関係に起り、重心位置に関係せず、吃水と浮体幅によってのみ決まる。最大振幅を示す周波数は吃水の大きい程、浮体幅の大きい程小さい。これは吃水の増加と幅の増大と共に浮体質量は大きくなるが、底面に作用する揚圧力が減少することによる。

(iii) rolling motion は浮体幅、吃水、重心位置及び ν^2 によって複雑に変化し、sway と弱い連成運動を行なう。

(iv) 反射率における最も特徴的な事は、吃水が大きくなると、特定の周波数において反射率1 (即ち全反射) 及び0 (即ち無反射) の状態が現われることである。前者においては浮体底面下に流体部分があるに拘らず、波のエネルギーは全く背後に伝わる事がなく、後者においては浮体が存在するに拘らず、すべてのエネルギーが通過してしまうことになる。これは入射波と浮体運動による発生波との振幅及び位相関係により生ずるもので、Fig. 1.26 はほぼ全反射に近い状態が起るときの浮体運動の経過を示すものである。このような反射率における特異性は浮体重心の位置及び ν^2 によって著しく変り、rolling motion の影響が強く利いていることが分る。

(2) 係留浮体の運動と波の変形

浮体を Fig. 1.23 の実線で示すように、バネ常数 K の交叉した弾性索によって係留するときには、バネ常数が小さい場合はその影響は rolling motion に最も大きく現われ sway 及び heave には余り現われないが、バネ常数が大きくなると自由浮体の場合とは著しく様相が変わって来る。

例えば $K/\rho g l = 1.0$, $l/h = 0.5$, $l_0/h_0 = 3.0$ で重心が $\frac{1}{2}gh$ の深さに在るときの sway, heave 及び roll の振幅を示すと Fig. 1.27 (a)(b)(c) のようであり、主な特徴は次のようである。

(i) 自由浮体の場合には連成が弱かった sway と roll とは弾性索により強い連成を示すようになり、又自由浮体の時と全く異った様相を表わし、両者は極めて相似した振幅傾向を示すことになる。そして roll の最大振幅を示す周波数は自由浮体に比べて著しく小さい値に移り、吃水と共にその振幅は大きくなる。またこのようにバネ常数が強くなると重心位置と ν^2 の多少の変化は余り影響を持たないようになる。

(ii) heave は roll 及び sway とは相変らず無関係で、これ等と反対に最大振幅を示す周波数は自由浮体の場合より大きな値に移る。

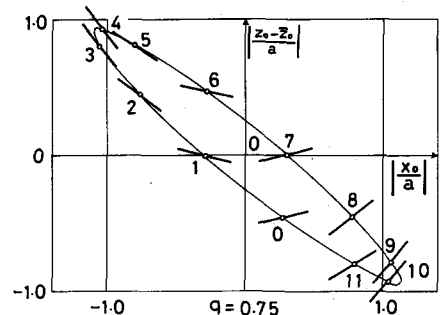


Fig.1.26 Trajectories of Gravity Center and Inclination of Floating Body
 $l/h = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 1.0$, $Z_c/h = -0.75q$, $a/l = 1.0$

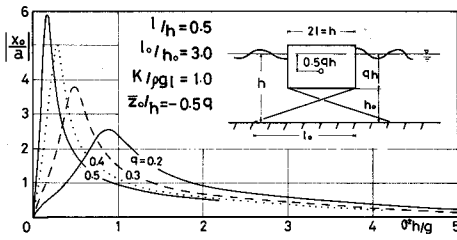


Fig.1.27(a) Swaying Amplitude of Moored Floating Body

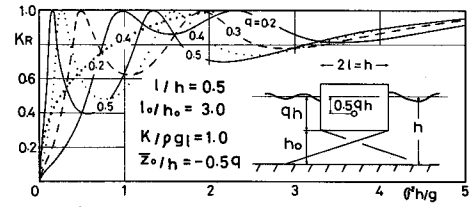


Fig.1.28 Reflection Coefficient of Moored Floating Body

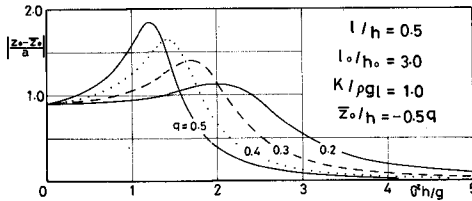


Fig.1.27(b) Heaving Amplitude of Moored Floating Body

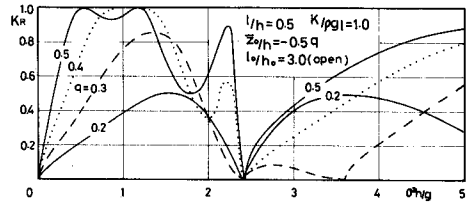


Fig.1.29 Reflection Coefficient of Moored Floating Body

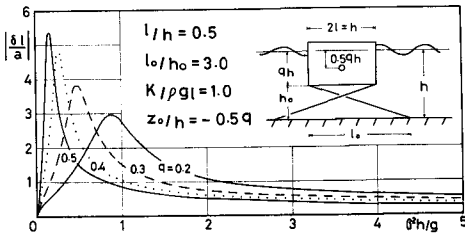


Fig.1.27(c) Rolling Amplitude of Moored Floating Body

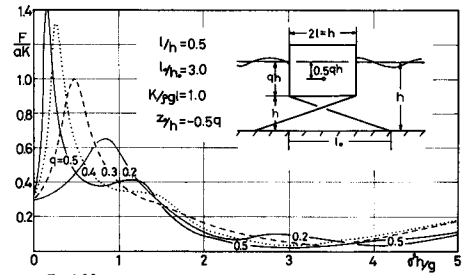


Fig.1.30 Mooring Force to a Spring

(iii) 反射率においても著しい変化が現われ、Fig. 1.28 に示すように、 $\sigma^2 h/g$ の増加と共に急速に 1 に達し、その後振動し乍ら漸次 1 に接近する形を見せている。Fig. 1.5 に示したように固定された矩形物体では、反射率は $\sigma^2 h/g$ の増加と共に単調に増加して 1 に近づくのであるが、弾性索による係留浮体では、固定物体の場合の反射率曲線の周囲を減衰振動し乍ら 1 に近づき、反射率が 0 となることがない。(Fig. 1.28 の太い点線は $\theta = 0.4$ の固定柱体の反射率を示している。)このような反射率の傾向は、浮体を強い弾性索で交叉状に係留することによって、特定波長ではあるが、かなり長い波長の波に対しても、これを全反射させることが出来るようになることを意味するもので、吃水が大きい程長い波長に対応出来ることになる。この事は係留浮体を浮防波堤として利用しようとする場合に注目すべき事柄であって、自由浮体の場合、バネ常数の弱い係留索の場合及びバネ常数が強くても Fig. 1.23 の破線で示すような開放型の係留方式では、Fig. 1.28 に示しような安定した高い反射率を得ることは出来ないものであって、全反射を生ずるような周波数はあっても、別の周波数では反射率が 0 になるというような不安定な反射効果を示すにすぎない。(Fig. 1.29 は同じ条件で、開放型の係留方式を取ったときの反射率を示している。)

従来多くの浮防波堤の研究においては、浮体そのものの形状について種々の工夫を凝らすことが多か

ったようであるが、深海波のように水面附近にエネルギー流束が集中している波に就いては有効であるが、浅海域においては、浮体底面以下にも相当のエネルギー流束があつて Fig. 1.5 に示すような通過率を示す訳であるから、これを浮体の形状を工夫することによって阻止することは出来ない道理である。理論的には上記のような交叉型の係留方式による強い弾性索による浮体運動によって生ずる全反射現象を利用することにより、初めてすべてのエネルギーを阻止し得る可能性が得られる訳である。

(iv) この場合、係留索に作用する力は、Fig. 1.23 に示した入射波側に浮体着力点をもつ索に対して計算すると Fig. 1.30 に示すようで、 $\sigma^2 h/g$ による変化は sway 及び roll の傾向と相似で浮体吃水が大きい程、最大係留力は大きく、またその周波数は sway 及び roll の最大振幅の周波数と同じである。上述の全反射現象が現われる最小の周波数は sway 及び roll の最大振幅を示す周波数と同じであつて、このとき最も大きな係留力を生ずることになる。尚計算結果は示していないが、浮体の背後に着力点をもつ、いま一つの索に対する係留力は上記の係留力よりも常に小さいことになる。

以上述べた矩形断面浮体に関する解析は、円柱座標を用いて円柱状浮体の運動の解析にも適用されるが、ここでは省略することとする。

(尚 Fig. 1.24, 1.27, 1.30 における x_0 , $z_0 - \bar{z}_0$, δ 及び F は、夫々浮体重心の水平、鉛直の移動量、重心周りの回転角、及び係留索に作用する係留力を表わし、 a は入射波の振幅である。)

III 3次元問題

前章では2次元問題として解析された事柄について述べたが、実際構造物は云うまでもなく平面的に種々の配置形状を取るもので、2次元平面波(波峯が無限に長い波)に対しても、構造物の延長の有限性と入射波に対する角度の影響は勿論これを無視することが出来ない。例えば港湾泊地内の波の散乱、種々の形状と配置をもつ防波堤や岸壁或はそれらの組合せによる波の変形、また浮体形状による浮体運動や波の変形の変化などが問題となる。これ等の取扱いには3次元問題としての解析法が必要である。

初めに述べたように、著者はこの問題に対応するために Green 函数を導入することによって、2次元問題の解析法を容易に3次元問題に拡張することの出来る方法を見出した。この方法によって前章に述べたすべての問題は、3次元の場合にも解析することが可能である。ここでは解析法の一例として任意の断面形状をもつ柱状体が水面附近に固定されている場合の解析法を説明し、併せて任意形状の透過及び不透過の島堤と潜堤による波の散乱と矩形浮体の運動についての解析結果を述べることにする。

第1節 水面附近に固定された半没水柱状体による波の変形¹⁰⁾

Fig. 2.1 に示すように x, y 軸を静水面に、 z 軸を鉛直上方に取り、水深 h の海域に閉曲線 D で示される任意形の断面をもち、吃水が gh の柱状体が固定されており、これに対して x 軸と ω の角度をなして周波数 σ の正弦波が入射するとする。流体域を D の外域 I と柱体底面下の D の内域 II とに分け、速度ポテンシャルを夫々 $\Phi_1(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ 及び $\Phi_2(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ とすると Φ_2 は Laplace の方程式

$$\partial^2 \Phi / \partial x^2 + \partial^2 \Phi / \partial y^2 + \partial^2 \Phi / \partial z^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

を満足する。ここで Φ_1 及び Φ_2 に対する水面と水底及び柱体底面と水底の条件は g を重力の加速度として次式で与えられる。

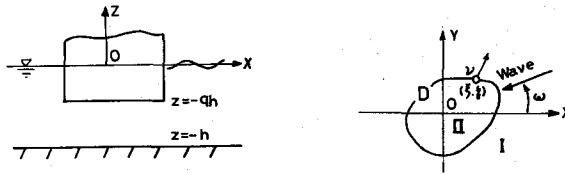


Fig. 2.1 Semi-immersed Cylinder

$$Z=0 \text{ で } \partial\Phi_1/\partial z = \sigma^2\Phi_1/g, \quad Z=-h \text{ で } \partial\Phi_1/\partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

$$Z=-qh \text{ で } \partial\Phi_2/\partial z = 0, \quad Z=-h \text{ で } \partial\Phi_2/\partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

これ等の条件を満足する式 (2.1) の解として次式を仮定する。

$$\Phi_1(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\left\{ f_0(x, y) + f_1(x, y) \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\Phi_2(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \cos \bar{s}(z+qh) \right] \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

ここで ζ_0 は入射波の振幅, $\bar{s} = s\pi/\bar{g}h$ (s は整数, $\bar{g} = 1 - g$) また k 及び k_n は次式の根である。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \sigma^2 h/g, (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

$f_0(x, y)$ は入射波の速度ポテンシャルに対応し, 入射波を $\zeta_1 = \zeta_0 \cos \{k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t\}$ とすると次式の実数部分で与えられる。

$$f_0(x, y) = -ie^{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

式 (2.4) (2.5) を式 (2.1) に代入すれば, $f_1(x, y)$, $f_2^{(n)}(x, y)$ 及び $\varphi_0(x, y)$, $\varphi_s(x, y)$ は夫々次の Helmholtz の方程式を満足すべきこととなる。

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} - \bar{s}^2 \varphi_s = 0 \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

そこで境界線 D 上の点を (ξ, η) , D 以外の任意点を (x, y) で表わし, その距離を $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ とし, $r \rightarrow 0$ で $\log r$ の order の特異性をもち $r \rightarrow \infty$ で Sommerfeld の radiation condition を満足する式 (2.8) (2.9) の特解を Green 函数とし f_1 , $f_2^{(n)}$ に対して $-iH_0^{(1)}(kr)/\pi$, $K_0(k_n r)/\pi$, φ_1 , φ_s に対して $-\log(1/kr)/\pi$, $-K_0(\bar{s}r)/\pi$ を用いると, 任意点 (x, y) における f_1 , $f_2^{(n)}$ 及び φ_0 , φ_s は D 上のそれらの値と D に対する法線微分値により次のように与えられる。 ($H_0^{(1)}$ は第 1 種ハンケル函数, K_0 は変形ベッセル函数である。)

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_D \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(1)}(kr) \right) \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \\ f_2^{(m)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_D \left[f_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n r)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k K_0(k_n r)}{\pi} \right) \bar{f}_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[\varphi_0(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kr}{\pi} \right) - \left(-\frac{k \log 1/kr}{\pi} \right) \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right] ds \\ \varphi_s(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\xi r)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k K_0(\xi r)}{\pi} \right) \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.11)$$

ここで

$$\bar{f}_1(\xi, \eta) = \frac{\partial f_1(\xi, \eta)}{k \partial \nu}, \quad \bar{f}_2^{(m)}(\xi, \eta) = \frac{\partial f_2^{(m)}(\xi, \eta)}{k \partial \nu}, \quad \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) = \frac{\partial \varphi_0(\xi, \eta)}{k \partial \nu}, \quad \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) = \frac{\partial \varphi_s(\xi, \eta)}{k \partial \nu} \dots\dots\dots (2.12)$$

また ν は境界線 D における外向き法線を表わし、積分は D に沿う反時計廻りの線積分である。

式 (2.10) (2.11) において $(x, y) \rightarrow (\xi', \eta')$ の操作を行なうと、Green 函数の特異性により次の積分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\xi', \eta') &= -\int_D \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(1)}(kR) \right) \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \\ f_2^{(m)}(\xi', \eta') &= -\int_D \left[f_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{k K_0(k_n R)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k K_0(k_n R)}{\pi} \right) \bar{f}_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\xi', \eta') &= \int_D \left[\varphi_0(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kR}{\pi} \right) - \left(-\frac{k \log 1/kR}{\pi} \right) \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right] ds \\ \varphi_s(\xi', \eta') &= \int_D \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\xi R)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k K_0(\xi R)}{\pi} \right) \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.14)$$

ここで、 $R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}$

境界線 D を N 個の点によって N 個の短い区間 Δs_j ($j = 1, 2, 3 \dots N$) に分け、各区間の中点 (ξ_j, η_j) における $f_1, \bar{f}_1, \varphi_0, \bar{\varphi}_0 \dots$ の値で区間 Δs_j 上の値を代表させるものとし、

$R_{ij} = \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2}$ とおいて

$$\left. \begin{aligned}
 A_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k R_{ij}) \right) k ds, & \bar{A}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k R_{ij}) \right) ds \\
 B_{ij}^{(m)} &= \int_{\Delta s_j} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) k ds, & \bar{B}_{ij}^{(m)} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) ds \\
 E_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left(-\frac{\log 1/k R_{ij}}{\pi} \right) k ds, & \bar{E}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/k R_{ij}}{\pi} \right) ds \\
 F_{ij}^{(s)} &= \int_{\Delta s_j} \left(-\frac{K_0(\bar{s} R_{ij})}{\pi} \right) k ds, & \bar{F}_{ij}^{(s)} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\bar{s} R_{ij})}{\pi} \right) ds
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.15)$$

とおくと、積分方程式 (2.13) (2.14) は次のように $f_1(\xi_j, \eta_j)$ と $\bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)$, ... 等に関する 1 次方程式に書き直される。

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij}^{(0)} f_1(\xi_j, \eta_j), \quad \sum_{j=1}^N B_{ij}^{(m)} \bar{f}^{(m)}(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij}^{(m)} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \dots\dots\dots (2.16)$$

$$\sum_{j=1}^N E_{ij} \bar{\varphi}_0(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \beta_{ij}^{(0)} \varphi_0(\xi_j, \eta_j), \quad \sum_{j=1}^N F_{ij}^{(s)} \bar{\varphi}_s(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \beta_{ij}^{(s)} \varphi_s(\xi_j, \eta_j) \dots\dots\dots (2.17)$$

ここで

$$\alpha_{ij}^{(0)} = \delta_{ij} + \bar{A}_{ij}, \quad \alpha_{ij}^{(m)} = \delta_{ij} + \bar{B}_{ij}^{(m)}, \quad \beta_{ij}^{(0)} = -\delta_{ij} + \bar{E}_{ij}, \quad \beta_{ij}^{(s)} = -\delta_{ij} + \bar{F}_{ij}^{(s)} \dots\dots\dots (2.18)$$

δ_{ij} はクロネッカーの delta で $\delta_{ii} = 1$, $\delta_{ij} = 0$ である。式 (2.16) (2.17) により, $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(n)}$ 及び $\bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$ は夫々 $f_1, f_2^{(n)}$ 及び φ_0, φ_s による 1 次式で次のように表わされる。

$$\bar{f}_1(i) = \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(0)} f_1(j), \quad \bar{f}_2^{(n)}(i) = \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j), \quad \bar{\varphi}_0(i) = \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(0)} \varphi_0(j), \quad \bar{\varphi}_s(i) = \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j) \dots\dots\dots (2.19)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 M_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\Delta(0)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(0)} \Delta_{ki}^{(0)}, & M_{ij}^{(n)} &= \frac{1}{\Delta(n)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(n)} \Delta_{ki}^{(n)}, & N_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\nabla(0)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(0)} \nabla_{ki}^{(0)} \\
 N_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{\nabla(s)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(s)} \nabla_{ki}^{(s)}, & f(i) &= f(\xi_i, \eta_i), & f(j) &= f(\xi_j, \eta_j)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.20)$$

$\Delta(0)$, $\Delta(n)$ 及び $\nabla(0)$, $\nabla(s)$ は夫々 A_{ij} , $B_{ij}^{(n)}$ 及び E_{ij} , $F_{ij}^{(s)}$ により作られる行列式で $\Delta_{ki}^{(0)}$, $\Delta_{ki}^{(n)}$ 及び $\nabla_{ki}^{(0)}$, $\nabla_{ki}^{(s)}$ は夫々の行列式の第 k 行第 i 列を除いたものに $(-1)^{k+i}$ を乗じたもの (余因子) を表わす。

外域と内域の幾何学的境界面上の任意点 (ξ, η, z) においては, $0 \geq z \geq -gh$ では境界面 D への法線方向の流速は 0 であり, また $-gh \geq z \geq -h$ では各流体域の運動による質量流束とエネルギー流束の連続性が成り立たねばならない。従って次の条件が満足されねばならない。

$$\left. \begin{aligned} 0 \geq z \geq -gh \text{ で } \partial \Phi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu &= 0 \\ -gh \geq z \geq -h \text{ で } \partial \Phi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu &= \partial \Phi_2(\xi, \eta, z) / \partial \nu, \Phi_1(\xi, \eta, z) = \Phi_2(\xi, \eta, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.21)$$

上式に式 (2.4) (2.5) を代入して次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \{ \bar{f}_0(\xi, \eta) + \bar{f}_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = 0 \quad (0 \geq z \geq -gh) \\ = \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) \quad (-gh \geq z \geq -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.22)$$

$$\left. \begin{aligned} \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = \varphi_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(\xi, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) \quad (-gh \geq z \geq -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.23)$$

式 (2.22) の各項に $\cosh k(z+h)$ 又は $\cos k_n(z+h)$ を乗じて $0 \geq z \geq -h$ における積分を行ない, また式 (2.23) の各項に $\cos \bar{s}(z+gh)$ を乗じて $-gh \geq z \geq -h$ における積分を行なうと, これ等函数系の直交性により次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \left[\bar{\varphi}_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{\varphi}_s(\xi, \eta)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \right] - \bar{f}_0(\xi, \eta) \\ \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \left[\bar{\varphi}_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\bar{\varphi}_s(\xi, \eta)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \right], (n=1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.24)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \\ \frac{1}{2} \varphi_s(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{f_2^{(n)}(\xi, \eta)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \quad (s=1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.25)$$

ここで

$$\lambda_0 = kh, \bar{\lambda}_0 = \bar{q}\lambda_0, \lambda_n = k_n h, \bar{\lambda}_n = \bar{q}\lambda_n, N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sinh 2\lambda_n} \right)$$

式 (2.19) を式 (2.24) に代入し、また φ_0, φ_s を消去すると f_1 と $\bar{f}_2^{(n)}$ に関する次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[\left(a_o^{(0)} K_{oij} - M_{ij}^{(0)} \right) f_1(j) + \sum_{r=1}^{\infty} a_r^{(0)} K_{oij} f_2^{(r)}(j) \right] &= \bar{f}_0(i) - \sum_{j=1}^N a_o^{(0)} K_{oij} f_0(j) \\ \sum_{j=1}^N \left[\left(a_o^{(n)} K_{oij} f_1(j) - M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j) + \sum_{r=1}^{\infty} a_r^{(n)} K_{rij} f_2^{(r)}(j) \right) \right] &= - \sum_{j=1}^N a_o^{(n)} K_{oij} f_0(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.26)$$

($n = 1, 2, 3 \dots\dots$)

上式で

$$\left. \begin{aligned} a_o^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} & a_r^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r \cos \lambda_r} & a_o^{(n)} &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \\ a_r^{(n)} &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r \cos \lambda_r}, & K_{oij}^{(0)} &= N_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 N_{ij}^{(s)}}{\{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2\}^2} \\ K_{oij}^{(n)} &= N_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 N_{ij}^{(s)}}{\{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2\} \{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2\}}, & K_{rij}^{(n)} &= N_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 N_{ij}^{(s)}}{\{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2\} \{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_r)^2\}} \end{aligned} \right\} (2.27)$$

式 (2.4) 及び (2.5) において、級数項を夫々第 n^* 項及び第 s^* 項まで取るものとすれば、式 (2.26) は N ケの点 (ξ_i, η_i) について成立する $(n^*+1) \cdot N$ ケの未知数 $f_1, f_2^{(n)}$ に関する $(n^*+1) \cdot N$ ケの連立方程式を与えるから、これを解いて点 (ξ_i, η_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) における $f_1, f_2^{(n)}$ が求められ、式 (2.25) により φ_0, φ_s 、また式 (2.19) により $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(n)}, \bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$ が計算される。こうして外域及び内域の任意点 (x, y) における $f_1, f_2^{(n)}$ 及び φ_0, φ_s は式 (2.10) (2.11) により次式で計算される。

$$f_1(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left[\bar{A}_{xj} f_1(j) - A_{xj} \bar{f}_1(j) \right], \quad f_2(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left[\bar{B}_{xj} f_2^{(n)}(j) - B_{xj} \bar{f}_2^{(n)}(j) \right] \dots\dots\dots (2.28)$$

$$\varphi_0(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left[\bar{E}_{xj} \varphi_0(j) - E_{xj} \bar{\varphi}_0(j) \right], \quad \varphi_s(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left[\bar{F}_{xj}^{(s)} \varphi_s(j) - F_{xj}^{(s)} \bar{\varphi}_s(j) \right], \dots\dots\dots (2.29)$$

かくして式 (2.4) (2.5) の速度ポテンシャルが決まり、流体運動は確定するが、それ等の級数項が収束するためには n^* 及び s^* は次式で与えられる n_0 及び s_0 より大きな整数値を取らねばならない。

$$n_o = \frac{1.9432}{\Delta s/h} \quad S_o = \frac{1.9432}{\Delta s/\bar{q}h} (= \bar{q}n_o) \quad \dots\dots\dots (2.30)$$

ここで Δs は境界線 D を分割したときの最小の長さである。また式 (2.7) により式 (2.26) の右辺 $f_o(j)$ 及び $\bar{f}_o(j)$ は次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} f_o(j) &= -i e^{-i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)} \\ \bar{f}_o(j) &= \frac{\Delta \xi_j \sin \omega - \Delta \eta_j \cos \omega}{\Delta S_j} \cdot e^{-i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.31)$$

こうして速度ポテンシャルが決まると、外域における波の振幅と入射波の振幅 ζ_o の比 K_d は次式で計算される。

$$K_d = |f_o(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y)| \quad \dots\dots\dots (2.32)$$

柱状体側面と底面に作用する流体圧力 p_1 及び p_2 は次のようである。

$$\frac{p_1}{\rho g \zeta_o} = i \left[\{f_o(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2.33)$$

$$\frac{p_2}{\rho g \zeta_o} = i \left[\varphi_o(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \right] e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2.34)$$

故に内域を M ケの微小面積 ΔA_r ($r=1, 2, 3, \dots, M$) に分割し、各々の中央点の座標を (x_r, y_r) とすると、 x, y, z の正方向に作用する流体力の合力 P_x, P_y, P_z は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_x}{\rho g \zeta_o h^2} &= -\frac{i e^{-i\omega t}}{\lambda_o} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_o - \sinh \bar{\lambda}_o}{\lambda_o \cosh \lambda_o} \{f_o(j) + f_1(j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \eta_j \\ \frac{P_y}{\rho g \zeta_o h^2} &= \frac{i e^{-i\omega t}}{\lambda_o} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_o - \sinh \bar{\lambda}_o}{\lambda_o \cosh \lambda_o} \{f_o(j) + f_1(j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \xi_j \\ \frac{P_z}{\rho g \zeta_o h^2} &= \frac{i e^{-i\omega t}}{\lambda_o^2} \sum_{r=1}^M \left[\varphi_o(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r) \right] \cdot k^2 \Delta A_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.35)$$

また点 $(0, 0, \bar{z}_o)$ を通り、 x, y, z 軸に平行な軸に関する流体力の回転モーメントは次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned}
\frac{T_x}{\rho g \zeta_o h^3} &= -i \frac{e^{-i\sigma t}}{\lambda_o} \left[\sum_{j=1}^N \left\{ B_o(f_o(j) + f_i(j)) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \xi_j \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\lambda_o^2} \sum_{r=1}^M \left\{ \varphi_o(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r) \right\} k y_r \cdot k^2 \Delta A_r \right] \\
\frac{T_y}{\rho g \zeta_o h^3} &= -i \frac{e^{-i\sigma t}}{\lambda_o} \left[\sum_{j=1}^N \left\{ B_o(f_o(j) + f_i(j)) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \eta_j \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\lambda_o^2} \sum_{r=1}^M \left\{ \varphi_o(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r) \right\} k x_r \cdot k^2 \Delta A_r \right] \\
\frac{T_z}{\rho g \zeta_o h^3} &= i \frac{e^{-i\sigma t}}{\lambda_o^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\sinh \lambda_o - \sinh \bar{\lambda}_o}{\lambda_o \cosh \lambda_o} (f_o(j) + f_i(j)) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(j) \right\} k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j)
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.36)$$

ここで

$$B_o = \{q \lambda_o \sinh \bar{\lambda}_o + \cosh \bar{\lambda}_o - \cosh \lambda_o - k \bar{z}_o (\sinh \lambda_o - \sinh \bar{\lambda}_o)\} / \lambda_o^2 \cosh \lambda_o$$

$$B_n = \{q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n - k_n \bar{z}_o (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n)\} / \lambda_n^2 \cos \lambda_n$$

$$\Delta \xi_j = (\xi_{j+1} - \xi_{j-1})/2, \quad \Delta \eta_j = (\eta_{j+1} - \eta_{j-1})/2, \quad \Delta S_j = \sqrt{(\Delta \xi_j)^2 + (\Delta \eta_j)^2}$$

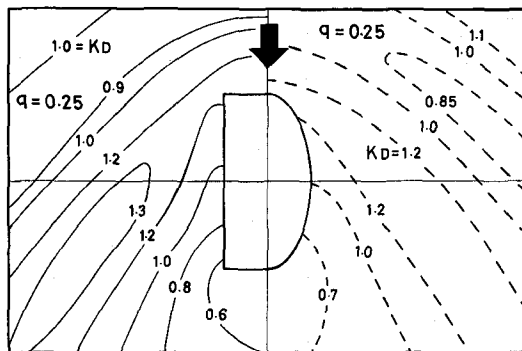


Fig.2.2 Distribution of KD for Ellipse & Rectangle (Semi - immersed)

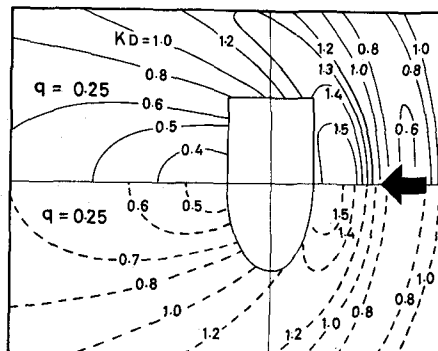


Fig.2.3 Distribution of KD for Ellipse and Rectangle (Semi - immersed)

Fig. 2.2, 2.3 は上記の計算法によって x , y 軸の半径を夫々 a 及び b とする楕円形と, x , y 軸の辺長を夫々 $2a$ 及び $2b$ とする矩形の断面において, $a/b=0.5$ とするような柱状体が, $b/h=2.5$ という水深に在って $\theta=0.25$ の吃水状態にある場合, 計算点 $N=16$, $n^*=4$, $s^*=3$ として, $\sigma^2 h/g = 0.5$ の波に対して波高分布 K_d を式 (2.32) によって計算し, x/L 及び y/L を軸としてその分布を示したものである。(L は水深 h における波長である。) これ等の図によれば, 予期されるように隅角のない楕円では矩形よりも波の反射が少く, 背後への回折波が大きいこと, また吃水が小さければ反射が少く, 回折が大きいことが分る。

この柱状体に作用する流体圧力の合力を式 (2.35) によって計算し, また柱状体の底面中心 ($0, 0, -gh$) に関する流体力のモーメントを式 (2.36) により計算すると Table 2.1 のようである。この表では,

$P/\rho g \zeta_0 h^2 = |P/\rho g \zeta_0 h^2| \cos(\sigma t + \varepsilon)$ と表わしたときの $|P/\rho g \zeta_0 h^2|$ を *abs.* (絶対値), ε を *arg.* (偏角) として表わし, P_z 及び T_x の値以外は式 (2.35) (2.36) と反対向き

の値を示している。例えば $\theta=0.5$, $\omega=0^\circ$ の場合は入射波は $\zeta_i = \zeta_0 \cos(kx + \sigma t)$ で表わされるが, このとき矩形柱体に対する x の負方向 (波の進行方向) への水平力と z の正方向 (上向き) の揚圧力及び柱体底面中心に関する y 軸の反時計廻りのモーメントは夫々表によって次のようである。

$$P_x = 4.54 \rho g \zeta_0 h^2 \cos(\sigma t - 0.441\pi), \quad P_z = 8.66 \rho g \zeta_0 h^2 \cos(\sigma t - 0.251\pi) \\ T_y = 3.62 \rho g \zeta_0 h^3 \cos(\sigma t - 0.441\pi)$$

従って柱体中心 $x=0$ における入射波の位相に比べて, 水平力とモーメントは約 79° , 揚圧力は約 45° おくれてその最大値が現われることになる。

Table-1 の結果では次のような特徴が見られる。

- (i) 吃水が小さくなると水平力は減少し, 揚圧力は増加する。
- (ii) 一般的には, 隅角部のない楕円柱の方が水平力も揚圧力も小さいと考えるのが常識のように思われるが, 吃水及び波の進行方向によっては必ずしもそうではなく, 楕円柱の方が矩形柱よりも大きい波力をうけることがある。
- (iii) 水平力と対応するモーメント (P_x と T_y , P_y と T_x) とはその最大値は同じ位相をもって現われる。

上述の事柄は楕円と矩形の場合についてだけ示したが, 円柱の場合は, 前章末尾に述べた円柱浮体⁽⁶⁵⁾の特別の場合として容易に計算されるし, 楕円の場合は合田等⁽⁶⁷⁾の Mathieu 函数による解析解がある。しかし本節の方法ではそれ等を含めた一般の断面形について計算することが出来, また種々の境界条件の場合, 或は複数個の柱体の組合せについても応用することが出来るのである。

Table-2.1 Total Forces and Moments to Semi-immersed Cylinder

Incident Angle	Shape	$\sigma^2 h/g = 0.5, \quad b/h = 2.5, \quad kb = 1.930, \quad a/b = 0.5, \quad q = 0.5$											
		$F(x)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(y)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(z)/\rho g \zeta_0 h^2$		$T(y)/\rho g \zeta_0 h^3$		$T(z)/\rho g \zeta_0 h^3$			
		Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.
0°	Ellipse	3.78	-0.439 π	0	0	6.05	-0.242 π	0	0	3.62	-0.438 π	0	0
	Rectangle	4.54	-0.441 π	0	0	8.66	-0.251 π	0	0	5.46	-0.441 π	0	0
45°	Ellipse	2.20	-0.438 π	1.60	-0.547 π	4.96	-0.238 π	4.69	-0.549 π	2.20	-0.440 π	1.80	0.029 π
	Rectangle	2.57	-0.435 π	1.21	-0.626 π	5.73	-0.280 π	7.98	-0.610 π	3.13	-0.436 π	2.89	0.032 π
90°	Ellipse	0	0	1.81	-0.555 π	3.99	-0.233 π	5.85	-0.552 π	0	0	0	0
	Rectangle	0	0	1.56	-0.602 π	3.62	-0.317 π	8.94	-0.605 π	0	0	0	0
$\sigma^2 h/g = 0.5, \quad b/h = 2.5, \quad kb = 1.930, \quad a/b = 0.5, \quad q = 0.25$													
0°	Ellipse	1.69	-0.491 π	0	0	6.25	-0.232 π	0	0	2.65	-0.491 π	0	0
	Rectangle	1.75	-0.513 π	0	0	8.36	-0.277 π	0	0	4.39	-0.513 π	0	0
45°	Ellipse	0.978	-0.494 π	0.780	-0.571 π	5.12	-0.241 π	4.42	-0.573 π	1.62	-0.494 π	0.768	0.009 π
	Rectangle	0.890	-0.521 π	0.910	-0.605 π	6.42	-0.282 π	7.06	-0.613 π	2.44	-0.519 π	1.12	0.003 π
90°	Ellipse	0	0	0.890	-0.580 π	4.13	-0.251 π	5.45	-0.576 π	0	0	0	0
	Rectangle	0	0	0.923	-0.631 π	4.82	-0.294 π	8.67	-0.616 π	0	0	0	0

第2節 水底に固定された全没水柱状体による波の変形¹⁰⁾

前節と異り、Fig. 2.4 のように柱体が海底に固定され、その頂部が完全に没水している場合は、領域Ⅱの速度ポテンシャルを

$$\Phi_2(x, y, z) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \left[g_1(x, y) \frac{\cosh k'(z+gh)}{\cosh k'qh} + \sum_{m=1}^{\infty} g_2^{(m)}(x, y) \frac{\cos k'_m(z+qh)}{\cos k'_m qh} \right] \dots\dots\dots (2.37)$$

とおき、 k' 及び k'_m は式 (2.6) で h の代りに qh とおいた場合の根を用い、前節と同様の手続きで計算を行なうことが出来る。

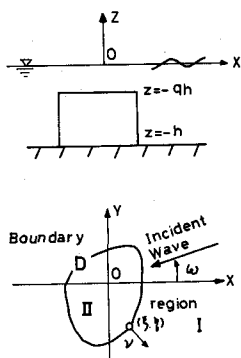


Fig. 2.4 Submerged Cylinder

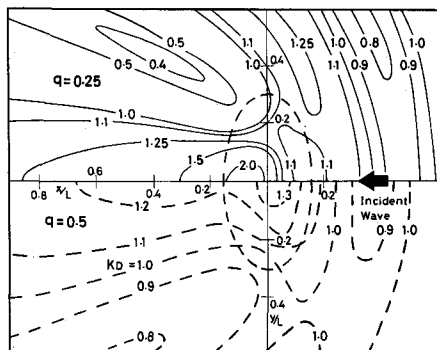


Fig. 2.5 Distribution of KD for Ellipse (Submerged)

Fig. 2.5, 2.6 は前節と同じ条件の柱体について $q=0.25$ 及び 0.5 の場合の波高分布を計算したものである。これ等によると波高分布の特徴は次のように考えられる。

(i) 孤立した柱状体による波の回折によって、堤上水域に波高の増大が現われる。この増大率は堤上水深が小さい程、また $\omega=0^\circ$ のときよりも $\omega=90^\circ$ のときの方が大きい。即ち堤上が浅く、断面の長い方からの入射波に対して波高はより著しく増幅される。

(ii) 矩形と楕円では矩形の方が波高増大が著しい。また半径 b の円柱について計算すると、波高増大は円柱の場合が最も少い。

(iii) $\sigma^2 h/g$ が大きい場合を計算すると、波長が短い波では波高分布はより複雑になるが、増大率には大きな変化はない。

このような柱体上面水域での波高の増大は、柱体側面による波の回折によって入射波の波峯に沿う流れが起り、これが柱体上の水域に集中して水面変動を増幅させることによるもので、孤立した潜堤や浅瀬での碎波の発生の主因をなすものである。

Fig. 2.7, 2.8 は水路実験による測定値と計算値を示すもので、この場合水路側壁の影響があるに拘らず、両者の傾向は良く一致していると考えられる。

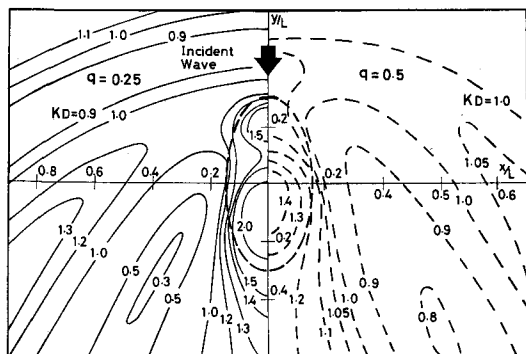
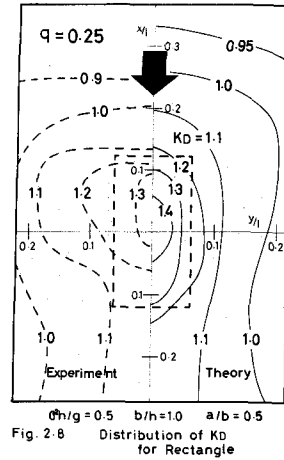
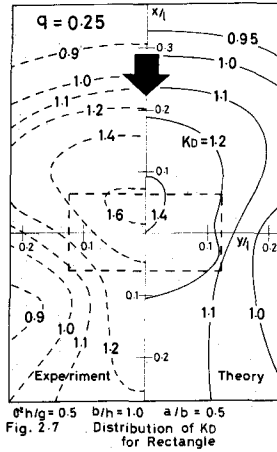


Fig. 2.6 Distribution of KD for Ellipse (Submerged)



第3節 透過及び不透過防波堤による波の変形⁽¹⁹⁾

前節の柱状体の上面が水面より高くなると不透過防波堤となり、更にそれが透過性物質より成るときは透過性防波堤となる。前者の場合は領域Ⅱはなくなり、外域Ⅰの速度ポテンシャル $\phi_1(x, y, z)$ は式(2.4)において最終項が消え ($f_2^{(n)}(x, y) = 0$) $f_1(x, y)$ のみが未知函数として残り、境界面 D においては $\partial\phi/\partial\nu = 0$ の条件だけを考えれば良く、 f_1 を決める連立方程式は式(2.26)の代りに次のように極めて簡単な形になる。

$$f_1(i) + \sum_{j=1}^N \bar{A}_{ij} f_j(j) = - \sum_{j=1}^N A_{ij} \bar{f}_0(j) \quad \dots\dots\dots (2.38)$$

また、透過堤体の場合は式(2.4)を $\phi_1(x, y, z)$ とし、第二章第4節に述べたと類似の方法で

$$\bar{k}_s h \tanh \bar{k}_s h = \left(1 + i \frac{V\mu}{\sigma} \right) \cdot \frac{\sigma^2 h}{g}, \quad (s = 1, 2, 3 \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (2.39)$$

の根としての $\bar{k}_s$ (複素数) を用いて内域Ⅱの速度ポテンシャルを

$$\phi_2(x, y, z) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \sum_{s=1}^{\infty} f_s^{(2)}(x, y) \frac{\cosh \bar{k}_s(z+h)}{\cosh \bar{k}_s h} \quad \dots\dots\dots (2.40)$$

として計算される。

Fig. 2.9, 2.10 は前節のような楕円と矩形において $b/h = 2.5$, $a/b = 0.2$ として $\sigma^2 h/g = 1.0$, $\omega = 0^\circ$ の波に対する波高の分布を示すもので、実線は不透過堤に対するもの、破線は $V = 0.5$, $\mu/\sigma = 2.0$ とした場合の透過堤に対するもので、予想されるように隅角部のある矩形の場合が、堤前の反射が大きく、背後の回折波は小さい。また堤前面での等 K_d 線の分布を見ると、有限長の堤体による反射波が堤体から離れると共に波高が減衰し乍ら拡散して行く様子が見られ、透過堤においてこれが速かに起ることが分る。

これ等の結果は広い海域に堤体が置かれているときのことであるが、造波水路の場合のように両側が平行な鉛直壁で制限されているときなどにも同様の解析を行なうことが出来る。Fig. 2.11 はこのような場合に対する $b/h = 1.0$, $a/b = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 0.5$ の条件での不透過堤による波高分布の計算値

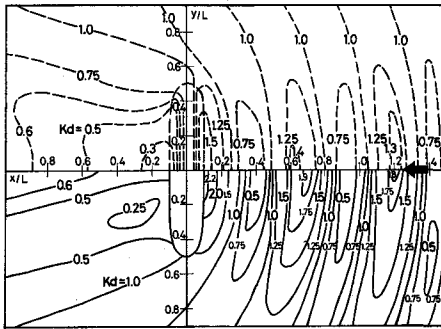


Fig. 2.9 Distribution of K_d for Ellipse

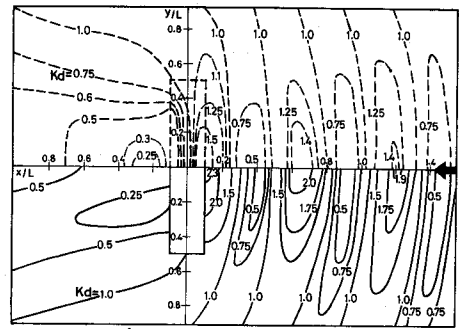


Fig. 2.10 Distribution of K_d for Rectangle

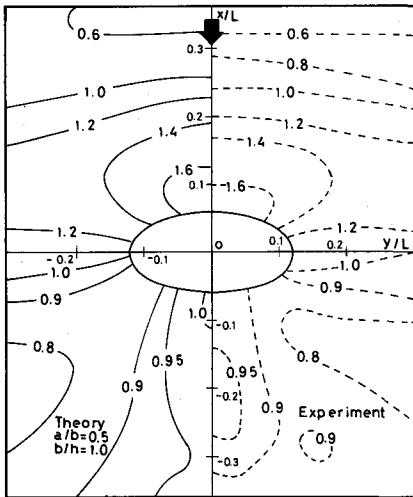


Fig. 2.11 $\sigma^2 h/g = 0.5$, K_d for Impermeable Ellipse

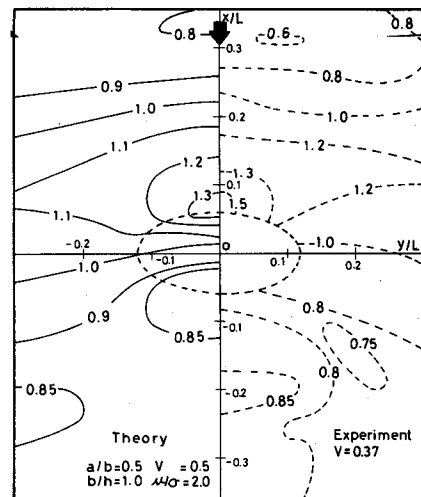


Fig. 2.12 $\sigma^2 h/g = 0.5$, K_d for Permeable Ellipse

(実線)と実測値(破線)を示しており両者の一致は良好である。Fig. 2.12 は透過堤に対するものである。この場合実験水路は幅 1 m, 深さ $h = 20$ cm とし, 金網に合掌ブロック模型を入れ平均空隙率を 0.63 とした楕円柱を用いている。

計算条件と実験条件 (V と μ/σ に関する) との不一致によって必ずしも良好な一致とは云えないが, 傾向は良く表わされていると云えよう。

第 4 節 矩形浮体の 3 次元自由運動

本節では矩形浮体が波によって自由運動を行なう場合についての取扱いの要点を述べる。これは前章第 6 節の場合を 3 次元運動に一般化したもので, ここでは簡単のため係留力のない自由運動とする。

矩形浮体は Fig. 2.13 に示すように x 及び y 軸の辺長を夫々 $2a$, $2b$ とし, 吃水は gh , 静止時の重心位置を $(0, 0, z_0)$ とする。入射波 $\zeta_1 = \zeta_0 \cos\{k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t\}$ によって運動中の時刻 t には, 重心は (x_0, y_0, z_0) に在り, 更に x , y , z 軸に関して角度 δ_1 , δ_2 , δ_3 の回転を行なうものとする。それ等の変位及び角度振幅を夫々 ξ^* , η^* , ζ^* 及び ω_1^* , ω_2^* , ω_3^* とすると

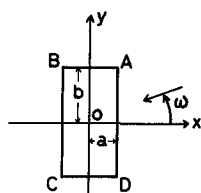


Fig. 2.13 Rectangular Floating Body

$$\left. \begin{aligned} x_o &= \xi^* e^{-i\sigma t}, & y_o &= \eta^* e^{-i\sigma t}, & \bar{z}_o &= \bar{z}_o + \zeta^* e^{-i\sigma t} \\ \delta_1 &= \omega_1^* e^{-i\sigma t}, & \delta_2 &= \omega_2^* e^{-i\sigma t}, & \delta_3 &= \omega_3^* e^{-i\sigma t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.41)$$

である。

第1節と同様に外域Ⅰと内域Ⅱの速度ポテンシャルを夫々 $\Phi_1(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ 及び $\Phi_2(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ とすると、式(2.41)で表わされる運動によって、浮体側面と底面では次のような運動学的境界条件が成立せねばならない。

浮体側面 DA , BC 及び AB , CD においては夫々

$$\left. \begin{aligned} x = \pm a \text{ で } \partial\Phi_1/\partial x &= -i\sigma\{\xi^* - \omega_3^* y + \omega_2^*(z - \bar{z}_o)\} \\ y = \pm b \text{ で } \partial\Phi_1/\partial y &= -i\sigma\{\eta^* + \omega_3^* x - \omega_1^*(z - \bar{z}_o)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.42)$$

底面では

$$z = -qh \text{ で } \partial\Phi_2/\partial z = -i\sigma\{\zeta^* - \omega_2^* x + \omega_1^* y\} \dots\dots\dots (2.43)$$

$\Phi_1(x, y, z)$ は第1節と同じく式(2.4)で表わされるが、内域Ⅱに対しては、式(2.5)の外に条件式(2.43)を満足するように附加項を加えて、 $\Phi_2(x, y, z)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi_2(x, y, z) = & \frac{g\zeta_o}{\sigma} \left[\varphi_o(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \cos \bar{s}(z + qh) + i \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left\{ \left(-\frac{\zeta^*}{\zeta_o} - \frac{\omega_1^* y}{\zeta_o} + \frac{\omega_2^* x}{\zeta_o} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{2\zeta^*}{\zeta_o} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_o} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_o} \right) \left(\frac{x^2 + y^2}{h^2} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (2.44) \end{aligned}$$

故に浮体側面と底面に作用する流体圧力 P_1 と P_2 は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{\rho g \zeta_o} &= i \left[\{f_o(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] e^{-i\sigma t} \\ \frac{P_2}{\rho g \zeta_o} &= i \left[\varphi_o(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) + i \frac{\bar{q}}{2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left\{ \frac{\zeta^*}{\zeta_o} + \left(2 \frac{\zeta^*}{\zeta_o} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_o} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_o} \right) \left(\frac{x^2 + y^2}{4\bar{q}^2 h^2} - 1 \right) \right\} \right] e^{-i\sigma t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.45)$$

浮体境界面（矩形周辺）を N 本の点で分割し、第 1 節と同じ Green 関数を用いて $f_1, f_2^{(n)}, \varphi_0, \varphi_s$ を展開すると式 (2.19), (2.20) の関係が成立し、また浮体底面を x, y 軸に関して対称に M 本の小面積 Δa_p ($p=1, 2, 3 \dots M$) に分割し、各々の中心点を (x_p, y_p) として

$$\left. \begin{aligned} \gamma_j &= \sum_{p=1}^M E_{pj} k^2 \Delta a_p, & \delta_j^{(s)} &= \sum_{p=1}^M F_{pj}^{(s)} k^2 \Delta a_p, & \gamma_{jx} &= \sum_{p=1}^M E_{pj} k x_p k^2 \Delta a_p \\ \bar{\gamma}_j &= \sum_{p=1}^M \bar{E}_{pj} k^2 \Delta a_p, & \bar{\delta}_j^{(s)} &= \sum_{p=1}^M \bar{F}_{pj}^{(s)} k^2 \Delta a_p, & \bar{\gamma}_{jx} &= \sum_{p=1}^M \bar{E}_{pj} k x_p k^2 \Delta a_p \\ \delta_{jx}^{(s)} &= \sum_{p=1}^M F_{pj} k y_p k^2 \Delta a_p, & \gamma_{jy} &= \sum_{p=1}^M E_{pj} k y_p k^2 \Delta a_p, & \delta_{jy}^{(s)} &= \sum_{p=1}^M F_{pj}^{(s)} k y_p k^2 \Delta a_p \\ \bar{\delta}_{jx}^{(s)} &= \sum_{p=1}^M \bar{F}_{pj}^{(s)} k x_p k^2 \Delta a_p, & \bar{\gamma}_{jy} &= \sum_{p=1}^M \bar{E}_{pj} k y_p k^2 \Delta a_p, & \bar{\delta}_{jy}^{(s)} &= \sum_{p=1}^M \bar{F}_{pj}^{(s)} k y_p k^2 \Delta a_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.46)$$

また、

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_j^{(0)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\gamma}_j - \sum_{k=1}^N \gamma_k N_{kj}^{(0)} \right), & \Gamma_{xj}^{(0)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\gamma}_{jx} - \sum_{k=1}^N \gamma_{kx} N_{kj}^{(0)} \right), & \Gamma_{yj}^{(0)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\gamma}_{jy} - \sum_{k=1}^N \gamma_{ky} N_{kj}^{(0)} \right) \\ \Lambda_j^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\delta}_{jy}^{(s)} - \sum_{k=1}^N \delta_k^{(s)} N_{kj}^{(s)} \right), & \Lambda_{xj}^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\delta}_{jx}^{(s)} - \sum_{k=1}^N \delta_{kx}^{(s)} N_{kj}^{(s)} \right), & \Lambda_{yj}^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\delta}_{jy}^{(s)} - \sum_{k=1}^N \delta_{ky}^{(s)} N_{kj}^{(s)} \right) \end{aligned} \right\} \dots (2.47)$$

とおき、静水圧による復原力とモーメントを考慮すると浮体に作用する流体圧力の x, y, z 方向の合力 P_x, P_y, P_z 及び重心に関する回転モーメント T_x, T_y, T_z は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -i \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[A_0 \{f_0(j) + f_1(j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \eta_j \cdot e^{-i\omega t} \\ \frac{P_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= i \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[A_0 \{f_0(j) + f_1(j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \xi_j \cdot e^{-i\omega t} \\ \frac{P_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= i \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left[\Gamma_j^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_j^{(s)} \varphi_s(j) \right] e^{-i\omega t} - \frac{4ab}{h^2} \left[\left(\frac{a^2 + b^2}{12\bar{q}h^2} - \frac{\bar{q}}{2} \right) \frac{\sigma^2 h}{g} + 1 \right] \frac{\zeta_o^*}{\zeta_o} e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} (2.48)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_x}{\rho g \zeta_0 h^3} &= -i \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_0 \{f_0(j) + f_1(j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \xi_j - \frac{1}{\lambda_0^2} \left\{ \Gamma_{yj}^{(0)} \varphi_0(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_{yj}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] e^{-i\omega t} \\ &\quad - \frac{a}{h} \left[\frac{1}{2\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left[\frac{9a^2 + 5b^2}{45h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \frac{\sigma^2 h}{g} - 2\bar{q}^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{z}_o}{qh} - \frac{2}{3} \left(\frac{b}{qh} \right)^2 \right\} \right] \frac{\omega_1^* b}{\zeta_o} e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_y}{\rho g \xi_o h^3} &= -i \frac{1}{\lambda_o} \sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_o(f_o(j) + f_i(j)) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \eta_j + \frac{1}{\lambda_o^2} \left\{ \Gamma_{xj}^{(o)} \varphi_o(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_{xj}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] e^{-i \omega t} \\ &\quad - \frac{b}{h} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \left\{ \frac{5a^2 + 9b^2}{45h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} - 2q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{z}_o}{qh} - \frac{2}{3} \left(\frac{a}{qh} \right)^2 \right\} \right] \frac{\omega_i^* a}{\xi_o} e^{-i \omega t} \\ \frac{T_z}{\rho g \xi_o h^3} &= i \frac{1}{\lambda_o^2} \sum_{j=1}^N \left[A_o \left\{ f_o(j) + f_i(j) \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) e^{-i \omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

ここで

$$A_o = (\sinh \lambda_o - \sinh \bar{\lambda}_o) / \lambda_o \cosh \lambda_o, \quad A_n = (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) / \lambda_n \cos \lambda_n$$

また B_o, B_n は式 (2.36) におけると同じである。

浮体の質量を M , 重心に関する慣性モーメントを I_x, I_y, I_z とすると浮体の運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_o}{dt^2} &= P_x, & M \frac{d^2 y_o}{dt^2} &= P_y, & M \frac{d^2 z_o}{dt^2} &= P_z \\ I_x \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= T_x, & I_y \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= T_y, & I_z \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} &= T_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.50)$$

質量 M と慣性モーメントは $\nu_1^2, \nu_2^2, \nu_3^2$ を浮体物質の密度分布による常数として次のようにおくことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} M &= 4\rho abqh, & I_x &= \frac{4}{3} \rho \nu_1^2 ab^3 qh \left\{ 1 + \left(\frac{qh}{2b} \right)^2 \right\} \\ I_y &= \frac{4}{3} \rho \nu_2^2 a^3 bqh \left\{ 1 + \left(\frac{qh}{2a} \right)^2 \right\}, & I_z &= \frac{4}{3} \rho \nu_3^2 ab(a^2 + b^2)qh \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.51)$$

式 (2.50) に式 (2.51) (2.41) 及び (2.48) (2.49) を代入して次の関係式を得る。

$$\sum_{j=1}^N \left[A_o f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \eta_j + i \lambda_o q \frac{4ab}{h^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{\xi^*}{\xi_o} = - \sum_{j=1}^N A_o f_o(j) k \Delta \eta_j \quad \dots\dots\dots (2.52)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[A_o f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k \Delta \xi_j - i \lambda_o q \frac{4ab}{h^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{\eta^*}{\xi_o} = - \sum_{j=1}^N A_o f_o(j) k \Delta \xi_j \quad \dots\dots\dots (2.53)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[\Gamma_j^{(o)} \varphi_o(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_j^{(s)} \varphi_s(j) \right] - i \lambda_o^2 \frac{4ab}{h^2} \left\{ \left(\frac{1+q}{2} - \frac{a^2+b^2}{12\bar{q}h^2} \right) \frac{\sigma^2 h}{g} - 1 \right\} \frac{\zeta^*}{\xi_o} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.54)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_o f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \xi_j - \frac{1}{\lambda_o^2} \left\{ \Gamma_{yj}^{(o)} \varphi_o(j) + \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_{yj}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] \\ &\quad + i \lambda_o \frac{2a}{h} \left[\left\{ \frac{2}{3} q \nu_1^2 \left(\frac{b}{h} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{qh}{2b} \right)^2 \right) - \frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{3a^2 + 5b^2}{15h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right) \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} \right. \\ &\quad \left. + q^2 \left\{ 1 + \frac{2\bar{z}_o}{qh} - \frac{2}{3} \left(\frac{b}{qh} \right)^2 \right\} \right] \frac{\omega_i^* b}{\xi_o} = - \sum_{j=1}^N B_o f_o(j) k \Delta \xi_j \quad \dots\dots\dots (2.55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[\left\{ B_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_2^{(n)}(j) \right\} k \Delta \eta_j + \frac{1}{\lambda_o^2} \left\{ \Gamma_{xj}^{(o)} \varphi_o(j) + \sum_{s=1}^{\infty} A_{xj}^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \right] \\ & + i \lambda_o \frac{2b}{h} \left[\left\{ \frac{2}{3} q \nu_2 \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{qh}{2a} \right)^2 \right) - \frac{1}{4q} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \left(\frac{5a^2 + 3b^2}{15h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \right\} \frac{\sigma^2 h}{g} \right. \\ & \left. + q^2 \left[1 + \frac{2\bar{z}_o}{qh} - \frac{2}{3} \left(\frac{a}{qh} \right)^2 \right] \right] \frac{\omega_2^* a}{S_o} = - \sum_{j=1}^N B_0 f_o(j) k \Delta \eta_j \quad \dots\dots\dots (2.56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[A_0 f_1(j) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_2^{(n)}(j) \right] k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) - i \lambda_o^2 q \nu_2 \cdot \frac{4ab(a^2 + b^2)}{3h^4} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{\omega_2^* h}{g} \\ & = - \sum_{j=1}^N A_0 f_o(j) k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) \quad \dots\dots\dots (2.57) \end{aligned}$$

次に浮体側面 DA , BC での運動学的境界条件式((2.42)の第1式)と, 流体の内, 外域の境界での力学的連続の条件 (mass flux と energy flux の連続) とから, 側面 DA , BC においては次の式が成り立つことになる。(但し上の符号は辺 DA , 下の符号は辺 BC に対応する。)

$$\begin{aligned} & \left\{ \bar{f}_o(\pm a, \eta) + \bar{f}_1(\pm a, \eta) \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\pm a, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ & \left\{ \begin{aligned} & = \mp i \tanh \lambda_o \left[\frac{\xi^*}{\xi_o} - \frac{\omega_2^* h}{\xi_o} \cdot \frac{\eta}{h} + \frac{\omega_2^* a}{\xi_o} \cdot \frac{z - \bar{z}_o}{a} \right], & (0 \geq z \geq -qh) \\ & = \bar{\varphi}_o(\pm a, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{\varphi}_s(\pm a, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) + i \frac{\sigma^2 h/g}{2\bar{q}} \cdot \frac{1}{ka} \left[\left\{ \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 - \frac{3a^2 + \eta^2}{4h^2} \right\} \frac{\omega_2^* a}{\xi_o} \right. \\ & \quad \left. \pm \left(\frac{a}{h} \right)^2 \frac{\xi^*}{\xi_o} \pm \frac{1}{2} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \cdot \frac{\eta}{b} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\xi_o} \right], & (-qh \geq z \geq -h) \end{aligned} \right. \quad \dots\dots\dots (2.58) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{ f_o(\pm a, \eta) + f_1(\pm a, \eta) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\pm a, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ & = \varphi_o(\pm a, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(\pm a, \eta) \cos \bar{s}(z+qh) + i \frac{\sigma^2 h/g}{2\bar{q}} \left[\left\{ \frac{a^2 + \eta^2}{2h^2} - \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right\} \frac{\xi^*}{\xi_o} \right. \\ & \quad \left. + \left\{ \frac{a^2 + \eta^2}{4h^2} - \left(1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right\} \left(\frac{\omega_1^* b}{\xi_o} \cdot \frac{\eta}{b} \mp \frac{\omega_2^* a}{\xi_o} \right) \right], & (-qh \geq z \geq -h) \quad \dots\dots\dots (2.59) \end{aligned}$$

辺 AB 及び CD に対しては, 上式において $f_1(\pm a, \eta)$, $\varphi_o(\pm a, \eta)$, $\varphi_s(\pm a, \eta)$ 等の代りに $f_o(\xi, \pm b)$, $f_1(\xi, \pm b)$ 等とおき, また ω_1^* を ω_3^* , ω_3^* を $-\omega_1^*$, ξ^* を η^* , η^* を $-\xi^*$, a を b , b を $-a$ とおきかえれば良い。

かくして函数 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_n(z+h)$ 及び $\cos \bar{s}(z+qh)$ の直交性を利用して第1節と同様の積分を行ない, 式(2.19) (2.20)を用いると式(2.58) (2.59)から次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[M_{ij}^{(o)} f_1(\pm a, \eta_j) - \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{N_o \sinh \lambda_o} \left\{ N_{ij}^{(o)} \varphi_o(\pm a, \eta_j) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{N_{ij}^{(s)} \varphi_s(\pm a, \eta_j)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_o)^2} \right\} \right] \\ & + \frac{i}{N_o} \left[\pm A_o \lambda_o \frac{\xi^*}{\xi_o} + \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{a}{h} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\cosh \lambda_o} \left(\frac{\xi^*}{\xi_o} + \frac{k\eta_j}{2kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{S_o} \right) + \left\{ \pm \frac{h}{a} \lambda_o B_o - \frac{C_o}{ka} + \frac{1}{q} \left(\frac{3}{8} \frac{a}{h} + \frac{(k\eta_j)^2}{8ka\lambda_o} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\cosh \bar{\lambda}_o} \right\} \frac{\omega^* a}{\xi_o} \mp A_o k \eta_i \frac{\omega^* h}{\xi_o} \Big] = -\bar{f}_o(\pm a, \eta_i), \quad \dots\dots\dots (2.60)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[M_{ij}^{(m)} f_2^{(m)}(\pm a, \eta_j) - \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \bar{\lambda}_n} \left\{ N_{ij}^{(o)} \varphi_o(\pm a, \eta_j) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{N_{ij}^{(s)} \varphi_s(\pm a, \eta_j)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \right\} \right] \\ & - \frac{i}{N_n} \left[\pm \frac{\lambda_n^2}{\lambda_o} A_n \frac{\xi^*}{\xi_o} \mp \frac{1}{2\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \frac{\lambda_n}{ka} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \bar{\lambda}_n} \left(\frac{\xi^*}{\xi_o} + \frac{k\eta_i}{2kb} \frac{\omega_1^* b}{\xi_o} \right) + \left\{ \pm \frac{h}{a} \frac{\lambda_n^2}{\lambda_o} B_n - \frac{C_n}{ka} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\bar{q}} \frac{\lambda_n}{ka} \left(\frac{3}{8} \left(\frac{a}{h} \right)^2 + \frac{(k\eta_i)^2}{8\lambda_o} \right) \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \bar{\lambda}_n} \right\} \frac{\omega_2^* a}{\xi_o} \mp \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_o} \right)^2 A_n k \eta_i \frac{\omega_3^* h}{\xi_o} \right] = 0, (n=1, 2, 3, \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (2.61) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o} f_1(\pm a, \eta_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n} \cdot f_2^{(m)}(\pm a, \eta_i) - \varphi_o(\pm a, \eta_i) \\ & + i \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left[\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{a}{h} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{k\eta_i}{\lambda_o} \right)^2 - \frac{1}{3} \bar{q}^2 \right\} \frac{\xi^*}{\xi_o} + \frac{k\eta_i}{kb} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{k\eta_i}{\lambda_o} \right)^2 - \frac{1}{3} \bar{q}^2 \right\} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\xi_o} \right. \\ & \left. \mp \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{k\eta_i}{\lambda_o} \right)^2 - \frac{1}{3} \bar{q}^2 \right\} \frac{\omega_2^* a}{S_o} - \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o} \cdot f_o(\pm a, \eta_i) \right] \quad \dots\dots\dots (2.62) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o} \cdot \frac{f_1(\pm a, \eta_i)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_o)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n} \cdot \frac{f_2^{(m)}(\pm a, \eta_i)}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_n)^2} - \frac{1}{2} \varphi_s(\pm a, \eta_i) \\ & + i \frac{\bar{q}}{(s\pi)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \left(\frac{\xi^*}{\xi_o} + \frac{k\eta_i}{kb} \cdot \frac{\omega_1^* b}{\xi_o} \mp \frac{\omega_2^* a}{\xi_o} \right) = -\frac{\sinh \bar{\lambda}_o}{\bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o} \cdot \frac{f_o(\pm a, \eta_i)}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_o)^2}, (s=1, 2, 3, \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (2.63) \end{aligned}$$

ここで、

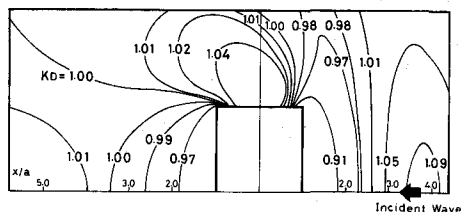
$$C_o = \frac{\bar{\lambda}_o^2 \sinh \bar{\lambda}_o - 2 \bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o + 2 \sinh \bar{\lambda}_o}{2 \bar{\lambda}_o \cosh \bar{\lambda}_o}, \quad C_n = \frac{\bar{\lambda}_n^2 \sin \bar{\lambda}_n + 2 \bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n - 2 \sin \bar{\lambda}_n}{2 \bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n}$$

また辺 AB 及び CD に対しては前述と同様にして示される。

式(2.60)～(2.63)は辺 AB 、 CD に対する類似の式と共に、矩形周边上の N ケの計算点について成立するから、 n 及び s について夫々第 n^* 項、 s^* 項まで取れば、これ等は $(n^* + s^* + 2) \cdot N$ ケの連立方程式を与え、この他に6ケの式(2.52)～(2.57)がある。これに対して未知量は夫々 N ケの $f_1(i)$ 、 $\varphi_o(i)$ 、 $n^* N$ ケの $f_2^{(m)}(i)$ 、 $s^* N$ ケの $\varphi_s(i)$ 、及び6ケの ξ^*/ξ_o 、 η^*/ξ_o 、 ζ^*/ξ_o 、 $\omega_1^* b/\xi_o$ 、 $\omega_2^* a/\xi_o$ 、 $\omega_3^* h/\xi_o$ であるから、式(2.52)～(2.57)及び式(2.60)～(2.63)を連立方程式として解いて、すべての未知量を求めることが出来、速度ポテンシャルは式(2.28) (2.29)により求められ、浮体運動は式(2.41)で決まることになる。(この場合も勿論 n^* 、 s^* は式(2.30)の n_o 、 s_o より大きい値を取らねばならない。)

例として $\sigma^2 h/g = 0.25$ の波に対して $b/h = 2.50$ 、 $b/a = 0.50$ で、吃水が $0.5h$ ($\vartheta = 0.50$)、重心位置が水面から $0.25h$ ($\bar{z}_o/g_h = 0.50$)、 $\nu_1^2 = \nu_2^2 = \nu_3^2 = 1.25$ というような矩形浮体が種々の入射角 ω に対して示す自由運動を計算した結果を示すと次のようである。

$\omega = 0^\circ$ の場合の浮体周辺の波高分布を式(2.32)によって計算した結果は Fig.2.14 のようで、浮体直前(辺 DA の前面)で却って波高は低く、側面(辺 AB 、 CD)で大きいという特徴がある。固定された矩形柱体の場合 Fig.2.3 と比べるとその相異は著しいことが分る。



$\sigma^2 h/g = 0.25$ $Kh = 120$ $b/h = 2.5$ $a/b = 0.5$ $q = 0.5$ $\bar{z}_o/g_h = 0.5$ $\nu_1^2 = \nu_2^2 = \nu_3^2 = 1.25$
Fig.2.14 Distribution of Kd for Rectangular Floating Body

浮体運動の式 (2.41) の実数部分は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_0}{\zeta_0} &= \left| \frac{\xi^*}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t + \varepsilon_1), & \frac{y_0}{\zeta_0} &= \left| \frac{\eta^*}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t + \varepsilon_2), & \frac{z_0 - \bar{z}_0}{\zeta_0} &= \left| \frac{\zeta^*}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t - \varepsilon_3) \\ \frac{\delta_1 b}{\zeta_0} &= \left| \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t + \varepsilon_4), & \frac{\delta_2 a}{\zeta_0} &= - \left| \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t + \varepsilon_1), & \frac{\delta_3 h}{\zeta_0} &= \left| \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \right| \cos(\sigma t - \varepsilon_6) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.64)$$

ここで夫々の振幅 $|\xi^*/\zeta_0|, |\eta^*/\zeta_0|, \dots\dots etc.$ は ω の函数として Fig. 2.15 に示すような値を取る。

これによると、 x 及び y 方向への水平移動量 ξ^*, η^* は夫々 $\omega=0^\circ$ 、及び 90° において最大値及び最小値 0 (又は最小値 0 及び最大値) を示すが、各々の最大値は y 方向の方が大きい。これに対して鉛直移動量 ζ^* は $\omega=0^\circ$ 及び 90° で夫々最大及び最小を示すが、 ω による変化は少く、 $\pm 10\%$ 程度の変化である。即ち長辺方向からの波に対してその方向に最も大きく移動するが、鉛直方向の移動は、波の方向には余り関係しないことが分る。

回転角を見ると x 軸 (又は y 軸) 周りの回転は $\omega=0^\circ$ 及び 90° で夫々最小値 0 及び最大値 (又は最大値及び最小値 0) を示すが、 $a/b=0.5$ であることを考えると、 x 軸に関する最大値の方が y 軸に関する最大値よりもかなり大きく約 3 倍程度となる。また x 軸周りの回転角は $\omega \approx 50^\circ$ 付近で y 軸周りの最大値と同程度の最大値を示す。即ち、長辺方向からの波に対してその向きに最も大きい傾斜を示し、他の方向の波に対してはその $1/3$ 程度以下の傾斜を示すにすぎないことが分る。

尚この場合式 (2.64) の位相角は ω による変化は少く、次のような値を示す。

$$\varepsilon_1 \approx 0.51\pi, \varepsilon_2 \approx (0.48 \sim 0.47)\pi, \varepsilon_3 \approx (0.021 \sim 0.028)\pi, \varepsilon_6 \approx (0.004 \sim 0.005)\pi \dots\dots\dots (2.65)$$

即ち、この浮体では、浮体中心点 ($x=0, y=0$) における水面変動 $\zeta_i = \zeta_0 \cos \sigma t$ に比べて、水平方向の移動は約 90° の位相遅れがあるが、鉛直移動は殆んど位相差はない。また x 軸周りの回転には約 90° の遅れ、 y 軸周りの回転には約 90° の進みがあるが、鉛直軸周りの回転には殆んど位相差はないことが分る。

尚 y 軸方向に無限に長い場合を考え、 $a/h=1.25$ として前章第 6 節の方法で $\omega=0^\circ$ の場合を計算すると

$$|\xi^*/\zeta_0| = 1.82, \quad |\zeta^*/\zeta_0| = 1.19, \quad |\omega_2^* a/\zeta_0| = 0.71$$

$$\text{反射率 } K_R = 0.181, \quad \text{通過率 } K_T = 0.983$$

を得る。これを Fig. 2.15 の $\omega=0^\circ$ の値と比べると、浮体の長さが有限であることによって、無限長の場合の ξ^*, ζ^* 及び ω_2^* の夫々 0.91, 0.97, 及び 0.47 倍となり、何れも運動の振動は小さくなり、特に

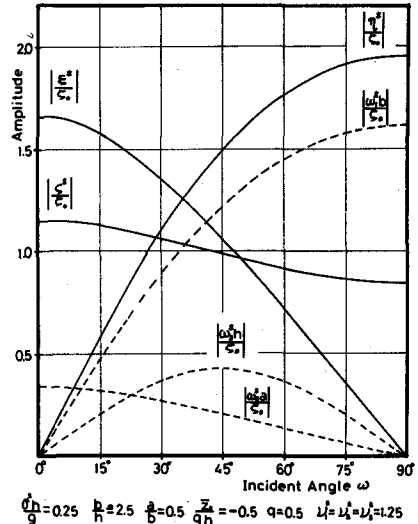


Fig. 2.15 Amplitude of motions for various incident angle

回転においてその差が著しいことが分る。

ここでは矩形浮体についてだけ述べたが、楕円形浮体についても全く同様に計算され、更に弾性索によって係留されている場合についても同様である。これ等の場合については近い将来に発表する予定である。

N む す び

以上速度ポテンシャルの接続法によって比較的容易に計算される問題について著者の取扱った結果を、主として構造物による波の制御という観点から記述して見た。最近提起されている海岸又は海洋の開発、保全の問題に関連して読者諸士のお役に立てば幸である。

参 考 文 献

- (1) 井島武士：“最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用” 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集，土木学会
- (2) 井島，尾崎，江口，小林：“水平板による防波堤と岸壁の理論的研究” 第17回海岸工学講演会論文集，1970，土木学会
- (3) Ijima, T., S.Ozaki, Y.Eguchi and A.Kobayashi：“Breakwater and Quay Wall by Horizontal Plate”，Proc. 12th Coastal Eng. Conference A.S.C.E. 1970
- (4) (1)に同じ
- (5) 井島武士，佐々木富雄：“潜堤の効果に関する理論的研究(I)” 第18回海岸工学講演会論文集 1971，土木学会
- (6) Wiegel, R. L.：“Transmission of Waves past a Rigid Vertical Thin Barrier” J.W.H.Div. Proc. ASCE, vol. 86, 1960
- (7) 井島武士，田淵幹修，湯村やす：“潜堤の効果に関する理論的研究(II)” 第19回海岸工学講演会論文集 1972，土木学会
- (8) 井島武士，江口泰彦，小林彰：“透過性防波堤と岸壁に関する研究” 第18回海岸工学講演会論文集 1971，土木学会
- (9) 井島武士，奥蘭英明，湯村やす，坂井久雄：“遊水部をもつ直立消波防波堤と護岸” 第19回海岸工学講演会論文集，1972，土木学会
- (10) 井島武士：“遊水部をもつ直立消波護岸と防波堤(1)，(2)” 港湾，vol. 49. No. 10 (1972)，vol.49. No.11 (1972)，日本港湾協会
- (11) 井島武士，奥蘭英明，坂井久雄：“2層透過性または遊水部をもつ直立消波護岸の理論と実験” 第20回海岸工学講演会論文集 1973 土木学会
- (12) 井島武士：“直立2層透過性護岸の消波機構” 埋立と浚渫，No.50(1973)，日本埋立浚渫協会
- (13) 日本テトラポッド K.K. 研究所による茨城県依託実験の結果による。昭和49年2月
- (14) 井島武士，田淵幹修，湯村やす：“有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形” 土木学会論文報告集，第202号 1972年6月
- (15) 井島武士，田淵幹修，湯村やす：“有限水深の波による円柱状浮体の運動” 土木学会論文報告集，第206号 1972年10月
- (16) 井島武士，湯村やす，周宗仁，吉田明德：“任意断面の水底及び水面の固定柱状体による波の散乱と波力”

土木学会論文報告集（昭．48年12月投稿）

07 合田良実，高山知司，笹田正：“槽円柱体近似による固定船体に働く波力の理論及び実験”，港研報告，第12巻4号 1973。

08 09に同じ

09 井島武士，周宗仁，湯村やす：“任意形状の透過及び不透過防波堤による波の散乱と流体力”土木学会論文報告集 第225号 1974年5月