

波浪観測とその解析

土 屋 義 人

1 結 言

海岸波浪の観測は一般には波浪現象を究明するための観測と波浪特性が場所ごとにどのような統計的な現われ方をするかを明らかにするための観測とに分けられる。前者では、比較的短期間であるが、精度の高い観測が望まれるが、これに対して後者では精度よりもむしろ欠測の少ない確実な観測を長期間にわたって実施することが必要である。¹⁾しかしながら、できれば前者において用いられるような精度の高い継続観測が実施されることが望まれるわけであって、これまでこのような試みの開発研究がさかんに行なわれてきた。とくに、わが国においては1953年ころより運輸省の港湾技術研究所²⁾(当時は運輸技術研究所)や北海道開発局土木試験所などが中心となって、波浪観測法の開発研究が進められ、現在では沿岸波浪に関してはいちおう所期の継続観測が実施できるようになってきた。これら波浪観測法については、すでに昨年の水工学講習会において村木氏³⁾によって詳細な解説がなされており、波浪観測法の問題点が明らかにされている。したがって、ここでは波浪観測法の概説に引き続いて、主として観測結果の解析法について説明することにしたい。

2 波浪観測の方法

一般に海岸波浪は、波高、周期、波長および波向きによってその特性をあらわすことができるので、ここではこれらの諸量の観測方法についてその概要を述べる。

1) 波高・周期の観測

海面の1点における水位の時間的変化を観測すればよいが、これにはつぎのような方法がある。その第1は直接観測法に分類されるものであって、村木³⁾の分類によれば表-2.1に示されるように、その計測方法と計測器として各種のものが考案され、実用に供せられている。このうちほとんどすべてのものは、水深30m程度のいわゆる浅海における波浪観測に適するものであって、観測塔や海岸での基地から観測または計測するのであるが、さらに水深の深い海域での観測が必要である場合には、たとえば運研において開発されつつあるように、固定式のブイに超音波式波高計などを併設して、風および流れの特性とともに観測することも考えられている。

表-2.1 波浪観測法の分類と波高計²⁾

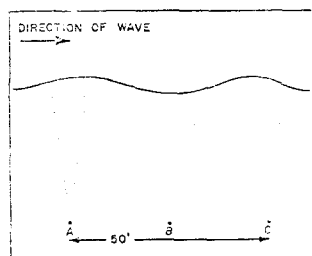
直接観測法	光学的方法	標柱法, 実体写真法, 実体視式波高計, スタジャ式波高計
	音響学的方法	水中発射型超音波式波高計, 空中発射型超音波式波高計
	機械的方法	フロート式
	電気的方法	平行線式波高計, 抵抗線式波高計, ステップ式波高計, 容量式波高計
間接観測法	気圧変化を利用する方法	
	加速度変化を利用する方法	ブイ式波高計
	浮力変化を利用する方法	浮力式波高計

└ 水圧変化を利用する方法 ─── 摺動抵抗型、直記型、差動変圧器型、
 ストレインゲージ型、パイプロトン型、
 差圧検出型、スタトスコープ式、吊り下げ
 式、磁歪型、圧電素子型、各水圧式波高計

第2の方法はいわゆる間接観測法であって、表-2.1に示したように種々の方法が考案されているが、波動にともなう水圧の変化を観測する方法は比較的簡便であるために、各種の波高計が実用になっている。しかし、これは水圧の変動と水面変動との対応をあらかじめ見出しておく必要があり、その補正係数の特性を究明することが大切であって、後述するような問題点がある。そして、この方法では一般に浅海における波浪観測が実施されるが、ブイなどと併用することによって、水深数10m程度の海域での波浪観測にも用いることも試みられている。一方、ブイに加速度計を設置して、加速度の時間的変化を2度積分してブイの上下運動を求め、それから波浪特性を知ろうとする方法は、性能のよいブイの開発とあいまって、浅海および深海にも適用できるものであるが、測定精度において種々の問題があるといわねばならないであろう。この方法では、ブイの傾きも観測することによって、波向きの観測も実施できるが、詳細については後述するつもりである。深海における波浪観測の方法としては、このようなブイの運動そのものによるほか、波動運動の影響のないところの水圧を基準として水面の変動を測定しようとする試みも考えられている。⁴⁾

このほか海洋での波浪観測としては、船体に圧力式の波高計をとりつけ船の動揺を補正して波浪を観測するもの(ship-borne wave recorder)⁵⁾や潜水艇に水中型の超音波波高計を図-2.1のように数点設置して、方向スペクトルをも 図-2.1 潜水艇による波浪観測
 (A_N B_N C_Nが潜水艇)
 測定しようとする試みもある。⁶⁾

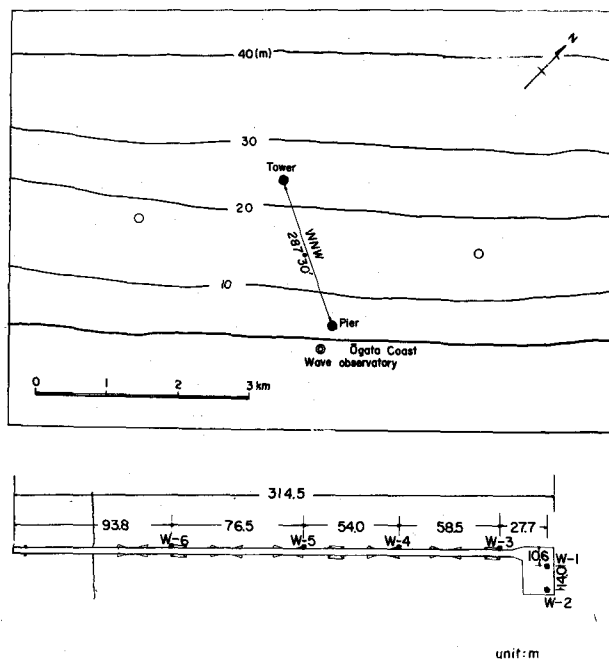
以上述べたものは、主として海岸または海洋の1点における波浪の観測を目的としたものであるが、波浪はその風域の特性からも明らかに、種々の方向から来襲した波浪が合成されたものであるために、より詳細にはさらに平面的な観測を実施する必要がある。そのためには、表-2.1に示した実体写真法による海面の連続撮影以外に可能な方法は現在ではないが、この方法は観測条件において大きな制約を伴うし、またデータの解析処理がきわめて煩雑であるために、継続観測としては実用的でない。



一方、海岸波浪の変形や海岸漂砂などの研究を実施するためには、同一海岸における数点の波高計によって浅海における波浪の同時観測を実施する必要がある。このためには、一般に観測用長大栈橋を利用することが考えられる。長大栈橋としては、有名なScripps pierがあり、海岸工学研究センターにおいてもAtlantic Cityのpierを利用して観測を実施した。図-2.2は防災研究所附属大波浪観測所で観測のために利用している帝国石油K・K.の第1人工島および第3人工島の位置図と栈橋の略図を示したものであり、現在前者に階段抵抗式波高計6台(一部超音波波高計による3角形アレイに更新予定)および後者に階段抵抗式波高計1台(超音波式波高計を1台追加して2要素をテレメーター送信の予定)が設置されており、海岸波浪の観測

を実施している。これは研究用のきわめて特殊なものであるが、後述するように、海岸波浪の特性には観測水深が大きく影響するし、また深海と浅海域や沿岸において波浪特性が変化するので、海洋開発の進展とともに観測水深も増大するであろうし、したがって深海から浅海までの波浪の変形も明らかにされなければならないと思われる。こうした目的のためには、海岸線に直角方向の数点における同時観測はきわめて大きな意義をもつものであるろう。

図-2.2 大湊波浪観測所の波高計の配置図



2) 波向の観測

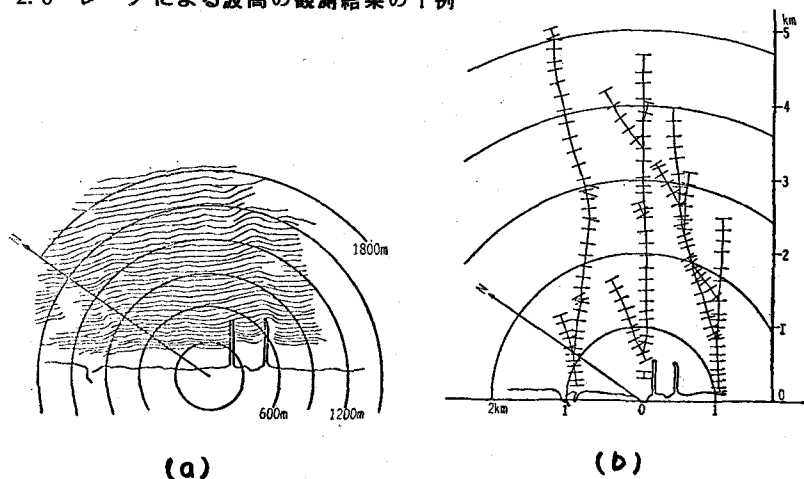
波浪の特性のうち波向の観測は波高および周期の観測と同時に実施されるべきものであるが、継続観測として実施できる測器が開発されなかったために、比較的その実例が少ない。波高の観測方法として考えられるものを方法によって分類すれば、つぎのようにあらわされる。

表-2.2 波高観測法の分類

光学的方法	———	実体写真法, ステレオ波高計 (トランジットまたは方位盤による目視観測)
電気的方法	———	定置式波高計
音響学的方法	———	海象観測用レーダー
波高計を利用する方法	———	観測用ブイ, 波高計のアレイ, 潜水艇を利用するもの

これらの方法のうち、実体写真法によるものは海面の航空写真を図化して波高分布とともに波向きを求め、いわゆる方向スペクトルを算出するもので、たとえば Cote ら^{7), 8)} によって S W O P (Stereo Wave Observation Project) として実施された。この方法による方向スペクトルの算出方法については後述するつもりである。ステレオ波高計は井島ら⁹⁾ によって開発されたもので、その原理は実体写真法と同様であるが、同一の視野内の多数点で同時観測を実施する場合に、同じ相対位置で陸上に目標を設置してフィルムに写しこんでおき、これとの比較から簡単に標定を行なうことができる。したがって、多数点の同時波形がえられるので、方向スペクトル

図-2.3 レーダによる波高の観測結果の1例



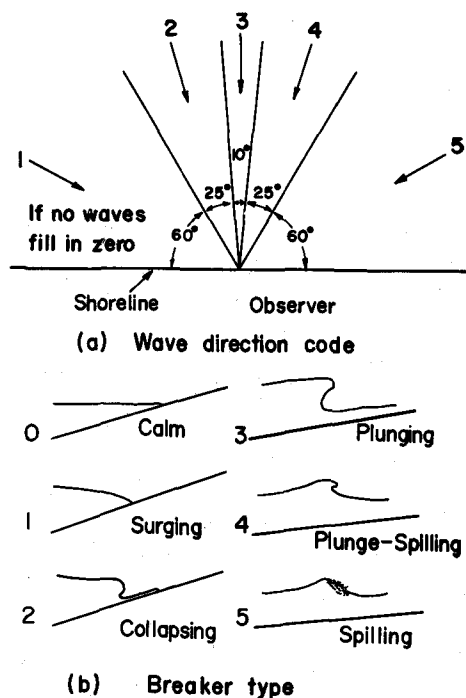
ルを算出することができ、砕波帯における波浪の研究に有効に利用されている。

つぎに、波高の定常観測に対してミリ波レーダを利用することも試みられ、¹⁰⁾波向、波速などの観測が実施されているが、図-2.3はこれらの観測結果の1例を示したものである。すなわち、(a)は鹿島港における波峰線分布を示し、また(b)はその結果を用いて波浪の侵入経路を画いたものである。このように、この方法は波向の定常観測を天候にあまり左右されないで実施できる大きな特徴をもっている。

2) 砕波帯における目視観測

米国の海岸工学研究センター^{11) 12)}では、1954年ころより海岸侵食のように長期にわたる波浪特性を調査するために、波高、周期、波向および砕波型を目視観測によって観測する計画をたて、太平洋、大西洋およびメキシコ湾における各地の海岸において継続的に実施してきた。この場合、まず波高は砕波の $\frac{1}{3}$ 最大波高とし、また周期は与えられた点を通る10波についての平均値とする。そして、波向および砕波型については、図-2.4の定義に従っていずれもそれらのコードナンバーによって波高および同期とそれらの観測期日および時刻とともに、所定の用紙に記入され、計算機によって直ちに統計処理ができるようになっている。この場合の波高の測定精度は約30 cmとされている。沿岸環境の長期的変化を見出す必要のあるときには、欠測の比較的多い波高計による観測よりも、このような目視観測による観測資料が有効に生かされる場合が少なくないであろう。この観測結果の1例については、3において後述するつもりである。

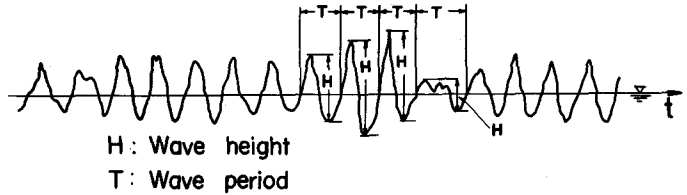
図-2.4 目視観測における波高および砕波型の定義



3 平均波法による観測記録の解析

図-3.1 波浪記録のよみとり方

観測記録の解析処理方法としては、いわゆる有義波法で代表される平均波法と波浪スペクトルによるものがあるが、ここでは前者の方法について述べ、その結果えられる波浪の統計的性質について説明する。



1) 平均波法による記録のよみとり方¹³⁾

図-3.1には波浪記録の1例を示すが、これから波高および周期をよみとるには、一般につきのようなゼロアップクロス法(zero-up-cross method)による。すなわち、波形の記録において基準線を上方によぎる点から同様に上方に向ってよぎるつぎの点までの間隔 T をもって周期とし、この間の最大点と最小点間の差 H を波高と定義して記録をよみとるのである。ただし、この場合図に示したように上記の区間において基準線を切らない波形または変動は無視されるが、主観性に左右されない点でこのよみとり方法は実用的であるといえる。この場合、基準線は一般に経験的に中心線を想定することによって決められる。

おのおのの波高および周期がよみとられると、一連の記録に対して、つぎのような代表的な波高が定義される。

- 平均波 連続した100波以上の記録から求められたすべての波高および周期のそれぞれの平均値($H_{\overline{100}}$ および $T_{\overline{100}}$)
- 有義波($1/3$ 最大波) 同じくよみとられたおのおのの波高の大きいものから全波数の $1/3$ に相当するものの波高および周期のそれぞれの平均値($H_{1/3}$ および $T_{1/3}$)
- $1/10$ 最大波 同様に波高の大きいものから全波数の $1/10$ に相当するものの波高および周期のそれぞれの平均値($H_{1/10}$ および $T_{1/10}$)
- 最高波 一連の記録においてよみとられた波高の最大の波であって、その波高 H_{max} と周期 T_{max} であらわす。

いま基準面からの変動 η の確率密度 $p(\eta)$ がGauss分布

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{-\frac{\eta^2}{2\sigma_0^2}\right\} \quad (3.1)$$

に従い、かつ狭い周波帯の変動と考えられる場合には、周知のように波高の確率密度 $p(H)$ は次式のRayleigh分布であらわされる。¹⁴⁾ここに、 σ_0 は η の標準偏差である。

$$p(H) = \frac{\pi H}{2\overline{H}^2} \exp\left\{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H}{\overline{H}}\right)^2\right\} \quad (3.2)$$

ここに、 $\overline{H}$ は平均波高である。これは海面の変動に対して線型ランダムモデルを仮定した場合であって、このとき前述した代表的な波高の間には、つぎの関係が成立することが示されている。

$$H_{1/10} = 1.30 H_{1/3}, \quad H_{1/3} = 1.57 \overline{H} \quad (3.3)$$

また、これに対応した周期の確率密度 $p(T)$ は、Bretschneiderによって、Rayleigh分布

$$p(T) = 2.7 \frac{T^3}{\overline{T}^4} \exp\left\{-0.675\left(\frac{T}{\overline{T}}\right)^4\right\} \quad (3.4)$$

であらわされる。

一方、非線型の影響をうける場合については、 η の分布としていわゆる Gram-Charlier 分布

$$p(\eta) = \left[1 + \frac{1}{6} \sqrt{\beta_1} H_3 + \frac{1}{24} (\beta_2 - 3) \times H_4 \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_0} \exp \left\{ -\frac{\eta^2}{2\sigma_0^2} \right\} \quad (3.5)$$

が成立するといわれる。ここに、

$$H_3 = \eta^3 - 3\eta, \quad H_4 = \eta^4 - 6\eta^2 + 3,$$

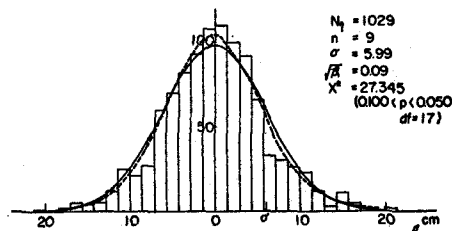
$\sqrt{\beta_1}$: 歪度および β_2 : 尖度である。

図-3.2 には合田ら¹⁷⁾によって示された名古屋港での観測結果に基づいて、(3.1), (3.2), (3.4), および (3.5) 式を比較検討したものの一部を示す。また、図-3.3 は (3.3) 式によってあらわされる関係を検討したものであって¹⁸⁾ 有義波高の増大とともに若干非線型効果があらわれていることがわかる。

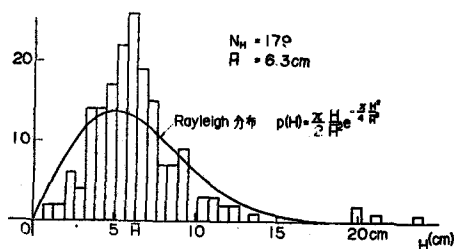
また、このような波浪記録のよみとりは、記録をデジタル化し電子計算機によって処理することも実施されているが、この場合には基準線に相当する平均値は簡単に求められるので、この方法による精度はデジタル化のための時間間隔 Δt の大小と波の周期とに依存することになる。高橋ら¹³⁾ はこのような方法で Δt の大きさによる波浪特性の算定誤差を図-3.4 に示すように求めている。ただし、この結果においては Δt として現地観測の記録においてよみとりうる Δt の値の最小値として 0.2 sec を基準として計算してある。この結果からすれば、波浪の平均周期が 6 ~ 20 sec で記録紙上の平均波高が 10 ~ 50 mm である場合には、 Δt を 0.5 sec としても 0.2 sec とした計算結果に対する相対誤差はたかが

1 % 程度であることになる。このことは、また波高計の種類によっても相違するはずであって、超音波式波高計や容量式波高計のように、かなり短周期の波浪をも記録されるような場合には、上述のことからも明らかなように Δt として 0.2 sec 程度で計算する必要がある。¹³⁾

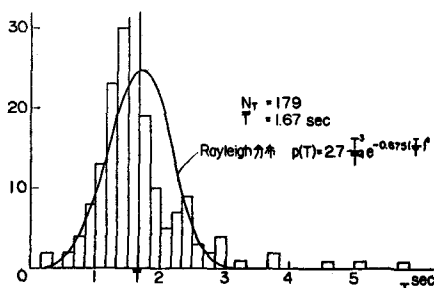
図-3.2 基準面からの水位変動の分布特性



(d)

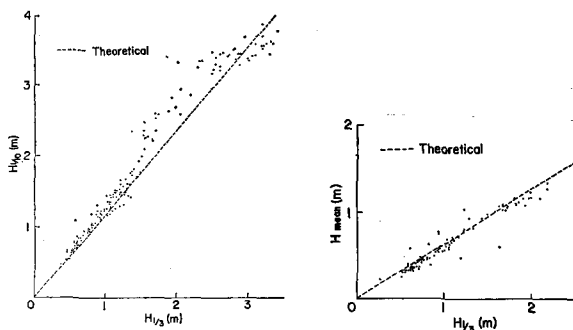


(b)



(c)

図-3.3 平均波法による波浪特性



以上の方法によって、波浪記録から波浪特性を直接算出することは、直接観測法たとえば階段抵抗式波高計や超音波式波高計などによってえられた記録に対して適用されるが、間接観測法とくに水圧式波高計の場合には、水圧変動から水面の変動に換算するためのつぎのような補正が必要になる。

2) 水圧式波高計の記録の処理

水圧式波高計による観測記録から波高を算出する場合には、圧力波高を前述したゼロアップクロス法によってよみとり、これにつぎの関係であらわされる係数 K をかければよい。すなわ

ち、これらの関係は微小振幅波理論からつぎのようにあらわされる。

$$H = n \frac{\rho}{\rho g} \frac{\cosh(2\pi h/L)}{\cosh(2\pi z_0/L)} = K \rho \quad (3.6)$$

ここに、 $K = (n/\rho g) \cosh(2\pi h/L) / \cosh(2\pi z_0/L)$ 、 H ：波高、 ρg ：海水の単位体積重量、 h ：測定位置の水深、 z_0 ：海底から波高計受感部までの高さ、 L ：波長 $[= (gT^2/2\pi) \tanh(2\pi h/L)]$ 、 T ：波の周期、 g ：重力の加速度、および n ：補正係数である。(3.6)式において、 ρ は圧力波として測定され、 T もその周期として求められるので、あらかじめ適当な方法によって波高との対応を見出しておけばよいわけであるが、つぎの点に注意しなければならない。まず、微小振幅波理論との相違などから生ずる補正係数 n につい

ては、一例を図-3.5に示すように、^{13) 19) 20)}各地点の条件や波高計の種類などのほか、波の周期によっても相違し、一般に周期が小さいほど減少することが示されている。したがって、一般的には直接観測法による波高記録と比較して補正係数の周波数による変化を見出してから校正す

図-3.4 Δt の大きさによる波浪特性の算定誤差

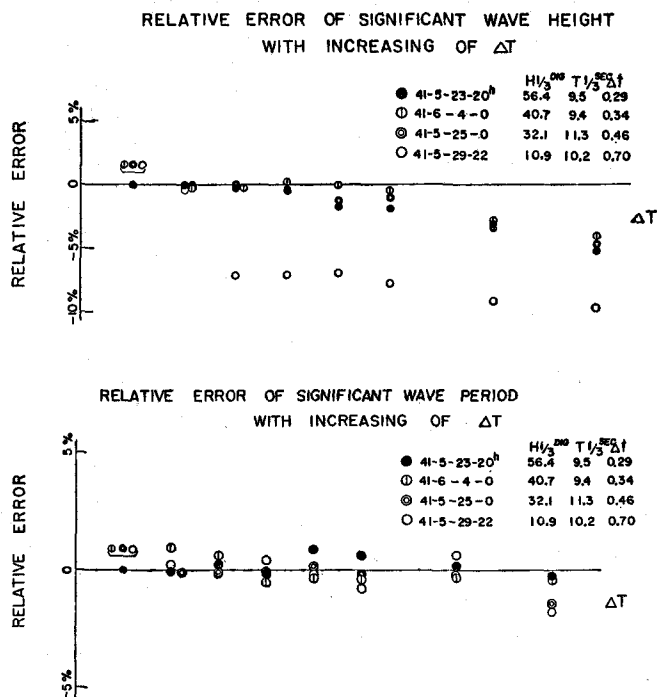
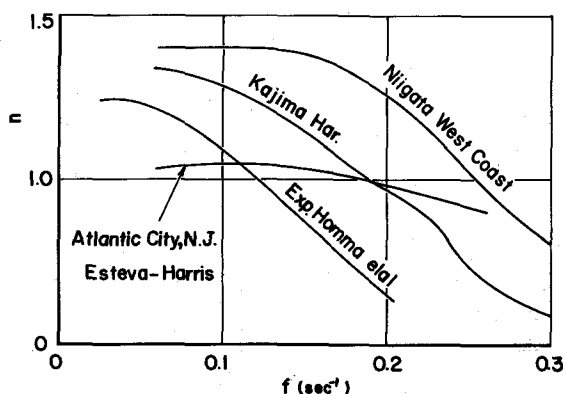


図-3.5 補正係数 n の周波数による変化



ればよい。その方法としては、種々のものが考えられるが、両者の同時記録がある場合には、圧力波のパワースペクトル ϕ_p 、波浪のそれを ϕ_w および両者のクロススペクトル ϕ_{pw} を導入すれば、一般に応答関数 K はつぎの関係から求められる。¹⁹⁾

$$\phi_w(f) = |K(f)|^2 \phi_p(f) + \phi_n(f), \quad \phi_{pw}(f) = K(f) \phi_p(f) \quad (3.7)$$

ここに、 $\phi_n(f)$ はノイズのパワースペクトルであるが、もしこのようなノイズが記録の処理において介入しないと考えられる場合には、(3.7)式から

$$K(f) = \{\phi_w(f)/\phi_p(f)\}^{1/2} \quad (3.8)$$

として算出されるが、さもないとクロススペクトルを求めて(3.7)式から計算しなければならない。図-3.6は本間ら¹⁸⁾が以上2つの方法によって計算した補正係数 n の変化を示したものであるが、両者の差は(3.7)式における $\phi_n(f)$ の影響であると考えられる。

つぎに注意しなければならないのは、(3.6)式の応答関数 K に含まれる水深 h の影響である。波高計の設置水深は一般に10数 m

程度までであるので、海底地形の変動を生じやすく、また潮汐などによって変化すると、これが K 値に及ぼす影響はかなり大きいので、水深の確認とともに潮汐による水深の変化を考慮して計算すべきである。

以上のような点を考慮すべきであるが、補正係数 n 値については、経験的に1つの定数たとえば1.35を用いているが、詳細に検討すべきときには n 値の特性を考慮すべきである。補正係数 n がわかった場合、これを圧力波のよみとり値に対してどう換算するかについては2つの方法が考えられる。その1つは、個々の波力波を波高に換算したのち、前述した定義にしたがって平均波、有義波、 $1/10$ 最大波などを求めるものであり、他の1つは波力波に対してこれらの特性値を求めてから、波高に換算する方法である。前者はいうまでもなくきわめて労力的であるが、後者の方法による相違は前者に対して波高において5~10%程度小さく、また周期に対して1~20%程度長くなるといわれるが、補正係数などに含まれる誤差を考えれば、後者で実用上十分であろう。¹³⁾

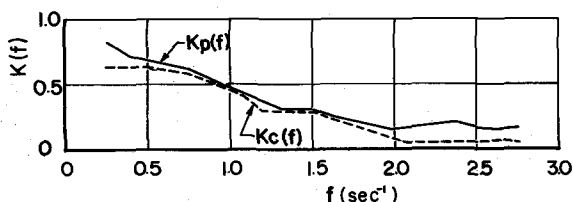
3) スケールアウトした記録の解析

異常な波浪時には、しばしばスケールアウトした記録が観測される場合が少なくない。これは記録計の管理などの理由によるものであるが、このような場合の波浪記録は一般にきわめて貴重であるから、その記録を解析して活用するように心がけるべきである。ここでは、前述したLonguet-Higginsによって示された波の振幅の分布特性を適用して、スケールアウトした記録から波浪特性を見出す高橋ら¹³⁾の方法を述べる。

いま、海面の水位変動が定常確率過程であらわされるとし、水面の変動の平均値からの偏差 $\eta(t)$ がGauss分布に従うとすれば、前述したように波の振幅はRayleigh分布になるので、半振幅 $H'/2$ が平均値からの偏差 a を超える確率 $P(H'/2)$ は、つぎのようにあらわされる。

$$P(H'/2) = \frac{1}{\sigma_a^2} \int_{H'/2}^{\infty} s \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_a^2}\right) ds = \exp\left\{-\frac{(H'/2)^2}{2\sigma_a^2}\right\} \quad (3.9)$$

図-3.6 パワースペクトルまたはクロススペクトルを用いて算出した水圧式波高計の応答関数の1例



したがって、 $H'/2$ 以上の波の平均値を $H'_0/2$ とすれば、

$$H'_0/2 = \left[\int_{H'/2}^{\infty} \frac{1}{H'/2} S^2 \exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma^2}\right) dS \right] / \exp\left\{-\left(H'/2\right)^2 / 2\sigma^2\right\} \quad (3.10)$$

であらわされる。一方 $(H'/2)_{1/3} = 1.416 \sqrt{2\sigma^2}$

であるので、この関係を (3.9) 式に代入

すれば、 $(H'_0/2)$ および $H'/2$ をあたえて

$(H'/2)_{1/3}$ の値を算出することができ、有義

波高は $2(H'/2)_{1/3}$ によって求められる。図-3.7 は以上の関係を図示したものであって、波高 H_c 以下の波だけを測定したときの平均波高 $\bar{H}_m$ から全波数に対する有義波高 $H_{1/3}$ を図から直ちに推定することができる。

4) 波浪の統計的性質

海岸波浪の統計的性質のうち、その分布特性については Rice または Longuet-Higgins らによって詳細な理論的考察がなされ、その概要はすでに日野²¹⁾によって明解に解説されているし、また概要は前述したので、ここでは主として季節変化や波浪の出現確率などの求め方について述べる。

波浪の現象を1つの統計的な現象であると考え、その統計期間として考えられるのは、週、月または年などであるが、ここで注意すべきことはそれらの期間での波浪が独立でなければならないことである。また、統計量として取扱う場合にも、それがどのような目的のために推計されるかによって、波浪の統計的性質のあらわし方が違ってくる。ここでは、合田¹⁶⁾や Galvin¹¹⁾¹²⁾らの研究をもとにして、波浪の統計的処理の方法について述べる。

(a) 波浪観測値の統計的独立性 定時観測によってえられた観測値は1つの時系列を作っている、その時系列の独立性は自己相関係数を求めることによって検討される。いま、観測値を $H_1, H_2, H_3, \dots, H_m, \dots, H_N$ とし、それらのおおのの値が n コだけ離れた観測値との間の相関係数は次式であらわされる。

$$r(n) = \frac{\frac{1}{N-n} \sum_{m=1}^{N-n} (H_m - \bar{H})(H_{m+n} - \bar{H})}{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (H_m - \bar{H})^2} \quad (3.11)$$

ここに、 $n = 0, 1, 2, \dots$ であり、また $\bar{H}$ は全観測値の平均値である。合田¹⁶⁾はこの方法によって新潟東港の有義波高について各期間の自己相関係数を計算して、図-3.8の結果をえた。

この結果によると、いずれの場合にも、 $p=2$ でほとんど相関がなくなっているが、 $p=7$ 週

間程度のところにも相関係数の極値があらわれており、ちょうど1週間のところにかなり強い相関があらわれている。前者は天気現象と同様な傾向を示すものであり、後者は日本海におけるしけ(時化)の周期とも関係するためであろう。また、新潟東港の冬期波浪については、約2.3日の周期変動も認められるが、いずれにしてもこれら相関係数の特徴には地域

図-3.7 スケールアウトした記録から有義波高を推定する関係 $H_{1/3}$ (m)

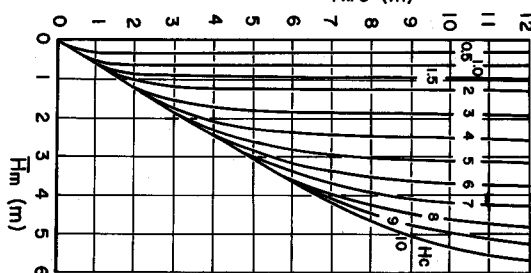
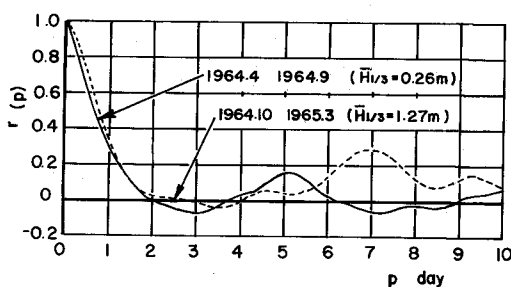


図-3.8 新潟東港の場合有義波高の自己相関係数



的特性が現われるはずであるので、波浪特性の推計を行なう場合にはあらかじめこの点を調べておく必要がある。

- (b) 確率波浪の推定 前述したように、波浪観測値の統計的独立性を考慮して、定時観測値から統計量を取り出して確率波浪を推定する必要があるが、この独立性の問題のほか観測期間が一般に短いために種々便宜的な推計の方法が試みられている。

その第1の方法はある期間内の最大値から確率波浪を推定するものであって、それにはつぎの期間が考えられる。

- (1) 日最大波の超過出現率を用いる。
- (2) 半月、週または旬間最大波の超過出現率を用いる。
- (3) 年最大波の統計を用いる。

これらのうち(1)の方法では、図-3.7にみられるように最大波高間にかかなりの相関をもつので、統計量として取扱うことができない。これに対して、(2)の方法では、一般にその相関係数もさほど大きくないものと考えられるので、統計量として取扱ってよく、出現率を確率とみなしてよいであろう。ただし、1期間に気象的に独立と考えられるしけ(時化)が発生した場合には、どれを統計量として採用するか若干問題となるであろう。つぎに、(3)は理想的な方法ではあるが、観測期間が統計処理を可能にするほど十分でないので、現在では適用することはできないであろう。ただ、気象条件を用いて異常波浪時の波浪特性を推算し、これを観測値に付加することによれば、推算結果の精度には問題は残るけれども、いちおうこの方法によって確率波浪を推定することはできよう。

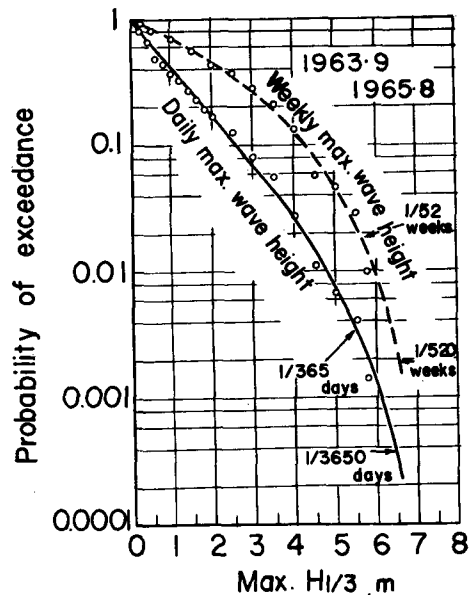
図-3.9は新潟東港の有義波高について、(1)および(2)の方法によって超過出現確率を求めたものであるが、この結果では両者あまり大きな相違はないようである。

つぎに、第2の方法はある値以上の極大波高のみについて解析するもので、前述した独立性を考慮して波浪の発生要因ごとに適当な期間ごとの波浪群に分割して、それぞれの極大値を統計量として抽出するものである。合田¹⁶⁾はこの方法を極値時系列(partial duration series)とよび、新潟東港の観測結果を用いてつぎのような検討を行なっている。まず、連続的な観測記録から年数回発生する程度の波高以上の極大波高を抽出して統計量とすれば、表-3.1のとおりとなる。ただし、この場合発生要因ごとの極大波高を必要とするので、少なくとも2時間以下の定時観測の結果を利用すべきである。

表-3.1において、まず波高の大きい方から順位 m をつければ、この順位 m の極大波高 H_m に等しいか、またはこれより大きい波浪の再現期間 t_m は、

$$t_m = n / m$$

図-3.9 日最大波および週最大波の超過出現確率の1例



で求められる。ここに、 m は連続記録年数であるが、合田はさらに極大波高の季節変化を考慮した有効統計年数の算出法を提案している。

図-3.10は以上の方法によって表-3.1の結果を図示したものであるが、図中の曲線は視察によって観測値に適合するように画いたものである。この結果と図-3.9と比較してあまり大きな差のないことがわかる。

以上は主として確率波浪の特性のうち波高についてのみ検討したが、その波高に対応した周期はつぎのようにして求められる。表-3.1に示した極大波の波高と周期の関係を図-3.11のように求め、この関係から N 年確率波の周期を推定すればよいが、一般に両者の関係はあまり明確でないので、所

表-3.1 新潟東港における極大波高

年 月 日	統計期間 1963.9~1965.8				気 象 状 況 (最大流速)	
	極大波高 $H_{1/3} (T_{1/3})$	順 位 m	再現期間 t_m			
	m sec		年		m/sec	
1963. 9. 23	3.35(9.8)	25	0.080	W	14.3	
10. 12	3.01(8.9)	33	0.061	N	15.2	
11. 9	5.75(14.0)	1	2.00	W	16.3	
12. 15	3.27(10.8)	29	0.069	NW	17.7	
12. 18	3.97(9.3)	15	0.133	NW	21.8	
12. 30	3.61(11.1)	21	0.095	WSW	13.3	
1964. 1. 20	5.25(12.1)	4	0.50	WNW	19.7	
2. 2	4.11(11.3)	13	0.154	N	18.0	
2. 12	5.72(13.1)	2	1.00	NW	22.2	
3. 21	3.83(10.0)	18	0.111	W	19.0	
1964. 10. 24	3.34(8.8)	28	0.071	NW	15.3	
11. 22	4.43(11.7)	8	0.250	NW	23.7	
11. 24	3.00(9.0)	34	0.059	NW	15.7	
12. 2	4.60(12.3)	6	0.333	W	16.3	
12. 7	3.68(11.0)	20	0.100	W	16.0	
12. 9	3.23(9.4)	30	0.067	NW	14.3	
12. 11	4.05(9.5)	14	0.143	NW	18.3	
12. 18	3.35(8.3)	26	0.077	NW	19.0	
1965. 1. 2	4.22(10.8)	11	0.182	WNW	18.8	
1. 5	3.94(12.1)	17	0.118	NW	18.0	
1. 10	5.22(11.1)	5	0.400	NW	21.8	
1. 17	3.19(10.7)	31	0.064	WNW	19.7	
1. 23	3.95(9.8)	16	0.125	NW	17.5	
2. 1	3.08(8.3)	32	0.062	NW	19.7	
2. 4	4.39(11.1)	9	0.222	NW	17.8	
2. 12	3.53(9.8)	23	0.087	NNW	13.2	
2. 24	3.57(10.3)	22	0.091	WNW	15.7	
3. 1	3.52(10.4)	24	0.083	WNW	21.7	
3. 10	3.68(10.3)	19	0.105	W	16.0	
3. 14	4.27(10.2)	10	0.200	NW	18.3	
3. 20	5.59(10.8)	3	0.667	WNW	22.0	
3. 27	4.18(9.5)	12	0.167	W	16.7	
4. 3	4.58(11.2)	7	0.286	NW	20.7	
4. 11	3.34(9.5)	27	0.074	W	17.5	

要の計画波に対応してある範囲をもった周期を採用すべきであろう。¹⁶⁾

なお、以上は主として1個所で観測された波浪記録に基づくものであるが、たとえば日本海のほとんど同一海岸と考えられるところでも、波高計の設置水深によって波浪特性が大きく相違する。図-3.12は同じく合田¹⁶⁾によって示された波浪統計に及ぼす観測水深の影響を検討したものである。

(c) 波浪特性の季節変化(目視観測による観測結果)

海岸波浪の統計において、その季節変化を知る必要は海岸侵食などの究明においてきわめて重要であって、前述したような波高計による観測結果を整理すれば簡単に求めることができる

図-3.10 確率波高の推定の1例
(新潟東港の場合)

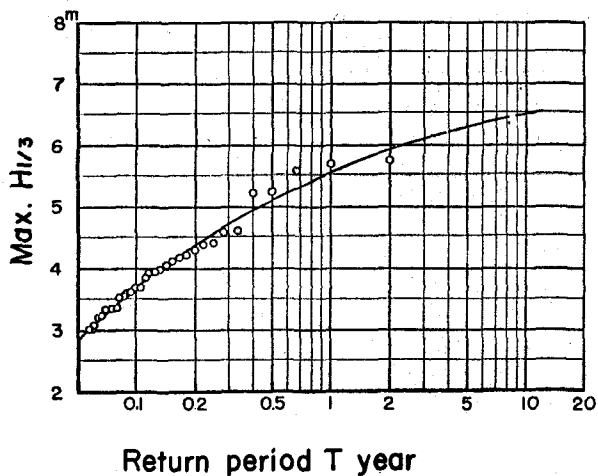


図-3.11 極大波高と周期との関係
(新潟東港の場合)

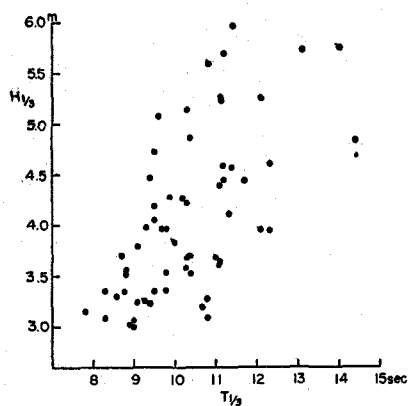
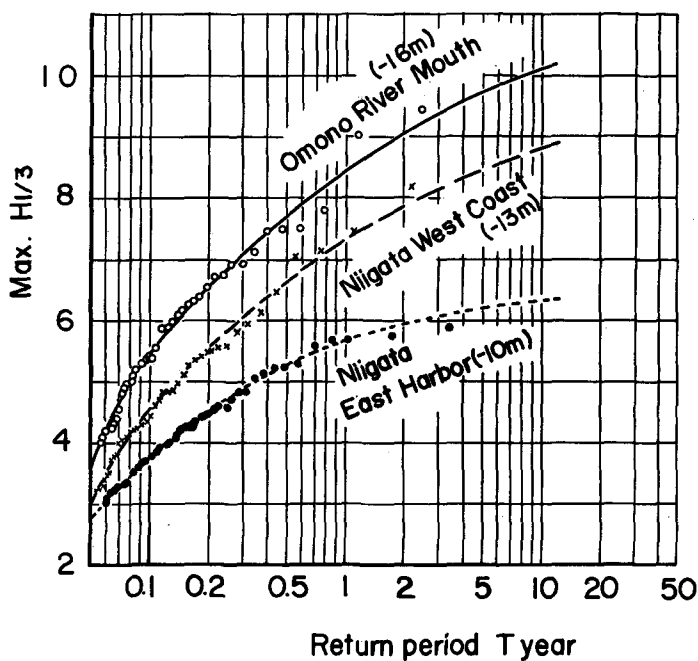


図-3.12 極大波高の統計に及ぼす観測水深の影響



が、ここでは必ずしも波高計によらなくても目視観測の結果でもある程度その傾向を見出すことができるので、1例としてGalvinら¹¹⁾の結果を示す。

前述したような方法で観測された結果を整理して月平均波高の季節変化を米国の5つの海岸について示したものが図-3.13である。海岸侵食など長期にわたる波浪の特性を必要とする場合には、こうした方法によっても十分波浪の季節変化を知ることができる。この結果によれば、米国の東部海岸より西部海岸すなわち太平洋沿岸の方が明らかな季節変化が現われることがよくわかる。また、

図-3.13は砕波型の季節変化を調べたものであって、1例としてspilling breakerの月平均の発生率を示す。これも図-3.14とほとんど同様であり、このほか波浪の周期の季節変化をも詳細に

検討されているが、このような方法は長期にわたる沿岸環境の変化を知るうえにきわめて有用であろうと思われる。

4. スペクトル法による観測記録の解析

波浪観測記録のスペクトル解析においては、ディジタル方式によって電子計算機を用いて解析するものとアナログ方式によって実施する場合とがある。ここでは主として前者による場合の原理的なものについて説明してみた。そして、おのおのの解析方法を若干の実例とともに示してその適用を明らかにするつもりである。

1) 周波数スペクトルの算出

前述したような観測法のうち、1点での波浪観測記録がえられると、つぎのような方法によって周波数スペクトルを計算することができる。すなわち、海面の時間的な変動を定常確率過程にあるとして、その平均値からの変動分を $\eta(t)$ とあらわせば、その自己相関関数 $r_T(\tau)$ は周知のよ

図-3.13 目視観測による月平均波高の季節変化

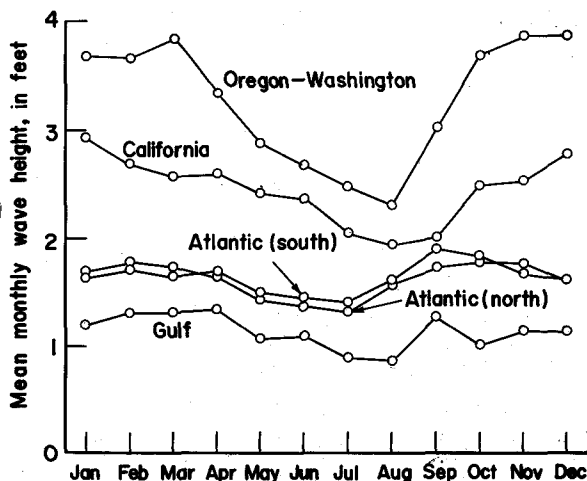
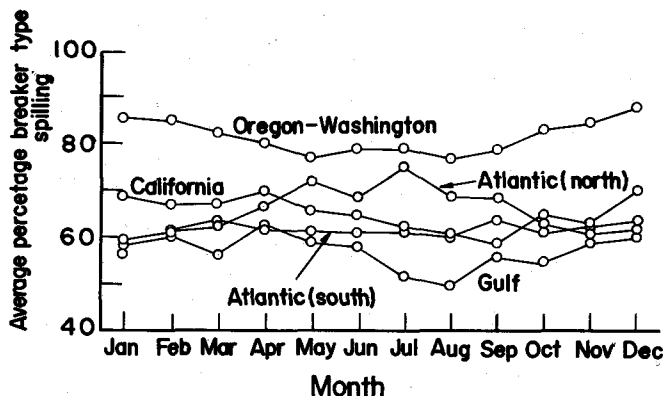


図-3.14 砕波型の月平均発生率の季節変化



うに次式で定義される。

$$r_T(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \eta(t) \eta(t + \tau) dt \quad (4.1)$$

スペクトル $\phi_T(\sigma)$ は、一般に

$$\langle \eta^2(t) \rangle = r_T(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T(\sigma) d\sigma \quad (4.2)$$

によってあらわされ、これは $r_T(\tau)$ と Fourier 変換の関係にあつて、

$$\left. \begin{aligned} r_T(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T'(\sigma) \cos \sigma T d\sigma \\ \phi_T'(\sigma) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r_T(\tau) \cos \sigma \tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

であらわされるが、もしスペクトルを

$$\langle \eta^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} \phi(\sigma) d\sigma \quad (4.4)$$

で定義すれば、対称の条件から

$$\left. \begin{aligned} r_T(\tau) &= \int_0^{\infty} 2 \phi_T(\sigma) \cos \sigma \tau d\sigma \\ \phi_T(\sigma) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} r_T(\tau) \cos \sigma \tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

となる。これらの式から相関関数を求めて、スペクトルを算出するわけであるが、実際にはこれに基づいたつぎのような Tukey または Blackman および Tukeyらの方法によって算出される。

まず、変動量 $\eta(t)$ を時間間隔 $\Delta\tau$ についてディジタル化して、その数を N 、ラグタイムを m とすれば、(4.1) 式に基づく自己相関関数 $r_T(\nu \Delta\tau)$ はつぎのようにあらわされる。

$$r_T(\nu \Delta\tau) = \frac{1}{N-\nu} \sum_{i=1}^{N-\nu} \eta_T(t_i) \eta_T(t_i + \nu \Delta\tau) \quad (4.6)$$

ここに、 $\nu = 0, 1, 2, \dots, m$ 。したがって、これを Fourier 変換して、

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{2} [r_T(0) + r_T(m\Delta\tau)] + \sum_{k=1}^{m-1} r_T(k\Delta\tau) \right\} \\ L_{\nu} &= \frac{2}{m} \left\{ \frac{1}{2} [r_T(0) + (-1)^{\nu} r_T(m\Delta\tau)] + \sum_{k=1}^{m-1} r_T(k\Delta\tau) \cos \frac{\pi k \nu}{m} \right\} \\ &\quad (\nu = 1, 2, \dots, m-1) \\ L_m &= \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{2} [r_T(0) + (-1)^m r_T(m\Delta\tau)] + \sum_{k=1}^{m-1} (-1)^k r_T(k\Delta\tau) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

を求め、これを移動平均する。平滑化の定数として Hamming のスペクトルウィンドウを用いた。場合には、つぎようになる。

$$\phi_T(\nu \Delta\tau) \equiv \sum_{i=0}^m a_{\nu, i} L_{\nu}, \quad \nu = 1, 2, \dots, m-1 \quad (4.8)$$

ここに、 $a_{\nu, \nu-1} = 0.23$, $a_{\nu, \nu} = 0.54$, $a_{\nu, \nu+1} = 0.23$ および $i \neq \nu-1, \nu, \nu+1$ に対して $a_{\nu, i} = 0$ であり、また

$$\left. \begin{aligned} \phi_T(0) &= 0.54 L_0 + 0.46 L_1 \\ \phi_T(m\Delta\tau) &= 0.46 L_{m-1} + 0.54 L_m \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

この方法によって求められたパワースペクトル密度関数の自由度は、

$$df = \begin{cases} 2 \left(\frac{N}{m} - \frac{3}{4} \right) & ; 0 < \nu < m \\ \left(\frac{N}{m} - \frac{3}{4} \right) & ; \nu = 0, m \end{cases} \quad (4.10)$$

で求められる。通常の波浪観測では変動周期は 3～15 sec 程度で、その観測時間は約 20 min であるから、 $\Delta \tau$ を 0.5～1 sec とすれば $N = 800 \sim 2,000$ となるので、自由度が 30～50 程度になるようにラグタイム m を決定すればよい。このラグタイム m は各周期間の分解能をあらわすので、2 つの周期 t_1 および t_2 のエネルギー成分を分解するためには、少なくとも

$$m = \frac{2 t_1 t_2}{\Delta t (t_2 - t_1)} \quad (4.11)$$

の大きさが必要とされる。

最近では、以上述べた方法をさらに改良したいわゆる高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform) が Cooley らによって発表されて以来計算時間を極端に短縮できるようになったので、米国をはじめわが国でもこの方法がさかんに用いられるようになった。

つぎに、 $\eta(t)$ と $\eta'(t)$ との相互相関関数 $R_{\eta\eta'}(\tau)$ は、(4.1) 式と同様に、

$$\bar{R}_{\eta\eta'}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\tau}^T \eta(t) \eta'(t + \tau) dt \quad (4.12)$$

によって定義され、その Fourier 変換からクロススペクトル $\phi_{\eta\eta'}(\sigma)$ が求められる。すなわち、

$$\phi_{\eta\eta'}(\sigma) = P_{\eta\eta'}(\sigma) - i Q_{\eta\eta'}(\sigma) \quad (4.13)$$

ここに、

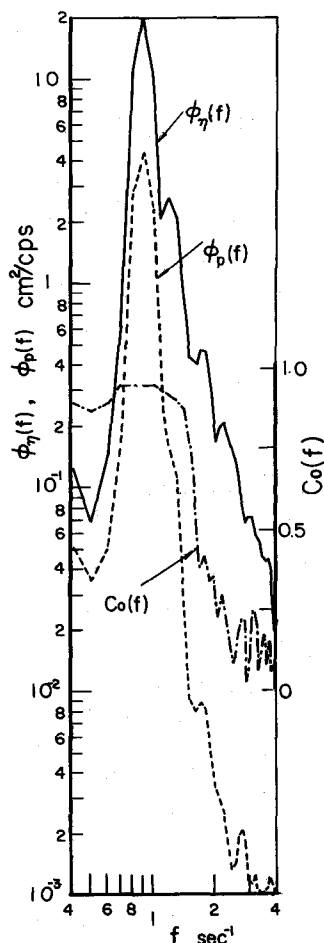
$$\left. \begin{aligned} P_{\eta\eta'}(\sigma) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta\eta'}(\tau) \cos \sigma \tau d\tau \\ Q_{\eta\eta'}(\sigma) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta\eta'}(\tau) \sin \sigma \tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

となり、 $P_{\eta\eta'}(\sigma)$: co-spectrum および $Q_{\eta\eta'}(\sigma)$: quadrature-spectrum といい、これから定義される無次元量

$$C_o(\sigma) = \frac{\sqrt{P_{\eta\eta'}^2(\sigma) + Q_{\eta\eta'}^2(\sigma)}}{\sqrt{\phi_{\eta}(\sigma) \phi_{\eta'}(\sigma)}} \quad (4.15)$$

を Coherence とよび、これは $0 \leq C_o(\sigma) \leq 1$ であり、1 の場合には両者に完全に線型的な相関があることを示し、また 0 のときは線型の関係がないことを示す。図-4.1 はかなり非線型性の風波のスペクトル $\phi_{\eta}(f)$ と水圧変動のスペクトル $\phi_p(f)$ および両者の Coherence $C_o(f)$ を示したものの 1 例である。両者の線型的な相関特性がピーク周波数付近において明確にあらわれている。

図-4.1 パワースペクトルおよびコヒーレンスの 1 例



2) 波数スペクトルの算出

前述した観測法のうち、実体写真法などによって海面の同時波高分布が測定されると、海面の平面的な波高の分布がわかるので、これから2次元のスペクトルを計算することができる。とくに、同時波高分布の測定結果であるために、波数スペクトルをつぎのような方法によって算出できる。ここでは、Cole らによってなされたSWOPによる方法をKinsman⁷⁾に従って述べる。

いま、 x_1 および x_2 であらわされる座標系に対して海面の基準面からの高さを η^* とし、撮影された海面の傾斜を最小自乗法によって修正された基準面からの変動量 η を統計量とすれば、そのデジタル化した値 η_{jk} に対して周波数スペクトルを求めたときと同様にエルゴード性を仮定してつぎの相関関数を定義することができる。

$$H^*(p, q) = \frac{\sum_{k=0}^{m-1-|q|}}{\sum_{j=0}^{n-1-p}} \left[\frac{\eta_{jk} \eta_{j+p, k+q}}{(n-1)(m-1-|q|)} \right] \quad (4.16)$$

ここに、 $p = 0, 1, \dots, m$ および $q = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$ であり、また $H^*(p, q) = H^*(-p, -q)$ であるから、(4.16)式は第1および第3象限における海面変動の共分散をあらわす。あたえられた座標に沿って、

$$\left. \begin{aligned} H(p, q) &= 2H^*(p, q); p=0, 1, \dots, (m-1), q=-(m-1), \dots, 1, 0, 1, \dots, (m-1) \\ H(0, q) &= H^*(0, q) \\ H(m, q) &= H^*(m, q) \end{aligned} \right\}; q=-(m-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, (m-1)$$

$$\left. \begin{aligned} H(p, -m) &= H^*(p, -m) \\ H(p, m) &= H^*(p, m) \end{aligned} \right\}; p=1, 2, \dots, m \quad (4.17)$$

および $H(0, m) = (1/2) H^*(0, m)$; $H(0, -m) = (1/2) H^*(0, -m)$

$H(m, m) = (1/2) H^*(m, m)$; $H(m, -m) = (1/2) H^*(m, -m)$

を定義して、 $H(p, q)$ の Fourier 変換を求めれば、つぎのようになる。

$$L(r, s) = \frac{1}{2m^2} \sum_{q=-m}^m \sum_{p=0}^m H(p, q) \cos \left[\frac{\pi}{m} (r p + s q) \right] \quad (4.18)$$

ここに、 $r = 0, 1, \dots, m$ および $s = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, m$ であり、(4.18)式は $L(r, s) = L(-r, -s)$ であるから、たとえば $r = 0$ に沿う $L(r, s)$ を前述した周波数スペクトルの場合と同様に平滑化するために、

$$\left. \begin{aligned} L(-1, s) &\equiv L(1, -s), L(m+1, s) \equiv L(m-1, s); s=-m, \dots, -1, 0, 1, \dots, m \\ L(r, m+1) &\equiv L(r, m-1), L(r, -[m+1]) \equiv L(r, -[m-1]); r=0, 1, \dots, m \\ L(-[m+1], -[m+1]) &\equiv L(-[m-1], -[m-1]), L([m+1], [m+1]) \equiv L([m-1], [m-1]) \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

として、Hamming のスペクトルウィンドウ

	$r - 1$	r	$r + 1$	
$s - 1$	0.053	0.124	0.053	0.230
s	0.124	0.292	0.124	0.540
$s + 1$	0.053	0.124	0.053	0.230
	0.230	0.540	0.230	1.000

を用いれば、 $\phi(r, s)$ は次式によって算出される。

$$\begin{aligned}\phi(r, s) = & 0.053[L(r+1, s+1) + L(r+1, s-1) + L(r-1, s+1) + L(r-1, s-1)] \\ & + 0.124[L(r, s+1) + L(r, s-1) + L(r+1, s) + L(r-1, s)] + 0.292[L(r, s)]\end{aligned}\quad (4.20)$$

ここに、 $r = 1, 2, \dots, m$, $s = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, m$ であり、(4.20)式からも明らかのように、

$$\phi(r, s) = \phi(-r, -s) \quad (4.21)$$

である。 $\phi(r, s)$ は x_1 の座標軸における波数 K_1 に対して $2\pi(r-1/2)/2m\Delta x_1$ と $2\pi(r+1/2)/2m\Delta x_1$ との間の波数の成分波による波浪エネルギーまたは分散をあらわし、同様に x_2 の座標軸においては K_2 の波数に対して $2\pi(s-1/2)/2m\Delta x_2$ と $2\pi(s+1/2)/2m\Delta x_2$ との間の成分波の分散をあらわす。なお、この方法による自由度は、 x_1 および x_2 の座標に対して波高のよみとり点の数をそれぞれ N_{x_1} および N_{x_2} とすれば、近似的に

$$df = 1.58 \left(\frac{N_{x_1}}{m_{x_1}} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{N_{x_2}}{m_{x_2}} - \frac{1}{2} \right) \quad (4.22)$$

であらわされる。ここに、 m_{x_1} および m_{x_2} はそれぞれ N_{x_1} および N_{x_2} に対してのラグタイムである。

以上はSWOPにおいて用いられた波数スペクトルの算出方法の概略であるが、この結果を後述するようにおのおの方向についてパワースペクトルを表示すれば、いわゆる方向スペクトルが求められることは当然である。実際この方法で方向スペクトルを算出したものには、Coteらの研究があるが、

この場合には Δx_1

および Δx_2 として30ftとし、5,400点について海面変動の測定精度 ± 0.5 ftおよび水平位置の精度 ± 2 ftをもって測定し、解析にあたってはラグタイム $m_{x_1} = m_{x_2} = 20$ とした。つぎに、えられた2,3の解析結果を示す。図-4.2は以上の方法によって計算された各点を平滑化して方向スペクトルとしてエネルギーのコンターであらわしたものであるが、この場合 $K=2\pi/1,200$

図-4.2 SWOPによる方向スペクトルの計算結果

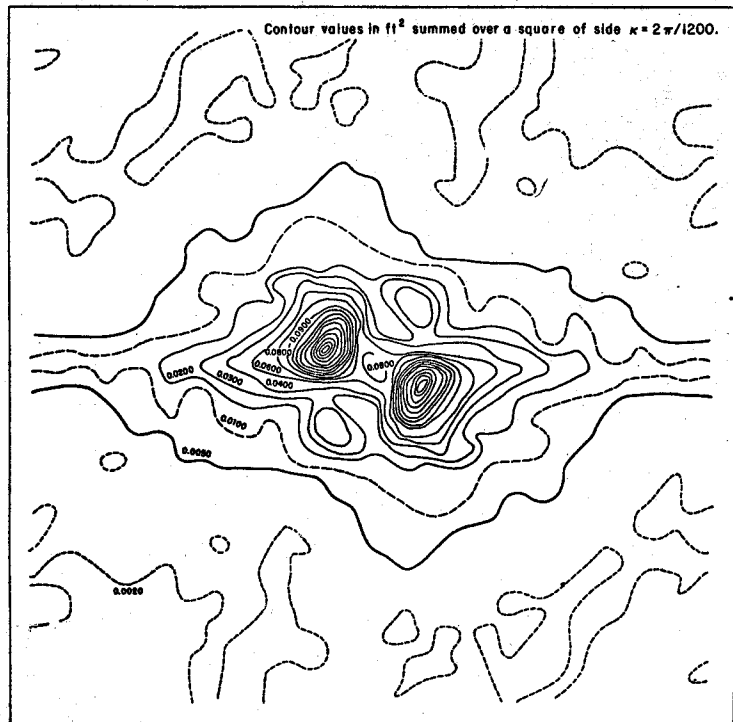
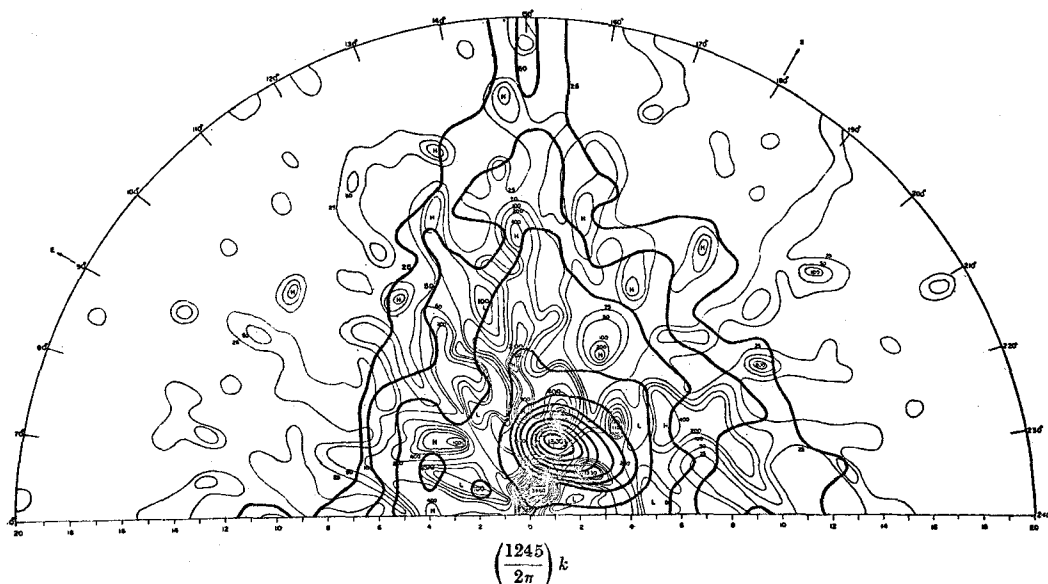
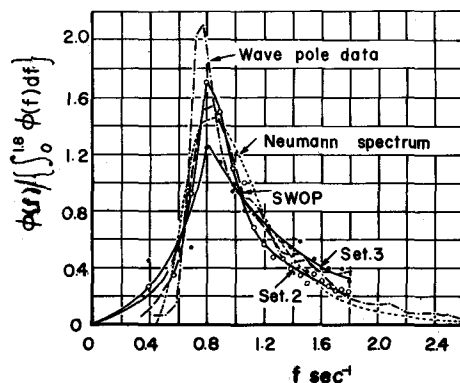


図-4.3 SWOPの観測結果をデジタルおよびアナログ方式で解析した方向スペクトルの比較



とされている。一方, Uberoi²²⁾はデジタル方式でなく光学的なアナログ方式(optical computer)によって同じ観測資料を解析して, 図-4.3のように両者を比較している。図中細線がアナログ方式によるものであり, また太線がデジタル方式による結果を示す。ただし, 前者では $K = 2\pi/1.245$ とした。この方法の詳細については省略するが, その利点は波数ゼロ付近のきわめて多くの点に対して解析できるために, 方向スペクトルにあらわれる小さいピークの発生を見出すことができる。また, 図-4.5は方向スペクトルから計算された周波数スペクトルについて両者を比較したものであり, また波高計によって観測された記録をスペクトル解析して同様に比較してある。前者からわかるように, デジタル方式とアナログ方式の差はわずかといってよく, また波高計によるものとの比較ではその良否を検討するためには, さらに数点について調べる必要がある。以上から明らかなように, このような方法で波数スペクトルや方向スペクトルを求めることは原理的には可能であり, また広域な海面における波浪状態を調べるためにはよい方法であるが, 定常観測としては一般には困難であるので, つぎに方向スペクトルを求める実用的な2,3の方法について述べよう。

図-4.4 SWOPの結果と波高計によるエネルギー・スペクトルの比較



3) 方向スペクトルの算出

定点での定常観測を原則として来襲波浪の各周波数成分ごとの波向を求めるためには、数個の波高計の組を用いたり、またブイなどを利用して方向スペクトルを算出する方法などいろいろな方式が検討され、その一部はすでに実用になっている。ここでは、それらの原理的な面と若干の解析結果について述べる。

(1) プローブ・アレイによる方法^{7), 24)}

この方法は図-4.5に示すように数個の波高計を十字形または三角形などに配置して、それらの同時記録から方向スペクトルを求めようとするものである。まず、 $0 \leq x_1 \leq a$ および $0 \leq x_2 \leq b$ において $0 \leq t \leq c$ の時間間隔における海面の変動量 $\eta(x_1, x_2, t)$ を次式によってあらわす。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} A_{\lambda, \mu, \nu} \times \exp\left\{i\left(\frac{\lambda}{a}x_1 + \frac{\mu}{b}x_2 + \frac{\nu}{c}t\right)\right\} \quad (4.23)$$

ここに、 $(\lambda/a, \mu/b, \nu/c) : (K_1, K_2, \sigma)$ であり、 $K_1 = K \cos \vartheta$, $K_2 = K \sin \vartheta$, $|K| = K = (K_1^2 + K_2^2)^{1/2}$, および λ, μ, ν : 整数である。また、

$\sigma(K) = \sqrt{gK \tanh K h}$ であるから、波数ベクトルの2成分 K_1 および K_2 を考える代りに、周波数 σ と波向 ϑ を考えてもよいので、以下では方向スペクトルをこの両者において適宜あらわすことにする。(4.19)式の相関関数 $H(\xi_1, \xi_2, \tau)$ は(4.1)式と同様に、

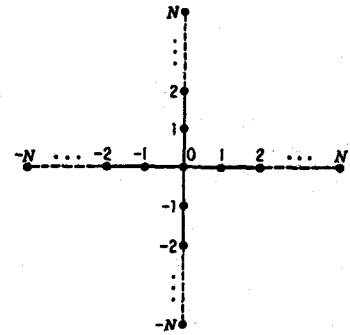
$$H(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{1}{abc} \int_0^a \int_0^b \int_0^c \eta(x_1, x_2, t) \times \eta(x_1 + \xi_1, x_2 + \xi_2, t + \tau) \times dx_1 dx_2 dt \quad (4.14)$$

であらわされるが、(4.23)式を代入すれば、

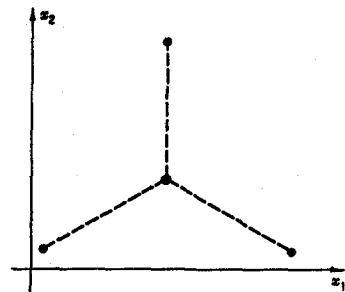
$$H(\xi_1, \xi_2, \tau) = \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} |A_{\lambda, \mu, \nu}|^2 \times \exp\left\{i\left(\frac{\lambda}{a}\xi_1 + \frac{\mu}{b}\xi_2 + \frac{\nu}{c}\tau\right)\right\} \quad (4.25)$$

となる。ここに $|A_{\lambda, \mu, \nu}|$ は複素振幅 $A_{\lambda, \mu, \nu}$ の絶対値である。 (λ, μ, ν) の比較的小さい範囲について $|A_{\lambda, \mu, \nu}|^2$ の平均値を求めるためには、種々の計算方法があるが、ここでは

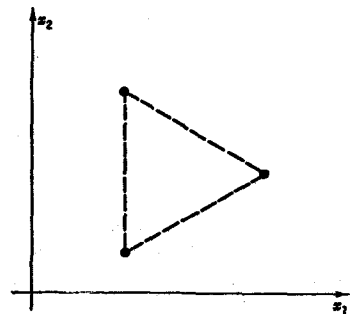
図-4.5 プローブ・アレイの配置方法



(a)



(b)



(c)

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau) = \begin{cases} 1; 0 \leq \xi_1 \leq \xi_{10}, 0 \leq \xi_2 \leq \xi_{20}, 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ 0; \xi_1 < 0, \xi_1 > \xi_{10}, \xi_2 < 0, \xi_2 > \xi_{20}, \tau < 0, \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (4.26)$$

であらわされる関数との convolution をとることにする。

ここに、 $(\xi_{10}, \xi_{20}, \tau_0)$ は十分小さくとられるが、 $H(\xi_1, \xi_2, \tau)$ のほとんどを含むようにとられるものとする。したがって、いま $(\lambda/a, \mu/b, \nu/c)$ におけるエネルギー密度に対応した Dirac のデルタ関数の系を $\phi(K_1, K_2, \sigma)$ とすれば、(4.25) 式はつぎのようにあらわしてよい。

$$H(\xi_1, \xi_2, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi^*(K_1, K_2, \sigma) \exp\{i(K_1 \xi_1 + K_2 \xi_2 + \sigma \tau)\} dK_1 dK_2 d\sigma \quad (4.27)$$

すなわち、 $\phi^*(K_1, K_2, \sigma)$ は $H(\xi_1, \xi_2, \tau)$ の Fourier 変換であるので、同様に $\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau)$ のそれを $G(K_1, K_2, \sigma)$ とすれば、Convolution theorem から次式がえられる。

$$\phi(K_1, K_2, \sigma) = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi^*(K'_1, K'_2, \sigma') G(K_1 - K'_1, K_2 - K'_2, \sigma - \sigma') dK'_1 dK'_2 d\sigma' \quad (4.28)$$

いうまでもなく $G(K_1, K_2, \sigma)$ の積分値は1であって、(4.28) 式は重み関数 $G(K_1, K_2, \sigma)$ による (K_1, K_2, σ) の近傍における平均をあらわしており、したがって ϕ^* はエネルギー密度にまた ϕ はエネルギースペクトルに対応している。

いま波高計を $(0, 0)$, (ξ_1'', ξ_2'') , $(-\xi_1'', -\xi_2'')$, ……に配置さし、 (ξ_1, ξ_2, τ) 空間における関数として相関関数を考えるならば、 τ 軸に沿ってこれらの点における H の convolution を求める必要がある。したがって、まず τ について (4.13) と同じ変換を定義する。

$$\int H(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \tau) \exp(-i\sigma\tau) d\tau = P(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma) - iQ(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma) \quad (4.29)$$

ここに、すでに述べたように P : cospectrum および Q : quadrature spectrum であっていずれも周波数の関数であり、 $(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)})$ のおのおのに対して計算される。任意の周波数 σ_0 におけるエネルギーが波数 K_1 および K_2 に分布している様子は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} [P(\xi_1, \xi_2, \sigma_0) - iQ(\xi_1, \xi_2, \sigma_0)] \exp\{-i(K_1 \xi_1 + K_2 \xi_2)\} d\xi_1 d\xi_2$$

であらわされるが、 P および Q は $(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)})$ において計算されるので、

$$\sum_{\nu=-N}^N [P(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma_0) - iQ(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma_0)] \exp\{-i(K_1 \xi_1^{(\nu)} + K_2 \xi_2^{(\nu)})\}$$

であらわされる。ところが、これはさらにその対称性によって、結局

$$\sum_{\nu=-N}^N [P(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma_0) \cos(K_1 \xi_1^{(\nu)} + K_2 \xi_2^{(\nu)}) - Q(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)}, \sigma_0) \sin(K_1 \xi_1^{(\nu)} + K_2 \xi_2^{(\nu)})]$$

と変形されるので、周波数 σ_0 においてエネルギーはその周波数に対応した半径 K_0 の円周上における K_1 および K_2 の点でのみ加えられることになる。以上のように、 $(\xi_1^{(\nu)}, \xi_2^{(\nu)})$ の系において convolution はそれらの点に対してのみ計算されるので、つぎのような Dirac のデルタ関数を用いることにする。

$$\varphi(\xi_1, \xi_2) = \begin{cases} \delta(\xi_1, \xi_2); \xi_1 = \xi_1^{(\nu)}, \xi_2 = \xi_2^{(\nu)} \\ 0; \xi_1 \neq \xi_1^{(\nu)}, \xi_2 \neq \xi_2^{(\nu)} \end{cases} \quad (4.30)$$

したがって、 $\varphi(\xi_1, \xi_2)$ の変換 $G(K_1, K_2)$ との convolution を作れば、方向スペクトル $\phi^*(K_{10}, K_{20}, \sigma)$ を次式のように求めることができる。

$$\phi(K_1, K_2, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi^*(K_{10}, K_{20}, \sigma) G(K_1 - K_{10}, K_2 - K_{20}) dK_{10} dK_{20} \quad (4.31)$$

ここに,

$$G(K_1, K_2) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi_1, \xi_2) \exp \{-i(K_1 \xi_1 + K_2 \xi_2)\} d\xi_1 d\xi_2 \quad (4.32)$$

または

$$G(K_1, K_2) = 1 + 2 \cos(K_1 \xi_1' + K_2 \xi_2') + 2 \cos(K_1 \xi_2'' + K_2 \xi_2'') + \dots \quad (4.33)$$

であり、これが

プローブ・アレ

イの方向分解能

をあらわす。し

たがって、(4.32)

式または (4.33)

式によってプロ

ーブ・アレイに

おける波高計の

配置にしたがっ

て $G(K_1, K_2)$ が

簡単に計算され

る。たとえば、

図-4.5に示し

たプローブ・ア

レイのうち3台の波高計を組として、それぞれ (ξ_1', ξ_2') , (ξ_2', ξ_2') および (ξ_1'', ξ_2'') に配置した(a)の場合には、

$$G(K_1, K_2) = 1 + 2 \cos(K_1 \xi_1' + K_2 \xi_2') + 2 \cos(K_1 \xi_2'' + K_2 \xi_2'') + 2 \cos(K_1 \xi_1'' + K_2 \xi_2'') \quad (4.34)$$

となり、このときの $G(K_1, K_2)$ の一般的特性は図-4.6のように図示される。図-4.7は防災研究所附属大潟波浪観測所²³⁾での初期の三角形アレイの特性を示したものである。すなわち、三角形アレイにおいても、その形状および波高計間の距離によって分解能がかなり変わることになることがわかる。Barber²⁴⁾はさらに図-4.5(b)に示したような星形のアレイについて検討し、図-4.6に示した結果をえているが、三角形アレイよりさらに分解能がよいことがわかる。

(2) ブイによる方法

ブイの運動とくに上下運動 $\eta(x_1, x_2, t) \equiv \eta_0$ およびその傾斜 $\partial \eta / \partial x_1 \equiv \eta_1$ および $\partial \eta / \partial x_2 \equiv \eta_2$ を用いて方向スペクトルを求める方法をLonguet-Higgins²⁵⁾にしたがって述べる。

いま、図-4.8に示すようなブイによって観測された海面の変動をつぎのようにあらわす。⁷⁾

$$\eta \equiv \eta_0 = \iint_{\mathbf{K}} \exp \{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{X} - \sigma t)\} dK_1 dK_2 d\sigma \quad (4.35)$$

図-4.6 正三角形アレイおよび星形アレイの方向分解能 $G(k_1, k_2)$ の特性

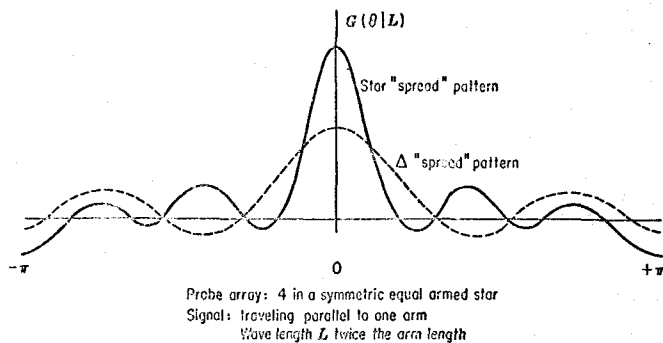
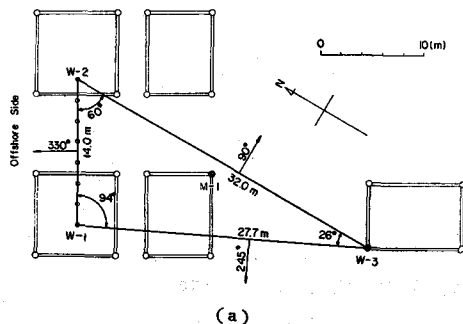


図-4.7 大潟波浪観測所のブローグ・アレイの方向分解特性と波高計の配置



として、各座標方向への傾斜を次式であらわす。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial x_1} &\equiv \eta_2 = \iint \int i K \cos \vartheta \\ &\times B(K) \exp \{ i(K \cdot X - \sigma t) \} \\ &\times dK_1 dK_2 d\sigma \\ \frac{\partial \eta}{\partial x_2} &\equiv \eta_3 = \iint \int i K \sin \vartheta \\ &\times B(K) \exp \{ i(K \cdot X - \sigma t) \} \\ &\times dK_1 dK_2 d\sigma \end{aligned} \right\}$$

(4.36)

ここに、 $K \equiv |K| = (K_1^2 + K_2^2)^{1/2}$ および $K = (K \cos \vartheta, K \sin \vartheta)$

しかれば、エネルギースペクトル $\phi(\sigma, \vartheta)$ は、

$$\phi(\sigma, \vartheta) = \frac{1}{2} \frac{B(K) dK B^*(K) dK}{d\sigma d\vartheta} \quad (4.37)$$

であたえられる。 η_j および η_k ($j, k=0,1,2$) について共分散を計算し、これから(4.29)式と同様に co-spectrum および quadrature spectrum を極座標表示においてあらわせば、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_{00}(\sigma) &= \int_0^{2\pi} \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta, \quad P_{11}(\sigma) = \int_0^{2\pi} K^2 \cos^2 \vartheta \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta \\ P_{22}(\sigma) &= \int_0^{2\pi} K^2 \sin^2 \vartheta \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta, \quad P_{12}(\sigma) = \int_0^{2\pi} K^2 \cos \vartheta \sin \vartheta \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta \\ Q_{01}(\sigma) &= \int_0^{2\pi} K \cos \vartheta \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta, \quad Q_{02}(\sigma) = \int_0^{2\pi} K \sin \vartheta \phi(\sigma, \vartheta) d\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

一方、(4.39)式のエネルギースペクトルの Fourier 係数

$$a_\nu + i b_\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\sigma, \vartheta) \exp(i\nu\vartheta) d\vartheta \quad (4.39)$$

と(4.38)式とを比較すれば、つぎの関係がえられる。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= (1/\pi) P_{00}(\sigma), \quad a_1 = (1/\pi K) Q_{01}(\sigma), \quad a_2 = (1/\pi K^2) [P_{11}(\sigma) - P_{22}(\sigma)] \\ b_1 &= (1/\pi K) Q_{02}(\sigma), \quad b_2 = (2/\pi K^2) P_{12}(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

したがって、(4.40)式であらわされる係数を η_0, η_1 および η_2 から計算すれば、方向スペクトル $\phi_1(\sigma, \vartheta)$ の近似値が次式から算出される。

$$\phi_1(\sigma, \vartheta) \approx (1/2) a_0 + (a_1 \cos \vartheta + b_1 \sin \vartheta) + (a_2 \cos 2\vartheta + b_2 \sin 2\vartheta) \quad (4.41)$$

さらに、項数を増して計算の精度をあげるためには $\partial^2 \eta / \partial x_1^2$, $\partial^2 \eta / \partial x_1 \partial x_2$ および $\partial^2 \eta / \partial x_2^2$ などの高次微分値を計測する必要があるが、計測精度との関連を考えると、前述した程度で十

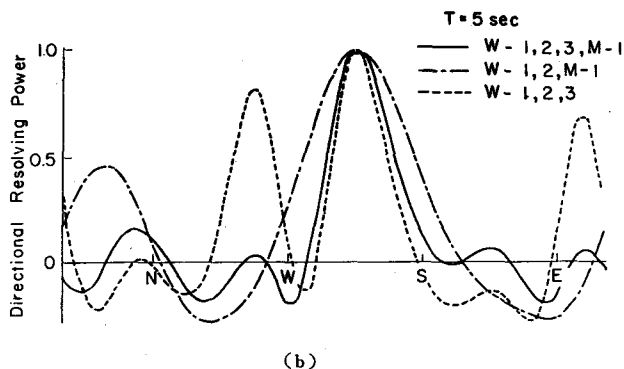
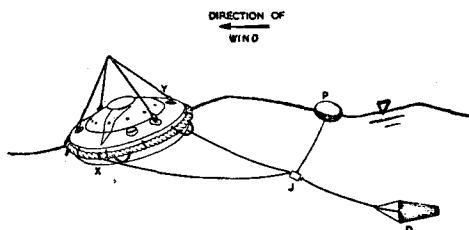


図-4.8 NIOPIのスケッチ



分としなければならないであろう。平滑化するために、重み関数 $W(\theta' - \theta)$ との convolution を考えれば、

$$\phi_1(\alpha, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\alpha, \theta') W(\theta' - \theta) d\theta' \quad (4.42)$$

ここに、 $W = 1 + (4/3) \cos(\theta' - \theta) + (1/3) \cos 2(\theta' - \theta) = (8/3) \cos^2(1/2)(\theta' - \theta)$ 、

したがって、方向スペクトルを近似的に次式によってあらわされる。

$$\phi(\alpha, \theta) \approx (1/2) a_0 + (2/3) (a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta) + (1/6) (a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta) \quad (4.43)$$

図-4.9は以上の方法によってえられた方向スペクトルの数例を示したものである。このうち Records 1 および 2 においては、スペクトルにおける2次の最大があらわれているが、これは異なった風域からのうねりによるものであろう。

(3) 定置式波高計による方法

この方法はすでに概要を述べたように、海中で波動運動によって球体に作用する波力を直角2方向について測定し、同時に波高計によって波の特性を測定することによって方向スペクトルを算出しようとするものであって、鈴木ら²⁶⁾によって開発された。これは、方向スペクトルを求める原理的なものは(2)の場合と同じであって、ブイの2方向の波力を測定して方向スペクトルを決定しようとするものである。

Pierson にしたがって海面の変動 η をつぎのようにあらわす。

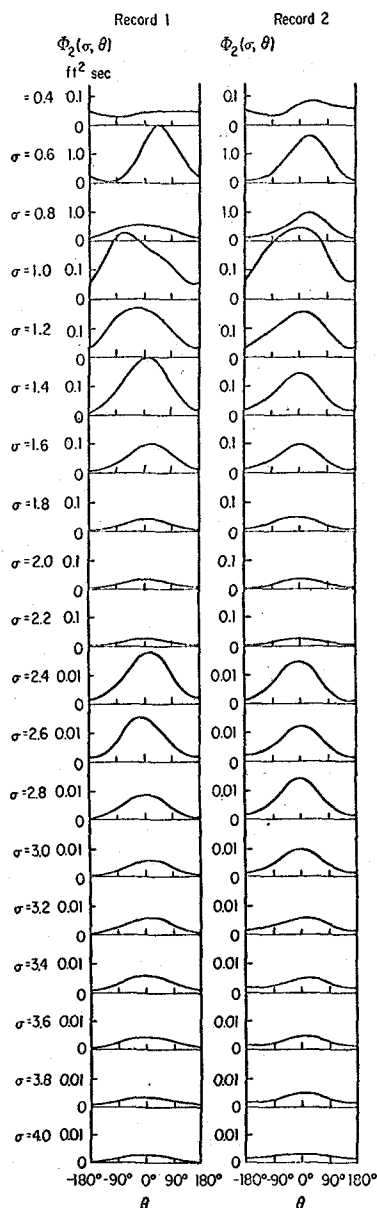
$$\eta(x_1, x_2, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \phi(f, \theta) d\theta df \cos(Kx_1 \cos \theta + Kx_2 \sin \theta - 2\pi f t + \omega) \quad (4.44)$$

ここに、 ω はランダムな位相をあらわす。いま、このような波浪の場において球体がうける波力の x_1 および x_2 方向の成分 F_{x_1} および F_{x_2} について、それぞれ次式によってあらわされると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} F_{x_1} &= \frac{\rho}{2} C_D (\pi r^2) U |U| + \rho C_M \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \frac{\partial U}{\partial t} \\ F_{x_2} &= \frac{\rho}{2} C_D (\pi r^2) V |V| + \rho C_M \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

ここに、 U および V : それぞれ x_1 および x_2 方向の水粒子速度成分であって、微小振幅波理論に基づいて求められるもの、 ρ : 密度、 r : 球体の半径、 C_D および C_M : それぞれ抗力係数および仮想質量力係数である。ただし、以下の計算において

図-4.9 ブイによる方向スペクトルの算出結果



は、(4.45) 式の実線型項の取扱いについては、 $U|U|$ および $V|V|$ をそれぞれ CU および CV とあらわすことにする。ここに、 $C = |U_{rms}| \sqrt{\frac{8}{\pi}}$ とし、 U_{rms} は水粒子速度の自乗平均をあらわす。

いま、波高計と波向計とが同一場所に設置されている場合を考え、 η 、 F_{x1} および F_{x2} が測定されたものとして、それらについての Co-spectrum および Quadrature spectrum を求めると、つぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} P_{\eta\eta}(f) &= \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) d\vartheta \\ P_{F_{x1} F_{x1}}(f) &= \{(C_D')^2 + (C_M')^2\} \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \cos^2 \vartheta d\vartheta \\ P_{F_{x2} F_{x2}}(f) &= \{(C_D')^2 + (C_M')^2\} \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \sin^2 \vartheta d\vartheta \\ P_{\eta F_{x1}}(f) - i Q_{\eta F_{x1}}(f) &= C_D' \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \cos \vartheta d\vartheta - i C_M' \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \cos \vartheta d\vartheta \\ P_{\eta F_{x2}}(f) - i Q_{\eta F_{x2}}(f) &= C_D' \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta - i C_M' \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \\ P_{F_{x1} F_{x2}}(f) &= \{(C_D')^2 + (C_M')^2\} \int_0^{2\pi} \phi(f, \vartheta) \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_D' &= \frac{\rho}{2} C_D' \pi r^2 V_{rms} \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{\cosh KZ_o}{\sinh Kh} (2\pi f) \\ C_M' &= \rho C_M \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) \left(\frac{\cosh KZ_o}{\sinh Kh} \right)^2 (2\pi f)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

(4.47) 式から方向スペクトル $\phi(f, \vartheta)$ を求めればよいが、一般には困難であるので、ここでは Mobarek の円正規分布の確率密度関数 $\phi_o(\vartheta)$ を用いて、つぎのようにあらわされると仮定する。

$$\phi(f, \vartheta) = \phi_\eta(f) \phi_o(\vartheta) = \phi_\eta(f) \frac{1}{2\pi I_0(\alpha)} \exp \{ \alpha \cos(\vartheta - \beta) \} \quad (4.48)$$

ここに、 α : ϑ の平均値への集中度をあらわす定数、 β : この方向にもっとも波のエネルギーが集中する角度、 ϑ : 成分波の方向をあらわす角度、および $I_0(\alpha)$: 第1種変形 Bessel 関数である。(4.48) 式を(4.46) 式に代入すれば、各スペクトルを $\phi_\eta(f)$ と $I_0(\alpha)$ などの関数としてあらわすことができるので、その最適解を求めれば、 α および β の値が決まり、方向スペクトル $\phi(f, \vartheta)$ が算出される。ここでは、これら5つの関係からパワースペクトル $\phi_{F_{x1}}(f)$ 、 $\phi_{F_{x2}}(f)$ およびクロススペクトル $\phi_{F_{x1} F_{x2}}(f)$ を算出することによって、 α および β の値を推定する次式を示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_0(\alpha)}{I_2(\alpha)} &= \frac{\{(C_D')^2 + (C_M')^2\} \phi_\eta(f)}{\sqrt{\{\phi_{F_{x1}}(f) - \phi_{F_{x2}}(f)\}^2 + \{2\phi_{F_{x1} F_{x2}}(f)\}^2}} \\ \sin 2\beta &= \frac{2\phi_{F_{x1} F_{x2}}(f)}{\sqrt{\{\phi_{F_{x1}}(f) - \phi_{F_{x2}}(f)\}^2 + \{2\phi_{F_{x1} F_{x2}}(f)\}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_1(\alpha)}{I_2(\alpha)} &= \frac{C_D' \phi_\eta(f)}{\sqrt{\{P_{\eta F_{x1}}(f)\}^2 + \{P_{\eta F_{x2}}(f)\}^2}} = \frac{C_M' \phi_\eta(f)}{\sqrt{\{Q_{\eta F_{x1}}(f)\}^2 + \{Q_{\eta F_{x2}}(f)\}^2}} \\ \cos \beta &= \frac{P_{\eta F_{x1}}(f)}{\sqrt{\{P_{\eta F_{x1}}(f)\}^2 + \{P_{\eta F_{x2}}(f)\}^2}} = \frac{Q_{\eta F_{x2}}(f)}{\sqrt{\{Q_{\eta F_{x1}}(f)\}^2 + \{Q_{\eta F_{x2}}(f)\}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

したがって、これらの関係を用いて最適な α および β の値を算出すればよいが、たとえば、

(4.49)式によれば、右辺はすべて波向計による実測値から算出されるので、 β の値は周波数の関数として波のパワーエネルギーとともに推定されることになる。ただし、当然のことであるが、これらの諸式を導くにあたっては、 F_{x1} および F_{x2} がGauss分布に従うとしているので、この仮定が満足される必要があるし、また(4.49)式の場合にはQuadrature spectrumを省略して実数部のみを扱っているため、これらはこの方法の誤差として介入することになる。また、波の卓越方向が異っていてもその周波数が同一であれば、それぞれの波向を区別することは困難となるはずである。

図-4.12は以上の方法によって、酒田港における方向スペクトルを算出したものであるが、この方法によると(4.49)および(4.50)式から明らかなように、球体に作用する波力の抗力および仮想質量係数も周波数の関数として求められる。

4) 海岸波浪の非線型性の解析

以上述べた波浪のスペクトル解析においては、微小振幅波理論が適用されることを前提としたが、海岸波浪は必ずしも線型性のものでなく、とくに海岸に近づくとき各種の要因によって変形し、かなり強い非線型性をあらわす。この性質は海岸波浪の予知や波浪特性の究明において明らかにしなければならないので、具体的にはこれまで砕波、スペクトルの成分間でのエネルギーの授受またはsurf beatなどの現象において、波の非線型性の効果が重要視されてきた。ここでは、スペクトル解析の立場から非Gauss過程の解析法として示されたbispectrumとその適用についてHasselmannら²⁷⁾に従って述べる。

(1) Bispectrum の定義と擬似Gauss過程

前述したように、パワースペクトル $\phi(\omega)$ は、自己相関関数 $r(\tau)$ との関係で(4.3)式によってあらわされ、これは2次のモーメントのFourier変換と対応づけられているが、さらに高次のモーメントとそのFourier変換として高次のスペクトルを定義することができる。すなわち、前者は $r(\tau) = \langle \eta(t) \eta(t + \tau) \rangle$ に対して、

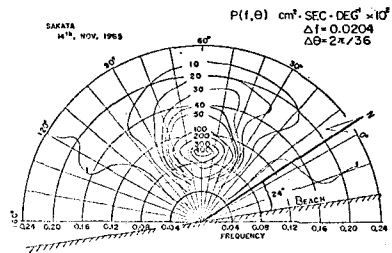
$$\phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (4.51)$$

であらわされるが、3次のモーメントで定義されるbispectrumは

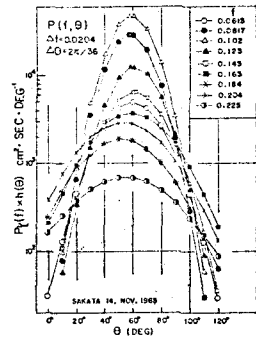
$$R(\tau_1, \tau_2) = \langle \eta(t) \eta(t + \tau_1) \eta(t + \tau_2) \rangle \quad \text{に対して、} \\ B(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} R(\tau_1, \tau_2) \exp\{-i(\sigma_1\tau_1 + \sigma_2\tau_2)\} d\tau_1 d\tau_2 \quad (4.52)$$

であらわされる。比較のために以下これら兩者について基本的な関係を示すが、まずこれらの

図-4.10 酒田港における方向スペクトルの例



(a)



(b)

逆変換はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} r(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) \exp(i\sigma\tau) d\sigma \\ R(\tau_1, \tau_2) &= \iint_{-\infty}^{\infty} B(\sigma_1, \sigma_2) \exp\{i(\sigma_1\tau_1 + \sigma_2\tau_2)\} d\sigma_1 d\sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

であらわされ、 $R\{\eta(t)\}$ に対しては、対称条件

$$\phi(\sigma) = \phi(-\sigma)^*, \quad B(\sigma_1, \sigma_2) = B(-\sigma_1, -\sigma_2)^* \quad (4.54)$$

が成立することは当然である。ここに、 ϕ^* および B^* はそれぞれ ϕ および B の conjugate である。また、 $\eta(t)$ の定常性から

$$\left. \begin{aligned} r(\tau) &= r(-\tau) \\ R(\tau_1, \tau_2) &= R(\tau_2, \tau_1) = R(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) = R(\tau_1 - \tau_2, \tau_2) \\ &= R(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1) = R(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1) \end{aligned} \right\} \quad (4.55)$$

が成立することになり、また直ちに、

$$\left. \begin{aligned} \phi(\sigma) &= \phi(-\sigma) \\ B(\sigma_1, \sigma_2) &= B(\sigma_2, \sigma_1) = B(\sigma_1, -\sigma_1 - \sigma_2) = B(-\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_1) \\ &= B(\sigma_2, -\sigma_1 - \sigma_2) = B(-\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

となることがわかる。このことから、bispectrum は $1/8$ 座標たとえば $0 \leq \sigma_1 < \infty, 0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ において示される。

なお、 $\eta(t)$ の Fourier-Stieltjes 積分表示を用いれば、 $\phi(\sigma)$ および $B(\sigma_1, \sigma_2)$ はそれぞれつぎのようにあらわされる。すなわち、

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ(\sigma) e^{i\sigma t} \quad (4.57)$$

によって、

$$\left. \begin{aligned} \langle dZ(\sigma_1) dZ(\sigma_2) \rangle &= \phi(\sigma_1) d\sigma_1; \quad \sigma_1 + \sigma_2 = 0 \\ &= 0; \quad \sigma_1 + \sigma_2 \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.58)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle dZ(\sigma_1) dZ(\sigma_2) dZ(\sigma_3) \rangle &= B(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2; \quad \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \\ &= 0; \quad \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.59)$$

これからも (4.56) 式の対称関係は直ちに見出される。また、skewness は $\langle \eta^3(t) \rangle / \langle \eta^2(t) \rangle^{3/2}$ で定義され、Gauss 過程の場合には $B(\sigma_1, \sigma_2)$ も同時に存在しなくなる。

いま、 $\eta(t)$ が統計的に独立な Fourier 成分の線型和であらわされる擬 Gauss 過程であるとすれば、

$$\eta(t) = \eta_1(t) + \eta_2(t) + \eta_3(t) + \dots \quad (4.60)$$

ここに、 $\eta_n(t) = O(\varepsilon^n)$ とし、 ε はせつ動における微量とする。ただし、 $\langle \eta_n(t) \rangle = 0$ 、 $\eta_1(t)$ は Gauss 過程であるとし、その高次項 $\eta_n(t)$ は $\eta_1(t)$ を用いてつぎのようにあらわされるものと仮定する。

$$\eta_n(t) = \int_{-\infty}^t \dots \int_{-\infty}^t G_n(t-t_1, t-t_2, \dots, t-t_n) \eta_1(t_1) \eta_1(t_2) \dots \eta_1(t_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n \quad (4.61)$$

さらに、(4.53) 式に対応して、

$$\eta_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ_n(\sigma) e^{i\sigma t} \quad (4.62)$$

を用いれば、

$$\begin{aligned} dZ_n(\sigma) &= \int \dots \int K_n(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) dZ_1(\sigma_1) dZ_1(\sigma_2) \dots dZ_1(\sigma_n) \\ &\quad \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_n = \sigma \end{aligned} \quad (4.63)$$

ここに、 K_n は(4.57)式中の G_n のFourier変換をあらわす。一般には、 $\langle \eta(t_1) \eta(t_2) \dots \eta(t_m) \rangle$ の n 次のせつ動までの m 次のモーメントは、 $(n-m+1)$ 次までのすべての相互干渉に関係するが、ここでは2次のモーメントについては2次のせつ動まで、また3次のモーメントについては4次のせつ動まで考えれば、つぎの関係がえられる。

$$\phi(\sigma) d\sigma = \phi_2(\sigma) d\sigma + \dots = \langle dZ_1(\sigma) dZ_1(-\sigma) \rangle + \dots$$

$$\left. \begin{aligned} B(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2 &= B_3(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2 + B_4(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2 + \dots \\ &= \langle dZ_1(\sigma_1) dZ_1(\sigma_2) dZ_1(-\sigma_1 - \sigma_2) \rangle + \langle dZ_1(\sigma_1) dZ_1(\sigma_2) dZ_2(-\sigma_1 - \sigma_2) \rangle \\ &\quad + \langle dZ_1(\sigma_1) dZ_2(\sigma_2) dZ_1(-\sigma_1 - \sigma_2) \rangle + \langle dZ_2(\sigma_1) dZ_1(\sigma_2) dZ_1(-\sigma_1 - \sigma_2) \rangle \\ &\quad + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

さらに、(4.59)式を代入し、 $\eta_1(t)$ についての対称条件を用いれば、次式がえられる。

$$B(\sigma_1, \sigma_2) = 2 [\phi(\sigma_1) \phi(\sigma_2) K(-\sigma_1, -\sigma_2) + \phi(\sigma_1) \phi(\sigma_1 + \sigma_2) K(-\sigma_1, \sigma_1 + \sigma_2) + \phi(\sigma_2) \phi(\sigma_1 + \sigma_2) K(-\sigma_2, \sigma_1 + \sigma_2)] + \dots \quad (4.65)$$

したがって、海岸波浪のように弱い非線型性をあらわし非Gauss過程と考えられる場合には、2次の干渉の程度をあらわすものとしてbispectrumが用いられることになる。

(2) Bispectrumのデジタル方式による計算法

(4.52)式の定義に従ってbispectrumを計算する方法として、ここでは柿沼¹⁸⁾が用いたデジタル方式によるものを述べる。まず、有限の長さの波浪記録から記録紙のずれなどによる長期的なtrendを最小自乗法によって除去してから、平均値からの変動量を Δ 間隔でよみとって、 $\eta(0), \eta(1), \dots, \eta(i), \dots, \eta(N-1)$ という N 個の統計量を作る。エルゴード性を仮定して、相関関数 $R'(\tau_1, \tau_2)$ を次式のようにあらわす。

$$R^*(p, q) = \frac{2}{N-q} \sum_{i=0}^{N-q-1} \eta(i) \eta(i+p) \eta(i+q) \quad (4.66)$$

ここに、 $p=0, 1, \dots, m$, $q=p, p+1, \dots, m$, であり、また m は最大のラグタイムである。計算を簡単にするために、(4.13)式と同様につぎのような変換をする。

$$\left. \begin{aligned} R(p, q) &= R^*(p, q); p=1, 2, \dots, m-1, q=p, p+1, \dots, m-1 \\ R(0, q) &= \frac{1}{2} R^*(0, q); q=1, 2, \dots, m-1 \\ R(p, m) &= \frac{1}{2} R^*(p, m); p=1, 2, \dots, m-1 \\ R(0, 0) &= \frac{1}{4} R^*(0, 0), R(0, m) = \frac{1}{4} R^*(0, m), R(m, m) = \frac{1}{4} R^*(m, m) \end{aligned} \right\} \quad (4.67)$$

また、(4.55)式から、

$$R(p, q) = R(q, p); p=0, 1, \dots, m, q=p+1, p+2, \dots, m \quad (4.68)$$

以上を用いて、 $R(p, q)$ のFourier変換を求めれば、つぎのようになる。

$$L(r, s) = \frac{1}{m^2} \sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^m R(p, q) \cos \left\{ \frac{\pi}{m} (pr + qs) \right\} \quad (4.69)$$

ここに、 $r=0, 1, \dots, m$, $s=r, r+1, \dots, m$

(4.54)および(4.56)式の対称条件から、

$$\left. \begin{aligned} L(1, 0) &= L(-1, 0) = L(0, 1), L(-1, -1) = L(1, 1), L(m, m-1) = L(m-1, m) \\ L(-1, s+1) &= L(1, s); s=0, 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

となり、また

$$L(s, r) = L(r, s); r=-1, 0, 1, \dots, m+1, s=r+1, r+2, \dots, m+1 \quad (4.71)$$

となる。さらに、

$$L(m+1, m+1)=L(m-1, m-1), L(r, m+1)=L(r, m-1); r=0, 1, \dots, m \quad (4.72)$$

とすれば、結局 $L(r, s)$ は $r = -1, 0, 1, \dots, m+1$ および $s = -1, 0, 1, \dots, m+1$ の範囲内で与えられることになる。ここで、2)において用いたと同じhammingのスペクトルウィンドウを用いて平滑化して、スペクトル密度を求めると、(4.20)式と同一の関係となつて、bispectrum $B(r, s)$ を算出することができる。すなわち、 $B(r, s)$ は $(\frac{r-1/2}{2\Delta t m}, \frac{r+1/2}{2\Delta t m})$ および $(\frac{s-1/2}{2\Delta t m}, \frac{s+1/2}{2\Delta t m})$ の周波数帯内の bispectrum 密度の平均値をあらわす。

つぎに、この計算法によって求められた bispectrum の実例について簡単に述べる。図-4.11は大渦波浪観測所で与えられた波浪記録によって算出された bispectra をパワースペクトルとともに示したものであるが、パワースペクトルがピークを示す成分波と他の大部分の成分波との間に、bispectrum が負になるような干渉があつて、ピーク成分波自身の干渉が強いことがわかる。さらに、0.225Nyquist の成分波自身の干渉は正の bispectrum を与えるが、これと 0.4 Nyquist の成分波の干渉は負の値をとる。図-4.11(b)をみると、ピーク成分波と他の成分波との間になりに強い干渉があることがわかるし、またピーク成分波自身の強い干渉のために、2倍周波数が卓越していることもわかる。このように bispectrum を求めて、各成分波の干渉を見出して、各成分波間でのエネルギーの授受を究明することができるが、一方この機構は理論的にある程度説明することも可能であるので、つぎに Hasselmann²⁷⁾ に従つて述べる。

(3) 波浪の bispectrum

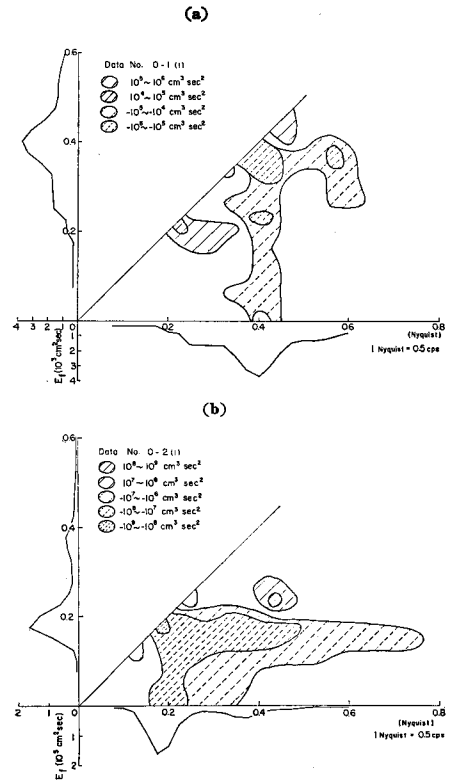
速度ポテンシャル $\phi_0(X, t)$ は第1近似として(4.60)式になつて(4.57)式を適用すれば、つぎのようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned} \phi_0(X, t) &= \phi_1(X, t) + \phi_2(X, t) + \dots \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} (d\phi_{1+}(K) e^{-i\sigma t} + d\phi_{1-}(K) e^{i\sigma t}) \frac{\cosh KZ}{\cosh Kh} \exp(iK \cdot X) \\ &\quad + \iiint_{-\infty}^{\infty} \sum_{s_1, s_2} d\phi_{1s_1}(K_1) d\phi_{1s_2}(K_2) A(K_1, s_1, K_2, s_2) \frac{\cosh(|K_1+K_2|Z)}{\cosh(|K_1+K_2|h)} \\ &\quad \times \exp\{i(K_1+K_2) \cdot X - i(s_1\sigma_1 + s_2\sigma_2)t\} + \dots \end{aligned} \quad (4.73)$$

ここに、

$$\sigma^2 = g|K_1+K_2| \tanh(|K_1+K_2|h)$$

図-4.11 大渦海岸での Bispectra



$$A(K_1, \sigma_1, K_2, \sigma_2) = \frac{i}{\sigma^2 - (\sigma_1 + \sigma_2)^2} \{ (\sigma_1 + \sigma_2) [K_1 K_2 \tanh K_1 h \tanh K_2 h - K_1 \cdot K_2] - \frac{1}{2} \times (\frac{\sigma_1 K_2^2}{\cosh^2 K_2 h} + \frac{\sigma_2 K_1^2}{\cosh^2 K_1 h}) \} \quad (4.74)$$

ここでは、海底に設置された水圧式波高計による場合を考えることにするので、平均の水圧を p_m とし、それよりの変動を p とすれば、

$$p + p_m = -\rho \left\{ \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{1}{2} (\phi_0)^2 \right\}_{Z=0} + gh \quad (4.75)$$

であり、また $\langle p \rangle = 0$ 、したがって、 p の Fourier 成分は

$$dp_{\pm}(K) = \frac{\pm i \sigma \rho}{\cosh K h} d\phi_{\pm}(K) \quad (4.76)$$

となり、また (4.73) 式の右辺第 2 項に対応したものは、次式であらわされる。

$$p_2(X, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \sum_{s_1, s_2} \frac{dp_{\pm}(K_1)}{1s_1} \frac{dp_{\pm}(K_2)}{1s_2} C(K_1, s_1 \sigma_1, K_2, s_2 \sigma_2) \exp \{ i (K_1 + K_2) \cdot X - i (s_1 \sigma_1 + s_2 \sigma_2) t \} \quad (4.77)$$

ここに、

$$C(K_1, \sigma_1, K_2, \sigma_2) = - \frac{\cosh K_1 h \cosh K_2 h (\sigma_1 + \sigma_2)}{\rho \sigma_1 \sigma_2 \cosh (|K_1 + K_2| h)} i A(K_1, \sigma_1, K_2, \sigma_2) - \frac{(K_1 \cdot K_2)}{2 \rho \sigma_1 \sigma_2} \quad (4.78)$$

固定点 x における水圧 p の 3 次のモーメントを作れば、4 次のせつ動までとして次式であらわされる。

$$\begin{aligned} \langle p(X, t) p(X, t + \tau_1) p(X, t + \tau_2) \rangle &= \langle p_2(X, t) p_1(X, t + \tau_1) p_1(X, t + \tau_2) \rangle \\ &+ \langle p_1(X, t) p_2(X, t + \tau_1) p_1(X, t + \tau_2) \rangle + \langle p_1(X, t) p_1(X, t + \tau_1) p_2(X, t + \tau_2) \rangle \end{aligned} \quad (4.79)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \langle p_2(X, t) p_1(X, t + \tau_1) p_1(X, t + \tau_2) \rangle &= \iiint_{-\infty}^{\infty} E(K_1) E(K_2) \left\{ \frac{1}{2} \sum_{s_1, s_2} C(s_1 K_1, s_1 \sigma_1, s_2 K_2, s_2 \sigma_2) \exp \{ i (s_1 \sigma_1 \tau_1 + s_2 \sigma_2 \tau_2) \} \right\} d^2 K_1 d^2 K_2 \\ E(K) d^2 K &= \langle 2 dp_+(K) dp_-(-K) \rangle \end{aligned} \quad (4.80)$$

であり、また $E(K)$ は正の K 方向への成分波による水圧 p_1 の 2 次元スペクトルをあらわす。

さて、bispectrum の定義 (4.53) 式のように (4.80) 式の Fourier 積分を求めるために、まず K 平面から σ と波の進行方向 ϑ であらわしたスペクトル密度に変換する。すなわち、

$$E(K) d^2 K = 2 \phi(\vartheta) B(\sigma, \vartheta) d\sigma d\vartheta \quad (4.81)$$

ここに、 $B(\sigma, \vartheta)$ は spreading factor をあらわし、 $\int_{-\pi}^{\pi} B(\sigma, \vartheta) d\vartheta = 1$

したがって、(4.80) 式は次式のようにあらわされる。

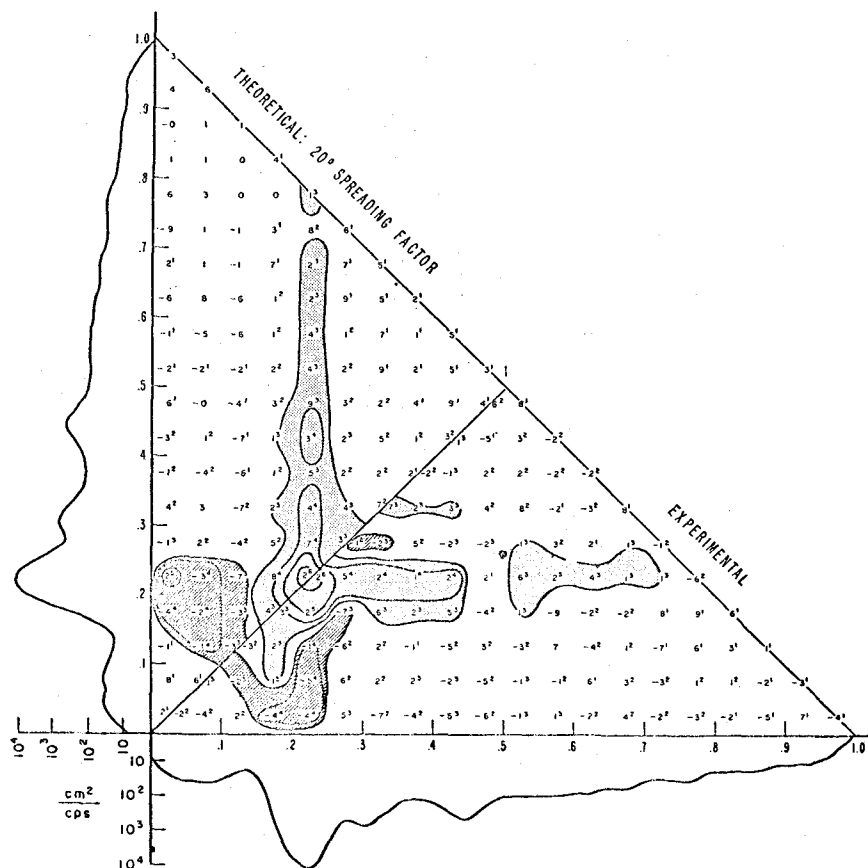
$$\begin{aligned} \langle p_2(X, t) p_1(X, t + \tau_1) p_1(X, t + \tau_2) \rangle &= \iint_{-\infty}^{\infty} 2K(-\sigma_1, -\sigma_2) \phi(\sigma_1) \phi(\sigma_2) \exp \{ i (\sigma_1 \tau_1 + \sigma_2 \tau_2) \} d\sigma_1 d\sigma_2 \end{aligned} \quad (4.82)$$

ここに、

$$K(\sigma_1, \sigma_2) = \iint_{-\pi}^{\pi} B(\vartheta_1) B(\vartheta_2) C(-s_1 K_1, \sigma_1, -s_2 K_2, -\sigma_2) d\vartheta_1 d\vartheta_2 \quad (4.83)$$

であり、また $s_j = \text{sign}(\sigma_j)$ 。したがって、(4.79) 式の各項は (4.64) 式の各項に対応し、弱い非線型干渉に対してえられた (4.64) 式は (4.83) 式であらわされるより一般的な場合に対しても成立するが、 $K(\sigma_1, \sigma_2)$ は実数であるから、bispectrum も実数部をとらなければならない。図-4.12 は以上の方法によって計算される bispectrum と実測値から求められたも

図-4.12 Bispectra の 1 例とくに実測と理論との比較



のとを比較した 1 例であるが、これからつぎのことがわかる。まず、理論と実測とは比較的よく対応しており、弱い非線型干渉の仮定が満足されており、また図-4.12 についてみられたように、相互干渉の最も強いのはピーク成分波自身であり、その結果ピーク周波数の 2 倍のところに図-4.11 (b) と同様なスペクトルのピークが現われている。さらに、このピーク周波数より大きい範囲において bispectrum が正となって、ピーク成分波のエネルギーが高周波側に移行し、また低周波側で負になっているのは、高周波成分波による radiation stress のためと考えられている。²⁸⁾

5 結 語

以上、波浪観測法の概説に引き続いて、波浪特性の解析法における各種の方法をできるだけ原著者の手法に沿って説明したつもりであるが、一般に波浪観測からえられる資料はぼう大なものになるし、また解析方法による誤差の介入を余儀なくされるので、できるだけ系統的なデータ処理システムによることが望ましい。最近米国²⁹⁾ やわが国の運輸省³⁰⁾ が中心となって、データ処理システムの検討がなされている。

本文をかくにあたって、港湾技術研究所の報告書をはじめとし、わが国の多くの研究成果を引用させていただいたし、また Kinsman の著者に負うところが大きい。さらに、米国の海岸工学研

究センターのGalvin博士には、とくに最近の未発表の論文草稿を送っていただいた。

以上、ここに明記して謝意を表明する次第である。

参 考 文 献

- 1) 土木学会：海岸保全施設便覧（改訂版），1969，7，p.122.
- 2) 高橋智晴：沿岸波浪観測，昭和45年度港湾技術研究所講演概要，運輸省港湾技術研究所，1970，12，pp.1-54.
- 3) 村木義男：波浪観測，1970年度水工学に関する夏期研修会講義集，土木学会水理委員会，1970，7，pp.1-22.
- 4) Barbar, N.F. and M.J. Tucker: Wind Waves, The Sea, Vol.1, edited by M.N.Hill, Inter. Pub., London, 1962, pp.664-699.
- 5) Tucker, M.J.: A Ship-borne wave recorder, Proc.1st Conf.on Coastal Eng. Instruments, 1956, pp.112-118.
- 6) Macovsky, M.S. and Mechlin G.F.: A proposed technique for obtaining directional wave spectra by an array of inverted fathometers, Proc.Conf. Ocean Wave Spectra, 1961, pp.235-241.
- 7) Kinsman, B.: Wind waves, Prentice Hall, 1965, pp.460-472.
- 8) Ewing, J.A.: Some measurements of the directional wave spectrum Jour. Marine Res., Vol.27, No.2 1969, pp.163-171.
- 9) 井島武士，松尾隆彦：碎波帯の波の研究(1) - 観測法および例 - ，第15回海岸工学講演会講演集，1968，pp.36-40.
- 10) 井島武士，高橋智晴，佐々木弘：波高観測等におけるレーダの応用，第11回海岸工学講演会講演集，1964，pp.81-88.
- 11) Galvin, C.J., D.G.Dumm, B.R.Sims and L.W.Tenney: Nearshore visual wave observations for United States' coastlines, Unpublished paper, 1969.
- 12) Galvin, C.J., L.W.Tenney and W.N.Seeling: Differences between littoral and offshore wave climates, Unpublished paper, 1970.
- 13) 高橋智晴，鈴木禧実，中井徹也：波高計による観測データの処理方法，港湾技研資料，No.39，1967，pp.3-233.
- 14) Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the height of sea waves, Jour.Marine Res., Vol.11, No.3, pp.245-266.
- 15) Longuet-Higgins, M.S.: The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves, Jour.Fluid Mech., Vol.17, part 3.
- 16) 合田良美：波浪統計に関する二，三の考察，港湾技研資料，No.39，1967，pp.239-255.
- 17) 合田良美，永井康平：名古屋港内における波浪観測第2報， - 港内発生表面風浪の観測解析結果 - ，港湾技研資料，No.61，1968，pp.3-48.
- 18) 柿沼忠男，石田昭，門司剛至：記録にもとづく海岸波浪の非線型性の解析，第15回海岸工学講演会講演集，1968，pp.73-79.
- 19) 本間仁，堀川清司，小森修蔵：水圧変動波形と水面波形の相関性，第12回海岸工学講演会講演集，1965，pp.76-83.

- 20) Esteva, D. and D.L.Harris: Comparison of pressure and staff wave gage records, Unpublished paper, 1970.
- 21) 日野幹雄: 波浪の統計的解析への応用, 1970 年度水工学に関する夏期研修会講義集, 土木学会水理委員会, 1970, 7. pp.1~32.
- 22) Uberoi, M.S.: Directional spectrum of wind-generated ocean waves, Jour. Fluid Mech., Vol.19, part 3, 1966.
- 23) 柿沼忠男, 石田昭: 波浪スペクトルに基づく大潟海岸の波向の推算について, 京大防災年報, 1968, Ⅱ 11B, pp337-353.
- 24) Barber, N.F.: The directional resolving power of an array of wave detectors, Proc.Conf.Ocean Wave Spectra, 1961, pp.137-150.
- 25) Longuet-Higgins, M.S., D.E.Cartwright and N.D.Smith: Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy, Proc.Conf.Ocean Wave Spectra, 1961, pp.111-136.
- 26) 鈴木禧実: 表面波の近似的方向スペクトルの観測, 第16回海岸工学講演会講演集, 1969, pp.99-106.
- 27) Hasselman, K., Munk, W. and MacDonald, G.: Bispectra of Ocean Waves, Proc. Sym.Time Series Analysis, 1962, pp.125-139.
- 28) 日野幹雄: 確率・統計(Ⅱ)その2, 土木学会誌, 1970, Vol.55, pp.63-70.
- 29) Farmer, H.G.: A data acquisition and reduction system for wave measurements, Proc.Conf.Ocean Wave Spectra, 1961, pp.227-233.
- 30) 高橋智晴, 鈴木禧実, 副島毅, 中井徹也: 波浪観測データの集中処理方式について, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp.403-408.