

水理構造物による局所洗堀

中 川 博 次

1. ま え が き

橋脚、水門、水制など水理構造物の周辺における流れの急激な変化によってもたらされる局所的な河床洗堀現象は、一般の河床変動現象に比べてきわめて多くの要因に支配され、洗堀機構自体も複雑であって、いわゆる一次元的な解析法では解決できない場合が少なくない。局所洗堀では局所流の作用によって砂礫が移送されて洗堀が生じ、その洗堀形状の変化によって流れが変化するクローズドシステムを形成するが、砂礫の移動量が場所的に不均衡ないわゆる非平衡状態での流砂問題を明らかにしなければ満足すべき解が得られないように思われる。さらに、各種の構造物はその形状、寸法がまちまちであり、それらを境界条件とする流れの様相も異なるため、それぞれ模型実験を主とした取り扱いが個別に行なわれてきた。しかし、局所洗堀の相似律や支配因子相互の影響などに不明な点が多く、未だ定性的な域を出ない現状である。

一方、河川や海流中に設置される水工構造物の規模は近年飛躍的に大きくなり、局所洗堀が施工中および完成後の構造物の安定性に及ぼす影響が増大しているところから、洗堀量を適確に予測して、適切な洗堀軽減防止対策を確立することが要請されている。これに応えるためには、局所流と境界面形状および砂礫特性との相互作用を系統的に考察し、砂礫の移動機構に関する普遍的特性に基づいて模型実験の結果を説明する努力がなされねばならない。局所洗堀に関しては、本研究会でも既に土屋教授¹⁾によって噴流による洗堀限界と洗堀機構についての基本的考察が行なわれ、著者も円柱橋脚周辺²⁾の局所流と局所洗堀との関係を従来の研究成果に基づいて考察した。ここでは円柱橋脚周辺における局所洗堀をとりあげ、主として實際設計に関連した基本的特性について述べる。

2. 洗 堀 の 特 性

一般に、局所洗堀現象は洗堀された領域からの流出土砂量 Q_{so} とその領域への流入土砂量 Q_{si} との不均衡から生じる現象であって、 Q_{so} と Q_{si} との関係から分類すると、

- 1) $Q_{so} = Q_{si} = 0$: no scour
- 2) $Q_{so} > Q_{si} = 0$: clear water scour
- 3) $Q_{so} > Q_{si} > 0$: scour with continuous sediment motion

である。構造物の影響がない位置での河床砂礫が移動しているのが3)に相当すると考えてよいが、厳密には Q_{si} の有無と河床全体が動いているいないとは必ずしも一致しない。一般に問題とされるのは、2)および3)の場合の終局状態での洗堀深であって、 $Q_{so} = Q_{si}$ となる平衡状態は2)では $Q_{so} = Q_{si} = 0$ となる静的平衡状態であるが、3)の場合には $Q_{so} = Q_{si} \neq 0$ であり、動的平衡状態が現われることになる。さらに、終局状態に到達するまでの洗堀深の時間的変化の予測は、構造物基礎の工期、工法の決定や実河川での流量履歴に対応する洗堀規模の決定に当って必要であるが、これも図-1に示すように2)の場合は流入砂量が0であるので、相当長い時間経過しても最終的な平衡洗堀深は得られないのに対し、3)の場合は比較的短時間に最終の状態に達し、これに河床波の影響が加わっている。また、Shen³⁾によると、図-2に示すように3)の場合の最大洗堀深 Z は接近流速 U_0 に無関係となるが、2)の場合には明らかに流速の関数となる。

今少し詳しく円柱橋脚を例にとりて2)および3)の場合の洗堀特性を著者の実験結果にもとづいて

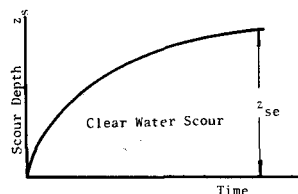
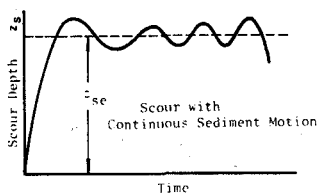


図-1 洗掘深の時間的变化

説明しよう。

(1) clear water scour

著者はそれぞれ2種類の円柱径および砂粒径を用いた実験を行ない、円柱前面、斜め前面および側面での洗掘深の時間変化を示す図-3を得た。すなわち、洗掘初期には斜め前

面と側面の洗掘速度が大きい、時間と共に前面の洗掘が進み、最終的には最大洗掘深は円柱前面に存在するようになる。また、ある程度洗掘が進行した段階では、円柱前半部の洗掘孔形状は逆円錐形をしており、斜面はほぼ砂の水中安息角を保ち、形状の相似性がほぼ成立するものとみなされる。この性質を利用して洗掘孔形状を実験的にあらかじめ定め、その表示式を流砂の連続式に代入して洗掘深の時間的变化を明らかにしようとする解析的モデルが数多く提案されており、これが解析的研究の主流をなしているが、先に述べたように、洗掘の進行に伴う水流の変化を適確に把握しにくいことと非平衡状態での流砂量を解明しえない現状から、定量的に十分説

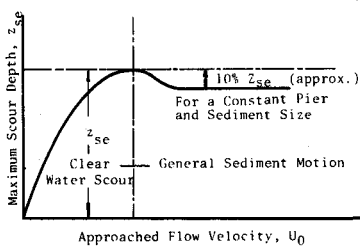


図-2 接近流速と最大洗掘深

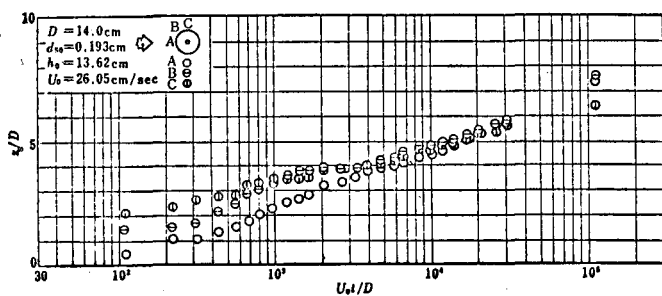


図-3 場所別の洗掘深の時間的变化

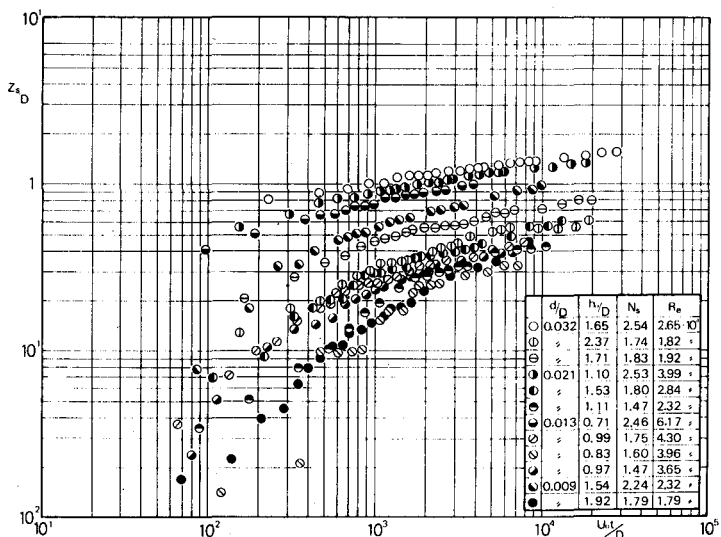


図-4 最大洗掘深の時間的变化

明するには至っていない。

さて、各種の実験条件に対する円柱前面での洗掘深 z_s の時間的変化を示したのが 図-4 である。
 z_s は円柱径 D で、時間 t は接近流速 u_0 と D で無次元化して示されている。洗掘のごく初期を除いて、 z_s/D と $u_0 t/D$ とは両対数紙上で直線関係にあり、ある遷移時間において勾配がより緩やかな直線関係に移行する。すなわち、一定時間後は洗掘速度が非常に緩慢になるが、非常に長時間経過しても完全には洗掘が停止しない。したがって、clear water scour では厳密な意味での終局状態 ($Q_{so} = Q_{si} = 0$) は定義しにくい、いま洗掘速度が急に小さくなる時の洗掘深を遷移洗掘深 z_{st} と名付け、最終洗掘深を代表させるものとする。局所洗掘を支配する因子を考えると、一般に z_s/D は次の関数関係で表わされる。

$$\frac{z_s}{D} = f\left(N_s, \frac{d}{D}, \frac{u_0 t}{D}, \frac{u_0 D}{D}, \frac{h_0}{D}, \frac{\sigma}{\rho}, \sigma_0\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ρ : 流体密度、 σ : 砂粒密度、 d : 砂粒径、 h_0 : 水深、 σ_0 : 砂粒径の混合度合であり、
 $N_s = u_0 / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}$ である。

図-4 からは $u_0 D/\nu$ 、
 h_0/D の影響は顕著でなく、
 σ_0 がほぼ一定の場合は他の無次元因子、特に N_s が主要な支配因子であることがわかる。図-5 は z_{st}/D と N_s との関係を示したものであるが、 $N_s < N_{sc}$ (N_{sc} は一様流での砂礫の移動限界の N_s) の範囲が clear water scour の領域であり、これによると与えられた d/D に対しては z_{st}/D は N_s と比例関係にあることがわかる。 z_{st}/D が発生するまでの無次元時間

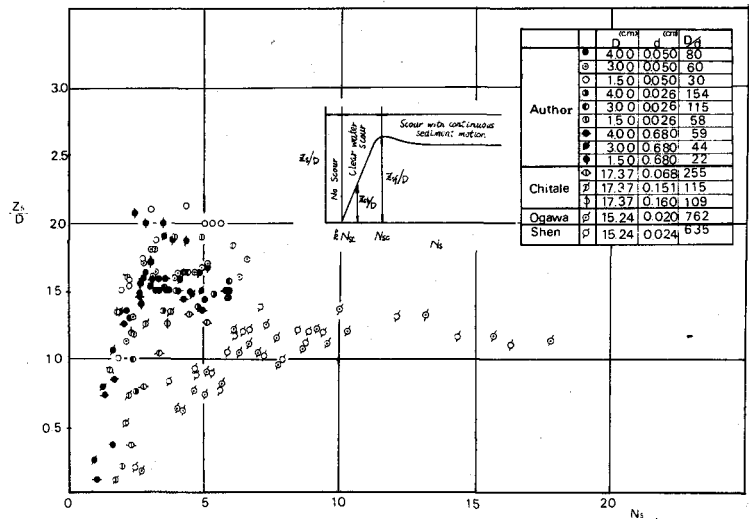


図-5 最終洗掘深と N_s の関係

$u_0 t_s/D$ も N_s の関数となるが、これについては時間縮尺の節で述べる。

(2) Scour with continuous sediment motion

それぞれ3種の円柱径、砂粒径を用いて河床波がほぼ定常進行していく状態での局所洗掘実験を行なった結果、洗掘孔形状は円柱前半部では逆円錐形をしているが、河床波の影響を受けて洗掘深は急激に増減することが認められた。また、最大洗掘深の時間的変化はごく短時間に河床波の移動のみに支配される終局的な洗掘状態に達し、この平衡洗掘深を z_{sf} とすると、 z_{sf} に到達するまでの無次元時間 $u_0 t_s/D$ は N_s の大きさに無関係に $1 \sim 2 \times 10^3$ となることがわかった。次に、 z_{sf}/D と N_s との関係は図-5 の $N_s > N_{sc}$ の領域で与えられ、clear water scour の場合には z_s/D が N_s と共に直線的に増加するのに反し、この場合には N_s に無関係にほぼ一定になるといえる。すなわち、流速のみに着目すると、流速がいくら増大しても平衡洗掘深は一定であり、流入砂量の増大とともに流出砂量も同じだけ増えることを示しており興味深い事実である。 z_{sf}/D は D/d に強く支配されており、

$2 \times 10^2 < D/d < 2 \times 10^4$ の範囲で次式の関係が近似的に認められる。

$$\frac{z_{st}}{D} = 3.4 - 0.9 \log \frac{D}{d} \dots\dots\dots (2)$$

3. 洗掘機構のモデル化

円柱橋脚周辺の局所洗掘機構を解析的に取扱うには、洗掘に関する連続式

$$dV/dt = Q_{so} - Q_{st} \dots\dots\dots (3)$$

を解かねばならないが、表-1に示される従来の解析モデルの多くは、洗掘領域として前述のように実験的事実から逆円錐形の数学的表示を与え、また流入、流出砂量については従来の平衡状態での流砂量式を用いている。さらに、

表-1 橋脚洗掘の解析モデル 4) 5) 6) 3) 7)

洗掘に貢献する流れに関しては、橋脚による断面収縮に注目するもの、二次元ポテンシャル流としての橋脚周辺での流れの変化を考慮するもの、あるいは洗掘孔内での流れの拡散を考えるものなどがあり、それらから洗掘の進行に伴う底面せん断力の変化を導いている。しかしながら、洗掘の

Investigator	Model for flow	Scour hole shape	Model for Sediment movement
Laursen 4)	contraction	reverse-cone	critical tractive force
Saito 5)	contraction	(front) reverse-cone (back) trigonal-pyramid	Kalinske-Brown formula
Carstens 6)	$u_0/\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}$	reverse-cone	experimental formula
Shen 3)	horse shoe vortex	reverse-cone	
Tarapore 7)	velocity diffusion at the scour hole	reverse-cone	Du Boys' formula

進行に伴って洗掘孔内へ流入する流量は複雑に変化し、したがって洗掘孔からの流出砂量も単純な流れの変化を仮定したモデルからは適確に把握できない。事実、経験的に z_s/D の効果を流砂量式に導入した Carstens⁶⁾ の表示が比較的良好の結果を与えるのもこの問題の複雑さを物語っている。また、従来の解析は終局的な平衡洗掘深を求めることに主眼をおいているため、洗掘深の時間的变化や洗掘孔への供給砂量の有無による洗掘特性の相違を明確にして解析したものは数少ない。以下では円柱橋脚周りに発生する馬蹄形渦の作用に注目し、そのみによって支配される円柱前面での洗掘過程を流砂の連続関係にもとづいて考慮した著者ら⁸⁾ の考えを説明する。

(1) 流れのモデル

円柱前面では渦度の集中によって馬蹄形渦が発生し、これがポテンシャル流によって輸送される流況を示すが、憩流面に着目すると図-6に示される剝離域のスケール L 、 H はほとんど水理量に無関係で円柱径のみに支配され、 $L = 0.65 D$ 、 $H = 0.60 D$ であることが、3種の円柱径に対する実験から認められた。いま、簡単に三角形 LHO に内接する半径 ℓ の渦を考え、その外縁流速を v_{bm} とすると、この渦のもつ循環 Γ_1 は、

$$\Gamma_1 = \oint V_{bm} ds = -2\pi \ell V_{bm} \dots\dots\dots (4)$$

一方、Shen ら⁸⁾ によると、コントロールボリューム $ACBO$ について円柱がない場合と存在する場合との循環の差 Γ_2 は、

$$\Gamma_2 = -u_{os} D/2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。ただし、 u_{os} は上流の一様流での表面流速である。循環の不変性から、 $\Gamma_1 = \Gamma_2$ とすると、 $v_{bm} = u_{os} D/4\pi\ell$ が得られ、先の L 及び H の値を用いて ℓ を計算すると、 $\ell = 0.177 D$ となる。また、接近流に対数分布則を仮定し、その平均流速 u_{om} を Manning 公式で与えると、 v_{bm} と u_{om} の関係として、

$$\frac{v_{bm}}{u_{om}} = \frac{D}{4\pi\ell} \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{kh_o^{1/6}} \right) = 0.45 \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{kh_o^{1/6}} \right) \quad \dots\dots (6)$$

が得られる。

円柱前面での河床面に沿う ($z=1\text{mm}$) 上流向き流速を 14 種の実験条件のもとで測定した結果、最大流速の発生位置は円柱前端より約 $0.3 D$ 上流であり、したがって ℓ はほぼ $0.15 D$ となり、単純な上述の渦モデルの妥当性が認められる。また、 v_{bm}/u_{om} の値も式(6)による理論値と良好な一致を示した。

いま局所的な流速係数を ϕ_v とすると、摩擦速度 u_* は $u_* = \phi_v v_{bm}$ で与えられるから、式(6)を考慮すると、

$$\frac{u_*}{u_{om}} = 0.45 \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{kh_o^{1/6}} \right) \phi_v \quad \dots\dots\dots (7)$$

の関係を得る。 ϕ_v は実験によって決まる定数である。

(2) 洗掘形状のモデル

洗掘初期には憩流面内で図-7(A)に示すように、上述の渦の作用によって洗掘孔が形成されるが、観察によると洗掘孔が渦のスケール以上に大きくなっても実際に渦流によって洗掘されるのは、図-7(B)で $k_1 D$ で示される部分のみで、斜面上の砂は水中静止摩擦角 ϕ で安定するように洗掘進行とともに滑落していく。

(3) 砂の移動に関するモデル

局所洗掘は二次流の発生や流れの集中などによって起され、洗掘の進行とともに流れが複雑に変化するから、全過程を通じての流れと流砂との関係を確立することははなはだ困難である。洗掘に支配的な流れの特性がある程度明らかで、しかも洗掘進行に伴う流れの変化を適当に仮定することができれば、実験的に補正された既往の流砂量式を洗掘の連続方程式に代入することによってある程度洗掘機構を説明することが可能である。しかしながら、複雑な境界面の変化と高次の不規則性に影響される非平衡状態での流砂法則が確立されない限り、局所洗掘を系統的に説明することは困難である。この問題の基本的取扱いは、河床波の進行にみられるように不等流あるいは不定流の場合における砂粒の運動機構の解明にまたねばならない現状である。

このような砂の移動に関する決定論的説明が困難な現状にかんがみ、また時間的・空間的に不均質な場における流砂法則を探る一つの方法として、Einstein 以来の確率的概念のもとづく取扱いを適用し

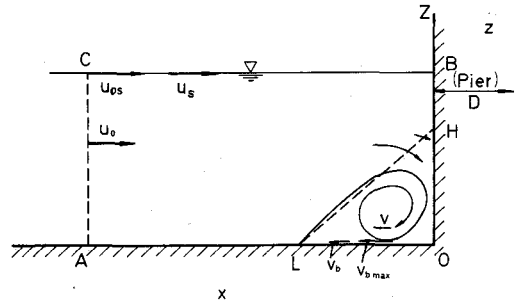


図-6 憩流面での剝離渦

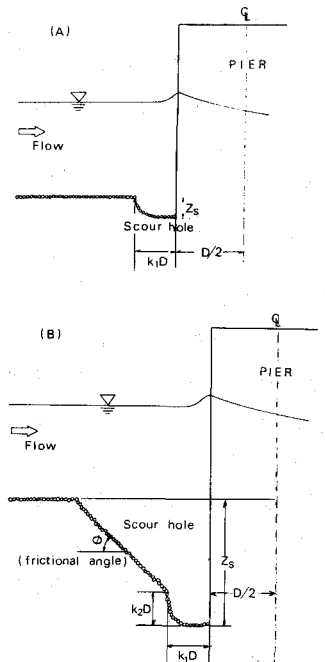


図-7 (A), (B) 洗掘孔形状の変化

よう。水流による砂粒の移動現象を時間と距離との複合ポアソン過程とすると、時刻 t に距離 x にいる砂の確率密度関数 $f_t(x)$ は、

$$f_t(x)=\lambda e^{-(\lambda x+p_s t)}\left(\frac{p_s t}{\lambda x}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot I_1(2\sqrt{\lambda x p_s t}) \dots\dots\dots (8)$$

である。ここに I_1 は一次の変形ベッセル関数で、 λ 及び p_s はそれぞれ距離及び時間に関する確率定数であって、時刻 t における砂の平均移動距離 $\bar{x} (=p_s t/\lambda)$ とその分散 $\sigma_x^2 (=2 p_s t/\lambda^2)$ を実験的に求めることにより決定されるが、円柱先端の憩流面内の砂粒は運動直後に面外へ移動するから、ここでは p_s のみに注目し、時間 t の間に n 回のステップをとる確率 $p(n:t)$ を考える。すなわち、

$$p(n:t)=e^{-p_s t}(p_s t)^n/n!$$

であるから、

$$p(0:t)=e^{-p_s t} \dots\dots\dots (9)$$

となり、時刻 t における原点残留確率を実験的に求めることから単位時間当りの砂の移動確率 p_s を決定しうる。

一方、Paintal¹⁰⁾ は河床砂の流れに対する露出度の不規則性が砂粒の移動確率に及ぼす影響を考慮し、考えている粒子とその前後の粒子の露出度が0から1まで一様に分布しているものと仮定し、砂の露出度による抗力および揚力の変化を考慮した移動開始条件から移動確率 p_0 と τ_* ($=u_*^2/(\frac{\sigma}{\rho}-1)gd$) との関係求めている。いま、この絶対確率 p_0 は砂粒の移動できる状態の確率であり、現実には砂が動くという応答としての単位時間当りの砂粒の移動確率 p_s との間に沈降速度で粒径 d だけ運動するに要する時間 t_0 を考慮すると、

$$\frac{p_0}{p_s}=\frac{C}{F}\sqrt{\frac{d}{(\frac{\sigma}{\rho}-1)g}}=t_0 \dots\dots\dots (10)$$

で表わされる。ここに F は砂粒径、比重、流体の動粘性係数によって変化するが、実用範囲ではほぼ0.816、 C は実験定数で砂粒形状や流れの拘束される境界特性に支配されるものと考えられる。図-8は著者および従来の研究者の p_s の測定値を $\sqrt{d/(\frac{\sigma}{\rho}-1)g}$ で無次元化し、 τ_* に対して図示したものであり、Einstein

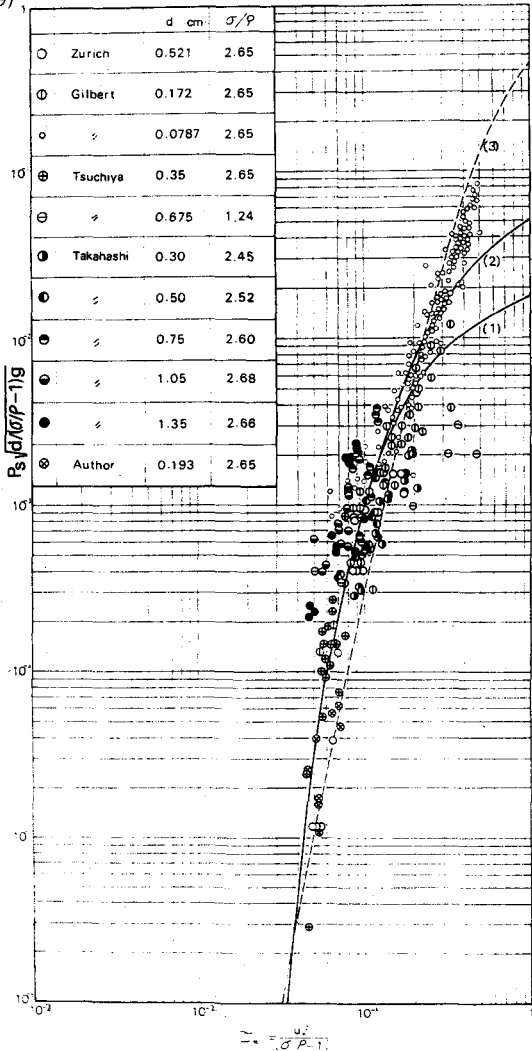


図-8 砂粒移動確率と τ_* との関係

の掃流砂関数から計算されたものが曲線(1), (2)で示され、図中の破線は Paintal の理論式を式 (10) の考えに基づいて実験値を満足するように平行移動したものである。これらの結果は等流状態でのものであるが、 τ_* が適確に推定されれば局所的な流れに対しても破線で示される $p_s \sqrt{d/(g-1)g} = 4 p_o$ を適用しても不自然ではないであろう。もちろん、このように限られた場合を除いては、流れの境界特性に強く支配される step length や rest period の確率分布を検討した連続式を考慮しなければならないことはいうまでもない。

(4) 洗掘進行過程

円柱前面での洗掘過程は図-7を参照すると、(A)渦の自由な洗掘過程、(B)洗掘孔斜面が砂の水中安息角で保持されるために渦による洗掘作用を受けている領域への斜面滑落が起る過程、(c)憩流面外の流れの変化によって面内での洗掘砂礫が系外へ輸送されにくくなり、洗掘速度が鈍化する過程が考えられる。

また、clear water scour では終局的状態が得られないため、洗掘深の時間変化特性が問題となることが多く、一方 scour with continuous sediment motion ではごく短時間に平衡状態に達するため、平衡洗掘深自体の評価が問題となる。

いま、図-7に示される $k_1 D$ の部分に働らく渦の洗掘力が洗掘の進行によっても変化しないという実験的事実から、(A)過程における憩流面内の流砂の連続式は

$$k_1 D dz_s = \varepsilon p_{s1} A_1 d \cdot k_1 D dt - q_{s1} dt \quad \dots\dots\dots (11)$$

であり、(B)及び(c)過程では

$$k_1 D dz_s = \varepsilon p_{s1} A_1 d \cdot k_1 D dt - \frac{z_s - k_2 D}{\sin \phi} dz_s \cdot \cos \phi - q_{s1} dt \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。上式中、 d : 砂粒径、 D : 円柱径、 z_s : 元河床からの洗掘深さ、 A_1 : 空隙率や三次元的な影響を含む係数、 ϕ : 洗掘孔前面の傾斜角で clear water scour では砂の水中安息角、 q_{s1} : 上流から洗掘孔前面に流入してくる単位時間、単位幅当りの流砂量で水理量その他洗掘孔の大きさに支配される。 p_{s1} : $k_1 D$ の部分における単位時間内の砂粒の移動確率、 ε : 移動確率 p_{s1} で動いた砂が憩流面外へ出る割合で全てが出れば $\varepsilon = 1$ である。

clear water scour の場合 $q_{s1} = 0$ であるから、式(11)及び(12)を積分し、 p_{s1} の代りに式(10)の関係から p_o を用いると、

$$(A) \text{過程} : \frac{Z_s}{D} = \frac{A_1 \varepsilon}{C/F} \cdot \frac{p_o}{N_s} \cdot \frac{u_o t}{D} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$(B) \text{過程} : \frac{Z_s}{D} = \sqrt{2 k_1 \tan \phi} \sqrt{\frac{A_1 \varepsilon}{C/F} \cdot \frac{p_o}{N_s} \cdot \frac{u_o t}{D} + \frac{\tan \phi}{2} (k_1 \tan \phi - 2 k_2)} - k_1 (\tan \phi - \frac{k_2}{k_1}) \quad \dots\dots (14)$$

が得られる。この理論曲線を実験値と比較した一例を図-9に示す。上式中の定数については、 $C/F = 0.25$ 、 $\phi = 45^\circ$ 、 $k_1 = 0.25$ 、 $A_1 = 1$ を使い、 k_2 及び ϕ_o は両過程の屈折点の実測値からそれぞれ 0.2 及び 0.38 と定められた。図から洗掘初期には洗掘深は時間と一次関係にあり、深さが $k_2 D$ となつてからは時間の平方根に比例するという洗掘機構モデルは実際現象をよく表わしているが、さらに時間が経過して $\varepsilon < 1$ となる(c)過程に移ると、洗掘深の変化はより緩やかになり、先に定義した遷移洗掘深 z_{st} は(b)過程から(c)過程へ移る点での洗掘深に相当する。

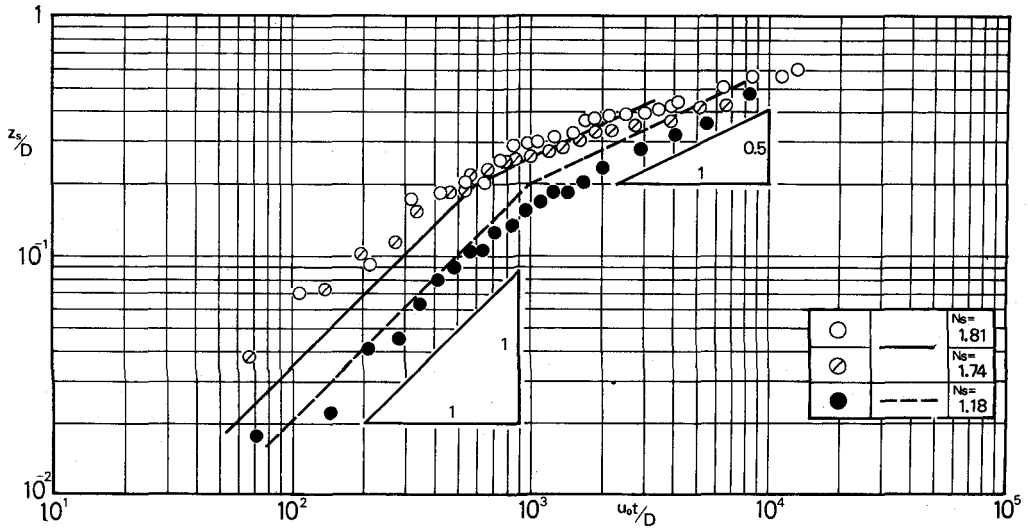


図-9 理論洗掘深変化と実測値との比較

4. 局所洗掘の時間縮尺

3.では円柱橋脚前面での洗掘機構モデルに基づく局所洗掘の時間的変化の解析例を示した。しかし複雑な特性を示す各種構造物周辺の局所洗掘機構をモデル化することは一般に困難であり、系統的な水理模型実験によって原型の洗掘量を定量的に予測する方法が展開されねばならない。局所洗掘においても一般の河床変動の場合と同様、水流及び流砂の運動方程式及び連続方程式の原型と模型における相似条件が満足される必要があるが、開水路一次元流れにおける流砂及び流水の相似律についても流水抵抗や流砂量の相似条件に問題が多く、まして水流や流砂の運動方程式を確定することが困難な局所洗掘を厳密な相似律に基づいて再現することは不可能に近い現状である。

ここでは局所洗掘の実験結果を流水及び流砂に関する単純な基礎理論にもとづいて解析し、相似律を見出すことによって原型の洗掘諸量を推定する著者の試みを述べる。局所洗掘の対象は同じく円柱橋脚であり、実験資料はすべてこれまでに述べたものと同じものである。

いま、円柱周りで単純に二次元ポテンシャル流を仮定し、接近流の平均流速を u_0 、平均粒径 d なる砂の移動限界での u_0 を u_c とすると、円柱側面での流速は $2u_0$ であるから、この点での砂の移動速度は $(2u_0 - u_c)$ に支配される。円柱径、砂粒径及び水理量を幅広く変化させた実験で z_s/D と $(2u_0 - u_c)t/D$ との関係は図-10に示すように、両対数紙上で屈折点をもつ2つの直線関係で与えられることがわかった。これらの直線関係はそれぞれ3.で述べた(b)及び(c)過程に相当し、屈折

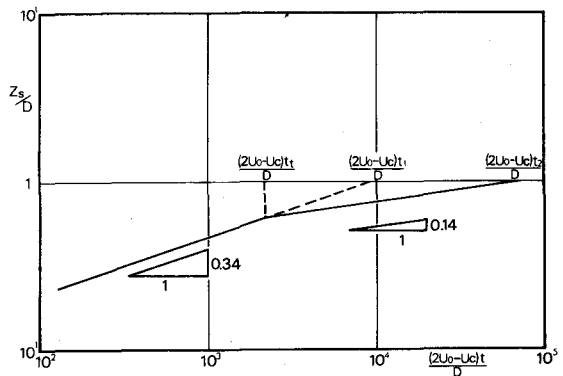


図-10 洗掘深の時間変化の説明

点での z_s は z_{st} を表わす。屈折点の現われる時間を t_t とすると、洗掘深の時間変化は

$$t \leq t_t : \frac{Z_s}{D} \sim \left[\frac{(2u_o - u_c)t}{D} \right]^{0.34} \dots\dots\dots (15)$$

$$t > t_t : \frac{Z_s}{D} \sim \left[\frac{(2u_o - u_c)t}{D} \right]^{0.14} \dots\dots\dots (16)$$

で表わされる。図-10に示すように、 $z_s/D=1$ と $1:0.34$ 及び $1:0.14$ の直線が交わる点の時間をそれぞれ t_1 及び t_2 とすると、上式は次のように書くことができる。

$$t \leq t_t : \frac{Z_s/D}{1} = \left[\frac{(2u_o - u_c)t/D}{(2u_o - u_c)t_1/D} \right]^{0.34} = \left(\frac{t}{t_1} \right)^{0.34} \dots\dots\dots (17)$$

$$t > t_t : \frac{Z_s/D}{1} = \left[\frac{(2u_o - u_c)t/D}{(2u_o - u_c)t_2/D} \right]^{0.14} = \left(\frac{t}{t_2} \right)^{0.14} \dots\dots\dots (18)$$

つまり、定義された基準時間 t_1 、 t_t 及び t_2 の模型での値が求められ、原型と模型とのこれらの比 n_{t1} 、 n_{tt} 及び n_{t2} を基礎式の相似関係から導くことができれば、原型での基準時間が決定され、 z_s/D の原型での時間的変化が推定できる。

さて、水流の相似条件としては、基準速度を二次元ポテンシャル流の仮定に基づく $(2u_o - u_o)$ にとることによって実験結果を十分満足に整理しうることがわかった。次に流砂の運動方程式については、clear water の場合接近流の摩擦速度 u_* と限界摩擦速度 u_{*c} とが同じオーダーであることを考え、流砂量を次式で与える。¹¹⁾

$$\frac{q_B}{\sqrt{(g-1)gd^3}} = K \left[\frac{u_*}{\sqrt{(g-1)gd}} - \frac{u_{*c}}{\sqrt{(g-1)gd}} \right]^m \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 q_B : 単位幅当りの流砂量、 k 、 m : 実験定数

次に流砂の連続関係も単純に二次元の場合を考えて、

$$\frac{\partial Z'_s}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 λ は空隙率である。式(19)で $u_* = 2\varphi u_o$ (φ : 一定) と $u_{*c} = \varphi u_c$ を用いて相似条件を求めてみると、

$$n_{qB} = n_K \cdot n_s^{\frac{1-m}{2}} \cdot n_g^{\frac{1-m}{2}} \cdot n_d^{\frac{1-m}{2}} \cdot n_\varphi^m \cdot n_{(2u_o - u_c)}^m \dots\dots\dots (21)$$

となる。ただし、 $S = (\sigma/\rho) - 1$ である。同様に式(20)より、

$$n_{Z_s} = n_{(-\lambda)}^{-1} \cdot n_{qB} \cdot n_x^{-1} \cdot n_t \dots\dots\dots (22)$$

が得られ、また一般に、 $n_K = n_s = n_g = n_\varphi = n_{(1-\lambda)} = 1$ であるから、式(22)に式(21)を代入して整理すると、

$$n_{Z_s} = n_d^{\frac{3-m}{2}} \cdot n_{(2u_o - u_c)}^m \cdot n_x^{-1} \cdot n_t$$

となり、無次元量の比に直し、 $n_x = n_D$ を考慮すると、

$$n_{Z_s/D} = n_{(2u_o - u_c)}^{\frac{m-1}{\sqrt{S\sigma^3}}} \cdot n_{\frac{(2u_o - u_c)t}{D}} \cdot n_{D/d}^{-1} \dots\dots\dots (23)$$

の関係が得られる。 m は従来の流砂量式を参考にすると、Meyer-Peter・Mülle 型で $m=3$ ，Kalinske-Brown 型で $m \simeq 5$ であるが， $m = 4$ になる値を用いると，式(23)は，

$$n_{zs/d} = n_{(2u_0-u_c)}^3 \cdot \frac{n_{(2u_0-u_c)t}}{D} \cdot n_{D/d}^{-1} \dots\dots\dots (24)$$

となる。

このようにして円柱周辺の局所洗掘に関する模型と原型との時間スケールが確定されるが，原型での洗掘深の時間的变化を推定するために必要な n_{t1} 及び n_{t2} を求める。式(24)で $t = t_1$ で $n_{zs/d} = 1$ の条件を用いると，

$$n_{\frac{(2u_0-u_c)t_1}{D}} = n_{\frac{(2u_0-u_c)}{\sqrt{sgd}}}^{-3} \cdot n_{D/d} \dots\dots\dots (25)$$

となり， $(2u_0-u_c)t_1/D$ と $(2u_0-u_c)/\sqrt{sgd}$ との関係を実験的に求めたのが図-11であり，一定の D/d に対して勾配が1：3の直線関係にあり， $m = 4$ がこの過程で成立することがわかる。一方，測定結果を用いて t_1 に対する D/d の影響を解析した結果，

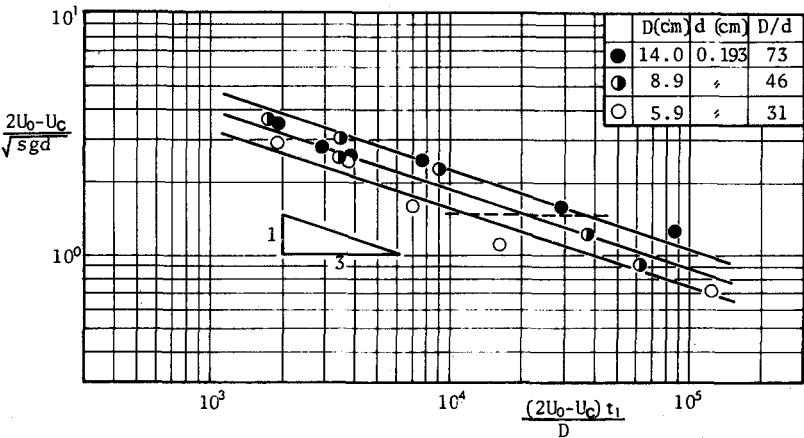


図-11 基準時間 t_1 の特性

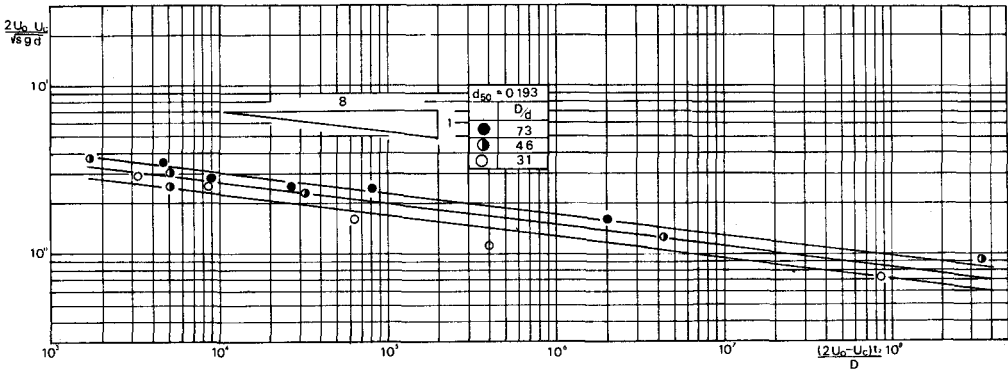


図-12 基準時間 t_2 の特性

$$(n_{D/d})^{1.30} = n_{\frac{(2u_0-u_c)t_1}{D}} \dots\dots\dots (26)$$

の関係が成立し、結局理論的に求められた式(25)の相似関係は実験結果を考慮して次のように修正される。

$$\frac{n_{\frac{(2u_0-u_c)t_1}{D}}}{D} = \frac{n_{\frac{(2u_0-u_c)}{\sqrt{sgd}}}}{\sqrt{sgd}} \cdot n_{D/d}^{1.3} \dots\dots\dots (27)$$

同様にして t_2 に関しても図-12に示される実験曲線から諸定数を求めると、次の関係式が得られる。

$$\frac{n_{\frac{(2u_0-u_c)t_2}{D}}}{D} = \frac{n_{\frac{(2u_0-u_c)}{\sqrt{sgd}}}}{\sqrt{sgd}} \cdot n_{D/d}^{2.7} \dots\dots\dots (28)$$

上式は式(25)と比較して各支配因子の影響がかなり違っており、これは洗掘がある程度進行すると、洗掘の機構が変化して流れの相似性を単純に u_0 で代表させたり、既往の流砂量式で相似条件を満足させたりすることがむずかしいことを示している。著者の実験によれば局所洗掘機構の変化点の基準時間 t_t は、 $\frac{(2u_0-u_c)t_t}{D} = (1 \sim 2) \times 10^3$ (29)

のほぼ一定値をとることが認められ、模型に関する t_1 及び t_2 を知れば、式(17)及び(18)から実河川での円柱橋脚周辺での clear water scour の場合の洗掘深の時間的変化を推定することができる。

5. 平衡洗掘深の推定

(1) 従来の推定式の検討

橋脚周辺部での局所洗掘に関する研究は数多くあるが、具体的に最大洗掘深の推定式を提示している主なものは表-2に示すとおりである。局所洗掘現象を支配する諸因子をすべて考慮することはむずかしいから、これらの諸式は各研究者が行なった実験あるいは集めた資料の範囲で、現象を支配する主因子を選んで決定したものである。

まず、Andru¹²⁾の式及び Tarapore⁷⁾の式 ($0 < h_0/D < 1.15$) では洗掘深は一樣流での水深のみに支配され、流速や砂の特性、橋脚径などによらないことが示され、Tarapore の式で $h_0/D > 1.15$ の範囲及び Breusere¹³⁾の式は洗掘深が橋脚径のみにによって決まるというものである。Tarapore は洗掘孔の端から流れが拡散してゆき、橋脚側面で拡散幅が水面に達するときの h_0/D が 1.15 であることを実験的に定め、 $h_0/D < 1.15$ では水深の影響が大きく、 $h_0/D > 1.15$ では水深より橋脚径の効果が大きいことを示した。一方、Laursen は橋脚による通水断面の減少に着目し、水路幅縮少部での河床低下量が橋脚側面での洗掘量に対応するものとして、洗掘深を橋脚径及び水深の関数として表わした。図-13にこれらの諸式及び既往の洗掘実験値を無次元化して示している。scour with continuous sediment motion と clear water scour との実験値を区別しているが、従来の推定式はいずれも前者の場合について検討されたものであることが認められる。実験値との比較からほぼ $h_0/D > 1$ では $z_s = aD$ ($a = \text{一定}$) という特性を示し、 $h_0/D < 1$ では水深の影響が強くなり、 $z_s = \beta h_0$ ($\beta = \text{一定}$) の関係が成立立つことがわかる。

小川¹⁴⁾、吉川¹⁵⁾らは z_s/h_0 がフルード数 F_r の増大とともに増加することを実験的に見出ししている。もちろん、円柱径や砂粒径の影響があり、これらの値が一定であるという条件のもとでのみこの傾向が認められる。いま、近似的に等流が成立立つ状態で、水路勾配 i や粗度係数 n がほぼ一定であれば、マンニングの抵抗則から $F_r = \frac{1}{n} (\frac{i}{g})^{\frac{1}{2}} h_0^{\frac{1}{2}}$ であり、 $z_s/h_0 \sim f(h_0^{\frac{1}{2}})$ が成立することになるが、実際に対象と

する範囲では $h_0^{\frac{1}{3}}$ は余り変化しないので、 z_s/h_0 = 一定の関係が Andru などの資料解析の結果として与えられたものと考えられる。また等流状態を考えれば、同一水路条件での水深と流速とは一義的関係があるから、いずれか一つに注目してよいことになる。例えば Chitale のように同一流量に対して下流をせき上げて水深、流速を変化させた実験では、砂の移動に対する水深の意味はなく、むしろ流速を基準にすべきであることが実験資料を検討して認められた。

次に Maza と Sanchez の式は

$$\frac{z_s}{D} = K_f \cdot K_s \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{d}{D} \right) N_s^2 - 3100 \frac{d}{D}$$

と変形され、 z_s/D は N_s と d/D の関数となる。これは clear water scour の洗掘特性を表し、 N_s が大きくなると z_s/D が増加する傾向を示す。一方、

表-2 最大洗掘深の推定式

Name	Design Criteria	Note
P. Andru (1956)	$z_s = 0.8h_0$	
Z.S.Tarapore (1962)	$z_s = 1.35D$ for $h_0/D > 1.15$ $z_s = 1.17h_0$ for $0 < h_0/D \leq 1.15$	
E.M.Laursen (1962)	$\frac{D}{h_0} = 5.5 \frac{z_s}{h_0} \left(\left(\frac{1}{11.5} \frac{z_s}{h_0} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right)$	
H.W.C. Breusere (1964)	$z_s = 1.40D$	
J.A.Maza & J.L.Sanchez (1964)	$\frac{z_s}{D} = K_f K_s \frac{u^2}{9D} - \frac{3100d}{D}$	$K_f = f(\text{Pierform}, \theta)$ $K_s = g(h_0/D)$
J.Larras	$z_s = 3.33KD^{\frac{2}{3}}$	$K=1.0$: cylindrical $=1.4$: rectangular (unit: cm)
M.R.Carstens (1966)	$\frac{z_s}{D} = 0.546 \left(\frac{N_s^2 - N_{sc}^2}{N_s^2 - (2N_{sc})^2} \right)^{\frac{2}{3}}$	$N_s = \frac{u_0}{\sqrt{(s/\rho - 1)gd}}$
H.W.Shen (1969)	$z_s = 0.02225R^{0.019}$	$R_0 = \frac{Du_0}{\gamma}$ (unit: cm)
山田 (1966) 土田 (1971)	$\frac{z_s}{h_0} = f(F_r)$	$F_r = \frac{u_0}{\sqrt{gh_0}}$

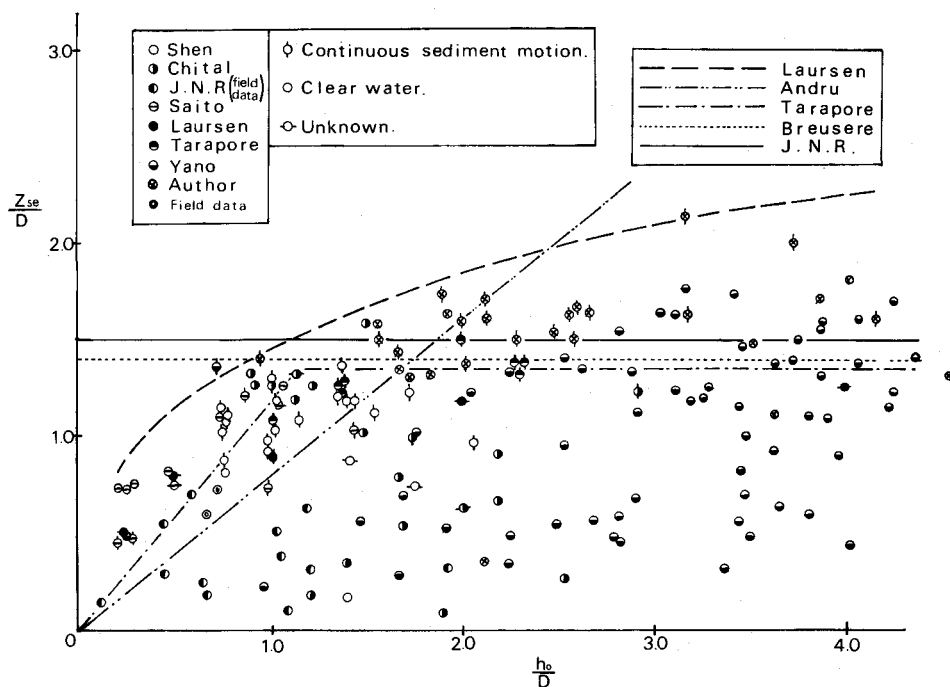


図-13 z_s/D と h_0/D との関係

Carstens の $z_s/D = f(N_s, N_{sc})$ の関係は scour with continuous sediment motion の場合に適用され、 N_s の増加と共に z_s/D が減少する特性を与える。さらに、Carstens の式は水深が比較的大きく、砂粒への作用力が平均流速で評価できる場合を前提としているので、水深がごく小さい場合には必ずしも有用ではない。すなわち、 $h_0/D > 1$ の領域での $z_s/D = \text{一定}$ という Breusere らの推定式に似ているが、この定数が砂粒特性に支配される点に特徴がある。Larras や Shen の推定式は両辺の次元が異なっており、それらの式の基礎となっている資料に関しては妥当性があり、実用上優れているが、その一般性に疑問がある。

(2) 洗掘深の推定

2. で述べたように実験的に検討された局所洗掘特性に及ぼす諸因子の影響は複雑で、その結果から厳密に局所洗掘深を推定することは難かしいが、ここでは図-2 に示された洗掘深と流速及び砂礫特性との関係から最終洗掘深を推定する方法を述べる。

i) scour with continuous sediment motion ($N_s > N_{sc}$) の場合

橋脚の影響のない範囲での N_s を計算し、これが砂粒の移動限界速度 N_{sc} より大であれば、平衡洗掘深 z_{sf} は式(2)によって、

$$\frac{z_{sf}}{D} = 3.4 - 0.9 \log \frac{D}{d}$$

で与えられる。従来の推定式によると $z_{sf}/D = 1.35 \sim 1.50$ であり、これは上式で $D/d \approx 10^2$ の場合に相当する。もちろん前述のように上式は水深が円柱径よりも大きい場合にのみ適用されるものであって、 $h_0/D < 1$ では水深の影響を受け、特に水深が小さい時には $z_{sf} \approx h_0$ としてよいことが実験結果から認められる。

ii) clear water scour ($N_s \leq N_{sc}$) の場合

橋脚の影響を受けない部分での河床変動は見られず、橋脚周辺部のみが局所的に洗掘される場合であり、先に定義した遷移洗掘深 z_{st} の推定方法について述べる。 z_{st} に到達するまでの時間は 4. の t_t で与えられるが、 z_{st}/D は N_s に対して直線的に変化し、 N_{sc} で $z_{sf} = z_{st}$ なる状態が得られるものとすれば、

$$\frac{z_{st}}{D} = \frac{N_s - kN_{sc}}{(1-k)N_{sc}} \cdot \frac{z_{sf}}{D} \dots\dots\dots (30)$$

が成立する。ただし、 kN_{sc} は橋脚周辺で洗掘が起り始めるときの N_s の値であり、 k については円柱側面における流速 u はポテンシャル流理論によれば $2u_0$ であるから、 $k = 0.5$ が近似的に成立する。図-

14 は淀川水系大戸川及び木津川の円柱橋脚に関して測定された洗掘深資料から平衡洗掘深と N_s との関係を示したものであり、上記の方法によって求められた推定曲線を併示しているが、両者はほぼ一致しており、

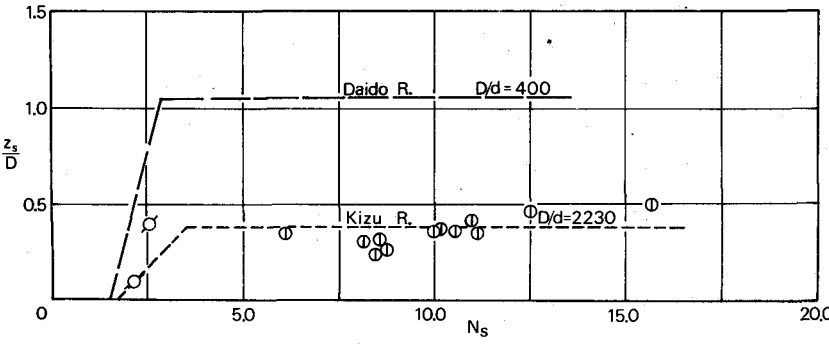


図-14 平衡洗掘深の実測値と推定曲線

推定方法の妥当性が認められる。

6. あとがき

以上、円柱橋脚周辺の局所洗掘現象を例によって洗掘の一般的特性を主として著者の実験結果にもとづいて説明し、洗掘機構の解明には洗掘孔の変化に伴う流水による作用力の変化の評価と非平衡状態での流砂式の確立が必須との考えから、最も単純な場合について確率モデルによる洗掘過程の記述を試みた。さらに、水理模型実験の結果から実物の局所洗掘深の時間的変化を推定するための相似律についての考察を述べるとともに、実際河川で起りうる最大洗掘深の予測法を説明した。clear water scour と scour with continuous sediment motion のそれぞれの洗掘特性を現象観測にもとづいて考察し、実際問題との関連について述べた。

しかし、局所洗掘機構の複雑さから各種の水理構造物や流れの条件について原型の洗掘特性を定量的に予測することは甚だ困難であり、ここで取り挙げた円柱橋脚というごくありふれた構造物の場合でさえ実河川への適用にあたってはなお検討されるべき数多くの点が残されている。水理構造物周辺での局所洗掘機構を一貫して説明しうる解析モデルを展開し、模型実験を通して実物の洗掘特性を定量的に予測して、適切な洗掘軽減法を見出すために今後研究をすすめるべき課題をあげれば次のとおりである。

(1) 洗掘過程で流砂機構が変化することと関連して、局所流の特徴である流れの集中、二次流、渦の発生・発達状態と洗掘孔形状との関係を明らかにしなければならない。

(2) 特に clear water scour の機構を論じるには、洗掘領域の幾何学的特性と共に、非平衡状態での流砂式の検討が必要である。非平衡状態での河床砂礫の運動を確率過程として論じるとき、一般に step length が場所的に変化する形でとらえられ、これが境界特性に大きく支配されるから、境界特性の影響を含む局所水理条件で step length の変化を表わす普遍的な確率分布関数を求める試みが必要である。

(3) 局所洗掘では流れの変動、境界面の不規則性が特に顕著であり、それらを確率モデルや実験モデルによって適確に評価することが必要である。

(4) 局所洗掘に関係する諸因子を系統的に変化させた模型実験から洗掘現象を支配する相似律のある程度明らかにすることができるが、水理条件、流砂特性、境界形状によって流砂の運動機構が異なるから、流砂の移動機構の物理モデルにもとづいた相似律の考察がなされねばならない。

(5) 実河川でみられる非定常流による局所洗掘では、流量履歴と洗掘の時間的変化特性との対応を検討し、その相関関係を明らかにする必要がある。

(6) 混合粒径からなる河床の局所洗掘では、armouring 効果についての考察を行ない、洗掘速度に及ぼす粒度構成の影響と粗粒化の機構を明らかにしなければならない。

(7) 粘性土からなる河床の洗掘特性は非粘性砂礫の場合と相違しており、この場合の洗掘抵抗や形状の特性についての研究がなされねばならない。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人：局所洗掘論，1965年度水工学に関する夏期研修会講義集，A-03，土木学会水理委員会，1965
- 2) 中川博次：構造物周辺の流れ，1971年度水工学に関する夏期研修会講義集，A-04，土木学会水理委員会，1971

- 3) Shen, H.W., Schneider, V.R., Karaki S.: Local scour around bridge piers, Proc. of ASCE, Vol. 95, HY 6, pp. 1919-1938, 1969
- 4) Laursen, E.M.: An analysis of relief bridge scour, Proc. of ASCE, Vol. 89, HY 3, pp. 93-118, 1963
- 5) 斉藤隆, 浦 勝, 柴田幸信: 円柱周囲の洗掘について, 山口大学工学部研究報告, 第 20 巻, 第 1 号, pp. 83-90, 昭 44
- 6) Carstens, M.R.: Similarity laws for localized scour, Proc. of ASCE, Vol. 92, HY 3, pp. 13-36, 1966
- 7) Tarapore, Z. S.: A theoretical and experimental determination of the erosion pattern caused by obstructions in an alluvial channel with particular reference to vertical circular cylindrical piers, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1962
- 8) Shen, H.W., Schneider, V.R., Roper, A.T.: Analytical approach to local scour, Proc. of 12th Congress of IAHR, Vol. 3, pp. 151-161, 1967
- 9) Einstein, H.A.: Formulas for the transportation of bed-load, Trans. ASCE, Vol. 107, pp. 561-597, 1942
- 10) Paintal, A.S.: Stochastic model of bed-load transport, Jour. of Hydraulic Research, Vol. 9, No. 4, pp. 527-554, 1971
- 11) Breusere, H.N.C.: Time scale of two dimensional local scour, Proc. of 12th Congress of I. A. H. R, Vol. 3 pp. 275-282, 1967
- 12) Andru, P.: Scour at obstruction in non-cohesive beds, Thesis for M.S., University of Alberta, 1956
- 13) Breusere, H.N.C.: Scour around drilling platform, Bull., Hydraulic Research 1964 and 1965, IAHR, Vol. 19, p. 276
- 14) 小川芳昭: 橋脚近くの河床変動について, 北海道開発局土木試験所報告, No. 42, 1966
- 15) 吉川秀夫他: 橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察, 土木学会論文報告集, 第 194 号, pp. 83-90, 1971