

都市河川の水理

村岡 浩爾

1. 概説^{1~6)}

都市河川は「市街化区域にかかる河川、および一定規模以上の開発区域にかかる河川」と定義されている。そして全国3000余の市町村のうち833市町村が都市河川と直接関係している。都市計画法にもとづく市街化区域および市街化調整区域制定の対象市町村は全国で797であるから、このほとんどが都市河川を有しているとみてよいであろう。したがって都市の整備、市街地化、再開発等の事業には常に都市河川が無視できない存在であるとみられる。

一般の自然河川と区別してなぜ都市河川を定義し、特別な扱いをせねばならないのか。これには都市の構造と機能、そしてそれらがどのように変遷し変ぼうして行くかを十分に理解せねばならないが、物理的には単位河川長にぶらさがる人口が多いためにそれだけ治水にも利水にも重要視せざるを得ない河川と考えてよいだろう。こういう河川こそ「河川はみんなのもの」という意識を高めねばならないのに、現実はこれとはうらはらに被害意識が先行したり無責任的、無関心的であったりして、利用者、管理者が同意識で都市河川の理想像を追求するには至っていない。

都市河川の持つ問題点は多い。流出量の増加と対策、低地部被害の防ぎよ、汚濁にかかる問題、開発と調整、農業港湾機能との調整、河川環境の向上など、多岐多様にわたって生起している。これらはいわゆる都市計画を健全に遂行するための総合課題として社会資本を背景に対処せねばならない問題であるが、それと同時に河川は日常的に水の流れが存在することから自然現象との応答性をより深く注目することも必要であろう。すなわち都市の整備・開発の行為と水文水理応答とは調和のとれたものであるべきで、山地河川と違った都市河川特有の調和が的確に判断されなければならない。特に既に窮屈に立つバランスのくずれた都市河川と周辺開発のある地域ではこの検討が大きい問題となろう。一方では河川の水理学的機能を尊重して都市の機能を有效地に発展させ、他方では河川の自然性を尊重することによって地域的にその妥協点を見出だすことが都市河川の理想像を求める姿である。住民の対河川意識、社会資本と技術、河川の自然応答、この三者がそれを考える基本的資料となろう。

2. 都市河川像

2.1 都市河川の背景

多くの都市河川は海との接続点をもつ下流部とみられるが、中小河川では図-1に示すように都市計画区域を縦断するような形で存在し、都市域自体がほとんどその流域となっているものも多い。都市域のうち既成市街地を通る都市河川では、図-2に示したように雨水の地下浸透能力が遮断されるために流出形態が変化することによる多くの問題点を持つ。一般には洪水の貯留能力が減少し、ピーク流量が増大する。また地盤沈下の生じている都市域では、侵水区域の増大により内水問題が一層深刻なものとなる。一方、市街化調整区域の都市開発や規模の大きい宅地開発地域では、農地の宅地化においては流域形態の急激な変ぼうによる農業水路の都市水路への転換問題、またそれに伴なう普通河川の法河川化等政策的な問題が生ずる。また山地、丘陵を含む開発地域では図-3に示すように対処すべき問題発生の要因はいかにも多い。以上の都市再開発および市街地化に抜本的な対策を試みる法的な背景には、都市域に対しては治水緑地事業補助制度による遊水池を考慮した緑地公園の設置推進と、山地丘陵地帯には防災調整池事業補助制度による調整池の建設推進がある。

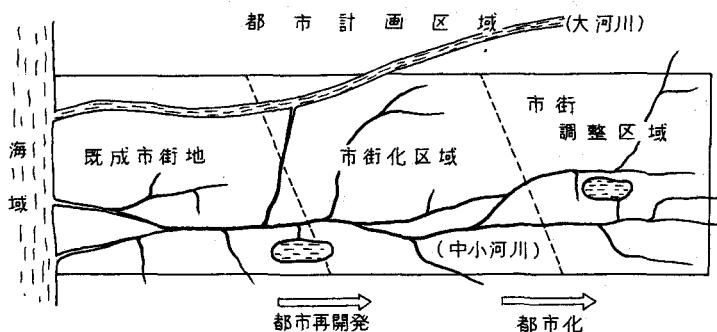


図-1 都市河川の位置

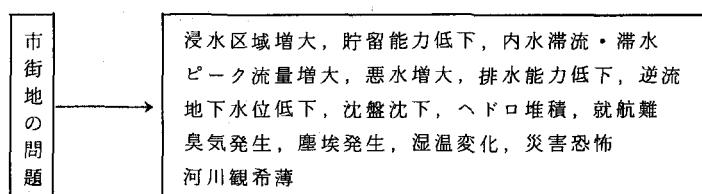


図-2 都市河川の問題発生（その1）

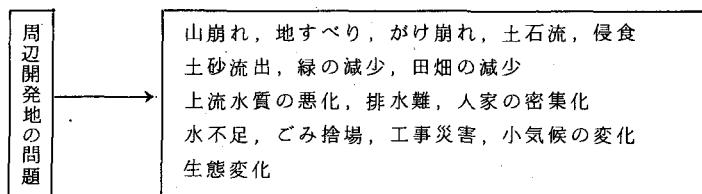


図-3 都市河川の問題発生（その2）

河川の水は水循環の一プロセスとして表現できるが、都市河川の特殊性に鑑み中小の都市河川の環境で水循環をシステム図として表せば図-4のごとくなるであろう。

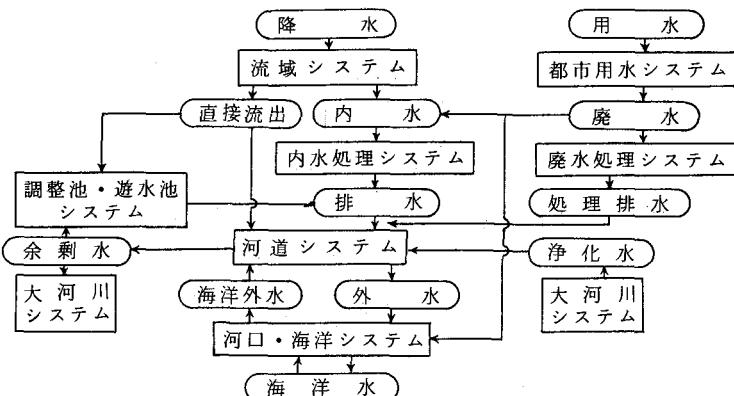


図-4 都市河川のシステム図

これによると都市河川の流出プロセスは降水による流出系と用水による流出系とに分けて考えざるを得ない。これは都市における人間生活の在り方からみて都市河川の機能が複雑化すると共に機能別に循環プロセスが形成されてしまったことを意味する。そして降水による流出系では主として高水時が、用水による流出系では低水時が都市生活に大きな影響を及ぼすことになる。これを具体的な言葉でいえば水量と水質の問題ということになる。もちろんこの考察では包含する問題点を集約的にまとめたものであって高水時と低水時を断定的に区別することは危険である。水質汚染における濃度規制、総量規制の問題がこれに含まれる。

河道は河川水そのものを運ぶ運搬作用のほかに、溶解浮遊物質や洗掘物質の運搬もでき、堆積作用もあるのは周知の通りであり、エネルギーの伝達作用によって外力を与え構造物を破壊させることもある。このように都市機能に悪い影響を及ぼす要因を除去する第一の対策は水量を安全に河道に流すことであって、これには発生水量と疎通水量の検討や予測が必要である。第二に河川水に不必要的もの、すなわち水質汚濁防止法に基づく規制物質などを含ませない対策として、汚濁負荷の発生源対策とそれらが河川水に含まれた場合の流送特性の把握である。この稿ではこの二点にかかわる水理問題を重点的にまとめたものである。

2.2 水理学的問題

既述のように都市河川では水量現象と水質現象が安全かつ健全であることが必要であるが、これにかかわる問題は広範囲にわたるためこの稿では河道システムにかかわる水理問題を更に追求することにする。したがって河道に至るまでの水量・水質問題、すなわち流出や発生源についてはふれないものとする。図-5に示したように河道システムに含まれる水理学的な問題は大きく分けて、不定流、底泥、水質、密度流の四課題に要約することができる。

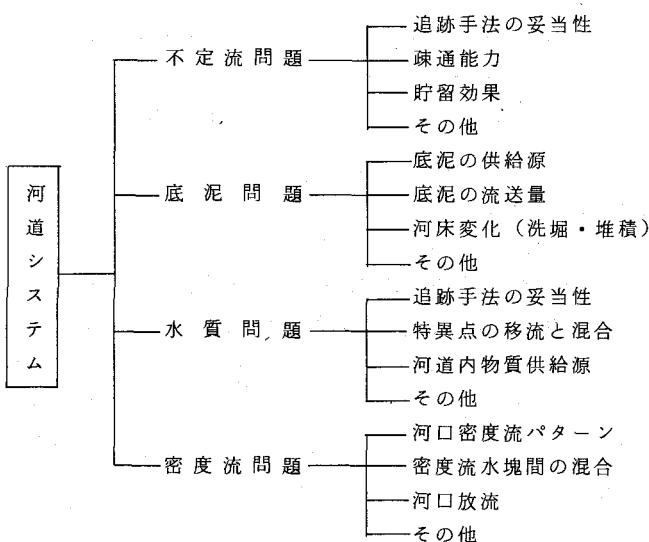


図-5 河道システムの水理学的问题

このうち底泥問題を除く残りの三課題については十分に研究されているものであるが、都市河川像を頭に描いて健全化の対策を考えるとき、必ずしも個々の問題の研究成果が都市河川システムの一貫的取扱いに寄与していないものがある。これは今日問題意識の取上げ方として広く呼ばれているシステム解析が

不十分であることに外ならない。したがって問題解決の一貫性を尊重した場合、河道システムといふ一部の限られたシステムの中ですら実用的に問題を残している水理学的な課題は多いと考えられる。以下、具体的な課題を取り上げ、システム解析のために現在どこまで解決されており、どれが未解決か、また最近の成果で応用できるものは何かを考えて行きたい。

3. 不定流問題

3.1 一次元解析の妥当性

従来から河川の水量追跡を行なう場合に河道方向の現象変化に注目した一次元解析が有用とされ、これを実用的に解くために用いられる差分モデルの検討が十分成果をあげて今日では支障なく水量追跡が行なえると考えられている。もちろんこの手法は都市河川にも適用できるが、ただ一つ気がかりなことは一般に都市河川は複雑な河川網を形成し、多くの分合流点と支派川を有することである。⁷⁾それに都市化流域と海域とを背景として異常気象による河道システムの境界条件が非常に厳しく、かつそれは水量の人工的制御によって一層強調されるという点で自然河川と相異している。また都市は公共資産が大きく水量予測はかなりの精度が要求されるため、従来の一次元解析モデルの流用がそのまま可能かどうか再検討する必要がある。

不定流の一次元解析は空間のある一つの方向の物理量のスケールが他の方向に比べて大きく、考える物理量が伝播する時間を考慮しなければならないことに基づいている。従って伝播速度と各方向の空間スケールが問題となる。不定流における伝播速度のオーダーは次の三種類と考えられる。

$$O_1 = \mathbf{0} (\sqrt{gH}), \quad O_2 = \mathbf{0} (\mathbf{V}), \quad O_3 = \mathbf{0} (\sqrt{\mathbf{v}^2} \text{ or } \sqrt{v_1 v_2}) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

O_1 は不定流のもつ二階波動方程式の特性帶で挙動する伝播速度すなわち dynamic wave を意味し、 O_2 は一階波動方程式すなわち kinematic wave の伝播速度のオーダーを意味すると同時に移流伝播でもある。また O_3 は乱れ効果による伝播速度である。 O_1 は方向性がなく O_2 、 O_3 は伝播の方向が定まっており、一般的の河道では $O_1 > O_2 > O_3$ と考えてよい。ここで河道網で一つの特異点と考えられる合流点を例にとり合流後の河道（x方向）で一次元性の妥当性を考えると、先ず二河川の水位差は合流後速やかに横断方向（y方向）に O_1 によって伝播され水位が一様となるから水面勾配に基づく流速や流量の伝播も無視されよう。この事情は合流する二河川の流量にある程度の差異があっても妥当であり従来から一次元解析が用いられる所以である。しかし片側河川の流量が卓越する場合には合流後河道で流速が一様になる過程は質量の伝播を与える O_2 もしくは O_3 の大きさに関係する。平均流速ベクトルの成分を $\mathbf{V}(U, V, W)$ とすると流速のy方向断面一様化は $O_2(V)$ で伝播するが $U \gg V$ であることを考えると一様化は緩慢であり、乱れ速度ベクトルの成分 $\mathbf{v}(u, v, w)$ を用いて $O_3(\sqrt{\mathbf{v}^2})$ の伝播を考えてもこれは小さい。すなわち合流後は流速分布に関し一次元的な現象を呈しないと考えられる。

以上のように都市河川においては合流部のほかにいくつかの河道部分で一次元解析にふさわしくないと考えられる流況が生じている。しかし水量追跡では現実にたとえ合流点であっても一次元解析をして実用上支障がないのは一体どう理由づけすればよいのだろうか。

3.2 一次元解析の差分モデル

ここで一次元解析の基本式と差分モデルをまとめておこう。基本式は

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \mathbf{R} \quad \dots \quad (2)$$

ここで \mathbf{P} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} は二次元ベクトルで

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{Q}{gA} \\ A \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} H + \frac{Q^2}{2gA^2} \\ Q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} i - \frac{n^2U|U|}{R^{4/3}} \\ q \end{bmatrix} \quad \dots \quad (3)$$

ここに Q : 流量, U : 平均流速, A : 流水断面, H : 水深, R : 径深, i : 河床勾配, q : 発生流量 (または減少流量), n : Manning の粗度係数である。式(3)の第一成分を式(2)に適用したとき運動方程式、第二成分の適用は連続方程式を意味する。式(2)で $\mathbf{R} = 0$ のとき保存系の方程式と言われる。すなわち運動方程式はエネルギーの保存、連続方程式は質量の保存で、 \mathbf{R} の存在はその保存性に付加するエネルギーまたは質量の発生・消滅の量を表現している。保存式は解析解へのアプローチが容易である場合が多く、差分モデルとの精度の対比などをする場合の基礎的考察に応用される。

式(2)の差分モデルでよく用いられるものは、explicit scheme として (a) Friedrichs 法 (b) Leap Frog 法 (L-F 法) (c) Lax-Wendroff 法 (L-W 法) (d) 2-step L-W 法、また implicit scheme として (e) Crank-Nicolson 法 (C-N 法) がある。これらの具体的な表示は他書⁸⁾に詳しいからここでは省略する。一般に差分モデルとは原式の微分商を差分商でおきかえる近似解法で、両者の間には微分商の Taylor 展開の高次の項が切斷誤差として存在し、差分の精度を高めるには高次の項まで差分化せねばならない。上記の差分法では (a) は一次正確度の差分法で最も単純な形式であり、他は二次正確度をもつ。解析の対象となる現象によっては、例えば水質追跡のように高次正確度の差分モデルを必要とする場合であるが、水量追跡では必ず問題なく上記のいずれの差分モデルでも適用できる。しかし最近では異常気象による急激な水理変化にも対応すべく (d) の差分法が推奨されているようだ。

差分計算を遂行する上で von-Neumann の安定条件を満足させる必要があるのはいうまでもないが、これとは別に切斷誤差による計算精度を量的に評価するために、解析解との対比⁹⁾、物理量波形に含まれる波数成分の伝達性の評価¹⁰⁾が行なわれるが、これらがより重要視されねばならないのは水量追跡よりも水質追跡の場合であろう。また河道での差分計算で必要な境界条件、具体的には上流端、下流端、および中間河道の分合流点、横流入出に若干考慮を払わねばならない。これについては implicit scheme を部分的に用いて計算の安定を計る方法^{11) 12)}がとられ、実用的には問題がない。しかし下流端が河口である場合には潮汐条件が的確に与えられないと全河道にその影響が及ぶから注意を要する。また河口は河口密度流の存在する所で、河道の水量追跡と一貫したシステムの中で河口密度流が取り上げられている例はなく、この点は水質問題とからんで今後の大きな研究課題となろう。

3.3 分合流点

二河川合流の流況を理解するために模型実験の結果を紹介する。合流問題に関する水路形状の要素は合流角度 θ と水路幅 B であり、水理的な要素は二河川の流量比 p とその Froude 数などであろう。最も単純な $\theta = 0^\circ$ の平行合流モデルを考え、合流後の平均流速の分布の一例を図-6 に示す。平行合流の場合はこのように横断方向の混合は非常に悪い。分布が非一様であることを量的に評価するパラメータとして非一様性パラメータ β が提案されている。¹³⁾

$$\beta = \int_A (u - U)^2 dA / U^2 A \quad \dots \quad (4)$$

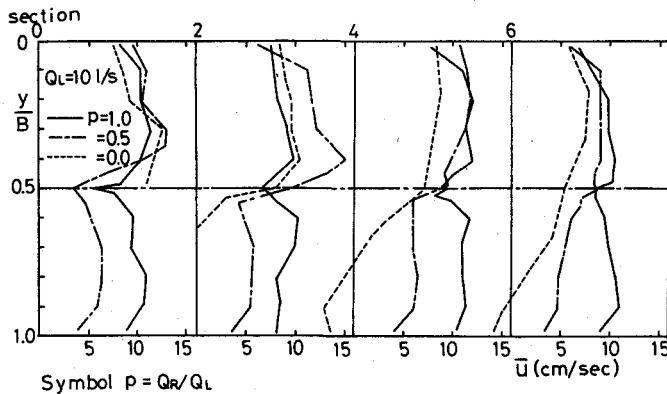


図-6 平均流速の横断方向分布

ここに U は断面の平均流速, u は各点の平均流速である。鉛直方向には流速分布が一様と見なせるとき式(4)は

$$\beta = \int_0^B (u - U)^2 dy / U^2 B \quad \dots \dots \dots \quad (4a)$$

となり、この β を図-6 に適用して整理したのが図-7 である。 β の値は完全に一様となれば 0 で、そうでなければ有限の値をもつ。したがって図-7 より平行流では流量比 p の値が非一様性に大きな影響を及ぼしていることがわかる。図-8 は種々の流速分布パターンについての β を示したもので、(a) (b) (c) (o) は直線河道で考えられるパターン、(d)～(n) は合流後の河道で考えられるパターンである。種々のパターンを考え合せると、 $\beta \leq 0.05$ 程度で一次元解析の適用が無理なく行なえると考えられる。したがってそれ以上の β については何らかの補正が必要となろう。

流速分布が一様でない場で断面平均流速 U を用いた一次元解析には、運動方程式の慣性項に付するエネルギー補正係数 α_1 、加速度項に付する運動量補正係数 α_2 の補正が必要であることがよく知られている。上に述べた横断方向の分布歪みに対してこれを適用し

$$\alpha_1 = \frac{1}{B} \int_0^B \left(\frac{u}{U}\right)^3 dy, \quad \alpha_2 = \frac{1}{B} \int_0^B \left(\frac{u}{U}\right)^2 dy \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

を定義して、図-8 の代表的な流速分布パターンについて整理したのが図-9 である。これによると流速分布のパターンがいかにあってもその非一様性パラメータ β の値だけで α_1 , α_2 の補正值が決まるとみて差しつかえないようだ。しかし β が大きく極端に非一様な流れでは本来このような補正を施すこと自体が疑問となろう。

図-9 には α_2 の値も示してあるが、これは運動方程式の摩擦項について一次元化が粗度係数の値に及ぼす影響を考えたものである。すなわち

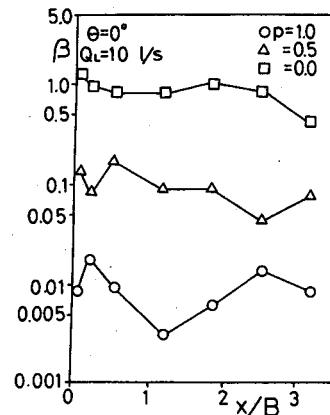


図-7 β の分布

$$\frac{1}{B} \int_0^B \frac{n^2 U^2}{H^{\frac{4}{3}}} dy = \frac{n_0^2 U^2}{H^{\frac{4}{3}}} \quad \text{より} \quad \frac{n_0}{n} = \left(\frac{1}{B} \int_0^B \frac{U^2}{H} dy \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\alpha_2} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

であるから、その影響は運動方程式の他の項に及ぼす影響より小さいことが考えられる。

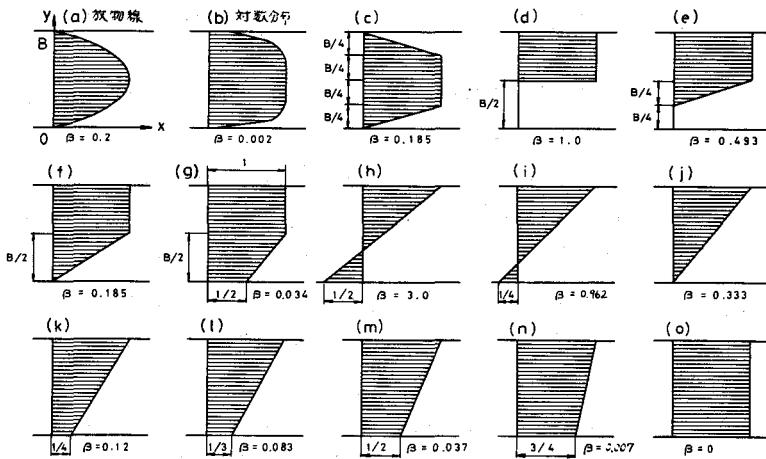


図-8 各種流速分布と非一様性パラメータ

このことは粗度係数の値は非一様流でもさほど変わらない、または一次元化に関し補正する必要もないということになるが、逆に言えば粗度係数の値は極めてあいまいであることを示唆することにもなる。

3.4 横流入と横越流

都市河川の河道網においては横流入という形式で河道に水量を流入させる水理構造物が多い。市街地の内水をポンプやゲート操作によって排水するものや、樋門、樋管による小規模なものもある。大規模なものの中には支川の合流と同様に考えるべきものもあるが、最近ではポンプやゲートによる排水設備が発達し、その排水容量も大型化しつつある。このような流入の仕方でも従来から一次元解析で式(8)の $R = q$ で表現している。この場合の発生量 q は運動エネルギーを持たない量として認め得るものであるはずで、大規模な流入量である場合は水理学的に検討を要する課題となろう。

一方、都市河川では限られた河道に対する流出量の増大化、あるいは公共資産保護の意識高揚に基づく想定洪水の大型化に伴って治水緑地すなわち遊水池の建設が促進されることになろう。本川河道の疎通能力を最大かつ安全に機能させ、余剰水量の一時的貯留に利用される遊水池の水理設計には一般に横越流型の放流が有効である。横越流に関する研究は十分なされているが、通常は人工操作を伴なわない構造物であるだけに慎重な設計が望まれる。

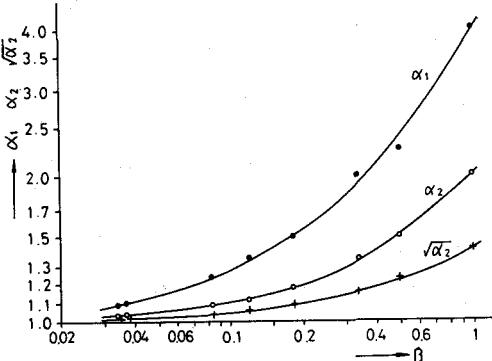


図-9 β に対する各種補正係数

4 水質問題

4.1 一次元解析の妥当性

河道システムにおける水質問題は流水中に含まれる物質の運動挙動を追跡することが主な仕事である。ここでいう物質とは流水に浮遊して流れとともに運ばれ得る物質で、浮泥などの固形浮遊物(SS)、溶存酸素(DO)のほか、環境規準にあげられる重金属類、塩分濃度を示す塩素イオン、特定の化合物など質量を有する物質を対象とするのが普通である。特別な場合としてBOD、CODなどのように水の汚染度を示す指標としてそれにかかわる物質を仮空の質量に換算して表示する場合もあるが、いずれも物質の水に対する質量濃度で量的に評価されるものである。

不定流問題で扱ったように、水質問題の場で流水中の物理量に関する伝播速度のオーダーを考えると

$$O_2 = \mathbf{0} (\mathbf{V}), \quad O'_3 = \mathbf{0} (\bar{c}' \mathbf{v}) \quad \dots \quad (7)$$

の2種類がある。ここに c' は物質の濃度 c に関する乱れ成分である。水質問題についての物理量といえば物質の質量を意味するので、伝播速度とはその物質の輸送速度になる。したがって O_2 は平均流速 \mathbf{V} によってその方向に運ばれる速度、 O'_3 は乱れによる混合のための輸送速度である。云い換えると O_2 は移流、 O'_3 は乱流拡散による輸送速度となる。

長い直線河道では河道方向 (x 方向) に流れるが卓越し、かつ断面内で流速と濃度が一様化されるため、横断方向 (y 方向) や鉛直方向 (z 方向) には輸送される物質による濃度変化がないのでこの場合には一次元解析が可能である。このとき断面内で流速分布すなわち輸送速度の歪みがあることによる物質の存在位置の食い違いがあるので、一次元表示による場合には見かけの分散が生ずることはよく知られている。これによる伝播速度は

$$O_4 = \mathbf{0} (D \frac{d\bar{c}}{dx}) \quad \dots \quad (8)$$

であり、同じ濃度勾配 ($d\bar{c}/dx = \text{const}$) の場では $O_4 \gg O'_3$ と考えられている。Dは分散係数である。

流速分布が断面内ではほぼ一様化されているからといって水質追跡も一次元解析ができるという保障はない。濃度分布も一様と見なせる場合には可能であるが、一般には検討を要する事項である。都市河川の河道網においては分合流点がその問題となろう。濃度の異なる2河川の合流では横断方向 (y 方向) の輸送速度は $O_2 = \mathbf{0} (\mathbf{V})$ 、 $O'_3 = \mathbf{0} (\bar{c}' \mathbf{v})$ であり、これは一般に $O_2 = \mathbf{0} (\mathbf{U})$ に比して小さいから合流後の河道では濃度の一様化は期待できない。事実、実際河川でも左岸右岸で濃度差の異なる例は多く、基礎的な実測も行なわれている。¹⁴⁾ このような状態を一次元的取扱いをするならば、先ず分散係数Dを不適合に扱ってしまうための誤差が考えられる。仮にこの誤差が大きくないとしても、都市河川のような感潮河川では順流から逆流になったとき一次元解析では重要な過失をおかすことになるのは容易に見当のつくことである。水量追跡では流向の逆転時に必ず静止状態という一様化が生ずるが、水質追跡では静止状態でも横断方向に濃度勾配が存続する点に問題があるわけである。

4.2 水量問題との関連

一次元水質追跡の基本式は水量追跡と同様式(2)で表わされ、 \mathbf{P} 、 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} は次の通りである。

$$\mathbf{P} = [\bar{c} A], \quad \mathbf{Q} = [\bar{c} A U - \frac{\partial}{\partial x} (D A \frac{\partial \bar{c}}{\partial x})], \quad \mathbf{R} = [F_c] \quad \dots \quad (9)$$

\mathbf{R} の成分のうち第一項は分散による発生量、第二項の F_c はそれ以外の原因による発生減少量であって、たとえば c を BOD₅ 濃度にとると河川の自浄作用すなわち脱酸素効果による BOD の減少率に当り、

SSが沈降したり底泥が浮上したりする増減率などにも相当する。

R が0である場合には基本式は保存型となる。また $F_c = 0$ と考えて流水の状態が近似的に定常と考えられる場合には、

となり、これは放物線型微分方程式で一般に移流分散方程式と呼ばれている。式(10)の右辺を省略すると、

となり、これを移流方程式（対流方程式）という。

河川の水質追跡はいうまでもなく水の運動と水中の物質の運動の両者が一体的に行なわれているため、本来式(2)の変量 P , Q , R を式(3)と式(9)とを合わせた三成分ベクトルとして連立解を求めるべきものである。しかし一般には式(3)による水量解を式(9)に適用させて水質解を求めるという手順がとられている。これが許される前提条件は水質解の結果求められた濃度変化が水量基本式に何ら影響を及ぼさないということである。濃度変化が与える影響は大きく分けて二つ考えられる。一つは流体比重が変わることによる影響で、密度流のように二液相の運動に移行しない保障が必要となる。もう一つは物質が水中に含まれることの混相にかかる新たな特性の発生であり、粘性や乱れ機構等に影響が及ばない保障が必要である。これらの厳密なチェックは生じ得る最大濃度に対して二層間の安定条件の検討、カルマン常数の見かけの変化の検討などをなさねばならないが、一般に都市河川では水質追跡の対象となる物質濃度は低く、底泥の浮上では SS 濃度が河床付近で 1000 ppm を越えることはまれである。しかし濃度は低くとも流れが常に停滞するところでは注意を要する。

河口密度流の存在する河道ではもともと式(2)(3)は適用できず、既述の水量追跡、水質追跡の方法を根本的に変えねばならない。しかし現在では河口密度流の基礎的研究や case study はなされているが、日常的な非定常河口流で一般的にアプローチすることのできる研究成果は乏しいようで、tidal prism 理論^{15) 16)}に基づく略解が用いられている程度である。

4.3 差分モデルと誤差評価

一次元解析によって水質追跡を行なうには式(2)の差分モデルを作ればよいわけだ、原則的には水量追跡と何ら変りはない。したがって差分モデルは 3.2 で述べた(a)～(e)などと同じであるが、水質追跡では高次正確度の差分が要求されることから、このほかに(f)三次または四次中心差分法、¹⁰⁾(g)Galerkin 法¹⁷⁾ の各法が有用性が高いとして提案されている。水質追跡ではなぜ高次正確度の差分法が必要か。この問題を考えるために以下に誤差の評価を含めて述べることにする。

一般に $C(x, t)$ に関する微分方程式がある、これを時刻 t から $(t + \Delta t)$ まで計算を進めると、微分方程式の解析解が既知の場合は問題ないがそうでない場合には差分方程式による差分解を求めることがある。差分解は近似解であるからこのままでは計算結果の信頼性は結果が物理像に照らして正当であるかどうかのチェック程度しか方法がない。そこで図-10に示すようにフーリエ変換を活用し、変量 C を (x, t) 平面から波数を k とする (k, t) 平面上に \hat{C} として変換し、計算を進めた上、逆変換によって C に戻す過程を考えれば、增幅因子（後述）の介在によって波数 k の変量 \hat{C} が設定された差分空間 Δx , Δt のもとで正しく伝達されるかどうかの量的評価が可能となる。

いま、ある微分方程式が与えられていてその差分モデルを解き、 $t = t + \Delta t$ 上の未知点で $C(x, t)$

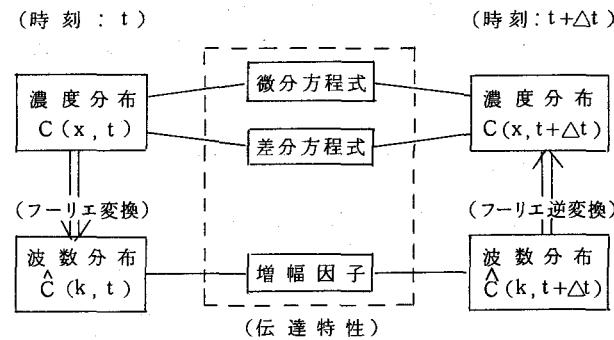


図-10 初期値問題の解への過程

$+ \Delta t$) が求められたときは $t = t$ 上の $(2q + 1)$ 個 (ここに q : 正整数) の既知点の量 $C(x + \alpha \Delta x, t)$ ($\alpha = -q \sim +q$) の一次結合として

$$C(x, t + \Delta t) = \sum_{|\alpha| \leq q} Q_\alpha \cdot C(x + \alpha \Delta x, t) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

で表わされる。 Q_α は一次結合の係数である。ここでフーリエ変換

$$\hat{C}(k, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \cdot C(x, t) dx \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

を利用して (k, t) 平面で式(12)を表示すると

$$\hat{C}(k, t + \Delta t) = \hat{Q}(\Delta x, k) \cdot \hat{C}(k, t) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

ここで $\hat{Q}(\Delta x, k) = \sum_{|\alpha| \leq q} Q_\alpha \cdot \exp(i\alpha k \Delta x)$

この \hat{Q} は差分モデルが与えられれば求まるもので、増幅因子と呼ばれている。このような計算を Δt ごとに何度繰り返しても、波数 k の値に拘らず \hat{Q} が有界であるとき計算の安定性が満足される。

例として簡単のために解析モデルとして移流方程式(11)を考え、これについて Friedrichs の差分モデルを適用すると

$$C(x, t + \Delta t) = \frac{1}{2} [C(x + \Delta x, t) + C(x - \Delta x, t)] - \frac{F}{2} [C(x + \Delta x, t) - C(x - \Delta x, t)] \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

ここで $F = U \frac{\Delta t}{\Delta x}$

これに式(13)のフーリエ変換を施し、式(14)の形にまとめると増幅因子 \hat{Q} は

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \frac{1}{2} (e^{ik\Delta x} + e^{-ik\Delta x}) - \frac{F}{2} (e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x}) = \cos(k\Delta x) - iF \sin(k\Delta x) \\ &= \{ \cos^2(k\Delta x) + F^2 \sin^2(k\Delta x) \}^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\{-i \tan^{-1}(F \tan(k\Delta x))\} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

となり、 $F \leq 1$ であれば \hat{Q} は有界で計算が安定である。形の上で式(16)は

$$\hat{Q} = |\hat{Q}| \cdot \exp(-i\phi)$$

で表現でき、他の差分モデルについても同様である。

ここに

$$\left. \begin{aligned} |\hat{\mathbf{Q}}| &= \{ \operatorname{Re}^2[\hat{\mathbf{Q}}] + \operatorname{Im}^2[\hat{\mathbf{Q}}] \}^{1/2} \\ \phi &= \tan^{-1} \{ \operatorname{Im}[\hat{\mathbf{Q}}] / \operatorname{Re}[\hat{\mathbf{Q}}] \} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

$|\hat{\mathbf{Q}}|$ は増幅係数と呼ばれ、計算の安定性は $|\hat{\mathbf{Q}}| \leq 1$ であることが必要で、移流方程式に関する限り explicit scheme の差分モデルではすべて $F \leq 1$ が安定条件となり、implicit scheme では F の値にかかわらず常に $|\hat{\mathbf{Q}}| = 1$ である点から、後者の差分モデルは平均流速 U の値に留意することなく自由に差分間隔 Δx , Δt を選べる利点がある。しかしたとえ $F = 1$ (現実の河川では無理であるが) にとつてもまた implicit scheme を採用しても、式(17)における位相変化 ϕ が解析モデルに一致しない限り計算誤差が生ずる。すなわち移流方程式では物質はすべて流速 U で運ばれる故、初期の濃度波形が維持されることになる。しかし ϕ が U に対応する値でない限り、 ϕ が k の関数であることから初期波形に含まれる任意の波数によってそれぞれ異なる移流伝達があり、その結果波形が歪むことになる。

このような検討から安定性と数値誤差は別に扱うべきものであり、安定性が満足されていても数値誤差は存在することがわかる。数値誤差は次の二種類がある。一つは $|\hat{\mathbf{Q}}| < 1$ であるための数値的減衰、もう一つは ϕ が解析モデルと一致しないための数値的分散である。

誤差 (特に ϕ について) を数量的に評価するには解析解との比較が必要である。再び移流方程式(11)について考え、これにフーリエ変換を施すと

$$\frac{d \hat{C}(k, t)}{d t} + U i k \hat{C}(k, t) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

これは常微分方程式であるから初期条件 $\hat{C}(k, 0) = \hat{f}(k)$ のもとで解を求めるとき次式となる。

$$\hat{C}(k, t) = e^{-ikUt} \cdot \hat{f}(k) \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

これより式(14)と同様の形を作りて解析モデルによる増幅因子 $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{anal}}$ を求めると次式を得る。

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{anal}} = \exp(-ikU\Delta t) \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

したがって解析モデルでは増幅係数は 1、位相変化は $kU\Delta t$ であることがわかる。これと式(17)とを比較して

$$\frac{\hat{\mathbf{Q}}}{\hat{\mathbf{Q}}_{\text{anal}}} = |\hat{\mathbf{Q}}| \exp \{ -i(\phi - kU\Delta t) \} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

を求ることにより、選ばれた差分モデルについて $|\hat{\mathbf{Q}}|$ および $\phi_E = (\phi - kU\Delta t)/kU\Delta t$ を波数 k について求めれば誤差の評価ができる。もし $|\hat{\mathbf{Q}}| = 1$, $\phi_E = 0$ であれば誤差は全くないわけであるが、現実に両立することはあり得ない。

図-11は移流方程式について各種の差分モデルの増幅係数 $|\hat{\mathbf{Q}}|$ と位相誤差 ϕ_E を $k\Delta x (= 2\pi\Delta x/L$, L : 波長成分) について示したものである。どのような差分モデルでも波数 k が小さいとき誤差は少ないが、実用計算では k がある程度大きくとも誤差をなくする必要があるのでこの観点からみると、explicit scheme では L-W 法 (二次中心差分法) や四次中心差分法がすぐれており、implicit scheme では Galerkin 法 (特に chapeau 関数を基底関数に用いた場合) が抜群に精度がよい。しかしその差分モ

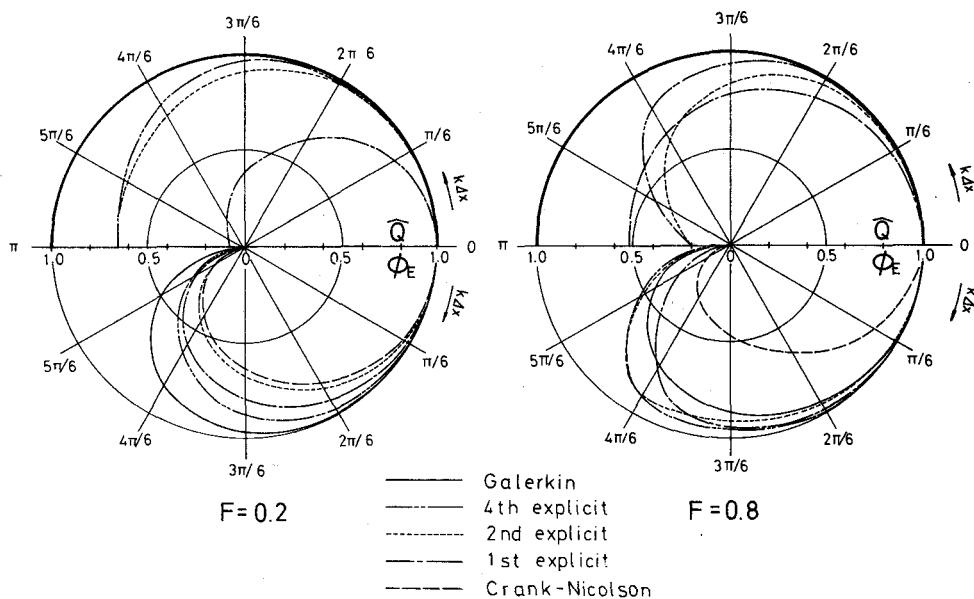


図-11 各種差分モデルの増幅係数と位相誤差

デルにおいても限界波数 $k_c = \pi / \Delta x$ (限界波長にして $L_c = 2 \Delta x$) より大きな波数を伝達させることはできない。

以上の増幅係数や位相誤差は移流方程式(11)について考えたものであるが、移流分散方程式(10)についてはもちろん、式(2)においてもそれが線型微分方程式である限り同様の議論ができる。非線型微分方程式の場合は現在のところ厳密に数学的に論議することは不可能である。したがって水量追跡における不定流基本式は非線型であるから差分モデルにおける誤差の評価は厳密には困難で、現状ではその基本式を線型化するか、差分解を物理像と照らし合わせるかの方法がとられている。線型化の問題は 3.1 に述べたごとく、不定流の本質的な流体運動は二階波動方程式か一階波動方程式（これは Kleitz-Seddon の理論解で移流方程式(11)と同型になる。）かで表わせるため、¹⁸⁾ 双方の誤差評価をすればよいこととなる。しかし幸いなことに不定流ではたとえ出水時であっても現象の変化が緩慢で、未知量の空間的勾配 ($\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial H}{\partial x}$ など) が小さく空間波形に含まれる波数成分が小さい波数領域に限られるため、図-11から予想しても数値誤差は少なく差分モデルの選択は比較的自由であり差分間隔の決定も容易である。一方水質追跡においては濃度勾配が現実に大きい場合がある。すなわち汚濁負荷排水地点、分合流点などがそれである。したがって差分に関しては十分注意が必要となる。

4.4 差分モデルの選び方

都市河川に限らず複雑な河道網を形成する河道で、採用すべき差分モデルを誤差評価の観点から述べてみよう。先ず水量・水質問題を含めて解析モデルに対する差分計算の安定条件をまとめると次の通りである。

二階波動方程式

$$F + F' \leq 1$$

移流方程式（一階波動方程式）

$$F \leq 1$$

移流分散方程式

$$F \leq 1, G \leq \frac{1}{2}$$

} (23)

$$\text{ここに } F = |U| \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad F' = \sqrt{gH} \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad G = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

式(23)は explicit scheme の差分モデルに適用する安定条件で、 implicit scheme ではこの条件から解放される。また水量追跡では安定条件を満足する差分モデルで実用的な計算は可能である。水質追跡では安定条件を満足させる上に計算誤差を僅少にとどめるための差分間隔 Δx を選ばねばならない。誤差は濃度波形に含まれる波数成分に関係するから、具体的には河道で想定される濃度波形が与えられるとその波数特性から用いるべき最大の Δx を推定することができる。

移流分散方程式の安定条件は F と G について二つの条件を同じに満足させる必要があるが、都市河川における分散係数 D の値からみて一般に F に関する条件の方が厳しいので移流方程式について考えればよい。Gauss 曲線はフーリエ変換しても Gauss 曲線になるが、これは広い波数帯で波数が分布することからこれを初期濃度波形とし、四次中心差分を用いたとき実用的に十分な誤差の範囲で Δx と初期波形との関係を求めることができる。その結果は図-12に示すように初期波形 (Gauss 曲線) の空間的分散値 (Variance) σ^2 に対する限界の空間差分間隔 Δx との対応である。実際の設計に対しては図-13のように空間波形 (濃度分布) が与えられていると想定される場合にその最も波長の短かい部分に着目し、それを Gauss 曲線で近似してその標準偏差 σ もしくは分散 σ^2 を推定すればよい。

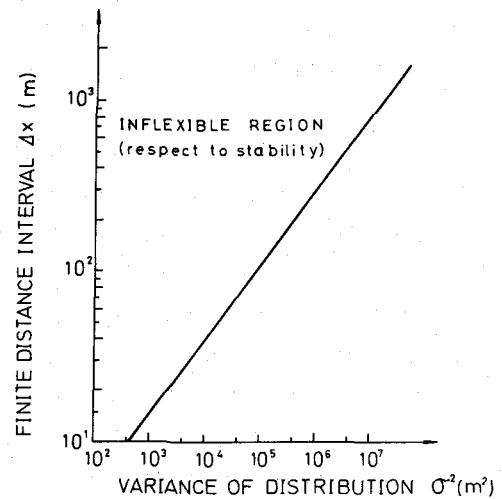


図-12 Gauss 曲線の分散 σ^2 に対する Δx

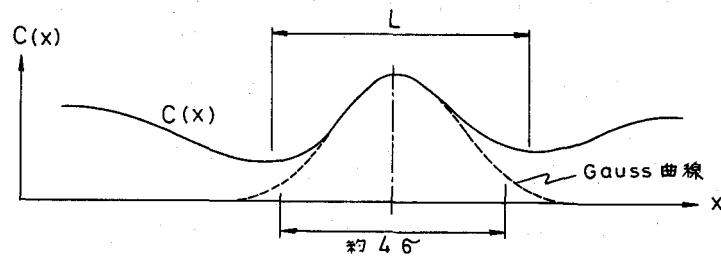


図-13 空間波形の σ または L の推定

Δx を選ぶもう一つの方法は図-13の同じ波形を正弦曲線で近似してその波長 L を推定することに始まる。式(22)は Δt 間隔でただ一回計算した後の数値誤差であるが、これを n 回 (実時間にして 1 ~ 2 日間) 計算した後の誤差評価から許容し得る誤差の限界波数 k (もしくは $k = 2\pi/L$) と対比するわけである。この結果は次のようにまとめることができる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{2 次中心差分法 (L-W 法) (ex.)} \\ \text{C - N 法 (im.)} \end{array} \right\} k \Delta x < \frac{\pi}{18}, \text{ または } \Delta x < L/36$$

$$3 \text{ 次中心差分法 (ex.)} \quad k \Delta x < \frac{\pi}{12}, \text{ または } \Delta x < L/24$$

$$\text{Galerkin (Hermit 関数) 法 (im.) } \quad k \Delta x < \frac{\pi}{6}, \text{ または } \Delta x < L/12 \quad | \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

$$\text{4 次中心差分法 (ex.) } \quad k \Delta x < \frac{\pi}{4}, \text{ または } \Delta x < L/8 \quad |$$

$$\text{Galerkin (chapeau 関数) 法 (im.) } \quad k \Delta x < \frac{\pi}{24}, \text{ または } \Delta x < L/4.8 \quad |$$

ここに (ex.): explicit scheme, (im.): implicit scheme

このような Δx が適切かどうか、また流れが定常でなく都市河川の感潮部のように潮汐振動の影響を受ける変動流場でも精度がよいかどうかは、実際の都市河川モデルについて信頼すべき結果が得られて
いる。^{17) 19)}

差分モデルを選定する場合 explicit scheme がよいか implicit scheme がよいかは議論の対象となるところであるが、双方とも一長一短があるが都市河川においては大体次のような提案ができるであろう。水量追跡のみの場合は精度的にどちらでもよい。水質追跡では一般に高精度の差分モデルが要求されるから、explicit scheme では高次正確度の差分を、implicit scheme では同じ手間であるから精度のよい Galerkin (chapeau 関数) 法を用いるとよい。explicit scheme の高次正確度の差分モデルは、これは水量追跡でも同じであるが、中間河道では特に問題ないが、分合流点、上下流端の境界を同じ精度で行なうための一工夫が要求されるわざらわしさがある。また水質追跡は通常これのみを単独で行なうこととは少なく、水量追跡と抱き合せで計算するから、この場合は両方同じ差分モデルにすると都合がよいことから Galerkin 法などが推奨できる。なお、implicit scheme は海域など平面で解く必要のあるとき、計算容量、計算時間の短縮、境界での計算の容易さからみて抜群の有用性をみる。

ここで explicit scheme のうち四次中心差分法、implicit scheme のうち Galerkin (chapeau 関数) 法を示しておこう。前者は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_i^{n+1} = & C_i - \frac{1}{2} F \delta^{(1)} C_i + \left(G + \frac{1}{2} F^2 \right) \delta^{(2)} C_i + \left(\frac{1}{6} F - FG - \frac{1}{6} F^3 \right) \delta^{(3)} C_i \\ & + \left(-\frac{1}{12} G + \frac{1}{2} G^2 + \frac{1}{2} F^2 G + \frac{1}{24} F^4 \right) \delta^{(4)} C_i + \left(-\frac{1}{2} FG^2 - \frac{1}{6} F^3 G \right) \delta^{(5)} C_i \\ & + \left(\frac{1}{6} G^3 + \frac{1}{4} F^2 G^2 \right) \delta^{(6)} C_i - \frac{1}{6} F G^3 \delta^{(7)} C_i + \frac{1}{24} G^4 \delta^{(8)} C_i \quad \dots \dots \dots \quad (25) \end{aligned}$$

ここに右辺の C_i はすべて t 軸の n レベルの値である。また $\delta^{()}$ はたとえば

$$\delta^{(2)} C_i = C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}$$

である。次に Galerkin 法であるが、この方法は構造解析に広く応用される有限要素法の近似解である。すなわち流体のような連続体では Euler 型の基礎式の汎関数が定義できないため、問題を等価な変分問題に変換できなくても関数近似で誤差が最小となる解析の行なえる Weighted Residual Method を利用したものである。Galerkin 法による場合、基底関数の選び方で解が異なるが、chapeau 関数を適用したときの解は次のようになる。

$$\frac{1}{6} \frac{dC_{i+1}}{dt} + \frac{2}{4} \frac{dC_i}{dt} + \frac{1}{6} \frac{dC_{i-1}}{dt} = \left\{ -U \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (D \frac{\partial C}{\partial x}) \right\}_i^{n+\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

これより未知数 $C_{i-1}^{n+1}, C_i^{n+1}, C_{i+1}^{n+1}$ に関する系全体の連立方程式を解けばよい。

4.5 分合流点

既に3.3に述べたように分合流点では水量的にも水質的にも一種の特異点となり、決して一次元解析の可能な流況ではない。水量問題については若干一次元化の近似的取扱いが可能であるが、水質問題では順流逆流に拘らず横断方向の混合時間が遅いため一次元解析は従来のやり方では大きな誤差を伴うことになる。

式(4a)と同じく濃度に関する横断方向の非一様性分布を示すパラメーター

$$r = \int_0^B (C - \bar{C})^2 dy / \bar{C}^2 B \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

を定義し、水路実験でこれを求めるかとすると図-14のごとくなる。これは合流角度が 0° の場合であって図-7と比較すればわかるように流速の分布と濃度の分布とは異なる形状をなすが、流量比 P に影響される点は同様である。合流後の混合は流速分布より早く一様性に近づき、流量比が小さい程それが著しい。合流後、水路幅の10倍の下流地点での r の値を合流角度 θ に対して描くと図-15となる。流量比 $p \leq 1$ では $r < 0.1$ の比較的一様度の高い結果を示すがこれは先の図-14の結果と符合するものである。また合流角度 θ が大きくなるほど一様性は高い。しかし $p \leq 0.5$ ではこの測定位置で合流角度の値にかかわらず一様とみなせ、本川にくらべ支川流量が大きいとき混合が短かい距離で進行することがわかる。 $p = 0.5$ の場合につき、本川流量、合流角度を種々に変えた実験値をすべてプロットした図-16より、ほぼ横断方向に濃度が一様になると考えられる距離を無次元数で表わすと $U t / B \approx 10$ であることがわかる。ここに U は合流後の河道の平均流速、 t は合流時点から計った流下時間である。

このような合流部についての流速と濃度の分布特性の物理像把握は現在でも続けられている課題²⁰⁾であるが、合流後の流れ特に濃度特性については二次元的な考察が基礎的に必要である。し

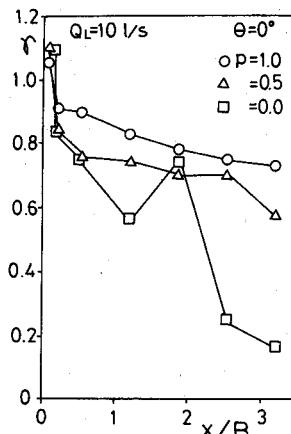


図-13 r の分布

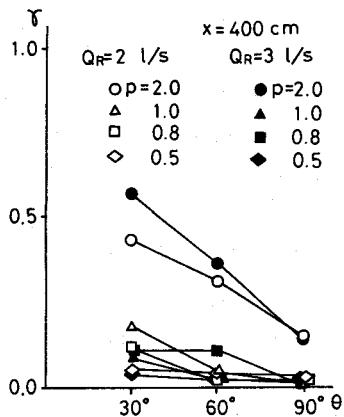


図-14 θ に関する r の分布

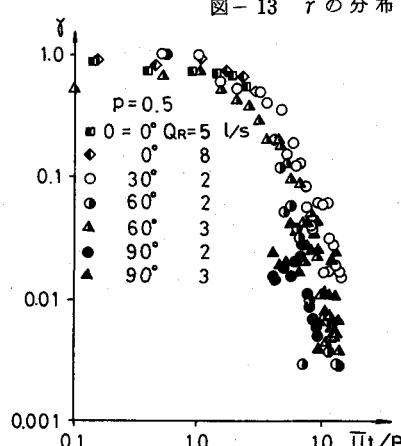


図-16 無次元距離に関する r の分布

かし水質追跡を行なうには分合流点付近のみを二次解析することはいかにもわずらわしく、仮に水量追跡と同じくあえて一次元解析を行なうならば基礎方程式に平均化による補正が必要となろう。すなわち、濃度は物質の流れによる輸送から規定されることから、移流分散方程式(10)の左辺濃度の時間変化および移流項に付する補正係数として

$$\alpha_3 = \frac{1}{B} \int_0^B \left(\frac{C_U}{\bar{C}_U} \right) dy \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

のようなものが必要である。また右辺分散項についても分散係数を補正する必要があるがこれについては未知である。

濃度が横断方向に非一様のまま分流するような場合は水質追跡の上で一層深刻な問題となる。たとえば派川に分流した場合、河口からの流出濃度は各々異なるはずであるが、分流する前の河道で濃度が一次元化されてしまっておればこの現象を何ら誘導する手だてがないからである。合流点で流れが逆流になり分流する場合も同様である。

5. 底泥問題

5.1 都市河川の底泥

戦後30年かかって汚してきた都市河川の水質を浄化することは住民の願望であり大きな社会事業でもある。十数年前からこの浄化対策の必要性が大きく叫ばれ、下水道整備、都市・工場廃棄物の処理改善、浄化用水の確保、底泥浚渫などが昭和45年水質汚濁防止法の実施と相まって積極的に計画実施され、一部の河川で水質好転のきざしがあるが一般的には未だ都市河川の水質は劣悪である。水質改善の根本的対策は発生源対策にあるといえるが、それと同時に汚濁負荷の集積のような有機質底質汚泥（略して底泥）の処置をどうしたものかが意外に大きな問題である。

底泥対策に寄与する基礎調査は、現地調査および採取汚泥についての生物・物理・化学的特性の分析と底泥堆積状況の把握であり、これらについては詳細な報告がある。これによると大阪付近の都市河川においては底泥の堆積は上流から中流にかけて0.5～1.0m、中流から下流にかけて1.0～2.0m程度の厚みでぼう大な量を与えている。そしてこの堆積汚泥の浚渫による除去も当然行われていて神崎川、旧淀川を対象に昭和34年来、年平均10数万m³の浚渫が実施されている。

このように仮に水質汚染の発生源対策が十分であっても底泥の存在が河川環境におよぼす影響は大きい。特に底泥問題が流れによって流送され海域との関連問題がある以上、従来の静的な底泥特性のみならず動的な底泥特性の追求も必要である。すなわち、第一に底泥の供給源と供給量を予測検討し、それに対する適切な処置を講ずることである。都市河川の上流域はとくに開発の進行地域であることが多く、そこからの土砂流出は大きな問題となっている。開発行為に伴なって土砂流出防止の対策は講じられているが、開発速度とその拡大である程度の流出はまぬがれず、これが下水処理水や既成市街地の塵埃を含んだ雨水と混合して底泥の大きな供給源となっている。第二に河道において底泥が流れとどういう関係をもち、どのような流送特性を持っているかを究明することである。底泥が洗掘浮上や沈降堆積を繰り返しながら流送することは的確な流送量を予測し難い上に水質に対する影響も把握し難い。しかし海域への適正な放流も考慮しながら浚渫対策を講ずる上に、重要な資料として必要なのはいうまでもない。

5.2 底泥の流送特性

都市河川の底泥は過酸化水素水H₂O₂で無機化した状態で平均粒径が0.01～0.05mm程度のシルト成分が主体をなしている。また沈降筒で実験された生汚泥の沈降速度は平均的に0.1cm/sec程度と考え

られる。河床における堆積状態は決して一様ではないが、感潮河川では流れの静動に伴なって沈降堆積が繰り返されているため、堆積の表層数cmの付近では粒径が約 0.01 mm の粒の揃った汚泥で占められているようである。

現地河川から採取した汚泥を用いて水路実験を行ない、底泥の流送特性に関する最も基本的な量である限界掃流力を求めるとき

$$\tau_c / \rho = 2 \sim 5 \text{ } (\text{cm}^2/\text{sec}^2) \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

で与えられる。²³⁾ 値が一定しないのは底泥が堆積している状態が長い場合には有機物質の粘性で表面に被膜をはり流れに対して剥れにくいためであり、そうでない場合は流送され易いからである。現地河川との対比では $\tau_c / \rho = 2$ に近い状態であろうと推察されている。

三回にわたる感潮河川の現地調査で、浮泥の濃度分布を描いたのが図-17である。第Ⅰ回の調査は潮

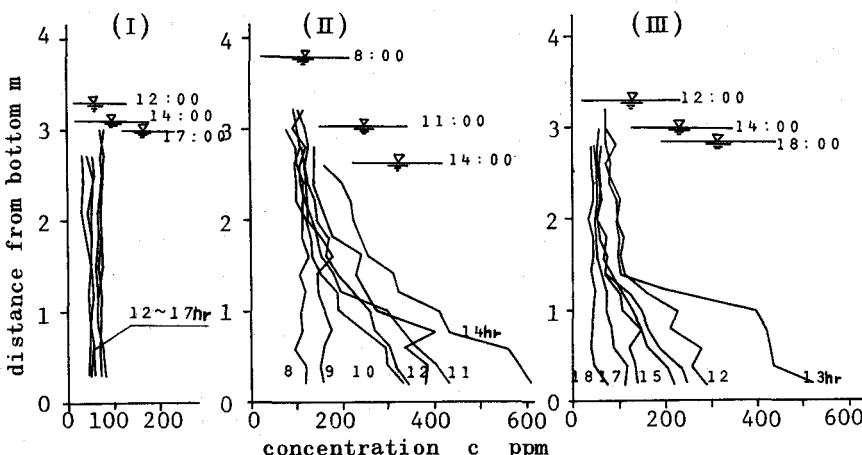


図-17 鉛直方向の濃度分布

差が小さく低流速の状態で、第Ⅱ回の調査は落潮時で流速が増加する状態で、第Ⅲ回の調査は張潮時で流速が減少する状態で行なわれた。この図より非常に興味のある現象が観察される。

(a) 限界を越えない流れでは、短期間では変化のない C_0 の濃度で深さ方向に一様に分布している。これは wash load 的な浮泥による濃度と考えられる。

(b) 限界を越える流れでは底泥の洗掘浮上によって底部から濃度が増加して ($C_0 + C_s$) の形となる。(図-18 参照) この C_s は河川漂砂の浮流砂に関する Rouse 式で近似し得る。

(c) このとき C_0 の値は短期的には (ここで云

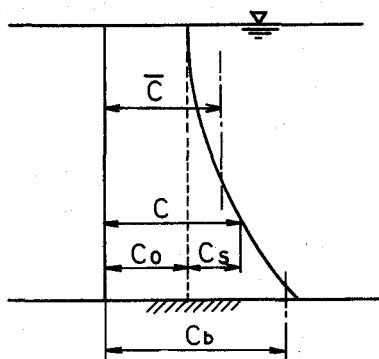


図-18 濃度分布のパターン

う短期とは潮汐振動の半周期程度と考えている)変化しないことが水面付近の濃度から判断される。

- (d) 掃流力が減少する場合には C_s が減少しやがて水深方向に一様な濃度 C_0 に落ちつくようだ。
 (e) 掃流力が限界値 τ_c より小さくなると沈降が卓越するが、後に述べるように沈降に要する時間は極めて短時間であるので C_0 とそれほど相異するものでないと考えられる。

5.3 洗掘浮上量

前節で述べたごとく、限界掃流力を上回る流れで底泥は洗堀され浮上するが、このような流況の場合、河道に沿う二断面の濃度には浮上した汚泥の分だけ差異が生ずるはずである。この二断面を約 400 m 離れた二つの橋梁に設定し、観測された平均濃度の時間的変化を整理したのが図-19 であるが、これより上流側断面より下流側断面の濃度が明らかに高いことが認められる。そこで底面の単位面積、単位時間当りの洗堀浮上量を q_B とし、観測値からこれを整理すると図-20 が得られる。これより

$$q_B = 2.7 \times 10^{-9} \{ 10 (U_* - U_{*C}) \}^{1.2 \sim 1.5} \text{ (ton/m}^2/\text{sec)} \quad \dots \dots \dots (30)$$

で浮上量が表示できる。ここに U_* は摩擦速度 ($=\sqrt{\tau/\rho}$) で U_{*c} は限界掃流力 ($\tau_c/\rho = 2$ とす

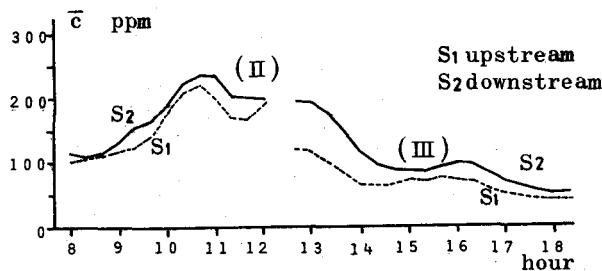


図-19 二断面の濃度変化

ればよい) に対するもので、 U_* , U_{*c} はともに
(cm/sec) で表わすものとする。

5.4 沈降堆積量

流れが限界値 $U * c$ を下回るようなとき、沈降堆積が卓越すると考えられるが、これを現地調査によって詳細に検討するのは困難であるため沈降筒による静水状態の沈降特性を参考にする。沈降筒はできるだけ現地の水深の規模に匹敵させるのがよい。汚泥を沈降筒に投入して濁水を作り、よく攪はんした後濃度を調べると以下のような特徴が観察される。

- (a) 沈降経過時間が初期の段階で濃度減少が著しく、1~2時間の経過ではほぼ最終濃度 \bar{C}_e に近づくと考えられる。

(b) 鉛直方向の濃度勾配はほとんどなく、一様濃

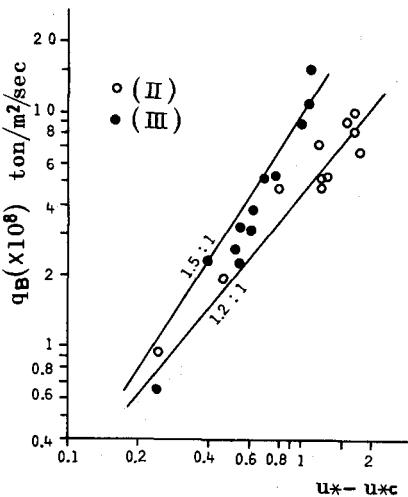


図-20 底泥の浮上量

度分布の状態で濃度が減少する。

これらのことより、掃流力が落ちた段階の流れでかなり早い時間で沈降が行なわれ以後の濃度変化は極く緩慢であることが予想され、最終濃度 \bar{C}_e は既述の C_0 の濃度に相当するものと考えられる。多くの沈降実験より平均的な wash load の沈降速度 Weg とそれに対応する粒径 d_e を求めると次の通りである。

$$Weg = 0.008 \text{ cm/sec} , d_e = 0.011 \text{ mm} \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

しかしこれは平均的なものであって一つの目安に過ぎない。また wash load の濃度と考えられる \bar{C}_e も、仮に式(31)が正しくとも、同一河川では一定とは限らない。wash load となり得る浮泥材料の多少によって時間的に変化するであろうからである。しかしながら、沈降特性に関する限り \bar{C}_e がいくらであっても初期濃度 C_0 から \bar{C}_e に至る減少は類似であって、図-21に示すように減少曲線は次式で表現できると考えてよいであろう。

$$\frac{\bar{C} - \bar{C}_e}{\bar{C}_0 - \bar{C}_e} = e^{-bt_1} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

ここに t_1 は沈降経過時間で、係数 b は t_1 (sec) 単位にとるととき平均的に 2.35×10^{-4} とみられる。

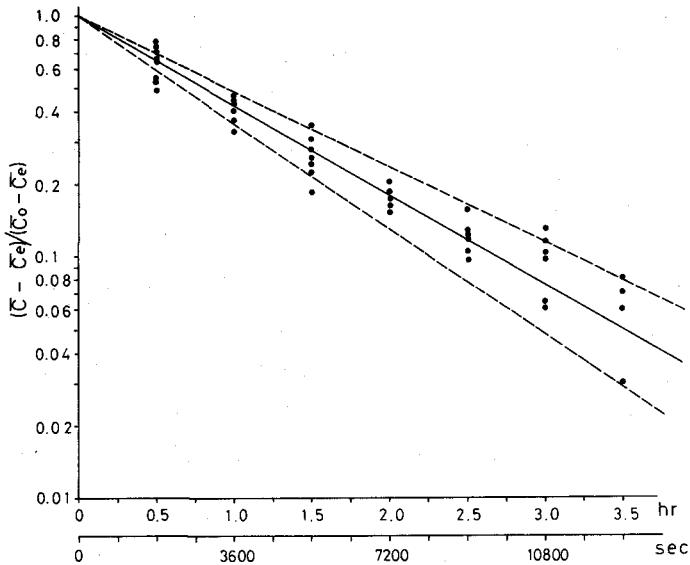


図-21 沈降筒平均濃度の時間変化

現実の河川では完全な静水状態が長時間続くことはないため、式(32)をそのまま適用するわけにいかない。流れがちょうど $\tau = \tau_c$ の状態であるとき、見かけ上浮上も沈降も起らない平衡状態があつて、 $\tau < \tau_c$ のとき沈降が現実に現われると考えられる。しかして τ が 0 でない限り浮泥粒子は重力の作用で沈降するだけではなく、流れの乱れ成分によるその粒子の持ち上げ、すなわち浮上作用も働いている。したがつて静水中の沈降速度 Weg は浮上作用による分だけ小さくなることになる。これは別の見方をすれば、一定距離を沈降するのに要する時間が長くなり、水中に残存する濃度は静水状態よりも高くなる。したがつて残存濃度を表わす式(33)の経過時間 t_1 を乱れの強さに比例させて短縮させればよいことになる。乱れによる粒子の浮上速度は河川漂砂で研究されているように鉛直方向の乱れの強さ $\sqrt{(w')^2}$ と考えられ、 $\sqrt{(w')^2}$ はまた U^* と同程度の値をもつといわれている。したがつて、流れのある場での式(33)の補正は、

$\tau = \tau_c$, $\tau = 0$ の境界を考慮して

$$\frac{\bar{c} - \bar{c}_e}{\bar{c}_o - \bar{c}_e} = e^{-b(1 - \frac{U_*}{U_{*c}})t_1} \quad \dots \quad (34)$$

で表わすことができよう。式(34)を t_1 について微分すれば

$$\frac{d\bar{c}}{dt_1} = -b(1 - \frac{U_*}{U_{*c}})(\bar{c} - \bar{c}_e) \quad \dots \quad (35)$$

となり、これは単位底面積に立てた水柱における濃度の減少率を表わす。式より明らかなように、減少率は初期状態からの沈降経過時間 t_1 に無関係となる。

5.5 濃度予測式

浮泥濃度を対象とするが、浮泥も水質を表わす一種の指標であるのでその一次元基本式は式(2)(4)と同様である。しかしここでは底泥の浮上と沈降を考慮するので以下にその誘導を簡単に示そう。流水自体からの発生源のない河道方向(x)と鉛直方向(z)の二次元空間場の浮泥量保存式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(c u) + \frac{\partial}{\partial z}(-c w_g) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{c}' \bar{u}') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{c}' \bar{w}') \quad \dots \quad (36)$$

で表わされる。 c および u の深さ方向の平均値を \bar{c} 、 U で定義し、 $(c u)$ の平均が $(\bar{c} U)$ と近似されるものとする。また x 方向の分散係数を D として式(36)右辺第一項の拡散項を無視すると、式(36)を水底 $z = 0$ から水面 $z = H$ まで積分して

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{c} U) = \frac{\partial}{\partial x}(D \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + R \quad \dots \quad (37)$$

を得る。ここに R は次式となる。

$$R = \frac{1}{H} \int_0^H d(c w_g - \bar{c}' \bar{w}') = \frac{1}{H} [c w_g - \bar{c}' \bar{w}']_{z=H} + \frac{1}{H} [-c w_g - \bar{c}' \bar{w}']_{z=0} \quad \dots \quad (38)$$

右辺第一項は水面での、また第二項は水底での上下方向の泥粒の輸送量の差を与えるものである。特に水面での濃度は図-18の記号にしたがって c_o であり、 c_o は短期的には一定と考えられるので第一項は 0 と考えてよい。第二項は底面の単位面積、単位時間当たりの上向き通過量を与え、この量を q_B で表わすならば式(38)は

$$R = q_B / \rho H \quad \dots \quad (39)$$

特に長方形断面とみられる河川においては B を川幅とし

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c} A) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{c} A U) = \frac{\partial}{\partial x}(DA \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{B}{\rho} q_B \quad \dots \quad (40)$$

となる。ここで q_B は掃流力が τ_c より大きいか小さいかによって浮上か沈降かの区別を与える必要があり、式(30)(35)を考慮して次式のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \tau \geq \tau_c \text{ のとき} \quad q_B = \text{式(30)} \\ \tau < \tau_c \text{ のとき} \quad q_B = -\rho H_b \left(1 - \frac{U_*}{U_{*c}}\right) (\bar{c} - \bar{c}_e) \end{array} \right\} \quad \dots \quad (41)$$

式(40)によって河道の浮泥濃度分布が一次元解析され、浮泥の輸送量等について追跡できる。簡易的には流れを定常近似し、分散項を省略することによって河道方向の Δx 区間について次式を提案することができる。

$$Q_{S1} - Q_{S2} = Q_{SB} \quad \dots \dots \dots \quad (42)$$

ここに、 Q_{S1} ：（上流断面からの浮泥流入量）＝ $\rho Q_1 \bar{c}_1$

$$Q_{S2} : \text{(下流断面からの浮泥流出量)} = \rho Q_2 \bar{c}_2$$

$$Q_{SB} : \text{(河床からの発生量)} = q_B \cdot B \Delta x$$

q_B の計算に必要な U_* , \bar{c} は区間内の平均値で与えるものとする。

5.6 水質との関連

河床に底泥が存在し、かつ流水による底泥の浮上や沈降があるときに、これが水質、特に指標としてBODを対象としたときのこれに対する影響は次のようにまとめることができる。

- (a) (底泥) → (静水) → (酸素消費增加) → (水質悪化)
 (b) (底泥) → (流速增加) → (洗掘浮上) → (酸素消費增加) → (水質悪化)
 (c) (底泥) → (流速減少) → (沈降堆積) → (酸素消費減少) → (水質良好)

従来から(a)の過程における水質悪化については研究が進められており、²⁴⁾(b)(c)に関連しても浮泥の酸素消費については研究があるが河道で水質追跡を行なえるまでには至っていない。

BODなどの水質指標に対し浮泥がどの程度影響を及ぼしているかは、浮泥濃度SSとBODの同時観測を行なえばよい。これに関する若干の成果²³⁾を図に示したのが図-22である。これより明らかにSSとBODには対応性が見られ、底泥の浮上や沈降によってBODが関連づけられている一面がある。このことは河川の水質を調査する場合に、採水位置はもちろん都市河川では流れの流況がどういう状態かによって、同じ日でも数時間の観測時刻のずれで水質評価が大いに差異を生ずる可能性があることになるから十分注意を要するところである。

SS と BOD の量的な関係を求めるのは困難である。それは底泥の有機質特性や浮泥状態の継続時間にかかるからである。しかし図-22で両者の間に比較的高い相関があることから、この調査に関する一例として両者の関係をプロットしたものが図-23である。両者の相関性についてより詳細な検討はな

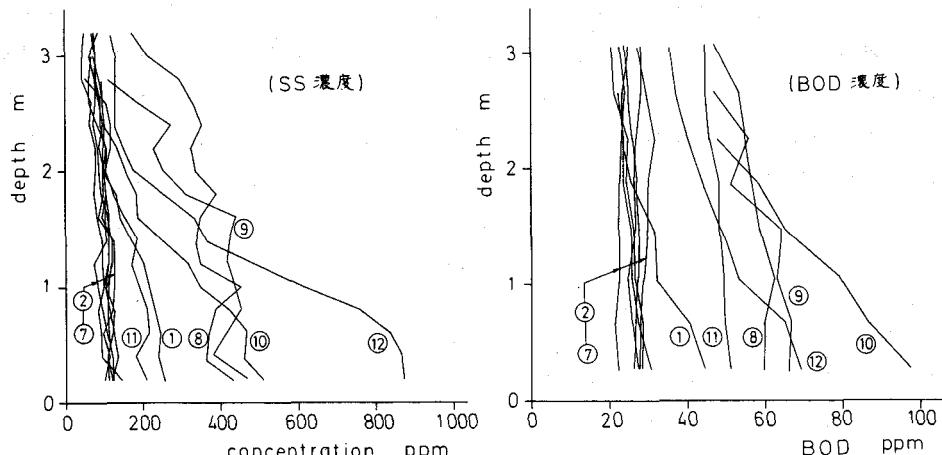


図-22 SS, BOD の鉛直方向濃度分布

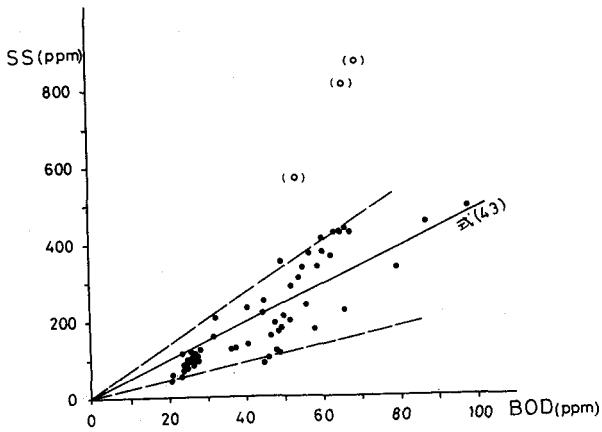


図-23 BOD と SS の相関

されているが、²⁵⁾ 概略の関係は

$$(\text{SS}) = 5.0 \text{ (BOD)} \quad \dots \dots \dots \quad (43)$$

で与えられるであろう。しかしこの関係式は現象論的な結果ではなく、統計的な結果であることに注意を要する。

6. 結 論

都市河川の河道システムにかかわる水理問題で河口密度流について述べるまでに至らなかった。この問題は河川と海域とを結ぶ接点問題として水量、水質に関連する要素が多い。水環境の健全化はいうまでもなく河川における対処を以って完結するものなく、特に水質については海域の水質汚染が河川流出に関連づけられる面が多い。したがって都市河川システムは更に海域システムへと結びつけられるべきものである。

河川工学のどの研究でも、また河川事業や河川計画でも、基礎資料として観測データが必要である。特に都市河川という周辺環境の変化が著しい特殊河川にあっては、小地域における短時間の対応が要求されるだけに水文資料もきめ細かい、かつ都市活動の変動による水文応答が十分反映されたものとして観測されなければならない。現状ではそのような情報体制が完備されているとは云い難く、経験や既成の水理学理論で対応できるものはごく限られた問題になりつつあるように思う。この点に鑑み今後わが国の多くの都市で整備調整を行なわねばならない水量制御と水質制御のために、早急な観測体制の設置が望まれる次第である。

参 考 文 献

- 1) 総理府統計局編; 日本の統計(1973), 大蔵省印刷局, 昭和48年4月.
 - 2) 建設省編; 建設白書(昭和48年版), 大蔵省印刷局, 昭和48年8月.
 - 3) 環境庁編; 環境白書(昭和48年版), 大蔵省印刷局, 昭和48年7月.
 - 4) 大阪府生活環境部編; 大阪府公害白書(昭和46年版), 大阪官書普及, 昭和46年10月.
 - 5) 日本国河川協会編, 河川便覧(1972), 国土開発調査会, 昭和47年9月.

- 6) 那智俊雄 ; 都市河川の諸問題（寝屋川水系を中心にして）, 土木学会水理委員会, 1973年度水工学に関する夏期研修会講義集, 水工学シリーズ73-A-6, 昭和48年7月.
- 7) A. Murota, T. Kanda, T. Eto ; Flood Routing for Urban River Network, Int'l Symp. of River Mech., Bangkok, IAHR, Jan., 1973.
- 8) 伊藤剛編; 数値解析の応用と基礎（水理学を中心として）アテネ出版, 昭和46年10月.
- 9) 岩佐義朗・井上和也 ; 洪水流の数値シミュレーションに関する一考察, 土木学会第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月.
- 10) 村岡浩爾・中辻啓二 ; 河川流の非定常拡散解析における数値誤差の評価, 土木学会論文報告集, 第213号, 昭和48年5月.
- 11) 木下武雄 ; 不定数計算への道, 伊藤剛編 : 数値解析の応用と基礎, 第8章, アテネ出版, 昭和46年10月.
- 12) 伊藤剛 ; 非定常運動の境界条件について, 土木学会第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月.
- 13) 福岡捷二 ; 蛇行水路における分散の基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第200号, 昭和47年4月.
- 14) 末石富太郎・住友恒・松岡謙 ; 河川合流部における水質混合, 土木学会第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月.
- 15) 杉木昭典 ; 感潮河川の汚濁機構, 特に隅田川について, 土木研究所報告, 133号の1, 昭和42年12月
- 16) 矢野雄幸 ; 海域における廃水の希釈混合計算について—水域分割による混合モデル—, 用水と廃水, Vol. 14, №1, 昭和47年1月.
- 17) 村岡浩爾・中辻啓二 ; 有限要素法による非定常拡散解析について, 土木学会第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月.
- 18) 林泰造 ; 河川の不定流について, 1966年度水工学に関する夏期研修会講義集, 水工学シリーズ66-01, 土木学会水理委員会, 昭和41年8月.
- 19) K. Muraoka, K. Nakatsui ; Numerical Analysis on Unsteady Dispersion in River, Tech. Repts. Osaka Univ., Vol. 23, №1147, 1973.
- 20) 村岡浩爾・三浦健志・狭間裕志 ; 河川合流部の拡散混合に関する実験的研究, 土木学会関西支部年次学術講演会講演集, 昭和49年5月.
- 21) 淀川水質汚濁防止連絡協議会 ; 寝屋川水質汚濁解析, 昭和43年5月.
- 22) 建設省近畿地方建設局 ; 寝屋川および大阪市河川生物相調査並びに寝屋川の底質調査, 昭和44年5月.
- 23) 村岡浩爾 ; 流れによる底泥浮上と水質との関連, 土木学会第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月.
- 24) 村上健・長谷川清・湯浅信吾 ; 河床堆積物が河川水質に及ぼす影響としゅんせつの効果, 土木技術資料Vol. 11, №6, 昭和44年6月.
- 25) 村岡浩爾・川井哲夫 ; 流水中の浮泥濃度とBODとの関連, 土木学会関西支部年次学術講演会講演集, 昭和49年5月.