

水資源計画方法論

室 田 明

概 説

1973年の水工学夏期研修会Aコースのメイン・テーマが、水理委員会において「人間と川」とされたことは、河川工学の転換を示唆するものとして極めて象徴的である。

古来、わが国では水をはなれた生活と生産はおおよそ想像もされなかった。水田農耕を主な生産の場として来たわれわれの先人は、自然環境としての川、あるがままの川に依存してその生産活動を続けて来た。ときに、生活圏の防衛のために、氾濫防止の工夫はあっても、利水のために川を整えることはほとんど考えられなかった。時たま遭遇する干魃におそれとまどうことがあっても、それは災難としてあきらめられ、過ぎれば再び豊かな水に依存する日常の生活に当然の如く帰って行った。

水は「あるべき資源」ではあっても、人知によって「調整して利用する資源」ではなかった。この段階では、人間の川に対するかかわり方は消極的というよりむしろ諦観に近く、当然「人間と川」という能動的な問題意識は起るべくもなかったであろう。

近代工業の発展につれて川はあるべき自然の姿のままでは人間の新たな生産活動には不十分であるという認識が抬頭する。河相を変貌させるに足るダム等の大規模河川構造物が性急に構築し始められ、今やわれわれは人為で河川を制御しうる程度の建設パワーを持つに至った。

ところで、川、さらに広く水環境に加えられる人間の営為に対し、水文循環プロセスとしての河川系はどのように反応するであろうか。もともと川が人工的な刺激に対しどのように応答するかについて深く思いをいたしたことがあるだろうか。

川は人工の作為に対し、かなり長い遅れ時間の後に、確実に反応する。自然環境としての川がもつ復元力をこえる程の建設パワーを持つにいたった人間と、それでもなおかつしぶとい川とのかかわり合いが「人間と川」のテーマに含まれているのであろう。

各種の計画論の内、とりわけ水資源計画については、計画論一般として論ずることができる程、普遍的、かつ系統的な体系がまだできていないというのが著者のいつわらざる感触である。自然環境の一部としての川は、道路のように全く人工的な営造物とことなり、その川個有の風土、人情、政治等、すぐれて地域性のつよい諸要素と深くつながり合っている。そのような地域性を除いて物理的な河川、資源としての河水を抽象するような水資源計画はほとんど架空の説に近い。適確な水資源計画を立てるためにはその流域に居を定めるべきだと教えられた。

かりに水資源計画論の体系化がなお時期尚早としても、その方法論という技術レベルの研究は、ここにあらためていうまでもなく十分意義があるし、現に先進各国で精力的に推進されている。ただし、概括的にいえることは、前述の地域性に拘束されるためだろうか、シミュレーションによる事例的な研究が多く、方法そのものにも一般性がとぼしいうらみがある。simulation techniqueの改良・開発もさることながら、多数の数値実験の知見の蓄積から帰納的に普遍性を確立していく希望にみちびかれつつ事例研究のために計算機を酷使するのであるが、むなしさとあせりはかくしがたい。

水資源計画における地域性の拘束を一まず除外して、計画手法にシミュレーションが慣用されるのは、数理的に言えば解析的なアプローチが絶望的に困難なほど水資源システムが複雑錯綜していることによる。かつ、おのおののサブ・システムがmemoryをもち、かつ強い非線型性を示すことがあげられる。

たとえば、非線型性の顕著な例として人工貯水池の貯留調節機能を考えよう。貯水池からの放流操作方式は通常、貯留量と流入量および放流量との関数関係、すなわち操作関数で表現される。短い時間間隔については、貯水量は放流量のみの関数とみることができる。一定量放流方式（簡単には貯水池が満水か空のときは流入量をそのまま放流し、その他の場合は目標放流量を放流する。）では貯留量～放流量の関係は一般にはstep functionの関係にある。急激なstep関数的立ち上りは無限に高次

の非線型項を含むことを意味する。非線型性と、高次マルコフ過程としての時系列の持続性のいずれを重視すべきかは恣意的な判断によらず実験で検証されるべきである。われわれの行なった数値実験によって上述のような強い非線型操作方式においてさえ線型項が卓越し、非線型項を考慮する必要があってもたかだか3倍周波数成分までで十分であることがまず確かめられた。

このようにして出力（放流量）時系列の持続性という特性は十分保持しつつ、非線型操作方式を線型化することを試みた。貯水量を S 、放流量を Q としたとき、この等価線型貯水池の操作方程式は次式で近似できる。

$$S = a Q$$

たとえば流入量が正規分布をなすとき、貯留定数（または貯水池の時定数） a は次のように導かれた。

$$a = \frac{V}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(Q_0 - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

ただし、 V ：貯水池容量、 Q_0 ：目標放流量、 μ ：流入量平均値、 σ ：流入量時系列の標準偏差

従来、水資源開発計画のための貯水池容量の決定に際し、利用率を何%にするためには容量を平均流入量の何倍にすべきかといった議論がなされて来たが、わが国の河川のように流量変動の激しいところでは当然、変動特性を示すパラメーター（たとえば σ ）を導入することが必要であることは予想されてはいた。等価線型貯水池の理論によってこのことが上記のごとく理論的に裏付けられ定式化された。

一方、人工貯水池をもたない自然流域からの流出量時系列の自己相関関数 $R(\tau)$ が、 $R(\tau) = e^{-\tau/k}$ と近似できるものとする、自然流域の貯留定数（あるいは時定数）は k である。したがって人工貯水池をもつ流域の総合時定数は $(a+k)$ であり、簡単な考察によって貯水池による人為的調節操作を受けた出力（放流量）時系列の分散は流入量のその $k/(a+k)$ 倍となるとされる。

数多くの数値実験によって、その予測の妥当性が証明された。このような簡明な近似解析結果の実用面での意義は極めて有益であると思う。すなわち、貯水池計画において、毎回事例的なシミュレーションを実施することなく、前述のパラメーターによって人為による流況調整効果がただちに予見しうるのである。

なお、入力確率分布が必ずしも正規分布ではなく、かつ操作方式も必ずしも一定量放流方式でない場合についても、上の等価線型貯水池の理論は比較的簡単に拡張できる。

水資源計画の策定に際しもっとも基礎的な資料は入力情報としての降水・流量等の水文資料である。ところが周知の通りこうした水文資料には各種の〔定誤差・雑音誤差〕が介入する。また実際の計画にあたって十分な長さの水文資料が入手できることは希であり、時間単位を小さく取ることに限度があるから、このような原因による誤差の介入も不可避である。よって誤差の介入はやむもえぬものとして計画の信頼性を確かめること、あるいは逆に信頼度を固定して観測や解析の手法の選択精度の調整を行なうことが当面妥当な方策であろう。ここでは水資源開発計画の評価規準が、目標放流量に満たない渇水状態（それは渇水期間と不足水量で定量化されるものとする）によるものとし、この場合は前述の貯水池操作理論とは逆に、メモリー特性を排除するために、藤吉の行なった渇水期の容忍度に関する住民の意識調査を参考にして、放流量時系列を前述の総合時定数 $(a+k)$ で区切り、新たな独立時系列をつくることによって誤差の介入による計画の信頼度、あるいは所定の信頼度をうるために必要な観測期間（sample size）等について一般的な理論の展開の見通しをうることができた。たとえば、計画の信頼度は、放流量時定数 $(a+k)$ の平方根に逆比例し、観測期間の平方根に比例する。また、計画策定に際し、採用すべき時間単位は $0.7(a+k)$ の程度が最適であり、ビワ湖開発計画については月のorder、淀川・木津川水系のダム計画では旬の程度とされた。得られた時間単位は慣行的なorderと一致しており、この理論の妥当性が証明された。

これを要するに、この論文では水資源計画のサブ・システムに内在する非線型性と、時系列の持続性の相方を同時に、かつ同程度に考慮し、その複雑さを容認した上でおこなわれるcase studyとしてのシミュレーションではなく、サブ・システムの種類によってはそのいずれかが相対的に軽視できるものとして解析的なアプローチを試み、水資源開発計画の方法論の一端を示したものである。

1 水資源計画におけるシミュレーション手法概説

水資源開発システムのごとき複雑なシステムに対して、解析的な手法による最適政策の決定はほとんど絶望的であり、現実の計画はシミュレーションにより策定されることが多い。またモデル的なシステムに対して各種計画法の適用により得られる最適政策の類推としての実際のシステム運用計画の最適性・妥当性もまたシミュレーションにより照査されるのが普通である。

本章では以下の章に展開される理論の検証と、現実の水資源計画への適用を目的として、水資源計画におけるシミュレーション手法について概説する。ただ個々の計画は多種多様であるから、ここでは各計画のシミュレーションの基礎となる水文量の generation 手法を中心として議論を進めて行くことにする。

水資源計画におけるシミュレーションは普通つぎの手順で行なわれる。すなわち基礎資料となる水文資料を入力として対象水資源開発システムに入れ、出力としての流量系列あるいは利益・損失量などの特性を調べる。またある場合には流量系列などの出力が与えられていて、これとシミュレーション結果との比較からどうしても理論的に定まらないシステムの物理定数を決定するのに用いることもある。前者は Prediction, 後者は Identification の問題である。どちらにしろ水資源計画のシミュレーションに特徴的に言えることは、十分な精度の長期間にわたる水文資料がなかなか入手できないことであって、これがこの手法のネック・ポイントとなる。ここに水文資料の generation 手法の重要性が認識されるわけであるが、この手法には大別してつぎの2種の手法がある。

1) 既往の当該実測水文資料自身から、より長期にわたる水文資料を作成する。

2) 信頼できる他の水文資料をもとにして作成する。

降水量記録, 蒸発記録, 気温 (融雪出水の場合) などを用いて流量資料を作成するのは後者の典型であり、欠測降水量資料を近接する観測点の降水資料から推定・補充する手法などもその範ちゅうに属する。

ここでは前者を中心に話を進めることにする。この手法は Fiering らにより始められ, Beard, Matalas, Young-Pisano, わが国でも岸・平山の日流量系列, 池淵らの日降水量系列, 星らの研究など多くの研究成果が発表されているが, 本文では主として筆者らの研究成果を記す。

1-1 水文量時系列の正規化

言うまでもなく水文量時系列は年周期変動を含む非定常かつ従属な時系列をなし, その分布はガンマ分布をなす。ところが現状の多変量統計論は正規分布を基礎として構築されており, 水文量時系列を簡単にシミュレートできるような統計的数理モデルはない。最近, 角屋・長尾は井沢の研究の実用化を目的として発展させた2変数ガンマ分布に関する研究を発表しているが, 単一の観測点に対する水文量時系列のシミュレーション手法などではこの研究が適用できるかもしれない。また降水量時系列のごとく, その系列相関をはば無視することができ独立とみなせる系列においては, どんな確率分布をなす場合でも簡単にシミュレートできる。前述の池淵の日降水量に関する研究はその例である。よって月水文量のごとくそれほど歪度の大きくない分布に従う水文量のシミュレーションにおいては, 実測水文量時系列を正規分布に変換した時系列でまずシミュレーションを行ない, これを逆変換することにより所要の水文量時系列を得るという手法を用いる。

まず平均値・標準偏差における年周期変動を取り除くために, つぎの式により規準化された系列を作る。

$$K_{ij}^k = (\log_{10} X_{ij}^k - m_j^k) / \sigma_j^k \quad (1-1)$$

対数をとっているのはつぎに示す Wilson-Hilferty の式によって正規化を行なうためである。

$$x_{ij}^k = \frac{6}{g_j^k} \left\{ \left(\frac{g_j^k}{2} \cdot K_{ij}^k + 1 \right)^{1/3} - 1 \right\} + \frac{g_j^k}{6}, \quad (1-2)$$

ここに、 m_j^k , σ_j^k , g_j^k : それぞれ $\log_{10} X_{ij}^k$ の平均, 標準偏差, 歪度,
 i, j, k : それぞれ年, 月, 地点を示す添字。

この変換が有効であることは Beard, 筆者らによって確かめられた。図(1-1), 図(1-2)に1例を示す。これは木津川月ヶ瀬月流量資料の7月の例であるが, (1-2)式が実用上十分な適用性を有していることがわかるであろう。

p 地点・n 年間の月水文量データ行列をつぎのように表わす。

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{pmatrix} X_{1,1}^1 & X_{1,2}^1 & \cdots & X_{1,12}^1 & X_{2,1}^1 & \cdots & X_{n,12}^1 \\ X_{1,1}^2 & X_{1,2}^2 & \cdots & X_{1,12}^2 & X_{2,1}^2 & \cdots & X_{n,12}^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{1,1}^p & X_{1,2}^p & \cdots & X_{1,12}^p & X_{2,1}^p & \cdots & X_{n,12}^p \end{pmatrix} \\ &= (\mathbf{X}_{1,1} \mathbf{X}_{1,2} \cdots \mathbf{X}_{1,12} \mathbf{X}_{2,1} \cdots \mathbf{X}_{n,12}) \end{aligned} \quad (1-3)$$

X_{ij}^k が正規化変量でないときは, (1-2)式により正規化した x_{ij}^k の行列をデータ行列とする。

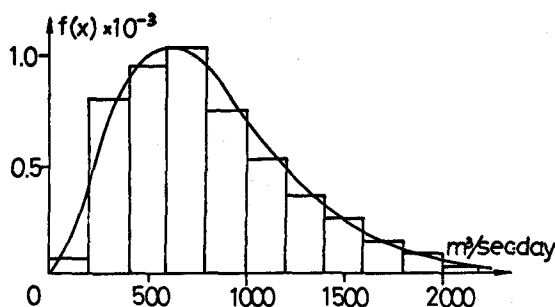


図1-1 月ヶ瀬月流量分布(7月)

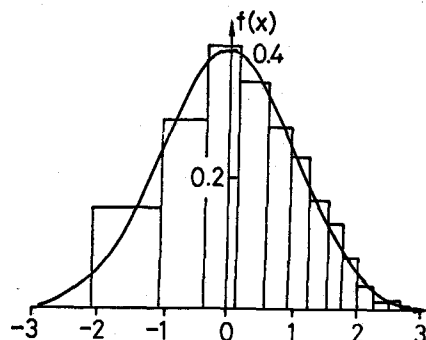


図1-2 正規化変量の分市

1-2 シミュレーション・モデルと係数の推定

simulation model としては Matalas のモデルに月を表わす添字 "j" をつけ加えた次式を用いる。

$$\mathbf{X}_{i,j} = \mathbf{A}_j \cdot \mathbf{X}_{i,j-1} + \mathbf{B}_j \cdot \mathbf{e}_{i,j} \quad (1-4)$$

ここに

$j=1$ のとき, $i, j-1$ はそれぞれ $i-1, j=12$ を示すものとする。

$\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j$: j 月に関する $(p \times p)$ 係数行列

$\mathbf{e}_{i,j}$: i 年 j 月に対する $N(0,1)$ 乱数の $(p \times 1)$ ベクトル

(1-4) 式の両辺に $\mathbf{X}_{i,j-1}^T$ を乗じて, i について期待値をとる。

$$E(\mathbf{X}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = E(\mathbf{A}_j \mathbf{X}_{i,j-1} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) + E(\mathbf{B}_j \mathbf{e}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) \quad (1-5)$$

左辺の k 行, k' 列の要素 $r_{k,k'}$ は

$$r_{k,k'} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i,j}^k x_{i,j-1}^{k'} \quad (1-6)$$

である。これは k 地点と k' 地点の時差相関行列であり,

$$E(\mathbf{X}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = \mathbf{R}_{-1}(j) \quad (1-7)$$

ここに、添字“-1”は時差が1であることを表わす。

同様にして

$$E(\mathbf{X}_{i,j-1} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = \mathbf{R}_0(j-1) \quad (1-8)$$

とおくと、 $\mathbf{R}_0(j-1)$ は $(j-1)$ 月の相互相関行列となる。また $\mathbf{e}_{i,j}$ と $\mathbf{X}_{i,j-1}$ は独立であるから、

$$E(\mathbf{e}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = 0 \quad (1-9)$$

(1-5), (1-7), (1-8), (1-9) 式より

$$\mathbf{A}_j = \mathbf{R}_{-1}(j) \mathbf{R}_0^{-1}(j-1) \quad (1-10)$$

次に、(1-4)式の両辺に右より $\mathbf{X}_{i,j}^T$ を乗じる。

$$\mathbf{X}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j}^T = \mathbf{A}_j \mathbf{X}_{i,j-1} \mathbf{X}_{i,j-1}^T + \mathbf{B}_j \mathbf{e}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j}^T \quad (1-11)$$

(1-11)式の右辺第二項の $\mathbf{X}_{i,j}^T$ に(1-4)式を代入して、

$$\mathbf{X}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j}^T = \mathbf{A}_j \mathbf{X}_{i,j-1} \mathbf{X}_{i,j-1}^T + \mathbf{B}_j \mathbf{e}_{i,j} (\mathbf{X}_{i,j-1}^T \mathbf{A}_j^T + \mathbf{e}_{i,j-1}^T \mathbf{B}_j^T) \quad (1-12)$$

両辺の i に関する期待値をとり、次の性質および定義を利用して整理する。

$$E(\mathbf{e}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = 0$$

$$E(\mathbf{e}_{i,j} \mathbf{e}_{i,j}^T) = \mathbf{I}$$

$$E(\mathbf{X}_{i,j-1} \mathbf{X}_{i,j-1}^T) = \mathbf{R}_{-1}^T(j)$$

$$E(\mathbf{X}_{i,j} \mathbf{X}_{i,j}^T) = \mathbf{R}_0(j)$$

ここに $\mathbf{I}$:単位行列

結局次のようになる。

$$\mathbf{R}_0(j) = \mathbf{A}_j \mathbf{R}_{-1}^T(j) + \mathbf{B}_j \mathbf{B}_j^T \quad (1-13)$$

(1-10)式を(1-13)式に代入して、

$$\mathbf{B}_j \mathbf{B}_j^T = \mathbf{R}_0(j) - \mathbf{R}_{-1}(j) \mathbf{R}_0^{-1}(j-1) \mathbf{R}_{-1}^T(j) \quad (1-14)$$

(1-10), (1-14)式より $\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j$ を決定する。また、

$$\mathbf{R}_0(j) = \mathbf{R}_0(j')$$

$$\mathbf{R}_{-1}(j) = \mathbf{R}_{-1}(j') = \mathbf{R}_{-1}^T(j')$$

(ここに、 $j = 1, 2, \dots, 12, j' = 1, 2, \dots, 12$)

とおけば、Matalasによって導かれ、Young-Pisanoの論文においても用いられた結果と一致する。

(1-10), (1-14)式より次のことがわかる。

1) (1-14)式において $\mathbf{B}_j \mathbf{B}_j^T$ は対称行列となる。

2) $\mathbf{A}_j$ は(1-10)式より直接計算できる。

3) $\mathbf{B}_j$ は n^2 個の未知数を持つが、(1-14)式は対称行列となるので独立した条件は $n(n+1)/2$ 個である。よって $\{n^2 - n(n+1)/2\}$ 個の付加的条件が必要となる。

Young-Pisanoは $\mathbf{B}_j$ を三角行列として解いた。すなわち $b_{kk'} = 0 (k < k')$ とする。本論文においても同じ手法を用いた。

simulationにおいては、(1-4)式により一次マルコフ型として正規乱数を発生させ、それを(1-2)式により逆変換すればよい。

1-3 simulationの結果と検討

月雨量については表(1-1)に示す7地点、月流量については観測点の数を多くすると、安定した係数行列を得るのに必要な、十分な長さの同時記録が得られないので、表(1-2)に示す4地点について100年間のsimulationを行なった。実際の計画に本論文の手法を適用する場合に、同時記

録の不足の問題が生じたときは、最近のCrossby-Maddochの研究を参照すれば、かなりの解決が与えられるであろう。

観測資料と simulation により得られた資料の平均、標準偏差、ひずみ度を比較したものの例を表（1—3）に、相関行列の例を表（1—4），（1—5），（1—6）に示す。これらの図表よりわかるように、月雨量についても月流量についても、3次までのモーメント、相関特性などが十分な精度で simulate されている。

結論として、本文に示した simulation 手法により、平均値、標準偏差などの低次のモーメントだけでなく、各月ごとの水文量の平均的空間構造までは、十分な精度で simulate できるといえるだろう。また適用範囲さえ誤まらなければ、広域水資源計画に対して、本文の手法は有効なデータを提供するものと考えられる。

表 1—1 降水量観測所

No	観 測 点	No	観 測 点
1	豊 岡	9	和 歌 山
3	福 井	11	尾 鷲
4	姫 路	12	彦 根
6	大 阪		

表 1—2 流量観測所

No	観 測 所	河 川	集水面積
1	福 知 山	由 良 川	1,344 Km ²
2	鳴 鹿	九 頭 竜 川	1,234
3	月 ケ 瀬	木 津 川	586
4	寺 尾	紀 ノ 川	253

2. 貯水池による貯留調節機能の評価に関する線型化理論

through-put としての自然流域、あるいは人工貯水池の貯留・調節機能を考えるとき、最も困難な問題の一つはその入力—出力変換プロセスに内在する非線型性である。人工的な放流操作の行なわれる貯水池では極端に長い時間を考えない限り、放流量は主として貯留量のみの関数として表わされることが多い。さらに、たとえば一定量放流方式についていえば、放流量は貯留量の連続的な関数ではなく、（貯水位のある段階毎に）貯留量に関係なく放流される。数学的にいうならば放流量—貯留量の関係は step functionの形式をとる。各 stepは無限個の周波数成分の合成と考えられるから、このような非線型システムに対する厳密な解析的アプローチは絶望的である。

しかしながら、ひるがえって考えれば貯水池の流量調節機能はつまるところ放流量の平滑化である。「平滑」という概念の内にはいうまでもなく「遅れ時間」の思想、つまりはメモリーをもつシステムという意識がきわめて濃厚である。非線型で、かつメモリーをもつシステムとしての貯水池操作において、いずれの特性が放流量時系列に対し支配的であるかは実験によって検証するほかない。

本章ではメモリーをもつという特性に重点をおいて、非線型性については、メモリー特性を保持するという条件のもとにかなり極端な線型化を行ない、入力（流入量）と出力（放流量）の確率特性を関連づける試みを示す。

問題は、むしろ流量平滑化に寄与するパラメーターの identify にあって、貯水池の貯留定数（時定数）の定義に主点がおかれる。

2—1 等価線型貯留システム

ダムによる人工貯留調節システムや、自然流域での貯留システムは次の2式を連立に解くことによって解明される。

表 1-3 月降水量のモーメント (大阪の例)

Month	Mean		Standard Deviation		Skewness	
	Observed	Simulated	Observed	Simulated	Observed	Simulated
Jan.	45.3	43.5	26.9	26.9	0.79	0.91
Feb.	60.2	59.3	33.1	32.6	1.01	0.95
Mar.	96.2	93.4	36.4	37.4	0.50	0.52
Apl.	124.4	122.4	46.2	41.1	1.07	0.77
May	129.1	126.0	60.4	63.0	1.05	1.07
June	199.3	208.3	93.7	97.5	0.78	0.91
July	160.7	158.6	106.5	117.1	0.96	1.05
Aug.	103.4	98.5	73.0	70.8	1.04	1.09
Sept.	175.3	181.7	86.2	98.5	0.75	1.07
Oct.	120.2	120.4	65.1	64.7	0.97	1.21
Nov.	76.5	73.9	38.4	34.8	0.84	0.87
Dec.	48.8	50.2	28.4	31.4	0.86	0.90

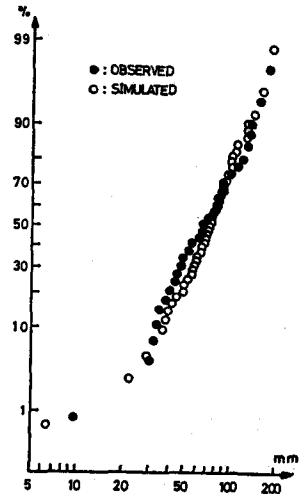


図 1-3 月降水量の分布
(大阪 11月)

表 1-4 月降水量の相互相関行列 (1月)

(a) Observed

Station	1	3	4	6	9	11	12
1	1.00	0.49	-0.08	-0.13	0.00	-0.07	0.32
3	0.49	1.00	-0.19	-0.14	-0.09	-0.09	0.51
4	-0.08	-0.19	1.00	0.88	0.83	0.80	0.05
6	-0.13	-0.14	0.88	1.00	0.92	0.81	0.11
9	0.00	-0.09	0.83	0.92	1.00	0.83	0.13
11	-0.07	-0.09	0.80	0.81	0.83	1.00	0.09
12	0.32	0.51	0.05	0.11	0.13	0.09	1.00

(b) Simulated

Station	1	3	4	6	9	11	12
1	1.00	0.34	0.01	0.00	0.16	0.05	0.19
3	0.34	1.00	0.00	0.04	0.03	0.01	0.42
4	0.01	0.00	1.00	0.88	0.82	0.82	0.23
6	0.00	0.04	0.88	1.00	0.91	0.77	0.25
9	0.16	0.03	0.82	0.91	1.00	0.82	0.24
11	0.05	0.01	0.82	0.77	0.82	1.00	0.15
12	0.19	0.42	0.23	0.25	0.24	0.15	1.00

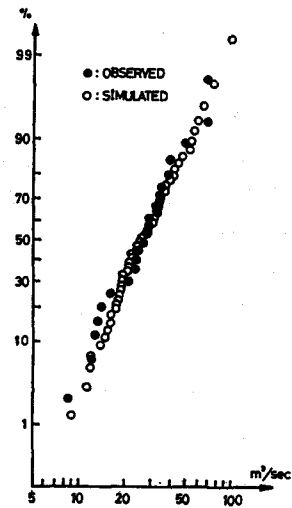


図 1-4 月流量の分布
(月ヶ瀬 9月)

表 1-5 月降水量の相互相関行列 (1月)

(a) Observed

Station	1	2	3	4
1	1.00	0.43	0.49	0.56
2	0.43	1.00	0.18	0.38
3	0.49	0.18	1.00	0.44
4	0.56	0.38	0.44	1.00

(b) Simulated

Station	1	2	3	4
1	1.00	0.41	0.54	0.50
2	0.41	1.00	0.15	0.30
3	0.54	0.15	1.00	0.40
4	0.50	0.30	0.40	1.00

表 1-6 月降水量の時差相関行列 (1月)

(a) Observed

Station	1	2	3	4
1	0.45	0.06	0.33	0.34
2	0.50	0.58	0.42	0.25
3	0.07	0.04	0.40	0.14
4	0.56	0.30	0.43	0.65

(b) Simulated

Station	1	2	3	4
1	0.32	0.03	0.26	0.30
2	0.57	0.55	0.35	0.31
3	0.05	0.00	0.39	0.14
4	0.46	0.23	0.44	0.58

$$\frac{d}{dt} S(t) = I(t) - Q(t) \quad (2-1)$$

$$S(t) = S\{I(t), Q(t)\} \quad (2-2)$$

ただし、 $S(t)$ ：貯留量、 $I(t)$ ：入力としての流入量や降水量、 $Q(t)$ ：出力としての自然流量や貯水池放流量。

(2-1) 式は連続の式、(2-2) 式は自然流域での貯留関数または人工的貯水池での操作方程式である。実際には有限時間前後の流入量・放流量も貯留量に関係するわけであるが、この程度の簡略化に対しては、一般性は十分保持されるであろう。

ところで、(2-2) 式は一般には高次の非線型性のため解析解をうることができない。(たとえば自然流域では $S = a \cdot Q^{0.5}$ の如くである。)

そのためこの連立常微分方程式の解法について種々の工夫がなされている。たとえば、吉川等は摂動法的な接近を試みており、Chow-Kulandaiswamy は洪水流出計算に際し、(2-2) 式を Taylor 展開して線型化し、その係数を実測値と比較し、 I, Q の関数として表わすことにより非線型性を考慮している。

ここでは自然流域のそれよりもはるかに非線型性の強い人工貯水池操作について、これを等価な線型操作に変換することによって得られる解析上の成果と、その妥当性について述べよう。

簡単のために、つぎのような一定量放流方式について考える。すなわち、貯水池が満水で目標放流量 Q_0 以上の流入量が流入している場合、あるいは空で Q_0 以下の流入量しかない場合は流入量 $I(t)$ をそのまま放流し、それ以外のときは目標流量を放流するものとする。

貯水池容量を V としてこの方式を図示すれば図 2-1 の如くである。

線型化を行なう前に、このような操作方式の非線型性の程度をしらべるために、貯水池に種々の正弦波流入量時系列を与えそれに対する放流量時系列をシミュレーションによって求め、その周波数分析を行なった。入出力波形、パワースペクトルの代表的な例を示したのが図 2-2 である。放流量時系列波形はジャンプを伴う強い非線型性を示しているが、スペクトルから明らかなように放流量の周波数成分は流入量のそれのただか 3 倍周波数成分しか含んでおらず、かつ流入量に等しい周波数成分が卓越している。

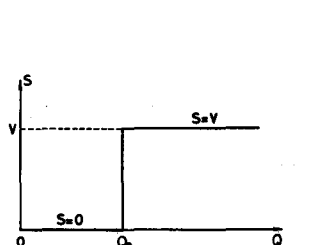


図 2-1 一定量放流方式

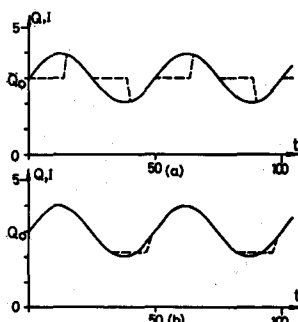


図 2-2-1 流入量と放流量の波形の比較、
実線：流入量、鎖線：放流量

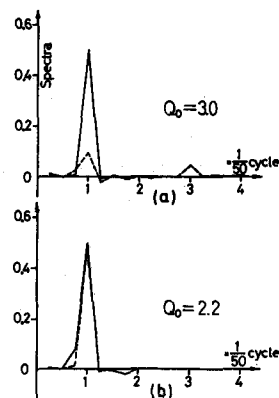


図 2-2-2 流入量と放流量のスペクトルの比較、
実線：流入量、鎖線：放流量

このことから、どのような非線型貯留システムでも、本質的な見通しをうるための解析においては線型近似が有効であり、かつ非線型解析においてもせいぜい3次の非線型項までを考慮すれば実用上十分なものと思われる。

さて、人工貯留調節システムにおいて微小時間を考えれば、放流量 $Q(t)$ は貯留量 $S(t)$ のみの関数とみなせるので操作方程式において入力項を無視し、これを $S(Q)$ とし、その近似解を $s(Q)$ とする。

近似の程度は

$$\sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{S(Q) - s(Q)\}^2 dQ$$

で評価され、最小自乗法の考えでこの σ_e^2 を最小にすればよいのであるが、 Q に関する積分範囲を $(-\infty, \infty)$ とするのは實際上無意味であり、また近似解のパラメーターの推定にも種々の問題点が生ずる。むしろ生起頻度の高い放流量の付近で近似度が高ければ十分であると考えて、放流量の確率密度関数を $f(Q)$ としてこれを重みとする重み付き最小自乗法を考える。

$$\min \sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{S(Q) - s(Q)\}^2 \cdot f(Q) \cdot dQ \quad (2-3)$$

上式を直接解くことはできないので、まず $f(Q)$ のかわりに予めわかっている流入量の分布形 $f'(Q)$ を用いるものとする。たとえば $s(Q)$ が Q のべき級数で表現されるときは、

$$s(Q) = a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2 + \dots + a_n Q^n \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (S^2 - 2S \cdot s + s^2) \cdot f' \cdot dQ \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (S^2 - 2S a_i Q^i + 2a_i \sum_{i''=0}^n a_{i''} Q^{i+i''} - a_i^2 Q^{2i} + \phi_i) f' \cdot dQ \end{aligned} \quad (2-5)$$

ただし、 $\phi_i : a_i$ を含まない項。

$\partial \sigma_e^2 / \partial a_i = 0$ から係数を定める次式がえられる。

$$\sum_{i''=0}^n a_{i''} \nu_{i+i''} = C_{i+1} \quad (i, i'' = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2-6)$$

ただし $\nu_{i+i''}$ は原点まわりの $(i+i'')$ 次のモーメントで

$$\nu_{i+i''} = \int_{-\infty}^{\infty} Q^{i+i''} \cdot f' \cdot dQ,$$

$$C_{i+1} = \int_{-\infty}^{\infty} S Q^i f' \cdot dQ$$

(2-6) 式を書き直すと

$$\left. \begin{aligned} \nu_0 a_0 + \nu_1 a_1 + \dots + \nu_n a_n &= C_1 \\ \nu_1 a_0 + \nu_2 a_1 + \dots + \nu_{n+1} a_n &= C_2 \\ \vdots \\ \nu_n a_0 + \nu_{n+1} a_1 + \dots + \nu_{2n} a_n &= C_{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

したがって、

$$a_i = \left| \begin{array}{ccccccc} \nu_0 & \nu_1 & \dots & C_1 & \dots & \nu_n \\ \nu_2 & \nu_2 & \dots & C_2 & \dots & \nu_{n+1} \\ \vdots & & & & & \\ \nu_n & \nu_{n+1} & \dots & C_{n+1} & \dots & \nu_{2n} \end{array} \right| \bigg/ \left| \begin{array}{ccccccc} \nu_0 & \nu_1 & \dots & \nu_n \\ \nu_1 & \nu_2 & \dots & \nu_{n+1} \\ & & & \\ \nu_n & \nu_{n+1} & \dots & \nu_{2n} \end{array} \right|$$

ここに $\nu_0 = 1$ ，計算誤差を小さくするためには原点を Q に関する平均値に移し， μ_i をその平均値まわりの i 次のモーメントとし， C'_i を新しい座標軸により求めた C_i とするほうがよい。

このようにして係数 a_i が定まるが，非線型項を落したいいわゆる等価線型貯水池の操作方程式は結局次のように表現される。

$$s(Q) = a_0 + a_1 Q \quad \text{あるいは} \quad s(Q) = a_1 Q \quad (2-7)$$

$$a_1 = \left| \begin{array}{cc|cc} 1 & C'_1 & 1 & \mu_1 \\ \mu_1 & C'_2 & \mu_1 & \mu_2 \end{array} \right| \quad (2-8)$$

この a_1 を線型貯留定数と呼び，以下 a と書く。

流入量時系列が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うものとし，

$$f'(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(Q-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-9)$$

規準化のために $Q_* = (Q - \mu)/\sigma$ の変換を行ない，変換後の諸量に $*$ を付けるものとすれば，

$$\mu_1 = 0, \quad \mu_2 = 1$$

$$C'_1 = \int_{-\infty}^{\infty} S_* f'_* dQ_* = V \int_{Q_{0*}}^{\infty} f'_* dQ_* \equiv Vp$$

$$C'_2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_* Q_* f'_* dQ_* = V \int_{Q_{0*}}^{\infty} Q_* f'_* dQ_* \equiv V \cdot \phi_*(Q_{0*})$$

ただし，

V : 貯水池容量， Q_0 : 目標放流量

$$p = \int_{Q_{0*}}^{\infty} f'_* dQ_*, \quad \phi_*(Q_{0*}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Q_{0*}^2}{2}}$$

この場合，線型貯留定数 a は次のようになる。

$$a = \left| \begin{array}{cc|cc} 1 & V \cdot p & 1 & 0 \\ 0 & V \cdot \phi_* & 0 & 1 \end{array} \right| = V \cdot \phi_*$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(Q_0 - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-10)$$

(2-10) 式は，人工貯水池の貯留調節機能の評価における重要な指標となろう。すなわち，その貯留効果は，貯水池容量と流入量時系列の標準偏差との比 V/σ ，および目標放流量の無次元量 $(Q_0 - \mu)/\sigma$ の2つのパラメーターで表現される。

従来，水の利用率等を議論する際，平均流入量の何倍の貯水池を考えればよいという発想が慣行的に行なわれて来たが，これは定量的には V/μ および Q_0/μ のパラメーターのみを用いた議論に対応する。しかし，わが国のように流入量変動の大きい貯水池においては当然その変動特性が計画要素に組み込まれるべきであり，その意味で (2-10) 式の指標の意義は大きい。

以上のようにして定義された等価線型貯水池操作にもとづく放流量時系列の解析解と、シミュレーションにより得られた実験値を比較し、その適用性を照査してみよう。

まず、流入量時系列は自己相関係数 ρ の線型回帰一次マルコフ過程に従うものとし、自己相関関数 $R(\tau)$ はつぎのように表わしうるものとする。

$$R(\tau) = e^{-\tau/k}, \quad (2-11)$$

$$\text{ただし } k \cong \left(-\frac{1}{\ln \rho} + \frac{1}{2} \right) \cdot \Delta t$$

(これについては補遺I参照)

したがって自然流域と人工貯水池による調節効果の合わさった放流量時系列の時定数は近似的に $(a+k)$ となる。

放流量時系列の平均値は当然、流入量のそれに等しいが、その分散は流入量のその $k/(a+k)$ 倍になるものと仮定する。(この仮定は後程、検証される。)

このような仮定のもとに得られた等価線型貯水池の解析解とシミュレーションの結果とを比較したのが表(2-1)および図2-3である。

表 2-1 一定量放流貯水池とその等価線型
システムからの放流量のモーメントの比較

	V	Q ₀	st. dev.		skew.	curtosis
			sim.	theo.	theo.=0.0	theo.=3.0
$\rho = 0.0$	1	3	0.75	0.75	-0.02	4.83
		2	0.90	0.82	0.55	2.87
		1	1.00	0.95	0.15	2.81
	3	3	0.54	0.54	-0.07	8.40
		2	0.88	0.64	0.70	2.83
	30	3	0.20	0.20	-6.86	72.50
$\rho = 0.8$	1	3	1.01	0.96	-0.06	3.50
		2	1.03	0.97	0.09	3.15
		1	1.05	0.99	0.01	3.07
	3	3	0.94	0.90	-0.10	3.95
		2	1.00	0.93	0.24	3.07
		1	1.04	0.98	0.07	2.92
	30	3	0.58	0.54	-0.70	11.30

これらの図・表からつぎのようなことがわかる。

平均値はもとより、標準偏差についても両者はよく一致しているが、より高次のモーメント(ひずみ度、とがり度)は大きく相違することがあり、その差は $V/\sigma, (Q_0 - \mu)/\sigma$ に関係している。このような高次非線型性の効果が a/k なるパラメーターで表わしうるものとして以上の結果をあらためてながめると、とがり度について $a/k < 1$ 、すなわち、自然流域の貯留調節機能にくらべ人為的操作が小さい間は、高次モーメントまでよく解析解に一致するが、逆に $a/k > 1$ の場合はとがり度等は理論値

からはなれる。しかしながらほぼ a/k の関数として整理できる。

(その定量的補正については次章でのべる。)

このようにしてシミュレーションという事例的な検討によることはなく、ここに提案した等価線型貯水池によってごく一般的に貯留調節機能を評価することができる。

2-2 等価線型貯水池のより一般的な場合への応用

前節までは流入量時系列が正規分布に従い、かつ放流方式も一定量放流方式の場合について述べた。

しかし実際の放流操作は一定量放流のみとは限らないし、流入量の確率分布は一般には原点母数が0のガンマ分布である。このようなより一般的な場合について線型貯留定数 a を求めよう。

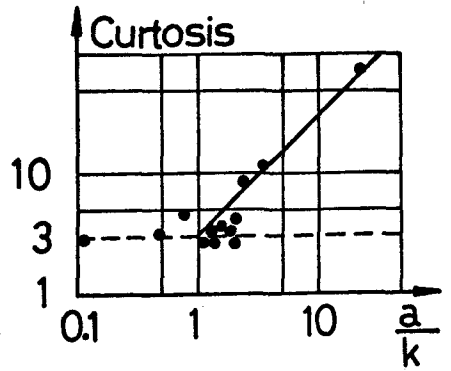


図2-3 とがり度と a/k

貯水池の操作方程式は一般に図2-4のような折線で近似される。すなわち、

$$S = \begin{cases} 0 & , X < X_1 \text{ のとき} \\ \frac{V}{(X_2 - X_1)} (X - X_1) & , X_1 \leq X \leq X_2 \text{ のとき} \\ V & , X > X_2 \text{ のとき} \end{cases} \quad (2-12)$$

$$C_1 = \int_{-\infty}^{\infty} S(X) f'(X) dX = \int_{X_1}^{X_2} \frac{V}{X_2 - X_1} (X - X_1) f'(X) dX + \int_{X_2}^{\infty} V \cdot f'(X) dX \quad (2-13)$$

$$C_2 = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot S(X) f'(X) \cdot dX = \int_{X_1}^{X_2} \frac{V}{X_2 - X_1} X (X - X_1) f'(X) dX + \int_{X_2}^{\infty} V X \cdot f'(X) \cdot dX \quad (2-14)$$

正規分布、あるいは原点母数が0のガンマ分布に対してはそれぞれ、

$$f'(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-15)$$

$$\left. \begin{aligned} f'(X) &= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot X^{\alpha-1} \cdot e^{-\beta X} & (X \geq 0) \\ &= 0 & (X < 0) \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

ただし、 $\alpha = (\mu/\sigma)^2$ 、 $\beta = \mu/\sigma^2$ 。

実用的見地から、正規分布に対する貯留定数 a の無次元量 $a \cdot \sigma/V$ を、放流操作方式を規定する無次元パラメーター $(X_1 - \mu)/\sigma$ 、 $(X_2 - \mu)/\sigma$ の関数として表わしたのが図2-5であり、

流入量がガンマ分布に従い、目標放流量 X_0 の一定量放流方式に対し、 $a \cdot \sigma/V$ を X_0/σ と形状母数

α の関数として図化したのが図2-6である。

これらの図から線型貯留定数 a がただちに求まる。

実際の水資源開発計画においては

$$a \cdot \sigma / V = 0.15 \sim 0.4$$

の範囲であり変化せず、もっとも多いのは $0.2 \sim 0.3$ の程度である。(補遺Ⅱ参照)

この結果は各種の貯水池の貯留調節機能のオーダーを概略評価するのにきわめて便利である。

たとえば貯水池容量 V と流入量の標準偏差 σ がわかれば、上の

概略値を用いて a が定まり、この値を用いると、放流量時定数は $(a + k)$ の程度であり、その時系列の標準偏差は $\sqrt{a/(a+k)}$ 倍程度に減少するとしてただちに推算できる。

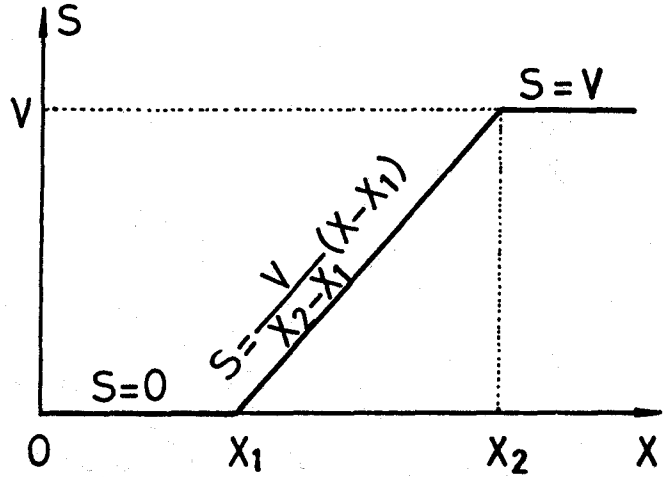


図2-4 一般的な貯水池システムの近似的表現

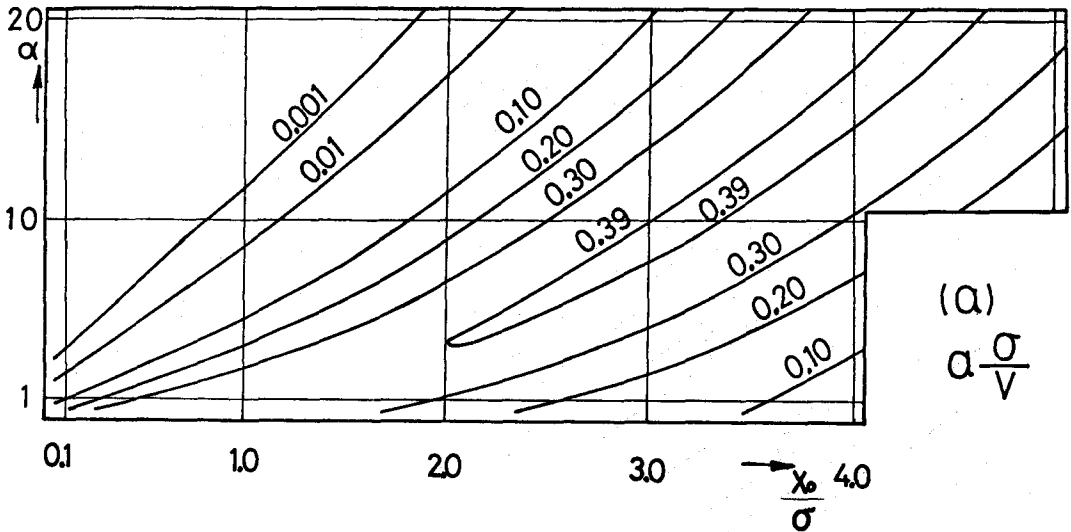


図2-6 ガンマ分布に対する a の算定図

2-3 実測資料による等価線型貯水池理論の検討

前節までの議論は時系列の定常性を前提としていたが、実際の河川では季節変動等の周期性が入ってくるのでここでは年間の周期変動を含む非定常時系列について、この理論が適用できるかどうかを、実測資料を用いて検討する。

ここで使用する資料はビワ湖、および淀川支川の木津川・月ヶ瀬地点の月流量資料、ならびに1で述べた手法により模擬発生した1,000年分(12,000個)の月流量資料である。

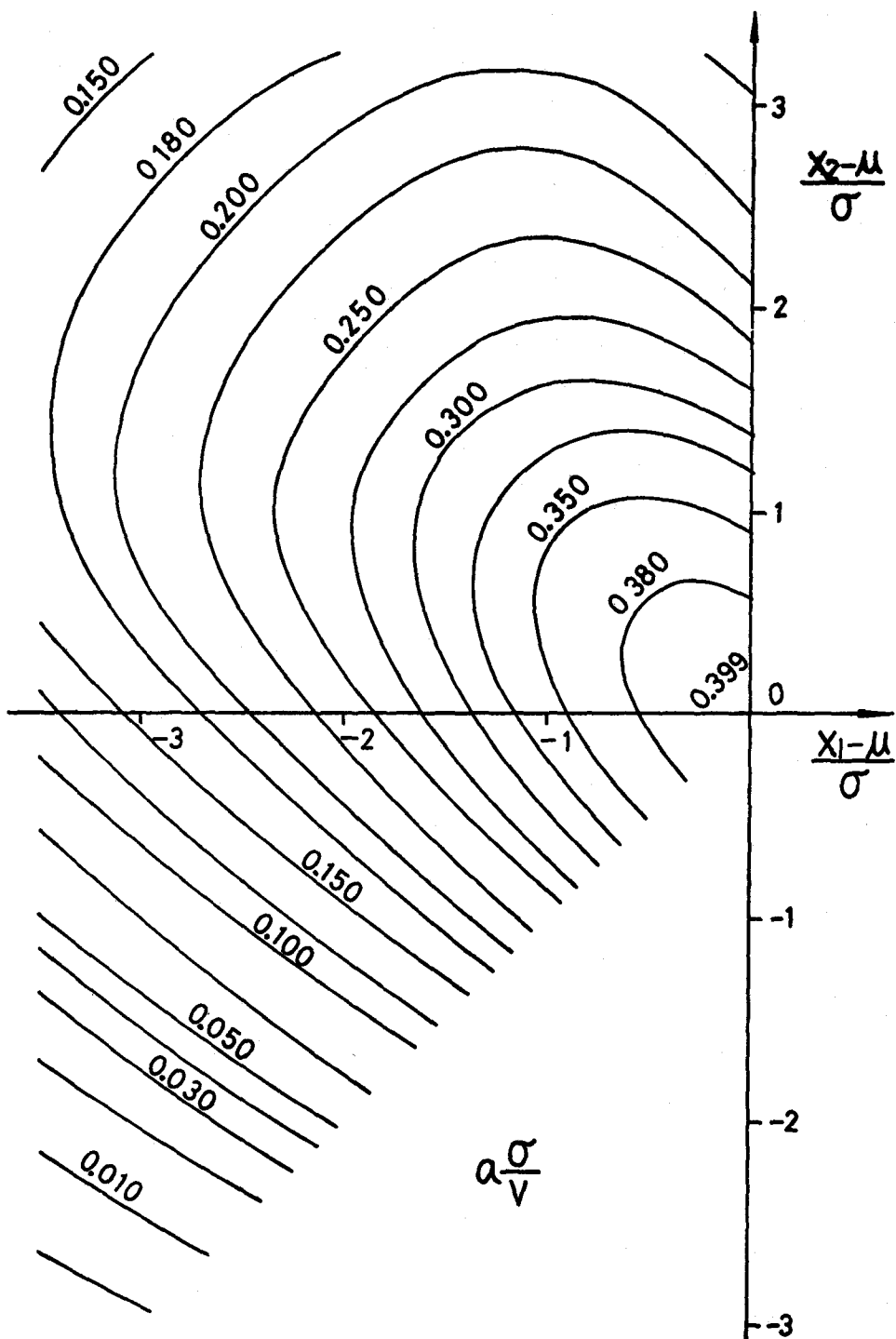


図 2-5 正規分布に対する a の算定図

次の二つのケースについて検討する。

- 1) 季節変動を無視し、流入量が定常時系列とみなしうる場合。
- 2) 流入量時系列が正弦波で表わされる季節変動成分（その分散を σ_a^2 とする）と、そのまわりに変動する定常時系列成分（その分散を σ_b^2 とする）から構成されている場合。

季節変動を $(A \cdot \sin \omega t + B)$ とすると $\sigma_a^2 = A^2/2$ であり、等価線型貯水池を通過したあとの放流量の分散 $\sigma_a'^2$ は

$$\sigma_a'^2 = \sigma_a^2 / (1 + a^2 \omega^2) \quad (2-17)$$

となる。

各月の分散を σ_j^2 ($j = 1, 2, 3, \dots, 12$) とすると

$$\sigma_b^2 \cong \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} \sigma_j^2 \quad (2-18)$$

とおけるので、これに対応する放流量の分散 $\sigma_b'^2$ は前節で述べた通り

$$\sigma_b'^2 = \sigma_b^2 \cdot k / (a + k) \quad (2-19)$$

で近似されるから、全体としての分散の減少は

$$\begin{aligned} & (\sigma_a^2 + \sigma_b^2) - (\sigma_a'^2 + \sigma_b'^2) = \\ & (\sigma_a^2 + \sigma_b^2) \left[1 - \frac{1}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} \left(\sigma_a^2 \frac{1}{1 + a^2 \omega^2} + \frac{k}{a + k} \sigma_b^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (2-20)$$

となり上記の $[\]$ 内の値を計算することによって貯水池操作による流況の平滑化の程度がわかる。

(2-20)式の検証を行なう。

ビワ湖に対しては

$$V = 134, 401, 534, 801 (\times 30 \text{ m}^3 / \text{sec} \cdot \text{day})$$

木津川に対しては

$$V = 8.7, 45.0, 95.0, 190.0 (\times 30 \text{ m}^3 / \text{sec} \cdot \text{day})$$

とする。

ビワ湖の場合はそれぞれ利用水位が

$$-0.5, -1.5, -2.0, -3.0 \text{ (m)}$$

に対応し、木津川の場合は利用率がそれぞれ

$$40, 60, 80, 90 (\%)$$

に対応する。

目標放流量については渇水がほとんど生起しない場合から3年に1ヶ月程度生起するような範囲で選定した。

放流方式は一定量放流方式とし、上記の貯水容量と目標流量の組み合わせについて

- 1) 季節変動を無視した場合のシュミレーション結果と近似理論解を比較したのが図2-7であり、
 - 2) 季節変動を考慮した場合が図2-8である。
- 1), 2) ともに解析値と理論値はよく一致しているといえる。

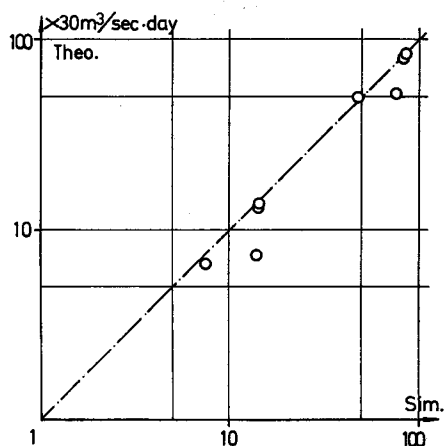


図 2-7 実測流量資料による放流量の分散の推算結果の検証，年周期を考慮しない場合

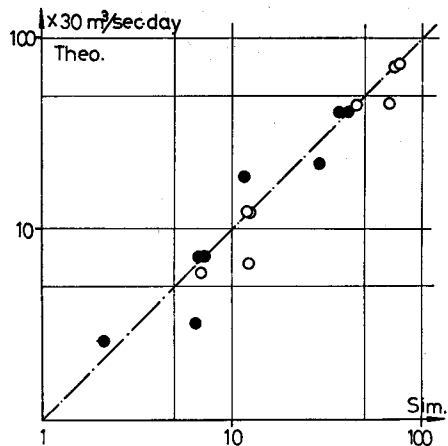


図 2-8 年周期を考慮した場合，
黒丸：年周期変動，白丸：年周期の
まわりの変動

3 水文資料の不確実性にもとづく水資源計画の信頼度

水資源計画の策定に際し，最も基礎的な情報の一つは入力としての降水，流量などの水文資料である。ところが周知の通り，降水・流量資料ともに現段階では決して満足すべきものではない。かつ，計画立案のために十分な資料が集積されていることはむしろまれである。すなわち水資源計画はたいていの場合，かなりの誤差を含む水文資料にもとづき，かつ決して十分ではない既往の資料を用いてその策定作業を進めなければならない。

1972年9月，米国のFort Collinsで開催された the 2nd International Symposium in Hydrology の主要テーマの一つは，“Making Decision with Inadequate Hydrologic Data”であり，かつこれに引き続いて行なわれたアリゾナ大学での国際シンポジウム（Symposium on Uncertainties in Hydrologic and Water Resources Systems, Dec. 1972）でもこの問題について集中的に討議された。

基本的には水文資料の不確実性はやむをえぬものと認めた上で，計画全般の信頼度，整合性を自覚し，調整する立場がより合理的であろう。

あるいは逆に信頼性を定量的にある水準に設定すれば水文量の観測から計画の最終決定に至る各段階で，測定や解析の精度のバランスが保持されるであろう。たとえば雨量計配置問題や流量測定法の選択決定，数多く発表されている流出解析法の取捨選択に客観的規準が与えられるだろう。

この方向の研究の必要性が認められながらもまだ統一的な見通しがえられていないのは，いうまでもなく水資源計画の総体がきわめて複雑なサブ・システムから構成され，かつそのおのおのがメモリーをもつ強い非線型性のシステムであることによる。

前章で述べた等価線型貯水池の構想は，流量時系列の持続性（メモリーを持つこと）の特性は保持しながら，非線型性をさけるべく操作方程式を線型化し，貯留調節機能といったサブシステムについ

て定性的な見通しをつけようとした試みであり、各サブシステムで類似の方式をとればそれを包括するトータルシステムについても計画論的な前進が期待できるであろう。

この章では、利水を対象とした水計画において、基礎として用いる水文資料の不確実性が、計画全般の信頼性に及ぼす影響について解析したところをのべる。

利水計画の評価の尺度として、目標放流量に満たない放流状態（渇水と呼ぶ。）をとりあげ、その評価（損失）関数は渇水日数、および不足水量の2つのパラメーターで表現されるものとする。流入量の確率分布、貯水池容量および目標放流量が与えられた場合の放流量の確率分布がまず解明されねばならない。つづいて、放流量の確率特性におよぼす観測期間の長短、観測記録に内在する各種の誤差の影響が検討される。

あるいは逆に、前述のとおり計画の信頼度を規定すれば、それに対する観測精度が求まるはずであり、そうした意味で種々のスケールの水資源開発計画で採用すべき観測期間（あるいは水文資料数）、さらには最適時間単位を計算することもできる。そのことについても5節で述べる。

3-1 渇水問題における損失関数の特性

都市用水について東京都民の意識調査を行なった藤吉の研究は、渇水問題の損失関数を設定する上に有益な資料である。この調査は「東京砂漠」といわれた昭和38, 39年の大渇水の直後に行なわれたもので、その要旨は「異常渇水があって給水制限を行なうとすれば水道利用者はどこまで我慢できるか？」という設問に対する回答を整理したものである。得られた結論の詳細はここでは省略し、定量的な結果の一例を図3-1内の各点で示す。いま、大ざっぱに各点を点線のように指数関数で近似できるものとし、次のようにおくことにしよう。

$$L = A \left(1 - e^{-t/B} \right) + e^{-t/B} \quad (3-1)$$

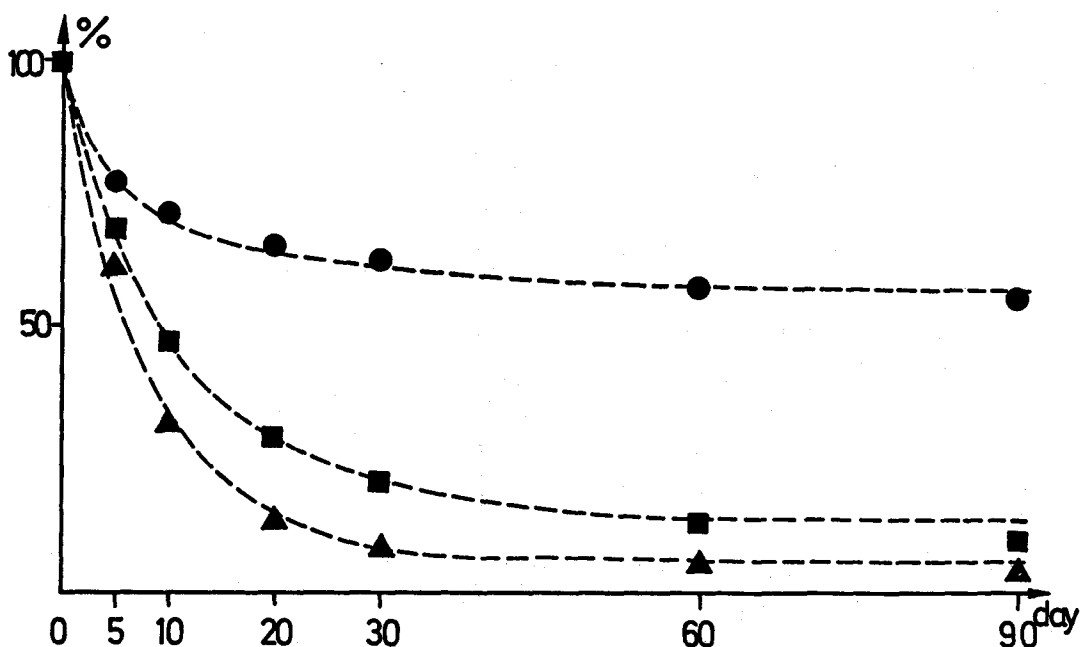


図3-1 種々の節水率とその継続期間に対する非容認率、節水率は上から10%, 30%, 50%

ただし、

L : 我慢できないと答えた回答者の割合、

A : ある段階の節水が無限時間続いたとした場合の容認できない人の率、

B : 渇水評価におけるメモリーの長さ。

供給水量を横軸に、定数 A 、 B をプロットしたのが図 3-2 a, b である。この図から次のことがわかる。

究極の非容認率 A に漸近する速さは節水率が大きい程早い。すなわち B は小さい。この時定数 B は最大 13 日程度であり、究極の非容認率の 90% 程度の苦情は最大約 1 ヶ月以内に起こる。

このような資料にもとづいて以下の解析では考える時間単位を旬程度とし、旬流量に対する損失量の時系列は独立な時系列として扱う。

3-2 渇水期間と不足水量の確率分布

渇水の評価が、その生起回数と不足量で表現できるものとする。

流量を X_j ($j = 1, 2, \dots, N$)、目標放流量を X_0 とし、 N 期間における $X_j < X_0$ である期間の総数、すなわち渇水回数を n とし、 n と

$$S_n = \sum_{i=1}^n (X_0 - X_j) \quad X_j < X_0 \quad (3-2)$$

で表わされる総不足量 S_n の確率密度関数を求める。

前述の通り X_j は独立・定常時系列を構成するものとし、その確率分布関数を $F(X)$ 、 $X_j < X_0$ に対する truncated distribution $F^*(X)$ を考える。

$$F^*(X) = \begin{cases} F(X)/q & (X < X_0) \\ 0 & (X \geq X_0) \end{cases} \quad (3-3)$$

ただし $q = 1 - p = F(X_0)$

このとき n の確率密度関数は周知のように 2 項分布になる。すなわち、

$$P_T(n=K) = {}_n C_K \cdot q^K \cdot q^{n-K} \quad (K = 0, 1, \dots, N) \quad (3-4)$$

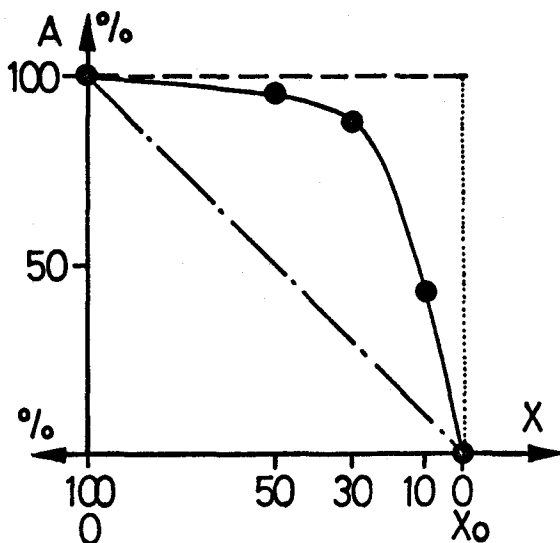


図 3-2 a 節水率と A

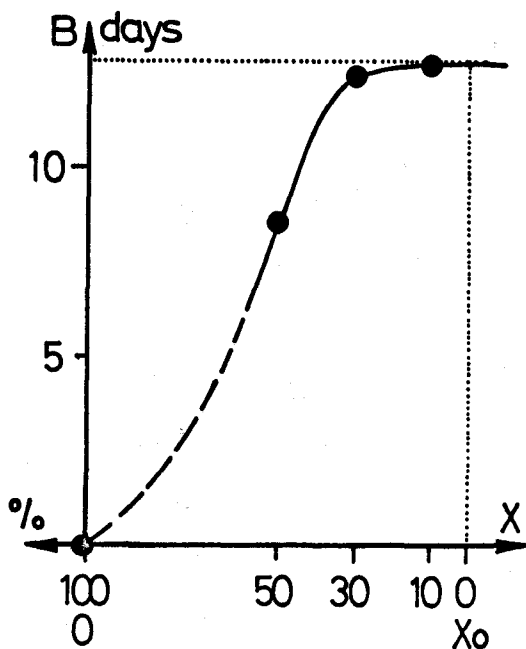


図 3-2 b 節水率と B

$F^*(X)$ に対応するあらたな確率変数 X_j^* を考え、そのキュムラント母関数、モーメント母関数をそれぞれ $K(V)$ 、 $M^*(V)$ とする。

$$M^*(V) = E(e^{VX_j^*}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{VX} \cdot dF^*(X) = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{X_0} e^{VX} \cdot dF(X) \quad (3-5)$$

$$K^*(V) = \log M^*(V) = \sum_{r=1}^{\infty} K_r^* \frac{V^r}{r!} \quad (3-6)$$

ここに、 K_r^* は X_j^* の r 次のキュムラント (半不偏係数)、たとえば $K_1^* = E(X^*)$ 、 $K_2^* = \text{Var.}(X^*)$

.....。

不足水量を Y で表わすと、 Y のモーメント母関数 $M_Y^*(V)$ は、

$$Y = X_0 - X_j^*$$

$$M_Y^*(V) = E(e^{VY}) = E(e^{VX_0 - VX_j^*}) = e^{VX_0} M^*(-V) = e^{VX_0} e^{K^*(-V)} \quad (3-7)$$

$M(u, v)$ 、 $K(u, v)$ を n と S_n の結合積率母関数および結合キュムラント母関数とする。ここに u 、 v はそれぞれ n と S_n に関するパラメーターである。このとき

$$\begin{aligned} M(u, v) &= E(e^{un + vS_n}) \\ &= \sum_{K=0}^N C_K \cdot q^K \cdot p^{N-K} \cdot e^{uK} \cdot E(e^{vS_K}) \\ &= \sum_{K=0}^N C_K \cdot q^K \cdot p^{N-K} \cdot e^{uK} \{M_Y^*(-v)\}^K \\ &= \{q \cdot e^{u+vx_0+K^*(-v)} + p\}^N \end{aligned} \quad (3-8)$$

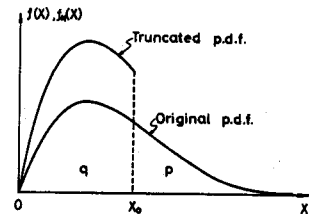
$$K(u, v) = N \cdot \log \{q \cdot e^{u+vx_0+K^*(-v)} + p\} \quad (3-9)$$

$K(u, v)$ を u あるいは v で偏微分し、 u 、 v を 0 とおくことによって、渇水期間の総数 n 、総不足水量 S_n の確率密度関数の各次数のモーメントがえられる。たとえば

$$E(n) = \left. \frac{\partial K(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0, v=0} = Nq \quad (3-10)$$

$$\text{Var}(n) = \left. \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial u^2} \right|_{u=0, v=0} = Nqp \quad (3-11)$$

$$E(S_n) = \left. \frac{\partial K(u, v)}{\partial v} \right|_{u=0, v=0} = Nq(X_0 - K_1^*) \quad (3-12)$$



$$\text{Var}(S_n) = \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial v^2} \bigg|_{\substack{u=0 \\ v=0}} = Nq \left[p(X_0 - K_1^*)^2 + K_2^* \right] \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned} \rho(n, S_n) &= \frac{\text{Cov}(n, S_n)}{\sqrt{\text{Var}(n) \cdot \text{Var}(S_n)}} = \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial u \cdot \partial v} \bigg|_{\substack{u=0 \\ v=0}} \sqrt{\text{Var}(n) \cdot \text{Var}(S_n)} \\ &= 1 / \sqrt{1 + \frac{K_2^*}{p(X_0 - K_1^*)^2}} \end{aligned} \quad (3-14)$$

以上によって流量の確率密度関数，目標放流量，サンプルサイズがわかれば渇水期間数，不足水量の確率分布が求まる。

一方流量の確率分布が正規分布をなすような場合には，non-linear, non-memory system 解析の知識を適用すれば比較的簡単に解が求まることもある。

一例として流量 X が正規分布で，損失 Y が次式で表わされる場合について考えよう。

$$Y = L_0 e^{-\alpha X} \quad (3-15)$$

X の確率密度関数を $f(X)$ ， X_1 と X_2 の結合確率密度関数を $f_2(X_1, X_2)$ ， Y_1, Y_2 を対応する損失とする。添字 1, 2 は時間 τ だけへだてた量を示す。

$$f_Y(Y) = f(X) \cdot \left| \frac{\partial X}{\partial Y} \right| \quad (3-16)$$

$$\mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} Y(X) f(X) dX \quad (3-17)$$

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} Y^2(X) f(X) dX - \mu_Y^2 \quad (3-18)$$

$$R_Y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (Y_1 - \mu_Y)(Y_2 - \mu_Y) f_2(X_1, X_2) dX_1 \cdot dX_2 \quad (3-19)$$

ここに $f_Y(Y)$ ， μ_Y ， σ_Y ， $R_Y(\tau)$ はそれぞれ， Y の確率密度関数，平均，標準偏差，自己相関係数とする。 X の分布は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従い，その相関関数を $\rho(\tau)$ とすれば，

$$f_Y(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot \left| -\frac{1}{\alpha Y} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha\sigma} \cdot \frac{1}{Y} \cdot \exp \left\{ -\frac{\left(\frac{1}{\alpha} \log \frac{Y}{L_0} + \mu \right)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3-20)$$

$$\mu_Y = L_0 \cdot \exp \left\{ \frac{\alpha(\alpha\sigma^2 - 2\mu)}{2} \right\} \quad (3-21)$$

$$\sigma_Y^2 = L_0^2 \cdot \exp \left\{ 2\alpha(\alpha\sigma^2 - \mu) \right\} - \mu_Y^2 \quad (3-22)$$

$$R_Y(\tau) = L_0^2 \cdot \exp \left\{ \alpha \{ \sigma^2 \alpha (1 + \rho(\tau)) - 2\mu \} \right\} - \mu_Y^2 \quad (3-23)$$

観測期間を T_* とすれば，この期間の総損失は $T_* \cdot \mu_Y$ で与えられ，分散 $V_Y(T_*)$ は

$$V_Y(T_*) = \frac{2}{T_*} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) \cdot R_Y(\tau) \cdot d\tau \quad (3-24)$$

で計算できる。

実際の計算を行なうために (3-23) 式を e に関する級数に展開し， $\lambda = \alpha^2 \sigma^2$ とおけば，

$$\begin{aligned}
 R_Y(\tau) &= L_0^2 \cdot e^{\alpha(\sigma^2\alpha - \mu)} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \alpha^2 \sigma^2 \rho(\tau) \right\}^i / i! - \mu_Y^2 \\
 &= \mu_Y^2 \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \lambda \rho(\tau) \right\}^i / i!
 \end{aligned} \tag{3-25}$$

また $\rho(\tau)$ にも適当な関数形を設定し、たとえば

$$\rho(\tau) = e^{-\tau/k} \tag{3-26}$$

このようにすれば

$$\begin{aligned}
 V_Y(T_*) &= \frac{2}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) \mu_Y^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\frac{i\tau}{k}} \cdot d\tau \\
 &= \frac{2\mu_Y^2}{T_*^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i k^2}{i! i^2} \left(\frac{i}{k} T_* + e^{-\frac{i}{k} T_*} - 1 \right)
 \end{aligned} \tag{3-27}$$

計算例として入力が $X \in N(3, 1)$ で、次の二例の filter (損失関数) を通過したあとの出力 (損失) を図 3-4 に示す。

$$Y = \begin{cases} 3 - X & (X < 3) \\ 0 & (X \geq 3) \end{cases} \tag{3-28}$$

$$Y = 3 \cdot e^{-\frac{2}{3}X} \tag{3-29}$$

この図において (3-28) 式が鎖線、(3-29) 式が実線に対応する。

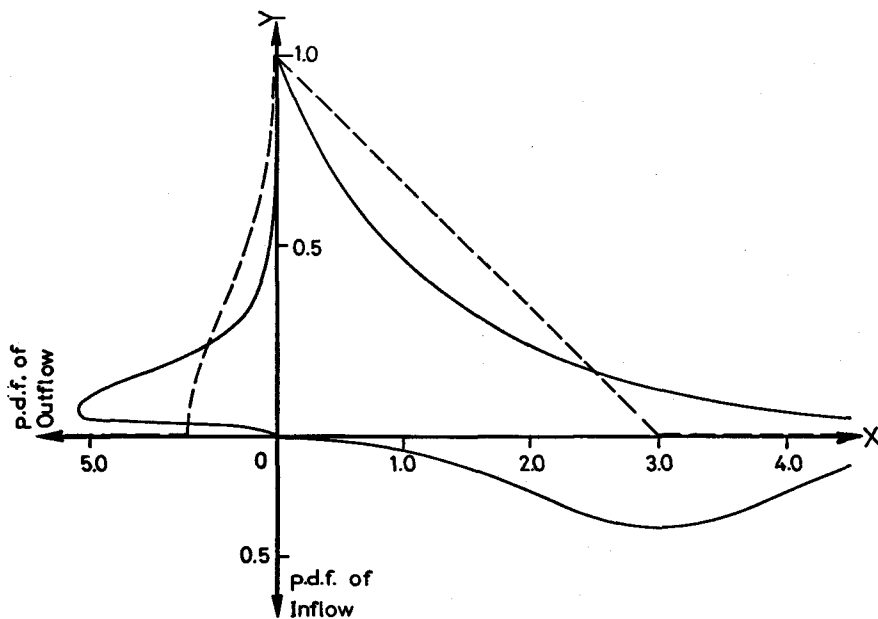


図 3-4 流量の確率分布と損失量の確率分布

3-3 観測期間あるいは資料数と計画の信頼度

サンプル・サイズ（あるいは観測期間）の大小にもとづく計画の信頼度を渇水期間 n ，総不足水量 S_n の相対誤差，すなわち次式で表わすものとする。

$$\sqrt{\text{Var}(n)}/E(n), \quad \sqrt{\text{Var}(S_n)}/E(S_n) \quad (3-30)$$

$E(n)$ ， $E(S_n)$ および $\text{Var}(n)$ ， $\text{Var}(S_n)$ は (3-10) ～ (3-13) の諸式で計算される。

前節までの議論は独立・定常時系列という大きな仮定が入っているので，流量の原系列から新たに独立な時系列を作らねばならない。

前章において自然流域の時定数は k ，人工貯水池は a で表現でき，そのおのおのは前章に詳述した式で求まるので，一般の貯水池をもつ河川流域の時定数を $(a+k)$ として，この時間単位で流量時系列を区切り（区切られた期間についてはその間の平均値をとって）新たな系列をつくって，この新系列を独立な系列とみなすことにする。実際にはこの時系列は 0.4 程度の自己相関を有するわけであるが，この持続性の効果を無視することによる全系列としての分散の増大と，平均化操作による分散の減少が，上記のごとき新たな系列ではほぼ等しく，相殺されることが理論的に確かめられている。新たな放流量時系列の分散 $\text{Var}(a+k)$ は試長変動曲線の理論からつぎのように計算される。

$$\begin{aligned} \text{Var}(a+k) &= \frac{2 \frac{k}{a+k} \sigma^2}{(a+k)^2} \int_0^{a+k} (a+k-\tau) \cdot e^{-\frac{\tau}{a+k}} \cdot d\tau \\ &= 0.737 \frac{k}{a+k} \sigma^2 \end{aligned} \quad (3-31)$$

従って，独立な放流量時系列は近似的に

$$X \in N\left(\mu, \frac{0.737 k \sigma^2}{a+k}\right) \quad (3-32)$$

なる正規分布に従うものとする。

観測期間を T_* とすれば

$$N = T_* / (a+k) \quad (3-33)$$

$$F(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma \sqrt{\frac{0.737 k}{a+k}}} \int_{-\infty}^X \exp\left[-\frac{(X-\mu)^2}{2 \frac{0.737 k}{a+k} \sigma^2}\right] dX \quad (3-34)$$

(3-33)，(3-34) 式を，(3-10) ～ (3-13) の各式に代入すれば信頼度は (3-30) 式で計算される。

なお，等価線型理論では表現しえない非線型性が (a/k) と密接な関係にあることが，前述の数値実験で確かめられているから，数値実験との比較により (3-30) 式を (a/k) をパラメーターとして補正することにより，総不足水量の期待値等について次のような実験補正式が得られた。

$$[E(S_n)] = 0.46 (a/k)^{-1/3} [E(S_n)]_{th} \quad (3-35)$$

$$[\sqrt{\text{Var}(S_n)}/E(S_n)] = 2.4 (a/k)^{1/4} [\sqrt{\text{Var}(S_n)}/E(S_n)]_{th} \quad (3-36)$$

添字「 th 」は (3-10) ～ (3-13) 式により得られた (3-30) 式の値を意味する。たとえば (3-36) 式について理論値と数値実験値の比較の例を示したものが図 (3-5) である。

さて，正規分布に対しては，

$$\left[\sqrt{\text{Var}(S_n)} / E(S_n) \right]_{th} / \left[\sqrt{\text{Var}(n)} / E(n) \right]_{th} = \sqrt{1 + \frac{K_2^*}{p(X_0 - K_1^*)^2}} = 1.3 \sim 1.5 \cong 1.4 \quad (3-37)$$

となり、ほぼ一定となるので不足期間か不足水量のいずれかについて考えても本質的な差異はないと考えられるから、今後は不足水量 S_n のみについて考えることにする。

以上の解析結果の妥当性をシミュレーションの結果と比較することにより検討する。

シミュレーション・ケースはビワ湖および木津川とし、貯水容量と目標放流量については前章記載の通りである。

実測流量資料にもとづき 1,000 年分 (12,000 個) の月流量資料をシミュレーションにより発生させ、これをサンプル・サイズ 12, 120, 1200 (それぞれ 1 年, 10 年, 100 年) で区切り、それぞれの区間の渇水回数、不足水量の和について、期待値および分散を求め、このシミュレーション結果と (3-35), (3-36) 式の補正理論値と比較した。

期待値 $E(S_n)$ については解析結果の適合度はあまり良くなかったが、資料不足による信頼度の減少の尺度としての変動率 $\sqrt{\text{Var}(S_n)} / E(S_n)$ については理論はある程度、妥当な結果を示していた。検証例は図 3-6 に示してある。

$E(n)$, $E(S_n)$ について理論値と実験値を一致させるために、さらにつぎのような理論解を導いた。

これまでの議論では、放流量時系列の確率分布形は、流入量のそれにほぼ相似であるとしていたが、実際には、目標放流量に近い放流量が多いため、目標放流量の部分に確率密度が集中し、その分だけ他の部分の密度が減少する。数多く行なって来た数値実験の知見によれば、その減少量はそれぞれの流量に対する流入量の確率密度 $f(x)$ にほぼ比例するものとしてよい。その減少率を $X < X_0$ に対し ε_1 , $X > X_0$ に対し ε_2 としよう。(図 3-7 参照)

平均値は変わらないので、 $X \approx X_0$ での確率密度の減少分: $\varepsilon_1 \cdot f(x)$, $\varepsilon_2 \cdot f(x)$ による放

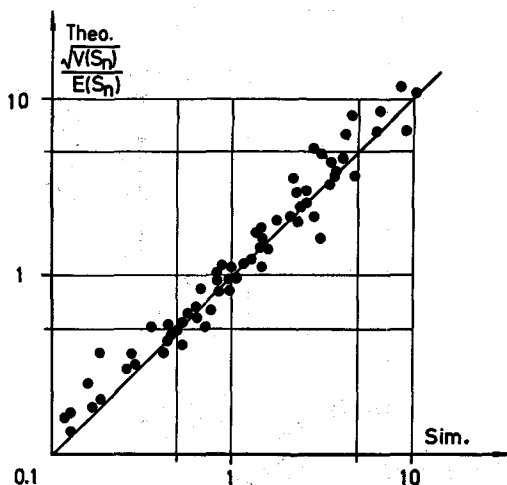


図 3-5 観測期間と計画の信頼度の関係式の検証例 (入力 $N(0,1)$ の場合)

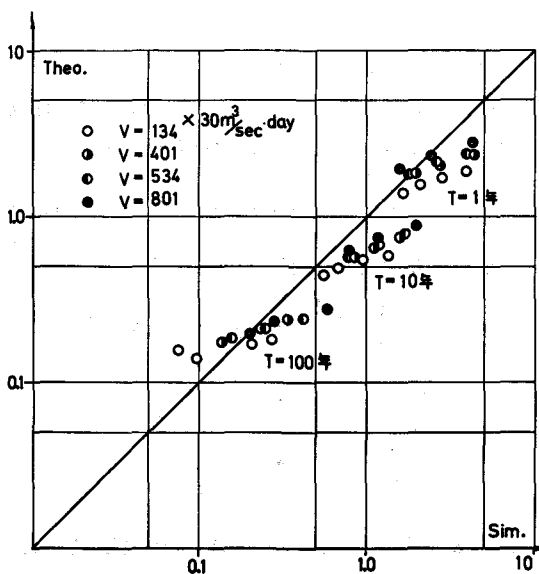


図 3-6 観測期間と計画の信頼度に関する理論式の検証例 (琵琶湖の場合)

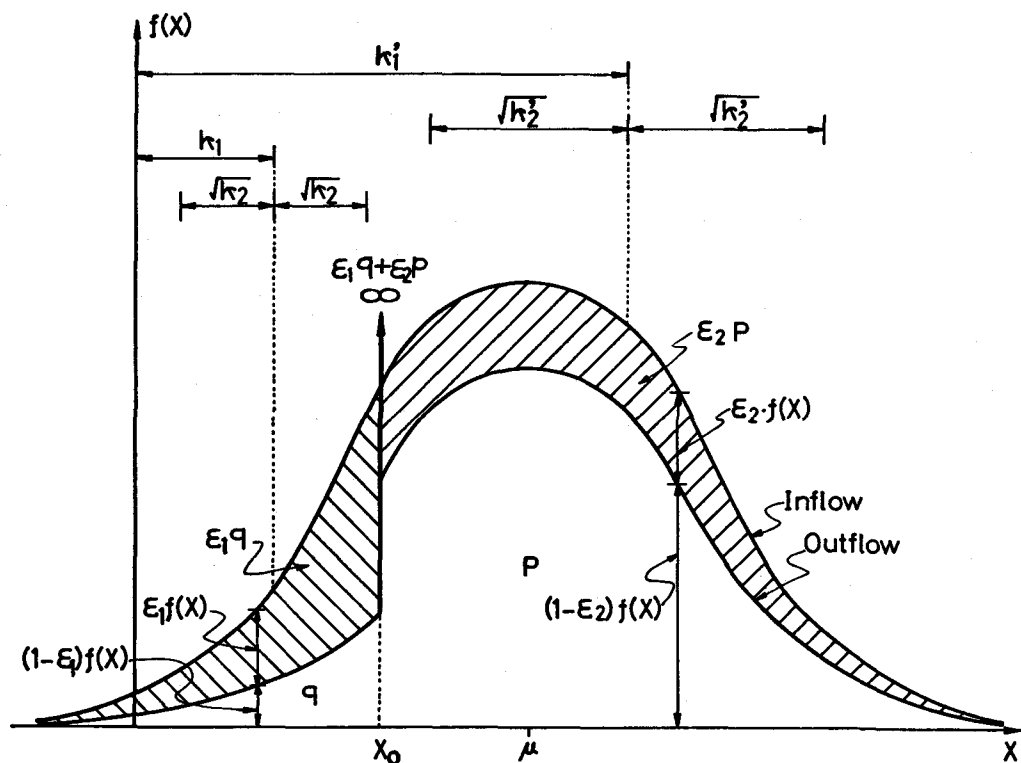


図3-7 流入量と放流量の確率密度関数の比較

流量の1次モーメントの減少分と、その分が $X = X_0$ に加わることによる増加分が等しくなるという条件式が成り立つ。2次モーメントについても同様な考えから等式ができて、これらを連立して解くと ϵ_1, ϵ_2 が求まる。 ϵ_1 と ϵ_2 は関数関係があるので、 ϵ_1 のみを示せば、

$$\epsilon_1 = D \cdot \sigma^2 / q \left[\kappa_1^2 + \kappa_2 + \theta (\kappa_1' + \kappa_2') - (1 + \theta) X_0^2 \right] \quad (3-38)$$

ただし、 D は(2-20)式中の $[]$ 内の値、

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{X_0} X \cdot f(X) \cdot dX & \kappa_2 &= \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{X_0} X^2 f(X) dX - \kappa_1^2 \\ \kappa_1' &= \frac{1}{p} \int_{X_0}^{\infty} X \cdot f(X) \cdot dX, & \kappa_2' &= \frac{1}{p} \int_{X_0}^{\infty} X^2 f(X) dX - \kappa_1'^2 \\ q &= 1 - p = \int_{-\infty}^{X_0} f(X) \cdot dX, & \theta &= -\frac{X_0 - \kappa_1}{X_0 - \kappa_1'} \end{aligned}$$

この補正量 ϵ を用いると、渇水回数の期待値 $E(n)$ 、不足水量 $E(S_n)$ は次のようになる。

$$E(n) = (1 - \epsilon_1) q N \quad (3-39)$$

$$E(S_n) = (1 - \epsilon_1) q \cdot N \cdot | \kappa_1 - X_0 | \quad (3-40)$$

ただし、 $\epsilon_1 \geq 1.0$ のときは $\epsilon_1 = 1.0$ とおくものとする。

流入量の確率分布が $N(3, 1)$ 、貯水池容量 $V = 1 \sim 30$ 、目標放流量 $X_0 = 1 \sim 3$ 、自己相関係数

$\rho = 0.0 \sim 0.8$ の非常に広範な範囲にわたるシミュレーションを行ない、上式を検証した結果を図 3-8 に示す。

図に見られるように結果は十分満足すべきものである。

このようにして、計画毎に事例的に毎回シミュレーションを行なわなくとも (3-39), (3-40) のような簡単な式で渇水日数や不足水量といった水資源開発に際し、極めて重要な量が求まるのであって、計画策定に寄与するところ極めて意義が高いものである。

(3-36), (3-37) 式から、信頼度の尺度は

$$\sqrt{\text{Var}(n)} / E(n) \sim \sqrt{\text{Var}(S_n)} / E(S_n) \sim \left(\frac{a}{k}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{a+k}{T_*}} \sqrt{p/q} \quad (3-41)$$

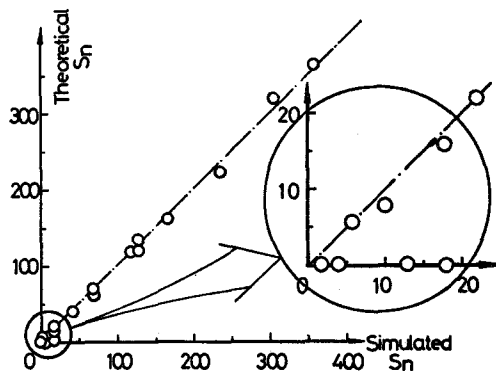


図 3-8 $E(n), E(S_n)$ の理論解の検証

従って信頼度は放流量の時定数の平方根に逆比例し、観測期間あるいはサンプルサイズの平方根に比例する。

たとえば渇水回数あるいは不足水量における許容誤差 α を 20% (補遺Ⅲ参照) とし、(3-41) 式を用いて計算すれば、ビワ湖の 1.5 m 計画に対し、約 100 年、木津川高山ダムの操作方式の決定計画については約 50 年の水文資料が必要となる。計画の信頼度をさらに 2 倍 ($\alpha = 10\%$) に上げるためにはさらにその 4 倍の資料が必要となる。

3-4 観測誤差の介入による計画の信頼性の低下

水文観測において発生する測定誤差は大別して次の 2 つのパターンをとるだろう。

- 1) 常にはば一定の誤差 $\Delta\mu$ が加わる場合 (たとえば規準値の測定誤差)、いわゆる定誤差、
- 2) 雑音的・確率論的挙動をする、いわゆる偶然誤差でその分散を $\Delta\sigma^2$ としよう。

みかけ上、定誤差が介入すると流量時系列の平均値が $\Delta\mu$ だけ大きくなり、偶然誤差が入ればその分散は $\Delta\sigma^2$ だけ大きくなる。 $\Delta\mu, \Delta\sigma^2$ が小さければ測定誤差による信頼度の減少は次式で評価できる。

$$\left[\Delta\mu \cdot \partial E / \partial \mu\right] / E, \quad \left[\Delta\sigma \cdot \partial E / \partial \sigma\right] / E \quad (3-42)$$

ここに E は $E(n)$ 、または $E(S_n)$ の意味である。

$\Delta\mu, \Delta\sigma$ が大きければ

$$\left[E_{\mu+\Delta\mu} - E\right] / E, \quad \left[E_{\sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}} - E\right] / E \quad (3-43)$$

を計算すればよい。

ここに、 $E_{\mu+\Delta\mu}, E_{\sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}}$ は (3-39), (3-40) 式で誤差を含まない流量資料の μ, σ のかわりにそれぞれ $\mu+\Delta\mu, \sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}$ を入れて $E(n), E(S_n)$ を計算したものである。

木津川流量資料に対して図 3-9 に正あるいは負の定誤差がある場合の誤差の大きさと S_n との関係、図 3-10 に偶然誤差がある場合の相対誤差の大きさ β と S_n との関係を示す。(流入量に含まれ

る相対誤差を β とする。)

これらの図から次のようなことがわかる。

1) 定誤差があれば、たとえば $\beta = \pm 5\%$ で S_n は約 $1/2$ あるいは2倍になる。すなわち $\alpha = 50 \sim 100\%$ である。不足水量 S_n の推計誤差を $\alpha = \pm 20\%$ 以下におさえるためには β は少くとも $\pm 2\%$ 以下におさえねばならない。

2) 雑音誤差を加えた場合は、 $\beta = 20\%$ で S_n は約2倍となり $\alpha = 100\%$ となる。 $\alpha < 20\%$ とするためには β は 10% 以下でなければならない。

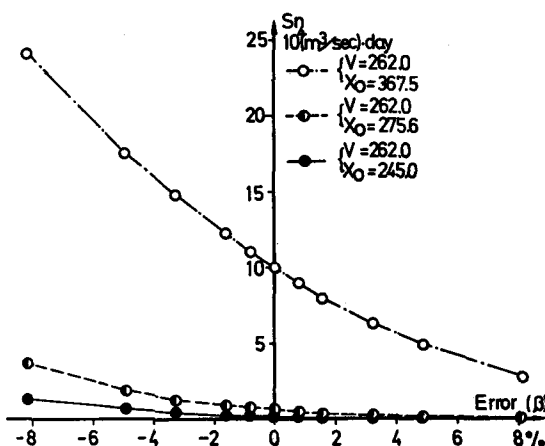


図 3-9 定誤差の影響 ($\beta = 0$ が誤差のない場合)

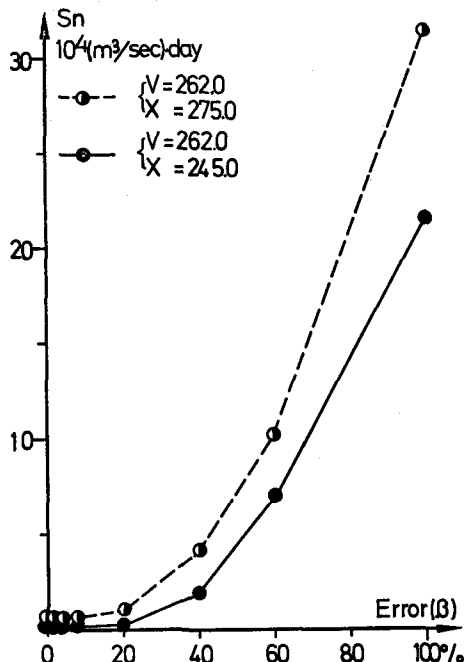


図 3-10 偶然誤差の影響 ($\beta = 0$ が誤差のない場合)

3-5 水資源計画における最適時間単位

水文事象に限定しても、水資源計画において採用すべき時間単位はどうあるべきかについて議論がくりかえされて来たがまだ一般的な理論が提示されていない。たとえばビワ湖程度の大容量貯水池に対し、日単位で物事を考えるのは非常識であることは直感的にわかるが、それでは何ヶ月、あるいは年単位で考えるべきかについては客観的な判断規程がない。

時間単位の問題は単にデータ数の増減によって計算機の記憶容量、計算時間の節約が計れるといった単純な問題ではなく、水文資料の基本特性にも深く関連する重要な問題である。たとえば、日単位の降水資料においては無降水と降水の資料を明確に分ける必要があり、統計的なその取り扱いが極めて面倒であるが、旬以上の単位ではその影響は無視できるし、時間単位が短いほど系列要素の従属性がつよいが、単位が大きければ独立性が仮定できる等である。

本節では前節までの理論を応用し、各段階の水資源計画で採択すべき最適時間単位の決定法と、それに対応する計画の信頼度について述べる。

(3-39)～(3-40)式から、時間単位を大きくしていくとき、流量時系列の確率分布・自己相関特性が与えられれば計画の評価規程としての n 、 S_n がどのように変わるかが計算できる。しかし、これらの式はやや複雑で、実用的には時定数 $(a+k)$ と最適時間単位 Δt_{opt} との関係が求まればよい。

このため次のようなシミュレーション手法を用いた。

用いた資料はつぎの通りである。

- 1) 正規分布，ガンマ分布のおおのについて 10,000 個 の資料を模擬発生させたもの。
- 2) ビワ湖，木津川月ヶ瀬の 48 年分の半旬流量資料。

手順は次のようである。

- 1) まず最小時間単位（たとえば半旬）の流量を用いたシミュレーションにより n, S_n を計算する。
- 2) 次にそれらの流量を 2 つずつ加えて作った流量資料に対し，同じ計算を行なう。
- 3) 同様の操作を繰り返した後，時間単位を横軸に， n, S_n を縦軸にとってシミュレーション結果をプロットし，外挿によって $\Delta t = 0$ のときの n, S_n を求める。
- 4) $\Delta t = 0$ のときの値で除した規準化した渇水日数，不足水量を求め，その誤差が $\alpha\%$ となるときの時間単位を求め，これを最適時間単位 Δt_{opt} とする。

以上の操作を図 3-11，図 3-12 に示す。

(3-40) 式とシミュレーション結果を比較したのが 図 3-11 であり，その規準化量が 図 3-12 の実線である。図 3-11 中○は (3-40) 式による理論値である。

図に見られる通り理論と実験値の一致は満足すべきものであり， Δt_{opt} に影響するパラメーターの検討には (3-40) 式が有効である。

前述のとおり実用的な見地から $(a+k)$ と Δt_{opt} の関係を示したのが 図 3-13 および 図 3-14 である。

水文量の観測誤差を $\alpha = 20\%$ とすると，実際にもっともよくつかわれる値： $X_0/\mu = 1/3 \sim 2/3$ の範囲に対しては，

$$\Delta t_{opt} = 0.7(a+k) \quad (3-44)$$

で近似できることがわかる。

これによると Δt_{opt} はビワ湖で約 1 ヶ月，木津川高山ダムで 5 日乃至 10 日であるが， $\alpha = 10\%$ とすれば， Δt_{opt} の値はほぼその半分になる。

このように，理論的な検証の結果，えられた最適時間単位はたまたま（あるいはすぐれた経験的洞察にもとづく）慣行的・常識的な時間単位と一致したが (3-44) 式の実験式は広く一般的に応用するという意味で有用なものである。

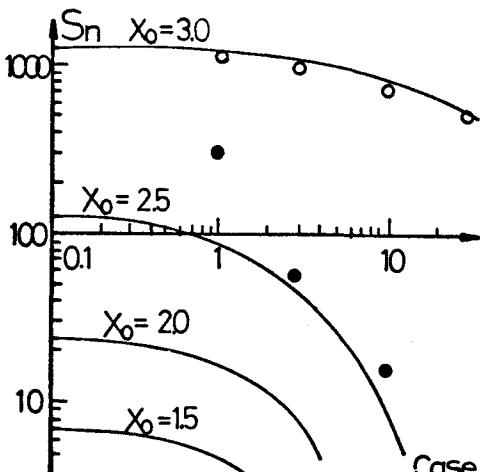


図 3-11

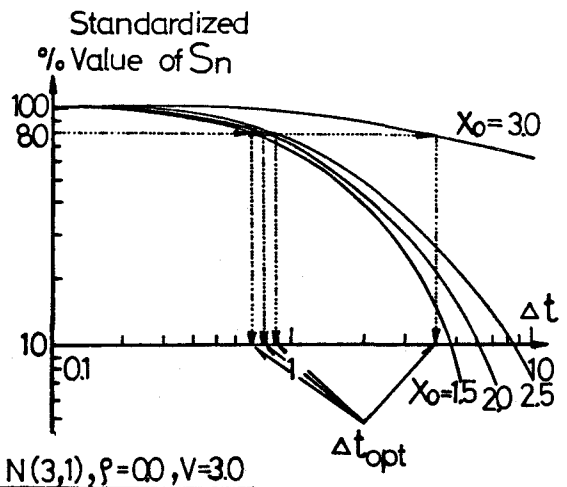


図 3-12

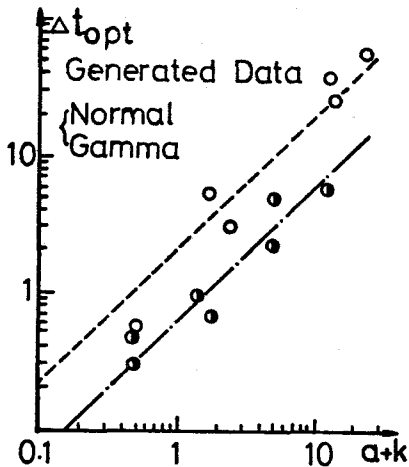


図 3-13

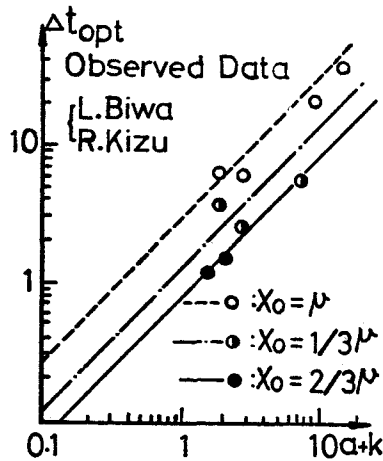


図 3-14

4 現状の水資源計画方法論の批判と具体策の呈示

ここで現状の水資源計画方法論に立返って考察を進めてみよう。現在、わが国における水資源計画論の基礎となっているのは、既に幾人かの人によって矛盾が指摘され批判を受けている「基準渇水年」の概念であろう。言うまでもなくその定義は、「最近 10 年間で第 1 位（河川によっては第 2 位のこともあるが）の渇水状態を生じせしめた年の河川の流況を基準として計画を策定する。」ということである。この考え方が多くの批判を浴びながらもいまだに現存している理由は、それらの批判が想像の域を出ないものであったり、藤吉の論文のごとくかなり具体的な数値を伴った優れた指摘であっても、事例的であったり現象論的な説明のみに終始していたりということで、理論的に強い裏付を持ってこの概念を論破するには至らなかったということ、および論破できたとしても同様に確かな裏付を持ったそれに替わる代案を呈示できなかったからであろう。

複雑多岐にわたる水資源計画に対して、現段階で十分満足できる解または方法論が呈示できようはずもないが、前章までの議論を踏まえて、筆者に可能な限りでこの問題を論じてみたい。まず最初に「基準渇水年」の概念を中核とする計画論の批判、つぎにそれに対する具体的な代案を呈示する。

4-1 基準渇水年

政治的背景は別にして、「基準渇水年」の概念の出た技術的背景は何であろうか。これは文字どおり「基準」となる何ものかを決めることにより、できるだけ計画法の単純化を計ろうという発想からであろう。具体的にその長所は、

- 1) 基準となる流況を決めて、流量変動の確率的挙動を取り除く、あるいは固定化することができる。
 - 2) 基準となる渇水の強度を 10 年に 1 度（あるいは 2 度）程度として、各流域に対して一率かつ平等な渇水の評価が可能となる。
 - 3) 計画に必要な資料数を一率に 10 年に固定できる。
 - 4) 最小単位としての 1 個の渇水現象を、1 年を単位として明確に定義することができる。
- などであろう。

まず第 1 の点について考える。おそらくは基準渇水年の考え方は計画高水の考え方のアナロジーとして低水問題に持ち込まれたものであろうが、貯水池等による洪水調節にそれほど重点が置かれてい

なかった数年前までの高水問題と、低水問題とでは根本的に相違するいくつかの点がある。そのひとつが流量の関数としての評価関数（あるいは損失関数、被害関数）の相違である。すなわち既往の高水問題では流量がある基準を越えると、被害額は不連続的に急激に増大する。またその応答も速かである。低水問題では3章の評価関数の時定数 B で代表されるように、流量の低下から応答としての被害の生起までかなりの時間を要し、かつ目標流量を多少下まわる流量が引き続いて、そう大きな被害は生じない。この評価関数の相違から裏付けられるように、既往の高水問題ではピーク値のみが問題であったが、水資源問題では評価関数または貯水池からの放流量の時定数に相当する時間内の流量変動様相、あるいはその時定数を単位として平均化された流量時系列の変動様相を知ることが重要となる。

一方渇水の時間的スケールのひとつを規定するであろう放流量の時定数について考えてみる。貯水池の貯留調節による時定数の増加分 a は、すでに第2章で導いたごとく近似的に貯水池容量 V に比例する。すなわち淀川で琵琶湖、利根川で霞ヶ浦その他のごとき大きな水資源開発を行なえば、 V が大きくなり必然的に調節後の流量時系列の時定数は太くなる。よって一度渇水状態が生ずれば、それがより長く引き続くことになるし、これによりこれまでもっとも大きな渇水状態を引き起していたある年の流況よりは、短い時間についてはそれほど強い渇水ではないが、長時間その状態が引き続くといった別の流況の方がより大きな被害をもたらす場合も生じるはずである。実はこの事実は藤吉によって既に事例的に指摘されていることなのであるが、等価線型貯水池の理論で明らかな裏付がなされたと言ってよいであろう。

より直観的には2章で説明したごとく、洪水防禦の場合と違って貯水池の利水操作の目的は、流量時系列の確率変動の貯留調節による平滑化にあることから明らかなように、実は流量時系列の確率の変動自体が水資源計画論の1つの本質的背景であることを銘記せねばならない。

第2の点について考える。上述のごとく流域の産業構造はもとより、貯水池規模、換言すれば水資源の開発度合によって渇水の継続期間は全く異なる。簡単な表現で説明すれば、同じように10年間に1度渇水状態が生起しても、ある流域ではそれが1カ月も2カ月も続き、別の流域ではたかだか2～3週間しか続かない場合もあるわけである。これでは平等は保てない。これはひとつには計算時間単位の設定のしかたにも関係するのであるがこのことは後述する。

第3の点について考える。第3章の結果の1部を顧みれば明らかなように、資料の統計年数を10年とすることには何の根拠もない。10年では若干資料数は少ないし、たびたび述べて来たように計画の精度をある一定値に固定するとすれば、水資源の開発状態によって必要な資料数は変わる。補足しておくと高水問題ではこの必要な資料数は河川改修、ダム築造などの人為的影響を受けない。なぜなら高樺らの強調する水文サイクルの概念を借りれば、高水問題の場合は少々大きなダムを作っても流出を遅らせても流出の開始から終了までは1個の水文サイクル内にほぼ納まってしまう。簡単に言えば1雨連続降雨が来てつぎの連続降雨が来るまでには自然流出、ダムからの放流はともにほぼ完了している。よってどんなダムを作ろうとも水文サイクルの数が資料数と等しくなる。ところが水資源問題では1個の渇水（こういう数え方が可能であれば）は数個の水文サイクルを含むし、一方渇水の代表的な長さは十分開発の進んだ河川ではその開発規模に関係して大きくなるから、水資源開発の進んだ流域ほど1個の渇水状態は多くの水文サイクルを含む。一方観測年数が同じであれば含まれる水文サイクルの数はほぼ一定であるから、実質上同じ数だけの渇水資料を得ようとすれば、開発の進んだ流域ほど長い資料が必要となる。以上が第3章の計画の信頼度と資料数の関係式の現象論的説明である。

第4点について述べる。以上述べて来たごとく、ほぼ1年分の水量を供給可能な大きな貯水池を有する大規模な計画でない限り（実際にはわが国の貯水池にこんな大きいものはないが）、渇水の時間的な単位としては評価関数のメモリーの長さ（流域の産業構造で変わる）および人工的に調節後の流量時系列の時定数のうち大きい方を用いるべきである。

このように考えて来ると、「基準渇水年」の長所と考えられてきたことがらそのものが、逆にその最大の問題点であることが明らかとなった。

余談ながらこのような事態に立至った原因を考えてみよう。わが国の水文学では高水問題が先行したために、そこで成功した手法のアナロジーと考えられる手法のいくつかが安易に低水問題に導入され、そのなかには必ずしも低水問題に適するとは考えられないものも含まれていた。基準渇水年はその1例であろう。またこのような議論の基礎となる高水問題と低水問題の基本的な相違は上述の文中の各部分で論じておいた。

4-2 方法論の呈示

まず基準渇水年と類似の考え方で「基準渇水」を考えるならば、

1) 時間長は評価関数のメモリーの長さ、および放流量時定数のうち大きい方を用いる。あるいはそれに1より少し大きい定数を乗じたものとする。

2) その場合年周期変動があるので1年を適当な2～3期間に分けてそれぞれの期間について考える。

3) 資料数は第3章で導いた資料数と信頼度の関係式を参考にして決めればよいであろう。

第2の年周期変動の問題については、十分大きな貯水池が存在する琵琶湖の大規模な開発計画、諸外国の計画などでは別途考える必要がある。

つぎにシミュレーション手法による場合について述べる。既に定説になっているごとく筆者もこの方法を推薦する。計算に使用する時間単位、資料数、基礎資料としての水文資料に要求される精度は上述のとおりである。実際には定誤差で2%、偶然誤差で10%の精度の水文資料は到底望めないから、バランス上時間単位の取り方、資料数による誤差のレベルは2倍程度にして精度をもう少し落してもよいであろう。

以上の議論において年周期変動の取り扱い方は十分満足できるものではないし、貯水池の数は単一として考えている。前者は現在なお引き続いて検討中であり、後者は貯水池の簡略化システムとしての等価線型貯水池が線型であるが故に、その重ね合せは比較的容易であろうと楽観視している。また評価関数にしてもいろいろな産業構造（たとえば農業用水など）に対してより広範な資料の集収と検討が必要である。このように非常に多くの問題点は残しているが、本講によって、これまで絶望的に見えていた水資源計画方法論への解析的アプローチの可能性を示すことができたと考えている。

あとがき

大阪大学水工研究室の研究グループは、昭和45年文部省の科学研究補助金；特定研究「水資源の貯留・調節機能に関する研究」（代表者・室田 明）を受けたことを直接の契機として、貯水池の貯留調節機能の評価、利益関数を最大とする貯水池の最適操作、あるいはそうした研究の準備段階として、水水量発生のsimulation techniquesの改良・開発、評価関数を定式化するための水需要の現状分析と将来予測の研究等、一連の研究をここ数年継続して来た。

相互に深く関連する各研究課題の中で、ここでは貯水池の流量調節機能の問題と、水資源計画の信頼度の二つの問題にあえて限定して講述した。その趣旨は、繰り返し述べた通り、「近似解析法によって計画全般に一般的な見通しを立てることの可能性」の例示として敢えてこの部分を取り上げたものである。

研究計画全般の流れの中で、この課題を担当したのは近畿大学講師・江藤剛治氏である。同君の卓抜な idea と、その発展に示された真摯な努力にあらためて敬意を表する。

貯水池最適操作問題を担当された神戸大学助教授・神田 徹氏のすぐれた研究成果を今回は紹介できなかったのはまことに遺憾である。いずれ機会を改めて同君から包括的な研究の発表があるはずである。

一連の研究は当時大学院学生であった電力中央研究所・角湯正剛君、大成建設・田中剛君、現大学院学生・吉岡正道君の直接的な協力と、兵庫県・白井信雄君、大阪府・上畑憲光君、現大学院学生・福岡正悟君そのほか多くの人の協力に負うところまことに大きかった。また実測水文資料などの研究基礎資料を快く提供して下さった諸氏の協力なしに本研究の進展はありえなかった。

なお、本研究に用いた電子計算機は大阪大学大型電子計算機センターの NEAC 2200-700、および京都大学大型電子計算機センターの FACOM 230-60 であった。

以上、記して関係各方面に深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 鈴木栄一：気象統計学，他人書館，昭 43.
- 2) Fiering, M.B. : Multivariate techniques for synthetic hydrology, J. hy. div., Proc. ASCE, Vol. 90, No. hy. 5, pp. 40-60, 1964.
- 3) Thomas, H.A., Jr., and M.B. Fiering : Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basin by simulation, chap. 12 in Arthur Maas, et al., "Design of water resources systems", pp. 459-493, Harverd univ. press, Cambridge, Mass., 1962.
- 4) Beard, L.R. : Use of interrelated records to simulate streamflow, J. hy. div., proc. ASCE, Vol. 91, No. hy. 5, pp. 13-22, 1965.
- 5) Matalas, N.C. : Mathematical assesment of synthetic hydrology, W.R.R., Vol. 3, No. 4, pp. 937-945, 1967.
- 6) Young, G.K., and W.C. Pisano : Operational hydrology using residuals, J. hy. div., proc. ASCE, Vol. 94, No. hy 4, pp. 909-923, 1968.
- 7) 長尾正志, 角屋睦 : 2変数ガンマ分布とその適用に関する研究(1), (2), 京大防災研究所年報, 13号, 14号, 1970, 1971.
- 8) Wilson, E.B., and M.M. Hilferty : Distribution of chi-square, proc. Nat. Acad. Science, 17, pp. 684-688, 1931.
- 9) Crosby, S.D., and T. Maddock III : Estimating coefficients of a flow generator for monotone samples of data, W.R.R., Vol. 6, No. 4, pp. 1079-1086, 1970.
- 10) Chow, V.T., and V.C. Kulandaiswamy : General hydrologic system model, J. of hy.

- div., proc. ASCE, Vol. 97, No. hy 6, pp. 791-803, June, 1971.
- 11) 吉川秀夫・日野幹雄・四俣正俊・木村正和：変動降雨による非線型流出系の解析，第16回水理講演会講演集，pp. 111-115，1972年2月。
 - 12) 科学技術庁資源調査会：水資源の変動様相に関する調査報告，1965年。
 - 13) 藤吉三郎：利水計画の安全度に関する二，三の考察——利根川水系を例として——，土木学会誌，Vol. 56, No. 11, pp. 23-29，1971年11月。
 - 14) 建設省関東地方建設局：水道アンケート調査報告書（集計編），昭和45年。
 - 15) Davenport, W.B. Jr., and W.L. Root: An introduction to the theory of random signals and noise, Mcgraw-Hill, 1958.
 - 16) Proc. of second international symposium in hydrology, Fort Collins, Colorado, USA, Sept., 1972.
 - 17) Proc. of symposium on uncertainties in hydrologic and wafer resources systems, Arizona univ., Arizona, USA, Dec. 1972.
 - 18) Murota, A., and T. Eto: Effects of inadequacy of hydrologic data on reliability of wafer resources design, proc. of 2nd ISH., Fort Collins, Colo., USA, Sept., 1972.
 - 19) Murota, A., and T. Eto: Theoretical studies on Γ -type distribution and runs — Its application to hydrology —, proc. of 2nd ISH., Fort Collins, Colo., USA, Sept., 1972.
 - 20) 室田明・江藤剛治・角湯正剛：広域的な月水文量の解析とそのシミュレーション，土木学会論文報告集，第203号，1972年7月。
 - 21) 室田明・江藤剛治：水資源計画に対するシステム工学的考察，土木学会論文報告集投稿中。
 - 22) 室田明・江藤剛治・田中剛：水文量の和の分布について，土木学会論文報告集投稿中。
 - 23) 室田明・江藤剛治・吉岡正道：水文量に起因する水資源計画の信頼度について，土木学会論文報告集投稿中。
 - 24) 室田明・江藤剛治：水資源計画法に対する2～3の考察：土木学会誌投稿中。

補遺 I

線型単純マルコフ連鎖を考えれば， $n = t/\Delta t$ だけ離れた2変数の相関係数は ρ^n である。連続量である自己相関関数におきかえるためにはたとえば，

$$\rho^n \doteq e^{-t/k} \text{ において } k \doteq -\Delta t / \log_e \rho$$

ところが上式では， Δt の時間間隔で観測した量の自己相関係数 $\rho = 0$ のとき， $k = 0$ となる。 $k = 0$ なる物理現象は現実にはありえないわけで，その補正の1つの方法としてつぎのようなことを考える。

$\rho = 0$ なる単純マルコフ連鎖の自己相関関数は $t = 0$ から $t = \Delta t$ ($n = 1$) まで直線的に減少し， $t \geq \Delta t$ では $\rho = 0$ になるものとする。このとき時定数は $\Delta t/2$ である。よって $\rho = 0$ のとき $k = \Delta t/2$ になるように補正定数 $\Delta t/2$ を加えて

$$k = \left(-\frac{1}{\log_e \rho} + \frac{1}{2} \right) \Delta t$$

補遺Ⅱ

中小ダムでは $(Q_0 - \mu)/\sigma = -1$ 程度であるから、

$$a \doteq 0.2 V/\sigma$$

琵琶湖程度かそれ以上に大きな貯水池の場合は、計算上では係数は 0.3 以上になるが、シミュレーション結果と比較してみると、非線型効果が強く影響して実際上は 0.3 以下の値に落ちつく。よって

$$a \doteq 0.2 \sim 0.3 V/\sigma$$

補遺Ⅲ

計画基準値における許容誤差 $\alpha = 20\%$ の根拠について補足する。

前述のごとく、流量資料において偶然誤差で 10%，定誤差で 2% 程度の誤差が含まれると、総不足水量の推定値では約 20% の誤差が生ずる。たとえば流量観測において水位—流量曲線によって改訂しようとする場合、新たに得られた水位—流量曲線のまわりのバラツキの程度は標準偏差で平均流量の 10% 程度、曲線そのものは真の水位—流量関係を示す線から 2% 以上ズレてはいけない。よって流速の測定においても 2% 以上の定誤差を含むことは許されない。

このような条件を実現することは、現段階における水文観測技術の最高レベルをもってしてもなかなか難しい。すなわち許容誤差 α をそれ以上に小さくすることは意味がないと考えられる。