

波浪の数値計算

一波浪スペクトル理論の応用例一

運輸省港湾技術研究所

合 田 良 実

まえがき

波浪の数値計算と一口に言っても、広く解釈すれば波浪の予報から始まって、屈折、回折などの変形の計算や、構造物との相互作用、あるいは波浪観測記録の処理や非線型の波の干渉の計算など、波に関するあらゆる問題を含むと言える。しかし、ここでは主として波浪の数値予報および追算の問題を取り上げることとする。これは波浪推算法の新しい分野であり、近年の電子計算機の高性能化によって可能となったもので、手法的には有義波法によるものと、エネルギースペクトルの平衡方程式の数値積分によるものと、二つの方式が有力である。このうち前者については井島博士(1968)が前回の研修会で講義されており、また実務計算としても実用に供されているので、本稿では比較的知られていない後者の方式を紹介してみたい。ただし、この方式は近年急速に発展を遂げた波浪発生理論の成果を大幅に取り入れたものなので、その全ぼうの把握は容易でない。筆者の理解不足と記述の不正確さを懸念する次第であり、読者各位の御寛容と御教示を願うものである。

なお、本稿の構成は次の通りである。

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1. 序 論 | 3.2 スペクトル関数の平衡方程式 |
| 1.1 波浪推算法の概観 | 3.3 Barnettの計算式 |
| 1.2 波浪のスペクトル表示 | 3.4 井上の計算式 |
| 2. 成分波の重ね合せによる数値計算 | 3.5 DSA-V方式の計算式 |
| 2.1 PNJ法における波の伝播および屈折の計算 | 3.6 定常風による波の発達の数値結果 |
| 2.2 Darbyshire の 計算法 | 3.7 変動風域に対する適用法 |
| 3. スペクトル関数の平衡方程式による数値計算 | 3.8 浅海域における屈折および摩擦の取り扱い |
| 3.1 波浪の発生理論 | |
| | 4. 結 び |

1 序 論

1.1 波浪推算法の概観

波は風によっておこされるものであるから、波の高さを風の速さと結び付けて予報しようとする試みは早くから行なわれていた。Stevenson 公式や Molitor 公式(1934)はこれにあたり、我が国でも広井博士によるものを始めとしていろいろな観測公式が提案されてきた。しかしながら、普遍性を有する波浪推算法が開発されたのは1942年の Sverdrup・Munk による有義波法によってであり、これにおいて始めて波浪推算法が理論的研究と手を結ぶようになった。これ以後の波浪推算法の発展は誠に目ざましく、いろいろな方式が次々に提案されて、標準的手法がたとえあったとしても毎年改められてきたと言っても言い過ぎではない。試みに、各種の波浪推算法の変遷を年代順に表わしてみると、図-1 のようになる。

波浪推算の方式は、大別して経験公式、有義波法、およびスペクトル法の3系統に分類される。

経 験 公 式

1940 1950 1955 1960 1965 1970

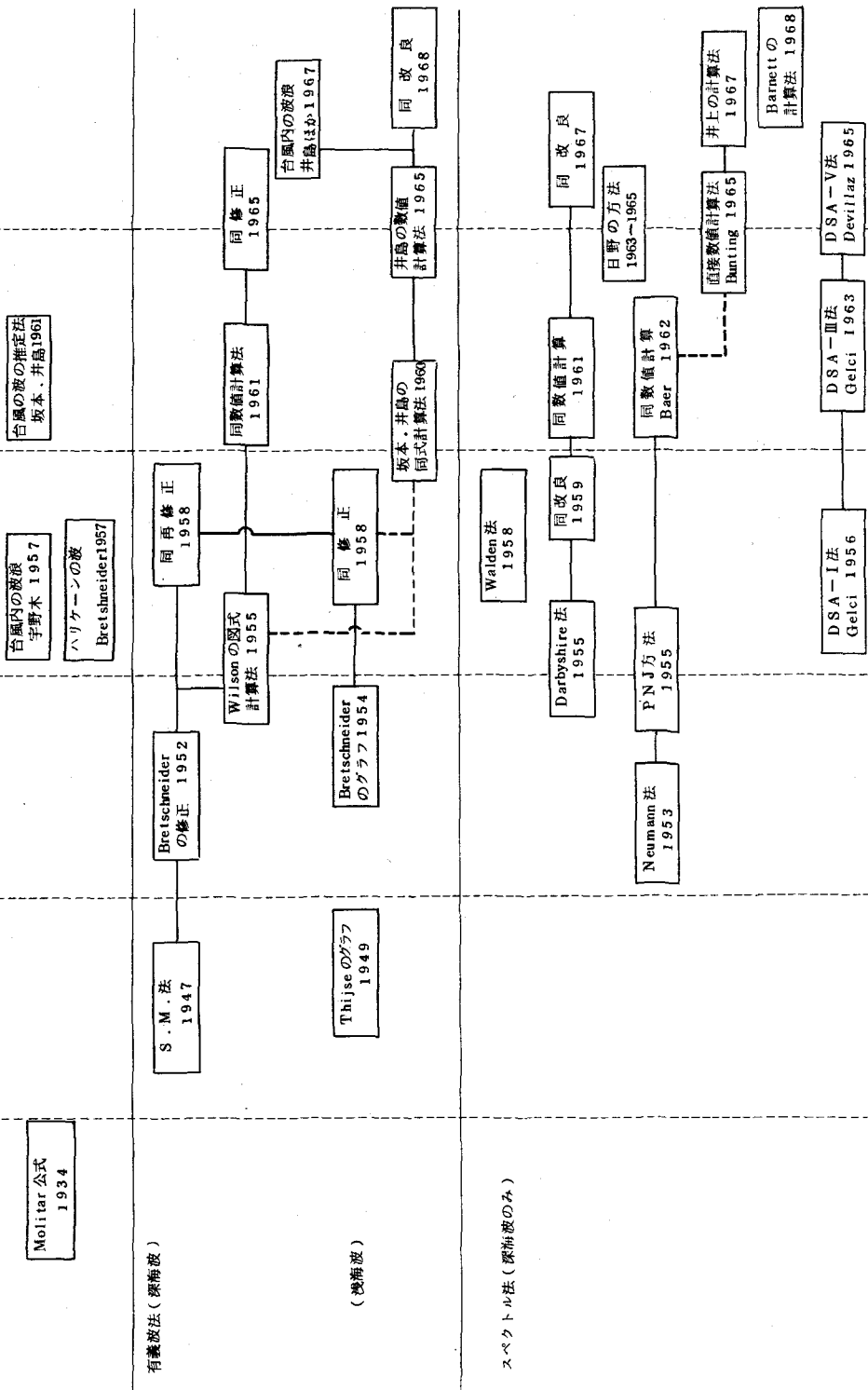


図-1 「波浪推算法の系統別発展」

経験公式は、観測値を直接に風や台風などの諸元と結びつけたもので、一般性には欠けるが、特定の状況に対しては非常に有用な結果を与える。有義波法は、周知のように現地の不規則な波を有義波高と有義波周期で代表させ、これを風速、吹送距離、および吹送時間に結びつけたもので、もともとは一定風域の深海波を対象としたものであったけれども、Bretschneider, Wilson, 井島などによって変動風域や浅海領域の波にまで適用できるようになっており、多数の観測値および実績に裏付けされて、工学的に最も使用ひん度の高い手法である。

これに対して、スペクトル法は波の不規則性をそのままにエネルギー・スペクトルで表示し、この発達過程を捉えて波の推算を行なおうとするもので、PNJ法が最も良く知られている。Darbyshire法、Walden法、などもスペクトル概念に基づいた方法である。原理的には有義波法よりも優れており、波の分散などの考え方では有義波処理と併用されている。しかし、推算法自体としては推算精度や変動風域の処理の方法などに難点があるため、海岸工学の分野ではほとんど使われなかった。しかしながら、最近では波の発生理論の発展とともにその成果を取り入れた数値計算法が開発され、精度も相当に向上している。なお、DSA-I~V法^{*}は方向スペクトル密度 (densité's spectrales angulaires) の時間的、空間的発達を追跡する方式としてフランス気象庁が開発してきた方法で、波の数値予報として最も早いものである。また日野 (1963~1965) の方法は、Phillips, Milesなどの発生理論を波浪推算法に最も早く取り入れたものであるが、観測データの支援が得られなかったため、さらに発展されずに終わっている。

なお、こうした各種の推算法については井島 (1964, 1965, 1966) がいろいろな機会に解説しているので参照されたい。

1.2 波のスペクトル表示

波浪をスペクトルで表示することは、現地の不規則な波の解析法としてはほとんど唯一の方法であるけれども、方法論的には決して分り良いものではない。しかし現象論的に言えば、“観察者の眼に映っている一見複雑きわまりない波というものは、周波数および波向が僅かずつ異なる規則的な成分波が無数に重ね合わさってきたものである”，というのがスペクトル理論の考え方であり、その無数の成分のエネルギーが周波数および波向に対してどのように分布しているかを示すのが、波のエネルギー・スペクトルと言える。

今、波形または水面の平均位置からの上昇量を $\eta(x, y, t)$ で表わすと、これは上記の考え方によって

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos[(k_n \cos \theta_n)x + (k_n \sin \theta_n)y - 2\pi f_n t + \epsilon_n] \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 f_n : n 番目の成分波の周波数 $= 1/T_n$, θ_n : 同じく伝播方向, ϵ_n : 位相差であり、 $(2\pi f_n)^2 = \sigma_n^2 = gk_n$ の関係がある。また、 f_n, θ_n は $0 < f_n < \infty$, $-\pi \leq \theta_n \leq \pi$ の範囲で連続的に密に分布していると考える。各成分波の振幅 a_n は無限小であるから単一の成分波のエネルギーを考えても意味はないけれども、 $f_n = f \sim f + \delta f$, $\theta_n = \theta \sim \theta + \delta \theta$ の範囲の成分波の群を考えると、波のエネルギーは振幅の自乗に比例するので、この群のエネルギーは

$$\sum_f \sum_{\theta} a_n^2 = E(f, \theta) \delta f \delta \theta \dots \dots \dots (2)$$

と表わすことができる^{**}。この $E(f, \theta)$ が波のエネルギーの分布を表わす関数で、エネルギー・スペクトル密度、あるいは略して波のスペクトルと呼ばれる。この $E(f, \theta)$ を波の記録から求め

^{*} Gelci et al. (1957, 1956, 1963), Devillaz (1965), Fons (1966), Savia et Fons (1966) など

ることは大変な手間を要するけれども、何らかの方法でこれが求められていれば、波形は擬似積分の形で

$$\eta(x, y, t) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{E(f, \theta)} df d\theta \cos[ck \cos \theta] x + (k \sin \theta) y - 2\pi f t + \epsilon] \quad \dots\dots\dots (3)$$

と表示される。波のシミュレーション (Borgman 1969, 鈴木 1969) や、次章の成分波の重ね合せによる数値計算では、式(1)や(3)の形では使えないため、次のような有限級数の形に書き直し、十分大きな数の成分波に分割して計算する。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{E(f_n, \theta_m) \triangle f_n \triangle \theta_m} \cos[(k_n \cos \theta_m) x + (k_n \sin \theta_m) y - 2\pi f_n t + \epsilon_{m, n}] \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、位相差 $\epsilon_{m, n}$ は $0 \sim 2\pi$ の範囲に at random に分布されていなければならない。このようにして考えた成分波が実在のものか、あるいは思考上の便法なのかについては簡単に結論を下せないが、こうしたスペクトルの考え方によって波の発生、発達さらにうねりとしての伝播などの諸現象がうまく説明できる所を見ると、かなり波の実体を捉えていると言えよう。

波のスペクトル理論で最も議論されるのが $E(f, \theta)$ の関数形であり、現地観測記録の解析や相似律などに基づいていろいろな理論スペクトルが提案されている。たとえば、Pierson-Moskowitz (1964) のスペクトルは、

$$E(f) = \int_{-\pi}^{\pi} E(f, \theta) d\theta = \frac{8.10 \times 10^{-3} g^2}{(2\pi f)^5} \exp\left[-0.75 \left(\frac{2\pi f U}{g}\right)^{-4}\right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

であり、 $[m^2 \cdot \text{sec}]$ などの単位で表わされる。なお U は海面上 19.5m の高さの風速である。

式(5)は方向によるエネルギーの分布を考えずに、周波数による分布のみを考えたもので、一般に周波数スペクトルと呼ばれる形のものである。これに対して $E(f, \theta)$ の形のは二次元スペクトル、あるいは方向スペクトルと呼ばれ、便宜的に

$$E(f, \theta) = E(f) \cdot h(\theta), \quad \text{ただし} \quad \int_{-\pi}^{\pi} h(\theta) d\theta = 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

と分離して表示されることが多い。

スペクトル密度関数 $E(f, \theta)$ を全周波数、全方向について積分すれば、

$$E_0 = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} E(f, \theta) df d\theta = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 2\eta^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

であって、波のエネルギーの大きさを表わし、 $[m^2]$ などの単位をもっている。この E_0 一値を使うと、平均波高、有義波高、 $1/10$ 最大波高などが Longuet-Higgins (1952) の理論により

$$\bar{H} = 1.77\sqrt{E_0}, \quad H_{1/3} = 2.83\sqrt{E_0}, \quad H_{1/10} = 3.60\sqrt{E_0} \quad \dots\dots\dots (8)$$

で求められる。また平均周期 (ゼロアップクロス法による定義) は、周波数スペクトルの積分として

$$\bar{T} = \sqrt{\int_0^{\infty} E(f) df / \int_0^{\infty} f^2 E(f) df} \quad \dots\dots\dots (9)$$

で求められ、有義波周期は平均周期とほぼ等しいか、やゝ大きく目であることが経験的に知られている。

** スペクトル解析ではこの $1/2$ の値を用いるのが標準であるが、波の推算に使うスペクトルではこの形のものが多い。また周波数を $-\infty < f < \infty$ の範囲で定義する two-sided spectrum (例えば Blackman-Tukey の方法によるもの) では、この $1/4$ の値が用いられる。したがって、波のスペクトルを使うときは、その定義を確かめることが必要である。

2 成分波の重ね合せによる数値計算

2.1 PNJ法における波の伝播および屈折の計算

波を無数の成分波の集合と考えると、各成分波はそれぞれの方向へそれぞれの群速度で伝播して行くから、発生域から離れるにつれて波は次第に分散して波高が減少する。これがPNJ法の考え方であり、成分波の伝播方向の差による分散を方向分散 (angular spreading), 成分波の周波数によって群速度が異なるための分散を速度分散 (dispersion) と呼んでいる。

今、図-2のように幅 AB 、長さ F の風域に一定風速の風が $t=0$ から $t=D_w$ の間だけ一様に吹いて波を発達させたと考える*。このとき、風域の前端から R_0 だけ離れた C 点で $t=t_{ob}$ の時刻に観測される波を考えると、その中で最も周期の長い波は $t=D_w$ に風域の風上端から出発した筈であるから、その周期 T_b は、

$$T_b = \frac{R_0 + F}{(g/4\pi)(t_{ob} - D_w)} \quad \text{または}$$

$$f_b = \frac{1}{T_b} \dots\dots\dots (10)$$

逆に最小周期の成分波は、 $t=0$ に風域の風下端を出た波であるからその周期 T_2 は、

$$T_2 = \frac{R_0}{(g/4\pi)t_{ob}} \quad \text{または}$$

$$f_2 = \frac{1}{T_2} \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。したがって、風域内で発達した波のスペクトルの内、 C 点で $t=t_{ob}$ の時刻に観測されるのは、図-3(a)のように $f=f_b \sim f_2$ の部分のみである。

さらに、発生域からいろいろな方向に伝播する成分波のうち C 点に到達するのは、 $\theta_4 \leq \theta \leq \theta_3$ の範囲の波向のものだけである。スペクトル密度の方向分布を考えると、 C 点では図-3(b)の $\theta = \theta_4 \sim \theta_3$ の部分のみが有効である。

したがって、 C 点で観測される波のスペクトルは、図-3(c)のように周波数帯が制限され、しかもその値は方向分散の割合だけ減少させられた斜線部分ということになる。この総エネルギーは

$$E_0 = \int_{f_b}^{f_2} E(f) df \cdot \int_{\theta_4}^{\theta_3} h(\theta) d\theta \dots\dots\dots (12)$$

で求められるから、これから式(8)の関係で波高が計算される。PNJ法では $E(f)$ としてNeumanのスペクトルを用いて $E(f)$ を $f=0 \sim f$ まで積分した値をC.C.S.曲線(Co-Cumulative Spectra Curve)として示しているので、式(12)の $f_b \sim f_2$ の積分はC.C.S.曲線の $f=f_b$ と $f=f_2$ における値の差として直ちに求められる。また方向分散関数 $h(\theta)$ も

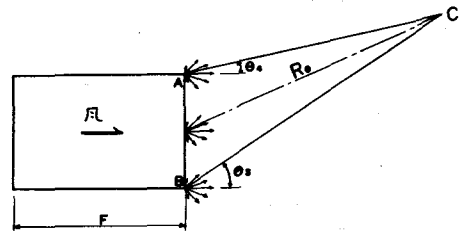


図-2 「風域の模式図」

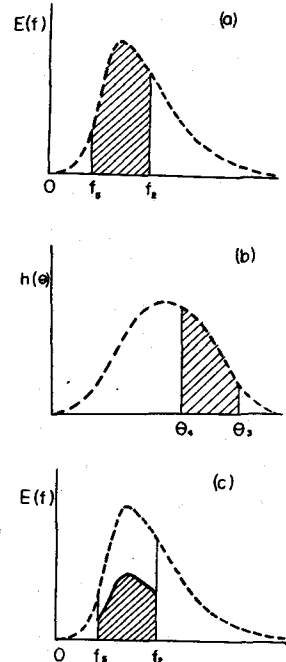


図-3 「観測点Cに到達する波のスペクトル」

*これはPNJ法のうねりの伝播計算におけるFilter Iである。

$$h(\theta) = \left. \begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta, & -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \\ & = 0, & |\theta| > \pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

と仮定して、この $\theta = -\pi/2 \sim \pi/2$ までの積分値を方向分散係数 $K(\theta)$ として計算されているので、式(12)の θ に関する積分も、 $K(\theta_3) - K(\theta_4)$ として直ちに求められる。

実際の波では風域が図-2のように単純でなく、また風域自身も移動するので、幾つかの区間に分けて発生および伝播を考え、その結果を集計する方法がとられる。

数年前 Snodgrass ほか(1966)は、オーストラリア大陸の南西海域で低気圧によって発生した波が、オーストラリアと南極の間を抜け、ハワイ諸島からアラスカまで到達していることを観測で証明しているが、これも基本的には各成分波の独立な伝播を前提とし、この修正項として成分波相互の非線型干渉を考慮している。また、本間・堀川・趙(1966)は、新潟海岸に対する佐渡島のしゃべい効果を波の方向分散によって定量的に評価している。

波の屈折の現象においても、周波数および波向の差によって各成分波の屈折の度合が異なるから、これを単一の有義波で代表させて計算するのは、実際の現象に即していないことになる。したがってPNJ法では、屈折後の $(E_0)r$ 値を

$$\begin{aligned} (E_0)r &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\infty E(f, \theta) \cdot [Kr(f, \theta)]^2 df d\theta \\ &\simeq \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E(f_n, \theta_m) \cdot [Kr(f_n, \theta_m)]^2 \Delta f_n \Delta \theta_m \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

で求めるように指示している。ここで、 $Kr(f, \theta)$ は周波数 f 、波向 θ の成分波の屈折係数(波高比)で、

$$[Kr(f, \theta)]^2 = \frac{b_0}{b} \cdot \frac{C_0}{C} \cdot \frac{\sinh 2kh}{2kh + \sinh 2kh} \dots\dots\dots (15)$$

である。この方法では、あらかじめ多数の成分波の屈折図を描いて屈折係数および波向の変化を求めておかなければならないため、実際に用いられたことは少ない。しかし、最近のように電子計算機の利用が一般化して屈折図も自動的にプロットされる時点では、式(14)でスペクトル波の屈折を計算することも容易である。

スペクトルで表示される波の回折現象も全く同様に取り扱うことができ、式(14)で屈折係数 $Kr(f, \theta)$ の代りに回折係数 $Kd(f, \theta)$ を用いれば良い。合田・永井(1969)は大阪湾の波浪の数値計算の際に、紀伊水道から侵入するうねりを回折現象として捉え、その大きさをこのような方法で見積っている。

2.2 Darbyshireの計算法

PNJ法による波の推算では、1～2箇の風域からの波の伝播が求められるけれども、海域全体の波浪状況を予報するには何らかの工夫を必要とする。

これに対して Darbyshire (1961, 1967) は、北大西洋北部の波を予報するため次のような方法を用いている。すなわち、まず海域を200海里ずつの格子に分割し、各格子の中央における風速および風向を12時間ごとと与える。各格子内では、Darbyshire (1959)の周波数スペクトル

$$H_f^2 df = 1.57 \times 10^{-3} W^4 \exp \left[- \left\{ \frac{f - f_0}{0.0085(f - f_0) + 0.042} \right\}^2 \right]^* \dots\dots\dots (16)$$

* 1967年の論文では係数を 2.58×10^{-3} に修正して、観測値との適合をはかっている。

で与えられる波が発達しているものとする。ただし、 $f_0 = 1.94 W^2$, W : 風速(ノット)である。(Darbyshire のスペクトルは、吹送距離 200 海里以上では風速のみに関係する。) また、エネルギーの方向分布関数としては、正規分布

$$h(\theta) d\theta = \frac{2.96}{\pi \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\theta^2}{0.114 \pi^2} \right] d\theta \quad \dots\dots\dots (17)$$

を用いる。

各格子において発生する波は、各方向へそれぞれの群速度で進行する。図-4で、格子Mで発生した波がR海里だけ離れた格子Pに伝播するとき、そのエネルギーは、 $H_f^2 \cdot h(\theta) \cdot (200/R) \cdot df \cdot d\theta$ で、到達時刻は $4\pi R/g$ である。したがって、格子Pへエネルギーを供給し得る全ての格子についてその供給エネルギーを計算し、これをP点において集計すればこの点の波の総エネルギーが求められる。この際、同一方向から同じ周期帯の波が2つ以上くる場合には、エネルギーの大きい方を卓越波と見なしてこの分だけを集計する。また、伝播中に逆風を受けるときは、逆風による局地波浪のエネルギーの分を差し引き、局地波浪の方が大きいときは、うねりのエネルギーが消滅したものと見なす。

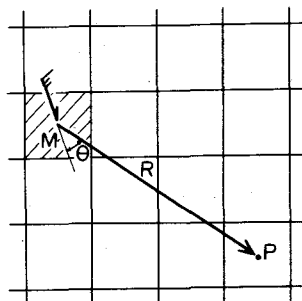


図-4 「波の伝播」

実際にこの方式で計算する際、Darbyshire・Simpson (1967) は81箇の格子を用い、周期は2秒間隔、方向は45° 毎に分割して12時間ごとに発生波の計算を行なっている。(詳細についてはALGOLプログラムを参照できる)。

この方法は、波の伝播によるエネルギーの授受の点のみを数値計算に乗せたもので、波の発達過程や伝播過程における干渉や再発達などは考慮されておらず、数値予報モデルとしてはレベルが低い*。また計算精度も高くない。なお、図-1のPNJ法のBaer (1962)の計算も、同じような手法のものとして推定される。

3 スペクトル関数の平衡方程式による数値計算

3.1 波浪の発生理論

風による波の発生および発達の機構は、Miles (1957, 1967), Phillips (1957, 1966) などの理論によって、定性的にはかなり良く説明されるようになっている。これによると、

- i) 風自体の乱れによる圧力変動が水面の微小振動を生み出し、この圧力変動のうちで移動速度が水面振動の伝播速度に等しいものが、共鳴作用によって水面振動の振幅を増大させて波を形づくる—Phillips の共鳴理論。
- ii) 波の存在によって水面上の空気の流れ(風)が変化し、水面勾配と同位相の圧力変化が誘起され、この圧力変化によって風のエネルギーが波に供給されて波が発達を続ける—Miles の不安定理論。

と考えられる。このうち後者の波による風の流れの変化は、最初は準層流として扱われたが、その後、乱流としての圧力変動も考慮されるようになっている。

第1の発生機構によれば、波のエネルギーは時間と共に直線的に増大し、($E = \alpha t$)、第2の発

* 英国のEwing (1969) の方向スペクトルの観測は、こうした数値予報モデルの改良に関連している。

生機構が支配的になると、指数的に増大する ($E = \exp[\beta t]$)。したがって、スペクトル密度の時間変化は、

$$\frac{\partial E}{\partial t}(f, \theta, \vec{x}, t) = \alpha(f, \theta, \vec{U}) + \beta(f, \theta, \vec{U}) \cdot E(f, \theta, \vec{x}, t) \dots\dots\dots (18)$$

である。なお、記号の上の矢印はベクトルとしての表示である。

上式の右辺第1項の線型増幅係数 α は、風の乱れによる圧力変動のスペクトル $\Pi(\vec{k}, f)$ に比例し、

$$\alpha = \frac{4\pi^2 k \sigma^3}{\rho_w^2 g^3} \cdot \Pi(\vec{k}, \sigma) \dots\dots\dots (19)$$

と表わされる。(Barnett 1968)。ここで、 $\sigma = 2\pi f = 2\pi/T$ 、 ρ_w : 水の密度である。したがって、 $\Pi(\vec{k}, \sigma)$ が分らなければ α の大きさを求められない。海面における風の圧力変動のスペクトルはまだ良く分っていないが、陸上では Priestly (1966) が刈り込んだ芝の上の圧力変動の方向スペクトルを次のように求めている。

$$\Pi(\vec{k}, \sigma) = \frac{\Phi(\sigma)}{\pi^2} \left[\frac{\nu_1}{\nu_1^2 + (k \cos \theta_d - A)^2} \right] \left[\frac{\nu_2}{\nu_2^2 + k^2 \sin^2 \theta_d} \right] \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $A = \sigma/U_c$ 、 U_c : 乱れの移動速度 (convective velocity)、 θ_d : 風向と波向のなす角、 ν_1, ν_2 : 実験的に定められた係数で

$$\nu_1 = 0.33 A^{1.28}, \quad \nu_2 = 0.52 A^{0.95}$$

また $\Phi(\sigma)$ は scaling factor Φ_0 を用いて実験的に

$$\Phi(\sigma) = \Phi_0 \cdot \psi(\sigma), \quad \psi(\sigma) \simeq \frac{1.23}{\sigma^2}$$

と表わされ、 Φ_0 は U^4 、あるいは U^6 に比例するとされている。

次に式 18 の右辺第2項の指数型増幅係数 β は、Miles (1957) の準層流理論では

$$\beta = \zeta_a \cdot \sigma, \quad \zeta_a = s \beta_0 \left(\frac{U_1}{C} \right)^2, \quad \beta_0 = -\pi |\phi_c|^2 \cdot \left. \frac{U''(z)}{U'(z)} \right|_{z=z_c} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $s = \rho_a / \rho_w$: 空気と水の密度比 $\simeq 1.2 \times 10^{-3}$ 、

U_1 : 風の reference speed $= 2.5 U_*$ 、 U_* : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_0 / \rho_a}$ 、

z_c : 風速が波の位相速度に等しくなる ($U = C$) 高さ、

ϕ_c : 波の上の風を流れ関数で表示したときの z 方向の分布を表す関数の $z = z_c$ における値である。

Miles は $\phi(kz)$ の関数形を仮定し、風速分布として対数則を用いて計算を進め、式 (21) における

ζ_a を図-5 のように求めている。この図で Q は wind-

profile parameter と呼ばれ、 $Q = g z_0 / U_1^2$ 、 z_0 :

水面の相当粗度である。

このような波の発生理論を検証する観測データは、1966 年 Snyder・Cox, 1967 年 Barnett・Wilkerson によって発表された。Snyder・Cox は、陸風が吹いているときに海岸から沖へ向って小型船を一定速度で走らせ、この船から 135m 離して $1.8\text{m} \times 1.2\text{m}$ のいかだ 4 箇を 4.25m 間隔で曳航した。これは波長 17m、周波数 0.30 c/s の成分波の発達を取り出すため、船の速度をこの波の群速度に合せ、いかだの上に取りつけた鉛直加速度計の記録から、この成分波の発達を解析している。また、Barnett・Wilkerson

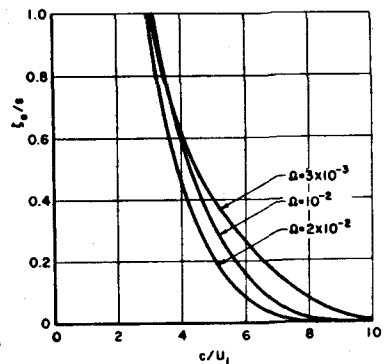


図-5 「Miles (1957) による増幅係数の計算値」

は同じように一定の陸風が吹き出して波がフェッチとともに発達する状態を観測するため、精密な電波高度計を取りつけた飛行機を水面上約150 mの高さで約100 m/secの速度で風下および風上に向かって飛ばした。

図-6はSnyder・Coxによる線型増幅係数の観測値(図のAは α と同一)で、実線は式(19), (20)の関係をを用いて井上が計算した曲線である。ただし、絶対値はデータに合せている。

Barnett・Wilkersonの観測でも、乱れの scaling factor ϕ_0 を適当に取れば、式(19), (20)による計算結果が観測値に一致すると報ぜられている。

一方、指数型増幅係数の観測結果は図-7に β/f (無次元量)として示すとおりで、図-5のMilesの理論曲線から求めた結果は観測値よりも遙かに小さい。また、岩田・田中(1969)の観測でも、Milesの計算値が過小であることが示されている。Miles(1967)は、風洞水路の実験ではかなり一致した結果が得られる所から、波によって生ずる風の乱れの強さの差が影響しているであろうと述べているが、詳しいことは良く分っていない。

3.2 スペクトル関数の平衡方程式

風によって波が発達するときのスペクトル密度の時間的変化を表す式として式(18)を示したが、これは風によって供給されるエネルギーを表すのみで、一般には次のようになる(Hasselmen 1960)。

$$\frac{\partial E}{\partial t}(f, \theta, \vec{x}, t) + \nabla \cdot (E(f, \theta, \vec{x}, t) \cdot \vec{C}_g) = G(f, \theta, \vec{x}, t) \dots \dots \dots (22)$$

$$\text{ここに, } G(f, \theta, \vec{x}, t) = \alpha + \beta \cdot E + I + A$$

この式の左辺の第2項は、各成分波が群速度で伝播することによるエネルギーの移動を表わし、右辺のG関数はエネルギーの実質的な増減を表す。もしエネルギーの供給および損失がなければ $G=0$ であり、 $(\partial E / \partial t) + \nabla \cdot (E \cdot \vec{C}_g) = 0$ となる。これは、圧縮性流体の連続方程式と全く同一の形であり、これから逆にG関数が連続方程式における湧出および流入に相当することが分る。

G関数の第1, 2項は、前節で述べた風によるエ

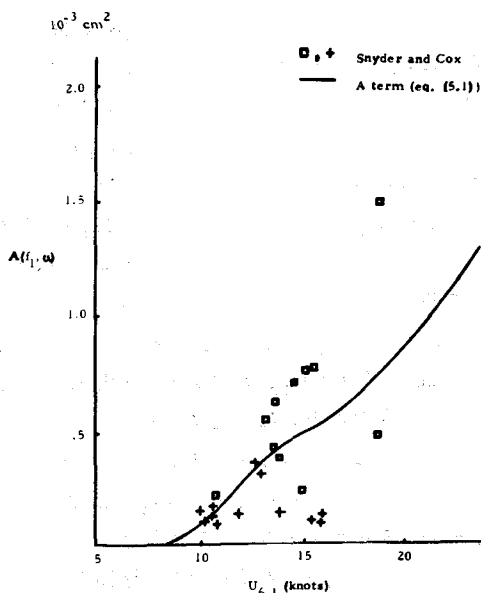


図-6 「線型増幅係数の観測値(井上1967による)」
 $A(f_1, u)$ は α と同一

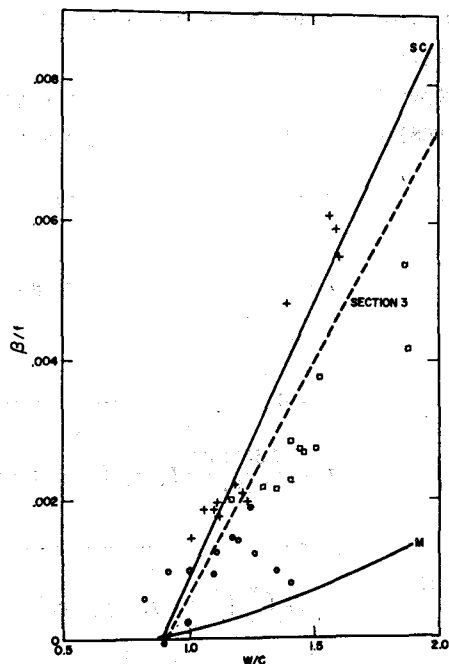


図-7 「指数型増幅係数の観測値(Barnett 1968による)」
実線SC: Snyder, Coxの実験式
実線M: Milesの理論値
鎖線: Barnettの実験式

エネルギーの供給を表わしている。第3項は、各成分波の間の非線型な相互干渉によるエネルギーの交換を表わす。これは最初Phillips (1960)によってその存在が指摘され、Hasselmann (1962, 1963) によって一般化されたものである。いま、 x 方向における波数 k_1, k_2 の2つの単一波を考え、摂動法で高次近似解を計算して行くと、第1次近似では

$k \cos(k_1 x - \sigma_1 t)$, および $\cos(k_2 x - \sigma_2 t)$, ただし $\sigma_1^2 = g|k_1|$, $\sigma_2^2 = g|k_2|$ の2つの波が存在する。第2次近似では

$\cos(2k_1 x - 2\sigma_1 t)$, $\cos(2k_2 x - 2\sigma_2 t)$
 $\cos[(k_1 + k_2)x - (\sigma_1 + \sigma_2)t]$, $\cos[(k_1 - k_2)x - (\sigma_1 - \sigma_2)t]$
 の4つの波が存在する。しかし、これらの波は自由表面の条件である $\sigma^2 = g|k|$ を満足していないので、1次波に束縛された波であって、その振幅は一定である。第3次近似においては、

$\cos[(k_l \pm k_m \pm k_n)x - (\sigma_l \pm \sigma_m \pm \sigma_n)t]$, $l, m, n: 1$ または 2
 の形の波が現われる。たとえば、 $l=m=1, n=2$ とすると、

$\cos[(2k_1 - k_2)x - (2\sigma_1 - \sigma_2)t]$
 である。このとき、もし $k_1 = -4k_2$, または $9k_1 = 4k_2$ の関係が存在すれば、この波は $\sigma^2 = g|k|$ の自由条件を満足するので、自由波として進行する。しかもその振幅が時間とともに増大し、エネルギーが基本波からこの新しい波に移動することが示される。

この考え方は、伝播方向が異なる波の場合についても拡張され、さらに連続的なスペクトルを持つ波の場合についても計算することができる。しかし、この計算は3重積分を求めなければならないため膨大な演算時間を必要とする。したがって、NeumannスペクトルについてHasselmannが計算した例と、Pierson-MoskowitzスペクトルについてSnodgrass et.al. (1966) が求めたことがある程度である。

波浪の数値計算の際にこのような演算を各ステップごとに行なうのは不可能に近いので、Barnett (1968) はHasselmannの計算結果をパラメーター解析して、次のような略算式を求めた。

$$I = \left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_{i.e.t} \simeq \Gamma - \tau E \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\Gamma = \frac{4.4 \times 10^8}{g^4} E_0^3 f_0^8 \cos^4(\theta - \theta_0) (1 - 0.42 \frac{f_0}{f})^3 \exp[-4(1 - \frac{f_0}{f})^2 + 0.1(\frac{f_0}{f})^5]$$

$$\dots\dots\dots f > 0.42 f_0 \quad \text{かつ} \quad |\theta - \theta_0| < \pi/2$$

$$= 0 \quad \dots\dots\dots f \leq 0.42 f_0 \quad \text{または} \quad |\theta - \theta_0| \geq \pi/2$$

$$\tau = \frac{7.5 \times 10^7}{g^4 f} E_0^7 f_0^7 [1 + 16|\cos(\theta - \theta_0)|] (f - 0.53 f_0)^3 \dots\dots f > 0.53 f_0$$

$$= 0 \quad \dots\dots\dots f \leq 0.53 f_0 \quad \quad \quad [\text{C.G.S単位}]$$

ここに

$$E_0 = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} E(f, \theta) df d\theta$$

$$f_0 = \left[\frac{1}{E_0} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} E(f, \theta) \cdot f^2 \cdot df d\theta \right]^{\frac{1}{2}} *$$

* 光易 (1968) の指摘による。

$$\theta_0 = \frac{1}{E_0} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} E(f, \theta) \cdot \theta \cdot df d\theta$$

この式 (23) は Neumann スペクトルに対して最も正確な近似を与えるけれども、その他のスペクトルに対してもかなり良い結果を示す。図-8 は、光易 (1968) が風洞水路で観測したスペクトル密度 (この図では $\phi(f)$ として表示) の時間的変化を式 (23) による計算値と比較した例で、観測した波のスペクトルは Neumann スペクトルよりも遥かにバンド幅が狭いにもかかわらず、観測値 $(\partial \phi / \partial t)_{\text{measured}}$ と計算値 $(\partial \phi / \partial t)_{\text{calculated}}$ はかなり良く一致している。

再び式 (22) に戻って、G 関数の最後の項 A は砕波、逆風の影響、表面張力波の発生、表面流との干渉などによるエネルギーの損失を表している。こうしたエネルギー損失を定量的に評価することはまだ不可能であり、このため波の数値予報では、以下に述べるようにそれぞれ適当な経験式を用いている。

3.3 Barnett の計算式

Barnett (1968) は、波の数値予報の基本式として式 (22) を考え、右辺の G 関数の各項を次のように扱った。

まず、第 1 項の線型増幅係数は式 (19), (20) を用いて計算し、この際の scaling factor を $\phi_0 \sim U^6$ としている。ただし、係数は観測値に合せているものと思われる。

第 2 項の指数型増幅係数は、図-7 に示されるように Miles の準層流理論では説明できないので、

$$\beta = \frac{5 \rho_a}{\rho_w} f \left(\frac{U \cos \theta d}{C} - 0.90 \right) \dots\dots (U \cos \theta d) / C > 0.9 \dots\dots\dots (24)$$

$$= 0 \dots\dots\dots (U \cos \theta d) / C \leq 0.9$$

と置いている。ただし風速 U は 19.1 m の高さで測った値である。この関係は図-7 で破線で示したものである。

第 3 項の相互干渉によるエネルギー交換は、式 (23) を用いる。

第 4 項のエネルギー損失は、まず高周波数領域において砕波のためにスペクトルが f^{-5} に平衡する (Phillips 1958) との考え方を取り入れて、

$$R(f, \theta) = \frac{r g^2}{(2 \pi f)^5} h(\theta) \dots\dots\dots (25)$$

という限界値を導入した。ここで r は普通常数であり、Phillips (1966) によれば 1.17×10^{-2} である。また $h(\theta)$ としては $\cos^4 \theta$ を用いる。そして、エネルギー損失は風による供給エネルギーの項に比例するとして、

$$A = -\mu (\alpha + \beta \cdot E) \dots\dots\dots (26)$$

とおき、この係数 μ を

$$\mu = d_1 \exp \left[-d_2 \frac{R-E}{E} \right] \dots\dots\dots (27)$$

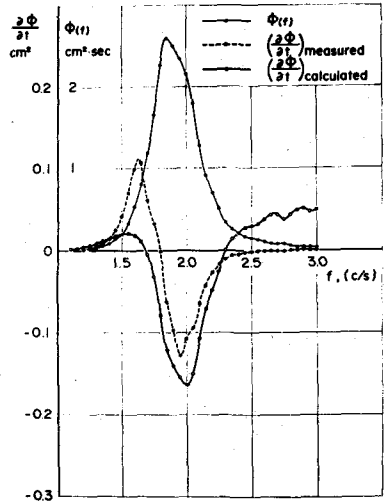


図-8 「波の相互干渉によるスペクトル密度の変化例 (光易1968による)」

と仮定した。 d_1, d_2 は常数である。風による供給エネルギーが砕波および相互干渉による損失エネルギーと平衡した状態を考えると、式 (22) の左辺は 0 であり、しかもこの領域では式 (23) の相互干渉項は負の値を示すので

$$d_1 = 1 - (\Gamma - \tau R) / (\alpha + \beta R)$$

となる。したがって、 $0 < d_1 < 1$ である。Barnett は有限フェッチの観測データに基づいて $d_1 \approx 0.8$ とした。また、 d_2 は平衡状態に転移する速さを表すパラメーターで、数値計算の時間ステップの長さに関係する。Barnett は $\Delta t = 1 \text{ hr}$ を用いて、 $d_2 = 0.5$ としている。

以上の各項をまとめて表わすと、式 (22) は次のようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{C} \cdot \nabla E = (\alpha + \beta E)(1 - \mu) + \Gamma - \tau E \quad \dots\dots\dots (28)$$

3.4 井上の計算式

井上 (1967) は G 関数の各項を次のように扱った。

まず第 1 項の線型増幅係数は Barnett と同じく式 (19), (20) を用いたが、 scaling factor を $\phi_0 \sim U^4$ とし、 α を求める式を次のように表示した。

$$\alpha(f, U) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{98.4 \times 10^{-15} \sigma^{5.25} U^{2.25}}{\left[\frac{1}{4} \left(\frac{\sigma}{U} \right)^2 + (k \sin \theta)^2 \right] \left[\frac{1}{9} \left(\frac{\sigma}{U} \right)^{2.5} + (k \cos \theta - \frac{\sigma}{U})^2 \right]} d\theta \quad \dots\dots (29)$$

ここに、 U は 19.5 m における風速 (m/sec) で係数は [m-sec] 単位である。

次に第 2 項の指数型増幅係数については、波の存在によって生ずる風の乱れによる圧力変動の増加を考慮した Phillips (1966) の理論に従って計算を進め、観測値として Snyder・Cox, Barnett・Wilkerson のほかに、北大西洋の定点観測船および Argus Island で観測した波のスペクトルの時間的变化を用いて、図-

9 の結果を得た。この図で理論計算値は細、太の破線 (Miles のパラメーター $z_0 = 0.035, 0.078$ に相当) で示され、 $U_* / C = 0.03 \sim 0.05$ では観測値とほぼ合致しているが、その両側では外れている。このため、井上は実験式として図の実線で示される次式を提示した。

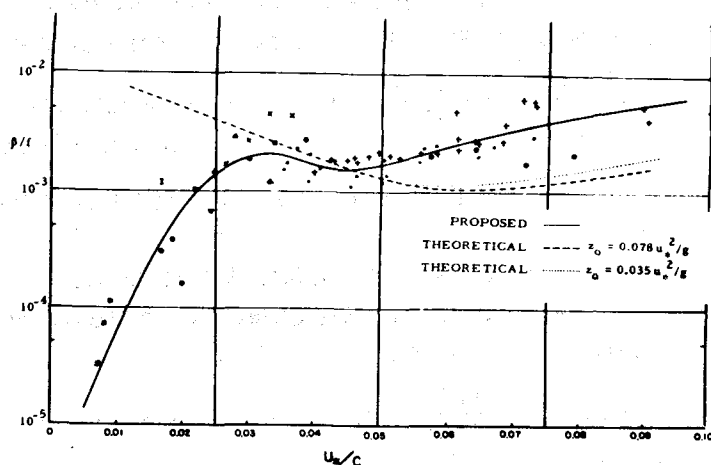


図-9 「井上 (1967) による指数型増幅係数」

$$\beta(f, U_*) = f \left\{ 0.00139 \exp \left[-7.000 \left(\frac{U_*}{C} - 0.031 \right)^2 \right] + 0.725 \left(\frac{U_*}{C} \right)^2 \exp \left[-0.0004 \left(\frac{C}{U_*} \right)^2 \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

この式を使うためには、摩擦速度 U_* を推定する必要がある。井上は Kitaigorodskii・Volkov (1965) に従って z_0 が海面状態に関係しているとして

$$z_0 = 0.075 H_{1/3} \exp \left[-\kappa \tilde{C} / U_* \right] \quad \dots\dots\dots (31)$$

と表わし、風速分布が対数則に従うとして、

$$U_* = \kappa (U - \tilde{C}) / \ln [z / 0.075 H_{1/3}] \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\tilde{C} = \frac{g}{2\pi} \tilde{T} = \frac{g}{2\pi} \sqrt{\frac{\Sigma E(f)}{\Sigma f^2 E(f)}}$$

で推定している。こゝに、 U ：高さ z での風速、 κ ：カルマン常数 ≈ 0.4 である。ただし U_* の最小値を $7 \times 10^{-4} U$ とする。また数値計算の際、最初は波の諸元が不明で $\tilde{C}$ 、 $H_{1/3}$ を求められないので、 $U = 9 U_* / \kappa$ で近似する。

第3項の相互干渉の項は、モデルを線型化するため省略している。

G関数の第4項のエネルギー損失のうち砕波による分については、波が完全に発達した状態を想定して、このスペクトルに対する比の自乗に比例すると見なした。すなわち、

$$A = -(\alpha + \beta E) \left[\frac{E(f, t, \vec{x})}{E_\infty(f)} \right] \quad \dots\dots\dots (33)$$

この完全発達状態のスペクトル $E_\infty(f)$ としては式(5)のPierson-Moskowitz型を用いる。

以上をまとめると、井上の計算モデルは次のように表わされる。

$$\frac{\partial E}{\partial t}(f) = [\alpha + \beta E(f)] \left\{ 1 - \left[\frac{E(f)}{E_\infty(f)} \right]^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

このモデルでは、式(29)の $\alpha(f, U)$ 、式(30)の $\beta(f, U_*)$ などから明らかなように周波数スペクトルの形で求められる。このため、波の伝播の計算ではこの結果を各方向に分配しなければならない。

この波のエネルギーの方向配分関数としては、SWOP計画(Cote et.al.1960)による。

$$\begin{aligned} h(f, \theta, U) &= \frac{1}{\pi} \left\{ 1 + \left[0.50 + 0.82 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^2 \right\} \right] \cos 2\theta \right. \\ &\quad \left. + 0.32 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^4 \right\} \cos 4\theta \right\} \dots\dots\dots \pi/2 < \theta < \pi/2 \\ &= 0 \quad \dots\dots\dots |\theta| \geq \pi/2 \quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

を採用している。

さらに、これによって各方向へ分配されたエネルギーが伝播されて行く過程で逆風を受けると減衰が起る筈なので、これは次式を用いて計算する。

$$Ed(f_i, \theta_i) = E_1(f_i, \theta_i) \left\{ \exp \left[-c_1 \sqrt{E_w} f_i^4 \right] \right\}^{p(\theta_d)} \quad \dots\dots\dots (36)$$

こゝに、 $Ed(f, \theta)$ ：減衰後のスペクトル密度、 $E_1(f, \theta)$ ：減衰前のスペクトル密度、 $E_w = \Sigma \Sigma E_1(f_i, \theta_i)$ であり、 $p(\theta_d)$ は風向と波向との差 θ_d によって次のように変えている。

$$p(\theta_d) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots |\theta_d| \leq 75^\circ \\ 1.5 & \dots\dots\dots 75^\circ \leq 105^\circ \\ 3.0 & \dots\dots\dots 105^\circ \leq 135^\circ \\ 4.5 & \dots\dots\dots 135^\circ \leq 165^\circ \\ 6.0 & \dots\dots\dots 165^\circ \leq 180^\circ \end{cases}$$

また係数 c_1 は数値計算の時間ステップによって変るが、井上は $\Delta t = 3 \text{ hr}$ に対して $c_1 = 169.2$ [m-sec単位]を用いている。

したがって井上の計算では各時間ステップごとに、i) 周波数スペクトルの発達、ii) 各方向へのエネルギーの配分、iii) 周囲の格子点へのスペクトル成分の伝播とその過程における減衰、iv) 周囲の格子点からのスペクトル成分の流入、v) 各格子点における $H_{1/3}$ 、 $\tilde{C}$ 等の算出、の演算が繰

り返される。

3.5 DSA-V方式の計算式

この方法は、Phillips, Miles, Hasselmen その他による波の発生や非線型干渉の諸理論が発展する以前から、フランス気象庁のGelciその他のスタッフによって開発され、改良されてきたもので、理論的裏付けよりも観測値と予報値との対比による経験的積み上げの色彩が強い。しかしながら、一応式(22)の平衡方程式と比較しながら現在使用中のDSA-V方式の計算式を調べてみると、次のようになる。

まず、風によるエネルギーの供給を表わすG関数の第1, 2項は、このうち線型増幅項のみを用いて α を次のように与えている。

$$\alpha = P(T, W) \cdot h(\theta_d) \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$P(T, W) = \frac{6.76 \times 10^{-5}}{W^3} T^2 (W - 2T)^3 \quad \dots\dots\dots T < W/2$$

$$= 0 \quad \dots\dots\dots T \geq W/2$$

ここに、 W : 風速(ノット), T : 成分波の周期(sec), であり、 $h(\theta_d)$ はPNJ法と同じく式(3)を用いる。なおDSA-V方式ではスペクトル密度の積分値を $E_0 = \rho g \bar{\eta}^2$ とエネルギーの単位で表わしており、質量C.G.S.単位を用いている。したがって上式でも $P(T, W)$ は $\text{erg}/\text{cm}^2/\text{sec}^2$ の単位であり、また E_0 の波高換算式も $H_{1/10}(\text{cm}) = 0.16 \sqrt{E_0}$ である。

この式(37)の関係は、観測および数値予報の実績から定めたもののようである。なお、風速が波の位相速度に等しくなるのは $W \simeq T/3$ [ノット-sec]であり、式(37)では風速よりもやや速い成分波の発達までを考えていることになる。

次にG関数第3項の非線型の干渉は類に考慮しておらず、第4項の減衰については渦動粘性係数を用いて、これを

$$\mu_0 = 28 \times 10^{-7} E_0 \quad [\text{質量C.G.S.単位}]$$

と、波の全エネルギーに比例する形に表わし、内部粘性による表面波の減衰の式にこれを代入している。すなわち

$$A = -\frac{64\pi^4 \mu_0}{\rho_w g^2 T^4} \quad E = -\frac{\sigma_0 E_0}{T^4} E(T, \theta) \quad \dots\dots\dots (68)$$

$$\alpha_0 = 18 \times 10^{-9}$$

以上をまとめると、DSA-V方式の計算の基本式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial E}{\partial t}(T, \theta) + \vec{C}_g \cdot \nabla E(T, \theta) = P(T, W) \cdot h(\theta_d) - \frac{\alpha_0 E_0}{T^4} E(T, \theta) \quad \dots\dots\dots (39)$$

3.6 定常風による波の発達の計算結果

風域として最も単純な一定風速、無限フェッチの場合に上記のBarnett, 井上, DSA-V方式の数値計算を適用した結果を比較すると、 $W=30$ ノットの場合で図-10~12のようになる。いずれも風が吹き始めてからの経過時間によって波のスペクトルが発達する様子を示している。

Barnettの計算結果で $f=0.09$ cpsに小さな凹みがあるのは、指数型増幅係数 β を $(U \cos \theta_d)/C < 0.9$ で0と置いたためである。また、図-10で破線で示したのは、 $W=30$ ノットに対するPierson-Moskowitzのスペクトル(式5)である。図-11の井上の計算は、式(5)を完全発達状態として設定しているので、Barnettの値よりも低目の結果を示している。

一方、DSA-V方式による計算結果は表示単位が異なるので直接比べてみることはできないが、Barnettの結果とあまり差がない。なお、DSA-V方式による計算結果では、どの風速の場合でも、波の発達過程で短周期成分が一度増大してからこれよりも低い終極値に漸近する傾向が出ており、光易（1970）が論じているovershootの特性を示しているようである。

また、このようなスペクトル密度の積分値から式(8)で波高に換算した値はGelci・Devillaz（1969）が図-13（ $W=30$ ノット）、図-14（ $W=45$ ノット）のように示している*。ただし、S.M.B.法の値は水理公式集（昭和38年版）の図-3.3から読みとって追加したものである。この図-13、14を見ると、各方法

による波高の計算値の差はあまり大きくなく、初期の波浪推算法のような著しい差は見られない。特に、S.M.B.法による値と、Dierson-Moskowitz スペクトルを用いた井上の計算値とがほぼ一致している点は、工学的に興味深い。

* DSA-V方式の波高は $H_{1/10}$ であり、Gelci・Devillazは $H_{1/10}$ について比較したと述べているけれども、井上が自分の計算結果を $H_{1/3}$ に換算してS.M.法およびPNJ法と比較した図を参照すると、井上の計算結果は $H_{1/3}$ としての値が示されているようなので、DSA-V方式以外の値は $H_{1/3}$ と見なした。

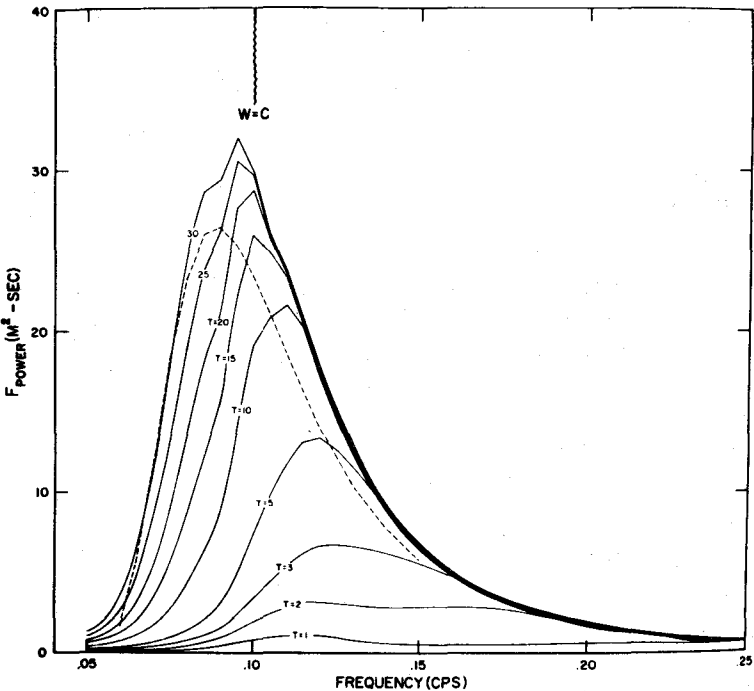


図-10 「Barnett (1968) による波の発達状況、一風速30ノット」

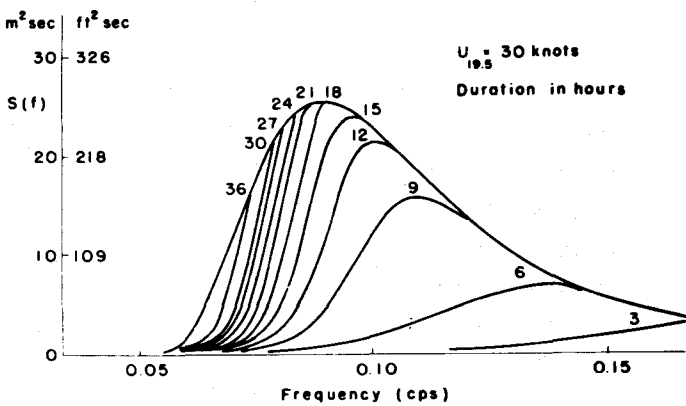


図-11 「井上 (1967) による波の発達状況、一風速30ノット」

3.7 変動風域に対する適用法

式 (22) は、時間、空間における波のスペクトルと密度の平衡を表わす微分方程式であるから、風向、風速が時間的、空間的に変動している場合を直接に取り扱うことができる。むしろ、式 (22) に基づく数値計算法は現実の変動風域における波を予報するために開発されたものであり、前記の Barnett, 井上, DSA-V の3法とも北大西洋海域に適用している。

変動風域に適用する際は、対象とする海域を格子状に分割し、各格子点における風向、風速を一定時間ごとに入力として与える方法が用いられる。上記3者の計算法における格子間隔、計算の時間ステップなどを参考に示したのが表-1である。これから分るように、広い海域をカバーするため格子間隔はかなり広く、また計算の時間ステップも長い。なお、海域を格子状に分割する際は、地球の曲率を考慮に入れて、投影図上の任意の直線が地球の大円に沿うよう、しかも長さの歪みが著しくならないよう、投影図法を工夫しなければならない。Barnett および井上は Lambert 正角投影図を採用しており、Pierson et al (1966) は地球の海洋全体をカバーするための分割投影法を論じている。

式 (22) の平衡方程式に基づいて実際に数値計算を行なう際の手法については、どの文献にも詳しくは述べられていない。Barnett はこれを階差方程式に書き換え、基本的には時間および空間座標ともに中央階差を用いるが、G 関数の時間座標については後進階差を使っている。井上および DSA-V 方式はやゝ直観的に捉え、各格子点において計算時間ステップ内の波の発達を求め、これを各方向へ減衰を考慮しながら伝播させ、周囲からの流入を計算し、これを各点、各時間ごとに繰り返す方式を用

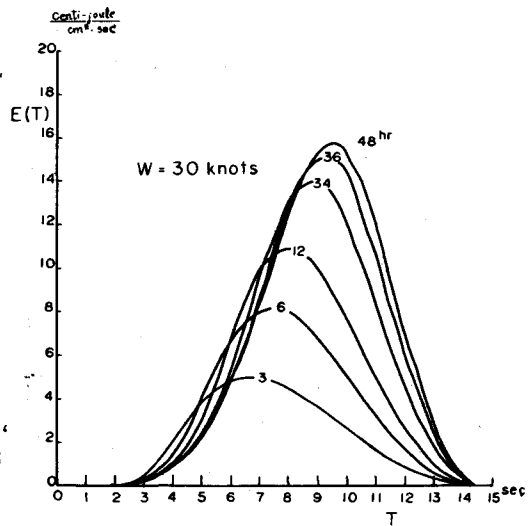


図-12 「DSA-V方式による波の発達状況
—風速30ノット— (Gelci・Devillaz
1969による)」

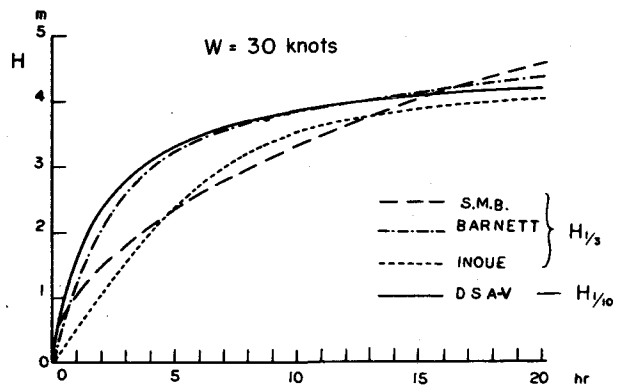


図-13 「波高の時間的発達曲線の比較—風速30ノット—」

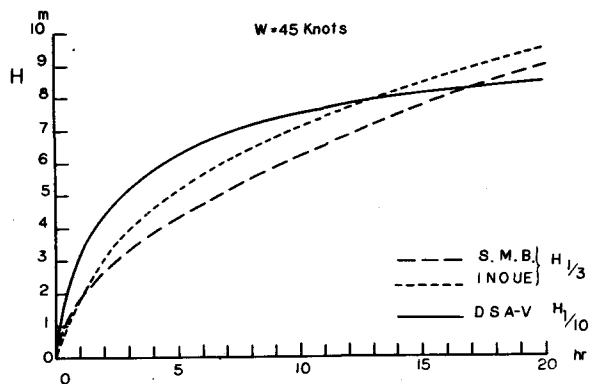


図-14 「波高の時間的発達曲線の比較—風速45ノット—」

いている。この際、表-1に見られるように、成分波の伝播方向が不連続なために成分波の到達地点が格子点とずれるから、これを適当に再配分することが必要になる。いずれにしても計算は各格子点で全ての成分波について繰り返す（井上のモデルでは総計

表-1 北大西洋の波の数値予報の計算諸元

計 算 方 式	Barnett	井 上	DSA-V
格 子 間 隔	約120 海里*	約120 海里	約86 海里
格 子 の 数	325	519	約1,000
風のデータ時間々隔	6 hr	不明	6 hr
計 算 時 間 ス テ ッ プ	1 hr	3 hr	3 hr
周 波 数 分 割 数	18	15	6
方 向 分 割 数	12	12	16

519×15×12=93,420 の成分を使う）。したがって計算機も大型のものが必要であり、計算時間は Barnett のモデルで1日分に約1時間を費やす。

* 対象海域を狭めて60海里とした場合についても検討

このような方式で1959年12月の低気圧による異常波浪（定点観測船の波高計で $H_{1/3} \approx 12$ m を記録）を追算した結果を井上の例で示したのが図-15である。観測値が実線であり、これに最も近い格子点72,73の追算値が一点鎖線および破線で示されている。観測値と追算値の一致は非常に良好であり、また波高換算値ばかりでなくスペクトル成分も良く一致したと述べら

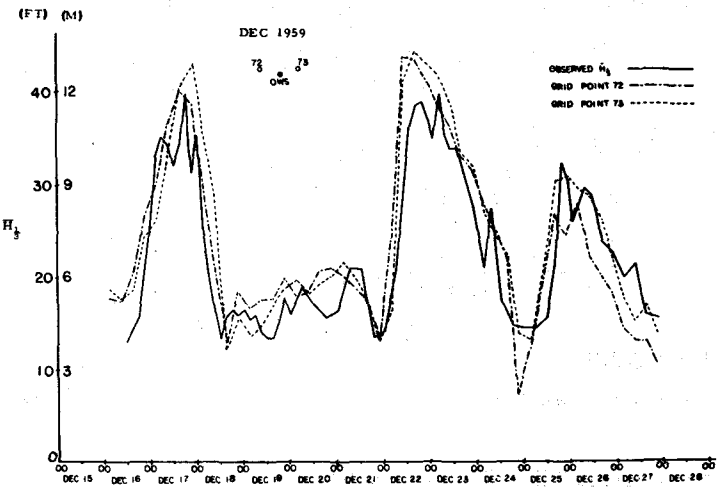


図-15 「北大西洋における観測記録と波浪推算値との比較（井上1967による）」

れている。DSA-V方式でも87日間の連続テストで信頼度は88～92%（Fons 1966）と述べられており、どの方式にしても相当実用性の高いものと言うことができよう。

3.8 浅海域における屈折および摩擦の取り扱い

浅海域における波の変形は、2.1のように成分波についてあらかじめ計算した結果を合成して推定するだけでなく、式(22)のような平衡方程式を用いて取り扱うこともできる。

まず屈折および shoaling のみを考えると、エネルギーの実質的増減はないから式(22)のG関数は0である。しかし、左辺第2項の $\nabla \cdot (E \vec{C}g)$ が水深の関数となる。特に群速度ベクトル $\vec{C}g$ がその大ききばかりでなく方向も変るから、ベクトル演算式 ∇ は x, y だけでなく θ についての変分も考えなくてはならない。すなわち、

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (40)$$

また、 $\vec{C}g$ も θ 方向の変化速度を考えて、

$$\vec{C}g = \{ Cg \cos \theta, Cg \sin \theta, \frac{Cg}{C} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial C}{\partial y} \cos \theta \right) \} \dots\dots\dots (41)$$

Karlsson (1969)はこのように考え、さらに定常状態を対象として屈折および shoaling の基本方程式を

$$\begin{aligned} \vec{p} \cdot (ECC \vec{g}) &= \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (ECC g) + \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} (ECC g) \\ &+ C g \frac{\partial E}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

と導き、これを x, y, θ の3変数に対する階差方程式として二、三の例について数値計算の結果を示している。

また Hasselmann・Collins (1968)は、エネルギーの増減のG関数の一つのメカニズムとして底面摩擦の効果を検討している。これはまず摩擦応力 $\vec{\tau}$ を

$$\vec{\tau} = -\rho_w c_f \vec{U}_b |U_b| \quad \dots\dots\dots (43)$$

ここに、 c_f : 摩擦係数、 $\vec{U}_b$: 海底(境界層外)の粒子速度、と置いて、これによるスペクトル密度の減少を計算している。この計算式は波数スペクトルの形で、

$$\frac{\partial E}{\partial t}(\vec{k}, x) + \dot{x}_i \frac{\partial E}{\partial x_i} + \dot{k}_i \frac{\partial E}{\partial k_i} = -\nu_{ij} k_i k_j \rho_w g E \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$\text{ここに、} \dot{x}_i = \frac{\partial \sigma}{\partial k_i}(\vec{x}, \vec{k}), \quad \dot{k}_i = -\frac{\partial \sigma}{\partial x_i}(\vec{x}, \vec{k})$$

であり、また ν_{ij} は異方性“粘性”テンソルで

$$\nu_{ij} = -\frac{g c_f}{\sigma^2 \cos^2 h^2 k h} \left\{ \delta_{ij} \langle U_b \rangle + \frac{U_{bi} U_{bj}}{U_b} \right\}$$

と表わされる。

この計算は難解であるが、Hasselmann・Collins はメキシコ湾岸で1964年のハリケーン Hilda の際に得られたスペクトルの実測値(水深29mの地点Ⅰおよび18mの地点Ⅱ)について計算値と比較しているので、これを図-16に示す。計算は地点Ⅰの実測値を初期値として地点Ⅱの値を求めたもので、実測値と良く一致した結果が得られている。なお、地点Ⅲは仮想の計算点である。また、岸に近づくにつれて波のエネルギーの方向分布が狭まり、これは低周波数側ほど著しいことも示されている。

4 結 び

以上のように、ここに示した波のエネルギー・スペクトルの平衡方程式に基づく数値計算法は、波浪予報として実用化の段階に入っているばかりでなく、波の変形の問題にも広い応用範囲を持っている。特にこうした方式による波浪予報は、気象予報サービスの一つとして数年以内に各国で実施されることと考えられる。今、このスペクトルの直接計算による推算法の特徴を有義波法との対比

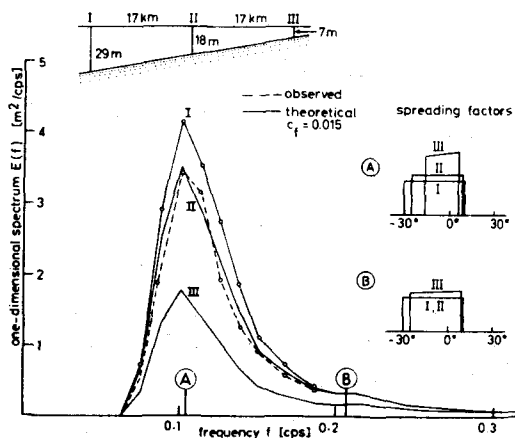


図-16 「浅海における波のスペクトルの変形の計算例(Hasselmann・Collins 1968による)」

で挙げてみると、次のようになる。

- (1) 観測値に依存する経験的な面がかなり残っているとは言え、波の発生、発達、減衰の理論解析の成果に基づいており、物理的意味が明快である。
- (2) 変動風域に対してフェッチ、吹送時間を設定する必要がなく、またWilson, 井島の方式などのように“到達波の中で最大の波高のものを卓越波と見なす”操作が不要である。
- (3) うねりについて特別に推算する必要はなく、長周期成分として常に表示されている。
- (4) 海域全体について日々の予報が可能であり、むしろ毎日定常的に風のデータを入れて計算を連続させて行く方が楽である。

逆に、井島(1968)の数値計算法などと比べて短所と考えられそうな点は、

- (5) 容量の相当大きな計算機(100 Kクラス)がなければ十分な計算を行なえず、また演算時間も長い。
- (6) 現在の方式では格子間隔が広く、計算時間ステップも長いため、台風のように気圧傾度が大きく移動速度の早いものは觸れにくい。
- (7) 浅海域における減衰の処理や、碎波条件の導入法が未検討のため、浅海域にはまだ適用できない。

などである。推算精度については確言はできないが、海上風の推定精度の限界を考慮すると、有義波法によるものとあまり差はないのではないと思われる。

なお本稿の執筆に際し、九州大学応用力学研究所、光易恒教授よりいろいろ御教示頂き、また気象研究所磯崎一郎博士ならびに神戸商船大学井上篤一郎助教授より文献の入手に關していろいろ御援助頂いた。ここに記して厚く御礼申し上げる次第である。

参 考 文 献

- Baer, L. (1962) : An experiment in numerical forecasting of deep water ocean waves, LMSC-801296, Lockheed Missile and Space Co.*
- Barnett, T.P. (1968) : On the generation, dissipation, and prediction of ocean wind waves, *J. Geophysical Res.*, Vol. 73, No. 2 — and J.C. Wilkerson, (1967) : On the generation of wind waves as inferred from airborne measurements of fetch-limited spectra, *J. Marine Res.*, Vol. 25, No. 3.
- Borgman, L.E. (1969) : Ocean wave simulation for engineering design, *J. Waterways and Harbors Div., ASCE*, Vol. 95, No. WW4,
- Bretschneider, C.L. (1952 a) : Revised wave forecasting relationships, *Proc. 2nd Conf on Coastal Eng., Houston*,
- (1952 b) : The generation and decay of wind waves in deep water, *Trans. A. G. U.*, Vol. 37, No. 3.
- (1954) : Generation of wind waves over a shallow bottom *B.E.B., Tech. Memo.* No. 51.

注) *印の文献は他の文献中に引用されているものであるが、関連が深いと思われるので、ここに記載した。

- Bretschneider, C.L. (1957) : Hurricane design wave practices, *Proc. ASCE, Vol. 83, No. WW 2*.
- (1958) : Revision in wave forecasting; deep and shallow water, *Proc. 6 th Conf. on Coastal Eng.*
- Bunting, D.C. (1966) : Wave hindcast project-North Atlantic Ocean, *Tech. Rept. TR - 183, Oceanographic Analysis Division, U.S. Naval Oceanographical Office, 35 pp.**
- Coté, L.J., et. al. (1960) : The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the Stereo Wave Observation Project, *Meteor. Pap., Vol. 2 No. 6, New York Univ. Press, 88 pp.**
- Darbyshire, J (1955) : An investigation of storm waves in the North Atlantic Ocean, *Proc. Roy. Soc., A, Vol. 230*.
- (1959) : A further investigation of wind-generated waves, *Deut. Hydro. Zeit., Bd. 12, Ht. 1*.
- (1961) : Prediction of wave characteristics over the North Atlantic, *J. Inot. Navig., London, Vol. 14, p. 339**
- , and J.H. Simpson (1967) : Numerical prediction of wave spectra over the North Atlantic, *Deut. Hydro. Zeit., Jahrg. 20, Ht. 1*.
- Devillaz, E. (1965) : Traitement numerique de l'état de la mer. Dispersion artificielle et premiers résultats du modèle DSA5M, *Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches Météorologiques, n°211.**
- Ewing, J.A. (1969) : Some measurements of the directional wave spectrum, *J. Marine Res., Vol. 27, No. 2*.
- Fons, C. (1966) : Prévision de la houle. la méthode des densités spectro-angulaires n°5 (D.S.A.5), *Cahiers Océanographiques, XV III^e Année, N°1*.
- Gelci, R., H. Cazale, et J. Vassal (1956) : Utilisation des diagrammes de propagation à la prévision énergétique de la houle, *Bulletin d'Information du Comité Central d'Océanographie et d'Etude des Côtes, V III^e Année, N°4**
- , ———, et ——— (1956) : Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires, *Bulletin d'Information du Comité Central d'Océanographie et d'Etude des Côtes, IX^e Année, N°8.**
- , P. Chavy, et E. Devillaz (1963) : Traitement numerique de l'état de la mer, *Cahiers Océanographiques, XV^e Année, N°3*.
- , E. Devillaz (1969) : Le calcul numerique de l'état de la mer, *Notes de L'établissement d'Etudes et de Recherches Météorologiques, n°268.**
- 合田良実・永井康平 (1969) : 大阪湾における台風時の波浪の数値計算, 第16回海岸工学講演会講演集。
- Hasselmann, K. (1960) : Grundgleichungen der Seegangsvoraussage, *Schiffstechnik, 7, pp. 191 - 195.**
- (1962) : On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum; Part

- 1, General theory, *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, Pt. 4,
- (1963) : —— ; Part 3. Evaluation of the energy flux and swell - sea interaction for a Neumann spectrum, *J. Fluid Mech.*, Vol. 15, Pt. 3, cation for a Nenmann spectrum, *J. Fluid Mech.*, Vol. 15, pt. 3.
- Hasselmann, K. (1967) : Nonlinear interaction treated by the method of theoretical physics (with application to the generation of waves by wind), *Proc. Roy. Soc. London, A.*, Vol. 299.
- , and J. I. Collins (1968) : Spectral dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction, *J. Marine Res.*, Vol. 26, No. 1.
- 日野幹雄 (1963) : 風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力に関する研究(1), 第10回海岸工学講演会講演集。
- (1964) : —— (2), 第11回海岸工学講演会講演集。
- (1965) : —— (3), 第12回海岸工学講演会講演集。
- 本間 仁・堀川清司・趙栄耀 (1966) : 佐渡島の波に対するしゃへい作用, 第13回海岸工学講演会講演集。
- Inoue, T. (1967) : On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism and its application to wave forecasting *Geophysical Science Laboratory TR-67-5*, New York Univ., 74 pp.
- 井上篤次郎 (1970) : 波浪の数値予報, 日本海洋学会1970年春季大会「海洋開発と沿岸波浪シンポジウム」講演。
- 井島武士 (1964) : 波浪予知論 (風波の発達に関する諸研究について), 1964年水工学に関する夏期研修会講義集 64-06.
- (1965) : 波浪の推定に関する最近の研究, 1965年度水工学に関する夏期研修会講義集 65-12.
- (1965-1966) : 港湾講座-最近の風波の推定法(1)~(6), 港湾, 第42巻12号~第43巻6号。
- (1968) : 波浪の数値予測, 1968年度水工学に関する夏期研修会講義集 68-02.
- ・湯 麟武 (1965) : 浅海風波の数値計算, 第12回海岸工学講演会講演集。
- ・副島 毅・松尾隆彦 (1967) : 数値計算による台風域内の波の分布について, 第14回海岸工学講演会講演集。
- 岩田憲幸・田中孝紀 (1969) : 発達過程にある風浪, 国立防災科学技術センター研究報告第4号, pp. 1-21.
- Karlsson, T. (1969) : Refraction of continuous ocean wave spectra, *J. Waterways and Harbors Div., ASCE*, Vol. 95, No. WW4.
- Kitaigorodskii, S. A. and Y. A. Volkov (1965) : On the roughness parameter of the sea surface and the calculation of momentum flux in the near-water layer of the atmosphere, *IZV. Akad. Nauk SSSR, Atmospheric and Oceanic Physics Series*, Vol. 1, No. 9, (English translation) *.
- Longuet-Higgins, M. S. (1952) : On the statistical distribution of the heights of sea waves, *J. Marine Res.*, Vol. 2, No. 3.
- Miles, J. W. (1957) : On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid*

Mech. Vol. 3, pt. 2.

- (1967) : ———, Part 5, *J. Fluid Mech.*, Vol. 30, pt. 1.
- Mitsuyasu, H. (1968) : A note on the nonlinear energy transfer in the spectrum of wind-generated waves, *Rept. Res. Inst. Applied Mech., Kyushu Univ.*, Vol. XVI, No. 54.
- Mitsuyasu, H. (1969) : On the growth of the spectrum of wind-generated waves (II) — note on the equilibrium spectrum and the overshoot phenomena —, *Rept. Res. Inst. Applied Mech., Kyushu Univ.*, Vol. XVII, No. 59.
- Molitor, D. A. (1934) : Wave pressures on sea-walls and breakwaters, *Proc. ASCE*, Vol. 60.*
- Neumann, G. (1953) : On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind-generated sea. *B. E. B. Tech. memo.* No. 43.
- Phillips, O. M. (1957) : On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.*, Vol. 2.
- (1958) : The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 4.
- (1960) : On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, *J. Fluid Mech.*, Vol. 9.
- (1966) : *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge Univ. Press, 261 pp.
- Pierson, W. J., G. Neumann, and R. W. James (1955) : Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics, *Hydrographic Office Pub.* 603.
- , and L. Moskowitz (1964) : A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, *J. Geophysical Res.*, Vol. 69, No. 24.
- , L. J. Tick, and L. Baer (1966) : Computer based procedures for preparing global wave forecasts and wind field analyses capable of using wave data obtained by a spacecraft, 6 *th Naval Hydrodynamics Symposium*, Vol. II, 20-1~42.
- Priestly, J. T. (1966) : Correlation studies of pressure fluctuations on the ground beneath a turbulent boundary layer, *National Bureau of Standards Report* 8942, 92 pp.*
- 坂本信雄・井島武士・佐藤昭二・青野尚 (1960) : 浅海における風波の図式計算法, 第7回海岸工学講演会講演集。
- 坂本信雄・井島武士・木村茂雄 (1961) : 太平洋岸の台風による波の特性とその推定法, 第8回海岸工学講演会講演集。
- Savia, A., et C-Fons (1966) : Analyse et prevision de l' état de la mer, méthode D. S. A. 5. *La Houille Blanche*, No. 3.
- Snodgrass, F. E. et. al. (1966) : Propagation of ocean swell across the Pacific, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A*, Vol. 259, No. 1103.
- Snyder, R. L., and C. S. Cox (1966) : A field study of the wind generation of ocean

- waves, *J. Marine Res.*, Vol. 24, No. 2.
- Suzuki, Y. (1969) : Determination of approximate directional spectra for coastal waves, Report of Port and Harbour Res. Inst., Vol. 8, No. 3.
- Sverdrup, H. U., and W. H. Munk (1947) : Wind, sea, and swell ; Theory of relations for forecasting, *Hydrographic Office Pub.* 601.
- Thijssen, J. Th., and J. B. Schijf (1949) : Penetration of waves and swells into harbours, *Proc. XVth International Navigation Congress, Section II*, Lisbon.
- (1952) : Growth of wind-generated waves and energy transfer, *Gravity Waves, National Bureau of Standards Circular* 521.
- Unoki, S. (1957) : On the ocean waves due to tropical cyclones, *J. Met. Soc. Japan, Ser. II, Vol.* 35.
- 宇野木早苗 (1958) : 台風内の波浪の構造について, 第5回海岸工学講演会講演集。
- Walden, H. (1958) : Die Winderzeugten Meeres Wellen ; Teil I. *Deut. Wetterdienst, Seewetteramt, Einzelveröff, Nr.* 18*.
- Wilson, B. W. (1955) : Graphical approach to the forecasting of waves in moving fetches *B. E. B. Tech. memo.* No. 73.
- (1961) : Deep water wave generation by moving wind system, *Proc. ASCE, Vol.* 87, No. WW2.
- (1965) : Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December, 1959. *Deut. Hydro. Zeit., Jahrg.* 18, Ht. 3,