

海洋構造物の諸問題

伊 藤 喜 行

まえがき

海洋構造物の水理・力学計算に関する例題をいくつか設け、演習問題形式による解説を試みた。全5問のうち3問が浮体関係、2問が脚柱構造物関係である。解説にあたっては、厳密な論議よりも、むしろ簡単な方法で一応の解へ到達できるよう心がけ、具体的な数値を用いた計算過程を示すと共に、若干の実験例を掲げて参考に供した。

問 題

〔問題1〕 矩形断面固定浮体の防波効果と作用波力

幅20m、吃水4mの矩形浮体が、水深10mの地点に固定されている（図-1）。延長は十分長いものとする。来襲波高を2m、周期を5～15secとして、この浮体の防波効果（波高伝達率）と作用波力（水平力、揚圧力、モーメント）を計算せよ。

〔解答〕 浮遊構造物の防波機能や安定性を考えるための基本的事項として、まず簡単な矩形断面固定浮体を取上げ、二次元的な計算で解を求めて行く。この種の問題については、昨年の研修会で井島教授が詳細な理論¹⁾を示しているが、ここでは、筆者が導いた近似理論²⁾による簡略計算を示す。計算の手順は次のとおりである。

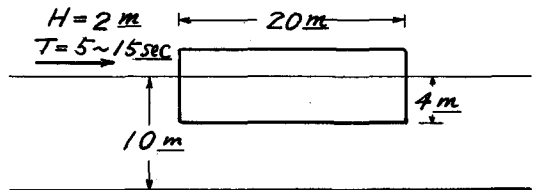


図-1 矩形断面固定浮体

- i. 浮体の周辺に生ずる減衰の散乱波（精密理論では無限級数の形となる）を無視する。
- ii. したがって速度や圧力は、入・反射波ならびに伝達波について、それぞれ通常の進行波理論により与える。
- iii. この状況のもとでの底層流（浮体底面下方の水塊の運動）の速度や圧力を求める。
- iv. これらを用い、エネルギー輸送の連続性から、入射波高と伝達波高の関係を算出する。
- v. 以上の結果に基づいて、作用波力を計算する。

(1) 入・反射波、伝達波の速度と圧力

図-2のような座標系と記号を用いる。

半波高 a なる進行波による水平流速・圧力の時間的変化は、次のような周知の形で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{水平流速} &= \frac{gka}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{i\sigma t} \\ \text{圧 力} &= \rho ga \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{i\sigma t} \\ \sigma &= 2\pi/T, \quad k = 2\pi/L \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

したがって、浮体の前後面（ $x = -\ell$ および ℓ ）での流速と圧力は次のようになる（なお、以

下 $e^{i\sigma t}$ の項を省略して記すので、 t で微分すると $i\sigma$ が加かることに注意を要する。また、波形・流速・圧力など変動量の各振幅は一般に複素数であり、大きさと位相を含んでいる。

$x = -l$ での流速

$$= \frac{gk(a-a_R)}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

$$\text{圧力} = \rho g(a+a_R) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

$$x = l \text{ での流速} = \frac{gk a_T}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}, \quad \text{圧力} = \rho g a_T \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (1.2)$$

(2) 底層の平均流速

底層内での断面平均流速を $\bar{u}$ 、平均圧力を $\bar{p}$ とすれば、運動方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (1.3)$$

であり、これより

$$i\sigma \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \frac{\bar{p}_l - \bar{p}_{-l}}{2l} \quad (1.4)$$

となる。 $\bar{p}_l, \bar{p}_{-l}$ はそれぞれ $x = l, -l$ における $z = -d \sim -h$ 間の平均波圧に等しくなければならない。そこで

$$f_B = \frac{1}{h-d} \int_{-h}^{-d} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz = \frac{\sinh k(h-d)}{k(h-d) \cosh kh} \quad (1.5)$$

なる記号を用いれば、(1.2) の圧力分布から

$$\bar{p}_l = \rho g a_T f_B, \quad \bar{p}_{-l} = \rho g (a+a_R) f_B \quad (1.6)$$

$$\therefore i\sigma \bar{u} = \frac{g(a+a_R-a_T)}{2l} f_B \quad (1.7)$$

という関係が得られる。

(3) エネルギー輸送の連続条件

ある断面を通じて単位時間に輸送されるエネルギーは、(速度) × (圧力) を断面内で積分したものである。 $x = -l$ の断面では、入・反射波による輸送エネルギーと、底層流によるものと等しくなければならない。またそれは更に $x = l$ における伝達波の輸送エネルギーとも等しい。

入・反射波の輸送エネルギーは、(1.2) の (流速) × (圧力) を海底から海面まで積分すると、結局

$$\rho g (a+a_R) (a-a_R) n c, \quad n = c_g/c, \quad c_g: \text{群速度}, \quad c: \text{波速} \quad (1.8)$$

となる。一方、 $x = -l$ における底層流の輸送エネルギーは、(1.6) の平均圧力と (1.7) の平均流速を用いて

$$\rho g^2 (a+a_R) (a+a_R-a_T) \frac{f_B^2}{2l} \frac{h-d}{i\sigma} \quad (1.9)$$

となる。したがってこれと (1.8) とから

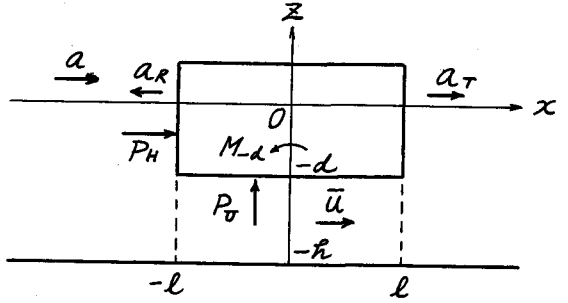


図-2 座 標 系 と 記 号

$$(a - a_R)nc = (a + a_R - a_T) \frac{f_B^2}{2l} \frac{h-d}{i\sigma} \quad (1.10)$$

が得られる。同様にして、 $x = l$ での条件は

$$a_T nc = (a + a_R - a_T) \frac{f_B^2}{2l} \frac{h-d}{i\sigma} \quad (1.11)$$

となる。

(4) 波高伝達率

(1.10), (1.11) から直ちに,

$$a - a_R = a_T \quad \therefore a_R = a - a_T \quad (1.12)$$

これを(1.11)に代入し、かつ $c = \sigma / k$ なる関係を用い

$$y_B = \frac{g}{\sigma^2 l} \frac{k(h-d) f_B^2}{n} \quad (1.13)$$

と表わして整理すると

$$a_T = -i y_B (a - a_T) \quad \therefore \frac{a_T}{a} = -\frac{i y_B}{1 - i y_B} \quad (1.14)$$

という結果が得られる。この複素数表示により、入射波と伝達波との間の大きさおよび位相関係が求められる。波高伝達率はこの絶対値をとって

$$\left| \frac{a_T}{a} \right| = \frac{y_B}{\sqrt{1 + y_B^2}} \quad (1.15)$$

で計算できる。

(5) 波高伝達率の計算

数値をあてはめて計算すると、表-1 のようになる。また、図-3 は y_B と a_T/a との関係

表-1 波高伝達率の計算
($h = l = 10 \text{ m}$, $d = 4 \text{ m}$)

T	L	kh	$\cosh kh$	n	$k(h-d)$	$\sinh k(h-d)$	f_B	y_B	$\sqrt{1+y_B^2}$	$\left \frac{a_T}{a} \right = \frac{y_B}{\sqrt{1+y_B^2}}$
sec										
5.0	36.6	1.716	2.871	0.611	1.030	1.222	0.413	0.179	1.016	0.176
10.0	92.4	0.681	1.240	0.874	0.385	0.395	0.827	0.749	1.250	0.599
15.0	144.1	0.436	1.097	0.942	0.262	0.265	0.922	1.321	1.657	0.797

を示すものである。この近似理論や他の精密解による計算値は、何れも実験値と若干の隔たりがあるが、大体においてパラメーター y_B で一義的に表現できることがわかる。

(6) 作用波力

浮体に作用する水平波力は、前後の壁面に対する圧力の差をとって

$$P_H = \rho g d f_H (a + a_R - a_T) = 2 \rho g d f_H (a - a_T) \quad (1.16)$$

となる。ただし

$$f_H = \frac{1}{d} \int_d^0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz = \frac{\sinh kh - \sinh k(h-d)}{kd \cosh kh} \quad (1.17)$$

である。

揚圧力としては底層の平均圧力をそのまま用いることにすれば、(1.6), (1.12) を参照して

$$P_U = \frac{\bar{p}_l + \bar{p}_{-l}}{2} \times 2l = 2 \rho g l f_B a \quad (1.18)$$

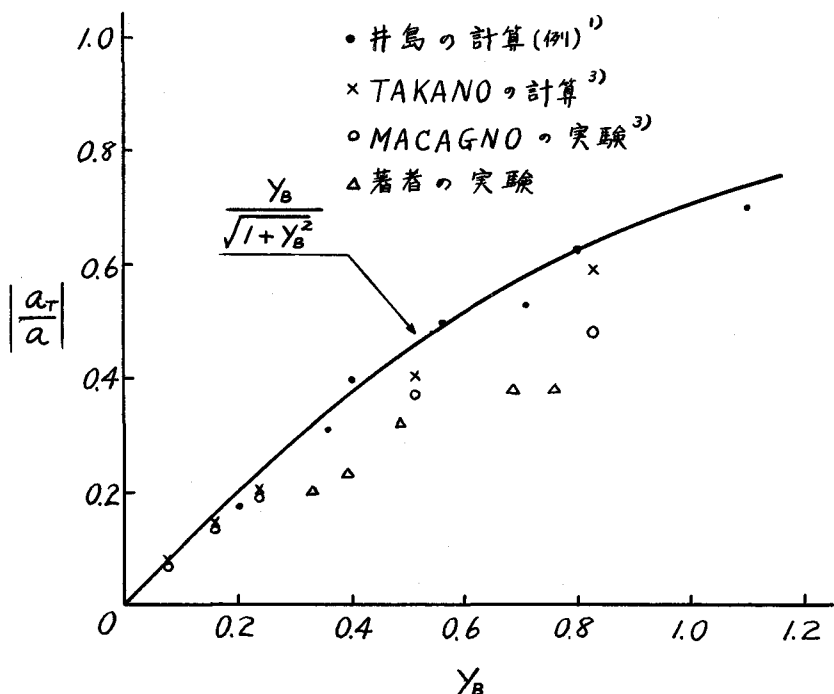


図-3 矩形固定浮体の波高伝達率

が得られる。

浮体底面中央のまわりの波力モーメントのうち、水平波圧による分は（反時計まわりを正として）

$$\rho g (a_T - a - a_R) \int_{-d}^0 (d+z) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz$$

であり、揚圧力による分は

$$2 \int_0^l (\bar{P}_i - \bar{P}_i) \frac{x}{2l} dx$$

である。したがって合計は

$$M_{-d} = -2\rho g dl f_{M,-d} (a - a_T) \quad (1.19)$$

となる。ただし

$$f_{M,-d} = \frac{1}{kd \cosh kh} \{ k d \sinh kh - \cosh kh + \cosh k(h-d) \} + \frac{l}{3d} f_B \quad (1.20)$$

である。

(7) 作用波力の計算

(1.17), (1.19) 中で

$$a - a_T = \frac{a}{1 - i y_B}$$

$$\therefore |a - a_T| = \frac{a}{\sqrt{1 + y_B^2}} \quad (1.21)$$

である。数値計算の結果は表 2 のようになる。

表-2 作用波力の計算

(h=l=10m, d=4m, a=1m)

T sec	$\frac{ P_R }{t/m}$	$\frac{ P_L }{t/m}$	$\frac{ M_d }{t \cdot m/m}$
5.0	5.87	8.26	40.00
10.0	6.43	16.54	53.76
15.0	4.68	18.44	46.54

〔問題 2〕鉛直運動浮体の挙動

問題 1 と同じ浮体が、何らかの方法で水平・回転運動を抑制され、鉛直運動のみ自由であるものとする。そのときの防波効果、作用波力、浮体の運動振幅を計算せよ。

〔解答〕前問では固定浮体を対象としたが、一般に浮体は波力を受けて動揺する。そして浮体の動揺に伴って新たな波が発生し、それによる波力が造波抵抗として作用する。このような動揺浮体の伝達波は、浮体が固定されているとしたときの伝達波と、入射波による浮体の動揺に基づく発生波との和である。作用波力も同様で、固定浮体に対する波力と、浮体の動揺による造波抵抗との和となる。本問題では、最も簡単な動揺浮体の例として鉛直運動のみ自由の場合を想定し、発生波、造波抵抗、運動方程式を順次求めて計算を進める。またその過程で、附加質量や固有周期の解説も加える。

(1) 浮体の鉛直振動による発生波

鉛直振動の半振幅を ζ とすれば、底層流の上端では $i\sigma\zeta$ なる鉛直速度が与えられていることになる。鉛直運動のみの場合、現象は左右対称であるから、 $x = 0$ での水平流速は 0、 $x = l$ では平均流速として

$$\bar{u}_l = -\frac{i\sigma\zeta}{h-d}l \quad (2.1)$$

を得る。発生波 a_T' による平均波圧は (1.6) により

$$\bar{p}_l = \rho g a_T' f_B \quad (2.2)$$

であるから、前問と同じくエネルギー輸送の連続条件を考えると

$$-\frac{i\sigma\zeta}{h-d}l \cdot \rho g a_T' f_B \cdot (h-d) = \rho g a_T'^2 n c$$

$$\therefore a_T' = -\frac{ikl f_B}{n}\zeta \quad (2.3)$$

が得られる。

(2) 鉛直振動による揚圧力

これを求めるには、底層流の中での圧力分布に関する考察が必要である。底層流の鉛直方向の運動方程式を立てると

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.4)$$

である。海底で 0、浮体底面で $i\sigma\zeta$ となるような鉛直流速分布を

$$v = i\sigma\zeta \frac{h-z}{h-d} \quad (2.5)$$

とすれば（これは仮定ではなく、計算により求められる）、(2.4) は

$$-\sigma^2\zeta \frac{h+z}{h-d} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

となり、これを積分して

$$p = \frac{\rho\sigma^2\zeta}{h-d} \frac{(h+d)^2}{2} + f(x) \quad (2.6)$$

$$\therefore \bar{p} = \frac{\rho\sigma^2\zeta}{h-d} \frac{(h-d)^2}{6} + f(x) \quad (2.7)$$

が得られる。一方、水平方向の平均流速に対する運動方程式は (1.3) のとおりであり、これに

$$\bar{u} = -\frac{i\sigma\zeta}{h-d}x \quad (2.8)$$

と (2.7) とを代入すると

$$\frac{\sigma^2\zeta}{h-d}x = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial x}$$

となる。これを $x = x \sim l$ で積分すると

$$\frac{\sigma^2\zeta}{h-d}\frac{l^2-x^2}{2} = \frac{1}{\rho}f(x) - \frac{1}{\rho}f(l) = \frac{1}{\rho}f(x) - \frac{\bar{p}_l}{\rho} + \frac{\sigma^2\zeta}{h-d}\frac{(h-d)^2}{6} \quad ((2.7) \text{ による})$$

この $f(x)$ を (2.6) に代入して

$$p = \bar{p}_l + \frac{\rho\sigma^2\zeta}{h-d} \left\{ \frac{l^2-x^2}{2} + \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{(h-d)^2}{6} \right\} \quad (2.9)$$

浮体底面 ($z = -d$) でのこの合力は

$$\begin{aligned} 2 \int_0^l p_{-d} dx &= 2l \bar{p}_l + \frac{2\rho\sigma^2 l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \zeta \\ &= -2\rho g l \frac{i k l f_B^2}{n} \zeta + \frac{2\rho\sigma^2 l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \zeta \end{aligned} \quad ((2.2), (2.3) \text{ による})$$

である。

このほかに、静水圧の変化分 $-2\rho g l \zeta$ が加わるので、全揚圧力は

$$P'_U = -2\rho g l \frac{i k l f_B^2}{n} \zeta + \frac{2\rho\sigma^2 l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \zeta - 2\rho g l \zeta \quad (2.10)$$

となる。

(3) 造波抵抗

(2.10) の P'_U が、浮体の鉛直運動に伴う造波抵抗である。右辺第1項は速度 ($i\sigma\zeta$) と同位相で逆向きの抵抗を、第2項は加速度 ($-\sigma^2\zeta$) と同位相で逆向きの成分を表わしている。第3項は静水圧の復元力で発生波と無関係であるが、これも造波抵抗に含めておく方が都合がよい。

(4) 附加質量

浮体の質量を $M_0 (= 2\rho l d)$ とすれば、浮体の鉛直自由振動の方程式は

$$-\sigma^2 M_0 \zeta = P'_U$$

である (浮体の自重は初期浮力と消し合っている)。ここで P'_U の第2項について

$$M_1 = \frac{2\rho l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \quad (2.11)$$

とおけば、運動方程式を次のように書くことができる。

$$-\sigma^2 (M_0 + M_1) \zeta + 2\rho g l \frac{i k l f_B^2}{n} \zeta + 2\rho g l \zeta \quad (2.12)$$

すなわち、第2項を外力として扱う代りに、あたかも浮体の質量が M_1 だけ増加したかのように考えるわけである。この意味で M_1 を附加質量とよぶ。

今の場合は

$$\frac{M_1}{M_0} = \frac{l^2 + (h-d)^2}{3d(h-d)} = \frac{10^2 + 6^2}{3 \times 4 \times 6} = 1.89$$

である。

(5) 固有周期

(2.11)は、変位に比例した復元力と、速度に比例した抵抗とが作用する減衰振動系を表わしている。この系の固有周期は近似的に

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= 2\pi / \omega_{V1} \\ \omega_{V1}^2 &= \frac{2\rho g l}{M_0 + M_1} = \frac{g}{d} \frac{1}{1 + \frac{M_1}{M_0}} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

となる。今の場合は

$$\omega_{V1}^2 = \frac{9.8}{4 \times 1.89} = 1.30 \text{ sec}^{-2}, \quad \omega_{V1} = 1.14 \text{ sec}^{-1}, \quad T_0 = 5.51 \text{ sec}$$

である。

表-3は、ある模型浮体について、固有周期や附加質量の計算値を実測値（附加質量は固有周期から逆算）と比較したものである。

表-3 浮体の鉛直振動固有周期と附加質量

($2l = 32.4 \text{ cm}$, $d = 24.7 \text{ cm}$ の模型浮体による)

h (cm)	$\frac{h-d}{h}$	T_0 (sec)		M_1/M_0 (逆算値)	
		実測値	計算値	実測値	計算値
26.9	0.078	1.75	1.65	2.05	1.72
29.1	0.148	1.52	1.37	1.36	0.88
32.1	0.227	1.40	1.26	0.97	0.58
34.6	0.284	1.35	1.24	0.83	0.49
36.7	0.324	1.33	1.22	0.77	0.46

(6) 作用波力

入射波 a が固定浮体に及ぼす揚圧力は、すでに (1.18) に示したとおりである。これに浮体の運動による造波抵抗 (2.10) を加えたものが全揚圧力で、

$$P_U = 2\rho g l f_B \left(a - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) + \frac{2\rho \sigma^2 l}{3(h-d)} \{ l^2 + (h-d)^2 \} \zeta - 2\rho g l \zeta \quad (2.13)$$

となる。

浮体の鉛直振動による発生波は左右対称であるから、全水平波力および全波力モーメントには影響しない。ただし、(1.16)あるいは(1.19)のように表現するときは、 a_T が $-(i k l f_B/n) \zeta$ だけ変化しているので

$$\left. \begin{aligned} P_H &= 2\rho g d f_H \left(a - a_T - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) \\ M_{-d} &= -2\rho g d l f_{M,-d} \left(a - a_T - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

としなければならない。

(7) 浮体の運動方程式

(2.13)の揚圧力により、浮体の運動方程式を容易に立てることができる。この際、(2.12)の固有振動数を用いて表わすと、運動方程式は次のようになる。

$$-(\sigma^2 - \omega_{V1}^2) \zeta = \omega_{V1}^2 f_B \left(a - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) \quad (2.15)$$

この解は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta}{a} &= -\frac{1}{1-i y_V} \frac{\omega_{V1}^2}{\sigma^2 - \omega_{V1}^2} f_B \\ y_V &= \frac{\omega_{V1}^2}{\sigma^2 - \omega_{V1}^2} \frac{k l f_B^2}{n} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

である。

(8) 波高伝達率

伝達波は固定浮体に対する (1.14) と、発生波 (2.3) との和で、(2.16) を用いて結局次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_T}{a} &= -\frac{i y_B}{1-i y_B} + \frac{i y_V}{1-i y_V} \\ \left| \frac{a_T}{a} \right| &= \frac{|y_B - y_V|}{\sqrt{(1+y_B^2)(1+y_V^2)}} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

(9) 数値計算

今の問題に対する計算結果を表-4 に示す。

表-4 鉛直運動浮体に関する計算

($h=l=10\text{ m}$, $d=4\text{ m}$, $a=1\text{ m}$, $\omega_{V1}^2=1.30\text{ sec}^{-2}$)

T	y_V	$ \zeta $	$ a_T' $	$ a_T $	$ P_U $
sec		m	m	m	t/m
5.0	0.103	0.088	0.103	0.074	1.13
5.51	∞	0.864	1.000	0.978	9.16
10.0	0.371	0.540	0.348	0.283	1.74
15.0	0.340	0.756	0.322	0.561	1.08

入射波の周期が浮体の固有周期と合致したとき (今の例では $T=5.51\text{ sec}$) には、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta}{a} &\rightarrow -i \frac{n}{k l f_B} \\ \frac{a_T'}{a} &\rightarrow 1 \\ \frac{a_T}{a} &\rightarrow -\frac{1}{1-i y_B} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

である。すなわち、入射波と全く同じ大きさで逆位相の波が発生する。今の計算例では、このとき伝達波高も揚圧力も大きい。

もし、浮体の動揺による発生波が、固定浮体としての伝達波をちょうど打ち消す場合には、伝達波は0となる筈である。その条件は (2.17) より $y_B = y_V$ であるが、この計算例ではこういうことは生じない。

(10) 一般の運動浮体の連続条件式と運動方程式

本問題では、運動を鉛直方向に限って説明したが、水平・回転運動を含み、かつ拘束力を受けている場合の挙動も、同様な方法で導いた連続条件式と運動方程式から解くことができる。すなわち

連続条件式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{ikdf_H}{n}\xi - \frac{ikdf_M}{n}l\Theta + (1-iy_B)\left(a-a_T - \frac{iklf_B}{n}\zeta\right) &= a \\ \frac{2iklf_B}{n}\zeta &= a-a_R-a_T \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

運動方程式：

$$\left. \begin{aligned} \xi &= -\frac{gf_H}{\sigma^2 l} \left(a-a_T - \frac{iklf_B}{n}\zeta\right) - \frac{R_H}{2\rho l d \sigma^2} \\ \zeta &= -\frac{\omega_{V1}^2}{\sigma^2 - \omega_{V1}^2} f_B \left(a - \frac{iklf_B}{n}\zeta\right) - \frac{\omega_{V1}^2}{\sigma^2 - \omega_{V1}^2} \frac{R_V}{2\rho g l} \\ \Theta &= \frac{\omega_{R1}^2}{\sigma^2 - \omega_{R1}^2} \frac{f_M}{\overline{GM}} \left(a-a_T - \frac{iklf_B}{n}\zeta\right) - \frac{\omega_{R1}^2}{\sigma^2 - \omega_{R1}^2} \frac{R_M}{2\rho g d l \overline{GM}} \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ここに ξ = 水平運動の半振幅

Θ = 重心のまわりの回転運動の半振幅

R_H = 拘束力の水平成分

R_V = 拘束力の鉛直成分

R_M = 拘束モーメント（重心のまわり）

$$\overline{GM} = \text{傾心高} = \frac{l^2}{3d} - \frac{d}{2} - z_0 \quad (2.21)$$

$$f_M = f_{MH} + \frac{l}{3d} f_B \quad (2.22)$$

$$f_{MH} = \frac{1}{kd kl \cosh kh} \left\{ -kz_0 \sinh lkh + k(d+z_0) \sinh k(k-d) - \cosh kh + \cosh k(h-d) \right\} \quad (2.23)$$

z_0 = 重心の z 座標

ω_{R1} = 回転運動の固有振動数

$$\omega_{R1}^2 = \frac{2\rho g d l \overline{GM}}{I + I_1} \quad (2.24)$$

I = 重心のまわりの慣性モーメント

$$I_1 = \text{附加慣性モーメント} = \frac{2\rho l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\} \quad (2.25)$$

〔問題3〕緊張繫留円筒浮体の挙動

直径5m，重量15tの円筒状浮体を，水深20mの地点で3本の鉛直な索により，吃水が2.5mとなるよう繫留してある（図-4）。波高3m，周期14secの来襲波による浮体の変位と索の張力を計算せよ。

〔解答〕浮体を強制的に沈めて繫留しているので，過剰浮力による初期張力を索に生じている。波力が比較的小さければ索は緊張したままで，鉛直・回転運動は抑制され，浮体はほぼ水平に運動する

のみである。波力が増すとやがて索にたるみを生ずるようになり、複雑な運動を呈するので簡単には解けない。

さて、今回は前2問と異なり、平面的には円形の孤立浮体が対象である。したがって、問題2の末尾に記した基本式をそのまま適用するわけに行かず、新たな関係式を必要とする。円筒浮体に対する計算は比較的簡単で、すでに一部解かれているが、筆者は矩形断面の場合と同様に無限級数項を省略した近似解を誘導した。誘導の過程は省略し、固定円筒浮体に作用する波力と、運動円筒浮体に対する造波抵抗の結果のみ掲げる。この両者がわかっていれば、繫留索の拘束力をも考慮した運動方程式を立て、解を求めることができる。

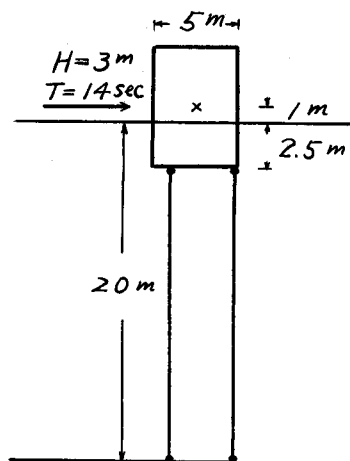


図-4 緊張繫留円筒浮体

(1) 固定円筒浮体に作用する波力

水平力：

$$\frac{P_H}{2\rho g d l a} = \frac{2 i f_H}{\{ k l J_0(kl) - (1 + k l y_B) J_1(kl) \} - i \{ k l Y_0(kl) - (1 + k l y_B) Y_1(kl) \}} \quad (3.1)$$

揚圧力：

$$\frac{P_U}{\pi \rho g l^2 a} = - \frac{2 f_B}{\pi k l \{ J_1(kl) - i Y_1(kl) \}} \quad (3.2)$$

波力モーメント（重心のまわり）：

$$\frac{M_T}{2\rho g d l^2 a} = \frac{2 i f_M}{\{ k l J_0(kl) - (1 + k l y_B) J_1(kl) \} - i \{ k l Y_0(kl) - (1 + k l y_B) Y_1(kl) \}} \quad (3.3)$$

ここに $f_H = (1.17)$ 式

$f_B = (1.5)$ 式

$$f_M = f_{MH} + \frac{l}{4d} f_B \quad (3.4)$$

$f_{MH} = (2.23)$ 式

$f_B = (1.13)$ 式

J_0, J_1 - 第1種 Bessel 関数

Y_0, Y_1 - 第2種 Bessel 関数

若干の例について精密解による計算⁴⁾と比較したところ、上記の近似解は良好な結果を示していた。

(2) 造波抵抗

水平運動：

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_H'}{2\rho g dl \xi} &= -\frac{\pi k d f_H^2}{2n} H(kl) \\ P_U' &= 0 \\ \frac{M_T'}{2\rho g dl^2 \xi} &= \frac{\pi k d f_H f_M}{2n} H(kl) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

鉛直運動：

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_U'}{\pi \rho g l^2 \xi} &= \frac{k l f_H^2}{2n} \frac{J_0(kl) - i Y_0(kl)}{J_1(kl) - i Y_1(kl)} + \frac{\sigma^2}{g(h-d)} \left\{ \frac{l^2}{8} + \frac{(h-d)^2}{3} \right\} - 1 \\ P_H' - M_T' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

回転運動：

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_H'}{2\rho g dl^2 \Theta} &= \frac{\pi k d f_H f_M}{2n} H(kl) \\ P_U' &= 0 \\ \frac{M_T'}{2\rho g dl^3 \Theta} &= -\frac{\pi k d f_H^2}{2n} H(kl) + \frac{\pi l \sigma^2}{24 g d (h-d)} \left\{ \frac{l^2}{8} + (h-d)^2 \right\} - \frac{\overline{GM}}{l} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

ここに

$$H(kl) = \frac{kl \{ J_1(kl) - i Y_1(kl) \}}{\{ kl J_0(kl) - (1+kl y_B) J_1(kl) \} - i \{ kl Y_0(kl) - (1+kl y_B) Y_1(kl) \}} \quad (3.8)$$

$$GM = \frac{l^2}{4d} - \frac{d}{2} - z_0 \quad (3.9)$$

前と同様、この造波抵抗の中には、静水圧の復元力または復元モーメントも含まれている。また上式から円筒浮体の附加質量・附加慣性モーメントがわかる。

(3) 繫留索による拘束力

各索の初期張力を T_0 、変動張力を沖側の2本でそれぞれ T_1 、岸側で T_2 とする（図-5）。浮体が ξ だけ変位したときの水平拘束力（右向きに正）は

$$\begin{aligned} R_H &= -\{ 2(T_0 + T_1) + (T_0 + T_2) \} \sin \alpha \\ &\doteq -(3T_0 + 2T_1 + T_2) \frac{\xi}{h-d} \end{aligned} \quad (3.10)$$

である。鉛直方向の拘束力（上向きに正）は

$$\begin{aligned} R_V &= -\{ 2(T_0 + T_1) + (T_0 + T_2) \} \cos \alpha \\ &\doteq -(3T_0 + 2T_1 + T_2) \end{aligned} \quad (3.11)$$

また、重心のまわりの拘束モーメント（反時計まわりに正）は

$$\begin{aligned} R_M &= 2(T_0 + T_1) \{ 0.5l \cos \alpha - (d+z_0) \sin \alpha \} - (T_0 + T_2) \{ l \cos \alpha + (d+z_0) \sin \alpha \} \\ &\doteq (T_1 - T_2) l - (3T_0 + 2T_1 + T_2) \frac{d+z_0}{h-d} \xi \end{aligned} \quad (3.12)$$

である。

浮体の重量を W とすれば、初期張力は次のようになる。

$$3T_0 = \rho g \cdot \pi l^2 d - W \quad (3.13)$$

(4) 運動方程式

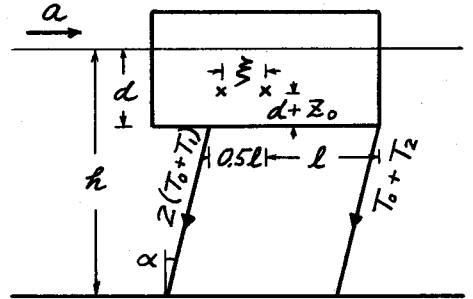


図-5 円筒浮体の運動

運動浮体に作用する波力は、固定浮体に対する波力と造波抵抗との和である。今の場合は水平運動のみであるから、それによる造波抵抗だけ考えればよい。上記の拘束力も加えた運動方程式を立てると、

$$\left. \begin{aligned} -\sigma^2 M_0 \xi &= P_H + P_H' + R_H \\ 0 &= P_U + R_V + \rho g \pi l^2 d - W \\ 0 &= M_T + M_T' + R_M \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

となる。この第2式は鉛直方向の釣合いを示し、右辺第3,4項は(3.13)により初期張力で置換えられるから、結局揚圧力と変動張力の釣合いを表わす次式となる。

$$P_U = 2T_1 + T_2 \quad (3.15)$$

同じく第3式右辺の M_T' は、水平運動に基づく造波抵抗モーメントで、(3.5)で与えられる。

(5) 数値計算

諸元： $T = 14 \text{ sec}$, $h = 20 \text{ m}$, $d = 2.5 \text{ m}$, $z_0 = 1.0 \text{ m}$, $l = 2.5 \text{ m}$, $W = 15 \text{ t}$, $a = 1.5 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \therefore L &= 183 \text{ m}, kh = 0.686, kd = kl = 0.086, k(h-d) = 0.600, kz_0 = 0.034, k(d+z_0) = 0.120, \\ \sinh kh &= 0.741, \cosh kh = 1.245, \sinh k(h-d) = 0.637, \cosh k(h-d) = 1.186, n = 0.872, \\ f_H &= 0.97, f_B = 0.85, f_{MH} = -0.84, \frac{l}{4d} f_B = 0.21, f_M = -0.63, \\ \sigma &= 0.449, \sigma^2 = 0.201, y_B = 9.69, kl y_B = 0.83, 1 + kl y_B = 1.83 \\ J_0(kl) &= 0.998, kl J_0 = 0.086, Y_0(kl) = -1.63, kl Y_0 = -1.40 \\ J_1(kl) &= 0.43, (1 + kl y_B) J_1 = \frac{0.079}{0.007}, Y_1(kl) = -7.51, (1 + kl y_B) Y_1 = \frac{-13.74}{12.34} \end{aligned}$$

$$\frac{P_H}{2\rho g d l a} = \frac{2i \times 0.97}{0.007 - 12.34i} \doteq -0.16 \quad \therefore P_H = -3.0$$

$$\frac{P_U}{\pi \rho g l^2 a} = \frac{-2 \times 0.85}{\pi \times 0.086} \times \frac{1}{0.043 + 7.51i} \doteq 0.84i \quad \therefore P_U = 25.0i$$

$$\frac{M_T}{2\rho g d l^2 a} = -\frac{2i \times (-0.63)}{0.007 - 12.34i} \doteq -0.10 \quad \therefore M_T = -4.7$$

$$H(kl) = \frac{0.086 (0.043 + 7.51i)}{0.007 - 12.34i} \doteq -0.052$$

$$\frac{P_H'}{2\rho g d l \xi} = -\frac{\pi \times 0.086 \times 0.97^2}{2 \times 0.872} \times (-0.052) = 0.0076 \quad \therefore P_H' = 0.095 \xi$$

$$\frac{M_T'}{2\rho g d l^2 \xi} = \frac{\pi \times 0.086 \times 0.97 \times (-0.63)}{2 \times 0.872} \times (-0.052) = 0.0049 \quad \therefore M_T' = 0.15 \xi$$

$$3T_0 = 1 \times \pi \times 2.5^2 \times 2.5 - 15 = 34.1, T_0 = 11.4$$

$$R_H = -(34.1 + 2T_1 + T_2) \times \frac{\xi}{17.5} = -2.0 \xi - 0.057 (2T_1 + T_2) \xi$$

$$R_M = 2.5 (T_1 - T_2) - 7.0 \xi - 0.20 (2T_1 + T_2) \xi$$

以上により固定浮体への波力、造波抵抗、拘束力が、算出されたので、次いで運動方程式に移る。

$$M_0 = \frac{15}{9.8} = 1.58, \sigma^2 M_0 = 0.32$$

$$\text{水平方向の運動方程式： } -0.32 \xi = -3.0 + 0.095 \xi - 2.0 \xi - 0.057 (2T_1 + T_2) \xi$$

$$\text{鉛直方向の釣合い： } 2T_1 + T_2 = 25.0i$$

$$\text{回転方向の釣合い： } -4.7 + 0.15 \xi + 2.5 (T_1 - T_2) - 7.0 \xi - 0.20 (2T_1 + T_2) \xi = 0$$

これを解くと

$$\xi = -1.1 + 1.0i \quad \therefore |\xi| = 1.5 \text{ m}$$

$$T_1 = -1.1 + 8.5i$$

$$\therefore |T_1| = 8.6t$$

$$T_2 = 2.1 + 8.0i$$

$$\therefore |T_2| = 8.3t$$

したがって、問題 4 の答は次のようになる。

浮体の水平変位 = 1.5 m

沖側の索の張力 = $11.4 \pm 8.6t$

岸側の索の張力 = $11.4 \pm 8.3t$

図 6 は、類似の条件に対する実験例である。

変動張力は沖側で $+11 \sim -8t$ ，岸側で $+5 \sim -7t$ で、計算値はこれに近い。

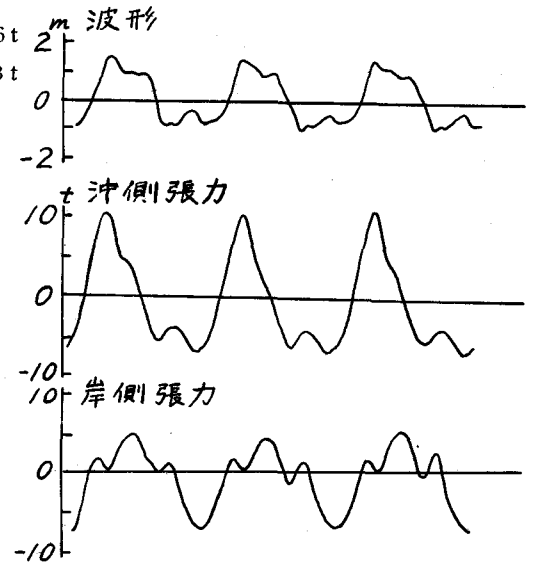


図-6 索張力測定例

〔問題 4〕 頭部固定角柱の波力による曲げモーメント

50 cm × 50 cm の角柱が、水深 10m の地点で海底砂地盤中に直立し、地盤上 23 m の高さで変位・回転共に固定されている（図-7）。波高 6 m，周期 12 sec の波によって生ずる曲げモーメントの分布を計算せよ。

〔解答〕 杭に作用する波力については、すでに、多くの研究や解説があり、容易に計算できる。一方横荷重を受ける杭の解析は、通常頭部に集中荷重が作用するものとし、頭部自由または回転のみ固定の場合を対象としている。本問題では、波力という分布荷重による曲げモーメントを算出し、併せて動的応答の吟味を行なう。なお、以下に述べる実測値とは、縮尺 1/33.3 と考えたアクリル樹脂模型によるものである。

(1) 波力の計算

柱状体に作用する波力は、一般に抗力と慣性力

とから成るが、今の問題では波高・波長に比して杭が細いので、抗力のみ考えればよい。すなわち、単位長あたりの波力は

$$q = C_D \frac{w}{2g} Du^2 \quad (4.1)$$

である。角柱に対し、抗力係数 $C_D = 2.0$ とし、グラフ⁵⁾から波力を算出すると表-5 のようになる。

(2) 杭の撓み曲線

図-8 の座標系を用いると、杭の弾性方程式は次のようになる。

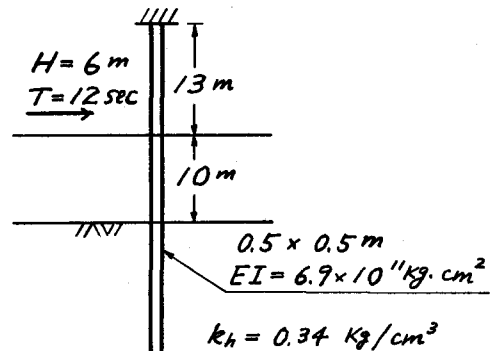


図-7 頭部固定角柱

$$\left. \begin{aligned} \text{地上部: } EI \frac{d^4 y_1}{dx_1^4} &= q(x_1) \\ \text{地中部: } EI \frac{d^4 y_2}{dx_2^4} + E_s y_2 &= 0 \end{aligned} \right\} (4.2)$$

地上部について、頭部の剪断力を S_0 、同じく
曲げモーメントを M_0 、また

$$\left. \begin{aligned} Q_1(x_1) &= \int_0^{x_1} q(x_1) dx_1 \\ Q_2(x_1) &= \int_0^{x_1} Q_1(x_1) dx_1 \\ Q_3(x_1) &= \int_0^{x_1} Q_2(x_1) dx_1 \\ Q_4(x_1) &= \int_0^{x_1} Q_3(x_1) dx_1 \end{aligned} \right\}$$

とおき、頭部で $y_1 = y_1' = 0$ の条件を用いて積分すると

$$\left. \begin{aligned} EI y_1''' &= Q_1(x_1) - S_0 \\ EI y_1'' &= Q_2(x_1) - S_0 x_1 - M_0 \\ EI y_1' &= Q_3(x_1) - S_0 \frac{x_1^2}{2} - M_0 x_1 \\ EI y_1 &= Q_4(x_1) - S_0 \frac{x_1^3}{6} - M_0 \frac{x_1^2}{2} \end{aligned} \right\} (4.3)$$

を得る。

一方、地中部に対して

$$y_2 = e^{-\beta x_2} (-A \sin \beta x_2 + B \cos \beta x_2)$$

$$\beta^4 = \frac{E_s}{4EI}$$

$$\left. \begin{aligned} y_2' &= -\beta e^{-\beta x_2} \{ (-A+B) \sin \beta x_2 + (A+B) \cos \beta x_2 \} \\ y_2'' &= \beta^2 e^{-\beta x_2} (2B \sin \beta x_2 + 2A \cos \beta x_2) \\ y_2''' &= -\beta^3 e^{-\beta x_2} \{ (2B+2A) \sin \beta x_2 + (-2B+2A) \cos \beta x_2 \} \end{aligned} \right\} (4.4)$$

となるから、地表面での連続条件より

$$\left. \begin{aligned} EIB &= Q_4(l) - S_0 \frac{l^3}{6} - M_0 \frac{l^2}{2} \\ -EI\beta(A+B) &= Q_3(l) - S_0 \frac{l^2}{2} - M_0 l \\ EI\beta^2 \cdot 2A &= Q_2(l) - S_0 l - M_0 \\ -EI\beta^3(2A-2B) &= Q_1(l) - S_0 \end{aligned} \right\} (4.5)$$

すなわち

$$\left. \begin{aligned} -2(\beta l)^3 EIA + 2(\beta l)^3 EIB + S_0 l^3 &= Q_1(l) l^3 \\ 2(\beta l)^2 EIA + S_0 l^3 + M_0 l^2 &= Q_2(l) l^2 \\ -2\beta l EIA - 2\beta l EIB + S_0 l^3 + 2M_0 l^2 &= 2Q_3(l) l \\ 6EIB + S_0 l^3 + 3M_0 l^2 &= 6Q_4(l) \end{aligned} \right\} (4.6)$$

が得られる。この連立方程式を解いて未知数 S_0 、 M_0 、 A 、 B が定まり、撓み曲線が求められる。

(3) 曲げモーメントの計算

諸元: $l = 23 \text{ m}$, $EI = 6.9 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$, $D = 50 \text{ cm}$, $k_A = 0.34 \text{ kg/cm}^3$, $E_s = k_A D = 17 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta = \sqrt[4]{E_s/4EI} = 0.0016 \text{ cm}^{-1}, \quad \beta l = 3.67$$

表-5 角柱に作用する波力

($h = 10 \text{ m}$, $H = 6 \text{ m}$, $T = 12 \text{ sec}$,
 $D = 0.5 \text{ m}$, $C_D = 2$)

z (地盤上 の高度)	$U_z = \frac{\pi H}{T} u$ (無次元 流速)	u (流速)	q (波力)
14.5 m	5.5	8.6 m/sec	3.8 t/m
10	2.8	4.4	1.0
5	1.9	3.0	0.46
0	1.7	2.7	0.37

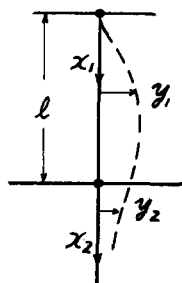


図-8 座標系

波力分布より $Q_1(l) = 1.46 \times 10^4 \text{ kg}$, $Q_2(l) = 1.46 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{cm}$, $Q_3(l) = 8.51 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$
 $Q_4(l) = 3.64 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^3$

これらを (4.6) に代入して解くと

$$S_0 = 8.57 \times 10^3 \text{ kg}, \quad M_0 = -5.48 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$EIA = 8.68 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^3, \quad EIB = 83.05 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^3$$

を得る。任意点の曲げモーメントは

$$\text{地上部: } M(x_1) = M_0 + S_0 x_1 - Q_2(x_1)$$

$$\text{地中部: } M(x_2) = 2\beta^2 e^{-\beta x_2} (EIB \sin \beta x_2 + EIA \cos \beta x_2) \quad (4.7)$$

で与えられる。図-9 に計算値と実測値の比較を示す。分布の形はよく一致しているが、計算値の方がかなり大きい。このような細い角柱に対し、 $C_D = 2$ は過大なのかも知れない。

(4) 固有周期

この杭の地中部における第一不動点は、地表面下

$$l' = \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \frac{B}{A} = 9.2 \text{ m}$$

の深さにある。簡単にこの点と頭部とで固定された梁として固有周期（基本振動）を算出すると

$$T_0 = 0.28 (l + l')^2 \sqrt{\frac{wA}{gEL}} = 0.19 \text{ sec}$$

となる ($wA = 2.9 \text{ kg/cm}$)。これに対し、実測値はほぼ 0.14 sec であった。(4.4) のような変位を用いて固有周期の式を導びくこともできるが、極めて複雑な形となり、計算結果は必ずしも実測値に近づくない。大略の値は、上記の程度の簡易計算で十分であろう。

さて、固有周期 0.14 sec に対し波の周期は 12 sec であるから、動的効果は全くないと考えてよい。しかしこの場合の波はかなり碎波に近く、波峰は尖って波力はむしろ衝撃性を帯びてくる。歪測定記録を見ると、波峰通過時に急激な増減を示しており、固有周期をもった微細な振動が誘発されていた。

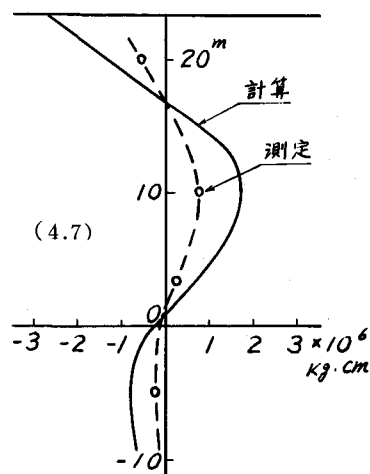


図-9 角柱の曲げモーメント分布

〔問題 5〕四脚プラットフォームの動的応答

4本の脚柱と上部工とから成る構造物が、水深 10 m の地点に設置されている (図-10)。問題 4 で求めた波力を継続時間 2.0 sec の等辺三角形パルスと仮定し、動的応答を考慮して柱頭の曲げモーメントを計算せよ。

〔解答〕波力を受ける構造物の動的応答の問題は、昨年の研修会でも岩垣教授が解説している⁶⁾。動的応答を考える際は、構造物の振動特性はもちろんのこと、外力の波形もまた重要な因子である。その意味から、不規則波に対する取扱いが近年進展しつつあるが、本問題では、前問で述べたような衝撃的波力を対象とした計算を示す。

(1) 固有周期および減衰率

諸元: $l = 20 \text{ m}$, $EI = 6.9 \times 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$, $D = 50 \text{ cm}$, $k_h = 2.2 \text{ kg/cm}^3$, $E_s = k_h D = 110 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta = \sqrt[4]{E_s / 4EI} = 0.0025 \text{ cm}^{-1}, \quad \beta l = 5.0$$

頭部固定杭（回転のみ固定）の第一不動点の深さは

$$l' = \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \frac{\beta l + 1}{\beta l - 1} = 3.9 \text{ m} \quad (5.1)$$

である。簡単に、この点で固定されたラーメン（水平材の剛度無限大）と考える。頭部の水平変位に関するバネ係数は $k = (l + l')^3 / 48 EI$ であるから、脚柱の質量を無視すると（今の場合、模型の脚柱4本分の重量は上部工の2%）、固有周期は

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{W(l + l')^3}{48 g EI}} = 1.75 \text{ sec} \quad (5.2)$$

となる。実測値は 1.79 sec であつた。また実測により対数減衰率 $n T_0 = 0.41$ が得られた。

(2) 衝撃的波力の表示

前問で算出した波力 $q(x)$ を各点でのピーク値とし、時間的には図-11のように変化するものとする。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{t}{t_1} & , t=0 \sim t_1 \\ &= \frac{t}{t_1} - 2 \frac{t-t_1}{t_1} & , t=t_1 \sim 2t_1 \\ &= \frac{t}{t_1} - 2 \frac{t-t_1}{t_1} + \frac{t-2t_1}{t_1} & , t > 2t_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

($t_1 = 1.0 \text{ sec}$)

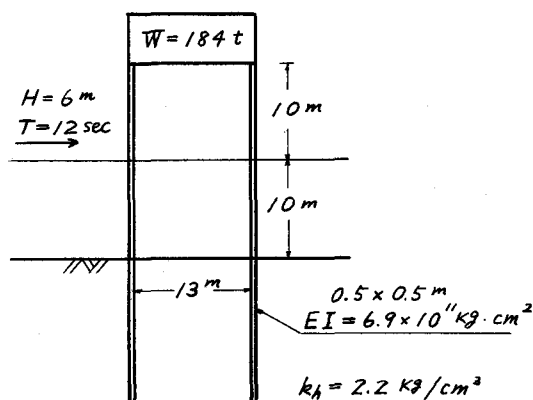


図-10 四脚プラットフォーム

とおけば、波力は $q(x)\varphi(t)$ で表わされる。

この波力は脚柱1本あたりのもので、前部脚柱を通過した波は、やがて後部脚柱に達して同じ波力をもたらす。今の場合、脚柱間隔 = 13 m、波速 = 9.4 m/sec であるから、時間差は 1.4 sec である。

(3) 脚柱の弾性方程式

前部脚柱のみ載荷状態にあるものとし、脚柱の質量を無視して弾性方程式を立てると、

$$\left. \begin{aligned} \text{前部: } EI \frac{d^4 y_1}{dx^4} &= q(x) \\ \text{後部: } EI \frac{d^4 y_2}{dx^4} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

となる。ただし $\varphi(t)$ の項は省略して記す。

これらを積分し、各柱頭での剪断力・曲げモーメントをそれぞれ S_1, S_2, M_1, M_2 、変位を δ と書き、また下端で共に $y = y' = 0$ なる条件を用いると、次の連立方程式が得られる。

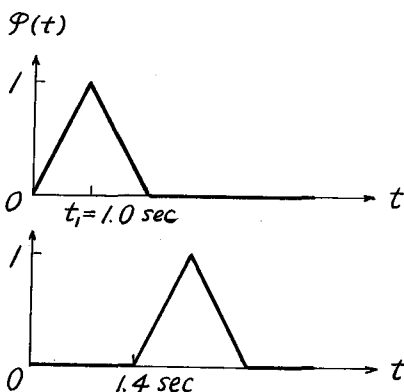


図-11 衝撃波力

$$\left. \begin{aligned}
 Q_3 (l+l') - S_1 \frac{(l+l')^2}{2} - M_1 (l+l') &= 0 \\
 Q_4 (l+l') - S_1 \frac{(l+l')^3}{6} - M_1 \frac{(l+l')^2}{2} + EI \delta &= 0 \\
 -S_2 \frac{(l+l')^2}{2} - M_2 (l+l') &= 0 \\
 -S_2 \frac{(l+l')^3}{6} - M_2 \frac{(l+l')^2}{2} + EI \delta &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

したがって

$$\left. \begin{aligned}
 S_1 &= -\frac{12EI}{(l+l')^3} \delta + \frac{6}{(l+l')^2} Q_3 - \frac{12}{(l+l')^3} Q_4 \\
 S_2 &= -\frac{12EI}{(l+l')^3} \delta \\
 M_1 &= \frac{6EI}{(l+l')^2} \delta - \frac{2}{(l+l')} Q_3 + \frac{6}{(l+l')^2} Q_4 \\
 M_2 &= \frac{6EI}{(l+l')^2} \delta
 \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

と表わされる。

(4) 上部工の運動方程式

上部工に作用する力は、各柱頭剪断力の合計

$$2(S_1 + S_2) = -\frac{48EI}{(l+l')^3} \delta + \frac{12}{(l+l')^2} Q_3 - \frac{24}{(l+l')^3} Q_4 \quad (5.7)$$

である。したがって上部工の変位 $\delta(t)$ に関する運動方程式は、減衰を考慮に入れ、また $\varphi(t)$ の項を復活すると次のようになる。

$$\frac{W}{\mathcal{F}} \ddot{\delta}(t) + 2n \frac{W}{\mathcal{F}} \dot{\delta}(t) = -\frac{48EI}{(l+l')^3} \delta(t) + \frac{12}{(l+l')^3} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} \varphi(t) \quad (5.8)$$

固有振動数 ω ($= 2\pi/T_0$, T_0 は (5.2) 式) を用いれば

$$\ddot{\delta}(t) + 2n \dot{\delta}(t) + \omega^2 \delta(t) = \frac{12\mathcal{F}}{W(l+l')^3} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} \varphi(t) \quad (5.9)$$

である。

$\delta(t)$, $\varphi(t)$ の Laplace 変換をそれぞれ $\delta(s)$, $\varphi(s)$ と書き、初期条件を $\delta(0) = \dot{\delta}(0) = 0$ と考えて (5.9) に変換を施すと、

$$\begin{aligned}
 (s^2 + 2ns + \omega^2) \delta(s) &= \frac{12\mathcal{F}}{W(l+l')^3} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} \varphi(s) \\
 \therefore \delta(s) &= \frac{\varphi(s)}{(s+n)^2 + \omega^2 - n^2} \frac{12\mathcal{F}}{W(l+l')^3} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \}
 \end{aligned} \quad (5.10)$$

となる。(5.3) より

$$\varphi(s) = \frac{1}{t_1 s^2} - 2 \frac{e^{-t_1 s}}{t_1 s^2} + \frac{e^{-2t_1 s}}{t_1 s^2} \quad (5.11)$$

である。

(5) 柱頭の曲げモーメント

$M_1(t)$, $M_2(t)$ の Laplace 変換 $M_1(s)$, $M_2(s)$ は, (5.6) と (5.11) とから求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_1(s) &= M_2(s) - \varphi(s) \frac{2}{(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 3 Q_4 \} \\ M_2(s) &= \frac{\omega^2}{(s+n)^2 + \omega^2 - n^2} \varphi(s) \frac{3}{2(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

さて

$$\frac{\omega^2}{(s+n)^2 + \omega^2 - n^2} \frac{1}{t_1 s^2}$$

の逆変換を $f(t)$ と表わすと, 今の場合 $n^2 \ll \omega^2$ であるから

$$\begin{aligned} f(t) &\doteq L^{-1} \left\{ \frac{\omega^2}{(s+n)^2 + \omega^2 - n^2} \frac{1}{t_1 s^2} \right\} = \frac{\omega}{t_1} \int_0^t d\tau \int_0^\tau e^{-n\lambda} \sin \omega\lambda d\lambda \\ &= \frac{\omega t}{\omega \cdot \omega t_1} - \frac{2n}{\omega \cdot \omega t_1} + \frac{e^{-nt}}{\omega t_1} \left(\frac{2n}{\omega} \cos \omega t - \sin \omega t \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

である。したがって

$$\begin{aligned} F(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{\omega^2}{(s+n)^2 + \omega^2} \varphi(s) \right\} = f(t) & , t = 0 \sim t_1 \\ &= f(t) - 2f(t-t_1) & , t = t_1 \sim 2t_1 \\ &= f(t) - 2f(t-t_1) + f(t-2t_1), t > 2t_1 \end{aligned}$$

と書けば, 曲げモーメントの時間的变化は

(5.14)

$$\left. \begin{aligned} M_2(t) &= \frac{3}{2(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} F(t) \\ M_1(t) &= M_2(t) - \frac{2}{(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 3 Q_4 \} \varphi(t) \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

となる。

これは前部脚柱にのみ載荷したときの値であつて, 1.4 sec 後には後部脚柱に同じ波力が作用して, 前部柱頭には上記の M_2 を, 後部柱頭には M_1 を生ずる。その重ね合せが最終的な値である。すなわち

$$\text{前部: } M_1(t) + M_2(t-1.4)$$

$$\text{後部: } M_2(t) + M_1(t-1.4)$$

である。

(6) 数値計算

前問の波力算定値より

$$Q_3(l+l') = 1.55 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2, \quad Q_4(l+l') = 8.40 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^3$$

$$\therefore \frac{3}{2(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 2 Q_4 \} = 5.3 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\frac{2}{(l+l')^2} \{ (l+l') Q_3 - 3 Q_4 \} = 4.2 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

また, $\omega = 2\pi/T_0 = 3.6 \text{ sec}^{-1}$, $\omega t_1 = 3.6$, $n = 0.41/T_0 = 0.23 \text{ sec}^{-1}$, $n/\omega = 0.065$, $2n/\omega = 0.13$ であるから, (5.13) は

$$f(t) = \frac{1}{3.6} \{ \omega t - 0.13 + e^{-0.065 \omega t} (0.13 \cos \omega t - \sin \omega t) \}$$

となる。以下, 計算を遂行すると, 図-12のような結果が得られる。前後の波力の位相差のため,

初めのうちはやや複雑なカーブを描いているが、やがて単調な減衰振動に移っている。図-13は実

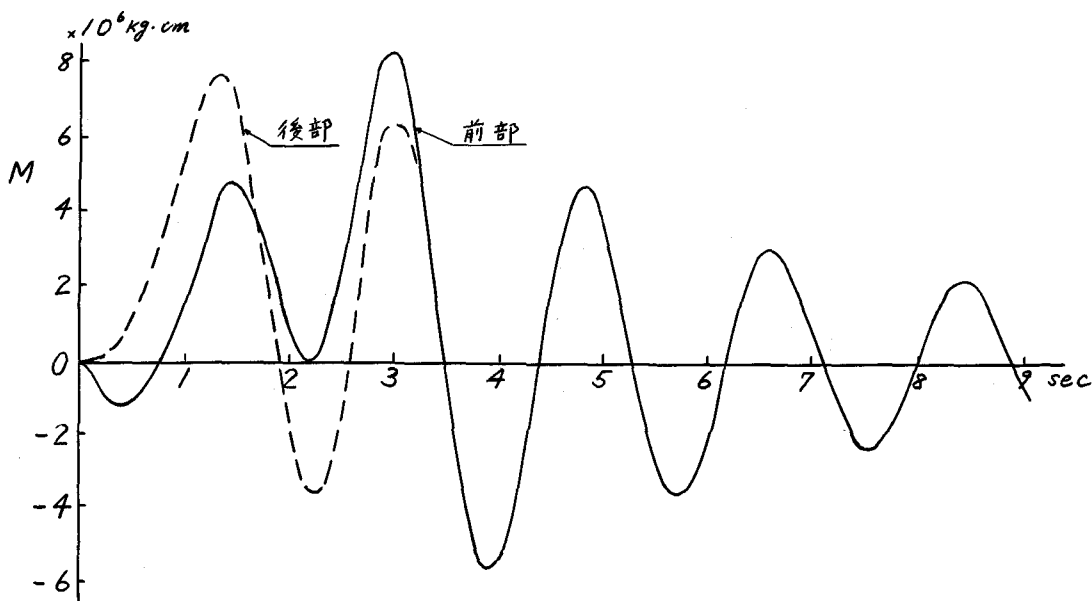


図-12 柱頭曲げモーメント計算値

測記録で、計算はよくその傾向を示しているものといえよう。

図-14は実測曲げモーメントの分布である。柱頭附近では大略 $4 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ であるが、図-12における最大値は $8 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ 程度で、やはり前問と同じく計算値がほぼ2倍となっている。

なお、上述の計算では、時刻 $t=0$ でプラットフォームの変位・速度ともに0であるという初期条件により、過渡状態として解いた。実際には周期 12sec の間隔で波峰が連続通過するため、波力も繰返し作用し、現象はやがて定常状態に達することとなる。今の例題では、衝撃的波力の作用時間が波の周期に比して短く、次の波の到達時まで振動はほとんど減衰してしまうので、周期的波力に対する定常状態として解いても結果に大きな差はない。

あとがき

以上の例題解説で示した解析法は、類似の問題へ容易に応用することができ、何れも手計算

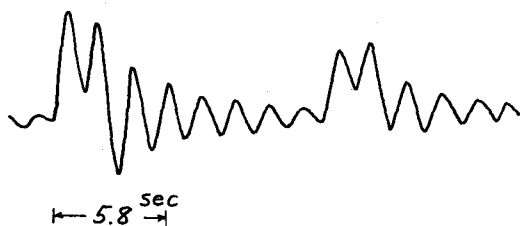


図-13 歪み記録

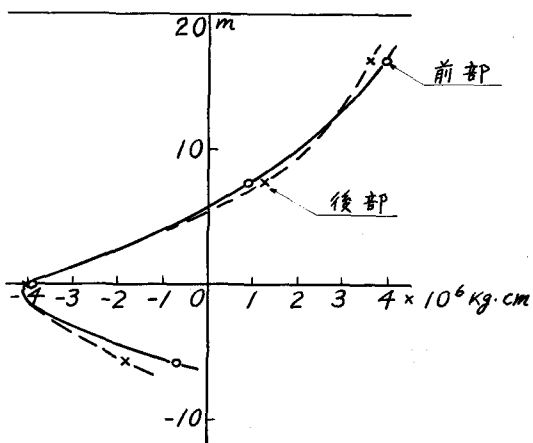


図-14 脚柱の曲げモーメント分布(測定)

の範囲で計算可能である。各種海洋構造物に関連した事象の本質を理解し、概略の数値を得るため

に役立つものと思う。もちろん、理論の前提となる条件や、介在する係数値の影響などは十分認識し、計算の過大評価はいましめるべきである。

〔 参 考 文 献 〕

- 1) 井島武士：最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用，1971年度水工学に関する夏期研修会講義集（Bコース），土木学会水理委員会，1971年7月
- 2) 伊藤喜行・千葉繁：浮防波堤の水理に関する近似理論と応用，港湾技術研究所報告 11 巻 2 号，1972 年 6 月
- 3) K. Takano: Effet d'un obstacle parallelepipedique sur la propagation de la houle, LA HOUILLE BLANCHE, Mai 1960.
- 4) C.J.R. GARRETT: Wave forces on a circular dock, J.Fluid Mech. vol.46, part 1, 1971
- 5) Y.Goda: Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder: Experiments and a Proposed Method of Wave Force Computation, 港湾技術研究所欧文報告 No.8, 1964 年 8 月
- 6) 岩垣雄一：波浪に対する構造物の動的応答，1971 年度水工学に関する夏期研修会講義集（Bコース），土木学会水理委員会，1971 年 7 月