

水理システムとシミュレーション

岩 佐 義 朗

1 水理現象とその認識

地球上におけるさまざまな水の現象、降雨、洪水、渇水、波浪、津波、潮汐、……などはいずれも現実の世界の姿である。人類の誕生以前から存在し、今後も永久に続くであろう。このような現実の世界に、われわれ人類が何らかの形で関与するとき、その姿はわれわれの感覚を通じて認識される。しかし、それも個人の関心、立場、利用目的、利害関係などによって多種多様の形をとり、時には、詩や小説などのような文学的な形態をとり、時には水あらしのような政治、経済的な問題ともなり、単に技術的、社会・経済的表現にとどまらない。われわれは、水にかかわるさまざまな現象を、何らかの形でシミュレーション^{*}しているのである。

こうした多種多様にわたるわれわれの水に関する認識も、人類文明発展の歴史という立場よりみれば、主として社会・経済的なもの、技術的なものであるといわれよう。とくに、土木工学におけるものとしてみると、これらは一層明瞭になる。すなわち、われわれと水とのかかわり合いの消極的な姿が水災害よりわれわれの生活を守ることであり、また積極的なものが、水を資源として活用し、われわれの生活をより豊かにすることである。

一般に、われわれが各種の事象を経験し、それから得られた結果を認識する過程には、つぎの3通りの方法¹⁾が挙げられよう。

- i. 個人の体験を通じてうるもの
- ii. 各種の実験などによって得られるもの
- iii. いわゆる理論的な解析によるもの

これらの認識過程のうち、第一のものは實際上、もっとも事実に近いけれども、その発展にはあまりにも多くの無駄があり、何よりも最大の欠陥は得られた認識の本質もほとんどその個人の運命とともに消滅する。第二のものも基本的には第一のものと似ているが、時間的な浪費は少ない。得られた認識も対象としたもののみに限られるが、物理的意義の追求によってある程度一般化しうるものである。以上の二つの方法に対し、もっとも一般的かつ厳密なものとなりえ、すべての人々に説得力のある認識手段が第三の方法である。しかし、それは理論が正しく本質を認識した上で構成されているという前提条件があり、もしそれが確立されていなければ、如何に巧妙な論理展開が行なわれても無用のものに過ぎない。

これらのどの方法がわれわれの行なう認識手段としてもっとも好ましいかという問題には、適切な解答がない。対象とする問題の性質、それを取りまく各種の環境制約条件などによって、それぞれ一長一短があるからである。しかし、われわれのもつ認識をより普通的なものに高めたいという努力は人間のもつ本性であるから、第三の方法へと話題の中心が向うことになる。

水理学、水工学における各種現象の認識法、さまざまな問題の解決法も上述のことと一致する。対象とする現象は、貯水池余水吐の水理設計、橋脚周辺の洗掘防止といった小さな局所的なものから、広域ないしは国際的な水資源配分計画の実施といった巨大事業に含まれるものまでさまざまなものがある。しかし、対象の大きさ、問題の難易などにかかわらず、それらの現象を理解する方法

^{*} 現在では、技術上の問題、社会・経済的な問題を電子計算機によって解決を図ることがシミュレーションといわれているが、ここでは広く解釈して用いている。

はすべての同じように行なわれる。というのは、われわれが対象とする問題は、主として、

Ⅰ. いろいろの形における現象の予知、予測

Ⅱ. われわれの行なった対策や手段の評価

に関するものが多いからである。もちろん、これらはさらに細分化されるが、いずれにせよこの二つが大きな役割を演じていることには間違いない。

たとえば、さきに示した貯水池余水吐の水理設計という単純な問題を取り上げてみよう。この課題において対象とされる事項は、

Ⅰ. 貯水池の水位

Ⅱ. ダム本体に作用する外力とその合力

Ⅲ. 余水吐における流れの水理学的特徴

Ⅳ. 下流部における洗掘

などである。Ⅰは水文学的な、またⅡ～Ⅳは水理学的な事項であるが、いずれもこれらの両者が含まれている。しかし、その方法は前述の体験、実験、理論解析のどれもが混然として用いられている。貯水位は過去の記録の統計解析を通じて数値実験され、流れの水理学的特徴や下流部の洗掘の問題は水理模型実験によって検討される。これに加えて、できるだけ理論解析を行なうことによって各種の利害得失が比較され、多くの代替案のなかから最終案が求められることになる。しかも、最終的な決定には技術者個人の体験にもとづく判断が大きな要素であることはいうまでもない。

以上に述べたように、われわれが取り扱う水理現象は主として予知と評価という点で問題とされ、その認識の手段は個人の体験、実験による解明ならびに理論的追求という三つの方法が入り混ったものである。このような複雑な事象を秩序正しく合理的に解析するには、いわゆるシステムとシミュレーションが有効である。これは、第二次世界大戦後における科学技術発展の歴史のなかで自動制御につぎ、生物科学への橋渡しになるとみられているが、その概念は何も新しいものではない。われわれが水理現象の解析にあたって古くから知らず知らずの間に用いていたものに外ならない。ただ、それが近代化したに過ぎない。

したがって、ここではわれわれが対象とする水理学や水工学における問題をこのような概念のもとで再整理し、説明を加えてみたいと考える。

2 水理システム

(1) システムとシステム工学

システムはいまや流行語の一つであり、多方面において用いられているが、要するに、あらかじめ定められた共通の目標を達成するために集められた独立要素群である。

このような抽象的な表現をより实际的にするのが工学的方法であり、システム工学といわれている。しかし、これは何も新しい技術ではなく、われわれが昔から慣用してきた方法である。たとえば、土木工学では人類のより豊かな生活を確保するために、各種の土木施設を作り、資源や技術の有効な利用をもくろむのが通例である。實際上、問題や計画の内容と意図を確かめ、具体的に解析し、その成果を評価するが、その手段がシステム工学の方法に外ならない。したがって、われわれがシステム工学を近代的な解析法として利用するのは、その基本的な考えを示す哲学でなく、方法論そのものである。このことは²⁾

Ⅰ. われわれの対象とする問題は大きくかつ複雑であって、システムの方法論的扱いが必要とされる。

Ⅱ. 定量的な解析が用いられるから、われわれの必要とする問題の予測、評価に好都合であ

る。

Ⅲ. さらに電子計算機が十分利用される。

という点からも理解されよう。

しかし、われわれがシステム工学の方法論を利用する限り、逆にその限度も心掛けておく必要がある。すなわち、

Ⅰ. 問題をある面より分析し、その結果として計画作成したシステムも必ずしもすべての面で有効であるとは保証されえない。

Ⅱ. システムの表現法が十分満足すべきものでなければ、予測、評価の精度も確かでない。

Ⅲ. 電子計算機はいくら大型のものであるといっても、その容量には限りがある。

などが、前述のⅠ～Ⅲに対応して示される。

土木計画がシステムとして取り扱われるとき、それは、問題の発見、分析、評価、および総合という形の試案（代替案）作成とその選択から成り立っている。³⁾ 一方、電気工学や機械工学などにおける物理的システムでは同様の手段が異なった名称のもとでシステムの工学化に用いられている。いずれにせよ、その内容とするところは、

1. 問題を整理して、対象とするシステムとそれを取りまく環境とを明らかにする。とくに、環境は技術的な要素のみならず社会・経済的なものを含む複雑な制約条件を成すことが多いから、十分注意して整理する。
2. システムの目標を明らかにする。
3. システムを表現するいくつかの代替案の作成を考えておく。とくに、無数にあるものの中からいくつかを選ぶことはきわめて重要である。
4. サブシステム、構成要素の機能を解明する。
5. 最適案を何らかの形で決定する。数学的なモデルで表現されている場合、パラメーターの選択という形をとることが多い。
6. システムの解を求める。この場合、表現されるモデルの形式によって多くのものが考えられる。
7. システムの評価を行なう。

などに分類されるであろう。

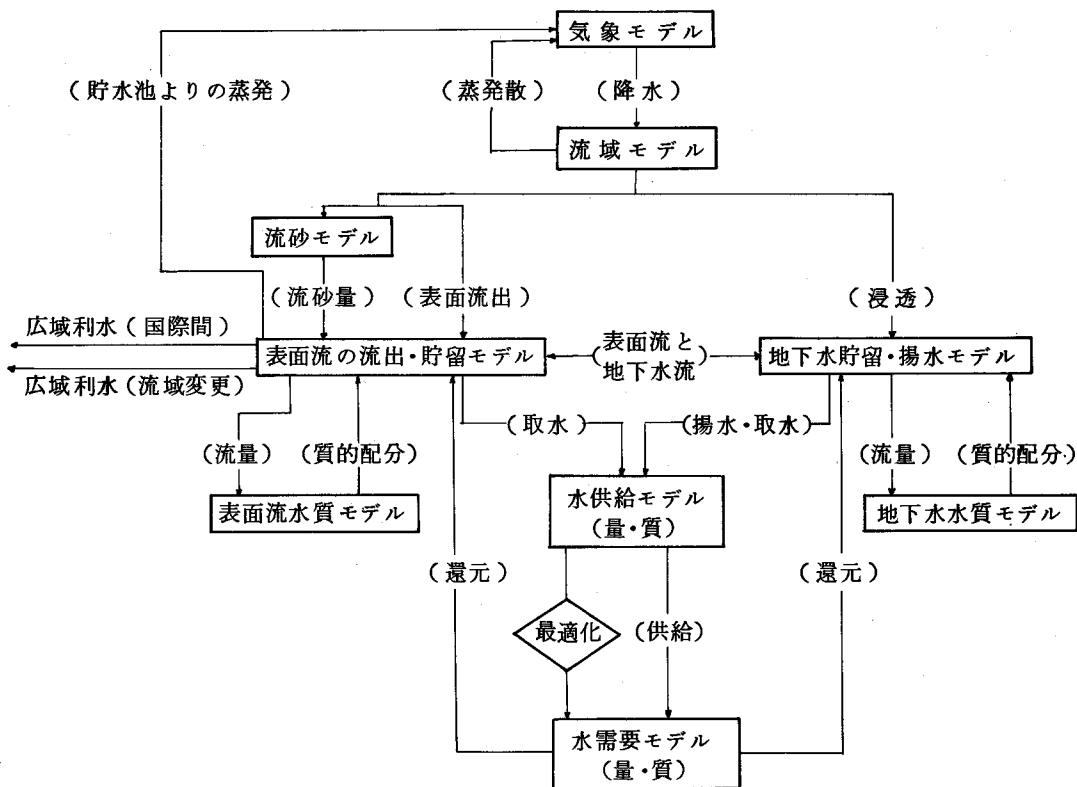
(2) 水資源システム

われわれ土木技術者が水理システム、水文システムといった問題を対象とするとき、さらにその基礎となる水資源システムをあらかじめ考えておき、その全体構成のなかにおける水理システム、水文システムを位置づける必要がある。これは、われわれが自然水（主として淡水）を水資源に変換するために水理システム、水文システムを取り扱うからである。もちろん、水資源システムは、

- Ⅰ. 国民の所得の増大を意図する国民生活
- Ⅱ. 地域の生活水準を高める地域開発
- Ⅲ. 環境のより好ましい保存
- Ⅳ. 国際間の協調を保つ

という政治、社会・経済的な目標をもつものであるけれども、その技術面を中心としたフロー・シートを示せば Ackermann⁴⁾ の図-1 のようである。

この図にもとづいて、さらに詳細な説明を加えよう。まず、取り扱われる対象としての自然水および水資源について認識しておかなければならない。しばしば、自然水と水資源とは混同され



図一 大規模な水資源システム (Ackermannによる)

ているけれども、まずこの両者の区別をはっきりさせておく必要がある。われわれがその生活を維持し、できうるならば生活レベルを高めるために、各種の水（主として自然水、とくに淡水）を用うとき、これを水資源という。したがって、図において取り扱われる自然水は、水資源へと変換されることを前提としたものであるから、その成分が

- i. 化学的物質としての H_2O を中心とし、
- ii. 溶存化学物質、
- iii. 各種の浮流物、および
- iv. 魚貝類、藻類などの生物

より構成されている一つのシステムとみななければならない。したがって、その特性は、時間、空間および量、質によって記述されることになる。このような意味において、われわれの取り扱う物理的な水理システムに流砂や水質のサブシステム（あるいは、それ自体を考えるならばシステムそのもの）が含まれるのは当然といわれる。

気象モデルには、雨滴の形成から地球上の大気循環まで大小さまざまなものがあり、気象学においては重要なシステムを構成するが、われわれにとっては水文システムの一部を構成するサブシステムとみるべきである。

流域モデルは水文システムの中心であって、いまさら付け加えることはない。一方、この図で取り上げられている表面流の流出・貯留モデル、地下水貯留・揚水モデルおよびそれらの間の関連性は流域モデルの一部を構成するサブシステムではあるが、システムの内部構造が水理学的に

よく知られており、それ自体のみで取り上げられる水理システムである。

水資源の需給関係の不均一性は、人類文明の進展とともに著しくなる。このような欠陥の除去に流域間、国際間にわたる広域利水がある。これも一つの大きなサブシステムであり、とくにその技術面のみを取り上げれば、それは水理システムを構成するであろう。

われわれが対象とする水は、すでに述べたように、 H_2O 、溶存化学物質、浮流物および生物からなる一つのシステムを構成するものであるから、ここに水質に関するサブシステムがあらわれることになる。このシステムは水資源の需給関係により重要度を大きく変えるものである。

さらに、需給関係そのものが一つの大きな社会・経済的サブシステムを構成する。このサブシステムとその他の物理システムとの間の相互関連は従来においてあまり顧みられなかったが、全体のシステムの有機的結合を図るためには大いに考えられなければならない。

(3) 水文システム

従来において水文サイクルといわれていたものが水文システムといわれる。図-1によって説明したように、流域システム、気象システムがその中核をなしている。より実際的な表現として、水文システムは降雨とそれにもとづく各種の流出との関係の記号的、あるいは数学的表示である。すなわち、水文システムは現実の姿をあらわすもの（物理的）であり、一つ一つ続いて起るものであり、ある入力に対して必ず何らかの出力を生ずるものである。その具体的な表示は、後述するシミュレーションによって行なわれる。

(4) 水理システム

水理システムという言葉はまだ使われていないようである。しかし、これまでの説明から想像されるように、水理学の原理あるいはいわゆる水理解析がそのまま用いられるような問題をシステムとして取り扱われれば、それは水理システムといわれよう。したがって、水文システムと同様なものである。この場合、システムの内部構造の物理的、力学的機構が比較的明らかであるから、シミュレーションの方法において水文システムと異なることが予想される。

3 シミュレーション

(1) シミュレーション

すでに述べたように、シミュレーションは現実の世界の姿のわれわれが感覚を通じて認識する方法である。したがって、その方法の巧拙を問わなければ、これはわれわれ人類の古くからもつ解析手段であるということができる。

ところが、実際の問題あるいはシステムを取り扱うにあたって、どのような過程によって認識するかはきわめて大きな問題となる。現実の姿は複雑そのものであって、容易に解析されるものではない。したがって、上述のシミュレーションに関する定義は、さらに現実の世界のある面を容易に研究しうるように記号や数字によって表わす行為⁵⁾であると表現しなおされる。このような手段を具体的に示したものが図-2である。

この過程においてまず問題とされるのは、複雑なもとのシステムの単純化である。もとのシステムを構成する多くの要素を分析し、何れの要素がシステム構成の本質であり、どれが副次的であるかを正しく判断しなければならない。これは、次元解析法における次元マトリックスの

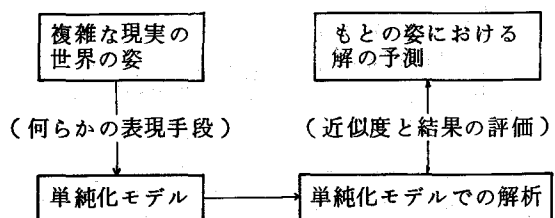


図-2 シミュレーションの方法

作成にも似たものであり、その選択の重要性は以後の解析を左右するものである。多くの場合、構成要素の重要度をレリバンス・トリーによって示すが、数学モデルにおける近似解の程度に相当する。

つぎに問題とされるのは、システム・モデルの表現手段である。一般的には、その手段に制限はないが、多くの場合、より普遍的な解析を行なうために数学を用いて行なわれる。物理システムにおいては、数学モデルおよび物理モデルが利用されるが、社会・経済モデルのような場合には、計量化しうるときに数学モデルが、その他の条件のもとではブロック図、フロー・チャートなどが用いられる。各種のモデル言語によるモデルの表現力を比較したものが表-1であって、それぞれの特徴が理解されよう。

モデル言語	特 徴				
	記述能力	あいまいさ			機 能
教科書・参考書	良 好	きわめて悪	な し	限られている	記述による説明
絵、ブロック図	良 好	良 好	な し	良 好	設計・施工
フロー・チャート	かなり良好	良 好	な し	良 好	プログラム
図表、その他	かなり良好	良 好	良 好	な し	いくつかの変数間の関係
物 理	良 好	原理次第			解
数 学	しろうとは不適	仮定次第	きわめて良好	良 好	解と最適化

表-1 各種のモデル言語による表現力の特徴

(2) モデリングの種類

表-1に示したモデル言語によって、複雑なもとのシステムはその本質を失わない単純化モデルに変換される。われわれの取り扱う水理モデルや水文モデルは定量的な挙動を示すものでなければならないから、実際には、物理言語や数学言語がモデリングに用いられることになる。前者はいわゆる水理模型、代表流域、実験流域であり、後者は各種の数学モデルである。いわゆるア

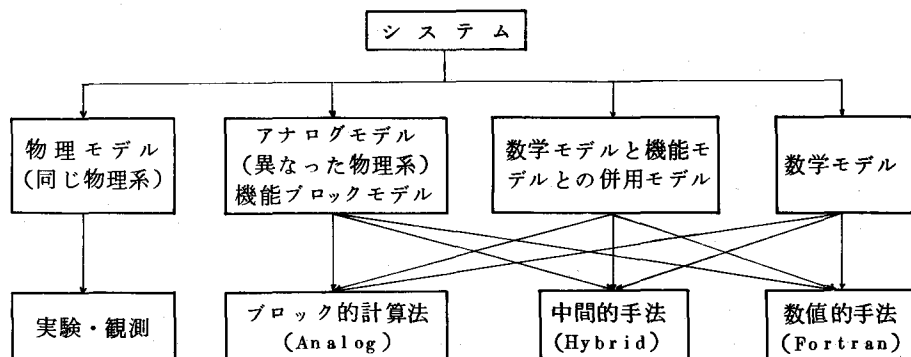


図-3 システム・モデルとその解法

ナログモデルはいわば中間領域にあるとみなしうるが、人によってはブロック言語と考えている。⁶⁾

図-3は解析対象システムのモデリングとその解析手段を示したものである。それらのおおのについて、さらに若干の説明を加えよう。

(3) 物理モデル

物理モデルは、さらに三つに細分化される。

i. 代表モデル. 対象とする現象をもっとも端的に示すものであって、実際には実物そのものである。水文学における代表流域がその例である。外力や外的刺激に対する応答の正しい推定は実物によってもっとも都合よく行なわれる。しかし、実物を用いた実験はそう繰り返し行なわれうるものではないし、小型の代表モデル以外では、多くの(外的)境界条件に対する応答は知られえない。この種のモデルの短所はここにある。

ii. 実験モデル. iの代表モデルの欠点に應えるものが実験モデルである。すなわち、実物システムの本質を抽出した単純なシステムであって、これを用いて種々の境界条件に対する応答を明らかにし、その結果から実物の挙動を知ろうとするものである。基礎実験に用いるモデルがこの例である。

iii. 模型実験モデル. これら二つのモデルの中間的存在としてのモデルがこの例であって、水理模型実験に用いるモデルが挙げられる。代表モデルによる実験的予測が不可能であり、また実験モデルによってえられる事実が望むべき要求に対してあまりにも簡単すぎる場合、さらに代表モデルの内部機構が相当程度まで明らかにされているときに有効である。

(4) 数学モデル

物理的な方法の代りに数学によって行なおうとするものが数学モデルであって、さらに現象の応答関係、数学モデルの数学的挙動によっていくつかに細分される。

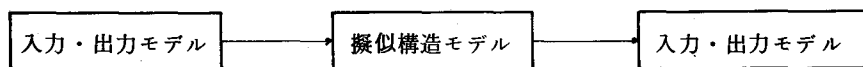
i. 入力—出力モデル(ブラック・ボックス). 実在のシステムに何らかの刺激や外力を入力として加えると、確かに何らかの応答がおこり、それが出力となる。システム内部における応答の程度は別として、とにかく入力に対する出力の関係を種々の数学モデルによって表現することができる。このようなモデルを入力—出力モデル、あるいはブラック・ボックス^{*}という。ある降雨がある流域に降ったとき、流出する流量ハイドログラフは降雨という入力に対する出力であり、流域特性は一つのブラック・ボックスのようになっている。この入力—出力特性は種々の形で表現される。実用問題としては、これらの関係の因果律は別として、どんなモデルでも表現されうる。しかし、一般には微分方程式や代数方程式が使われる。一方、入力—出力モデルに用いられた関係によって、決定論的か確率統計論的に分けられ、またそのモデルが線型か非線型かによっても分けられる。さらに、ブラック・ボックスの大きさによって、システムあるいはモデルの挙動が一つの点として代表されるものかあるいはそうでないかによって、モデルは集中型モデルか分布型モデルに分けられる。具体的には、えられたモデルの微分方程式が常微分方程式か偏微分方程式かであるということである。

ii. 擬似構造モデル(シミュレーション・モデル). ブラック・ボックスはシステムの内部構造にあまり立ち入らなかった。いわば、古典制御理論におけるシステムの解析に相当するものである。しかし、われわれはその内部構造を知りたいと願ひ、またそのような願ひをもつことは当然である。水理学において取り扱われる問題はすべてこの例である。また、水文学におけるシステムでもこのような例がある。Dynamic Hydrology といわれ

* 時に、入力—出力モデルとブラック・ボックスとは区別されることがあるが、ここでは同一とする。

る単位図の力学的機構や挙動を追求しようとする分野がそうである。しかし、これまでに何度も述べてきたように、われわれが現実の世界を知るのにはすべて何らかのシミュレーションによっているのであるから、得られた結果も本質そのものではなく、それに如何に近いかにということによって満足した近似にすぎない。この種のモデルが擬似構造モデルあるいはシミュレーション・モデルといわれる。その数式による各種の細分はⅰと同様に行なわれる。

Ⅲ. 入力－出力モデルと擬似構造モデルとの関係、ブラック・ボックスと擬似構造モデルとの関係は図－４のようである。われわれが与えられた問題に対処するとき、最初それがどのようなものであるか全く分らない。しかし、実際上の要求から問題は何かの形で解決されなければならない。こういう状態のときに用いられる解析法はブラック・ボックスであり、各種の表現が使われている。しかし、学術、技術の進歩とともに次第にシステムの内部構造が明らかにされるのであって、図－４の中央の段階に移動する。ところが、ⅱで述べたように得られたと信じるモデルも決して本質そのものではなく、それに近づいたある一面を物語るものに過ぎない。ある時期において、現実の姿をうまく説明しうるものとして重宝がられたモデルも、より詳細な現実の姿がわれわれの前にあらわされるとき、ふたたび見棄てられることになり、ブラック・ボックスが登場する。これを示したものが図－４である。



図－４ 入力－出力モデルと擬似構造モデルとの関係

(5) アナログ・モデル

物理モデルは、代表モデル、実験モデルおよび模型実験モデルに示されるように、同一の物理系における現象を取り扱ったものである。一方、数学モデルはシステムの内部構造や入力と出力との応答関係によって表現されたものである。

物理モデルの現象の理論解析が示す数学モデルが、多くの場合異なった現象に対して、全く同一となることがある。たとえば、水門からの流出現象のように、流れが静止状態に近いものから急激に変化するシステムを考えてみよう。この物理システムは、水理学的かつ流体力学的に、非圧縮性、非粘性流体の非回転運動によって近似される。したがって、その数学モデルはいわゆるラプラスの式

$$\nabla^2 \phi = 0$$

によって与えられ、その境界値問題としてシステムの挙動が明らかにされる。

一方、地下水の流れは、対象流体は非圧縮性、粘性流体であるが、その運動の緩慢さ（層流運動）によって、地下水位を h とすれば、同型の

$$\nabla^2 h = 0$$

によって表現される。

さらにまた、電磁気学において、電位差は同型の式によって表現される。

これらの事実は、電位差と速度ポテンシャル、地下水位は物理的意味において全く異なるけれども、数学モデルの同一より、いずれか解析しやすい物理モデルで行なわれれば、その結果を類推して、他の物理系の挙動も推測されるということを表わしている。このように、違った物理系におけるモデルをアナログ・モデルという。アナログ・コンピュータによる洪水解析や予報、電気回路網によるフロー・ネットの解析、地下水の探索はこの種の例である。

4 流出現象システムとそのシミュレーション

(1) 流出システムと表現法

流出システム現象の解析は土木工学の分野における水文研究の中心課題である。とくに、水問題が洪水処理といった消極的な面より水資源の開発・利用という積極的な面に向うとき、この研究はいよいよ重要となる。そのシステムの表現は、技術的には

- i. 流域の地形、地質的特徴
 - ii. その特徴にもとづくシステムの入力、出力応答
 - iii. 人類活動によるそれらの特徴、応答特性の変化
- である。しかし、その具体的なモデルはいまのところ、

$$\text{流入量} - \text{流出量} = \text{その時間にシステムに著積された水量}$$

という連続条件にもとづく各種の表現法によっている。

多くの場合、入力－出力モデルと擬似構造モデルとに分類される。その詳細については以下に述べるが、モデルの誘導過程に2通り⁷⁾があり、それを図-5に示しておく。

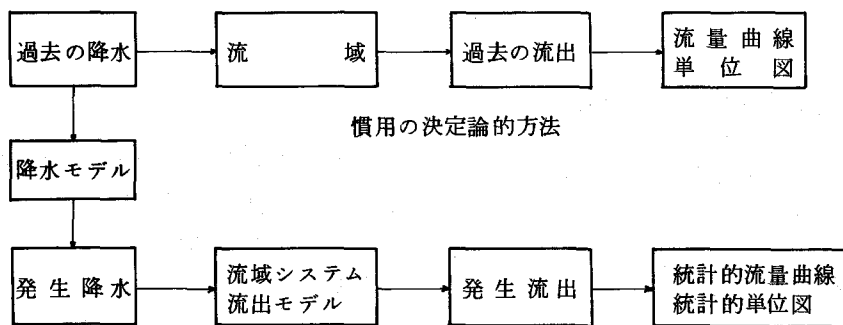


図-5

(2) 入力－出力モデル

この概略についてはすでに述べた。一般にコンボリューション型の

$$Q = \int_0^t r(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

というモデルにおいて、未知関数 h を求めることである。ここに、 Q ：流出量、 r ：有効降雨量、 h ：核あるいは単位図である。水文研究においては、このようなシステムの確認が興味あるところであるが、実用上の問題では、与えられた h を用いて、各種の入力に対する出力の予測という解析法が慣例となる。

h が決定論的に定められるものと確率統計論的に定められるものがある。前者のうち、線型のものがいわゆる古典的単位図であり、その数学的表現は Fourier 変換、Laplace 変換、Z-

変換を用いて行なわれる。一方、非線型モデルは入力やシステムを包む環境条件によって単位図が変わるとするもののである。

確率統計論的モデルは核に情報理論を用いて取り扱おうとするものが多く、それぞれ線型、非線型モデルがある。これらの具体的な例は文献(8)を参照されたい。

(3) 擬似構造モデル

流出システムの内部構造を何らかの形でモデル化し、それによって入力に対する出力をうる水文解析に応用しようとするものである。

このモデルとしては、一般に開水路水理学における一次元解析法が用いられる。とくに、水文システムとしては、一次元解析法の近似解として、各種の形の連続条件式と運動方程式の解や貯留方程式とを組み合わせ用いられる。前者は Kinematic wave モデルを用いた Dynamic Hydrology であり、後者は Parametric Hydrology である。

Dynamic Hydrology モデル：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_e, \quad h = c q^\rho$$

ここに、 h ：水深、 q ：流量、 r_e ：有効雨量、 c, ρ ：流れの状態によって定まる係数である。

Parametric Hydrology モデル：

$$I - O = \frac{dS}{dt}, \quad S = \sum_{n=0}^N a_n(I, O) \frac{d^n O}{dt^n} + \sum_{m=0}^M b_m(I, O) \frac{d^m I}{dt^m}$$

ここに、 I ：流入量、 O ：流出量、 S ：貯留量、 a_n, b_m ：係数である。

なお、一次元解析法によるモデリングについては、後述の重力輸送システム・モデルの項において触れる。

5 輸送システムとそのシミュレーション

(1) 輸送システムとその表現法

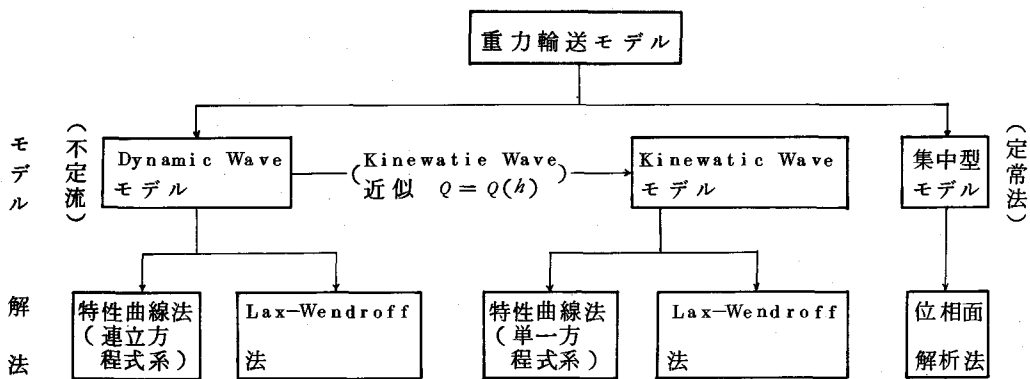
図-1で示した表面流の流出・貯留モデルは輸送システムの一つである。また、流域変更法や国際間の広域利水計画の物理的表現も輸送システムである。ここでは、この種の問題について取り扱う。もちろん、地下水貯留・揚水モデルもその一種であり、とくに汙過池、貯水池を兼ね、かつ開水路やパイプラインの不要なきわめて有益なものであるけれども、ここでは省略することにせる。

輸送システムの特徴は、流れが開水路やパイプラインに沿って運動する一次元的なものであるということである。しかも、特別な局所的現象を除いて、流体は非圧縮性であり、流れは乱流であると考えて差支えない。このような各種の環境条件を用いると、その数学モデルは比較的容易に得られることになる。もちろん、輸送モデルとしての物理モデルもあるが、ここでは取り扱わない。

(2) 重力輸送システム・モデル

開水路流れの一次元解析法の数学系がこのシステムのモデルを構成する。ところが、システムの挙動がどのような条件のもとにあるのかによって、モデルがいろいろに分けられる。図-6はこのような分類のフロー・シートを示したものである。

1. Dynamic Wave モデル . いわゆる開水路における不定流の数学的モデルであって、このモデルが表わす実際例は洪水の水理学的追跡法にみられる。すなわち、



図—6

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

$$\frac{1}{q} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{q} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = i - i_f \quad i_f = \frac{v^2}{C^2 R}$$

ここに、 A ：輸送路流水断面積、 Q ：流量、 q ：単位長さ当りの流入流量、 v ：平均流速、 h ：水深、 i ：勾配、 R ：径深および C ：Chézy 係数である。

この種の連立方程式はいわゆる特性曲線法や Lax-Wendroff 法によって解かれる。前者の特性曲線法は物理的意義も明らかであって、きわめて重要な意義をもっているが、有限区間内における洪水追跡では、上下流端における条件が解に含まれるので、実際上なかなかむずかしい。一方、Lax-Wendroff 法⁹⁾は、ベクトル式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = i$$

ここに $F = F(U)$ という形のものに関する数値解析法である。この方法の利点はプログラミングが容易なことおよび多くの場合計算時間が短いという点が挙げられる。

Ⅱ. Kinematic Wave モデル. 流量 Q が水深 h あるいは流水断面積 A の一義的な関数で表わされるとき、すなわち $Q = Q(h)$, $Q(A)$ のとき、この不定流は Kinematic Wave と定義される。擾乱の伝播速度は、定義式を連続式に代入してえられるが、それは Kleitz-Seddon の法則である。實際上、 $Q = Q(h)$ は流れが近似的に等流であるという関係と同等であり、その数学モデルは

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial x} = q \quad \text{あるいは} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dQ}{dA}, \quad \frac{dA}{dt} = q$$

によって与えられる。

このモデルも Dynamic Wave モデルと同様な解法が適用されるものであるが、とくに特性曲線法は簡単となる。これは水文字における Dynamic Hydrology モデルを構成するものである。しかし、その最大の欠陥は流れの伝播にともなう貯留作用があらわれないときであって、これはいたし方のない事実である。

Ⅲ. 定常流による近似モデル. 重力輸送モデルのなかの不定流モデルも、それが遊水その他のように局所的現象を対象とするものであれば、しばしば定常流近似によって代用され

る。ある時間において、一定と仮定された流量に対する流れの挙動を追跡し、各時間ごとのこうした挙動の全体をうるものである。この方法の利点は計算が単純化されるけれども、貯留効果が全く無視されるという欠陥がある。したがって、河川合流点近傍に用いられる遊水調節池のようなシステムの解析にはよいが、相当な区間の河道システムには好ましくない。

IV. 定常流モデル. 開水路による流量配分の問題では、流れは不等流あるいは等流とみなされるものが多い。すなわち、定常流モデルが用いられることになる。配分河道が一様であれば、等流モデルが用いられるし、一様ではないときあるいはさらに詳細な挙動を知りたいときには、不等流モデルが用いられる。計算は単純化されるから、問題の取扱いは容易となる。

V. 相関モデル. 以上の各モデルは、いずれも流れの河道内における力学的挙動によるものであった。しかし、単に実用的な見地からいえば、河道システム内の局所的な挙動はそれほど重要でないことも多い。たとえば、上流と下流の二地点における各種水理量の関係のみが必要とされるときなどである。しかもこの種のものは社会・経済的なシステムより提起されることが多い。このような場合には、これまでの各種のモデルによって得られた結果を代数方式などによるモデルとして近似化することになる。

(3) 圧力輸送システム・モデル

水の配分計画は現在のところ、重力輸送というカスケード・システムであるが、より高度の流域間配分などが問題となってくるとき、上水道におけるネットワークのように、圧力輸送システムが大きく取り上げられるであろう。

このシステムの数学的モデルは管路流れの一次元解析法によって構成される。したがって、重力輸送システム・モデルにおける開水路流れと同様に分類される。しかし、圧力輸送システムにおいては、流量配分や経済的な流量輸送などの問題が主なものであって、時間的に変化する管路流れの不定流はむしろ特殊な問題に属する。この種の問題を分類すれば、図-7に示すようになる。

I. 過渡現象モデル. 管路における不定流の式がその数学モデルとなる。管路の形状は流れの状態によって変化しないから、モデルは

$$\frac{\ell}{g} \frac{dv}{dt} + \left| \frac{v^2}{2g} + z + \frac{\rho}{\rho g} \left| \frac{v}{1} \right|^2 + f \frac{\ell}{D} \frac{v^2}{2g} + \Sigma K \frac{v^2}{2g} \right| = 0$$

となる。ここに、 ℓ : 管路長、 z : 基準面より測ったパイプラインの高さ、 f : Darcy-Weisbach の摩擦損失係数、 K : 形状損失係数、および D : パイプの直径である。また、全水頭はシステム両端における値である。

このモデルは内部構造のわかった集中型であって、位相面解析によって

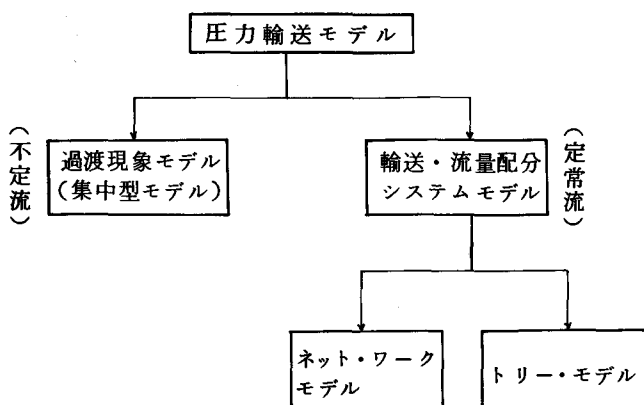


図-7

種々の特性が明らかにされる。サージタンク・システムなどがこの例である。

- ii. 輸送・流量配分システムモデル. パイプラインによる水の輸送, 流量配分の問題は管路における定常流の数字モデルによって表わされる。すなわち, 2点間の全水頭差はその間の摩擦損失水頭と各種の形状損失水頭との和に等しいというエネルギー保存則の数学的表示 (Bernoulli の定理) である。このシステムはさらにネットワークとトリートメントに細分される。前者は電気回路網と同じであって, ネットワークの各節点における流量保存則 (Kirchhoff の第一法則) および各ループにおけるエネルギー損失水頭の和は 0 という関係 (Kirchhoff の第二法則) とから成り立っている。また, 後者は流量保存則は成立するけれども, トリートメントは閉じていないから損失水頭は各トリートメントにおけるものの代数和となる。したがって, グラフの理論が応用されるものであって, 最近ではグラフ理論による表示も行なわれている。

6 水理現象システムとそのシミュレーション

(1) 水理現象システムとその表現法

これまでに述べたシステムは水文システムや輸送システムのような大規模なものであった。こうしたものに属さない他の多くの現象も一つのシステムと考えられ, その解析にはここで述べたようにシミュレーションの方法が用いられる。現在のところ, よく用いられる表現法は物理モデルと数学モデルによるものである。前者はいわゆる水理実験および水理模型実験であり, また後者は理論解析の基礎となるものである。ここでは, これらの両者の特徴について若干説明しよう。

(2) 物理モデル

物理モデルは水理実験と水理模型実験とから成り立っている。ここでいう水理実験とはある水理現象の基本的な挙動を知るために行なうものをいい, 水理模型実験とは特定の境界条件における挙動を明らかにするものをいう。

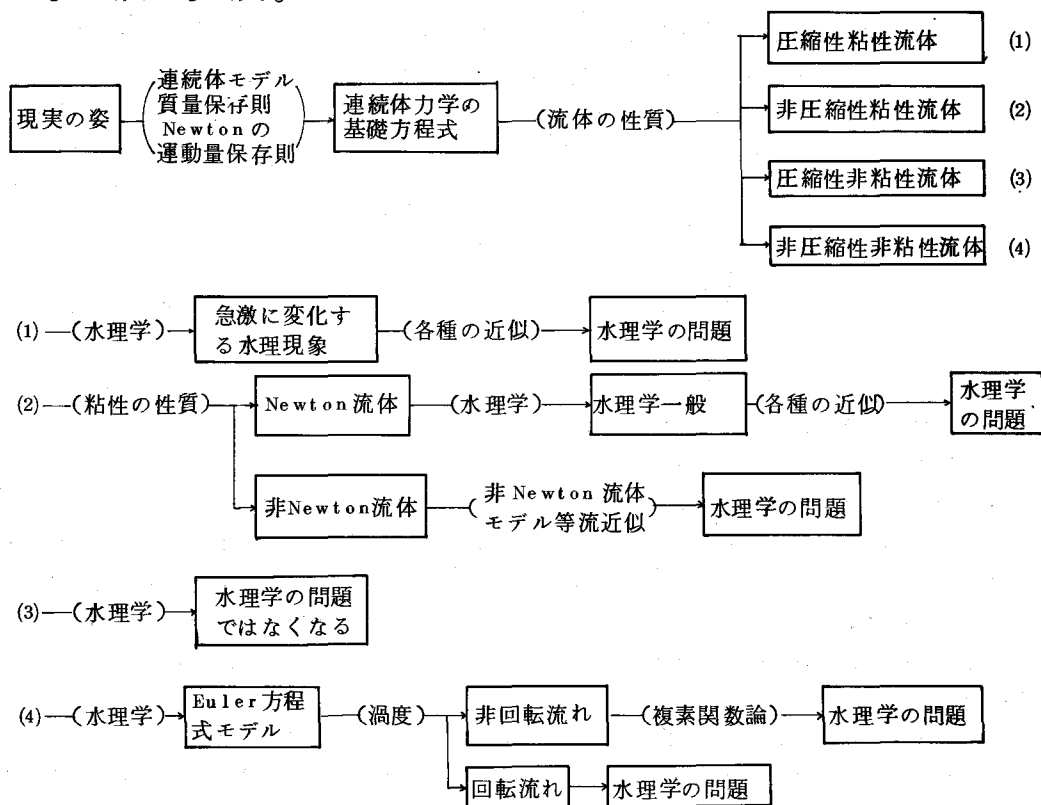
水理実験において得られた資料はその現象の基本的特徴をあらわすように整理されなければならない。実験の数学的モデルがすでに得られているならば, それより明らかにされた理論解の挙動と比較検討すればよい。しかし, 多くの場合, 現象の数学モデルは得られていないか不十分なものが多い。このようなとき, 資料整理は次元解析法によって行なわれる。問題はその現象を支配する要素とその重要度の選定である。その正しい予測によってはじめて水理実験の意義が明らかにされる。

一方, 水理模型実験は, 幾何学的相似条件を満足したモデルによる水理実験の結果より, もとのシステムのもつ挙動を予測し, 境界条件をいろいろとかえて, 最適システムを得ようとするものである。この場合問題となるのは運動学的, 力学的相似条件の適合性である。しかし, このような相似条件は現象システムの数学モデルがわかっていないと明らかにされない。水理解析法は連続体モデルによって構成されているから, 相似条件もその数学モデルによる結果から構成される。Froude や Reynolds の相似則はその結果の近似解であって問題の重要性によって相似条件の改良に努めなければならない。しかし, 実際問題ではなかなかむずかしいものがある。

(3) 数学モデル

水理現象の理論解析には, 数学モデルが必要とされる。これまでに述べたこの種のモデルは一次元解析法が適用された結果であった。しかし, 一次元解析法は現実の世界の姿をいろいろの前提条件や仮定のもとで展開した最終的形態である。われわれが取り扱う水理現象はそれ以外の形で表現される多くのものがあり, それらを理論的に解析する限り表わされているモデルのもつ種

種の仮定を理解しておく必要がある。これは理論解析の限度と精度を知る上にも欠くべからざるものがあるからである。



図一 8 水理学における理論解析法の概要

図一 8 は現実の姿から水理学において取り扱われる問題となるまでの過程の大略を示したものである。まず導入される前提は連続体モデル，質量保存則および対象の力学的挙動が Newton の運動量保存則によって表現されるということである。具体的な表現法には，システム解法とコントロール・ボリューム法とがあるが，とにかく連続体モデルの基礎式が得られることになる。これに，流体の物理的性質の一部，すなわち粘性および圧縮性を持ち込むと，それが有意に作用するかしないかによって 4 種のものに細分されよう。これ以後の過程がいわゆる水理学の領域に入るものである。

(1)として記入した圧縮性粘性流体の問題は時間的に急激に変化する水理現象である。しかし，時間的な急激性は現象の時間スケールによって区分されるけれども，具体的な問題として，水撃作用および地下水の非定常運動が挙げられる。前者の例では，さらに近似解として非粘性と考えられることが多いし，後者は Darcy の法則を適用して（等流近似）熱伝導方程式と同様な数学モデルがえられる。ここにおいて，電氣的アナログが可能となる。

(2)として分類した非圧縮性粘性流体は水理学の中心をなすものである。粘性の性質により，さらに細分化され，運動している流体のうけるひずみと応力との線型関係を用いる Newton 流体とそうでない非 Newton 流体とになる。非 Newton 流体はさらに何らかの仮定を導入してモデル化を図る必要があるが，実験によって検討されるのが通常である。Newton 流体から水理学へと展開されるが，これはあまりにも多くのものに分化され，表示するのはきわめて困難である。水理

学の問題として取り扱われている出発点はここにあつて、問題としての対象システム、境界条件としての環境条件の多様性によってさらに多くの仮定や近似が導入され、われわれの知った結果となるのである。

一方、(3)の分類は水理学という問題対象をもち込むと、これは枠外となる。これは空気力学、とくに超音速のそれとなるからである。

最後の(4)はいわゆる完全流体の力学の水理学への応用ということになる。實際上、われわれが近似モデルとして取り扱うものの多くは非回転流れであつて、流出、地下水運動のシミュレーション、海の波などの解析にみられる。とくに、複素関数論や応用数学の多くのものが利用されるから、その理論的展開はみかけの上で華麗である。

7 その他の問題

これまでに述べた水に関する各種のシステムは主として物理現象に関するものであつた。このシステムに属するものであつても、水質システムとそのシミュレーションについては何ら触れなかつた。これは質量保存の法則による連続条件式によって表わされるのが普通である。しかも水質システムとして取り扱うとき、水と共存物質との保存関係を如何に表わすかによってシミュレーションの方法が異なってくる。

さらに、社会・経済システムの問題がある。水資源、あるいは流量配分の問題は究極のところ、社会・経済システムの解析になる。いわゆる最適化の方法が適用される。この場合、決定論的な最適化が確率統計論的なものに分けられる。前者はさらに最適化が同時に行なわれる同時決定過程と、一つづつ順序を追って行なわれる順序決定過程とがある。リニア・プログラミングとダイナミック・プログラミングが両者の代表例である。しかし、こうしたモデリングに至るまでに現象システムの表現法との関係を明らかにしておかないと、モデルの近似度は不確かとなる。

さらにまた、水理システムにきわめて近いものとして計測システムの問題がある。水理現象を実験的に取り扱う場合、計測からデータ処理に至る過程がどのようなべきかが大いに問題となるところである。図-9¹⁰⁾はその一例であつて、われわれが意識するとしないとにかかわらずやっていることである。こうした例のうち、より研究者自身の判断にまかせるか、あるいは自動的にやるかによって、図-9は図-10、図-11のように分類されることになる。こうした問題をよりよく考えておくことはわれわれにとって常に必要なことはいふまでもない。

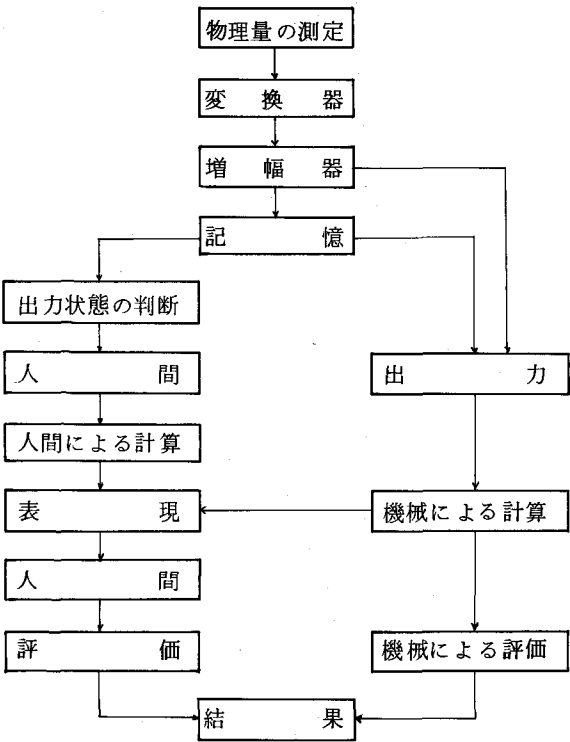
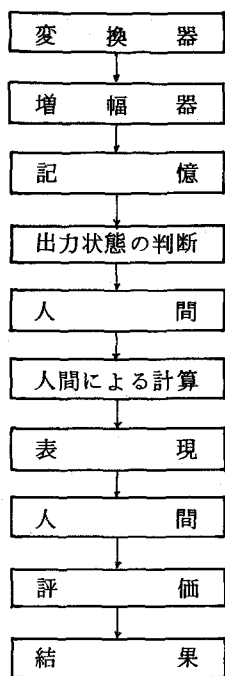
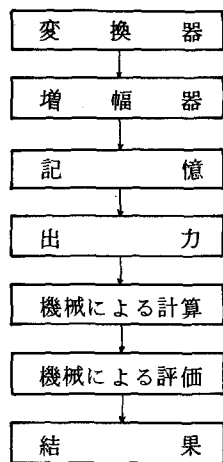


図-9 計測システムの一般概略図



図一 10



図一 11

参 考 文 献

1. Rouse, H. : Fundamental Principles of Flow , Engineering Hydraulics , Chapter 1, edited by H.Rose , John Wiley & Sons, New York , 1950
2. Au , T. : An Overall View of Systems Analysis, Advanced Civil Engineering Planning Technology , Proc. of a Short Course , Directed by V.T.chow and B.B. Ewing , Dept. of Civil Eng., University of Illinois , Urbana , Illinois , Nov.1968
3. 吉川和広 : 土木計画とOR, 丸善, 東京, 19
4. Ackermann, W.C. : Scientific Hydrology in the United States , the Progress of Hydrology , Proc. of the First International Seminar for Hydrology Professors , Vol.1, Dept. of Civil Eng., University of Illinois , Urbana , Illinois , July.1969
5. Brennan , R.D. : Simulation is Wha-a-at? Part II , Simulation, edited by J.McLeod , McGraw-Hill , New York , 1968
6. Kisiel , C.C. : Mathematical Methodology in Hydrology , The Progress of Hydrology, Proc. of the First International Seminar for Hydrology Professors , Vol.1 , Dept. of Civil Eng., University of Illinois , Urbana , Illinois , July.1969
7. Chow, V.T. : Systems Approaches in Hydrology and Water Resources , The Progress of Hydrology , Proc. of the First International Seminar for Hydrology Professors , Vol.1 , Dept. of Civil Eng., University of Illinois , Urbana , July.1969
8. Proceedings , U.S.-Japan Bi-lateral Seminar in Hydrology , Honolulu , Jan.1971 (近く発売される)
9. Iwasa , Y., Inoue , K. and Tsunematsu , Y. : Systems Simulation to Stream Flows , Proc. U.S.-Japan Bi-lateral Sem. in Hydrology , Honolulu , 1971
10. McDonald , V.J. : Instrumental Techniques , Advanced Civil Engineering Planning Technology , Proc. of a Short Course , Directed by V.T.Chow and B.B.Ewing , Dept. of Civil Eng., University of Illinois , Urbana Illinois , Nov.1968