

波浪に対する構造物の動的応答

岩 垣 雄 一

1 は し が き

1961年1月15日午後7時20分、米国東海岸ニューヨーク港外の水深55.5mの海底砂地盤上に建設されていた、米国空軍の海洋レーダー観測塔の一つであるTexas Tower NO.4が、突如として28人の生命とともに倒壊し海没した。¹⁾ この塔は3脚柱で、他の4つのTexas Tower (図-1)とともに1954年以来建設され、NO.4は1957年に現場に据付けられたが、翌年および1960年にハリケーンに見舞われて、部材結合用ピンや部材まですり減ったり破損し、修理を重ねていたが、遂に倒壊したわけである。倒壊前の現地試験では、プラット・フォームは約3 inchも波によって動揺し、30 ftの波高の波の場合よりも、10 ftの波高の波の方が動揺が激しかったといわれる²⁾。このことは、Texas Tower NO.4を倒壊させた原因が、波高増大による波力の増加にあると簡単に断定するわけにゆかないことを示している。では、その主原因は何であったか。Harlemanはこう説明している。³⁾

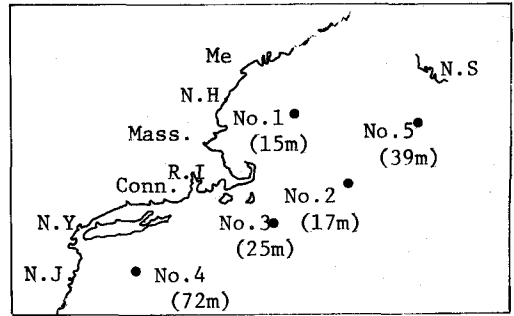


図-1 Texas Tower の設置位置

「Texas Tower NO.4の設計固有周期は、この構造物に影響を与えるような大きいエネルギーをもつ波の周期範囲よりも小さかった。しかし、この構造物の端ピン構造の部材の結合度が段々と弱まってきて、構造物の固有周期が延びてきたために、動的な応答の効果が発生し、この構造物が倒壊する主要な要因となったのである。」

ここ数年来、わが国においても海洋開発の必要性が盛んにさげばれ、その関心は急激に高まってきた。それにしたがって、海中での構造物の設置水深が段々と大きくなり、沖へ沖へと進んでいっている。そうすると、われわれが陸上や海岸の浅いところで考えていたこと以外の、重要な問題が数多くあらわれてくる。その一つが波浪による構造物の応答の問題であろう。もっと広くいえば、構造物と波浪との干渉の問題である。すなわち、波が構造物にどのような力を及ぼし、そのためにどのような運動をするかという問題と同時に、構造物によって波がどの程度の影響を受けて変形するかを取扱うわけである。これについては、A. T. Ippen編著の「Estuary and Coastline Hydrodynamics」Chap. 8 Interaction of Structures and Waves, に R. G. Deanと D. R. F. Harleman⁴⁾が詳しく述べているので、ここでもこれを参考としながら、構造物の波による応答の問題を考えてゆきたいと思う。

2 海洋構造物の分類

海洋構造物で、波浪による応答を考えなければならないようなものを分類して、その中のいくつかをここでは取上げることにしよう。

海洋構造物というのは、きわめてあいまいな言葉で、はっきりした定義はないが、海岸構造物（水際線付近の港湾施設を除いた構造物）および港湾施設以外のもので一般に水際線から離れて存

在するもの、と定義している。⁵⁾そしてこれを使用目的別に分類すると、1) 海底資源掘削装置、2) シーバース、3) 海上作業台、4) 海中塔類、5) 航行・防衛施設、6) 海中貯油施設、7) 海洋観測船、8) 海底居住基地、9) 沈埋管、に分けられる。⁶⁾しかし、このような構造物を、各部材の波力の受け方や復元力などによって、動力学的に分類すると、図-2 のようになる。図中の(1)は杭を用いた構造物で、波力をできる限り小さくして、海底の支持力と構造物自身の復元力とによって、外力に対抗する方式のもので、(a)は数本の脚柱の上に上部構造として重いプラットフォームが取り付けられたもの、(b)は脚柱のみのものに分けられる。(a)には固定式石油掘削装置、海上作業台、航行・防衛施設などが対応し、(b)には波浪観測塔や海中展望塔などの海中塔類がこれにあたる。(2)は本体が海中にあって海上に浮んだもので、(a)は復元力として浮力を利用したもの、(b)は支柱を復元力としたもの、(c)は海上に浮び、復元力は浮力とアンカーしたワイヤーの張力とからなるもので、(a)および(b)には海中貯油施設、海洋観測船(カリフォルニア大学 Scripps 海洋研究所の FLIP など)、海底居住基地などが考えられ、(c)には移動式掘削装置などがある。また(3)は自重と海底支持力とによって据付けられ敷設されるもので、復元力は海底地盤の反力や自重である。この型式のものは、海底居住基地や沈埋函のほか、海洋構造物といえないかも知れないが、防波堤や潜堤がこれにあたる。

このような分類が適当かどうかかわからないが、ここでは、(1)の杭式構造物のうち、円柱の脚からなる構造物を取扱うことにし、また(2)の浮力式構造物では、海中での保留球の応答を、(3)の重力式構造物では、防波堤のロッキング現象を考察することにする。

3 1 自由度系の振動特性

波浪に対する構造物の応答を考える場合、前述のいずれの型式の構造物の場合でも、変位に比例した復元力、速度の1乗あるいは2乗に比例した減衰力、さらに波力という強制力があるために、1自由度のバネ-質量系の強制振動におきかえることができる。

いま図-3に示すような、周期的な強制力 $F(t) = F_m \sin \omega t$ が働く線型の粘性減衰と復元力をもつ1自由度系におきかえたとす

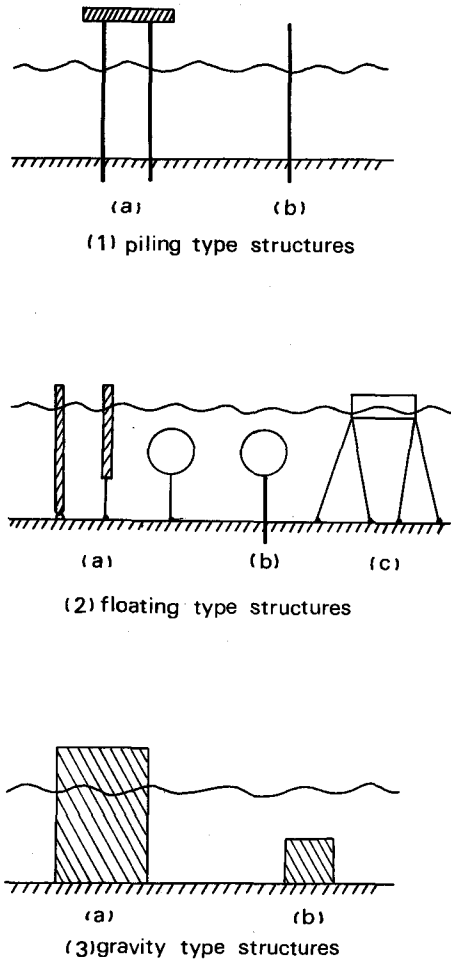


図-2 海洋構造物の動力学的分類

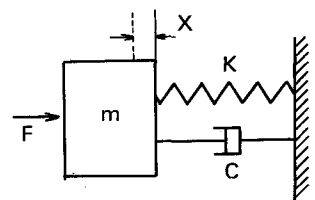


図-3 強制力の働く粘性減衰1自由度系のモデル

れば、この系の運動方程式は、変位を x として次式であたえられる。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = F(t) = F_m \sin \omega t \quad (1)$$

ここに、 m ：振動系の有効質量、 C ：構造物の減衰係数、 K ：構造物のバネ常数、 F_m ：強制力の振幅、 ω ：強制力の円振動数（ $= 2\pi/P$ ）、 P ：強制力の周期、 t ：時間、であって、この微分方程式の解は次のようである。⁶⁾

$$x(t) = A_0 \exp\left(-\frac{C}{2m}t\right) \cos\{\omega_n \sqrt{1 - (C/2m)^2}t + \theta\} + \frac{F_m/K}{\sqrt{\{1 - (\omega^2/\omega_n^2)\}^2 + 4(C/C_c)^2(\omega/\omega_n)^2}} \sin(\omega t - r) \quad (2)$$

ここに、

$$r = \tan^{-1} \left\{ \frac{2(C/C_c)(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right\} \quad (3)$$

$\omega_n = \sqrt{K/m}$ 、 $C_c = 2\sqrt{Km}$ であって、 ω_n は減衰がないときのこの振動系の固有振動数、 C_c を臨界減衰係数とよび、 A_0 および θ は定数であって初期条件によって決められる。

(2)式において、右辺第1項は自由振動の項をあらわし、これは時間とともに減衰力によって指数関数的に消滅する。また第2項は強制振動の項であって、振動の振幅や位相が (ω/ω_n) および (C/C_c) の関数であることがわかる。この強制振動の項は、一定振幅の調和振動であって、定常振動を続ける。一般に急に強制力が加わると、自由振動を含む過渡振動の状態となるが、そのうちに自由振動が消滅して強制振動のみとなる。したがって、共振問題を論ずる場合には、強制振動のみを取扱うことが多い。

図-4 は強制振動の振幅比

$$\frac{x_{\max}}{x_{\text{static}}} = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (\omega^2/\omega_n^2)\}^2 + 4(C/C_c)^2(\omega/\omega_n)^2}} \quad (4)$$

と、位相の遅れ r が、 ω/ω_n および C/C_c とどのような関係にあるかを示した図で、共振曲線といっている。この図からわかるように、 $C=0$ 、すなわち減衰力が0の場合には、振幅比は $\omega/\omega_n = 1$ のとき無限大となり、位相は $\omega > \omega_n$ にしたがって強制力と同位相または反位相となるが、減衰力が作用すると、振幅比は有限値をとるようになり最大値も $\omega/\omega_n = 1$ より小さい方へずれて現われる。そして位相は $\omega/\omega_n = 1$ のとき 90° 遅れることがわかる。

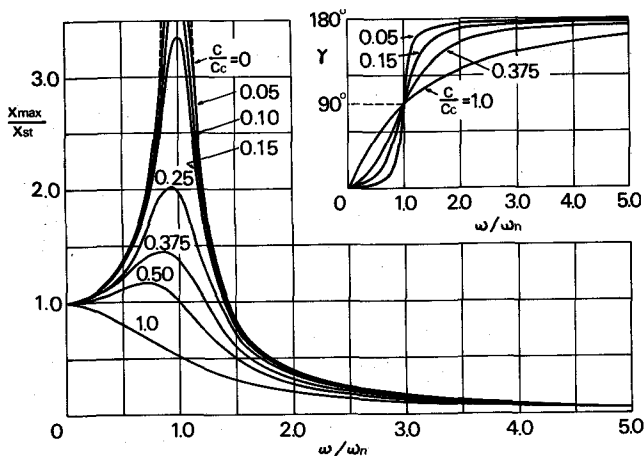


図-4 共振曲線

海洋構造物の波浪による応答の問題も、

結果的にはこうした1自由度系の強制振動を論ずることになるのであって、問題は振動系の有効質量 m として何をとりべきか、振衰係数やバネ常数はどうして決定するか、強制力 $F(t)$ は波力ということになるが、どのような形で表現されるか、といった具体的な事項になる。これらのうちで、最も問題となるのは強制力である波力であって、次にこれについて述べてみたい。

4 海洋構造物に作用する波力

(1) 波力計算の基本概念

波浪によって海洋構造物を構成する部材が受ける波力は、波の運動によって海中の水粒子が速度や加速度をもち、また流れの中に圧力勾配が存在するために発生するのである。水粒子は、浅海波の場合には、ほぼ長円形の軌道を描いて運動し、図-5に示すように波の峯では波の進行方向と同一の水平速度をもち、波の谷では波と逆の方向の水平速度をもっている。そのため部材に抗力 (drag force) が作用する。また、速度とは位相が 90° 遅れて加速度が変動するので、図-5でわかるように丁度波形が平均水面を切る点で水平加速度が最大となる。そのために部材に仮想質量力 (virtual mass force) という力が働く。さらに、波の運動によって、海中に圧力勾配が発生するが、圧力勾配は水粒子の加速度と流体の密度の積に近似できるから、圧力勾配による力は仮想質量力と同様な表現として示され、両者を合計して慣性力 (inertia force) と称している。これを数式であらわすと次のようになる。⁷⁾

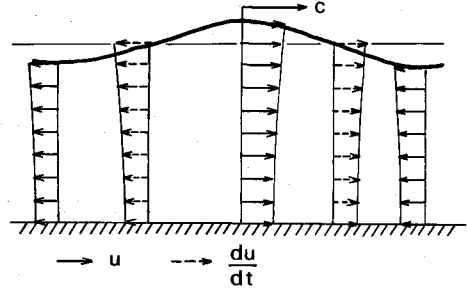


図-5 水粒子の速度と加速度

$$\text{抗力} \quad F_D = C_D \rho A |u| u / 2 \quad (5)$$

ここに、 C_D ：抗力係数、 ρ ：海水の密度、 A ：流れの方向の部材の投影面積、 u ：水粒子の速度、である。

圧力勾配による力 粘性がなく、非定常な流れの場合での水平方向の圧力勾配 $d\rho/dx$ は、運動方程式中の2次の非線型加速度項を無視すると、 $-\rho \, du/dt$ に等しいから、

$$F_I(\text{圧力勾配}) = -\frac{d\rho}{dx} \cdot V = \rho V \frac{du}{dt} = M \frac{du}{dt} \quad (6)$$

ここに、 V ：部材の体積、 M ：部材を海水におきかえたときの質量、である。

仮想質量力 流れの速度が局所的に加速や減速されるために生ずる力で、

$$F_I(\text{仮想質量}) = K_V \rho V \frac{du}{dt} = K_V M \frac{du}{dt} \quad (7)$$

ここに K_V ：付加質量係数、である。

慣性力 したがって、圧力勾配による力と仮想質量力を加えた慣性力は

$$F_I = (1 + K_V) M \frac{du}{dt} = C_M \rho V \frac{du}{dt} \quad (8)$$

ここに、 C_M ：質量係数あるいは慣性係数とよばれる。

これから、構造物の部材に作用する流体力を F とすれば、

$$\begin{aligned} F &= F_D + F_I \\ &= C_D \rho A \frac{|u|u}{2} + C_M \rho V \frac{du}{dt} \end{aligned} \quad (9)$$

ということになる。抗力係数 C_D は部材の形状のほかレイノルズ数の関数であり、また質量係数 C_M は粘性よりむしろ部材の形状によって決まる定数である。(9)式のような抗力と慣性力の和で全流体力を表現する方法を初めて示したのは Morison ら⁸⁾である。

(2) 円柱に作用する波力

円柱はその軸に直角方向の流れであれば、流れの方向に関係なく流体力は同じであり、また強

度も他の断面に比して有利な値を示すために、海洋構造物の部材として円柱が広く用いられる。したがって、ここでは円柱に作用する波力を取扱うことにする。

いま図-6に示すように、高さ dz の部材に働く波力を dF とし、直径 D の円柱を考えると、(9)式に対応する式として

$$dF = C_D \rho D \frac{1}{2} u |u| dz + C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 \frac{du}{dt} dz \quad (10)$$

が求められる。

水平水粒子速度 u および加速度 du/dt を表現する式は、波形が

$$\zeta = a \cos(\kappa x - \omega t) \quad (11)$$

によってあらわされる微小振幅波理論を用いると、

$$u = a \omega \frac{\cosh \kappa(h+z)}{\sinh \kappa h} \cos(\kappa x - \omega t) \quad (12)$$

$$\frac{du}{dt} = a \omega^2 \frac{\cosh \kappa(h+z)}{\sinh \kappa h} \sin(\kappa x - \omega t) \quad (13)$$

となる。 $x = 0$ の位置に円柱が立っていると仮定すれば、 C_D, C_M が水深方向に変化しないとして、(10), (12), (13)式より次のような全波力をあらわす式が求められる。

$$F = \int_{-h}^{\eta} dF = \rho g \frac{C_D D}{2} \frac{a^2 \kappa h \cos \omega t |\cos \omega t|}{\sinh 2\kappa h} \left\{ \frac{1}{2\kappa h} \sinh 2\kappa h \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) + \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) \right\} - \rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} \frac{a \sin \omega t}{\cosh \kappa h} \left\{ \sinh \kappa h \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) \right\} \quad (14)$$

とくに、水深が浅くなって、 $h/L < 1/25$, $a/L \ll 1$ の場合、いわゆる長波(特浅海波)に対しては、(14)式は次のようになる。

$$F = \rho g \frac{C_D D}{2} a^2 \cos \omega t |\cos \omega t| - \rho g \frac{C_M \pi^2 D^2}{2} \frac{a}{T} \sqrt{\frac{h}{g}} \sin \omega t \quad (15)$$

これから、最大抗力は波の周期に関係なく、また最大慣性力は同期に逆比例することがわかる。一方、 $h/L > 1/2$, $a/L \ll 1$ の深海波の場合には、(14)式は

$$F = \rho g \frac{C_D D}{4} a^2 \cos \omega t |\cos \omega t| - \rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} a \sin \omega t \quad (16)$$

となる。したがって、この場合には、最大抗力も最大慣性力も波の週期に無関係であることがわかる。

次に海底での円柱に働くモーメントは、

$$M = \int_{-h}^{\eta} (h+z) dF = \rho g \frac{C_D D}{2} \frac{a^2 \kappa h^2 \cos \omega t |\cos \omega t|}{\sinh 2\kappa h} \left[\frac{1 + (\eta/h)}{2} + \frac{1 + (\eta/\kappa)}{\sinh 2\kappa h (1 + \eta/h)} + \frac{1}{(2\kappa h)^2} \{1 - \cosh 2\kappa h (1 + \eta/h)\} \right] - \rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} \frac{a h \sin \omega t}{\cosh \kappa h} \left[\left(1 + \frac{\eta}{h}\right) \sinh \kappa h \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) + \frac{1}{\kappa h} \{1 - \cosh \kappa h (1 + \frac{\eta}{h})\} \right] \quad (17)$$

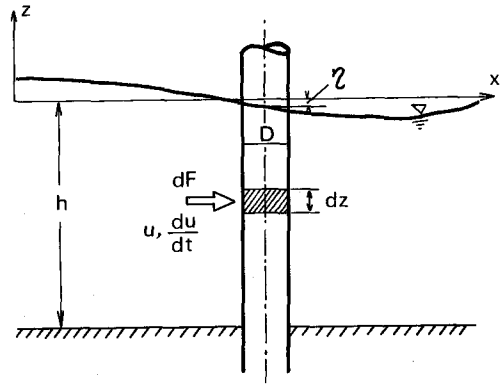


図-6 円柱に作用する水平方向の波力についての説明図

のように計算され、長波に対しては

$$M = \rho g \frac{C_D D}{4} a^2 h \cos \omega t |\cos \omega t| - \rho g \frac{C_M \pi^2 D^2}{2} \frac{a h}{T} \sqrt{\frac{h}{g}} \sin \omega t \quad (18)$$

深海波に対しては、

$$M = \rho g \frac{C_D D}{4} a^2 h \cos \omega t |\cos \omega t| \cdot \left\{ \frac{k h - (1/2)}{k h} \right\} - \rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} a h \sin \omega t \cdot \left\{ \frac{k h - 1}{k h} \right\} \quad (19)$$

となる。これらの式から、モーメントの腕の長さは、長波の場合、 $h/2$ であり、深海波の場合には、抗力に対して $\{k h - (1/2)\}/k$ 、慣性力に対して $(k h - 1)/k$ であることがわかる。

なお、このような全波力や波力によるモーメントの最大値を算定するに便利な図表が合田によって用意されている⁹⁾¹⁰⁾。

つぎに、(14)式によって示される全流体力を構成する全抗力の最大値と、慣性力の最大値の大小関係を調べてみよう。いま全抗力の最大値を F_{Dmax} 、全慣性力の最大値を F_{Imax} とすれば、(14)式より、

$$\frac{F_{Dmax}}{F_{Imax}} = \frac{\rho g \frac{C_D D}{2} \frac{a^2 k h}{\sinh 2 k h} \left\{ \frac{1}{2 k h} \sinh 2 k h \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) + \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) \right\}}{\rho g \frac{C_M \pi D^2}{4} \frac{a}{\cosh k h} \left\{ \sinh k h \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) \right\}} \quad (20)$$

が求められる。さらに $\eta/h \ll 1$ 、 $\eta/L \ll 1$ と仮定し、 $F_{Dmax} = F_{Imax}$ とおけば、

$$\frac{H}{D} = \frac{2a}{D} = \frac{C_M}{C_D (h/L)} \left\{ \frac{\sinh^2 2\pi h/L}{1 + \{ \sinh 4\pi h/L / (4\pi h/L) \}} \right\} \quad (21)$$

$C_M = 2.0$ 、 $C_D = 1.0$ として、(21)式を用い抗力と慣性力の最大値が相等しいときの H/D と h/L との関係を図示したのが図-7である。この図より、 h/L が大きいかつ H/D が小さくなると慣性力が卓越し、逆に浅くなって、 h/L が小さく、かつ H/D が大きいほど、抗力が卓越することがわかる。

次に u および du/dt として、有限振幅波の理論式を用いる場合を考えてみよう。

まず抗力 F_D は、

$$F_D = \int_{-h}^{\eta} C_D \rho \frac{|u|u}{2} D dz = \rho g \frac{C_D D h^2}{2} \cdot A \quad (22)$$

$$\text{ここに、} A = \int_{-1}^{\eta/h} \frac{|u|u}{qh} d(z/h) \quad (23)$$

であらわされる。このときのレイノルズ数は

$$Re = \frac{D}{\nu} \sqrt{qhA} \quad (24)$$

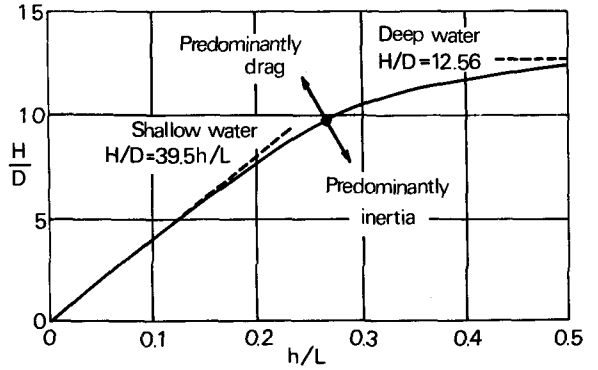


図-7 抗力の最大値と慣性力の最大値が等しいときの H/D と h/L の関係

によって求められる。また慣性力 F_I は

$$F_I = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^{\eta} \frac{du}{dt} dz \quad (25)$$

であらわされ、(23) 式および (25) 式の計算は、例えば Skjelbreia によるストークス波の 3rd order のものを用い、図式的か

あるいは計算機で行なえばよい。図-8 はこのようにして求めた計算値 ($C_M = 2.0$ とし、 C_D の値は定常流の場合のレイノルズ数との関係で与えられるものを用いた) と測定値を示したもので、よく一致していることがわかる。

(3) 抗力係数 C_D および質量係数 C_M の値

以上述べた抗力および慣性力による流体力の計算で最も問題となるのは、抗力係数 C_D および質量係数 C_M の評価である。定常流の実験によって、 C_D は断面形状とレイノルズ数の関数として求められているが、それがそのまま非定常流に対しても適用できるかどうか。また C_M の値は理論的には円柱の場合 2.0、球の場合 1.5、矩形板の場合 2.05 であるといわれている¹²⁾が、

実際にそのままの値を用いてよいかどうか。また静水中の物体を振動させて C_D や C_M を測定した結果を、そのまま波浪運動している海中の静止物体にそのまま当てはめてよいかどうか。こうした問題を解決するために、これまで多くの室内実験や現地測定が実施された。とくに、円柱については、Wilson と Reid¹³⁾ が従

来の資料を総括して、図-9 に示すような C_D の値を与えている。この図から円柱の C_D の値は 0.3 付近から 6.0 付近までの範囲に散乱しており、いくらの値を採用すべきか迷ってしまう。Achenbach¹⁴⁾ は高圧下の空気流で円柱の C_D を 5×10^6 までのレイノルズ数に対して測定した結果、0.6 ~ 0.8 の値を得ていることは高レイノルズ数での C_D の値の選択に参考になるであろう。また、 C_M の値は Wilson と Reid がまとめた結果では、0.93 ~ 2.30 の値をとり、そのうち現地での測定値は

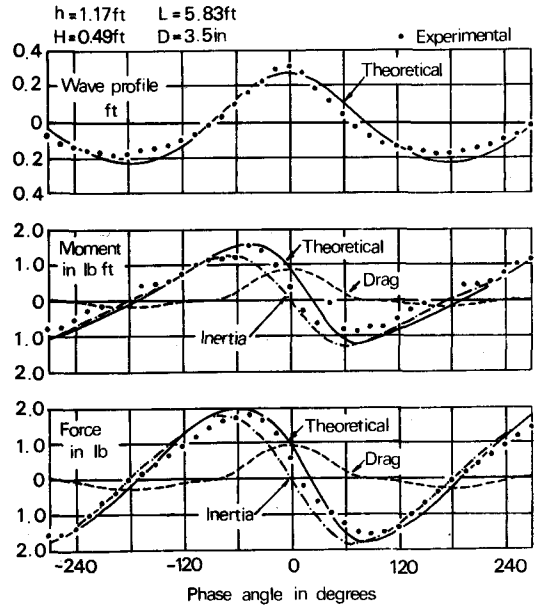


図-8 全流体力、モーメントおよび波形に関する理論と実験の比較 (Ippen¹¹⁾より)

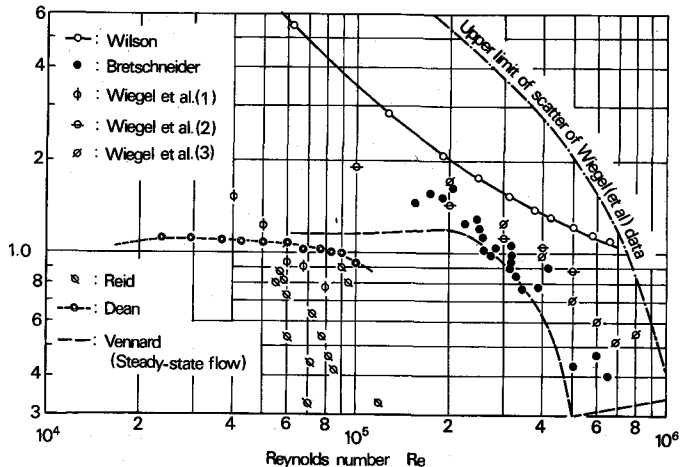


図-9 振動流および加速流に対する抗力係数とレイノルズ数の関係⁽³⁾

0.95 ~ 1.47 で、理論値である 2.0 をかなり下まわっている。しかし、Jen¹⁵⁾ が円柱に作用する規則波と不規則波による慣性力を測定した結果求められた C_M の値が、前者に対して 1.85 ~ 2.64 (平均値 2.04)、不規則波に対しては 2.08 と 2.20 であったことを考えれば、理論値である 2.0 という値を採用するのが妥当と思われる。なお、これまでの議論は円柱の直径が波長に比べて十分小さいという仮定の上に立っている。Mac Camy と Fuchs¹⁶⁾ は回折理論によって円柱と波との干渉を調べた結果、円柱の直径と波長との比 D/L が 0.1 程度以下であれば $C_M = 2$ で、慣性力の加速度からの位相の遅れも 5° 以下であるが、 D/L の値が大きくなって、0.3 程度にもなると C_M は減少して 1.4 になり、位相の遅れも 20° を越えることを示した。

(4) 水平方向の水粒子速度と加速度

微小振幅波理論では、水平方向の水粒子速度は (12) 式で、加速度は (13) 式であらわされ、これらにもとづいて全波力をあらわす (14) 式および全モーメントを示す (17) 式が導かれた。しかし、これは水粒子速度や加速度が正しく (12) 式と (13) 式で表現されるという仮定にもとづいており、もしこれに誤差があれば当然 F や M の計算にも関係してくる。

前述した C_D や C_M の測定値というのは、 F や M を測定し (14) 式や (17) 式にもとづいて C_D および C_M を逆算するのであって、もとの基礎式である (10) 式から u や du/dt も同時に測定して C_D および C_M を求めるわけではない。 F や M のほかに測定する量は、一般に水面変動を示す $\eta(t)$ であって、 u とか du/dt は測定がむずかしく、とくに du/dt となると現在のところ直接測定は不可能といってよい。したがって、波力の測定誤差の問題ももちろんあるが、測定値から C_D と C_M を求める解析上の誤差が重要な問題であると思われる。 C_D や C_M の測定値が散乱する原因の 1 つにこのことが

関係していると考えられる。

最近著者は水平水粒子速度について、従来の波の理論と実際に測定して得た実験値とがどの程度あうかどうか調べてみた¹⁷⁾

¹⁸⁾。測定方法は、hot film 流速計を用いて、波の 1 周期にわたる固定点の流速の時間的な変化を記録するものと、水素気泡をトレーサーとして写真撮影することにより、流速の鉛直分布を求めるものの 2 つを採用し

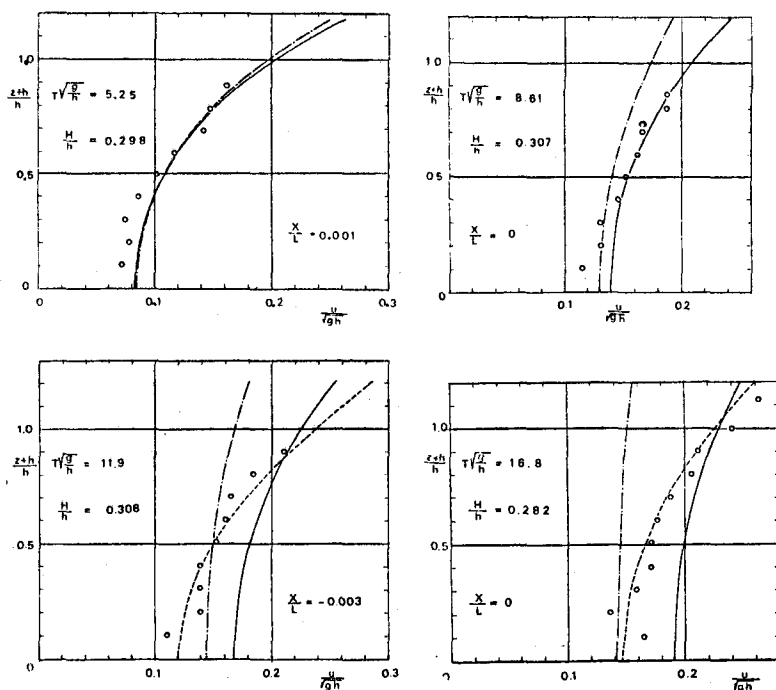


図-10 水平水粒子速度の鉛直分布の測定例と各種の波の理論値との比較 (鎖線: 微小振幅波, 実線: ストークス波, 点線: ハイパボリック波)

た。図-10は波高 H がかなり大きく、水深 h との比 H/h が0.3前後のときの、波の峯直下での水平水粒子速度 u の鉛直分布を示したもので、水深が大きく、周期が小さい $T\sqrt{g/h}=5.25$ の場合には、(12)式で示される微小振幅波理論の式でも、

$$\frac{u}{c} = F_1 \cosh k(h+z) \cos(kx - \omega t) + F_2 \cosh 2k(h+z) \cos 2(kx - \omega t) + F_3 \cosh 3k(h+z) \cos 3(kx - \omega t) \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{ka}{\sinh kh}, \quad F_2 = \frac{3}{4}(ka)^2 \frac{1}{(\sinh kh)^4} \\ F_3 &= \frac{3}{64}(ka)^3 \frac{11-2\cosh 2kh}{(\sinh kh)^7} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

によってあらわされる Skjelbreia によるストークス波の3rd order 理論¹⁹⁾でも、いずれも実験値とよく合い、両理論には差がでてこないが、周期が長くなって $T\sqrt{g/h}=8.61$ になると、Stokes 波理論と一致し、またさらに水深が減少し、周期が長くなり $T\sqrt{g/h}=11.9$ にもなると、クノイド波の近似表示であるハイパボリック波の式²⁰⁾

$$\begin{aligned} \frac{u}{T\sqrt{g/h}} &= \left(1 - \frac{1}{2K} \frac{H}{h}\right) \left\{ A_1 \operatorname{sech}^2 \frac{2K}{L}(x - ct) + A_2 \operatorname{sech}^4 \frac{2K}{L}(x - ct) - A_3 \right. \\ &\quad A_1 = \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t}\right)^2 \right\} \right\} \\ &\quad A_2 = \left(1 + \frac{2}{K} \frac{H}{h}\right) \left(\frac{H}{h}\right)^2 \left\{ \frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t}\right)^2 \right\} \right\} \\ &\quad A_3 = \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} \frac{1}{K} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4}\right) \right\} \\ &\quad \frac{K}{T\sqrt{g/h}} = \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2 \right\}^{1/2}, \quad H/h \leq 0.55 \end{aligned} \quad (28)$$

の方がよく一致するようになる。ここに、(29)式中の z は波の谷から上方にとった座標であり、 h_t は波の谷での水深を示す。このように、微小振幅波理論の適用も、場合によっては限定されなければならないし、ストークス波理論でも、水深が浅く周期が長くなると、工合が悪くなりクノイド波あるいはハイパボリック波を適用しなければならなくなる。したがって、 C_D にしても C_M でも、波力の測定値からそれらの値を求める場合、どの理論を用いて算出したかが、逆にそれらの C_D や C_M の値を用いて波力を算定するときの理論式を選定する根拠になるわけで、このような点を統一して実際計算にあたる必要があろう。

(5) 不規則波の波力

これまで、規則波を対象として波力を求める方法を考えてきた。しかし、実際の海洋波は不規則波であって、あるエネルギー・スペクトルをもっている。こうした不規則な波が円柱を通過するとき、どのような力が円柱に作用するかがわからなければ、実際の海洋中に構造物を建設したときの波による応答を取扱うことができない。この問題を統計的に取扱ったものに Borgman²¹⁾, Bretschneider²²⁾, Pierson および Holmes²³⁾, Reid²⁴⁾らのものがあるが、ここでは、Borgman の方法を述べる。

いま海面変動すなわち波浪のエネルギー・スペクトル密度を $S_{\eta\eta}(\omega)$ とすれば、これは海面変動 $\eta(t)$ の自己相関関数 $R_{\eta\eta}(\tau) = \overline{\eta(t) \cdot \eta(t+\tau)}$ のフーリエ積分変換としてあらわされる。すなわち、

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta\eta}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (30)$$

海面変動 $\eta(t)$ は

$$\eta(t) = \int_0^\infty \cos[\omega t + \varepsilon(\omega)] \sqrt{S_{\eta\eta}(\omega)} d\omega \quad (31)$$

であらわされ、したがって成分波の振幅は $\sqrt{S_{\eta\eta}(\omega)} d\omega$ ということになる。(10)式にいて、

$$d = C_D \rho D dz/2, \quad m' = C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 dz, \quad \frac{du}{dt} = a \quad (32)$$

とおくと、

$$dF(t) = d \cdot u(t) |u(t)| + m' a \quad (33)$$

Borgman は海面変動がガウス分布をするランダム波であるとして、次のような $dF(t)$ に対する理論的な自己相関関数 $R_{FF}(\tau)$ の式を導いた。

$$R_{FF}(\tau) = d^2 \sigma^4 G\left(\frac{R_{uu}(\tau)}{\sigma^2}\right) + m'^2 R_{\alpha\alpha}(\tau) \quad (34)$$

$$\text{ここに、} G(r) = \frac{(2+4r^2) \sin^{-1} r + 6r \sqrt{1-r^2}}{\pi}, \quad r = R_{uu}(\tau)/\sigma^2 \quad ((34))$$

$$\sigma^2 = 2 \int_0^\infty S_{uu}(\omega) d\omega \quad (35)$$

また、 $R_{uu}(\tau)$ および $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ はそれぞれ u および α の自己相関関数、 $S_{uu}(\omega)$ は u のスペクトル密度である。一方、海面のスペクトル密度 $S_{\eta\eta}(\omega)$ と u および α のスペクトル密度 $S_{uu}(\omega)$ 、 $S_{\alpha\alpha}(\omega)$ の関係は、微小振幅波の線型理論を用いると、(12)および(13)式より

$$S_{uu}(\omega) = \left[\frac{\omega^2 \cosh^2 k(h+s)}{\sinh^2 kh} \right] S_{\eta\eta}(\omega) = T_u(\omega) \cdot S_{\eta\eta}(\omega) \quad (36)$$

$$S_{\alpha\alpha}(\omega) = \left[\frac{\omega^4 \cosh^2 k(h+s)}{\sinh^2 kh} \right] S_{\eta\eta}(\omega) = T_\alpha(\omega) \cdot S_{\eta\eta}(\omega) \quad (37)$$

となり、波数 k と ω は

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (38)$$

によって結ばれる。スペクトル密度のフーリエ逆変換、例えば $S_{uu}(\omega)$ の逆変換は

$$R_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^\infty S_{uu}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (39)$$

となって、自己相関関数に等しいから、以上の関係を利用して、 $S_{\eta\eta}(\omega)$ に対応する $S_{FF}(\omega)$ を求めることができる。しかし、この手順はかなり複雑で面倒なので、次の近似による簡易化を試みる。(34)式の $G(r)$ を級数近似すれば、

$$G(r) = \frac{1}{\pi} \left(8r + \frac{4r^3}{3} + \frac{r^5}{15} + \dots \right) \quad (40)$$

であり、第1項のみ採用すれば $r=1$ のとき 1.5% の誤差、第2項までとれば、1.1% の誤差で近似できる。

いま(40)式の第1項のみをとれば、(34)式は

$$R_{FF}(\tau) = -\frac{8d^2\sigma^2}{\pi} R_{uu}(\tau) + m'^2 R_{\alpha\alpha}(\tau) \quad (41)$$

となり、したがって、

$$S_{FF}(\omega) = \frac{8d^2\sigma^2}{\pi} S_{uu}(\omega) + m'^2 S_{\alpha\alpha}(\omega) \quad (42)$$

(36)、(37)式を用いると $S_{\eta\eta}(\omega)$ から $S_{FF}(\omega)$ を求めることができる。図-11は実例として、Borgman が与えた海面のスペクトル密度、 $S_{\eta\eta}(\omega)$ と変換関数 $T_u(\omega)$ および $T_\alpha(\omega)$ を示したも

ので、図-12は(40)式の第1項のみをとった近似式(42)を用い、 $C_D=1.88$ 、 $C_M=1.73$ として計算された波力のスペクトル密度と、実際に測定して得られた結果とを比較したもので、両者が非常によく一致している。

なお、円柱全体に作用する波力あるいはモーメント $Q(t)$ のスペクトル密度 $S_{QQ}(\omega)$ を求める場合には、次式によればよい。

$$S_{QQ}(\omega) = S_{\eta\eta}(\omega) \left\{ \frac{8}{\pi} \left[\frac{\omega d}{\sinh kh} \int_h^0 q(h+z) \sigma(h+z) \cosh k(h+z) dz \right]^2 + \left[\frac{\omega^2 m}{\sinh kh} \int_h^0 q(h+z) \cosh k(h+z) dz \right]^2 \right\} \quad (43)$$

ここに、 $q(h+z)$ は、 $Q(t)$ が全波力のときは1であり、転倒モーメントのときは $(z+h)$ である。また(35)式と(36)式より

$$\sigma^2(h+z) = 2 \int_0^\infty T_u(\omega, h+z) \cdot S_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (44)$$

である。

5 杭状構造物の応答

ここでは、海洋構造物として広く用いられている円柱からなる杭状構造物の波による応答を考えてみよう。この問題は Harleman, Nolan および Honsinger²⁾ が図-13(a)に示す型式のものを取扱っているの、この研究を紹介する。

Harleman らはこの図のような構造物の振動系として、図-13(b)に示すような1自由度のバネ-質量系のモデルにおきかえた。この場合、正弦的な外力 $P(t') = P_m \sin \omega t'$ をうけ、線型減衰と線型の復元力をもつときの運動方程式は、

$$M \frac{d^2 X}{dt'^2} + C \frac{dX}{dt'} + KX = P(t') = P_m \sin \omega t' \quad (45)$$

で与えられる。これは(1)式と全く同じもので、この定常解は(2)式の右辺第2項と同じく、

$$X(t') = \frac{P_m/K}{\sqrt{\{1 - (\omega^2/\omega_n^2)\}^2 + 4(C/C_c)^2(\omega/\omega_n)^2}} \sin(\omega t' - r) \quad (46)$$

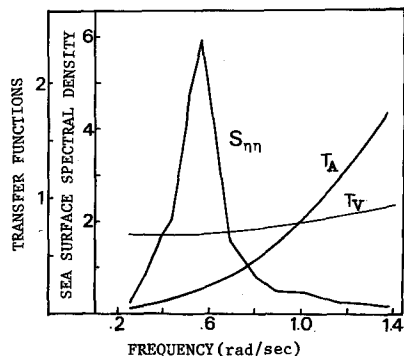


図-11 与えた波のスペクトル密度と速度および加速度の変換関数²¹⁾

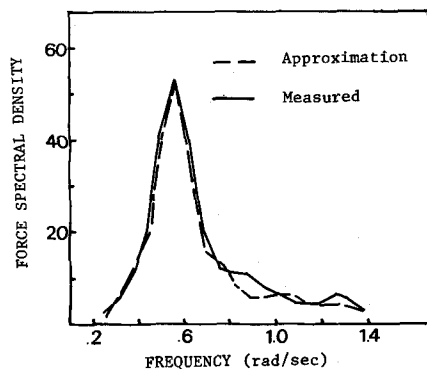


図-12 波力のスペクトル密度の測定値と計算値の比較²¹⁾

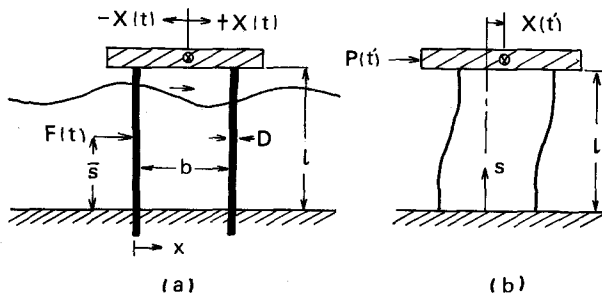


図-13 結合材のない4脚のプラットフォームと等価のバネ-質量振動系

であって、 r は(3)式のようなものである。問題は、等価の振動系における $P(t')$ と波力 $F(t)$ との関係、バネ定数 K 、固有周波数 ω_n 、有効質量 m 、減衰係数 C および臨界減衰係数 C_c とプラットフォームの寸法や重量、弾性などとの関係を見出すことである。

- 1) $F(t)$ は(14)式で示すように、 $F_m \sin \sigma t$ というような簡単な表現はできないが、フーリエ級数で近似すれば正弦関数の級数であらわされ、かつ(45)式は線型であるから、全体のプラットフォームの変位 $X_{total}(t)$ はフーリエ級数の各項による変位成分 $X_n(t)$ を合計すれば求められる。 $P(t)$ と $F(t)$ との関係は、プラットフォームの静的な変位が等しいという条件で求められる。いま海底からの高さ $\bar{s}$ に波力 F が作用したときのデッキの変位 X_{act} は

$$X_{act} = \frac{F \bar{s}^2}{NEI} \left(\frac{\ell}{4} - \frac{\bar{s}}{6} \right) \quad (47)$$

であり、一方等価系で P による変位 X_{equiv} は(47)式で $\bar{s} = \ell$ とにおいて、

$$X_{equiv} = \frac{P \ell^3}{12NEI} \quad (48)$$

であるから、両者を等しくおくと、次式がえられる。

$$\frac{P}{F} = 3 \left(\frac{\bar{s}}{\ell} \right)^2 - 2 \left(\frac{\bar{s}}{\ell} \right)^3 \quad (49)$$

ここに、 E ：プラットフォームの脚の弾性係数、 I ：脚の断面2次モーメント、 ℓ ＝脚の長さ、 N ：脚の数でここでは4である。

- 2) 等価系のバネ定数は、 $N = 4$ とすれば、(48)より

$$K = P/X_{equiv} = 48EI/\ell^3 \quad (50)$$

- 3) 等価系の固有振動数はプラットフォームの固有振動数に等しい。ここでは構造物の最大の運動エネルギーと最大のひずみエネルギーとが等しいとにおいて固有振動数を求める Rayleigh-Ritz のエネルギー法²⁵⁾を用いる。等価系で、海底からのある高さ s での脚の変位 $X(s)$ は

$$\frac{X(s)}{X_{equiv}} = 3 \left(\frac{s}{\ell} \right)^2 - 2 \left(\frac{s}{\ell} \right)^3 \quad (51)$$

であるから、最大の運動エネルギーは

$$\begin{aligned} [K.E.]_{\max} &= \frac{W}{g} \frac{\omega_n^2 X_{equiv}^2}{2} + N \int_0^\ell \frac{w}{g} \frac{\omega_n^2 X(s)}{2} ds \\ &= \frac{\omega_n^2 X_{equiv}^2}{2g} \left(W + \frac{13}{35} Nw\ell \right) \end{aligned} \quad (52)$$

ここに、 W ：デッキの重量、 w ：脚の単位長さ当りの重量。

最大のひずみエネルギーは

$$[P.E.]_{\max} = K X_{equiv}^2 / 2 \quad (53)$$

であり、(52)式と(53)式を等しいとおけば、固有振動数 ω_n が次のように求められる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{Kg}{W + (13/35)Nw\ell}} \quad (54)$$

- 4) 等価系の有効質量 m は、 $\omega_n = \sqrt{K/m}$ の関係と(54)式から

$$m = \frac{1}{g} \left(W + \frac{13}{35} Nw\ell \right) \quad (55)$$

と得られる。水中での脚の振動による付加質量は、プラットフォームの質量に比して無視されることが見出されている。脚の間の結合部材の効果は、これまでの過程に考えなければならない。

5) 臨界減衰係数は $C_c = 2\sqrt{Km}$ によって求められる。

6) 等価系の減衰係数 C は実際のプラットフォームの減衰係数に等しいが、その値は実物か模型を用い、単純な衝撃力を与えたときの振動振幅の減衰を測定し、(2)式の第1項の自由振動の減衰の関係から、

$$\frac{C}{C_c} = \frac{1}{2\pi} \left(\ell_n \frac{X_1}{X_2} \right) \quad (56)$$

によって求めればよい。ここに X_1 と X_2 は続いて記録された正の変位振幅である。なお、脚の水中での振動による粘性減衰は、構造減衰に比して小さいことが見出されている。

7) 正弦外力の振動数は波の周波数に等しい。すなわち $\omega = 2\pi/T$ であって、波の周期から求められる。

8) 位相角 τ は C 、 C_c 、 ω 、 ω_n の関数であるから(3)式より計算される。

次の問題は(49)式を用いて P を求めるために、 F と $\bar{s}$ を見出すことである。いま波の位相角は $\theta = \omega t - kx$ とあらわされるから、(10)~(14)式より1つの円柱の脚に働く全波力は

$$F = F_c \cos^2 \theta - F_I \sin \theta \quad -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \quad (57)$$

$$F = -F_T \cos^2 \theta - F_I \sin \theta \quad 90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ \quad (58)$$

ここに F_c : 波の峯 ($\theta = 0^\circ$) での抗力、 F_T : 波の谷 ($\theta = 180^\circ$) での抗力、 F_I : $\theta = 90^\circ$ および 270° での慣性力、である。これらは、(22)、(23)および(25)式より

$$\left. \begin{aligned} F_c &= \rho g \frac{C_{Dc} D h^2}{2} \int_{-1}^{\eta/h} \frac{u_c^2}{q h} d(z/h) \\ F_T &= \rho g \frac{C_{DT} D h^2}{2} \int_{-1}^{\eta/h} \frac{u_T^2}{q h} d(z/h) \\ F_I &= C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \int_{-h}^{\eta} \frac{du}{dt} dz \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

とあらわされるが、Harleman らは F_c と F_T の積分はストークス波の3rd order のものを用い、 F_I の方は微小振幅波理論を用いた。

一方、作用点 $\bar{s}$ は F_c に対して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{s}_c}{h} &= \int_{-1}^{\eta/h} \frac{u_c^2}{q h} \left(\frac{h+z}{h} \right) d(z/h) / \int_{-h}^{\eta/h} \frac{u_c^2}{q h} d(z/h) \\ F_T \text{ に対して, } \frac{\bar{s}_T}{h} &= \int_{-1}^{\eta/h} \frac{u_T^2}{q h} \left(\frac{h+z}{h} \right) d(z/h) / \int_{-h}^{\eta/h} \frac{u_T^2}{q h} d(z/h) \\ F_I \text{ に対して, } \frac{\bar{s}_I}{h} &= \frac{1 + kh \sinh kh - \cosh kh}{kh \sinh kh} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

となる。これらの $\bar{s}$ の値は θ に無関係に一定と仮定される。

いま、(57)および(58)式で示される F を、フーリエ級数

$$F = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (61)$$

であらわせば、各係数は次のようになる。

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (F_c \cos^2 \theta - F_I \sin \theta) d\theta - \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (F_T \cos^2 \theta$$

$$\begin{aligned}
 & + F_I \sin \theta) d\theta = \frac{1}{4} (F_C - F_T) \\
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \cos \theta d\theta = \frac{4}{3\pi} (F_C + F_T) \\
 a_2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \cos 2\theta d\theta = \frac{1}{4} (F_C - F_T) \\
 a_3 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \cos 3\theta d\theta = \frac{4}{15\pi} (F_C + F_T) \\
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \sin \theta d\theta = -F_I \\
 b_2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \sin 2\theta d\theta = 0 \\
 b_3 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F \sin 3\theta d\theta = 0
 \end{aligned}$$

したがって、 $\cos \theta = \sin(\theta + 90^\circ)$ を考慮すると

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{1}{4} (F_C - F_T) + \frac{4}{3\pi} (F_C + F_T) \sin(\theta + 90^\circ) - F_I \sin \theta \\
 &+ \frac{1}{4} (F_C - F_T) \sin(2\theta + 90^\circ) + \frac{4}{15\pi} (F_C + F_T) \sin(3\theta + 90^\circ) + \dots \quad (62)
 \end{aligned}$$

この級数は $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ に対して成立する。Harleman らは最後の2項は小さいとして無視し、1本の直立円柱に作用する

波力の測定結果と比較した。

図-14 はその結果を示したもので、よく一致している。

次に P と F の関係は (49) 式であ

らわされるから、

$$f_c = \frac{P_c}{F_C} = 3 \left(\frac{\bar{s}_c}{\ell} \right)^2 - 2 \left(\frac{\bar{s}_c}{\ell} \right)^3$$

$$f_T = \frac{P_T}{F_T} = 3 \left(\frac{\bar{s}_T}{\ell} \right)^2 - 2 \left(\frac{\bar{s}_T}{\ell} \right)^3$$

$$f_I = \frac{P_I}{F_I} = 3 \left(\frac{\bar{s}_I}{\ell} \right)^2 - 2 \left(\frac{\bar{s}_I}{\ell} \right)^3$$

..... (63)

とおき、かつ

$$P_1 = (F_C f_c - F_T f_T) / 4,$$

$$P_2 = 4 (F_C f_c + F_T f_T) / 3\pi$$

$$P_3 = -F_I f_I$$

}

(64)

とすれば、

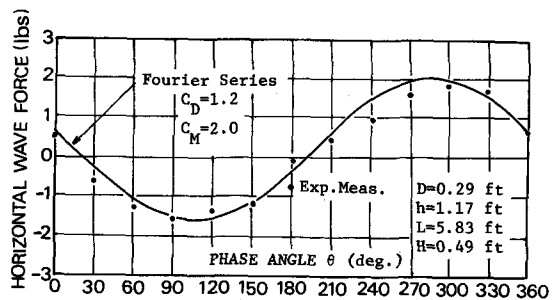


図-14 1本の直立円柱に作用する波力の測定値とフーリエ級数表示の理論値との比較 2)

$$P = P_1 + P_2 \sin \omega t' + P_3 \sin \omega t'' + P_4 \sin \omega t''' + (P_2/5) \sin \omega t''' \quad (65)$$

とかける。ここに、

$$\left. \begin{aligned} t' &= t - (kx/\omega) + (90^\circ/\omega), \quad t'' = t - (kx/\omega) \\ t''' &= 2t'' + (90^\circ/\omega), \quad t''' = 3t'' + (90^\circ/\omega) \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

(65) 式からわかるように、 P を示す各項は (45) 式の左辺に対応するから、それぞれの項によるプラットフォームの変位を X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 とすれば、全体の変位は

$$X_{total}(t) = X_1 + X_2(t) + X_3(t) + X_4(t) + X_5(t) \quad (67)$$

として求められる。まず P_1 による変位は、 P_1 が x および t に無関係であり、また P の各項は 1 本の脚に作用する波力による等価系での力をあらわすから、4 という値が入って

$$X_1 = 4P_1/K \quad (68)$$

となる。いま、図-13 に示すように、2つの前脚が $x=0$ となるように座標がとられているので、2つの後脚との間隔を b とすれば、後脚に対しては、前脚の t に対して $t - (360^\circ b/L\omega)$ をとらなければならない。したがって (46) 式の右辺の分母を

$$G = \sqrt{\{1 - (\omega^2/\omega_n^2)\}^2 + 4(C/C_c)^2(\omega/\omega_n)^2} \quad (69)$$

とおけば、 P_2 項による変位 X_2 は

$$X_2(t) = \frac{2P_2}{KG} [\sin(\omega t + 90^\circ - r) + \sin\{\omega t + 90^\circ - 360^\circ(b/L) - r\}] \quad (70)$$

同様に、 P_3 項、 P_4 項および P_5 項による変位は次のようになる。

$$X_3(t) = \frac{2P_3}{KG} [\sin(\omega t - r) + \sin\{\omega t - 360^\circ(b/L) - r\}] \quad (71)$$

$$X_4(t) = \frac{2P_4}{KG} [\sin(2\omega t + 90^\circ - r) + \sin\{2\omega t + 90^\circ - 360^\circ(2b/L) - r\}] \quad (72)$$

$$X_5(t) = \frac{2P_5}{5KG} [\sin(3\omega t + 90^\circ - r) + \sin\{3\omega t + 90^\circ - 360^\circ(3b/L) - r\}] \quad (73)$$

したがって、(68), (70)~(73) 式であらわされる $X_1, X_2(t) \sim X_5(t)$ を (67) 式によって合計すれば、プラットフォームの全変位の時間的変化が求められる。

Harleman らはこの理論を実証するために実験を行なった。図-15 は理論との比較の 2 例を示したものであるが、この場合 X_4 と X_5 は小さいとして省略した。模型のプラットフォームの脚は $D=1/2"$, $\ell=42"$; $b=16"$; デッキの寸法は $5/8" \times 18" \times 18"$ で、 ω_n を変えるためにおもりを取付けるようになっている。変位 $X(t)$ は 16 mm 撮影機で記録した。水深は 2.25 ft で、波は 2 種類 (B と D) のものを用いその周期は 4.00 sec と 5.13 sec、波高は 0.31 ft と 0.40 ft であったが、測定値と理論曲線はよく一致している。

なお、Gaither および Billington²⁶⁾ は円柱に作用する波力を分布荷重でなく多くの作用点をもつ集中荷重におきかえ、かつ粘性減衰や波の

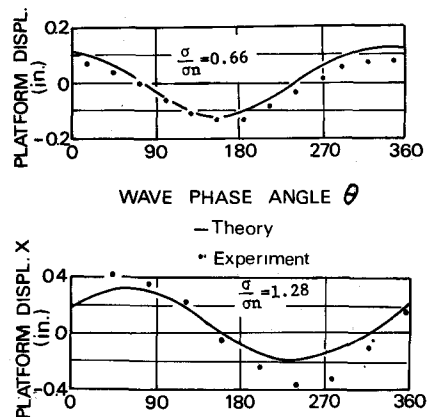


図-15 プラットフォームの変位に対する実験と理論の比較²⁾

の方向とプラットフォームの向きとの関係も考慮して、より複雑な振動系を取扱っている。また、Nath および Harleman²⁷⁾ は不規則波に対するプラットフォームの応答を取扱っているの、これについて述べる。

いま深海波における構造物を考える。深海波では、直立円柱に作用する波力のうち、抗力 F_{Dmax} と慣性力 $F_{I max}$ とが等しくなる時の波高と円柱の直径との比 H/D は、図-17 で示されるように 12.56 となる。すなわち、 $D > (H/12.56)$ のときには、抗力よりも慣性力が卓越してくることになる。したがって、例えば、 $C_D = 1.0$ 、 $C_M = 2.0$ とすれば、 $D = H$ のとき、 $F_{Dmax}/F_{I max} = 0.08$ 、 $D = H/2$ のとき 0.16 となる。また水平円柱に対しては、力の比の値は直立円柱の値の 2 倍となる。したがって、大きい円柱の支柱と結合材をもつ深海での構造物では、抗力は無視できて、慣性力のみを考えればよいことがわかる。したがって、(42) 式において、 $S_{uu}(\omega)$ を無視すれば、高さ $s = h + z$ のところの dz に作用する波力 dF のスペクトル密度は

$$S_{FF}(\omega) = m'^2 T_{\alpha}(\omega) \cdot S_{\eta\eta}(\omega) \quad (74)$$

ここに、 $m' = C_M \rho (\pi D^2 / 4) dz$ 、 $T_{\alpha}(\omega) = \{ \omega^2 \cosh kb / \sinh kb \}^2$ となる。この場合には、以前のように図-13 に示すプラットフォームを 4 脚として取扱わないで、前後 2 脚のプラットフォームとして考える。微小振幅波理論を取扱うと、(65) 式の $\dot{P}_1 = 0$ で、また慣性力のみ考えるから P_3 項のみがのこる。(67) 式も同様に $X_3(t)$ のみが残るから、

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{-F_I f_I}{KG} \{ \sin(\omega t - r) + \sin(\omega t - kb - r) \} \\ &= -\frac{2F_I f_I}{KG} \cos(kb/2) \sin\{\omega t - r - (kb/2)\} \end{aligned} \quad (75)$$

したがって、プラットフォームの変位のスペクトル密度 $S_{XX}(\omega)$ と海面変動のスペクトル密度 $S_{\eta\eta}(\omega)$ との関係は次のようになる。

$$S_{XX}(\omega) = T_X(\omega) \cdot S_{\eta\eta}(\omega) \quad (76)$$

$$T_X(\omega) = \left[\frac{1}{K} \left\{ C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \omega^2 \cdot \frac{f_I}{k} \right\} \cdot G' \right]^2 \quad (77)$$

$$G' = 2 \cos(kb/2) / G \quad (78)$$

ここに、 K は (50) 式より $K = 24EI/\ell^3$ である。(75) あるいは (77) 式からわかるように、 $kb = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ の場合に、 $X(t)$ および $S_{XX}(\omega)$ が 0 となる。したがって、ちょうど構造物の固有振動数 ω_n のときに、 $kb = \pi$ となるように、 $b = b_n$ をきめれば、変換関数 $T_X(\omega)$ を最小にでき、スペクトル密度 $S_{XX}(\omega)$ の面積も最小になるので、新しい設計条件として採用できるであろう。すなわち、 $\omega^2 = gk$ の関係から

$$b_n = \frac{\pi g}{\omega_n^2} \quad (79)$$

となる。なお、Nath らは (77) 式として、少し異なった関係を得ているが、理由はよくわからない。

図-16 は彼らが行なった 2 本の円柱脚の構造物の振動数応答の実験を行ない、応答関数 (78) 式の G' による共振曲線と比較したもので、 b が (79) 式を満足する場合、すなわち、 $b/b_n = 1$ のときには、 $|G'|$ が $\omega/\omega_n = 1$ で増大しないで、かえって 0 となることがわかる。図-17 はいろいろな b に対する 2 円柱脚構造物の変位スペクトル密度と波浪のスペクトル密度の測定結果であって、波浪に対する最大の応答は、やはり構造物の最初のモードの振動の固有振動数の近くで大きく、かならずしも波浪のスペクトルのピークの周波数のところではないことが明確に示さ

れている。

6 水中での係留球の応答

ここでは、図-18に示すように、直径 D の水中で水底から係留されている球が波によって振動する場合を取扱う。²⁸⁾ 球の位置は係留線の角度 ψ によって決まるので、0点の周りの球の慣性モーメントを I とすれば、 $I d^2 \psi / dt^2$ が角加速度による球のトルクであり、浮力によるトルクは ψ を小さいとすれば $-N_t \ell = -[(\pi D^3/6) \rho q - m g] \ell \psi$ 、圧力勾配によるトルクは $(\pi D^3/6) \rho [(du/dt) \cos \psi - (dw/dt) \sin \psi] \ell \approx (\pi D^3/6) \rho [(du/dt) - (dw/dt) \psi] \times \ell$ 、仮想質量トルクは I' を0点の周りの流体球の慣性モーメント、 K_V を付加質量係数として、 $-I' (d^2 \psi / dt^2) + (K_V \pi D^3/6) \rho [(du/dt) - (dw/dt) \psi] \ell$ 、減衰トルクは $c[-(d\psi/dt) \ell + u - w \psi] \ell$ であるから次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} & (I + I') \frac{d^2 \psi}{dt^2} + c \frac{d\psi}{dt} \ell^2 + \left[\frac{\pi D^3}{6} \rho q - m g + (1 + K_V) \frac{\pi D^3}{6} \rho \frac{dw}{dt} + c w \right] \times \\ & \ell \psi = \left[(1 + K_V) \frac{\pi D^3}{6} \rho \frac{du}{dt} + c u \right] \ell \end{aligned} \quad \dots (80)$$

ここに、 m ：球の質量、 ℓ ：0点から球の中心までの距離、 u ：水粒子の水平速度成分、 w ：水粒子の鉛直速度成分、 c ：定数である。(80)式で、 $(1 + K_V) (\pi D^3/6) \rho (dw/dt) + c w$ は鉛直方向の流体力 F_V に等しく、右辺の $[\]$ は水平方向流体力 F_H に等しい。

一般に F_H は前述のように、次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} F_H &= F_{HDm} |\cos \omega t| \cos \omega t - F_{HIm} \sin \omega t \\ F_{HDm} &= C_D \rho (\pi D^2/4) u_{max}^2/2 \\ F_{HIm} &= C_M \rho (\pi D^3/6) \{ du/dt \}_{max} \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

したがって、(12)式および(13)式を用いると、

$$\frac{F_{HIm}}{F_{HDm}} = \frac{8}{3} \pi \frac{C_M}{C_D} \left\{ \frac{u_{max} T}{D} \right\}^{-1} \quad (82)$$

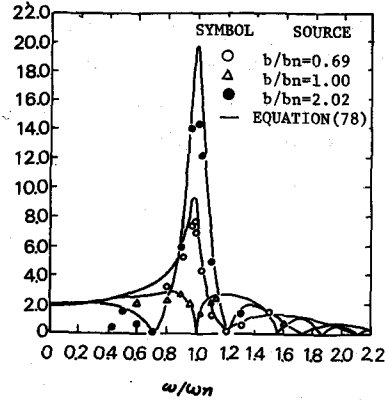


図-16 2円柱脚のプラットフォームに対する振動数応答関数²⁷⁾

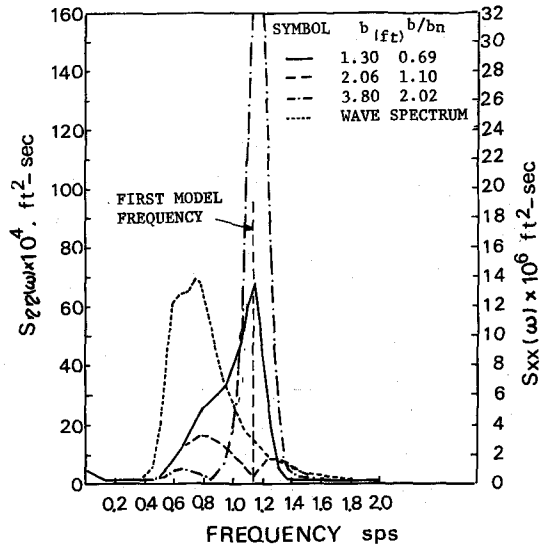


図-17 2円柱脚のプラットフォームの波浪と変位に関する応答スペクトル密度の測定値²⁷⁾

$$\frac{u_{max} T}{D} = \frac{\pi H}{D} \frac{\cosh k(h+s)}{\sinh kh} \quad (83)$$

これから $(u_{max} T/D)$ が小さいとき慣性力が卓越し、大きいと抗力が卓越することがわかる。いま、鉛直方向の流体力 F_V を浮力に比して無視し、また水平方向の流体力も抗力 F_{HD} を無視して慣性力 F_{HI} のみを考えると、(80) 式は次のようになる。

$$(I + I') \frac{d^2 \phi}{dt^2} + c \ell^2 \frac{d \phi}{dt} + \left(\frac{\pi D^3}{6} \rho g - m g \right) \ell \phi = C_M \frac{\pi D^3}{6} \rho \times \frac{du}{dt} \ell \quad (84)$$

これは 1 自由度で線型の減衰と正弦強制力をもつパネー質量系の運動方程式であって、この解は(2)式と同じ形のものである。しかし、もっと实际的に考えて、線型でなく 2 次の減衰を取扱うとすれば、 $c_2 (d\phi/dt)^2 \ell^2 \cdot \ell = C_2 (d\phi/dt)^2$ として (84) 式の $c \ell^2 (d\phi/dt)$ の代わりにこれを用いると、次式になる。

$$(I + I') \frac{d^2 \phi}{dt^2} + C_2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + B \phi = -F_{HI} m \ell \sin \omega t \quad (85)$$

$$\text{ここに } C_2 = c_2 \ell^3, B = \left\{ \left(\pi D^3/6 \right) \rho g - m g \right\} \ell = N \ell$$

(85) 式は非線型の方程式で厳密には解けないが、1 周期中での 2 次の抵抗項によるエネルギー逸散と、線型項によってあらわされる逸散とが等しいとおいて解く近似法が使われる。Harleman らは結局、次のような解を導いた。

$$\phi = -\phi_m \sin(\omega t - r) \quad (86)$$

$$\frac{\phi_m}{\phi_{om}} = \frac{F_{Hm}}{F_{Hom}} = \frac{1}{\sqrt{2} n_2 (\omega/\omega_n)^2} \sqrt{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^4 - 4 n_2^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^4 \right\}^{1/2} - \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2} \quad (87)$$

$$\tan r = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left[1 + \frac{4 n_2^2 (\omega/\omega_n)^4}{\left\{ 1 - (\omega/\omega_n)^2 \right\}^4} \right]^{1/2} - 1} \quad (88)$$

$$\text{ここに, } \phi_{om} = \frac{F_{Hom} \ell}{B} = \frac{F_{Hom}}{N}, \quad n_2 = \frac{1}{3} \frac{C_D \rho D^2 \ell^4 F_{Hom}}{(I + I')^2 \omega_n^2} \quad (89), (90)$$

であって、 ϕ_{om} というのは、球が静力学的に水平方向の力の最大値 F_{Hom} をうけたときの係留線角度に等しい。そして、固有振動数 ω_n は次式で与えられる。

$$\omega_n = \sqrt{B/(I + I')} \quad (91)$$

したがって、水平方向の力 F_H も $F_H = (F_V + N) \tan \phi \approx N \phi$ であるから、(86) 式と同様に、

$$F_H = -F_{Hm} \sin(\omega t - r) \quad (92)$$

であたえられ、係留線の最大張力 T_{max} は

$$T_{max} = \sqrt{(F_{Hm})^2 + N^2} \quad (93)$$

であらわされる。また、球の運動に伴う遠心力 F_c を考慮すれば、鉛直方向の流体力 F_V は、抗力

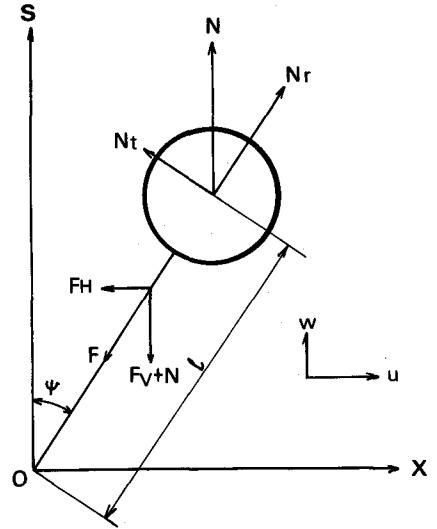


図-18 水中の係留球に作用する力

や慣性力による F_{V0} のみでなく、

$$F_V = F_c + F_{V0}$$

$$F_c = [m + (K_V \rho \pi D^3 / 6)] \left(\frac{d\psi}{dt} \right)_{\max}^2 \ell \cos^2(\omega t - \tau) \quad (95)$$

となる。

図-19はHarlemanらが行なった力と係留線角の波による変動について測定した結果の1例である。また図-20は水平方向の係留力の波による応答を示した測定結果の1例で、理論的に導かれた共振曲線ともよく一致している。

なお、図-2の浮力式構造物の(b)の型式の球、すなわち浮力よりも支柱の弾性力が復元力である場合について、Hjelmfelt, Carney III, MockrosおよびLee²⁹⁾が取扱っているが、抗力がストークスの法則に従う領域では、振動をあらわす微分方程式に、いわゆる Basset history integral と称せられる項が加わる。これは球の運動と流体との相互干渉によるもので、粘性減衰より大きいが構造減衰よりはずっと小さい効果しか及ぼさないで、一般には無視してよいであろう。これと同様な実験を椎貝・河野³⁰⁾が行なっている。またGraceおよびCasciano³¹⁾は実際の海洋で球の抗力を測定している。

7 水中での防波堤の応答

図-21に示すように、弾性基礎上に防波堤

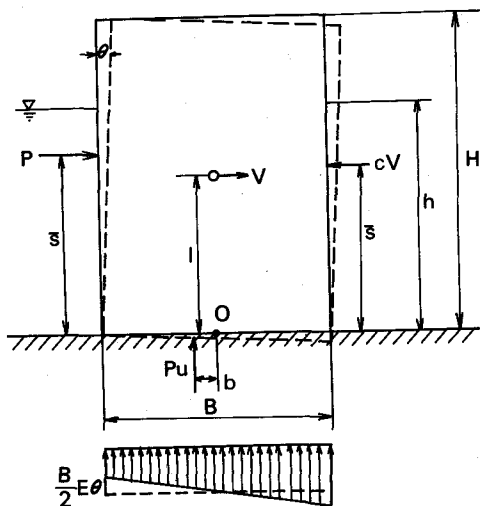


図-21 堤体のロッキング

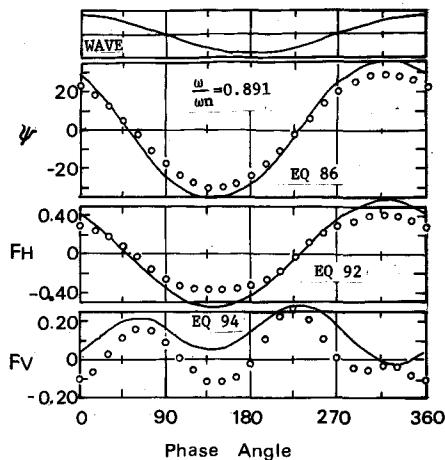


図-19 力と係留角の波による変動の測定²⁸⁾
($H=0.333\text{ft}$, $L=16.65\text{ft}$, $T=2.25\text{sec}$
 $h=2\text{ft}$, $D=0.418\text{ft}$, $\ell=1\text{ft}$)

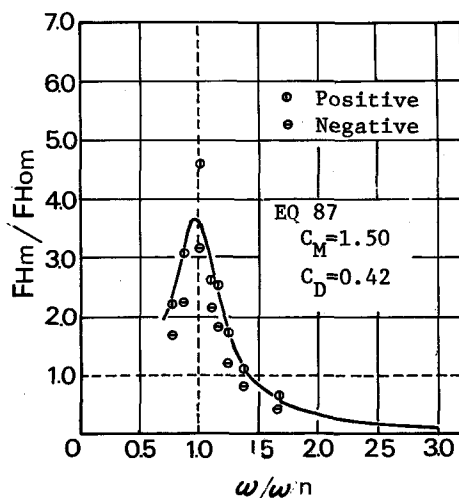


図-20 水平方向の係留力の波による応答の測定²⁸⁾

($H=0.198\text{ft}$, $L=9.90\text{ft}$, $T=1.50\text{sec}$
 $h=2\text{ft}$, $D=0.418\text{ft}$, $\ell=1\text{ft}$)

などの方塊が据付けられ、それが波によってロッキング現象を起こす場合を取扱う。林³²⁾ はとくに碎波の衝撃圧によっておこるロッキングや滑動を理論的に研究した。以下これについて述べる。

いま防波堤の揺れ角を θ 、堤体の単位長さ当りの O 点の周りの慣性モーメントを I 、仮想質量による O 点の周りの仮想慣性モーメントを I' 、波力を P 、その作用点の位置を底面から $\bar{s}$ 、 P による基礎底面での反力を P_u 、作用点の O 点からの距離を b 、堤体単位長さ当りの基礎の抵抗モーメント係数を $K = EB^3/12$ (E : 基礎の支持力係数)、堤体の重心での速度 V に比例する減衰力の係数を c 、重心の基礎からの高さを ℓ 、減衰力の作用点の高さを $\bar{s}'$ とすれば、堤体の O 点の周りの回転の方程式は、次のようにあらわされる。

$$(I + I') \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \ell \bar{s}' \frac{d\theta}{dt} + K \bar{s} = P \bar{s} + P_u b \quad (96)$$

ここで、 $P_u = \alpha P$ とおけるものとすれば、上式の右辺は $P(\bar{s} + \alpha b)$ となり、したがって、 P が $P_m \cos \omega t$ とあらわされる波力の場合には、(96) 式による強制振動解は次のようになる。

$$\theta = \frac{P_m (\bar{s} + \alpha b) / K}{\sqrt{\{1 - (\omega^2 / \omega_n^2)\}^2 + 4(C/C_c)^2 (\omega / \omega_n)^2}} \cos(\omega t - r) \quad (97)$$

$$r = \tan^{-1} \left\{ \frac{2(C/C_c)(\omega / \omega_n)}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right\} \quad (98)$$

$$\text{ここに、} \omega_n = \sqrt{K/(I + I')}, \quad C = c \ell \bar{s}', \quad C_c = 2 \sqrt{K(I + I')}$$

林はとくに P として碎波の衝撃圧をとり、周期関数でない次のような関数を仮定した。

$$P = P_m \frac{\{1 - \exp(-\tau \rho)\}^2}{\tau \rho} \quad (98)$$

$$\text{ここに} \quad \rho^{-1} = \int_0^t dt$$

そして次のような解をえた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\theta(I + I')}{P_m(\bar{s} + \alpha b)/\tau} &= \frac{1}{\omega_n^3} \left[\omega_n t - \frac{\beta}{\omega_n} - \frac{\exp(-\beta\tau/2)}{\sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} t - \delta) \right], \quad (0 \leq t < \tau) \\ &= \frac{1}{\omega_n^3} \left[\omega_n (2\tau - t) + \frac{\beta}{\omega_n} - \frac{\exp(-\beta t/2)}{\sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} t - \delta) \right. \\ &\quad \left. - 2 \exp(\beta\tau/2) \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} (t - \tau) - \delta) \right], \quad (\tau \leq t < 2\tau) \\ &= \frac{1}{\omega_n^3} \frac{\exp(-\beta t/2)}{\sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)}} \left\{ \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} t - \delta) - 2 \exp(\beta\tau/2) \right. \\ &\quad \times \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} (t - \tau) - \delta) + \exp(\beta\tau) \sin(\omega_n \sqrt{1 - (\beta^2/4\omega_n^2)} \\ &\quad \times (t - 2\tau) - \delta) \left. \right\}, \quad (2\tau \leq t) \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \sin \delta &= (\beta / \omega_n) \sqrt{1 - (\beta^2 / 4\omega_n^2)}, \quad \cos \delta = 1 + (\beta^2 / 2\omega_n^2) \\ \beta &= C / (I + I') \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

林は堤体がロッキングをおこしたときの堤体に作用する動水圧を求め、これから I' の値を求めた結果

$$I' = 0.1476 \rho h^4 \quad (101)$$

$$\text{となり、} \quad \frac{I'}{I} = \frac{0.1476 \rho h^4}{(1/12) \rho_w H B (B^2 + 4H^2)} = 0.737 \frac{(h/H)^4}{(B/H) \{ (B/H)^2 + 4 \}} \quad (102)$$

から $B/H \sim 1$, $h/H \sim 0.7$ を入れると, $I'/I \sim 0.0354$ となって, I' は I に比較して無視し
 うることがわかる。ここに ρ_w は堤体の密度である。したがって, ロッキングの固有周期 T_n は

$$T_n = 2\pi / \omega_n = 2\pi \sqrt{(I + I')/K} \sim 1.018 (2\pi \sqrt{I/K}) \quad (103)$$

となる。また, β は

$$\beta = \frac{4\rho\omega_n}{I + I'} \left(1 - \frac{q}{\omega_n^2 h}\right)^2 \left(\frac{q}{\omega_n^2 h}\right)^2 \cdot h^4 \quad (104)$$

で与えられる。林³²⁾ は村木・高島³³⁾ が羽幌港で波による防波堤の振動を実測した結果と比較
 し, 実際の防波堤では, 計算より早く減衰してしまう(12回の振動で消滅)が, これは基礎を通
 じての堤体の運動エネルギーの放出や基礎の非弾性的な特性のためであろうと述べている。羽幌港
 の防波堤の例では T_n として 0.2 sec が多い。そして, この T_n の値から捨石基部の E の値を逆算
 してみると, $E = 2.02 \times 10^9$ (dyne/cm²) の値が求められている。³³⁾

8 あとがき

波浪に対する海洋構造物の応答の問題を手がけ始めたのは, 米国をはじめとしてここ10年程度
 である。恐らく Texas Tower NO. 4 が倒壊してからであろう。ここには取扱わなかったが, 浮体
 の振動の問題もある。浮体は船舶の運動と全く同じであるから, かなりくわしい研究がなされてい
 る。³⁴⁾ また, ここに触れなかった問題に, 波の進行方向と直角方向の, いわゆる揚力の発生³⁵⁾³⁶⁾
 や2本以上の円柱³⁷⁾³⁸⁾あるいは2コの球³⁹⁾⁴⁰⁾の相互干渉がある。とくに揚力の発生は抗力の60
 %にも達するという報告³⁵⁾もあるので, 注意が必要である。

なお, 波力の測定方法^{41)~46)}や現地での観測⁴⁷⁾⁴⁸⁾方法についても省略したし, 実際の計算例
 も試みることができなかった。波による構造物の応答には, 構造力学や基礎工学的な分野をも含
 めて多くの問題がある。波力に縮尺効果がみられるという研究⁴⁹⁾もあり, また水中構造物の地震
 応答の問題⁵⁰⁾⁵¹⁾とも似ているところがある。今後各種の海洋構造物が建設されるであろうが,
 Texas Tower NO. 4 の二の舞にならないように, 十分静的特性のみならず動的特性も把握して,
 万全を期す必要がある。

参 考 文 献

- 1) 長崎作治：海洋構造物の設計と施工，森北出版，昭4 5.4， pp. 210.
- 2) Harleman, Donald R. F., Nolan, William C. and Honsinger, Vernon C. : Dynamic Analysis of Offshore Structures, Proc. of 8th Conference on Coastal Engineering, Chapt. 28, 1962, pp. 482 ~ 499.
- 3) Ippen, Arthur T. : Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill, Inc., 1966, p. 368.
- 4) 3) Chapt. 8, pp. 341 ~ 403.
- 5) 土木学会文献調査委員会：海洋構造物について，土木学会誌，第55巻9号，昭4 5.9， pp. 29 ~ 38.
- 6) 土木学会編：土木技術者ための振動便覧，土木学会，昭4 1.8， p. 3.
- 7) Harleman, Donald R. F. and Shapiro, William C. : The Dynamics of Submerged Moored Sphere in Oscillatory Waves, Proc. of 7th Conf. on Coastal Eng., Chapt. 41, 1960, pp. 746 ~ 765.
- 8) Morison, J. R., Johnson, J. W., O'Brien, M. P. and Schaaf, S. A. : The Force Exerted by Surface Waves on Piles, Tech. Pub. No. 284, Petroleum Trans., AIME, Vol. 189, 1950, pp. 149 ~ 154.
- 9) 合田良実：海中構造物の設計波力について，土木学会誌，第50巻2号，昭4 0.2， pp. 57 ~ 61.
- 10) 合田良実：海中構造物の設計— 波力について —，土木学会誌，第55巻9号，昭4 5.9， pp. 2 ~ 7.
- 11) 3), p. 358.
- 12) Stelson, Thomas E. and Mavis, Frederic T. : Virtual Mass and Acceleration in Fluids, Trans. ASCE, Vol. 122, 1957, pp. 518 ~ 530.
- 13) Wilson, R. W. and Reid, R. O. : Discussion of "Wave Force Coefficients for offshore Pipelines", Proc. ASCE, Vol. 89, No. WW1, Feb. 1963, pp. 61 ~ 65.
- 14) Achenbach, E. : Distribution of Local Pressure and Skin Friction around a Circular Cylinder in Cross-Flow up to $Re = 5 \times 10^5$, J. Fluid Mech., Vol. 34, Part 4, 1968, pp. 625 ~ 639.
- 15) Jen, Yuan : Laboratory Study of Inertia Forces on a Pile, Proc. ASCE, Vol. 94, NO. WW1, Feb. 1968, pp. 59 ~ 76.
- 16) Mac Camy, R. C. and Fuchs, R. A. : Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory, Beach Erosion Board, Tech. Memo., No. 69, Dec., 1954, pp. 1 ~ 17.
- 17) 岩垣雄一，酒井哲郎：有限振幅波の水粒子速度に関する実験，第16回海岸工学講演会講演集，昭4 4.12， pp. 15 ~ 22.
- 18) 岩垣雄一，酒井哲郎：クノイド波に関する研究（第8報） 水平水粒子速度に関する実験，京都大学防災研究所年報，第13号B，昭4 5.3， pp. 373 ~ 389.
- 19) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Function, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, pp. 1 ~ 337.
- 20) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第4報） hyperbolic Waves について(1)，京都大学防災研究所年報，第10号B，昭4 2.3， pp. 283 ~ 294.

- 21) Borgman, Leon Emry : Spectral Analysis of Ocean Wave Forces on Piling, Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW2, May, 1966, pp. 129 ~ 156
- 22) Bretschneider, Charles L. : Probability Distribution of Wave Force, Proc. ASCE Vol. 93, No. WW2 May, 1967, pp. 5 ~ 26.
- 23) Pierson, Willard J., Jr. and Holmes, Patrick : Irregular Wave Forces on a Pile. Proc. ASCE, Vol. 91, No. WW4, Nov. 1965, pp. 1~10.
- 24) Reid, Robert O. : Correlation of Water Level Variations with Wave Forces on a Vertical Pile for Nonperiodic Waves, Proc. of 6th Conf. on Coastal Eng., Chapt. 46, 1958, pp. 749 ~ 786.
- 25) 6) の P. 52.
- 26) Gaither, William S. and Billington, David P. : The Dynamic Response of Offshore Structures, Proc. of 9th Conf. on Coastal Eng., 1964, pp. 453 ~ 471.
- 27) Nath, John H. and Harleman, Donald R. F. : Dynamics of Fixed Towers in Deep-Water Random Waves, Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW4, Nov. 1969, pp. 539 ~ 556
- 28) Harleman, Donald R. F. and Shapiro, William C. : The Dynamics of Submerged Moored Sphere in Oscillatory Waves, Proc. of 7th Conf. on Coastal Eng., 1960, pp. 746 ~ 765.
- 29) Hjelmfelt, Allen T., Carney III, John F., Mockros, Lyle F. and Lee, Semg-Lip : Dynamic Response of a Restrained Sphere in a Fluid, Proc. ASCE, Vol. 93, No. EM1, Feb, 1967, pp. 41 ~ 56.
- 30) 椎貝博美・河野二夫 : 波動による球の振動, 第15回海岸工学講演会講演集, 昭43, pp. 97 ~ 102.
- 31) Grace, Robert A. and Casciano, Frederick M. : Ocean Wave Forces on a Subsurface Sphere, Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW3, Aug. 1969, pp. 291 ~ 317.
- 32) Hayashi, Taizo : Virtual Mass and the Damping Factor of the Breakwater during Rocking, and the Modification by their Effect of the Expression of the Thrusts Exerted upon Breakwaters by the Action of Breaking Waves, Coastal Engineering in Japan, Vol. 8, 1965, pp. 105 ~ 117.
- 33) 村木義男・高島和夫 : 波による防波堤の振動について——羽幌港における観測結果——, 第12回海岸工学講演会講演集, 昭40.1.1, pp. 198 ~ 204.
- 34) Mercier, J. A. : A Method for Computing Float-Platform Motions in Waves, Jour. of Hydronautics, Vol. 4, No. 3, 1970, pp. 98 ~ 104.
- 35) Bidde, Devidas D. : Wave Forces on a Circular Pile due to Eddy Shedding, Hydraulic Eng. Lab. Tech. Rep. HEL 9-16, College of Eng., Univ. of Calif. Berkeley, June 1970, pp. 1 - 141.
- 36) Laird, Alan D. K. : Water Forces on Flexible Oscillating Cylinders, Proc. ASCE, Vol. 88, No. WW3, Aug. 1962, pp. 125 ~ 137.
- 37) Laird, Alan D. K., Johnson, Charles A. and Walker, Robert W. : Water Eddy Forces on Oscillating Cylinders, Proc. ASCE, Vol. 86, No. HY9, Nov. 1960, pp. 43 ~ 54.
- 38) Laird, Alan D. K. : Flexibility in Cylinder Group Oscillated in Water, Proc. ASCE, Vol. 92, No. WW3, Aug. 1966, pp. 69 ~ 85.

- 39) 河野二夫・椎貝博美：球状物体の波による干渉，土木学会論文報告集，第178号，昭45.6，
pp. 27 ~ 36.
- 40) 河野二夫：波の進行に直角水平方向の球の振動，土木学会論文報告集，第179号，昭45.7，
pp. 49 ~ 60.
- 41) Morison, J. R., Johnson, J. W. and O'Brien, M. P. : Experimental Studies of
Forces on Piles, Proc. of 4th Conf. on Coastal Eng., 1953, pp. 340 ~ 370.
- 42) 樋口明生：円柱に及ぼす波力の実験的研究，京都大学防災研究所年報，第1号，昭32.12.
pp. 128 ~ 137.
- 43) Odar, Fuat and Hamilton, Wallis S. : Forces on a Sphere accelerating in a
Viscous Fluid, Jour. of Fluid Mech., Vol. 18, Part 2, 1964, pp. 302 ~ 314.
- 44) Keim, S. R. : Fluid Resistance to Cylinders in Accelerated Motion, Proc. ASCE,
Vol. 82 No. HY6, Dec. 1956, pp. 1 ~ 14.
- 45) Iversen, H. W. and Balent, R. : A Correlating Modulus for Fluid Resistance
in Accelerated Motion, Jour. of Applied Physics, Vol. 22, No. 3, March 1951,
pp. 324 ~ 328.
- 46) Goda, Yoshimi : Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder : Experiments
and a Proposed Method of Wave Force Computation, Report of Port and Harbour
Res. Inst., No. 8, 1964, pp. 1 ~ 74.
- 47) Wiegel, Robert L., Beebe, Kenneth E. and Moon, James : Ocean - Wave Forces in
Circular Cylindrical Piles, Proc. ASCE, Vol. 83, No. HY2, April 1957, pp. 1 ~ 36.
- 48) Russell, Thomas L., Schoettle, Volkmar and Chown, Robert G. : Ocean Wave
Force Instrumentation, Proc. ASCE, Vol. 92, No. WW4, Nov. 1966, pp. 1 ~ 16.
- 49) Paape, A. and Breusers, H. N. C. : The Influence of Pile Dimension on Forces
Exerted by Waves, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., Vol. II Chapt.
48 1966, pp. 840 ~ 849.
- 50) 後藤尚男・土岐憲三：水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究，土木学会論文集，第100
号，昭38.12.，pp. 1 ~ 8.
- 51) 小坪清真：だ円形水中橋脚に働く地震力とその弾性振動（水中構造物の耐震設計に関する研究）
土木学会論文集，第120号，昭40.8. pp. 14 ~ 24.