

碎波特論

榎 木 亨

1. 緒 論

波が海岸に接近し、水深が浅くなるにつれて変形し、前後の波形の対称性を失い、やがて波としての運動を保持できなくなり碎波となって波から流れへの形式に移行していくことはよく知られている。波が碎けて流れへと転換される碎波変形過程は水理学的に興味深い問題であり、また現在の防災工学上の海岸構造物すなわち、海岸堤防や離岸堤などはほとんど碎波点より陸側に設けられることが多いため、その合理的な設計に必要な波圧、波の打ち上げ高、法面洗堀、漂砂の移動などを的確に把握するためにもこの碎波変形過程の解明が昔から叫ばれてきた。このため、1951年、Iversen¹⁾の実験的研究をその緒として、従来多くの実験的、理論的な解明が試みられてきている。このような従来の碎波変形に関する研究は (I) 碎波機構、(II) 碎波後の波の変形機構に大別される。碎波はその碎ける形状により崩れ波 (spilling breaker)、巻き波 (plunging breaker)、くだけ寄せ波 (surging breaker) に分類されることが Iversen²⁾、速水³⁾、Patric-Wiegel⁴⁾ などにより実験的に指摘され、さらに近年 Galvin⁵⁾ は上述の surging breaker を collapsing breaker と surging breaker に分割して分類している。

碎波の力学的内部機構はこういった碎波型式別にことなるものと考え、その碎波型式別に水粒子の運動の実態を明らかにしようとする試みが行なわれてきた^{2), 3)}。しかし、不安定な遷移過程の極限としての碎波瞬時の流速などの水理特性を精度高く実測してその内部機構を解明することは実験計測上極めて困難なため、直接碎波内部機構そのものを論議することを避け、むしろ現象に即応するような碎波のモデル化を行なって碎波条件を設定し、有限振幅深水波、浅水波理論、孤立波理論、クノイド波理論あるいは有限振幅長波理論などの従来の波動理論を拡大適用して、碎波時の波高、波速、水深等の水理諸量を理論的に求めて、実験的に精度高く得られた碎波高、波速、碎波水深などと比較することにより先のモデル化した碎波条件の妥当性を検証する方法が1950年代より1960年代にわたって行なわれてきた。そしてこの方法により、波頭部で、波速と水粒子速度が等しくなったり⁶⁾ また波面が波頭部で cusp 状になったり⁷⁾ すると碎波するといった碎波機構の一端が解明され碎波時の波の特性もある程度明らかになってきたが、適用すべき波動理論と碎波のモデル化の不適用さゆえに碎波の力学的内部機構の全貌を明らかにすることが出来なかった。以後、1970年代に入っても碎波機構に関する研究は継続はされているけれども水理学的に論議する研究は少なく、またその方法も旧来の手法とあまり変化がなく何かしら碎波機構解明へのアプローチ法を暗中模索している現状である。

一方、碎波後、波動から流れへと転換されて、さらに打ち上げ波となる波の変形過程は、周知のとおり、エネルギー逸散を伴う強い遷移過程であって、工学的にも海岸構造物などの施設の重要な基礎資料となるため、従来より多くの実験的、理論的な検討がなされてきた。従来の取り組み方は、こ

の碎波の波の変形状をマクロ的に把握しようといったもので、既存の孤立波理論、浅水波理論、段波理論等で碎波後の波のモデル化を行なって、energy method (例えば、Méhauté⁸⁾)により、あるいは analytical method (例えばFreeman-Méhauté⁹⁾)により波の変形の解析が行なわれてきた。しかし1960年代中期まで続いたこの種の研究も、そのマクロ的な波の変形状を充分説明することができず、またモデル理論の適用範囲、碎波型式との対応性などについてもほとんど解明されなかった。これは碎波後の変形過程では碎波により生起する乱れと連行気泡が波の変形の重要な要因であるが、既存の理論では乱れは底部 shear といった形だけでしか評価されていないこと、また連行気泡については、ほとんど考慮されていないためと指摘できよう。1960年後期に堀川・郭¹⁰⁾により初めて流体内部の乱れを等方性乱れと仮定して、碎波後の波の変形に及ぼす乱れの効果について考察が加えられた。さらに近年Führbötter¹¹⁾により流体内部の連行気泡の波の変形に及ぼす効果に検討が加えられ、連行気泡量が大きい程波高低減が大きいという結果が示され、また樺木・岩田¹²⁾により特にplunging breakerの碎波後の乱れの内部機構に考察が加えられて、次第に碎波後の波の変形の内部機構解明への手がかりが得られてきている。このように、碎波変形の力学的内部機構の全貌は現在のところ十分明らかになったとはいいがたく、またエネルギー逸散を伴う強い遷移過程で碎波前後の波の因果関係が保持されているか否かといった本質的な問題も含めて今後検討していかなければならない問題が多いといった状態で、既存の研究成果は水工学に従事する者にとって満足のいくものではない。本水工学夏期研修会も本年で9年目を迎えるが、この研修会で碎波は取り上げられるべきテーマでありながら、今まで取りあげられなかったのは、上述したように系統だった研究成果が充分蓄積されておらず、問題点のみ目につくといった状況によるものであると考えられ、その点本論をとりまとめるのに著者は苦慮するところであるが、既往の研究成果を整理して、問題点を明確にすることも水理学的に、海岸工学的に重要な課題であるこの碎波変形の内部機構の解明への一布石として重要であると考えて敢えて筆をとった次第である。本論では、第2章でまず碎波条件と碎波限界式について述べ、次に第3章で一様な傾斜水深での碎波変形を取りあげて、碎波型式とその分類、碎波機構と碎波時の波の特性、碎波後の波の変形機構について述べる。第4章では、一様傾斜水深と異なりshoalingともどり流れのない場合の一定水深での碎波変形を取りあげて、碎波型式とその分類、碎波時の波の特性、碎波後の波の変形機構について述べるものである。なお、本論は短時日の間に取りまとめたものであり、したがって参照した文献も必ずしも充分とは言えない。将来さらに筆を加えて行くつもりであるが、碎波変形の内部機構の解明への一助ともなれば、著者の喜びとするところである。

2. 碎波条件と碎波限界式

碎波水深 h_b 、碎波波高 H_b 、碎波波長 L_b などの碎波特性諸量を解析的に求める場合は碎波は波の一つの極限形であることから主に以下に記するような種々の碎波条件が設定されてきた。

(1) 波の峰における表面水平方向の水粒子速度 u が波速 C に等しいか、またはそれより大きくなったとき。

(2) 波の峰で、前後の波面の接線のなす波面接線角が 120° になり峰に尖点を生じ波頭の接続が不連続となる場合。(この条件は多くの場合(1)の条件と一致するが、風の影響などで必ずしも一致しないこともある)

(3) 波形の非対称性が著るしてなつて、波頭前面が鉛直に立ち上った場合。

(4) 波の峰と水底とにおける水粒子の速度に大差を生じ、波頭が進みすぎて波の運動が破壊され

る場合。

(5) 波の表示式がその定常解を失なうとき、すなわち有限振幅波をあらわす無限級数解が発散する場合。

(6) 波を表示する特性曲線群が交わって包絡線をつくる場合。

したがって碎波限界及び碎波特性は有限振幅深水・浅水波理論、孤立波理論及び有限振幅長波理論などに上述の碎波条件を適用すればよく、今まで得られた主な碎波限界式を示すと表-1のようになる。このうち(1)の条件はRankine⁶⁾が与えたもので、碎波条件として最もよく用いられる条件であるが、その妥当性は水理実験によって明確に検証されていない。¹³⁾ (2)の条件はStokes⁷⁾が与えたものであるが、McCowanの孤立波理論などによると(1)の条件と一致してしまう。また波形の条件からMason¹⁴⁾、Murota¹⁵⁾らは spilling breaker の碎波条件に適用されることがあると指摘している。(3)の条件については、Greenspan¹⁶⁾、岸¹⁷⁾、室田¹⁵⁾らが碎波限界式を誘導している。この碎波限界は碎波条件から plunging breaker (あるいは surging breaker) に適用されることが考えられるが、三者の式は、波の変形の開始点 $x=0$ 、 $t=0$ の位置が不明確であること、初期波形のとり方で碎波点が著しく異なる点があり特別な場合を除き実際の碎波現象への適用はなかなか困難である。(4)の条件は汀線近傍でもどり流れの強い場合の碎波と河川を遡上する波の碎波に主に適用されよう。(5)の条件については首藤¹⁸⁾の研究などがある。この条件で碎波限界式を誘導することはなかなか困難である。(6)の条件はStoker¹⁹⁾が用いたもので plunging breaker (あるいは surging breaker) に適用されることが考えられるが、(3)の条件と同様波の変形の開始点と初期波形の取り方で著しく碎波点が異なるため、数学的取り扱いの興味は深い、実際の碎波現象への適用は困難である。

このようにして得られた碎波限界式のほとんどが一定水深に対するものであり、したがってこれを例えば shoaling の影響と wave set-up の効果及びもどり流れが存在する一様傾斜水深での碎波限界式として適用する場合にはその適用性について充分検討を要する。以下水理実験で得られる碎波時特性と比較検討して今述べてきた碎波限界式の適用限界について論議をすすめる。

3. 一様傾斜面での碎波変形

3-1 碎波の形式

碎波は砕け方から図-1に示すように三つの型に大別される。

(1) 崩れ波 (spilling breaker) : 波頭部が白く泡立ち始め、それが次第に波の前面に広がって崩れていく。波の形は比較的前後対称で漸近的な砕け方である。

(2) 巻き波 (plunging breaker) : 波の前面が次第に急になり、波頭部が前へおおいかわさり波前面部を巻き込むように砕け、空気を連行した渦 (horizontal roller) と波頭前面の水位のもり上り (splash) を伴う。この形の碎波は瞬間的であり、波頭部前後の波の非対称が著しい砕け方である。

(3) ぐだけ寄せ波 (surging breaker) : 波前面部が次第に急になり、その途中で脚部の方から砕け始め、波前面が非常に乱れた状態で斜面を遡上する砕け方である。

これらの碎波の形式は沖波波形勾配 H_o/L_o と水底勾配 S によって規定され、それぞれの形式に移行する限界はほぼ図-2のようになることは Iversen²⁾、速水³⁾、Wiegel⁴⁾らにより実

主たる碎波限界式 表 - 1

Investigator	year	Wave theory	Criteria of breaking	Breaking condition
Storkes ⁷⁾	1847	Solitary wave	$\theta_{crest} = \frac{2}{3}\pi$	limiting Crest Angle
Boussinesg ²⁰⁾	1871	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.73$	$u = C$
McCowan ²¹⁾	1891	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.75$	
Michell ²²⁾	1893	Surface wave (for deep water)	$(\frac{H}{L})_b = 0.142$	limiting Crest Angle
Mc Cowan ²³⁾	1894	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.78$	$u = C$ limiting Crest Angle
Gwyther ²⁴⁾	1900	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.83$	
Miche ²⁵⁾	1944	Surface wave (for shallow water)	$\frac{H_b}{L_b} = 0.142 \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b}$	
Stoker ¹⁹⁾	1948	Long wave	$X_b = 2h\sqrt{gh} \cdot T/3\pi H$ $t_b = 2hT/3\pi H$	特性曲線群 交叉
Munk ²⁶⁾	1949	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.78$ $H_b/H_o = 1/3 \cdot 3^3 \sqrt{H_o/L_o}$	$u = C$
Hamada ²⁷⁾	1951	Surface wave (for shallow water)	$\frac{H_b}{L_b} = 0.197 \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b}$	$u = C$
Miche ²⁸⁾	1951	Surface wave (for shallow water)	$\frac{H_b}{L_b} = \sqrt{\frac{2S}{\pi}} \cdot \frac{\sin^2 S}{\pi}$	
Dannel ²⁹⁾	1952	Semi Experiment	$\frac{H_b}{L_b} = 0.120 \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b}$	Semi Experiment
Davies ³⁰⁾	1952	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.83$	
Packham ³¹⁾	1952	Solitary wave	$H_b/h_b = 1.03$	
Sato ³²⁾	1954	Surface wave (for shallow water)	$\frac{h_b}{H_b} = \frac{3}{4} + 0.067 \left[\frac{H_b/L_b}{(\frac{1}{4})} - \left(\frac{H_b}{L_b} \right) \right]$	$u = C$

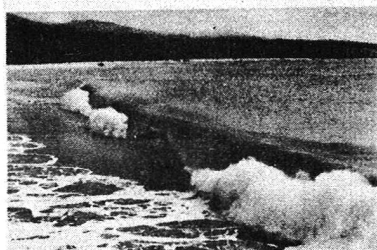
主たる碎波限界式 表 - 1

Investigator	year	Wave theory	Criteria of breaking	Breaking condition
岸 ³³⁾	1955	Surface wave (for shallow water)	$k_b a_b \coth k_b h_b + k_b^2 a_b^2 (1 + \coth^2 k_b h_b) + k_b^3 a_b^3 \{ \coth^3 k_b h_b + (\frac{2}{3}) \coth k_b h_b \} - 1$	$u = C$
Greenspan ¹⁶⁾	1958	Long wave	$X_b = t_b - \frac{1}{2} t_b^2$ $t_b = 2 \{ 1 - (\frac{2m_o}{1+2m_o})^{1/2} \}$	波先波面勾配=90°
Chappelear ³⁴⁾	1959	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.87$	$u = C$
Laiton ³⁵⁾	1960	Solitary wave	$H_b/h_b = 0.73 \text{ or } 0.71$	鉛直方向速度の不連続性
Keller ³⁶⁾	1961	Surface wave (for shallow water)	$\frac{H_b}{L_b} = \frac{S^2}{2\pi} \sqrt{\frac{2S}{\pi}} \{ \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b} \cdot (1 + \frac{4\pi h_b}{L_b}) \}^{-1}$	
Kishi ¹⁷⁾	1963	Long wave	$X_b = t_b - \frac{1}{2} t_b^2 - 1 + \frac{1}{2} t_b + m_o t_b$ $(1.5 + 0.1875 t_b + 0.078125 t_b^2 + 0.03418 t_b^3 + 0.015381 t_b^4)$	波先波面勾配=90°
Kishi Saeki ³⁷⁾	1966	Surface wave (for shallow water)	$H_b/h_b = 5.68 S^{0.4}$	(Experiment)
Lenau ³⁸⁾	1966	Long wave	$H_b/h_b = 0.83$	
Camfield-Street ³⁹⁾	1966	Experiment (for solitary wave)	$\frac{H_b}{h_b} = 0.75 + 25S - 112S^2 + 3870S^3$	(Experiment)
Méhauté-koh ⁴⁰⁾	1966	Experiment	$\frac{H_b}{H_o} = 0.76 S^{1/2} (\frac{H_o}{L_o})^{-1/4}$	(Experiment)
Murota ¹⁵⁾	1968	Long wave (surge)	$\frac{3}{2} (\frac{X_b}{h}) = \sqrt{gh/m_o}$	波先波面勾配90°

ただし、S：水底勾配、 H_o ：沖波波高、 H_b ：碎波波高、 L_o ：沖波波長、 L_b ：碎波波長、 h_b ：碎波水深、 h_o ：静水深、 m_o ：波前脚部での静水面となす波面勾配、 X_b ：碎波距離、 t_b ：碎波時間 $k_b = 2\pi/L_b$ $a = \frac{1}{2} H_b$ 、C：波速、 u ：水平方向水粒子速度



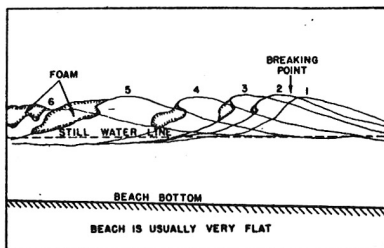
Spilling breaker



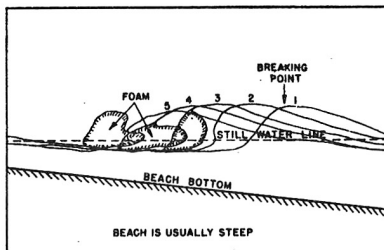
Plunging breaker



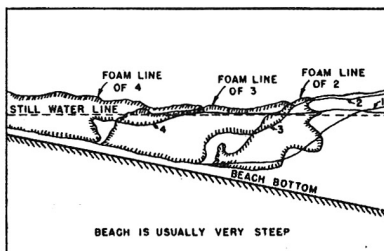
Surging breaker



General character of spilling breakers



General character of plunging breakers



General character of surging breakers

図-1 碎波の型式
(Wiegelによる)

験的に明らかにされている。同図によれば H_o/L_o が大きいほど崩れ波に、 H_o/L_o が小さいほど巻き波及び碎け寄せ波 (surging breaker) になり易いことがわかる。近年Galvin⁵⁾ は上述の碎け寄せ波を図-3に示すような collapsing breaker と surging breaker にさらに分類している。これは、碎け寄せ波を碎け波と寄せ波とに分離したようなもので次に示すような碎け方をする。

(IversenあるいはWiegelらの分類)

surging breaker

(Galvinによる分類)

1) collapsing breaker: 波前面部の前脚部

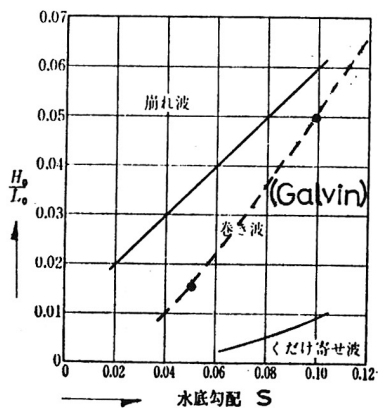
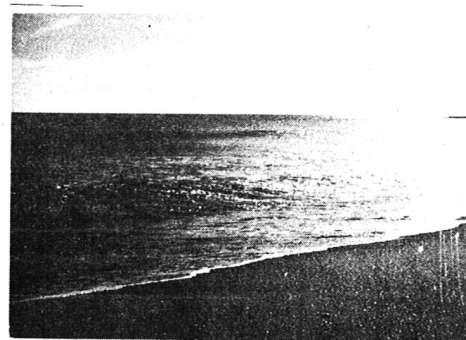
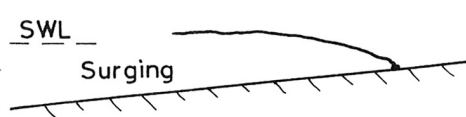


図-2 碎波の形式の分類



Collapsing



Surging

図-3 Collapsing碎波形 (Galvinによる)

の方から次第に波面が立ち上り 巻き込むようにして碎けるが, plunging breakerと異なり, 巻き込み点は波が最も高くなる位置より陸側になる砕け波である。

2) surging breaker: 波頭部と波前面部が比較的滑らかで, 気泡を波面に若干連行して汀線上の斜面を遡上していく波で停止波と類似した砕け波である。

そして, 図-4 に示すような碎波形式の移行限界を実験によって与えている。図-2 と図-4 を比較すると, Galvinの値の方がIversenらの値より小さくなっているが, これらは実験によって求めた限界であることを考えると, 実験者の主観がかなり碎波形式の分類に入ることを示すものと判断される。また, Galvinによる collapsing breaker と surging breaker の移行限界はspilling breaker, plunging breakerの移行限界とは異なり H_o/L_o と S だけでは明確に与えられないし, さらにこうい

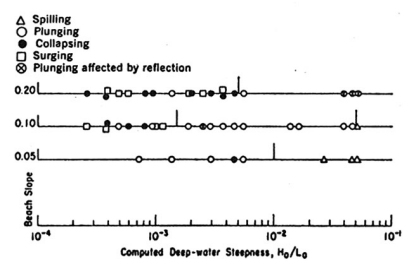


図-4 Galvinによる碎波の形式の分類

った碎波形に更に分類する力学的な意味も充分ではない。また, Wilson⁴¹⁾ の波動理論適用分類と同じ表示でもって碎波の波形勾配 H_b/L_o と比水深 h_b/L_o で碎波形式を分類したのが図-5である。同図には $1/50 \sim 1/20$ の傾斜水深での実験値が示してあるが, S 及び H_o/L_o に無関係に, 比水深 h_b/L_o が大きくなるとspilling breakerに, h_b/L_o が小さくなるとplunging breaker になり易くその移行限界はほぼ $h_b/L_o = 0.06$ となり, $h_b/L_o < 0.06$ の場合plunging breakerに, $h_b/L_o \geq 0.06$ の場合spilling breakerになる。この比水深 h_b/L_o で碎波形式の分類をするのは適用されるべき波動理論との関連

が判り便利である。つまりW-ilsonの分類によれば $h/L_0 \leq 0.04$ の場合は長波理論, $0.04 \leq h/L_0 \leq 0.1$ の場合クノイド波(孤立波)理論, $0.5 \leq h/L_0$ の場合にストークス波理論が適用される。 $0.1 < h/L_0 < 0.5$ に対しては適用理論は明確ではないが, Keulegan⁴²⁾によれば $h/L \geq 0.1$ (微小振幅波理論で h/L_0 に変換すると $h/L_0 \geq 0.06$), Laiton⁴³⁾によれば $h/L \geq 0.125$ (微小振幅波理論で h/L_0 に直すと $h/L_0 \geq 0.1$)に対してストークス波が適用されるとしていること, また筆者らの行なった実験⁴⁴⁾において $h_b/L_0 \geq$ の範囲ではUrsell⁴⁵⁾のparameter $L_b^2 H_b/h_b \leq 35$ であって, 岩垣⁴⁶⁾, 佐伯⁴⁷⁾らの研究によると, この領域ではストークス波理論は適用されると考えてよい, したがって, 図-5に示す比水深による碎波形式の分類と波動理論適用分類とつき合わせるとストークス波理論を碎波点にまで拡張すればspilling breakerの記述に, 長波理論はplunging breakerの記述に, クノイド波理論(孤立波理論)はspilling breakerとplunging breakerの遷移状態の記述に適用されると推定できよう。

3-2 碎波点における波の特性

ここではまず, 水理実験により, 碎波時の波の特性を示し, 次に従来得られた表-1に示す碎波限界式の適用性について述べることにする。

(a) 碎波指標

碎波波高, 碎波水深など碎波点での波の特性諸量を示す用語として碎波指標(Breaker Index)が用いられる。これは沖波の条件が与えられると碎波点での特性が判明するもので, この碎波指標で最初に発表されたものは第2次世界大戦中に米国海岸浸蝕局(Beach Erosion Board)が海岸の現地観測値をまとめて図表化したものである。⁴⁸⁾このBeach Erosion BoardのBreaker Indexは碎波波高と碎波水深を与えたものであるが, 海底勾配の影響が考慮されていない。その後, 海底勾配が急なときには碎波波高が大きいたことが指適され, カリフォルニア大学でIversenらが系統的な実験曲線を発表した。図-6はその実験曲線の中で碎波波高 H_b/H_0 を与えるもので, 同図には実験値も同時に示してある。同図によれば, B. E. B.のBreaker IndexあるいはMunkの孤立波理論値と異なり, 水底勾配により碎波波高が大きくなり, 碎波特性量に水底勾配が極めて重要な要素となる

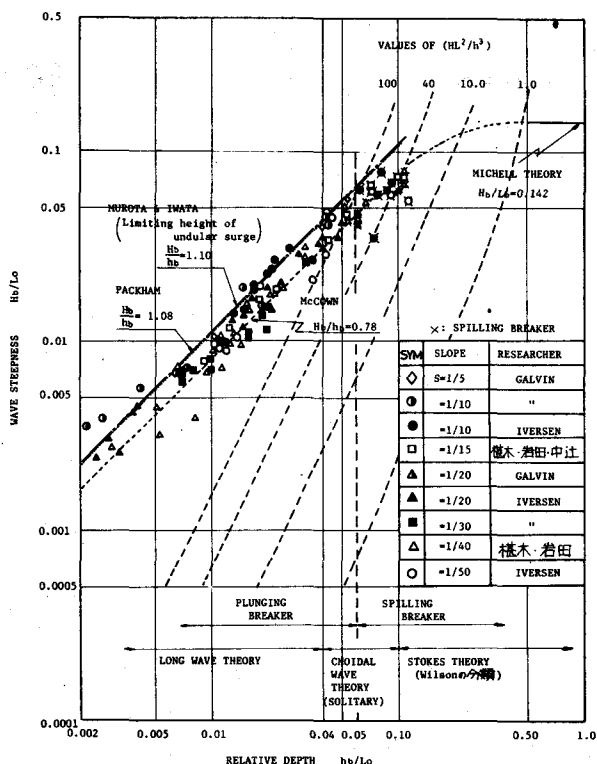


図-5 比水深による碎波形式の分類
(樫木・岩田・中辻による)

ことが解明された。その後多くの研究者によって碎波の研究が行われ、それに伴ない碎波特性量に関するデータが蓄積されてきたが、碎波は波の不安定性の極限状態に於ける現象であるため、その極限が外部素因の僅かな差異に左右されてしまうため、どうしても研究者によりデータのばらつきが生じて、Iversenの実験結果と異なる碎波諸量が得られている。これを避けるためにも碎波諸量の理論的な解明が急務とされているが、さしあたって工学的に不便であるため、合田⁴⁹⁾は既往の実験成果を水路側壁及び底面の摩擦による波の減衰効果を補正して再整理し、さらに山田、塩谷⁵⁰⁾と岩垣⁴⁶⁾の理論式を併用して新らしい碎波指標を提案しているのでその結果を紹介しておく。図-7、図-8、図-9、図-10は各々碎波波高 H_b/H_o 、碎波水深 H_b/H_o 、碎波峰高 Y_b/H_b 、碎波相対波高 H_b/h_b を算定する図表である。(図中 H_o は相当沖波波高を示す)なお図-7、図-8にはB. E. B.のBreaker Indexが旧碎波指標として示されている。図-7~図-10より碎波点の特性諸量の算定ができるが碎波波高 H_b/H_o と碎波水深 h_b/H_o に及ぼす水底勾配の効果は逆であり、水底勾配が急になると H_b/H_o が大きくなるが、 h_b/H_o は逆に減少していく。一方、 Y_b/h_b 、 H_b/h_b については水底勾配が急になると増大しており、この新らしいBreaker IndexとB. E. B.のBreaker Indexの差違が水底勾配の効果に現われている。

なお、碎波点における流速については計測の精度が悪いため今まで充分検討が加えられていない。碎波時の速度場及び碎波時のひき波速度の一例としてIversenの結果を図-11、図-12に示しておく。なお図-12より、ひき波速度 V_{bw} は水底勾配が急になるにつれて大きくなっていることが認められるが、このような水粒子速度の分布状況は碎波の内部機構の解明の鍵を握っているので精度高い計測機を開発して流速場の詳細な解明が期待される。

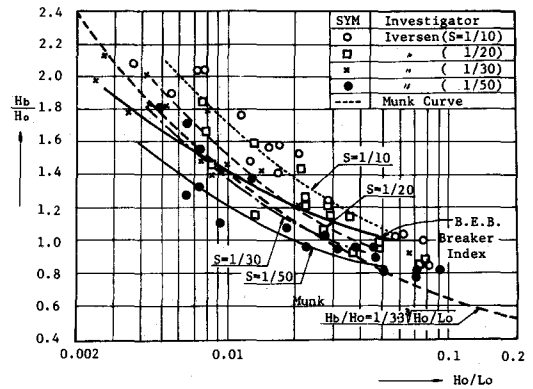


図-6 碎波波高に及ぼす勾配の効果 (Iversenによる)

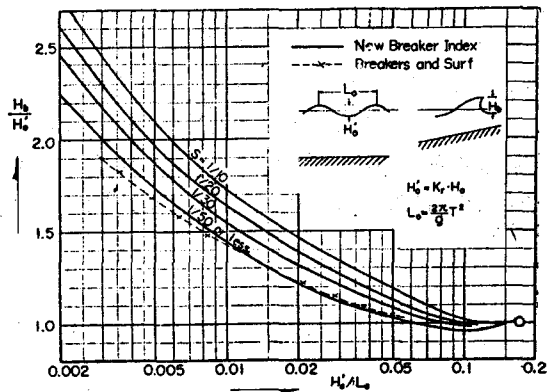


図-7 碎波波高の変化 (合田による)

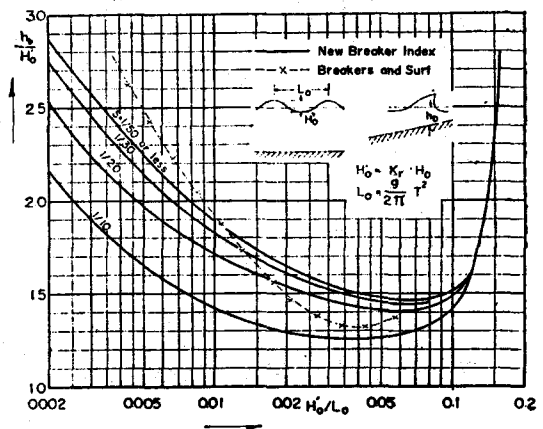


図-8 碎波水深の変化 (合田による)

(b) 碎波特性量への既往理論（特に孤立波理論の適用性について）

以上、碎波点での波の特性の実態を水理実験結果に基づき明らかにしてきたが、理論的にこれらの碎波特性量を求めることができるならば解析的にいかなる場合でも求めうるのでこれにこしたことはない。周期波であっても波は汀線に近づくにつれて波頂が尖って谷が平たくなり、孤立波群のような形になるので従来孤立波理論の適用が考えられてきた。最初に孤立波理論の適用を試みたのはMunk²⁶であり、周期波の伝達エネルギーとMcCowan²³の孤立波の限界波高 $H_b/h_b = 0.78$ を組合せて、表-1に示すような限界波高 $H_b/H_0 = 1/3 \cdot 3^{3/4} \sqrt{H_0/L_0}$ を与えたが、水底勾配 S の効果が考慮されていないため図-6に示すように実験値との差異が大きく一般的な形としてそのまま適用出来ない。また一定水深に対する孤立波の碎波限界波高を与えるLaiton, Boussinesq,²⁰ McCowan,²³ Packham³¹らの式も図-10のBreaker Index及び図-13に示すように、実験値との差異が大きく傾斜水域での碎波相対波高 H_b/h_b の値として一般的な形として適用できない。これは傾斜水域では、水深変化に伴ないもどり流れが生じ、さらにwave set-upとset-downの効果が有効に作用するため一定水深での現象と異にすることが大きな原因と考えられる。Ippen-Kulin³¹は斜面上での孤立波変形の実験を行なって周期波のsurf zoneへの孤立波理論の適用性に検討を加えている。それによれば、Bagnold³²が示した孤立波への適用限界周期 $T_c = 2\pi h / \sqrt{3gH}$ に近い実験値をIversenの実験値から選んでみても、碎波波高 H_b/H_0 、 H_b/h_b については孤立波の値とかなり異なる点があり、周期波の碎波に対して孤立波理論の適用性は認められないと指摘している。これは著者の行なった既往の実験値の整理でも、例えば図-14に示すように、水底勾配 $S > 0.02$ となると孤立波と周期波では H_b/h_b の値が著る

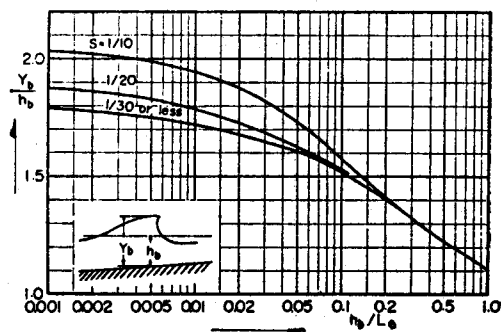


図-9 碎波水深の筈（合田による）

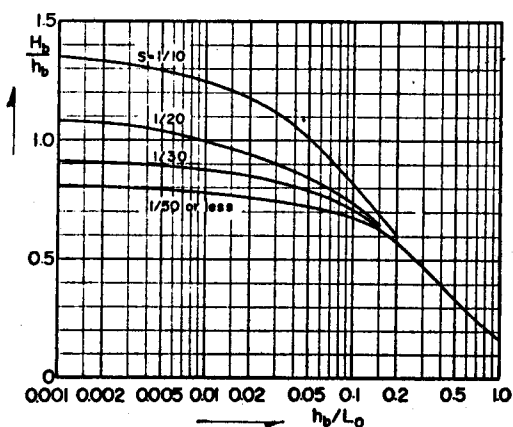


図-10 碎波峯高の変化(合田による)

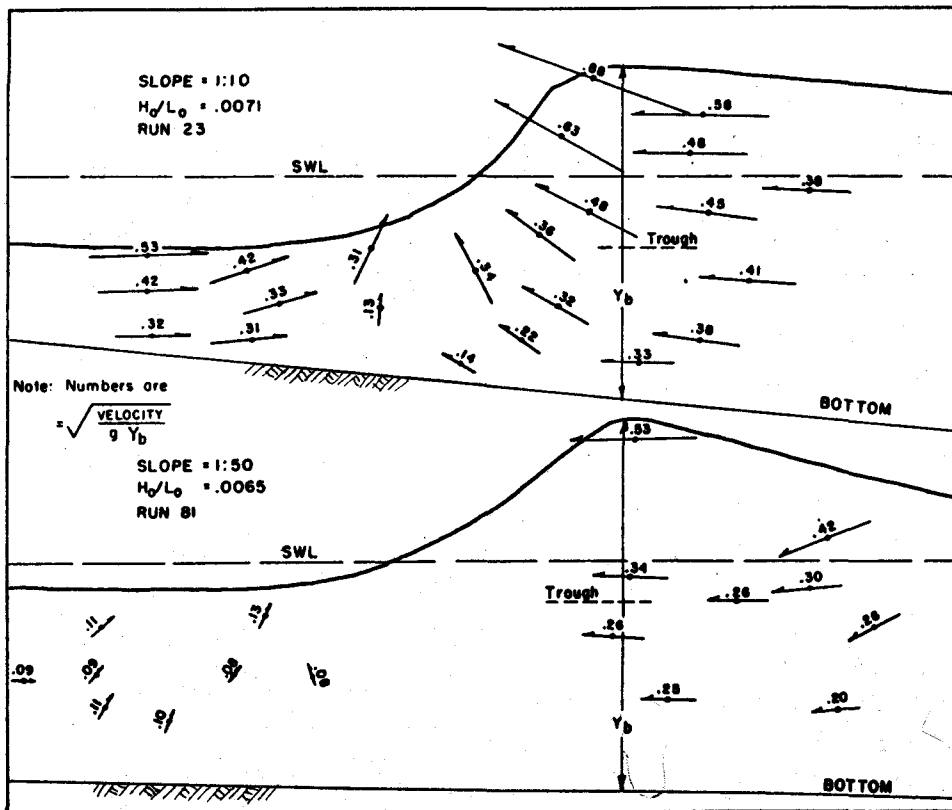


図-11 砕波時の水粒子速度分布 (Iversenによる)

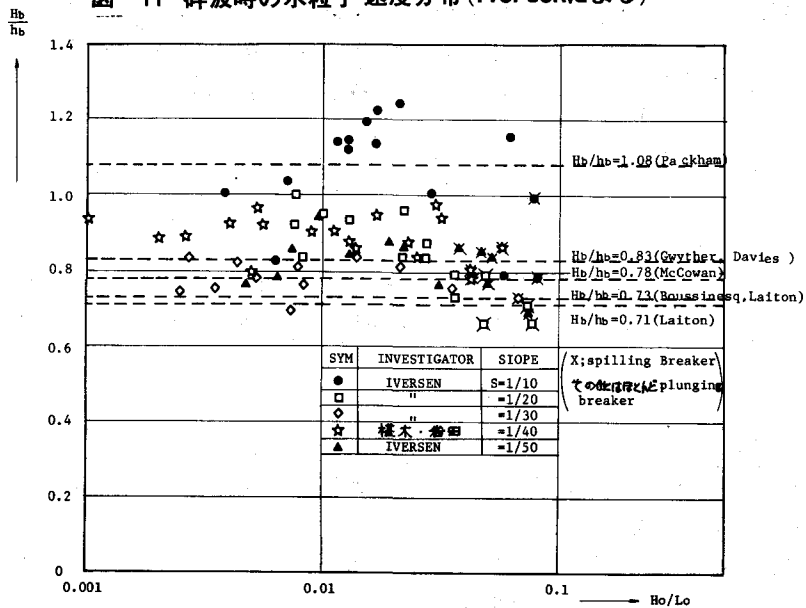


図-13 H_b/h_b (周期波) と孤立波の限界波高との比較理論

るしく異なり、したがっていかなる場合でも孤立波理論の周期波への適用できることの可能性は極めて薄いと考えるよからう。これは図-5に示したWilsonの波動理論分類に基づいて考えると、 $h_b/L_o \geq 0.1$ のStokes波の性質をもつ波から $h_b/L_o = 0.002$ のように波頂曲率を考慮しない長波の性質を持つ波の碎波を一括して孤立波理論で記述することそのものに本質的な無理があることと、設定した碎波条件のモデルの不完全さの為と推察されるが、この点について現在の所充分論議されてはいない。なお図-5によれば、孤立波理論適用が $0.04 < h_b/L_o < 0.10$ の範囲となっているこの範囲について表-1に示す孤立波の碎波限界式の適用性について検討してみよう。

まず一般的に波の H_b/h_b と h_b/L_o との関係において、 $h_b/L_o < 0.04$ の場合には H_b/h_b が1.1

より大きな値を示すことがあり、また、 $h_b/L_o > 0.1$ の場合には H_b/h_b が0.6といった小さな値を示すことが多い。このことは孤立波の碎波限界 $H_b/h_b = 0.71$ (Laiton) $\sim H_b/h_b = 1.08$ (Packhman) の値と一致しない事柄である。

一方、 $0.04 < \frac{h_b}{L_o} < 0.1$ の範囲における H_b/h_b は0.7 $\sim$ 1.1の範囲内に散らばり、この点から上述の孤立波の碎波限界に一致している。したがって、碎波限界式の誘導において孤立波理論を適用しようとするならば、この H_b/h_b の値において $0.04 < \frac{h_b}{L_o} < 0.1$ の範囲にしか適用できないことがうなづけよう。

なお H_b/h_b と h_b/L_o の関係は水底勾配Sによって若干ことなりSが急になると同じ h_b/L_o であっても H_b/h_b が大きくなる傾向を示すが H_b/h_b は上述の範囲にちらばっている。さらに有限振幅浅水面波理論より碎波を限界波形勾配で与えるMiche、浜田、などの考え方については傾斜水域で波長を精度高く計測する事はむづかしいので今まで充分論議されていない。このように碎波特性諸量を明確に記述する限界式は理論的になかなか与えられない為、a) で詳述したようにむしろ実験を行なって決める方法が主としてとられ、合田の示した新らしい碎波指標以外に、白石、中村、佐々木らの実験図表⁵³⁾、Méhauté-Koh⁴⁰⁾、Wiegel⁵⁴⁾などの実験式が数多く提案されていることを付記

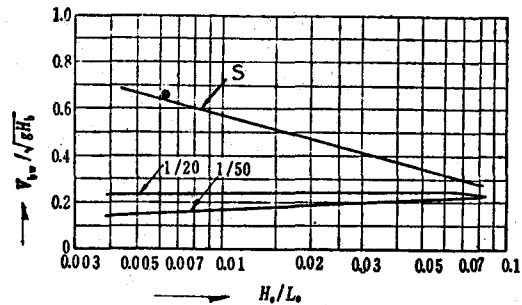


図-12 碎波時のひき波速度(Iversenによる)

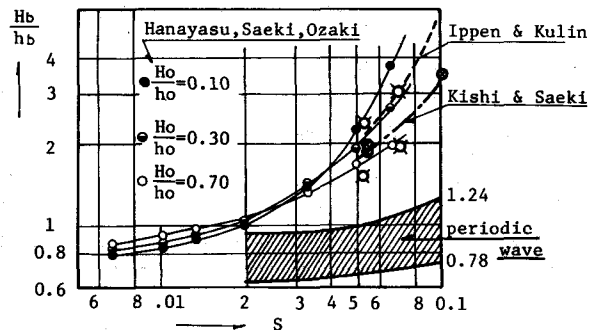


図-14 H_b/h_b に対する孤立波と周期波の差違
(樺木、岩田による)

しておく。

3-3 砕波後の変形

砕波後の波はエネルギー逸散を伴う変形過程であり、更にもどり流れ、wave set-upの効果が複雑に影響しているため、既述したように変形の内部機構は解明されていない。ここでは先ず、既往の実験で得られた成果に基づき砕波後の波の変形特性について述べ、ついで理論的な取り扱い方について述べる。

(a) 実験による検討

砕波後の波の変形について系統的に実験的な考察が加えられたのはごく最近である。

plunging breakerは図-15に示すようにapproach distance X_a 、(波が不安定になる点から砕波点まで)、plunge distance X_p (砕波点から波先が水面に到達する点まで)、splash distance X_s (波先が水面に到達した点からsplashが水面に到達する点)の領域に分けられる

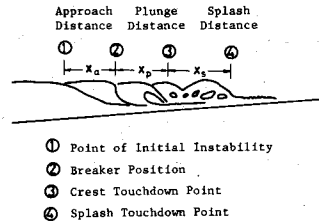


図-15 plunging breakerの砕波後の三領域 (galvinによる)

$$\text{Galvin}^{55)} \text{は} X_a = (0.48/S) H_b : S \geq 0.07 \left. \begin{array}{l} \\ = 6.85 H_b : S < 0.07 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$X_p = 2 H_b \quad \text{for all } S \dots\dots\dots (2)$$

Führbötter⁵⁶⁾は X_p とは若干異なるが、波先が水底に接する水深 Δh を与える式として次式を与えた。

$$\Delta h = -h_b + Y_b \left\{ 2 - \frac{1}{2S^2} (\sqrt{1 + 2S^2} - 1)^2 \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 Y_b は砕波峰高である。Galvinはさらに、(1)式、(2)式の妥当性を検討したが図-16に示すように実験値と著しく異なることを認めplunge distance X_p については、 $X_p = (4.0 - 9.25S) H_b$ を実験曲線として示している。また、splash distance X_s については図-18に示すようにほぼ X_p に等しいことを実験により確かめた。一方、(3)式で与えられるplunge pointは図-17に示すように、 $1 < S < 4$ では実験値と適合する事をHarihara⁵⁶⁾が認めているが、 $S < 1/6$ の一般海岸への適性については、検討されていない。また、他の砕波形式のspilling breaker, surging breaker (collapsing breaker)については特にplunging breakerのように詳しい論議はされていないが、これは工学的にplunging breakerが防波堤上で大きな衝撃圧を生ずるなどの大きな外力を与えることに帰因するためと推定される。砕波後はエネルギー逸散を伴った波形の乱れた状態になるが、この状態の続く領域を砕波帯 (surf zone) と称する。水底勾配が $1/40$ より緩勾配の場合には、砕波した波は再び非砕波時のような整正な波形にもどるが、 $1/40$ より急勾配になると砕波して乱れたままで汀線へ進行する。⁵³⁾このsurf zoneについて中村、白石、佐々木⁵³⁾は、数多くの実験を行ない図-19に示すような l_b/L_b 算定図表を示している。(図中 l_b はsurf zoneの長さを示す) これによれば沖波波形勾

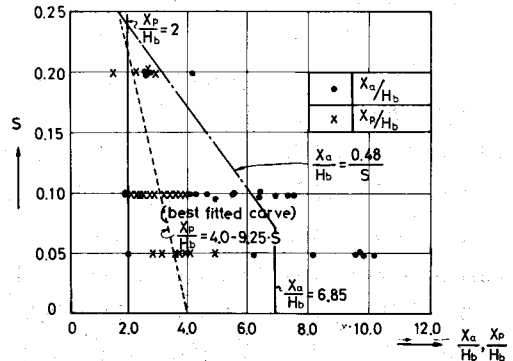


図-16 X_a, X_p との関係 (Galvinによる)

配が大きい波ほどsurf zoneが、これは波形勾配の大きい波ほどエネルギー逸散が多くそのために底部摩擦のみではエネルギーが消費されず碎波持続距離が長くなるものと考えられる。

碎波後の波は波高を低減しながら伝播していくが、この過程は、エネルギー放出を伴う不安定な遷移過程であるため、僅かな外部条件の相異によりその挙動が変わるため、研究者により実験値のばらつきが大きい。図-20は中村、白石、佐々木⁵³⁾、図-21は堀川、郭¹⁰⁾図-22は著者ら¹²⁾らの実験結果の一例である。なお図-20の plunging breakerとspilling breakerの分類は著者らが図-5に基づき行なったものである。図-20、図-22によれば、碎波に至る直前までの変形過程では、 H/L_0 が小さくなるにつれて波高の増加が大きくなり、spilling breakerをとる波の方がplunging breakerの波より波高増加が小さいことが認められる。これは shoaling時に於ける波の性質の相違に帰因するものであって、岩垣⁴⁶⁾のhyperbolic波とstokes波理論による値と実験との比較をした図-23によれば $H/L_0=0.07$ のように $h/L_0 \geq 0.1$ の範囲で碎波するspilling breakerはstokes波の傾向とほぼ同じくしており、stokes波によりspilling breakerが記述されるものと推測される。一方plunging形碎波をとる波は $0.018 < H/L_0 \leq 0.0083$ のように小さい場合はhyperbolic波の傾向と同じくしており急激な波高増加ののち碎波するplunging型碎波はある程度hyperbolic波で記述されるものと推測できる。この事実は図-5に示すWilsonの波動適用理論とよく一致している。一方碎波後は図-20によれば沖波波形勾配 H/L_0 が大きい程波高減衰が大きく、したがって、spilling breakerの方がplunging breakerより波高減衰が大きくなっている。この事実は後述の水平床の場合と逆の傾向を示しているが、その理由は現在ではよくわかっていない。このように碎波後の波高変化は水底勾配Sの

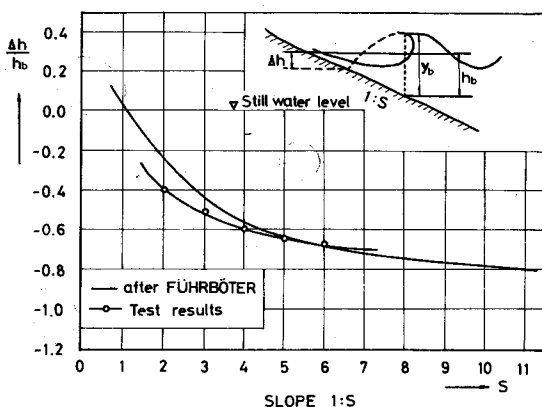


図-17 plunge pointとSの関係
(Hariharaによる)

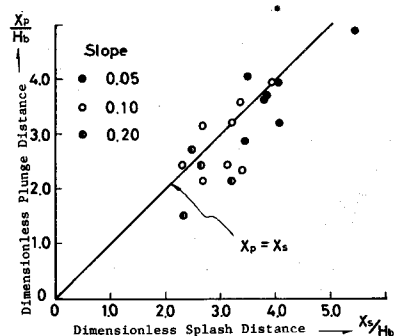


図-18 XsとXpの関係
(Galvinによる)

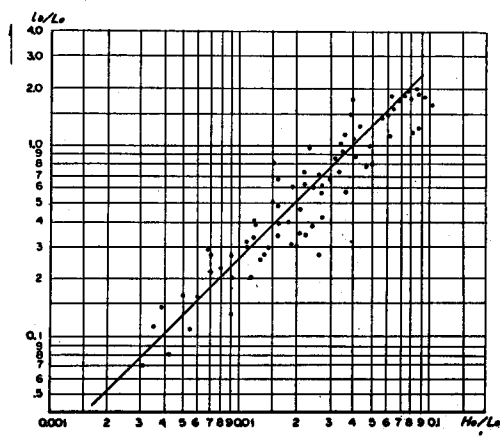


図-19 Surf zoneの長さ
(中村 白石・佐々木による)

外に沖波波形勾配 H_0/L_0 とにより規定され、碎波前後の波の相関関係（因果関係）が認められる。一方図-21によれば碎波後の波高は、水底勾配 S が急になると波の進行にともなう波高低減率が小さくなることが認められるが、これは同じ水深変化でも S がゆるやかになると水平方向の伝播距離が大きくなり、その間でのエネルギー損失が大きいためである。そして、この堀川によって示された波高変化は沖波波形勾配 H_0/L_0 の効果は考慮されていない。

また著者らの行った実験によれば図-22に示すように、中村・白石・佐々木らのように沖波波形勾配 H_0/L_0 に対応した明確な波高変化は実測されておらず $h/h_b < 0.4$ では spilling breakerの波の波高減衰の方が plunging breakerの波よりわずかに大きいといった碎波型式別の差異は認められるが、しかし $h/h_b < 0.4$ になるとその差異もなくなってしまふ。また、図-24、図-25は著者ら及び堀川・郭の h/h_b と H/h の関係を示したもので水底勾配 S が急になると H/h が大きくなるが、堀川・郭らによれば $h/h_b \cong 0.5 \sim 0.6$ 、著者らによれば $h/h_b = 0.5 \sim 0.4$ で極小値をとりそれ以後になると再び H/h が増大して汀線近傍では Mc-Cowan の $(H/h)_{critical} = 0.78$ を越える、これは、碎波後の wave set-up の効果が $h/h_b \cong 0.5 \sim 0.4$ 以浅になると有効に作用し、波が到達する前の水位より深くなるため、波高が大きくなることに大きな原因があると考えられるが、この点に関しては今後の大きな課題とされる。なお碎波後の流速、波速についても従来より検討されてきているが、流速については精度の高い計測機がないこともあり満足いくような論議はなされていない。また波速についても種々検討されているが孤立波の波速及び段波としての波速の適用性が検討されてきたが満足のいく結果が得られておらず、むしろ、孤立波あるいは段波理論で近似できないことが実験結果から認められている。⁵⁷⁾

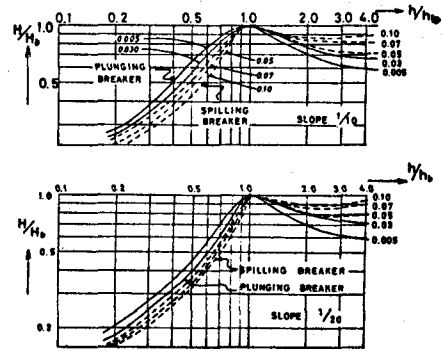


図-20 碎波後の波高変化(中村・白石・佐々木による)

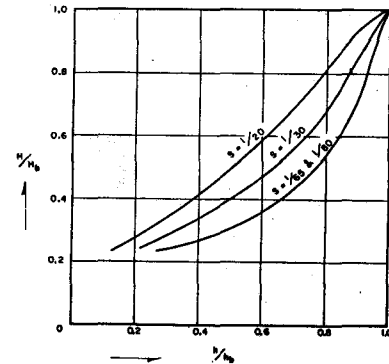


図-21 碎波後の波高変化(堀川・郭による)

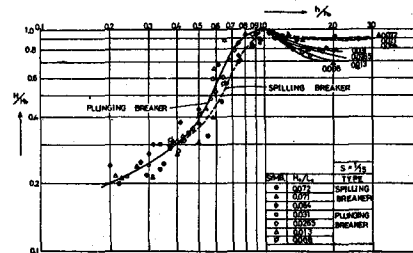


図-22 碎波後の波高変化(樺木・岩田・中辻による)

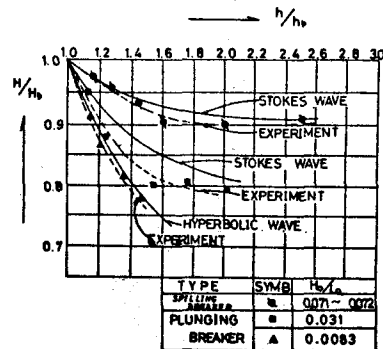


図-23 hyperbolicとstokes波の相違
(碎波前の波高変化)
(樺木・岩田・中辻による)

(b) 理論的な取扱い

砕波後の波の変形の解析的な取扱いは汀線上への波の遡上に関連してすすめられてきているが、Stoker¹⁹⁾が1948年傾斜水域で非線型浅水波理論を特性曲線法で解く方法を示してから解析的な緒口が見い出され、1958年にCarrier-Greenspan⁵⁸⁾がこの非線型浅水波理論に基づき傾斜上での波の運動、特に汀線の移動と流速変動の様相を示した。その後1959年Keller-Levine-Whitham⁵⁹⁾、Ho-Meyer⁶⁰⁾、1963年Méhauté⁸⁾が、1964年Freeman-Méhauté⁹⁾がspilling breakerがboreになり斜面を伝播してdry bedへ遡上する現象を取りあげ、理論的な考察を加えた。また、1962年著者⁶³⁾は、砕波後の波高低減に及ぼす底面摩擦の効果、特に底面粗度の効果について検討を加え、1966年堀川・郭¹⁰⁾は砕波後の乱れを等方性乱れと仮定し、波高低減に及ぼす乱れの効果进行を明らかにした。近年1970年Führbötter¹¹⁾は砕波により連行される気泡量の波高低減に及ぼす効果について検討している。また著者⁶⁴⁾は analytical method により砕波後の波高変化に及ぼす乱れの効果について検討を加えている。ここでは analytical methodとしてKeller-Levine-Whitham、Freeman-Méhauté及び著者らの取扱い、energy methodとしてMéhauté、堀川・郭、Führbötterの取扱いについて簡述する。なお、ここで、analytical methodとは波動基本式を特性曲線法あるいは有限差分法により数値計算を行なって波動諸量の変化を解く正統的な方法であるが、計算は energy methodより時間がかかる。energy methodは波動のモデル化を行ない（例えば孤立波として砕波後の波を取り扱うなど）エネルギーflux式より波動諸量を求めるが、波形の変化の論議は出来ない簡便的な方法である。

(I) analytical methodによる方法

Keller-Levine-Whitham⁵⁹⁾の取扱い

この取扱いは非線型長波理論を用い、波先条件として段波条件を与えるものである。すなわち、それらは次式で与えられる。

連続式 $\eta_t + \{(h_0 + \eta) \cdot u\}_x = 0 \dots\dots\dots (4)$

運動式此 $u_t + u u_x + g \eta_x = 0 \dots\dots\dots (5)$

波先条件式 $C = \sqrt{\frac{gh(h_0 + h)}{2h_0}} \dots\dots\dots (6)$

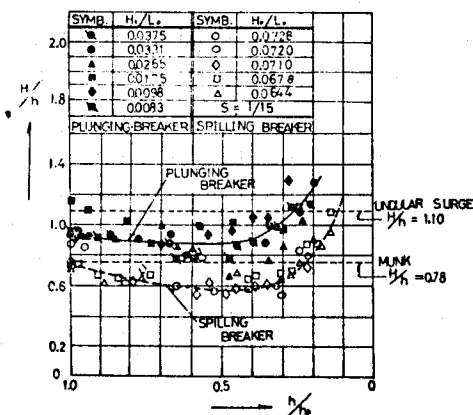


図-24 h/h_b と H/h の関係
(樫木・岩田・中辻による)

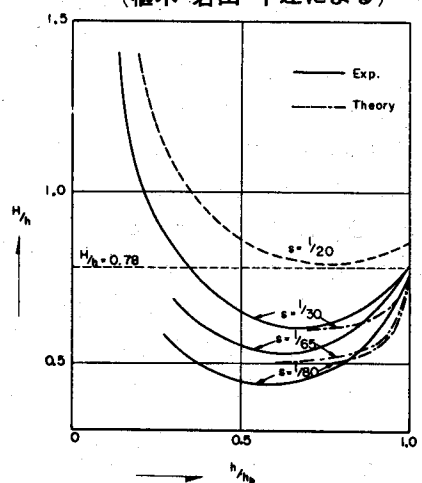


図-25 h/h_b と H/h の関係
(堀川・郭による)

$$u = \frac{h-h_0}{h} \cdot C \dots\dots\dots (7)$$

上式を、 $X=x/x_0$ 、 $T=t\sqrt{gh_0(0)}/x_0$ 、 $v=u/\sqrt{gh_0(0)}$ 、 $V=C/\sqrt{gh_0(0)}$ 、 $H=h/h_0(0)$ 、 $N=\eta/h_0(0)$ 、 $h_0(0)=Sx_0$ 、(S: 水底勾配、 x_0 : 傾斜始点から汀線までの距離、 h_0 : 静水深、 η : 波高、 $h=(h_0+\eta)$)で無次元化を行ない、Friedrichs schemeで有限差分に(4)~(7)式を直して数値計算を行なう。

計算方法は波先部と波先部と波先背後部に分け、まず背後部については図-26(a)に元す点Pでの $H(P)$ と $v(P)$ の値をQ*点R*点の値を用いて(4)(5)式の差分式、(8)式(9)式で求める。

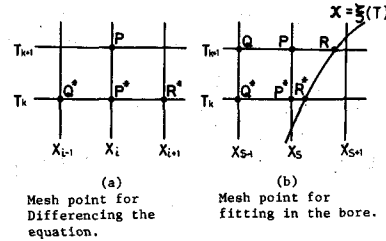


図-26 数値計算法における格子点

$$H(P) = \frac{1}{2} [H(R^*) + H(Q^*)] - \frac{\Delta T_k}{2\Delta X} [v(R^*) \cdot H(R) - v(Q^*) H(Q^*)] \dots\dots\dots (8)$$

$$v(P) = \frac{1}{2} [v(R^*) + v(Q^*)] - \frac{\Delta T_k}{2\Delta X} \left[\frac{1}{2} [u^2(R^*) - v^2(Q^*)] + [H(R^*) - H(Q^*)] \right]$$

$$- \begin{cases} 0 & X_i < 0 \\ -\frac{1}{2} \Delta T_R & X_i = 0 \\ \Delta T_R & X_i > 0 \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

なお、(8)式、(9)式では空間差分は等しく $X_i=i\Delta X$ に選び、時間差分については $T_{k+1}=T_k+\Delta T_k$ で与え、 ΔT_k は、Courant条件(10)式を満たすように、

$$\Delta T_k \leq \min \left(\frac{\Delta X}{v(P^*) + \sqrt{H(P^*)}} \right) \dots\dots\dots (10)$$

選ぶものとする。一方波先部については図-26(b)に示すように、既知となっているQ点、Q*点、P*点、R*点での値を用いて、P点での $v(P)$ 、 $H(P)$ 、R点での $H(R)$ 、 $V(R)$ 及び波先の位置、 $\xi_{k+1}=\xi(R)$ を求める。波先の伝播速度はVであるから、波先位置 ξ との関係は(11)式で、また(6)式より波先の加速度 dV/dT は(12)式として与えられる。

$$d\xi/dT = V \dots\dots\dots (11)$$

$$dV/dT = \frac{1}{4V} \left\{ [VH_x - (vH)_x] (1 + 2\frac{H}{H_0}) - V \cdot H_{0x} (\frac{H}{H_0})^2 \right\} \dots\dots\dots (12)$$

計算方法は(11)式の(13)式と(12)式の差分式(18)式を更に加えて以下の(4)~(7)式の差分式を用いて行なう。

$$\xi(R) = \xi(R^*) + \frac{1}{2} (\Delta T_k) [V(R) + V(R^*)] \dots\dots\dots (13)$$

$$H(R) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{H_0(R) [H_0(R) + 8V^2(R)]} - H_0(R) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$v(R) = \left(1 - \frac{H_0(R)}{H(R)} \right) V(R) \dots\dots\dots (15)$$

$$H(P) = H(P^*) - \frac{\Delta T_k}{\Delta X + (\xi(R) - X_s)} [v(R)H(R) - v(Q)H(Q)] \dots\dots\dots (16)$$

$$v(P) = v(P^*) - \frac{\Delta T_k}{\Delta X + (\xi(R) - X_s)} \left[\frac{1}{2} (v^2(R) - v^2(Q)) + (H(R) - H(Q)) \right] \dots\dots$$

$$+ \begin{cases} 0 & : \xi(R) \leq 0 \\ \frac{\xi(R) - X_s}{\Delta X + (\xi(R) - X_s)} \cdot \Delta T_k & : \xi(R) > 0, X_s < \Delta X \dots\dots(17) \\ \Delta T_k & : X_s \geq \Delta X \end{cases}$$

$$V(R) = V(R^*) + \frac{\Delta T_k}{2} [W(R) + W(R^*)] \dots\dots\dots(18)$$

ただし,

$$W(R) = \frac{1}{4V} \left\{ (VH_x - (vH)_x) \left(1 + 2 \frac{H}{H_0} \right) - V \cdot H_{0x} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(19)$$

$$H_0 = \begin{cases} 1 & X \leq 0 \\ 1 - X & 1 \geq X \geq 0 \end{cases} \dots\dots\dots(20)$$

$$\Delta T_k < \frac{\Delta X}{2 V(R^*)} \quad (\text{Courant 条件}) \dots\dots\dots(21)$$

すなわち, まず (13) 式で第 1 step として $V_1(R) = V(R^*)$ として, $\xi(R)$ を求め, (19) 式より $H_0(R) = H_0(\xi(R))$ を求め, 逐次, (14) 式, (15) 式, (16) 式, (17) 式により $H(R)$, $v(R)$, $H(P)$, $v(P)$ を求めて, (18) 式に代入して $V_2(R)$ を求め最初仮定した $V_1(R)$ と比較して所要の誤差外にあるときは $V_2(R)$ を新しい iteration として用い所要の誤差内になるように逐次計算を行なってもとめるものである。その計算例は図-27 に示されるように汀線で波高が 0 になるが, 同図に示した著者らの実験値と比較すると大きな差異が認められ, この段波理論の取扱い方法は碎波後の波高変化を算定する為に不適当と断ぜざるをえない。また花安・佐伯⁶⁶⁾ らによっても孤立波の碎波後の波高変化にも適用されないことが指摘されている。

Freeman-Méhauté⁹⁾ の取扱い

Freeman-Méhauté は次式で示すような底部摩擦, 鉛直方向の加速度項を考慮した非線型長波理論の運動式と連続式を用い, 特性曲線法の原理にもとずき波の遡上高さに関する数値計算を行なって bore の伝播速度, bore の波先部の波速, 水粒子速度などを求めているが, これについては既に岩垣博士によって第 1 回水工研修会⁶⁷⁾ で詳細に紹介されているのでここでは省略しておく。

$$u_t + u u_x = -g \eta_x - f u |u| / (h + \eta) - \frac{(h + \eta)}{3} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial t^2} \dots\dots\dots(22)$$

$$\eta_t + \{ (h + \eta) u \}_x = 0 \dots\dots\dots(23)$$

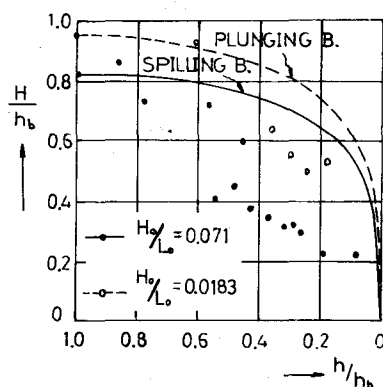


図-27 数値計算例
(Keller-Levine-Whitham による)

なお計算においては(22)式の右辺第3項は無視し、さらにdry bed上のみ右辺第2項を考慮して行なっている。この計算手法を用いて、岩垣、井上⁽⁶⁾らは遡上高さに関する計算を行ない孤立波を用いた実験値と比較しているが、実験値は理論曲線と同じ傾向を示し、若干大きくあらわれることを指摘しているが、同時に勾配のゆるやかな場合には先端の特性曲線だけでは説明されず、波の先端が汀線に達したときの後面の波形や流速分布も与えなければならないとしている。

著者⁽⁶⁾らの取扱い

著者らは、従来のKeller-Levine-Whitham, Freeman-Méhautéらのanalytical methodでは碎波後の波高などの実態が説明できず、この原因が碎波後の波動基礎式の中に碎波により生起した乱れの項が導入されていないことが一つの大きな原因であると考えて基礎式の中に乱れ項を導入することを試みた。運動方程式は二次元問題とするとN-S方程式に乱れ項を導入した式に基づく。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \left[-\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xz}}{\partial z} \right] \\ \zeta \frac{DW}{Dt} &= -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + \left[-\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

u, w はおのおの水平方向、鉛直方向の水粒子の平均速度、 $P_{xx}, P_{xz}, P_{zx}, P_{zz}$ は各々 Reynolds stress である。ここで波動を長波として取り扱うと鉛直加速度は無視することが出来て、(24)式の第2番目の式より $\partial P / \partial z = \rho g + \mu \nabla^2 w + (\partial P_{zx} / \partial x + \partial P_{zz} / \partial z + \zeta z / \partial)$ を得る。これを自由表面 $Z = h + \eta$ で $P = 0$ (大気圧) として圧力分布 P を求め(2)式の第1番目の式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nu \left[\nabla^2 u - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int \nabla^2 w \, dz - \int \nabla^2 w \, dz \right\} \Big|_{z=h+\eta} \right] \\ &+ \frac{1}{\zeta} \left[\left(\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \int \left(\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} \right) dz - \frac{\partial}{\partial x} \int \left(\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} \right) dz \right) \Big|_{z=h+\eta} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 $P_{zx}, P_{zz}, P_{xx}, P_{xz}$ の評価の仕方が問題となるが、碎波後の乱れの特性が解明されていないため、Reynolds stress を Prandtl 形に表示されるものと仮定し、さらに、長波であるため u, w は鉛直方向にほぼ一定と考え、さらに $O(u) > O(w)$ と考えられるため、Reynolds stress の中で P_{xx} のみ有効に作用すると考え(26)式の仮定を設ける。

$$\left. \begin{aligned} P_{xx} &= -\rho \cdot l_z^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \\ O(P_{xx}) &> O(P_{xz}), O(P_{zz}), O(P_{zx}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

粘性項が乱れの項より小さいとして無視すると、運動方程式は(27)式のようになる。

$$\frac{Du}{Dt} = -g \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\left(l_z^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) \right\} \dots\dots\dots (27)$$

一方連続式は次式で与えられる。

$$\eta_t + \left\{ u(h + \eta) \right\}_x = 0 \dots\dots\dots (28)$$

(27)式と(28)式に、波先条件として段波条件(29)式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} C &= \sqrt{gh} \sqrt{(2h + \eta) / 2h} \\ u &= \frac{\eta}{h} \cdot C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

27式の乱れ項 $\frac{\partial}{\partial x} \left\{ l_x^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\}$ を次のように取り扱う。まず、乱れの規模を表わす l_x は波高と水深の和に比例すると考える。一方、 $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$ の項であるが、 $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$ は発散項となり解が不安定になるためこのままでは差分計算により解は求まらない。したがって傾斜面では $\partial x \propto \partial h$ であるため次元量を考えて、 $(\partial u / \partial x)^2 \rightarrow k_2^2 (U/h)^2$ で置く事が出来ると仮定する。したがって、乱れ項は次の30式として表現できることになる。

$$\left. \begin{aligned} l_x &= k_1 (\eta + h) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ l_x^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} &\cong \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k_1^2 \cdot k_2^2 (\eta + h)^2 \left(\frac{u}{h} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k^2 (\eta + h)^2 \left(\frac{u}{h} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

k : 乱れ常数とする。

Keller-Levine-Whithamの計算手法を用いて計算した結果の一例が図-28である。同図により乱

れ項、 $\frac{\partial}{\partial x} \left(l_x^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right)$ が波高減衰に比較的大きく寄与することがわかり、Keller-Levine-Whithamの解よりさらに実験値に近づくが、実験値との差異はまだ大きい。これは27式の運動方程式の近以の悪さ、及び30式の仮定の不充分さによるものと思われ、なお基礎式を検討中である

(II) energy methodによる方法

Méhauté⁸⁾の取り扱い

Méhautéはまず緩勾配の斜面で波がspilling breakerをなし、さらに急な斜面を進み乱れが広がり段波(bore)状になる場合の波の変形を取り扱っている。すなわち、エネルギー式(31)より波の変形を考えていこうとしているわけである。

$$\frac{d(EC)}{dx} = - \frac{dE}{dt} \dots\dots\dots (31)$$

ここで、波動は孤立波として取り扱うものとする(31式の左辺はMunkの孤立波理論で(32式のように与えられる。

$$\frac{d(EC)}{dx} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \rho \cdot g \frac{d}{dx} (H^{\frac{3}{2}} \cdot h^{\frac{1}{2}} \cdot C) \dots\dots\dots (32)$$

$$C = \sqrt{g(h+H)} \dots\dots\dots (33)$$

なお(32式の h は静水深、 H は波高、 C は伝播速度である。右辺のエネルギー逸散項は底部摩擦による逸散 $(dE/dt)_b$ とspilling breakerによるエネルギー逸散 $(dE/dt)_s$ の和によると考える。つまり、

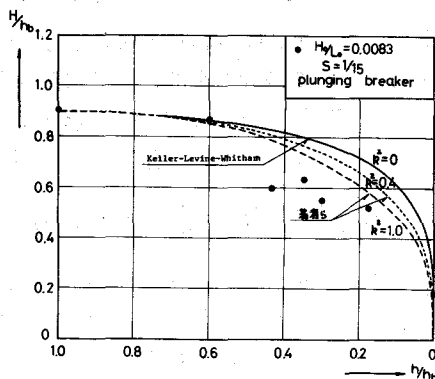


図-28 数値計算例
(樺木・岩田による)

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dt} \Big|_b + \frac{dE}{dt} \Big|_s \dots\dots\dots (34)$$

このうち底部摩擦を $\tau = \rho f u^2$ と考えると逸散エネルギーは次式で与えられる。

$$\frac{dE}{dt} \Big|_b = \int_{-\infty}^{\infty} \tau \cdot u \cdot dx \dots\dots\dots (35)$$

ここで孤立波理論(36)式により得られる u を(34)式に代入すると(37)式となる。

$$\left. \begin{aligned} u &= C \cdot \frac{\eta}{h} \quad , \quad \eta = H / \cosh^2 \alpha \quad , \\ \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \left(\frac{x - Ct}{h} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

$$\frac{dE}{dt} \Big|_b = \frac{32}{15\sqrt{3}} \cdot \rho \cdot f \cdot \frac{H^{3/2} C^3}{h^{3/2}} \dots\dots\dots (37)$$

なお摩擦損失係数 f は、Chezy 係数 C_n とマンシングの係数 n とは(38)式の関係で結ばれている。

$$f = \frac{g}{C_n^2} = \frac{n^2 g}{(1.486)^2 h^{1/3}} = 14.6 \frac{n^2}{h^{1/3}} \dots\dots\dots (38)$$

つぎに spilling breaker によるエネルギー損失量の算定であるが、Méhauté は図-29 に示すような碎波係数 B を用いている。これは spilling

breaker の乱れの強さを示す係数であり $B=0$

は碎波しない状態で、 B が 0 に近いのは、碎波の乱れが大きくなるにつれて乱れが波先部に拡がり $B=1$ になると bore 状になって乱れが波先部の静水面にまで及ぶことを意味する。

そして $0 < B < 1$ の状態の碎波を "non-saturated breaker" と定義している。したがって

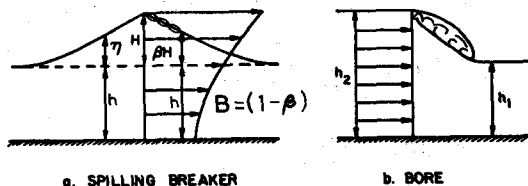


図-29 碎波係数 B の説明図 (Méhauté による)

て、 $0 < B \leq 1$ に対する $dE/dt \Big|_s$ の値は bore の dE/dt の値に類似させて求める事が出来て(39)式で与えられる。

$$\frac{dE}{dt} \Big|_s = \rho \cdot g \cdot C \cdot \frac{H}{h} \left[(h+H) - \beta (h+\beta H) \right] \left(\frac{H^3 - (1-\beta)^3}{4(h+H)(h+\beta H)} \right) = \rho \cdot g \cdot B \cdot \frac{C \cdot H^3}{4h^2} \dots\dots\dots (39)$$

(39)式、(37)式を(34)式に代入して dE/dt を求め、この dE/dt と、(32)式の $d(EC)/dx$ を(31)式に代入すると次式を得る。なお(39)式中の β は図-29 に示す値である。

$$\frac{d}{dx} \left[H^{3/2} \cdot h^{1/2} \cdot C \right] = -\frac{4}{5} \cdot \frac{f}{g} \cdot \frac{H^{3/2}}{h^{1/2}} + \frac{3\sqrt{2}(1-\beta)CH^4}{32h^2} \dots\dots\dots (40)$$

$\Delta x = X_2 - X_1$ 、 $e^{-ax} \cong 1 - ax$ とすると上式は次式となる。

$$H_2 = H_1 \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{3/2} \cdot \left[1 - \frac{8}{15} \cdot \frac{fH_1 C_1^2 \Delta x}{g h_1^{3/2}} - \frac{\sqrt{2}}{16} \cdot \frac{B \cdot H_1^{3/2} \cdot \Delta x}{h_1^{3/2}} \right] \dots\dots\dots (41)$$

この(41)式が水深変化に伴う波高変化を与える基本式であって、初期値 H_1, h_1, B と $\Delta X, f$ を与えると逐次計算により波高変化を求めることが出来る。また、この水深変化にともなう波速、流速変化は全て孤立波としての特性を有しおのおの(36)式、(33)式で与えられる。しかしこの方法によれば B

の具体的な与え方、碎波後の波そのものは、流速変動及び波速変動も孤立波と異なるため碎波後の波のモデル理論として孤立波を用いるのは大きな問題である。なおこの方法により波高変化を求めて実験値と比較した例もある⁶⁹⁾ことを付記しておく。

また、(41)式に於て、McCowan の碎波限界 $H_b = 0.78h_b$ の spilling breaker ($B \cong 0$) を考え、 $C = \sqrt{g(h_b + H_b)}$ の関係を用いると次式を得る。

$$S = \frac{d(h)}{dx} = 0.01f + 0.02B \dots\dots\dots(42)$$

$0 \leq B \leq 1$ であるから、 S が大きくなるにつれて B が大きくなり、エネルギー逸散量が大きくなることが認められる。また、 $B = 0$ とすると、つまりエネルギー損失がなく底部 friction のみでエネルギー損失が生じる条件として、次式が得られる。

$$S < \frac{14.6n^2}{100h^{\frac{4}{3}}} \dots\dots\dots(43)$$

さらに、 $B_{max} = 1$ とすると水底勾配 S が(34)式を満すとき

$$S = 0.02 + 0.01f \dots\dots\dots(33)$$

は碎波は saturate として bore 状になる限界勾配が得られる。

その様子を図-30に示してある。

堀川・郭¹⁰⁾の取り扱い

堀川らはMéhautéと同様、碎波後の波を孤立波として取り扱い、エネルギー法により解析を行っているが、用いた孤立波理論は、Laiton³⁵⁾の第2次近似理論で(44)式に示されるものである。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= H \operatorname{sech}^2 \frac{3H}{\sqrt{4h^2(H+h)}} \cdot (x - ct) \\ C &= \sqrt{gh \left(1 + \frac{H}{h}\right)} \\ u &= \sqrt{gh} \left\{ \frac{\eta}{h} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \left(\frac{H}{h}\right) - \frac{3H}{2h} \left(\frac{2z}{h} + \frac{z^2}{h^2}\right) \right\} + \left(\frac{\eta}{h}\right)^2 \left\{ \frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left(\frac{2z}{h} + \frac{z^2}{h^2}\right) \right\} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(44)$$

堀川・郭は(45)式のエネルギー式で示すように、エネルギー逸散は底部 shear の効果と碎波により生じる乱れによる効果に帰因すると考え、底部摩擦による単位時間当りのエネルギー逸散量 $dE/dt|_b$ を梶浦の底部境界層理論による

$$\tau_b = C_f \cdot \left(\frac{8}{3\pi}\right) \hat{u}^2 \text{ と、(44)式を用いて(46)式のよ$$

うに与えている。ここに、

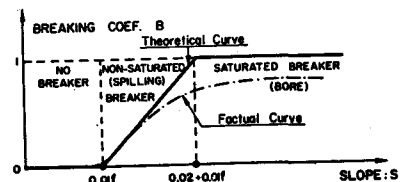


図-30 BとSの変化に伴う碎波状態の変化

$$\frac{d(EC)_s}{dx} = - \left(\frac{dE_b}{dt} + \frac{dE_t}{dt} \right) \dots\dots\dots(45)$$

$$\frac{dE_b}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \bar{u} \cdot \tau_b \cdot dx = \frac{16\rho C_f}{3\pi\alpha} (gh)^{\frac{3}{2}} \frac{H}{h} \left(1 - \frac{13H}{12h} + \frac{101H^2}{80h^2} - \frac{37H^3}{80h^3} + \frac{3H^4}{20h^4} \right) \dots\dots\dots(46)$$

ただし、 C_f ：摩擦係数 $\hat{u}$ ：水粒子の平均速度の振幅、 $\bar{u}$ ：平均速度、

$\alpha = \sqrt{(3H/4h^2) \cdot (h+H)}$ 、 ρ ：流体密度、である。一方碎波後の乱れを等方性乱れと仮定するとこの乱れによるエネルギーの単位体積当りの逸散量 W は、

$$W = 15\mu \frac{\bar{u}^2}{\lambda^2} \dots\dots\dots(47)$$

で与えられる。ここで、 μ : 分子粘性係数, u : 水平方向の水粒子の変動速度, λ : 乱れのミクロスケールである。さらに、この乱れエネルギーが砕波点より汀線方向に指数的に低減すると仮定する。

$$\bar{u} \propto \exp(-\beta x/L) \dots\dots\dots (48)$$

ただし、 β は乱れの減衰係数である。

(48)式、(47)式より λ^2 を求め、更に u をPrandtl の混合理論を用いて(49)式のように平均流に置き換えると、

$$u = \ell \frac{du}{dz} = K(z+h) \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (49)$$

(ℓ : 混合長, K : カルマンのUniversal constant)

乱れによるエネルギー逸散量の dE_t/dt は(50)式として与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dE_t}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-h}^{\eta} \bar{W} dz dx = & \frac{0.825 g \beta h^2}{T \alpha} \left(\frac{H}{h}\right)^4 \left\{ 1 + 3.99 \left(\frac{H}{h}\right) + 7.29 \left(\frac{H}{h}\right)^2 \right. \\ & \left. + 7.65 \left(\frac{H}{h}\right)^3 + 8.6 \left(\frac{H}{h}\right)^4 + 2.08 \left(\frac{H}{h}\right)^5 \right\} \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

この(50)式、及び(46)式と孤立波のエネルギー E_s と波速 C を(45)式に代入して整理して最終的に堀川・郭は次の解を得ている。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{T\sqrt{gh}} = & \frac{d\left(\frac{H}{h}\right)}{0.0374\beta\left(\frac{H}{h}\right)^3 \left(1+\frac{H}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot F\left(\frac{H}{h}\right) + 0.772C_f \cdot T\sqrt{g/h} \left(\frac{H}{h}\right)^2 \left(1+\frac{H}{h}\right)^{-1} \varphi\left(\frac{H}{h}\right)} \dots\dots\dots (51) \\ & \text{for } S = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dh}{h} = & \frac{S \cdot d\left(\frac{H}{h}\right)}{0.0103\beta\left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1+\frac{H}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot F\left(\frac{H}{h}\right) + 0.772C_f \left(1+\frac{H}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{H}{h}\right)^3 \cdot \varphi\left(\frac{H}{h}\right) - 1.81S\left(\frac{H}{h}\right)} \dots\dots\dots (52) \end{aligned}$$

for $S \neq 0$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} F\left(\frac{H}{h}\right) &= 1 + 3.99 \left(\frac{H}{h}\right) + 7.27 \left(\frac{H}{h}\right)^2 + 7.65 \left(\frac{H}{h}\right)^3 + 8.60 \left(\frac{H}{h}\right)^4 + 2.08 \left(\frac{H}{h}\right)^5 \\ \varphi\left(\frac{H}{h}\right) &= 1 - 1.08 \left(\frac{H}{h}\right) + 1.26 \left(\frac{H}{h}\right)^2 - 0.463 \left(\frac{H}{h}\right)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

堀川・郭は更に実験を行ない(50)式、(52)式の妥当性を検討しているが、その一例を図-31に示す。同図は $S = 0$ の水平床での比較であるが、 $\beta = 5$ にすると実験値とよく一致し、従来のMéhautéらの成果と比べるとかなり良好であって、砕波後の波動内部での乱れが波高低減に寄与する度合いが大きいことが解明さ

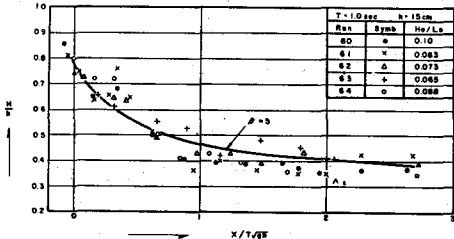


図-31 砕波後の波高減衰 (堀川・郭による)

れ、注目すべき成果が得られたが、野外観測値との比較においては $\beta = 1$ がもっともよく合い、このことから β の与え方が明確になっていないこと、また plunging breakerのように内部に「horizontal roller」が形成される場合の波高変化への適用がむづかしいのではないかということなどが問題点として残されているように思う。

Führböter¹¹⁾の取り扱い

Führböterは砕波により生じた気泡が砕波後の波高低減に及ぼす効果をエネルギーmethodにより検討したものである。波高変化 dH に伴うエネルギー変化 dE は、(54)式で与えられる。

$$dE = \frac{1}{4} \rho g B \cdot L \cdot H \cdot dH \dots\dots\dots (54)$$

ただし、 B ：水路幅、 L ：波長である。気泡が流体中に連行される時に必要とするエネルギー $-dE_{stat}$ をつぎのように考える。図-32に示すモデルを用いるが、Vol me $\Delta y \cdot \Delta x$ の空気と $y \cdot \Delta x$ の水が混合されて濃度 $C_* = \Delta y / (\Delta y + y)$ の空気混入水となると考えると、その為に必要なstaticなエネルギー $-dE_{stat}$ は(55)式で与えられる。

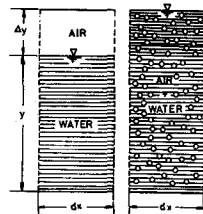


図-32 気泡モデル
(Führböterによる)

$$\left. \begin{aligned} dE_{stat} &= \rho \cdot g \cdot B \cdot dx \cdot \left[C_* \frac{y^2}{2} + \frac{\Delta y^2}{2} (1 - C_*) \right] \\ &= \rho \cdot g \cdot dx \cdot \frac{y^2}{2} \left(\frac{C_*}{1 - C_*} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

区間 dx でのエネルギー $-dE$ が空気と流体を完全に混合さすstaticなエネルギーに消費されるものとする、(54)式と(55)式より、波の進行に伴う波高変化は(56)式で与えられる。

$$\frac{dH}{dx} = -2 \left(\frac{C_*}{1 - C_*} \right) \cdot \frac{y^2}{H \cdot L} \dots\dots\dots (56)$$

Führböterは y に対してつぎの仮定を設け、

$$\left. \begin{aligned} y &\propto H && \text{for spilling breaker} \\ y &\propto H_b (\text{const.}) && \text{for plunging breaker} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

砕波点 $x = 0$ で、 $H = H_b$ からの波高変化を(58)式及び(59)式で与え、波高減衰に及ぼす空気連行効果の大きい事を初めて具体的に示した。

$$H = H_b \exp -2 \frac{C_*}{1 - C_*} \cdot \frac{x}{L} \quad \text{for spilling breaker} \dots\dots\dots (58)$$

$$H = H_b \sqrt{1 - 4 \frac{C_*}{1 - C_*} \cdot \frac{x}{L}} \quad \text{for plunging breaker} \dots\dots\dots (59)$$

著者らは $S = 0$ の水平床で実験を行ない気泡連行範囲を実験的に求めて、(58)式と(59)式の妥当性を検討したがその結果を図-33に示す。図-33に示すように気泡連行領域 L_A/L では spilling breakerの波高の減衰は小さく、 plunging breakerの減衰の方が大きいといったマクロ的な性状は、実験結果と一致するが、波高の減衰の仕方が実験値と異なっている。図-33によれば気泡連行領域では確かに波高減衰が大きい、これは気泡連行時のstaticなエネルギー逸散によるものなのか、あるいは堀川・

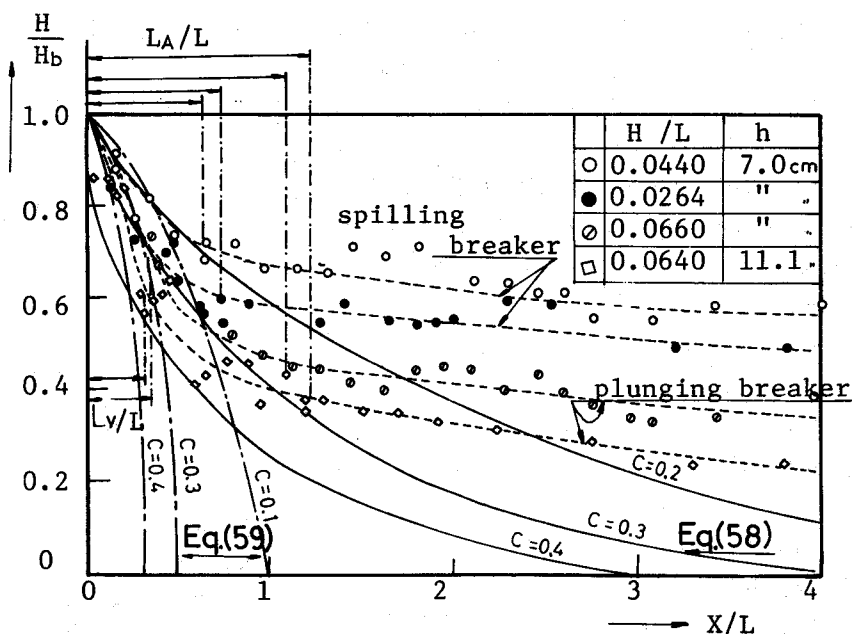


図-33 気泡による波高 減衰効果と実験値の比較
(権木・岩田による)

郭らが指摘したような、あるいは後述する著者らの考えのように、乱れのshearによるエネルギー逸散によるものか明確ではない。両方の効果が重合されたものと考えるのが妥当性を有すると思えるが、従来より検討されてきた空気防波堤の消波効果は、連行気泡より上昇流により生じる水平流のshearによる所が大部分であることも考えると、この連行気泡の波高減衰に及ぼす効果について再検討する必要がある。

4. 一定水深域での碎波変形

ここでは、一定水域での碎波変形過程をとりあげて、その特性について論じるが、一定水深での研究は、1957年Mason⁷⁰⁾が指摘したように一様傾斜水域とは異なり水深変化にともなうshoalingの効果ともど流れの効果がない為、碎波そのものの特性を正確に把握するために重要である。

本論では、周期波と長波性の波の碎波変形機構について論述するが、まず最初に水理実験(周期波については著者らの¹²⁾⁶⁵⁾また長波性の波については、室田・岩田⁷¹⁾の段波の実験を中心にして)に基づき、碎波形式の分類とその移行領域について述べ、ついで碎波時の波の特性(特に碎波波高)の実態を説明して、表-1に示す既往の碎波限界式の適用性について検討するとともに、一様傾斜域での碎波特性との相異点について考察を加える。つぎに、碎波後の波の波の変形過程を取り挙げて、著者らの水理実験結果によって、碎波形式による(spilling breakerとPlunging breaker)碎波変形機構の特質をhorizontal rollerの有無と気泡連行距離に基づき論議して、Plunging breakerの碎波変形の重要な機構を持つhorijontal rollerの特性を明らかにするとともに、3.で既述した、堀川・郭・Führbözerあるいは、著者らの碎波変形に対する理論的な取り扱い方の適用性について考察を加えるものとする。

4-1 碎波形式とその移行領域

図-34は波状段波の碎波形式とその移行領域、図-35は周期波の碎波形式とその移行領域を示したものである。なお図-35は前端部に1/4勾配の傾斜面を有する水平床で起る碎波のみを取り挙げたものである。図-34によれば波状段波の碎波形式は理想段波の相対波高 H_o^*/h (H_o^* : 理想段波の波高)のみでつぎのように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{spilling breaker} &\cdots\cdots\cdots 0.25 \leq H_o^*/h < 0.03 \\ \text{surging breaker (Intermediate)} &0.03 \leq H_o^*/h < 0.48 \\ \text{plunging breaker} &\cdots\cdots\cdots 0.48 \leq H_o^*/h \end{aligned} \right\} \cdots\cdots\cdots (60)$$

ここで、surging breakerとは傾斜面でのsurging breakerとは異なり、spilling breakerとPlunging breakerの中間型であり、Ippen及びKulin⁵¹⁾のintermediate breakerに対応するものと推測される。(60)式によれば、水深 h に比して H_o^* が大きくなるにつれてspilling breakerからPlunging breakerに移行していくが、これは H_o^* が大きくなると、理想段波からの分散第1波(initial wave)の波高 H も大きくなりそれに伴ない水粒子速度も大きくなるため、波動エネルギーの増大にともなってspilling breakerからPlunging breakerに移行する事を示す。このことから、急激なエネルギー逸散をなすのがPlunging breakerの内部機構の大きな特性であり、これに比して小さなエネルギー逸散をなすのがspilling breakerの内部機構の特質と考えられる。一方周期波については、図-35によれば、一様傾斜面で生起するsurging breaker(collapsing breaker)は存在しない。これは上述の完全な一定水深での波状での波状段波の碎波についても同様であって、このことより、

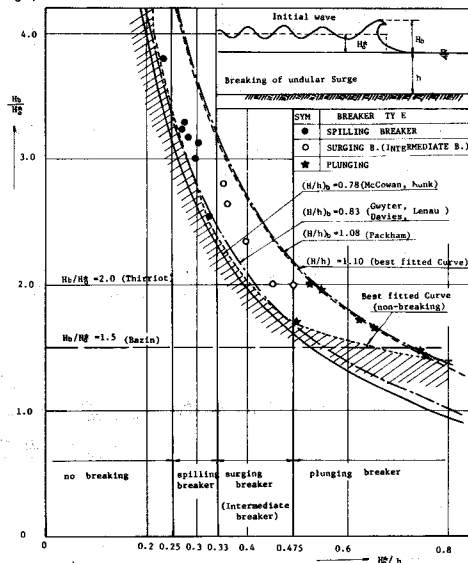


図-34 波状段波の碎波型式 (水平床の場合) (室田・岩田による)

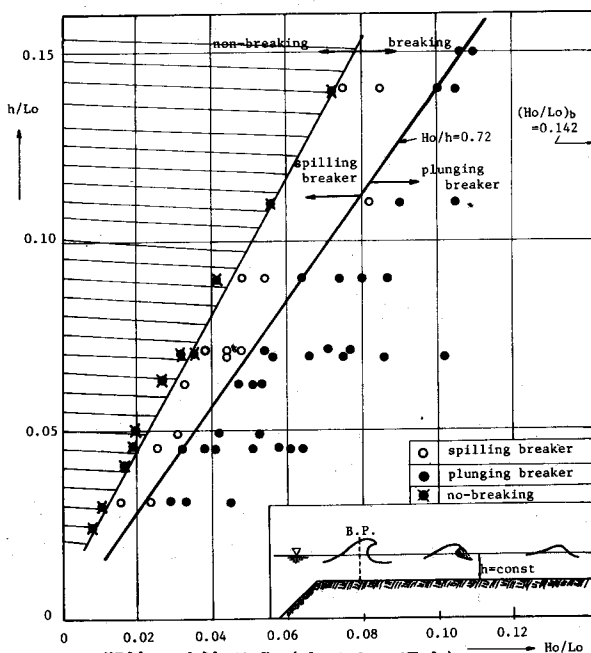


図-35 周期波の碎波形式 (水平床の場合)
(樺木・岩田・松本による)

一様傾斜斜域でいう surging breaker (collapsing breaker) はもどり流れのある傾斜面特有の碎波形式であると推定せざるをえない。

また図-35によれば, spilling breaker, Plunging breakerの碎波移行領域は, 沖波波高, 水深比 H_0/h でほぼ次のように規定されている。

$$\left. \begin{array}{l} \text{spilling breaker : } H_0/h \leq 0.72 \\ \text{plunging breaker : } 0.72 < H_0/h \end{array} \right\} \dots\dots\dots (60) \quad r$$

これは波状段波の碎波形状移行限界を規定する H_0*/h と同様の波高水深比の Index で, 一定水深域での碎波現象の特質と考えられるが, 従来の一様傾斜水域での成果 (例えば, 図-5によれば spilling breaker と plunging breaker の移行限界は $h/L_0=0.06$ であって, 水深・波長比で規定されている。) と異なることに注意したい。この場合も波状段波と同様, 水深 h に比して波高 H_0 が大きい程 spilling breaker から plunging breaker に移行しており, 急激なエネルギー放出は, plunging breaker で, 緩やかな放出は spilling breaker といった内部機構に類似点が認められる。なお図-34に示す波状段波については急激な流量の増加は波高の増加に対応するため, 波高水深比 H_0*/h により波のエネルギーの緩急の程度が異なり, したがって H_0*/h が碎波形式を規定する Index となることは理解し易い。

4-2. 碎波時波高と碎波限界式の適用性

a) 碎波波高 H_b

図-34によれば, spilling breaker, surging breaker (Intermediate breaker), Plunging breakerの順で碎波波高 H_b/h が大きくなりいずれも Mc Cowan の孤立波の限界波高 $H_b/h=0.78$ を越えているが, 碎波形式別に大きな差異はなく, $H_b/h=0.83$ (Gwyther²⁴⁾ ら) と $H_b/h=1.08$

(Packham³¹⁾) の孤立波の限界波高の間にあり, この点, 波状段波の分散第1波の碎波高の最大値はPackham の孤立波の限界波高 $H_b/h=1.08$ で与えられると考えられる。したがって, 図-34に示すように碎波波高はBazin⁷²⁾ や Thirriot⁷³⁾ の分散波安定限界式では規定出来ないことが明らかである。一方図-36によれば図中の太い線で示すように周期波の碎波波高 H_b/h は碎波形式によって明確に2つの領域にわかれている。すなわち spilling breaker についてはほぼ $H_b/h < 0.76$, plunging breakerについては, ほぼ $0.71 \leq H_b/h$ という範囲で示される。したがって表-1に示す孤立波の碎波限界式は

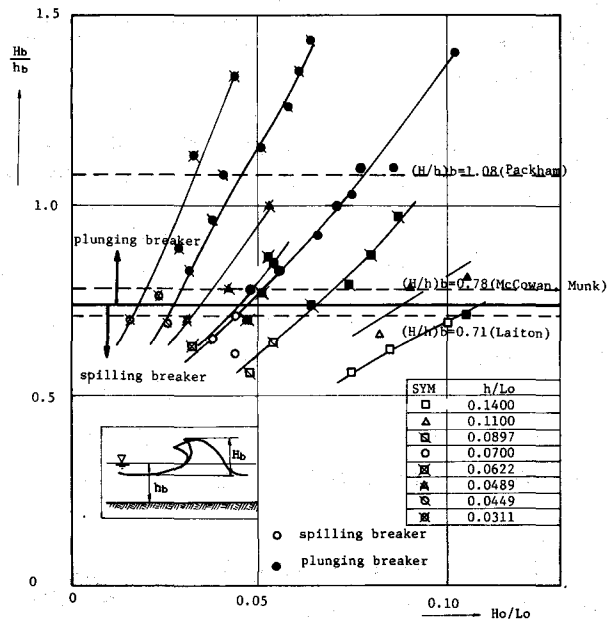


図-36 碎波波高の変化 (水平床の場合)
(樫木・岩田・松本による)

いずれも、一般的な形としては適用できず、一様傾斜面での碎波と同じ傾向を示している。このように、 H_b/h に対して波状段波と周期波とではその趣をことにするがこれは波状段波が孤立波によく似た波動であるのに対し、周期波は、碎波時点でも孤立波特性に近似しにくいことを示すものといえよう。

b) 碎波峰高

図-37は h/L_0 別に周期波の碎波峰高 Y_b/H_0 と H_0/L_0 の関係を示したものである。これによると Y_b/H_0 に及ぼす比水深 h/L_0 の影響は明確にあらわれ、 h/L_0 別に一連の曲線群をうる。同一の比水深に対しては H_0/L_0 が大きくなる程碎波峰高 Y_b/H_0 が小さくなり、したがって Y_b/H_0 はspilling breakerの方がPlunging breakerより大きい。

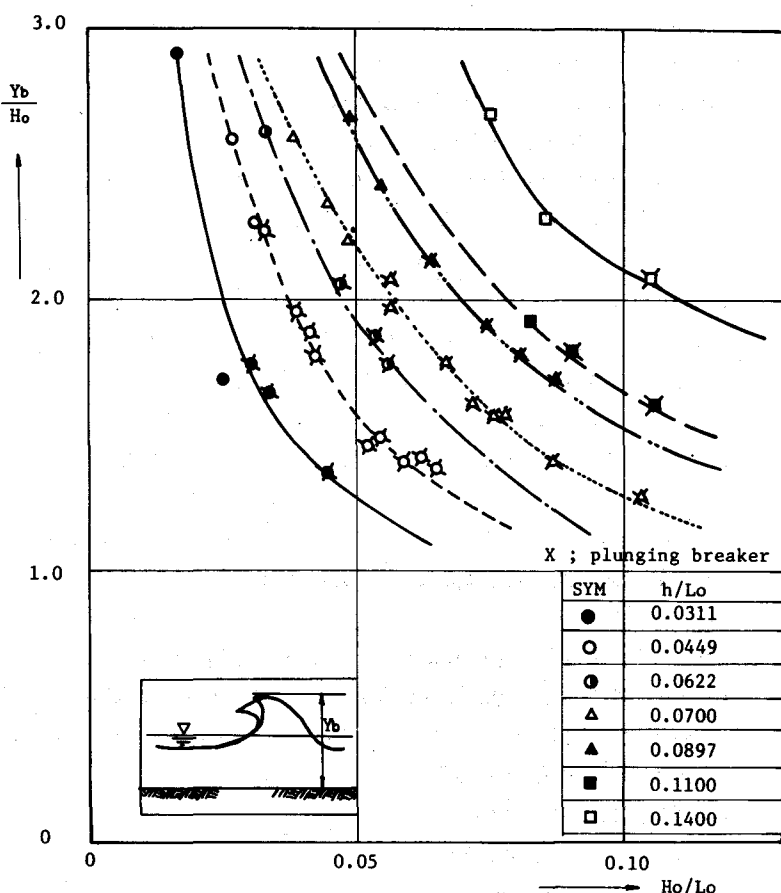


図-37 碎波峰高の変化（水平床の場合）

（樫木・岩田・松本による）

4-3. 碎波後の波の変形

a) 碎波後の乱れについて

実験における観察によると、碎波後の波の変形機構はspilling breakerとPlunging breakerでは著るしく異なることが明らかとなる。すなわち、Plunging breakerは碎波後、波頭部が静水面と交わりhorizontal rollerとsplashを形成する。それと同時に空気がhorizontal rollerにより流体内部に気泡として連行されるが、この気泡の大部分はvortexが消滅する地点から上方へ移動して波面部のみに残りやがて消えてしまう。この様相を模式的に示すと図-38のようになる。一方spilling breakerの方はhorizontal rollerの形成をみる事はなく、波頭部から波前面部にかけて気泡を連行した乱れた状態が生じるが間もなく、気泡も消滅し再び整正な波形になっていく。

ここではまず著者らの水理実験に基づき碎波後の乱れの特長について考察しておこう。

図-39は、Plunging breakerの碎波点か

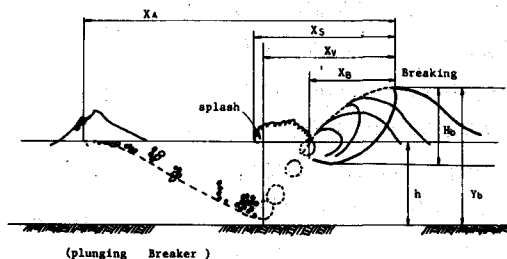


図-38 plunging waveの碎波後の模型

ら波頭部が静水面に到達する距離 X_b/L , vortex (horizontal roller) が消滅する距離 X_v/L , 流体内部に連行された気泡が波面部のみに残る距離 X_s/L と沖波特性の波形勾配 H_o/L_o との関係を示したものである。なお L は水深 h での波長である。同図によれば、波頭部が水面と交わる距離 X_b/L は h/L_o によって多少のばらつきはあるけれども、図中の一点鎖線のようにほぼ一つの曲線で示することができる。この曲線からわかるように、 X_b/L に及ぼす H_o/L_o の効果は極めて小さい。つぎに、horizontal rollerの消滅する地点 X_v/L は splash が水面と交わる地点より碎波点側になり、 X_b/L と同様、

h/L_o によって多少のちらばりは生じているが X_v/L と H_o/L_o は一つの点線で示す曲線であらわされる。この X_v/L_o についても H_o/L_o の効果はそれほど著しくない。このような plunging breaker によって生起する horizontal roller の発生と消滅地点は著者らは 16mm の高速シネカメラで写真解析を行なって求めたのものである。この horizontal roller の中心の移動速度の時間変化の一例を図-40 に示す。図-40 の horizontal roller の移動速度は無次元化して U_v/C_b , ($C_b = \sqrt{gY_b}$) であらわしてある。図-40 より horizontal roller は発生時には碎波時の波速 C_b と等しい速度で移動するが、その後 C_b よりわずかに大きくなり、その後間もなく振動しながら減少し、 $t/T = 0.12$ で $U_v/C_b = 0.25$ 程度となってしまふ。一方、splash の水面への落ち込み点 X_s/L は、 h/L_o の効果が比較的明確にあらわれているが、いづれも H_o/L_o とともに大きくなり、その増加率もまた X_o/L , X_v/L より大きく、碎波時の波高 H_b/h (図-36 参照) が大きい程 splash の規模もまた大きくなっている。この splash の規模を x_s/H_b で表わすと (x_s は splash の水平方向の大きさ) この x_s/H_b と X_b/H_b との関係は、図-41 のようにあらわされる。図中点線は一樣傾斜面での Galvin の実験結果であるが、著者らの実験結果は Galvin の実験式 $x_s \cong X_b$ の関係とはならず $X_b < x_s$ といった結果がえられた。この事実は水底勾配の影響とも考えられるが、Galvin の実験値そのものでも $x_s > X_b$ を示す値が多い事実もあり、 $x_s \cong X_b$ と決める

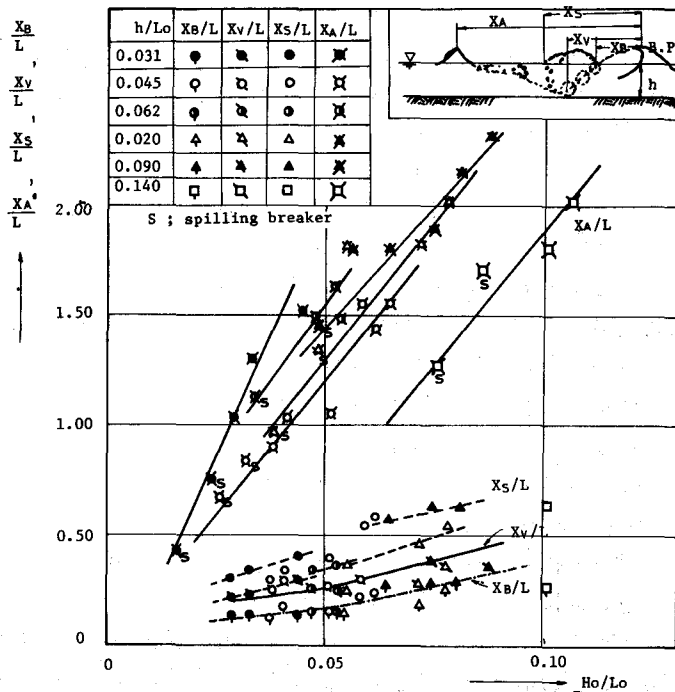


図-39 $X_b/L, X_s/L, X_v/L$ 及び X_o/L と H_o/L_o の関係 (樫木・岩田による)

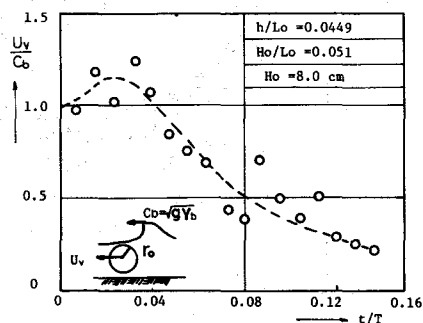


図-40 Horizontal roller の移動速度 (樫木・岩田・松本による)

事について極めて疑わしい。また、流体中に連行された気泡が表面のみに残る地点 X_a/L は、 H_o/L_o が大きくなるにつれて著しく大きくなり、したがって碎波時波高 H_b/h （図-36参照）が大きい程、流体内部での気泡連行距離は大きい事になる。また、この X_a/L に対しては h/L_o の効果はあるようであるが、その明確な効果は見出すことはできなかった。なお図-39で実験値の下にSの添字がついているのはspilling breakerの値で、それ以外はplunging breakerの値である。同図よりspilling breakerの気泡連行距離 X_a/L はPlunging breakerの値より小さくなっており、後述の波高変化と合わせて考えると、波高減衰が大きい間は、気泡が流体中に連行されることが明らかとなるが、spilling breakerの碎波点からの波高減衰領域がPlunging breakerより短かく、このことから波高減衰機構とこの連行気泡とは密接な関係を持つものと判断することができる。

b) 碎波後の波高変化と波形変化について、

図-42は、碎波後の波の進行にともなう波高変化 H/H_b を H_o/L_o をパラメーターにして示したものであり、図-43は h/L_o をパラメーターにしたものである。なお、同図中に X_v/L 及び X_a/L の値も示してある。図-42によれば H_o/L_o が大きくなるにつれて、波高 H/H_b の減衰率が大きくなり、したがってspilling breakerよりplunging breakerの方が波高の減衰が大きい。horizontal rollerと

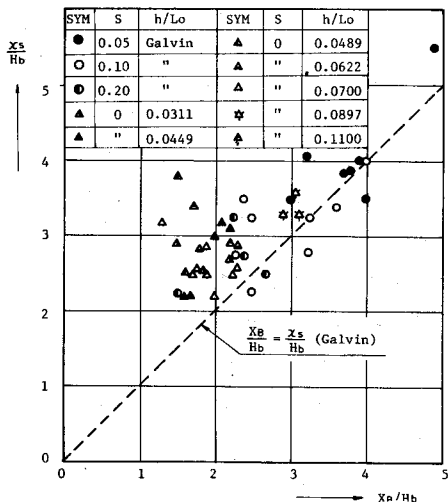


図-41 X_s/H_b と X_b/H_b の関係
(樫木・岩田・松本による)

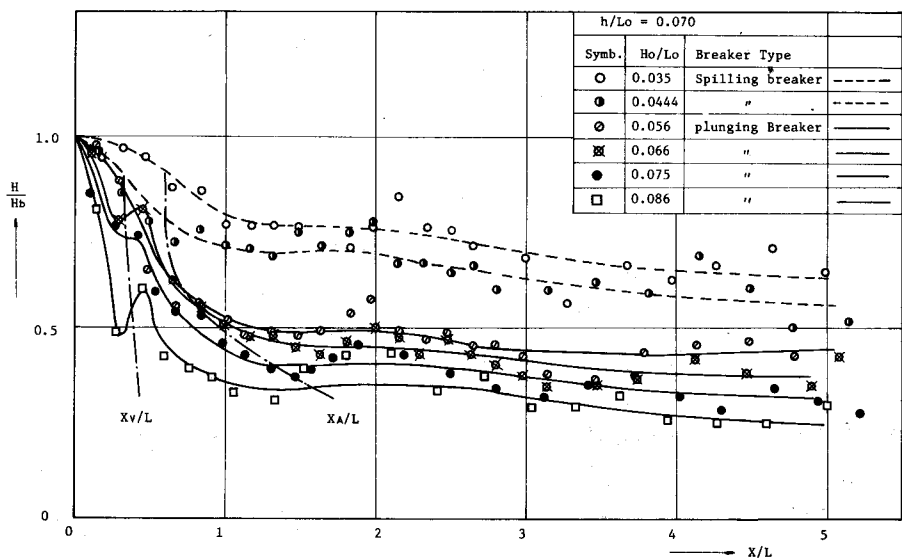


図-42 碎波後の波高変化（水平床の場合）（樫木・岩田・松本による）

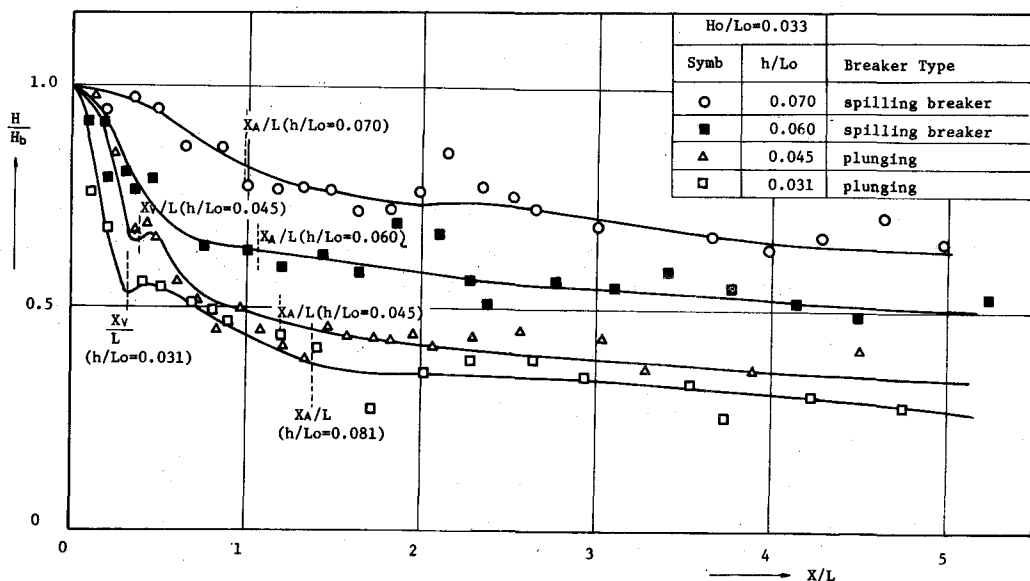


図-43 砕波後の波高変化 (水平床の場合)
(樺木・岩田・松本による)

波高底減率の関係をみてみると, Plunging breakerについては, 砕波点からこの X_v/L 地点までの波高低減率が一番大きく, その次は X_a/L 地点までとなり, X_a/L 地点以遠になると波高低減率は極めて小さくなっており, 波高低減率にhorizontal roller及び気泡が流体内部に連行されることの影響の大きいことを示している。また, spilling breakerについても, 砕波点から X_a/L 地点まで波高減衰が一番大きく, X_a/L 地点以遠になると減衰率が

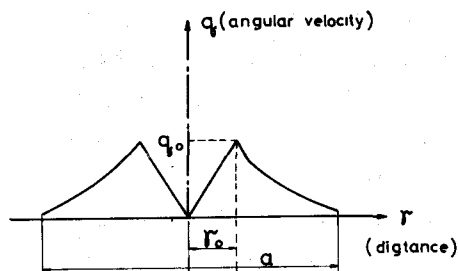


図-44 Horizontal rollerの回転
角速度分布

小さくなっており, Plunging breaker同様気泡連行する間の波高低減率が大きい。既に述べてきたようにPlunging breakerとspilling breakerの砕波の本質的な差異はhorizontal rollerの形成の有無にあるが, このPlunging breakerにより形成されるhorizontal rollerの回転角速度は写真解析の結果, ほぼRankin型の速度分布を持つものと推測されたため, 図-44に示すようなRankine渦としてhorizontal rollerを取り扱うと, この渦の持つエネルギー E_v は(60)式で与えられる。

$$E_v = \frac{1}{4} \pi \rho (q_o \gamma_o)^2 (1 + 4 \ell_n \frac{a}{\gamma_o}) \dots \dots \dots (60)$$

ここに q_o は渦の最高角速度であり, γ_o は q_o を示す位置, a は中心から速度0となる地点までの距離を示す。一方, 砕波点から渦消滅地点までの波高変化より推算出来る波のエネルギー損失量 E は砕波前と同じ表示式で計算できるものと仮定すると, つぎの(61)式で与えられ, したがって, (61)式で与えられる砕波によるエネルギー損失量に占めるhorizontal rollerのエネルギーの割合 ρ_v は(62)式となる。

$$E = \frac{1}{8} \rho g (H_b^2 - H_{x=x_o}^2) \cdot L \dots \dots \dots (61)$$

$$\rho_v = \frac{E_v}{E} = \frac{2\pi(q_o\gamma_o)^2(1+4\ell_n\gamma_o)}{g(H_b^2 - H_{x-x_s}^2) \cdot L} \dots\dots\dots (62)$$

これを、 $h=7\text{ cm}$ 、 $T=1.0\text{ sec}$ 、 $H_o=8.0\text{ cm}$ の波について、実測値での値 $q_o=69\text{ cm/sec}$ 、 $\gamma_o=3.2\text{ cm}$ 、 $a=4.9\text{ cm}^2$ (この a を正確に計測することはかなり困難であり、著者らの場合ではこのケースを含めて数ケースのみ比較的信頼度の高い値が得られた)と(62)式を用いて試算すると(63)式のように3割程度

$$\rho_v \cong 0.3 \dots\dots\dots (63)$$

となる。このことにより碎波点から渦消滅地点までの急激な波高減衰は渦(roller)のエネルギーだけではなく、それ以外の別な形のエネルギー逸散があり、その一つが渦と同時に形成される splash のエネルギーに、またその他、horizontal roller 以外の流体内部の強い shear によるエネルギー逸散(spilling breakerのエネルギー減衰機構と同じものとも考えられる)によるものと考えられる。なおエネルギー逸散については勿論底部 shear による効果も考えられるが、従来の岩垣・土屋⁷⁴⁾らの底部 shear の理論を碎波後に適用すると碎波直後の急激な波高減衰についてほとんど寄与しないことが認められたが、むしろ碎波前の底部 shear との差異が判明していない為、底部 shear の効果がないと即断することはできない。一方、horizontal roller 消滅後、波高が一時増大するが、これは horizontal roller が消滅すると roller の有するエネルギーが波動エネルギーに変換されるためと推定される。また、 X_b/L から X_a/L 地点、つまり気泡連行領域については、気泡が波高減衰、ひいてはエネルギー逸散が大きくなるのか、あるいは、乱れが非常に強い為、気泡が乱れにひきずられるような形になってむしろ流体内部 shear によりエネルギー逸散があり波高減衰が大きく流体内部の気泡が乱れ強度の Index になっているのか明確ではない。しかし既述したように栗原⁷⁵⁾らによれば空気防波堤の消波効果は水平流による shear によるものといわれており、この波高減衰に及ぼす気泡の効果については乱れの強さを示す Index として考えた方が妥当なようであるが、この点についてもなお充分検討を要する。なお、 X_a/L 地点以速についても波高低減があるが、図-42、図-43に示す $X/L > 3.0$ 以遠になると、波高低減率は岩垣・土屋⁷⁴⁾らの底部及び側壁の shear による波高低減率に近づいてくることを著者らは確認している。図-45は波高変化と波形変化の関係を示したので、Plunging breaker と spilling breaker の代表例が示されている。同図の ξ_h 、 ξ_v は時間波形よりつぎのように定義したもので、

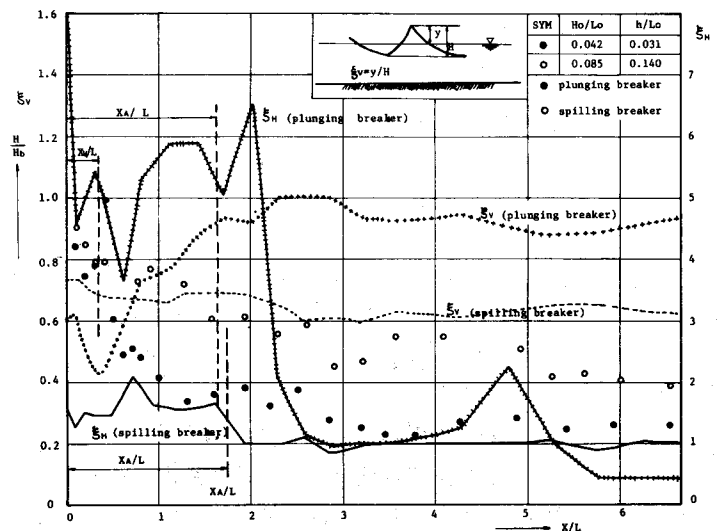


図-45 碎波後の波形変化(水平床の場合)
(樺木・岩田・松本による)

$$\xi_h = \frac{\text{波のcrestから波の後面が静水面と交わる時間}}{\text{波のcrestから波の前面が静水面と交わる時間}}$$

$$\xi_v = \frac{\text{静水面からの波の波頂高}}{\text{波高}}$$

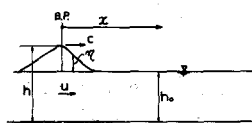


図-46 初期波形

ξ_h は波頂前後の非対称性、 ξ_v は静水面上下方向の非対称を示すものである。同図により、spilling breakerとPlunging breakerではその波形の非対称性について大きな相異点が認められる。まず、spilling breakerについては、 ξ_h は、波高変化と気泡連行範囲 X_a/L と密接な関連があり、波高減衰が大きく波高変化の大きい $X/L \leq X_a/L$ の範囲内では $\xi_h > 1$ で波が前傾して歪んでいるが、 $X/L > X_a/L$ になると波高変化が、 $X/L \leq X_a/L$ の範囲と比較して黄しく小さいが、この区間では $\xi_h \cong 1$ で波形の歪みがほとんどなく、このことから、波高減衰の大きい場合は波形の歪も大きいことがわかる。また ξ_v については、碎波後あまり変化なく $\xi_v \cong 0.6 \sim 0.7$ という一定値を保っている。一方、Plunging breakerについては、spilling breakerよりさらに複雑な変化を ξ_h 及び ξ_v ともに示している。まず ξ_h の変化は、 X_a/L 、 X_v/L と密接な関連があつて、horizontal roller消滅地点 X_v/L まで ξ_h は、spilling breakerにくらべて極めて大きい。つぎに、ほぼ X_a/L の地点までは、 ξ_h の変動が大きく、 X_a/L をすぎてしばらくして急激に ξ_h は小さく、すなわち非対称性が少なくなる。この波形の歪みが小さくなっている地点は、波高の減衰率も極めて小さくなる地点と一致している。しかしながら、この地点以後もspilling breakerと比較しななお変動は多少残っており波前後の歪みはなくなる。一方は、 X_v/L の地点までは、 ξ_v は小さく、 X_v/L 地点で極小値を示し、rollerの消滅とともに ξ_v は大きくなって、 X_a/L 地点まで増加しつづける。その後、 ξ_h に対応して ξ_v も一定値をとるのはspilling breakerと同様の傾向である。このように、 ξ_v の方は、spilling breakerとPlunging breakerとではその特性が異なり、horizontal rollerの波形に及ぼす効果は、 ξ_v の方に明確に表われるといえよう。

c) 理論的な取り扱い

ここでは、まず著者らの取り扱い方法を紹介し、水理実験により、妥当性を検討し、さらに堀川・郭、Führböterの解析値と比較してその差異について述べておこう。

基本式は、3・で示した(27)式と(28)式で、この式において乱れの規模 $\ell_x = k(h_0 + \eta)$ と置くと次式がえられる。

$$\frac{Du}{Dt} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k^2 (h_0 + \eta)^2 \left(\frac{du}{dx} \right)^2 \right\} \quad (64)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ u (h_0 + \eta) \} = 0 \quad (65)$$

上式を、 $X = x/h_0$ 、 $U = u/\sqrt{gh_0}$ 、 $V = C/\sqrt{gh_0}$ 、 $T = \frac{t}{h_0} \sqrt{gh_0}$ 、 $H = h/h_0$ の無次元表示に直すと次の(66)式(67)式となる。

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left\{ k^2 H^2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 \right\} = 0 \quad (66)$$

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X} (U \cdot H) = 0 \quad (67)$$

なお、図-46に示すように、 h_0 ：静水深、 η ：静水面から波頂まで、 x ：碎波点からの距離、 $h = \eta + h_0$ 、 C ：波速、 u ：流速である。上式を差分化して、初期値、境界値を与えて数値計算法で波動諸量を求めていくが、差分法には、種々の方法がある。著者らはLax-Wendroff法、Leap-frog法、

有限要素法, Friedrichs法について検討したところ, (66)式と(67)式を組合わせて用いる場合には, Friedrichs法で充分であることを認めたため, Friedrichsの差分法に基づいて差分化する。(66)式と(67)式を時間差分については前進差分, 空間差分については中心差分を用いて差分化するが, これは既述のKeller-Levine-Whithamの差分法と同じであるから前述の3-3(b)を参照していただきたい。図-47は一定水深を伝播する波の波高変化 H/H_0 を示したもので, $x/t\sqrt{gh_0} = 0$ は碎波点を示す。なお, 碎波時の波形と流速としては, Boussinesqの孤立波²⁰⁾を与えたものであり, 波長は $L=CT$ で与えたものである。(Cは波速)。同図によれば, k が大きくなるにつれて, H/H_0 の減衰が大きくなり, 乱れ項の波高減衰に及ぼす効果が大きいことが判明する。また, 図-48は著者らの水理実験値及び解析解と堀川・郭の解と比較したものである。同図によれば著者らの analytical methodと, 堀川・郭らの energy methodの解は全般的によく一致しているが, 碎波直後の波高の急激な減衰を著者らの計算結果はよく説明できている。したがって波高減衰に乱れが極めて大きな寄与をする事が乱れを考慮したこの両者の計算結果が実験値とよく一致することから, 明らかであるが, なおこういった手法では, まだ碎波直後急激に一時的に波高低減するPlunging breakerの碎波現象は説明できていないが, 先の碎波後の horizontal roller 及びその他の実態を理論的に加味して検討していきたいと考えている。

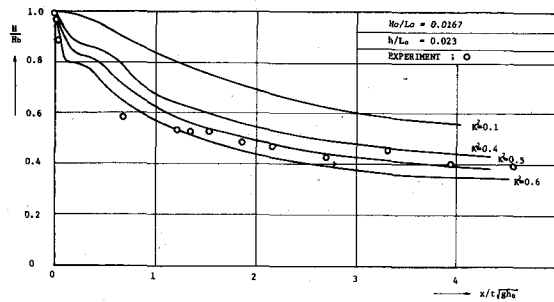


図-47 碎波後の波変変化の計算例
(樫木・岩田・松本による)

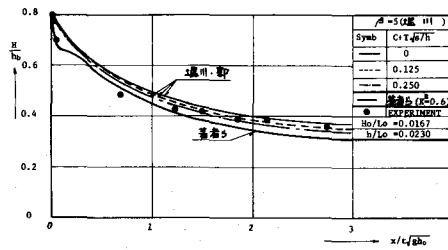


図-48 碎波後の波高変化の理論解と実験値の比較
(樫木・岩田・松本)

5. あとがき

以上, 碎波変形過程(特に周期波を対象として)を取り挙げて, 従来の研究経過と研究成果及び問題点を整理し, 碎波後の乱れの実態についても, 著者の行なっている研究成果にもとづいて, 考察を進めてきた。しかしながら, なお碎波後の乱れの実態を十分に説明できたとはいいがたく, 今後に多くの問題点が残されることを報告して筆をとめたい。

なお, 本文を作成するに当っては, 大阪大学講師岩田好一郎君に資料整理・理論的解析について全面的に協力を願ったことを感謝するとともに, 現在同君が執筆中である博士論文の一部を同君の了解をえて紹介させていただいたことを付記する次第である。

参考文献

- 1) Iversen, H.W. : Laboratory Study of breakers, Gravity wave, N.B.S. Circular 521, 1951.
- 2) Iversen, H.W. : Waves and Breakers in Shoaling Water, Proc. 3rd. Conf. on Coastal Eng., 1952.
- 3) 速水頌一郎：碎波の機構(Ⅱ)，第2回海岸工学講演会講演集，1954.
- 4) Patric, D.A & R.L. Wiegel : Amphibian Tractors in the Surf; Proc. Ist. Conf. on Ships and Waves, 1955.
- 5) Galvin, C.J. : Breaker Type Classification on Three Laboratory Beaches, Journal of Geophysical Research, Vol. 73, No.12, June 15, 1968.
- 6) Rankine, W.J. : Summary of Properties of Certain Stream Lines, Phil. Mag. (4) 29, 1864.
- 7) Stokes, G.G. : On the Change of Oscillatory Waves, Trans. of the Cambridge Philosophical Society, Vol.8, 1847.
- 8) Méhauté, B.L. : On Non-Saturated Breakers and the Wave Run-Up, Proc. of 8th Conf. on Coastal Eng., 1963.
- 9) Freeman, J.C. and B.L. Méhauté : Wave Breakers on a Beach and Surges on a Dry Bed, Proc. A.S.C.E. Vol. 90, No. HY2, 1964.
- 10) Horikawa, K. and C.T. Kuo. : A Study on Wave Transformation inside Surf Zone, Proc. 10th Conf on Coastal Eng., 1966.
- 12) 樫木 亨・岩田好一朗・松本昇，碎波により生起する渦の挙動について，昭和48年度関西支部年次学術講演会講演概要1973.
- 11) Führböter, A. : Air Entrainment and Energy Dissipation in Breakers, Proc. of 12th Coastal Eng., Vol. II, 1970.
- 13) 岩垣雄一・酒井哲郎・開沼淳一・川島毅：進行波の碎波限界に関する実験，第25回年次学術講演会講演集，1970.
- 14) Mason, M.A. : Some Observations of Breaking Waves, Gravity Wave, N.B.S. Circular 521, 1951.
- 15) Murota, A. : Transformation of Surges, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., Vol.1, 1966.
- 16) Greenspan, H.G. : On the Breaking of Water Waves of Finite Amplitude on a Sloping Beach, Journal of Fluid Mechanics. NO.4, 1958.
- 17) Kishi, T. : Transformation, Breaking and Run-Up of a Long Wave of Finite Height, Proc. of 8th. Conf. on Coastal Eng., 1961.
- 18) 首藤伸夫：有限振幅波について一高次級数解による進行波の碎波限界について，土木研究所報告，111号，1961.
- 19) Stoker, J.J. : The Formation of Breakers and Bores, The Theory of Non-linear Wave Propagation in Shallow Water and Open Channels, Comm. Pure Appl. Math., Vol.1, 1948.

- 20) Boussinesg, J. : Théorie de l' intumescencee liquide appelée onde solitaire ou de tr translation se propagent dans un canal rectangulaire, Institut de France, Académi de Sciences, Comptes Rendus, June 19, 1871.
- 21) McCowan, M.A. : On the Solitary Wave, Phil. Mag. S.5, vol.32, NO. 194, July 1891.
- 22) Michell, A.G.M. : The Highest Wave in Water, Phil. Mag.vol. 36(5), 1893.
- 23) McCowan, M.A. : On the Highest Wave of Permanent Type. Phil. Mag. S5 . Vol. 38, NO. 233, Oct. 1894.
- 24) Gwyther, R.F. : The Classes of Progressive Long Wave, Phil. Mag. 50, 1900.
- 25) Miche, A. : Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante. Forme limit de la houle lors de som déferlement : Application aux digues maritimes. Ann. Ponts. et Chausees, Tome 114. 1944.
- 26) Munk, W.H. : The Solitary Wave And its Application to Surf Problem, Ann. N.Y. A Acad. Sci., 51, 1949.
- 27) Hamada, T. : Breakers and Beach Erosion, Rep. Trans. Tech. Res. Inst., Rep. NO. 1 , 1951.
- 28) Miche, R., : Le pouvoir reflechissant des ouvrages maritimes, Ann. des Ponts et Chaussées, Ministère des Traveux Publics, et des Transports, Paris, May-June, 1951.
- 29) Dannel, P. : On the Limiting Clapotis, Gravity Waves, U.S. Dept. of Commerce, N.B.S. Circular, 521, 1952.
- 30) Davies, T.V. : Symmetrical Finite-Amplitude Gravity Waves in Gravity Waves, N.B.S. 521, 1952.
- 31) Packham, B.A. : The Theory of Symmetrical Gravity Waves of Finite Amplitude, II Solitary Wave, Proc. Roy. Soc. A, 213, 238, 1952.
- 32) Sato, S. : Surface Waves in Shallow Water, Jour. Res. Public Works. Res. Inst. Vol, 1, 1954.
- 33) 岸 力 : 海岸堤防に関する研究(4), 進行波の碎波限界, 土木研究所報告, 第91号, 1955.
- 34) Chappellear, J.E. : On the Theory of the Highest Waves, B.E.B. TM, NO. 116, July, 1959.
- 35) Laiton, E.V. : A Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. of Fluid Mechanics, NO. 1, 1960.
- 36) Keller, J.B. : Tsunami-Water Waves Produced by Earthquakes, Tsumami Hydrodynamics Conf., Honolulu, Hawaii, 1961.
- 37) Kishi, T. and H. Saeki, : The Shoaling, Breaking and Run-Up of the Solitary Wave on Impermeable Rough Slopes, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., 1966.
- 38) Lenau, C.W. : The Solitary Wave of Maximum Amplitude, Jour. of Fluid Mechanics, 25, 1966.
- 39) Street, R.L. and F.E. Camfield. : Observation and Experiments on Solitary Wave Deformatinn, Proc. of 10th Conf on Coastal Eng., 1966.

- 40) Méhauté, B. and R.C.Y. Koh: On the Breaking of Waves Arriving at an Angle to the Shore, Jour. of Hydraulic Research, 5, NO. 1, 1967.
- 41) Wilson, B.W., L.M. Webb and J.A. Hendrickson : The Nature of Tsunami, Their Generation and Dispersion in Water of Finite Depth, NESCO Tech. Rept. NO. 57-2.
- 42) Keulegan, G.H. : Wave Motion, Engineering Hydraulics, Wiley, New York, Chap. 11, 1950.
- 43) Laiton, E.V. : Limiting Condition for Cnoidal and Stokes Wave, Jour. of Geophysical Research, vol. 67, NO. 4, 1962.
- 44) 榎本亨・岩田好一郎・中辻啓二・砕波の内部機構に関する基礎的研究(第1報), 第15回海岸工学講演会講演集, 1969.
- 45) Ursell, F. : The Long Wave Paradox in the Theory of Gravity Waves, Proc. Combr. Phil. Soc., V. 49(4).
- 46) 岩垣雄一・酒井哲朗: 有限振幅波のshoalingについて(Ⅱ) 第15回海岸工学講演会講演集, 1966.
- 47) 例えば, 海岸保全施設設計便覧, 改訂版, 土木学会編, 1968.
- 48) Mason, M.A. : The Transformation of Waves in Shallow Water, Proc. of 1st. Conf. on Coastal Eng., Long Beach, 1950.
- 49) 合田良実: 砕波指標の整理について, 土木学会論文報告集, 第180号, 8月, 1970.
- 50) Yamada, H., and T. Shiotani : On the Highest Water Wave of Permanent Type, Bull. Disaster. Prevention Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 18, Pt. 2, NO. 135, 1968.
- 51) Ippen, A.T. and G. Kulin : The Shoaling and Breaking of the Solitary Wave, Proc. of 5th Conf. on Coastal Eng., 1954.
- 52) Bagnold, R.A. : Sand Movement by Waves, J. Inst. Civ. Engrs., V27, 1947.
- 53) 中村充・白石英彦・佐々木泰雄: 砕波による波の変形に関する研究, 第13回海岸工学講演会講演集, 1966.
- 54) Wiegel, J.R. : Maximum Breaker Height, Proc. of ASCE, WW4, November, 1972.
- 55) Galvin, C.J. : Breaker Travel and Choice of Design Wave Height, Proc. of ASCE, WW2, May, 1969.
- 56) Harihara, R.A.: Periodic Wave Shoaling in Water over Steeply Sloping Bottoms, Proc. of 12th. Conf. on Coastal Eng., Washington, 1970.
- 57) 例えば10)
- 58) Carrier, G.F. and H.P. Greenspan : Water Waves of Finite Amplitude on a Sloping Beach, Jour. of Fluid Mech, Vol. 4, 1958.
- 59) Keller, H.B., D.A. Levine and G.B. Whitham : Motion of a Bore over a Sloping Beach, Jour. of Fluid Mech, Vol. 7, 1960.
- 60) Ho, D.V. and R.E. Meyer : Climb of a Bore on a Beach, Part 1, Uniform Beach Slope, Jour. of Fluid Mech. Vol. 14, 1962.
- 61) Shen, M.C. and R.E. Meyer : Climb of a Bore on a Beach, Part 2. Non-Uniform Beach Slope, Jour. of Fluid Mech., Vol. 16, 1963.
- 62) Shen, M.C. and R.E. Meyer : Climb of a Bore on a Beach, Part 3. Run-up, Jour. of Fluid Mech., Vol. 16, 1963.

- 63) 榎木 亨：碎波後の波高変化に及ぼす海底粗度の影響について，第9回海岸工学講演会講演集，昭，37年。
- 64) 榎木 亨・岩田好一郎：碎波後の乱れについて（碎波後の波高変化に及ぼす乱れの効果について），第26回土木学会年次学術講演会講演集 昭，46年。
- 65) 榎木 亨・岩田好一郎・松本 昇：碎波後の波の変形について（碎波の内部機構に関する基礎的研究第3報）第20回海岸工学講演会論文集，1973，投稿中。
- 66) 花安繁朗・佐伯浩・尾崎 晃：斜面上における孤立波の変形に関する研究(1)，第17回海岸工学講演会論文集，1970。
- 67) 岩垣雄一：海岸堤防論，水工学シリーズ64-08，土木学会水理委員会，1964。
- 68) 岩垣雄一・井上雅夫・大堀晃一：法面上の波の遡上機構に関する実験的研究，第13回海岸工学講演会講演集，1966。
- 69) 佐藤幸雄・内島邦秀：碎波後の波の諸特性について，第27回土木学会年次学術講演会講演概要集，昭47年。
- 70) Mason, M.A.: Some Observation of Breaking Waves, Gravity Waves, N.B.S. Circular 521, 1951.
- 71) 室田 明・岩田好一郎：段波の変形に関する研究，土木学会論文集，Vol. 160, 1968。
- 72) Bazin: Mém. divers Savants a L' Acad des Sci-19, 495, 1865.
- 73) Thirriot, C and S. Bednarczyk: Ondulation secondaires en frontd, intumescence. et ondes solitaires, La Houille Blanche, NO. 8, 1964.
- 74) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行：海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(2)，第11回海岸工学講演会集，1964。
- 75) 栗原道德・他：例えば，空気防波堤の研究についてⅣ，消波の物理的機構について，九州大学応用力学研究所々報，第9号，昭.31年。