

波 浪 の 数 値 予 測

九州大学教授 井 島 武 士

は し が き

波浪の推算法には有義波による方法とスペクトルを用いる方法とがあり、目的や予測者の好みによって何れかの方法が取られる。最も普遍的なものとしてS-M-B法は前者に属し、P-N-J法は後者である。又S-M-B法を一般化したWilsonの図式法或は数値計算法、之に類似のWalden法があり、之は前者に入る。後者には更にDarbyshire法及びPiest法もある。我が国では工学的にはBretschneider法とWilson法が最も良く用いられる。之等の方法においては何れも風と波の関係を規定する何らかの形の経験法則が用いられているが、夫々上記の各法において、その関係式は少し宛異なっている。

現在、波の推算において、最も困る点は之等の種々の関係式の何れを選ぶかということではなくて、海面上の実際の風向と風速とを如何に正しく推定するかということと、それを計算に用いる際に、風域とその中で平均の風向風速を如何に定めるかの2点である。風域の変動が余り著しくないときは、平均化は容易で何人がやっても余り異なつた結果にはならないが移動性の大きい低気圧（実際は殆んど此の場合であるが）に対しては、全く主観性を入れずに、風域の性質を決めることは不可能である。此のため予測の結果の適中率を判定することは出来ず、又予測が外れた場合、何が原因であつたのか予測者自身にも分らないことが多く、予測法の内容の改善が行なわれ難いことになる。

此处では、紙数の関係上、現在の推定法に対する説明を省略し、主観性の入らない方法で波の予測を行ない、更に、波の平面的な分布及び波の進行方向等も算出される様な方法として、有義波に基づく数値計算による推算法とその結果を示したものである。基本的な出発点は全くかんたんで、風波の方向と風の平均方向とが何時も一致しているという仮定である。勿論風向の変化に伴う波高や周期の変化、或はうねりの式も簡単に仮定している。之等の仮定が何処まで正しいかは、現在の処実測結果との比較に俟つ外にない。

本文では、第1節において計算の基本仮定を説明し、第2節で最もかんたんな場合として、周辺条件の入らない、定常的な台風条件に対して、その中に存在する風波とうねりの分布を算出している。風速分布はモデル化された台風に対するものであるから、局部的には実際の台風時の波とかなり異なる場合もあるが実測値と比較して見ると略満足出来る結果を与えていると思われる。又台風の特性を示す3つのindex（即ち中心示度の深さと中心から最大風速地点までの距離及び台風の進行速度）と、波の性質との間には、今迄指摘されなかつた関係が見出されている。

次に台風が陸地に接近し、地形条件と水深条件をうける場合の例として、有明海での高潮時の波の計算法と結果を第3節に示している。之は此の計算法の、浅海波への拡張である。こうして海湾内で起る沿岸の波の分布がすべて算出され、地形の影向が明らかにされるが、目的とする地点が数点に限られるときは、第4節に述べる逆算法を行なえば更に明確になる。以下では浅海波について示しているが、深海波では更にかんた

んである。此の計算結果は、相当する条件における実測値がないので比較はされていない。

此の様に台風の場合の風の分布は比較的かんたんにモデル化されるので計算も容易であるが、一般の低気圧では、それは不可能である。そこで地上天気図における等圧線配置から傾度風として風の分布を算出し、之を風域条件として用いることが考えられる。之が第5節に示した方法である。勿論台風の場合と同様、実際の海面風と異なる場合も多いが、之は天気図の性質上やむを得ない。然し、天気図における等圧線の位置だけを与えてやれば、波の分布が算出されるから、主観性は全く入らない。此の例として、日本海沿岸での波の計算結果を示している。

同時に秋田、新潟、金沢等での実測値と比較しているが、略満足すべき結果と伝えよう。此の方法では計算時間がかかなり長くなるが、沿岸のすべての点での波が同時に算出されるから、その内容は極めて豊富になる。等圧線配置の様様が、いくつかの型式に分類出来るならば、之に対応する波を一度算出しておき、且実測値によりある程度の補正を行なっておけば、類似の型式の気象条件に対しては、その結果から波が推定出来ることになろう。

以上の様な数値計算法は多くの仮定を含んでいるから之を逐次改良する必要がある。此の方法は勿論電子計算機の使用によつて初めて可能となるものである。こゝで示す計算結果は九州大学計数施設センターの OKITAC5090 と運輸省港湾技術研究所の TOSBAC3400 によるもので、プログラム作成と計算については、本学大学院学生副島毅 研究補助員三根やす の両氏に負う所が大きく、又計算実施については、運輸省第四港湾建設局、同第一港湾建設局の御支持と、港湾技術研究所計算室、奥山育英、本浩司、両技官の御援助による処、多大であつた。此処に深甚の謝意を表するものである。

第1節 風と有義波との関係

深海波においては、一定の風速 U の吹送による fetch F での有義波高 H および周期 T (又は進行速度 C) は、定常状態に達した場合、次の様な無次元量の関係で表わされる。

$$\frac{gH}{U^2} = f_1\left(\frac{gF}{U^2}\right), \quad \frac{gT}{4\pi U} = \frac{Cg}{U} = f_2\left(\frac{gF}{U^2}\right) \quad (1)$$

上式の関係は Bretschneider その他により与えられたものがあるが、Wilson (1965) は過去の多くの資料の中で、比較的信頼度の高いものを選び出し、風速を海面上 10 m の高さに統一してプロットし直し、図-1 の様な結果を得ている。之に対して種々の形の函数形を仮定し、太平洋上での変動風域に対する計算値と、実測値とを比較して、最も適合すると見られる函数形として、次の形を示唆している。

$$\frac{gH}{U^2} = K_1 \left[1 - \frac{1}{\{1 + K_2 \left(\frac{gF}{U^2}\right)^{1/2}\}} \right], \quad \frac{gT}{4\pi U} = \frac{Cg}{U} = K_1 \frac{1}{\{1 + K_2 \left(\frac{gF}{U^2}\right)^{1/2}\}^{1/3}} \quad (2)$$

こゝで g は重力の加速度、 U は海面上 10 m での平均風速で、係数は $K_1 = 0.685$ 、 $K_2 = 0.008$ 、 $K_3 = 0.30$ 、 $K_4 = 0.004$ である。

上式は海底摩擦の影響のない深海波に対するものであるが、相対水深 D/L が $\frac{1}{2}$ より小さくなると、波の発達には上式よりも低い値に止ることになる。一定水深における有義波高を与えている Bretschneider の図表を用いると、

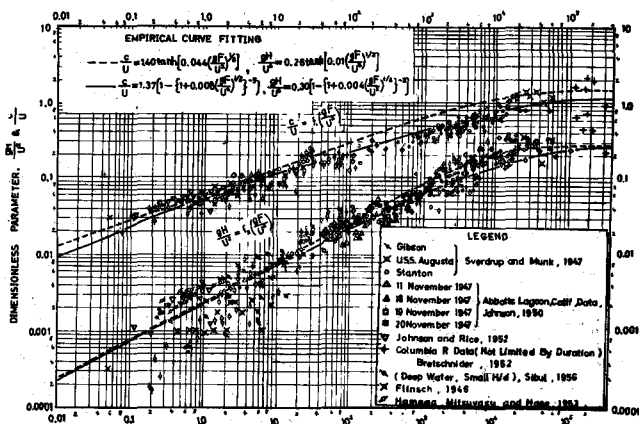


図-1 Observational data of wind wave for conditions of unlimited duration in deep water

式(2)の関係は、浅海波高に対しては次の様な形で拡張される。

$$\frac{gH}{U^2} = K_3 \cdot A \cdot \left[1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{K_4}{A} \left(\frac{gF}{U^2} \right)^{1/2} \right]^2} \right] \quad (3a)$$

$$\text{但し} \quad A = \tanh K_5 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/4}, \quad K_5 = 0.578$$

周期については

$$\frac{gT}{2\pi U} = K_1 \cdot B \cdot \left[1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{K_2}{B} \left(\frac{gF}{U^2} \right)^{1/3} \right]^5} \right] \quad (3b)$$

$$\text{但し} \quad B = \tanh K_6 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/8}, \quad K_6 = 0.520$$

此の場合には、波の進行速度 Cg は水深 D の影響を含むことになり、近似的に次の様に表わされる。

$$\frac{Cg}{U} = \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{1/2} (1 - a_1 s - a_2 s^2 - \dots - a_6 s^6), \quad S = \left(\frac{gD}{U^2} \right) / \left(\frac{gT}{2\pi U} \right)^2 \quad (3c)$$

$$\text{又} \quad S = b_1 (1-N) + b_2 (1-N)^2 + \dots + b_7 (1-N)^7, \quad N = \left(\frac{Cg}{U} \right) / \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{1/2} \quad (3d)$$

$$\text{こゝで} \quad a_1 = 0.453, a_2 = 0.0931, a_3 = -0.2745, a_4 = 0.1703\dot{3},$$

$$a_5 = -0.04760, a_6 = 0.005067, b_1 = 2.464857, b_2 = -7.3530\dot{5}$$

$$b_3 = 5.274583, \quad b_4 = -1.6222, \quad b_5 = 27.583, \quad b_6 = -24.722$$

$$b_7 = 10.1190476$$

図-2(a)(b)は式(3a)(3b)の関係を示したものである。

上述の関係式はすべて風速風向一定の条件の下での関係である。実際には風域の変動に伴つて風も又変動する。

そこで之に対応するためにWilsonは図式解法を考え、著者は之を浅海波に拡張した。又図式解法を数値計算におき直すことも試みられている。然し之等の方法では予め任意方向の線風域を設定して、之に沿う波の成長を追跡するものであるから、風向とその線風域とのなす角度が変化し又大きい値を示すときは、現実との相異はかなり大きく、計算された波は抽象化されたものである。

実際海面上で我々が観察する風波は、平均風向と進行方向を同じくする有義波であることは経験によって分か

るし又実際目視観測の結果でも然りである。例えば図-3は12時間毎の天気図に示された太平洋上の定点(164.0°E, 34.0°N)で観測された風と波の状態の変化と、風向と波向との変化を示したもので、

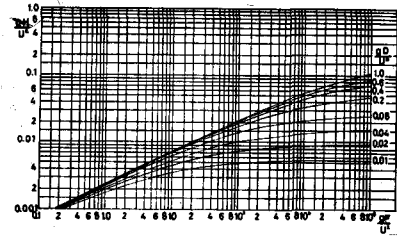


図-2(a) Relations of Wind and Waves

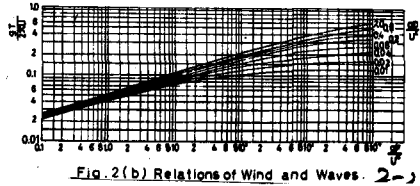


図-2(b) Relations of Wind and Waves

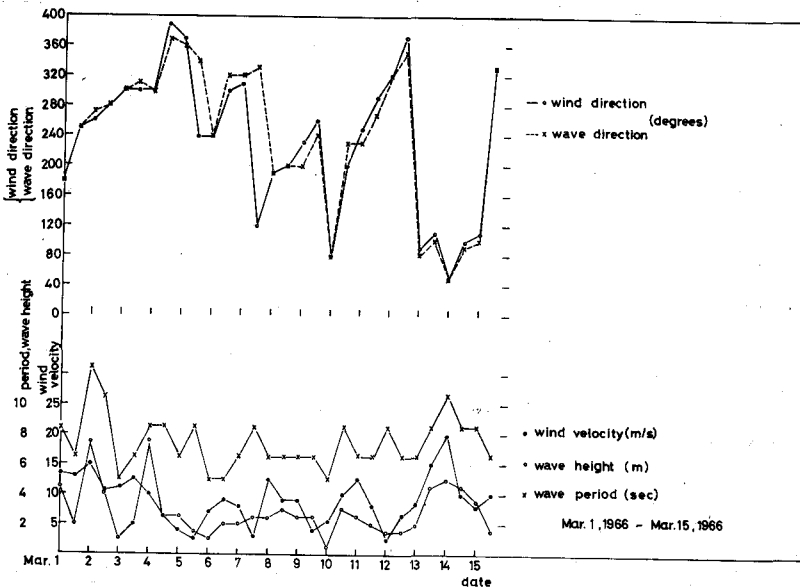


図-3 Relation of wind direction and wave direction

図-4はその時の気象状態をかたんに示したものであるが、風波に関する限りは風向と波向とは常に一致していると考えて良いことが分かる。図-5は両者の相関を示している。従つ

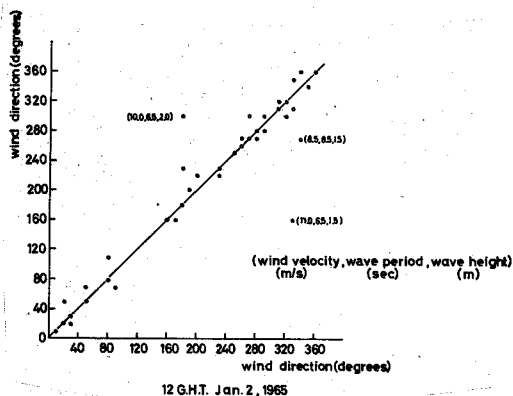


図-5 Correlation of wind directions and wave directions

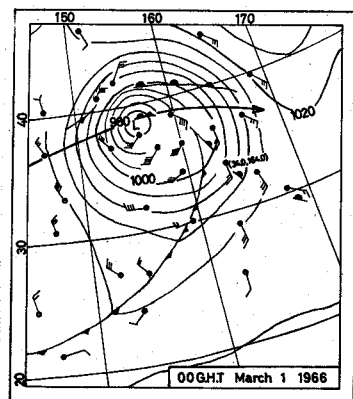


図-4 Weather condition

て有義波を考える場合は、そこで吹送している風の主風向に従って発達し又進行するものと考えられる。之は海面波の成分波の中に在るものが、新しい風向に対して、直ちに発達して、その方向の卓越成分波を形成することによるものと考えられよう。

そこで風域内各点での風向風速の時間的な値が知れていれば、任意の場所から発生し、進行しつつ発達して行く波の変化をその経路と共に追跡して行くことが出来る。此の際、同一地点を同一時刻に通過する多くの波は勿論方向は同じであり、一般の有義波の取り扱いにおける様に、此の中の最大の波高を示すものが、有義波として取り出されることになる。

尚、波高 H 、周期 T の波が今迄の進行方向と角度 θ だけ異なった方向の風を受けた場合、新しい方向に進行を始める波の有義波高 H_θ と周期 T_θ については簡単に次の様に考えることが出来る。即ち一定風速における海面波の方向スペクトル $\Psi(\sigma, \alpha)$ を最もかんたんに

$$\Psi(\sigma, \alpha) = F(\sigma) \cos^2 \alpha \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

と仮定すると、周波数スペクトル $\Phi(\sigma)$ は

$$\Phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Psi(\sigma, \alpha) d\alpha = \frac{\pi}{2} F(\sigma) \quad (5)$$

である。新しい方向 θ を中心とする方向スペクトルは

$$\Psi_1(\sigma, \theta) = F(\sigma) \cos^2(\alpha - \theta)$$

であり、 $\Psi(\sigma, \alpha)$ の原点を角度 θ だけずらせたものであり、両者の関係は図-6に示す様である。新しい θ 方向の風によつて成長すべき成分波は Ψ と Ψ_1 の曲線によつて囲まれた斜線部分である。有義波高は此のスペクトル曲線の下面積の平方根に比例するから、

結局 $H\theta/H$ は次式で計算される。

$$\frac{H\theta}{H} = \left[\left(\int_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\theta}{2}} \cos^2(\theta - \alpha) d\alpha + \int_{\frac{\theta}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha d\alpha \right) / \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha d\alpha \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\pi}(\theta + \sin \theta)} \quad (7)$$

之を図-7で示している。然しPhillips及びMilesによると、波に対する風のエネルギー供給は主風向から $\pm 60^\circ$ の範囲に殆ど限られ、或は又Longuet-Higginsの2次元スペクトルの実測によるとスペクトルの拡がりは $\pm 70^\circ$ までに限られていることから見ると、7式の関係は現実的でなくむしろ、次の様にかんたんに表わした方が良いと考えられる。

$$\frac{H\theta}{H} = \cos \theta \quad (8)$$

周期に対しては

$$\bar{T} = 2\pi \left(\frac{\int \Phi(\sigma) d\sigma}{\int \sigma^2 \Phi(\sigma) d\sigma} \right)^{\frac{1}{2}}$$

の関係に対して、周波数スペクトル $\Phi(\sigma) = \int F(\sigma) \cos^2(d - \theta) d\alpha$ を用いると、 $T\theta$ は T と同じ値を取るようになるから、有義波周期についても近似的に同じであると見られ

$$\frac{T\theta}{T} = 1 \quad (9)$$

と置くことが出来る。但し上の関係は θ が大体 60° 以内に対するものとする。之以上の θ に対しては、波はうねりとして取扱うことにする。

次に風によつて発生した波は、風の継続又は減衰により、(浅海波の場合には水深の減少も加わる)その風速におけるsaturateした状態になると、それ以後はうねりに移行すると考えられる。その条件は深海波では

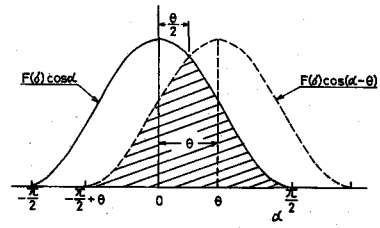


図-6 Assumed Directional spectrum

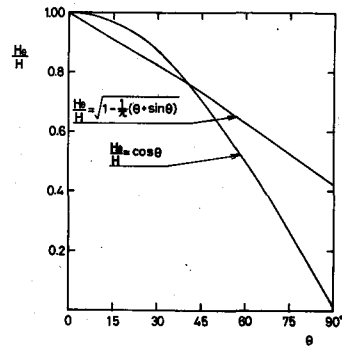


図-7 $H\theta/H$ for θ

$$Cg/U \geq K_1, \quad \text{又は} \quad gH/U^2 \geq K_2 \quad (10)$$

で表わされ、浅海波では

$$\left(\frac{gD}{U^2/S}\right)^{1/2} > K_1 \cdot B \quad \text{又は} \quad \frac{gH}{U^2} \geq K_2 \cdot A \quad (11)$$

扱てうねり状態となつた波は、風の乱れによる常断抵抗と、既に存在する風波との間の *interaction* 及び *radiation stress* の効果により、(うねりの *crest* における *short waves* の砕けによるうねりのエネルギー損失) 波高を減衰することになるが、此の両者の効果の中では後者の影響が支配的とされる。此の減衰効果の推定式中には、既存の風波の項が入るため現在の計算方式は著しく複雑となる。そこで実測値に基づいて作られた *Bretschneider* の図表を、之等の効果を含んだ平均的なものと見做し、之を次の様な式で表わすこととする。

$$\frac{H_F}{H_D} = \cosh \left[0.66 \left(\frac{F}{H_F}\right)^{0.06} \left(\frac{D}{F}\right)^{0.25} \tanh \left\{ 3.0 \left(\frac{D}{F}\right)^{0.30} \right\} \right] \quad (12a)$$

$$\frac{L_D}{L_F} = \cosh \left[1.74 \left(\frac{F}{L_F}\right)^{-0.05} \left(\frac{D}{F}\right)^{0.20} \tanh \left\{ 1.02 \left(\frac{F}{L_F}\right)^{-0.04} \left(\frac{D}{F}\right)^{0.32} \right\} \right] \quad (12b)$$

こゝで F は *fetch* の長さ、 D は減衰距離、添字 F と D は *fetch* 終端及び減衰域端での波を示す。

第2節 海洋上での台風域内の波の推定法

ある一定の風速分布を持つ台風がその進行方向を変えることなく、十分な時間一定の進行速度で進む場合の台風域内の波の推定法を示す。

1 台風域内の風速分布

台風域内の気圧分布は、中心気圧を p_0 とすると、中心から距離 r にある点での気圧 p は中心示度の深さ Δp と、最大風速の地点までの距離 r_0 によりつぎのように表わされる。

$$p = p_0 + \Delta p \cdot e^{-r/r_0} \quad (13)$$

風速は台風が静止しているとき(進行速度 $V=0$)は傾度風速に比例し、風向は等圧線と約 30° の傾きをなして、中心に向つて吹きこむ形となる。したがつて、風速を U_1 とし、海面の摩擦係数を C_1 、式(13)の気圧分布による傾度風速を $F(r)$ とつぎのように表わされる。

$$U_1 = C_1 \cdot F(r) \quad (14a)$$

$$F(r) = \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho a} \cdot \frac{r_0}{r} e^{-r/r_0} + \left(\frac{f}{2} r\right)^2 - \frac{f}{2} r} \quad (14b)$$

2 - 7

ρ_a は空気密度 (約 $1.20 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$)、 f はコリオリの係数で、 $f = 2\omega \sin \varphi$ (ω は地球自転の角速度、 $7.29 \times 10^{-5} \text{ rad/sec}$ 、 φ は考える点の緯度) である。 C_1 は平均的に 0.7 とする。

台風が進行速度 V をもって移動する場合は、その移動速度と、上記の傾度風速 $F(r)$ に比例し、かつ移動方向に平行な一般流によって台風が流される状態と考え、その風速分布は U_1 にこの一般流を重合したもので表わされるとする。この一般流の流速 U_2 は次式で仮定される。

$$U_2 = C_2 \frac{F(r)}{F(r_0)} V \quad (15)$$

C_2 は比例定数で C_1 と同じく 0.7 とする。そこで速度 V をもって移動する台風域内の風速 U と風向 β (動径とのなす角) は U_1 と U_2 のベクトル和となり、図-8 の関係になる。したがって

$$U = C_1 F(r) \sqrt{1 + M^2 - 2M(\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta)} \quad (16)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3} + 2M \cos \theta}{1 - 2M \sin \theta} \right), \quad M = V / F(r_0) \quad (17)$$

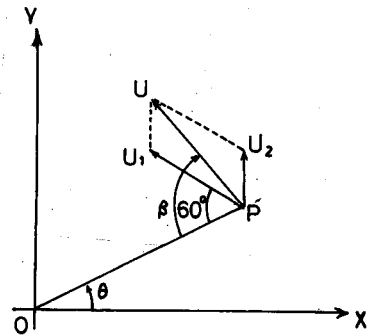


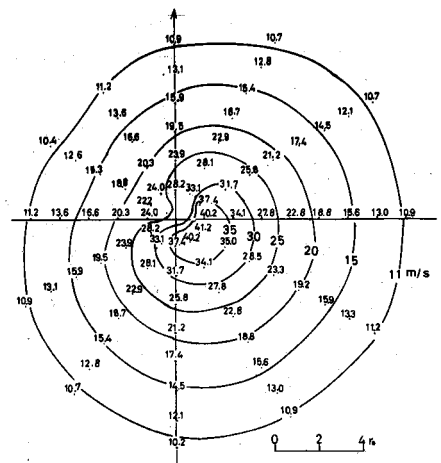
図-8 Resultant of U_1 and U_2

これから風速の最大値は $r \div r_0$ 、 $\theta = -30^\circ$ で起り、また決まった動径の上では風向は同じである。伊勢湾台風の場合 $r_0 = 75 \text{ Km}$ 、 $\Delta p = 75 \text{ mb}$ 、 $V = 48.8 \text{ Km/hr}$ とすると、 $M = 0.3$ で、 $C_1 = 0.6$ とするとこれに対する風速分布は図-9 のように与えられる。

2 波の計算法

台風域内のある点から発生し、風を受けながら進行しつつ発達する特定の波を考え、それが時刻 t において点 a で波高 H_a 、進行速度 $C_g a$ をもっているとするとき、この波がその点での風速 U_a 、風向 θ_a の風を受け、 θ_a の方向に短い距離 ΔF だけ進行し、時刻 $(t + \Delta F / C_g a)$ に点 b において波高 H_b 、進行速度 $C_g b$ になるものとすれば、式(2)より、 H_b 、 $C_g b$ はつぎのようになる。

$$H_b = H_a \cos \theta + K_3 K_2^2 \frac{Y^2}{1 - Y^{1/2}} \Delta F \quad (18)$$



$$Y = 1 - \frac{1}{K_3} \left(\frac{gHa \cos \theta}{Ua^2} \right)$$

$$Cgb = Cga + \frac{5}{3} K_1 K_2 \frac{X^{8/5}}{(1-X^{5/5})^2} \cdot \frac{g}{Ua} \Delta F$$

$$X = 1 - \frac{1}{K_1} \cdot \frac{Cga}{Ua}$$

(19)

上式で θ は点 a での風向の変動量を示すものである。

式(16), (17)を用いて任意の点から発生し、進行する波の進行経路と波高及び群速度の変化を逐次算出することが出来る。

式(10)の条件に入ったときには、波はうねりとして式(12)により計算されることになる。

台風域の波の分布を得るため、台風域を適当な大きさと分割する。そして各領域内を通過して行く波の中で、最も大きい波高を示す波の波高、周期およびその進行方向を拾いあげて、その領域での卓越波とし、その分布が求められる。

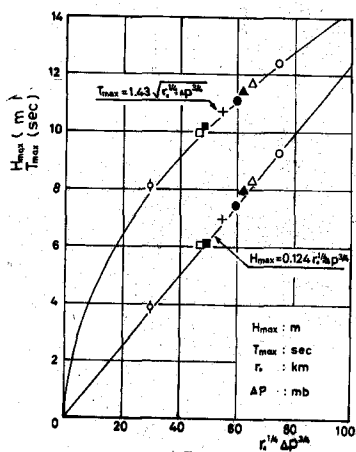


図-10 Relations of H_{max} and T_{max} to r_0 (for $v=0$)

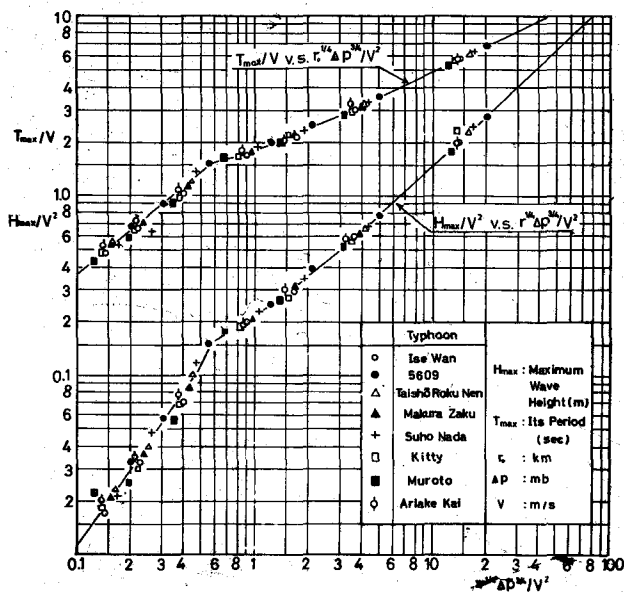


図-11 Relation of H_{max}/V^2 and T_{max}/v to A/V^2

以上のような手続きで過去の代表的な台風8個に対する、 $r_0, \Delta p$ を用い、 $M=0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50$ の場合の計算を行ない、台風域内の各領域で卓越する波の中で波高が最大となる波の波高 H_{max} 、周期 T_{max} を台風の規模を表わす $r_0, \Delta p$ 及び台風の進行速度 V について見ると、図-10($r=0$)、図-11($V=0$) のようになる。二つの図からもわかるように、最大波に対する台風の効果を表わすindexは $r_0^{1/4}$ と $\Delta p^{3/4}$ の積、すなわち $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}$ で表わされる。台風の進行速度 $V=0$ の場合、その関係は簡単に次式で表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} H_{max, st} &= 0.124 r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} \\ T_{max, st} &= 1.43 \sqrt{r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(ただし r_0 はKm、 Δp はmb、 H_{max} はm、 T_{max} はsecの単位)

$V \neq 0$ の場合を考えるに、進行速度 V の効果は、これによつて無次元化した gH_{max}/V^2 、 $gT_{max}/2\pi V$ と台風の規模 $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}$ を無次元化した $g r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} / \rho a^{3/4} \cdot V^2$ の関係により、明確に表現することができる。

図-11は定数 g 、 ρa を除いたこれらの関係を表わすものである。

図中の二つの曲線は $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} / V^2 = 0.56$ において、明瞭な勾配の変化をもっている。 $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}$ が一定の場合は $V \rightarrow 0$ のきは、 $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} / V^2 \rightarrow \infty$ となるが、この場合は式(18)により、曲線はそれぞれ1:1および1:2の勾配を示す。

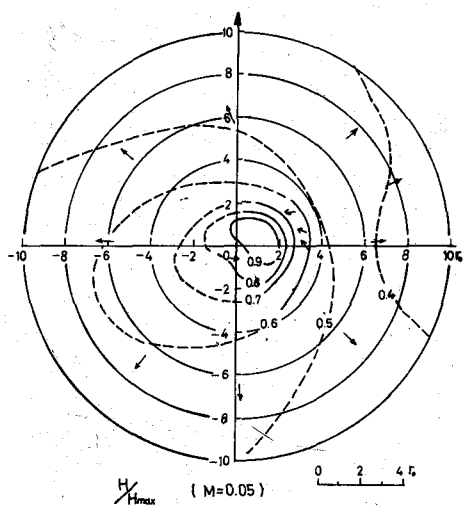
二つの曲線の勾配を調べることによつて、 H_{max} と T_{max} は $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} / V^2 = 0.56$ を境界として、 V とともに増加または減少することがわかる。

$r_0, \Delta p$ が一定で、 V が変化してゆくとき、 H_{max} 、 T_{max} は $r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} / V^2 = 0.56$ を満足する V の時、最も大きくなる。

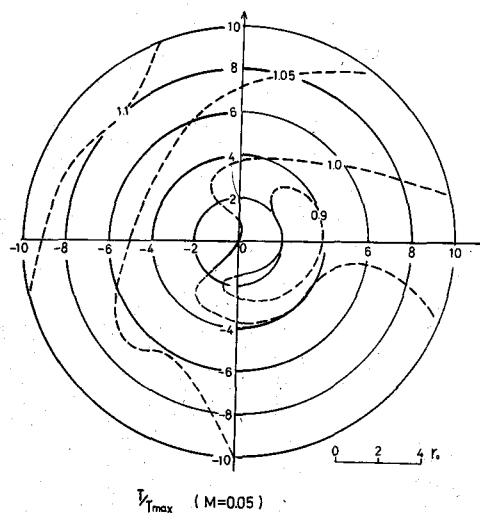
$$\left. \begin{aligned} V_{cr} &= 1.34 \sqrt{r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}} \\ H_{max, cr} &= 0.268 r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4} \\ T_{max, cr} &= 2.01 \sqrt{r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}} \\ C_{gmax, cr} / V_{cr} &= 1.25 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式(19)より、台風域内の最大波は進行速度が台風のその1.25倍になるまでは台風の進行速度とともに大きくなるが、それ以上の進行速度になるとかえつて最大波は小さくなる。

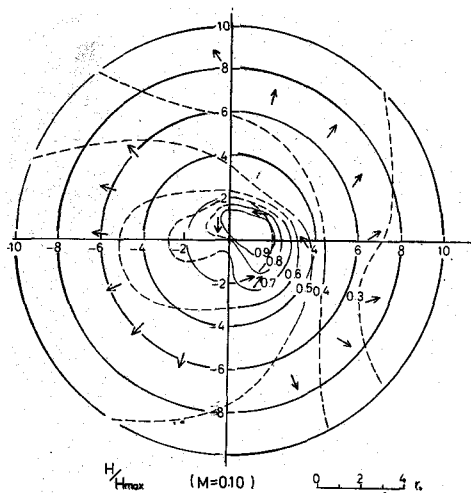
台風域内の波高 H と周期 T の分布は図-12、(a)~(h)で表わされる。すなわち各々の台風の M に関する分布を求めて、各々の場合の最大波高 H_{max} に対する各点の比波高 H/H_{max} と比周期 T/T_{max} を計算し、これを各台風の r_0 を単位とする無次元座標にプロットした場合分布は r_0 と Δp にはほとんど無関係に M のみによつて特性づけられる。これらの図で実線は風波の卓越する領域、破線はうねりの卓越する領域



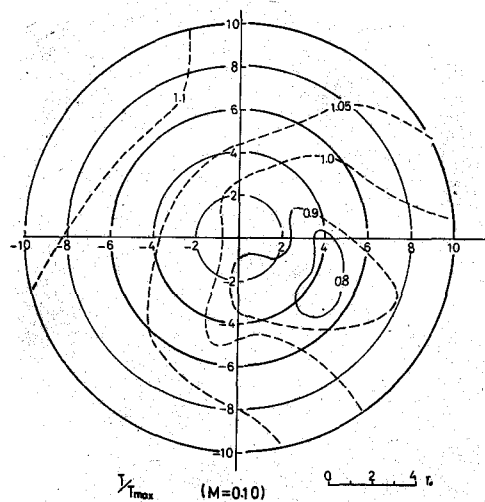
☒- 12(a) Distribution of $H/H_{\max}$ for non-dimensional coordinates (r/r_0)



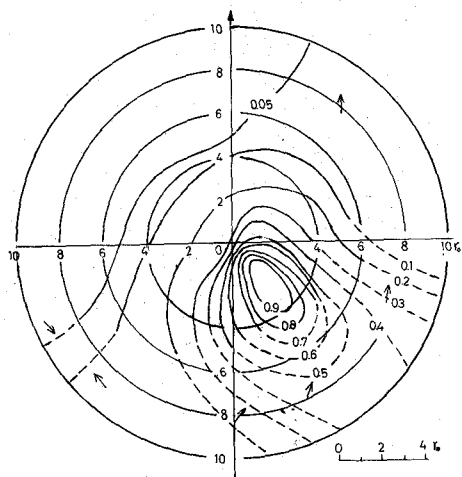
☒- 12(b) Distribution of $T/T_{\max}$ for non-dimensional coordinates (r/r_0)



☒- 12 (c)

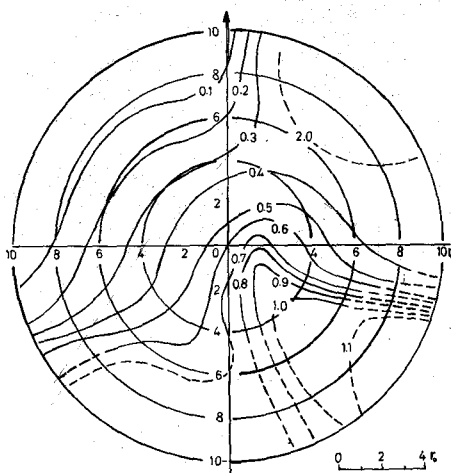


☒- 12 (d)



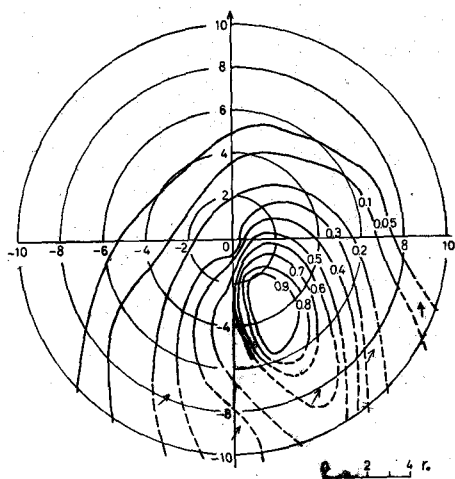
$H/H_{\max}$ ($M=0.3$)

☒-12(e)



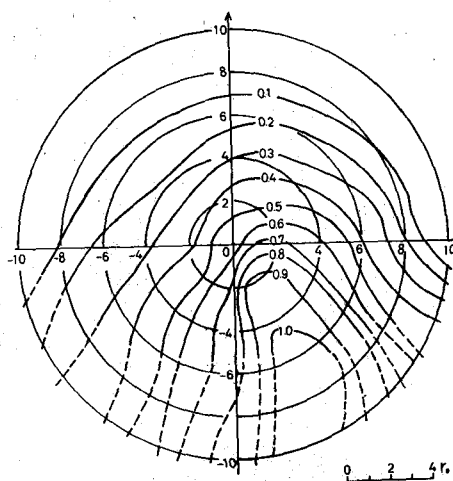
$T/T_{\max}$ ($M=0.3$)

☒-12(f)



$H/H_{\max}$ ($M=0.50$)

☒-12(g)



$T/T_{\max}$ ($M=0.50$)

☒-12(h)

である。また矢印は波の進行方向である。

これらの図から $M < 0.3$ では台風前面にうねりが卓越するが、 $M > 0.3$ では台風前面のうねりはなくなり、風波のみが卓越するようになり、うねりは後面に卓越することがわかる。最大波の現われる位置は M が小さいときは台風の第1象限にあるが、 M が大きくなるとともに中心域から離れかつ第4象限に移るようになる。

3 波の推定の手続き

以上述べたところにより、海洋上の台風域内の波の分布はつぎの手続きで容易に計算される。

(i) 台風の r_0 (Km), Δp (mb) を求める。これには台風域内の気圧分布がわかれば式 (13) における p_0 は既知量として示されているから、種々の r における気圧 p を天気図その他により求め、式 (13) を用いて最小自乗法その他の手続きで容易に知られる。

(ii) 台風の進行速度 V (m/s) と $F(r_0)$ により $M = V/F(r_0)$ を求める。

(iii) r_0 (Km) と Δp (mb) とから図-13を用いて $A = r_0^{1/4} \cdot \Delta p^{3/4}$ を求める。

(iv) 図-14を用いて、 A と V (Km/s) による H_{max} (m), T_{max} (sec) を求める。

(v) H_{max} , T_{max} および図-12から任意点の波高と周期が求められる。

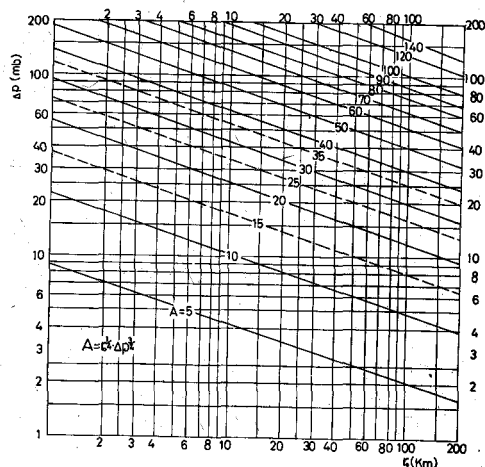


図-13 $A = r_0^{1/4} \Delta p^{3/4}$ Y. S. r. and Δp

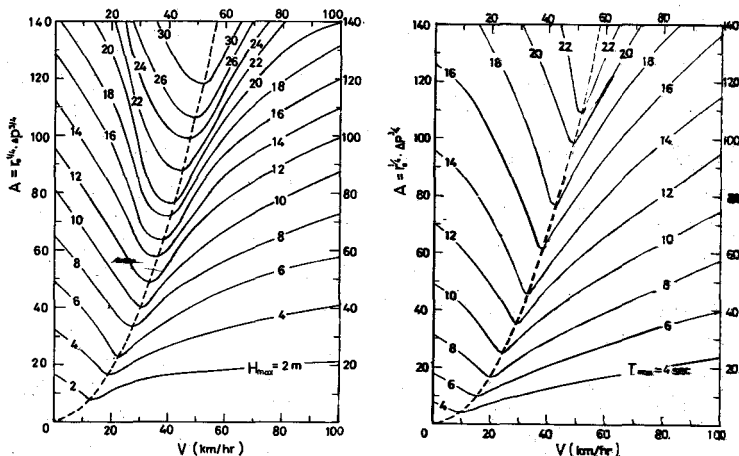


図-14 H_{max} (m) and T_{max} (sec) for A and V (km/hr)

第3節 小海湾における台風域内の波の推定法

小海湾で発達する波は、地形的条件によるフェッチの長さが著しく制限され、又水深の影響も受け、第2節で述べた海洋上の波よりもかなり小さくなる。ここでは一定水深における浅海の波の発達の式(3) $a)$, $b)$, $c)$ を基本式とする計算法を与え、有明海の場合についてその計算例を示す。台風通過に伴う高潮については、気象庁の計算(「有明海高潮の総合調査報告(昭和38年3月)」)の結果を用いる。この計算法により有明海のモデル化した海岸線に到達する波の時間的変動を知ることが出来る。水深の時間的変化はあらかじめ与えられている。なお、この推定法では、流れの影響及び屈折効果は考えていない。図-15は計算に用いた台風の進行経路を示す。

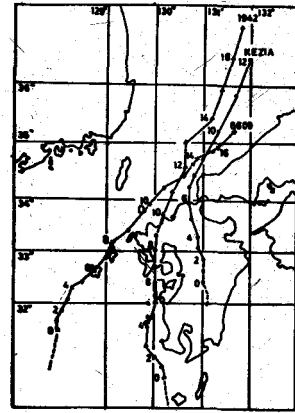


図-15 Typhoon Routes(Ariake Bay)

1 台風による風速と風向

台風中心が点 $O'_1 (X_1, Y_1)$, $O'_2 (X_2, Y_2)$ ……の様に進む。中心が $O_1 (X_1, Y_1)$ にある時の点 $P (X, Y)$ での風向、風速は次のようになる。台風の進行方向と X 軸のなす角 φ は

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad (22)$$

$\overline{O'_1 P}$ と X 軸のなす角 ψ は

$$\psi = \tan^{-1} \frac{Y - Y_1}{X - X_1} \quad (23)$$

従って $\overline{O'_1 P}$ が $\overline{O'_1 O'_2}$ に直角な方向となす角 θ は

$$\theta = 90^\circ + \psi - \varphi \quad (24)$$

すると点 P での風向と $\overline{O'_1 P}$ のなす角 ϕ は式(16)より

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3} + 2M \cos \theta}{1 - 2M \sin \theta} \quad (25)$$

x 軸と風向のなす角 Φ は

$$\Phi = 180^\circ - \phi + \psi \quad (26)$$

図-16はこの関係を示す。

風速 U は式(17)で与えられる。ここでは r は点 O と P の距離で、

$$r = \sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2} \quad (27)$$

台風の進行速度 V は一定時間の間、変らないとし、台風の規模も変らないとし、 $M = V / F(r_0)$ は予め与えておく。

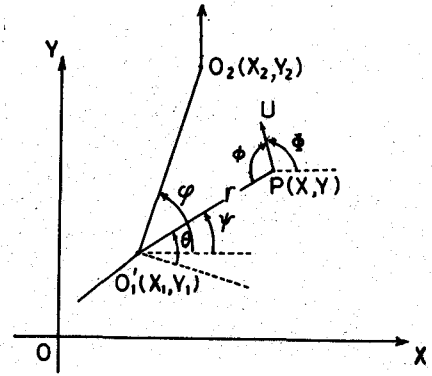


図-16 Wind Direction in Typhoon Area

2 波の発達 の計算式

水深が比較的浅い海で、次の三つの状態が与えられる。

まず、発達の初期の段階においては水深に較べて波長が小さいため深海波として進行し、次に海底摩擦の影響を受け始め、ついには海底摩擦によるエネルギーの損失量が風から受けるエネルギーより大きくなり減衰を始める。

考える点 a において

$$Na = \left(\frac{Ca}{Ua} \right) / \left(\frac{gDa}{Ua^2} \right)^{1/2} \quad \text{の値を計算し、深海波であるかを判定する。}$$

$0.288 < Na \leq 1$ の時は浅海波、 $Na \leq 0.288$ の時は深海波となり、 $Na > 1$ の時は、波が砕波条件に達するので計算を打切る。

① $Na \leq 0.288$ の場合(深海波)

点 a から θ の方向に ΔF だけ離れた点 b での波高 Hb 、進行速度 Cgb は式(18)、(19)で与えられる。

② $1 > Na > 0.288$ の場合(浅海波)

(a) 群速度の計算

点 a における Na に対応して式(3.d)より Sa が計算される。式(3.c)より次の条件の下でしか波の発達の計算は出来ない。この条件にはずれる時は波は減衰するものと考えられる。

$$\left(\frac{gDa}{Ua^2} / Sa \right)^{1/2} < K_1 \tanh K_2 \left(\frac{gDa}{Ua^2} \right)^{3/8} \quad (28)$$

条件式(28)が成立する時は群速度が増加し、点 b における Sb の値は

$$\left. \begin{aligned} Sb &= Sa - \frac{1}{3} \left(\frac{K_2}{Ba} \right)^3 \frac{\left\{ 1 - \frac{Ba}{K_1 Ba} \right\}^{5/5}}{\frac{Ea}{K_1 Ba} \left[1 - \left\{ 1 - \frac{Ea}{K_1 Ba} \right\}^{1/5} \right]^2} Sa \frac{g}{Ua^2} \Delta F \\ Ea &= \left(\frac{gDa}{Ua^2} / Sa \right)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(3. c)より点bでの群速度Cgbは

$$Cgb = Ua \left(\frac{gDa}{Ua^2} \right)^{1/2} \{ 1 - a_1 Sb - a_2 S^2b - \dots - a_n S^nb \} \quad (30)$$

条件式(28)が成立しない時は、群速度は減少し

$$Cgb = Cga + \frac{5}{3} \cdot \frac{K_1}{2} \cdot K_2^3 \cdot g \left[\frac{Xa^{5/5}}{Ua(1-Xa^{1/5})^2} - \frac{Xa^{6/5}}{Ua(1-Xa^{1/5})^2} \right] \Delta F \quad (31)$$

ここで Ua' は次式を満足すべき値である。

$$\frac{Cga}{Ua'^2} = \frac{K_1}{2} \tanh \left[K_7 \left(\frac{gDa}{Ua'^2} \right)^{1/3} \right] \quad (32)$$

これを解くには、 Ua を第1近似値として次の逐次近似式による。

$$U_{n+1}' = U_n \left[1 - \frac{\left(\frac{Cga}{U_n'^2} - \frac{K_1}{2} \tanh K_7 \left(\frac{gDa}{U_n'^2} \right)^{1/3} \right)}{\frac{K_1 K_7}{3} \cdot \left(\frac{gDa}{U_n'^2} \right)^{1/3} \left[1 - \left\{ \tanh K_7 \left(\frac{gDa}{U_n'^2} \right)^{1/3} \right\}^2 \right]} - \frac{Cga}{U_n'^2} \right] \quad (33)$$

ここで $K_7 = 0.566$

このようにして、 Ua' が求められるわけであるが

$$\frac{gDa}{Ua'^2} \leq 0.06 \text{ の時} \quad Ua' = \frac{Cga^3}{\left(\frac{K_1}{3} \right)^3 (gDa)^2} \quad (34)$$

又、周期については

$$Tb = \frac{2\pi Da}{g} \left(\frac{gDa}{Ua^2} / Sb \right)^{1/2} \quad (35)$$

(b) 波高の計算

(a)と同様に条件式を調べ

$$gHa \cos(\theta a - \theta a-1) / Ua^2 < K_s \cdot \tanh K_s (gDa / Ua^2)^{3/4} \quad (36)$$

の場合は波高は増加する。この時点 b での波高 Hb は

$$Hb = Ha \cos(\theta a - \theta a-1) + \frac{(K_s K_a)^2}{(K_s Aa)^{5/2}} \cdot \frac{Ra^2}{(K_s Aa)^{1/2} - Ra^{1/2}} \Delta F \quad (37)$$

ここで、 $Ra = K_s Aa - gHa \cos(\theta a - \theta a-1) / Ua^2$

式(36)が成立しない時は波高は減少し始める。

$$Hb = Ha \cos(\theta a - \theta a-1) + \frac{K_s^2}{K_s^{1/2}} \left\{ \frac{Qa^2}{K_s^{1/2} - Qa^{1/2}} - \frac{Q'a^2}{K_s^{1/2} - Q'a^{1/2}} \right\} \Delta F \quad (38)$$

$$Qa = K_s - gHa \cos(\theta a - \theta a-1) / Ua^2$$

$U'a$ は次式を満足すべき値である。

$$\frac{gHa \cos(\theta a - \theta a-1)}{U'a^2} = K_s \tanh K_s \left(\frac{gDa}{U'a^2} \right)^{3/4} \quad (39)$$

これは Ua を第1近似値とし、次の逐次近似式で計算される。

$$U'_{n+1} = U'_n \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{gHa \cos(\theta a - \theta a-1)}{U'n^2} - K_s \tanh K_s \left(\frac{gDa}{U'n^2} \right)^{3/4}}{\frac{gHa \cos(\theta a - \theta a-1)}{U'n^2} - \frac{3}{4} K_s K_s \left(\frac{gD}{U'n^2} \right)^{3/4}} \right. \\ \left. \frac{1}{\left[1 - \left\{ \tanh K_s \left(\frac{gDa}{U'n^2} \right)^{3/4} \right\}^2 \right]} \right\} \quad (40)$$

以上の手続きにより、海面上のいろいろな点に発生した波について、その発達を進行経路と共に計算し、海岸に到達する波の大きさを知ることが出来る。

3 計算結果

以上述べた計算手続きにより、伊勢湾台風の規模（即ち $r_0 = 7.5 \text{ Km}$, $\Delta p = 75 \text{ mb}$ ）を持ち、図-15に示す経路の台風の波を格子点から30分ごとで発生するものとして計算を行う。（格子間隔 4.5 Km ）

(1) 有明海沿岸における波の平面的分布

図-17は、5609台風の台風経路について、9時に海岸に到達した波の中で最大の波高を示す波をその発生点と共に示したものである。ゴール点において上段に最大波高(m)、下段にそれに対応する周期(sec)を示している。

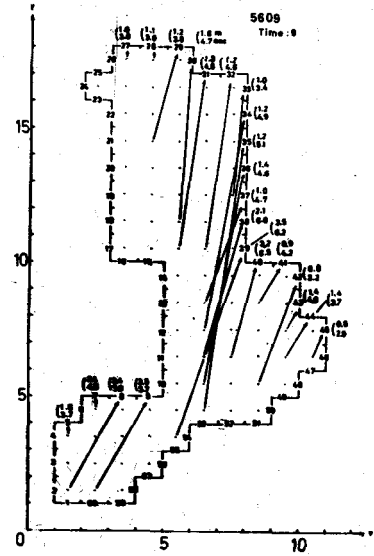


図-17 Wave Distribution(5609)

(2) 有明海沿岸のゴール点での波の時間的变化

あるゴール点に到達する波が時間的にどのように変動するかを見るために、その地点に到達する種々の波を描いたのが図-18である。図中で・印は波高(m)、×印は周期(sec)、

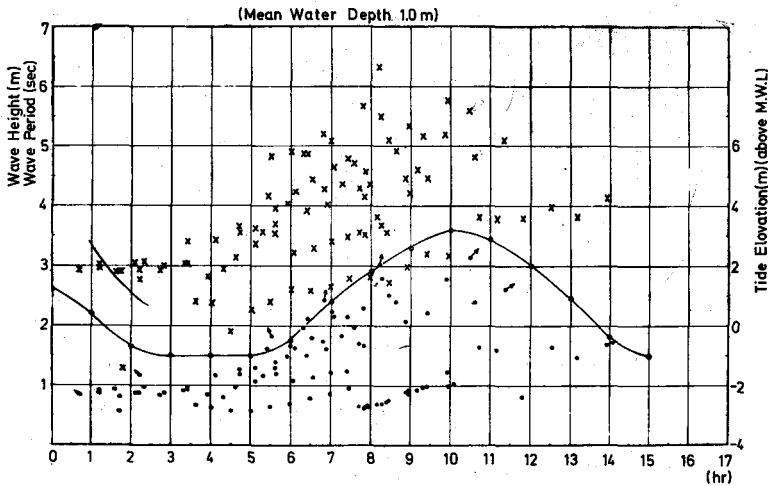


図-18 Time variation of wave at goal 40 (5609)

実線は平均水深からの水位の変動を示している。平均水深は図の上部に示している。波高及び周期の包絡線をゴール点で観測される波の変動と見ることが出来よう。その他の要素も含まれるが、波に対する水深の影響が顕著に見られる。

第4節 波の逆算法

第3節で述べた計算法では、有明海沿岸のすべての地点に到達する波が同時に知られる。しかしながら、ある地点に到達する波だけを知ろうとする場合には、余分な計算をすることになる。一般にフェッチの長さがかなり制限され、波が充分に発達出来ない場合には波高と周期（又は群速度）の相関が大きく、波高の大きい波は周期も大きいと考えることが出来る。第3節でも述べたように、考える地点に到達する波の中で、最大波だけが知れば充分である。そこで波を推定しようとする地点で到達すると考えられる最大の進行速度を逐次仮定して、逆算を行なって最大波の発生点を求め、新たにここから波の発達の計算を行なうことが出来る。

1 計算手続

時刻 t_a に点 $a(x_a, y_a)$ に到達する波を推定するものとする。この時の水深 D_a 、風速 U_a 、風向 β_a とする。式(3-b)より点 a で観測され得る最大周期、及び群速度は

$$gF/U^2 \rightarrow \infty \text{ とし}$$

$$\frac{gT_{max}}{2\pi U_a} = K_1 B_a, \quad \frac{Cg_{max}}{U_a} = \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{1/2} (1 - a_1 S'_a - a_2 S'^2_a - a_3 S'^3_a) \quad (41)$$

$$S'_a = \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right) / \left(\frac{gT_{max}}{2\pi U_a}\right)^2 \quad (41)$$

そこで点 a での仮定値として

$$\frac{gT_a}{2\pi U_a} = \alpha K_1 B_a, \quad \frac{Cg_a}{U_a} = \left(\frac{gD_a}{U_a^2}\right)^{1/2} (1 - a_1 S_a - a_2 S^2_a - a_3 S^3_a) \quad (42)$$

ここで $\alpha < 1$

もし Cg_a の仮定値が過大であれば、逆算して波が対岸に到達した時 $Cg > 0$ である。従つてこの時は、係数 α を小さくしていき、海の領域で $Cg = 0$ となるように、係数 α を決定し、最大波の発生点 (x_0, y_0) を求める。こうして発生点 (x_0, y_0) が求まると、第3節に述べた計算法により、点 a での波高と周期を求める。

第5節 天気図を用いた波の推定法

第3節に述べた様な台風域内の風域条件は、 r_0 , Δp , V によつて、かなり簡単に表わすことが出来るが、一般の場合、モデル化は困難である。ここでは、天気図に示された等圧線から風域条件を決定し、波の計算を行なうものである。まず等圧線上での傾度風速及び風向を計算し、これを用いて、海面上に設けた格子の交点での風速、風向を求める。一般に行なわれる波の計算では、不連続線などが風域の限界を表わすものとして取り扱われるが、この方法では、不連続線での風向の、不連続的变化による波高の急激な減少という形で現われる。

1 風速、風向の計算

(a) 等圧線上での風速、風向

等圧線 Pmb の任意の点を b とする。等圧線の間隔を Δp mb とすると、点 b は $(p - \Delta p) mb$ と $(p + \Delta p) mb$ の二つの等圧線の間にあるから、点 b よりこの二つの等圧線上の点で最も点 b に近い距離にあるものをそれぞれについて求め、その距離を r_- , r_+ とする。点 b での気圧傾度は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_b = \frac{\Delta p}{2} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-}\right) \quad (43)$$

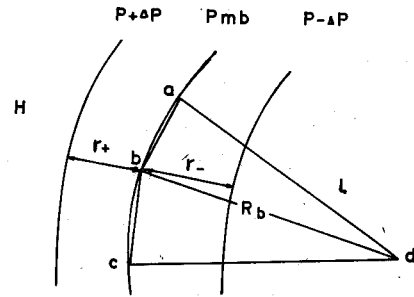


図-19に示すように点 b での曲率半径は同じ等圧線 Pmb 上の点 b の前後の点 a , c を用いる点 a , b , c を通る円を求め、この円の半径を以つて点 a での曲率半径と考える。

3点を通る円の中心 (x_0, y_0) は次式で与えられる。

図-19 Calculation of wind velocity

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{(\ell_1 m_1 - \ell_2 m_2) - (n_1 - n_2)}{(\ell_1 - \ell_2)} \\ y_0 &= \frac{\ell_1 \ell_2 (m_1 - m_2) + (\ell_1 n_1 - \ell_2 n_2)}{(\ell_1 - \ell_2)} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\ell_1 = (x_a - x_b) / (y_a - y_b), \quad m_1 = (x_a + x_b) / 2, \quad n_1 = (y_a + y_b) / 2$$

$$\ell_2 = (x_b - x_c) / (y_b - y_c), \quad m_2 = (x_b + x_c) / 2, \quad n_2 = (y_b + y_c) / 2$$

したがって曲率半径 Pb は

$$Rb = \sqrt{(x_b - x_0)^2 + (y_b - y_0)^2} \quad (45)$$

点 b での傾度風速は、 $\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_b$ ， Rb を用いて、高気圧性、低気圧性について、それぞれ次式で与えられる。

$$V = Rb\omega \sin\varphi \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\rho a (\omega \sin\varphi)^2 Rb} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_b} \right) \quad (\text{低気圧性}) \quad (46.a)$$

$$V = Rb\omega \sin\varphi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\rho a (\omega \sin\varphi)^2 Rb} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_b} \right) \quad (\text{高気圧性}) \quad (46.b)$$

海洋上の風速としては上式に海面摩擦係数 c ，を掛けたものを考える。

式(46)のいずれの式を用いるかは次の様にして決定する。等圧線上での低気圧を左に見る様に順に点 a, b, c を取る。線分 ab, bc が x 座標の正方向となす角を θ_{ab}, θ_{bc} とすると、

$$\theta_{ab} = \tan^{-1} \{ (y_b - y_a) / (x_b - x_a) \}$$

$$\theta_{bc} = \tan^{-1} \{ (y_c - y_b) / (x_c - x_b) \}$$

又、3点を通る円の中心 d は式(44) で与えられるから、線分 db のなす角 θ_{db} は

$$\theta_{db} = \tan^{-1} \{ (y_b - y_o) / (x_b - x_o) \}$$

$(\theta_{ab} + \theta_{bc}) / 2 = \alpha$ とおくと

① $\alpha - \pi < \theta_{db} < \alpha$ の場合

この時は、低気圧性の風で風速は式(46.a)より求められ、風向は次式で与えられる。

$$\beta_b = \theta_{db} + \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \quad (47.a)$$

α_1 は等圧線となす角で、ここでは 20° とする。

② $\theta_{db} < \alpha - \pi$ 又は $\theta_{db} > \alpha$ の場合

この時は高気圧性の風で、風速は式(46.b)より求められ、風向は次式で与えられる。

$$\beta_b = \theta_{db} - \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \quad (47.b)$$

(b) 格子点での風速風向

一つの格子点 $A(x_A, y_A)$ での風速 UA ，風向 β_A は、点 A をはさむ二つの等圧線上で、それぞれ点 A に最も近い点を求め、この点での値を用い、距離に反比例する重みの平均計算を行なうことにより、求めることが出来る。

$$UA = \frac{r_2 U_1 + r_1 U_2}{r_2 + r_1} \quad (48)$$

$$\beta A = \tan^{-1} \left\{ \frac{r_2 \sin \beta_1 + r_1 \sin \beta_2}{r_2 \cos \beta_1 + r_1 \cos \beta_2} \right\} \quad (49)$$

2 波 の 計 算 法

波の計算手続きは、第2節に述べた台風の場合とほとんど同じである。一般の風域では風速風向の場所的、時間的変動は台風域内の場合の様に激しくないで、波が一定風速の風を受けて、一定方向に進む距離 ΔF はかなり大きく取る事が出来る。(ここでは $\Delta F = 2.5 \text{ km}$) ΔF が大きくなると式(18), (19)は近似度が悪くなるので、新たな式を用いる。

波高 Ha 、群速度 Cga の波が点 a に到達し、この時、風速が U から U' に、又風向が β から β' に変化するものとする。点 a より新しい方向 β' に進む波は式(8), (9)より

$$Ha' = Ha \cos(\beta' - \beta), \quad Cga' = Cga$$

ここでもし、一定風速 U の下で波が発達したものであれば、 Ha , Cga になるのに要する距離は

$$FH = \frac{U'^2}{g} \cdot \frac{1}{K_2^3} \left[\frac{1}{\left\{ 1 - \frac{1}{K_2} \left(\frac{gHb}{U'^2} \right)^{1/2} \right\}^2} - 1 \right] \quad (50)$$

$$FC = \frac{U'^2}{g} \cdot \frac{1}{K_2^3} \left[\frac{1}{\left\{ 1 - \frac{1}{K_I} \left(\frac{Cga'}{U'} \right)^{1/5} \right\}^5} - 1 \right] \quad (51)$$

点 a より風向 β' の方向に ΔF だけ離れた点 b での波高 Hb 、群速度 Cgb は $H=0$, $Cg=0$ の状態から風速 U を受けて、 $(FH + \Delta F)$, $(FC + \Delta F)$ だけ進んだ時の値に等しいと考える。

$$\frac{gHb}{U'^2} = K_2 \left[1 - \frac{1}{\left\{ 1 + K_2 \left(\frac{g(FH + \Delta F)}{U'^2} \right)^{1/2} \right\}^2} \right] \quad (52)$$

$$\frac{Cgb}{U'} = K_1 \left[1 - \frac{1}{\left\{ 1 + K_2 \left(\frac{g(FC + \Delta F)}{U'^2} \right)^{1/3} \right\}^5} \right] \quad (53)$$

このとき、 ΔF だけ進むに要する時間は、群速度 C_g が連続的に変化するので積分の形で求める。即ち

$$\Delta t = \int \frac{dF}{C_g} = \int_{F_c}^{F_c + \Delta F} \frac{dF}{U \times K_1 \left[1 - \frac{1}{\{1 + K_2 (gF/U^2)^{1/4}\}^2} \right]} \quad (54)$$

ここでは、シンプソン公式を用いて Δt の近似値を求める。

ところで風向、風速は格子の交点でしか与えられていないので、格子内のある一点での任意の時刻での風速、風向は格子点での値を用いて、場所的には距離に反比例するものとし、重価平均より、又時間的には、直線的に平均するものとして計算される。

3 計 算 例

以上の方法による計算例として、昭和41年1月8日9時から11日15時までの日本海沿岸に対する波の分布と時間的な変化を求めたものを示すことにする。之は低気圧が発達し乍ら日本海を北東に進んだ例で、日本海を100 Km間隔の格子でカバーし、沿岸を0.5°間隔の直線でおきかえている。(図-20)

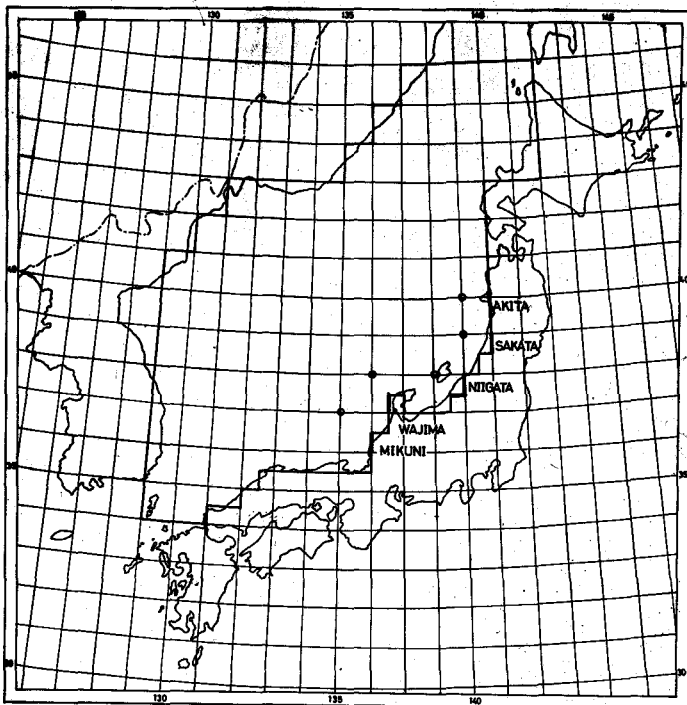


図-20 Model coast line

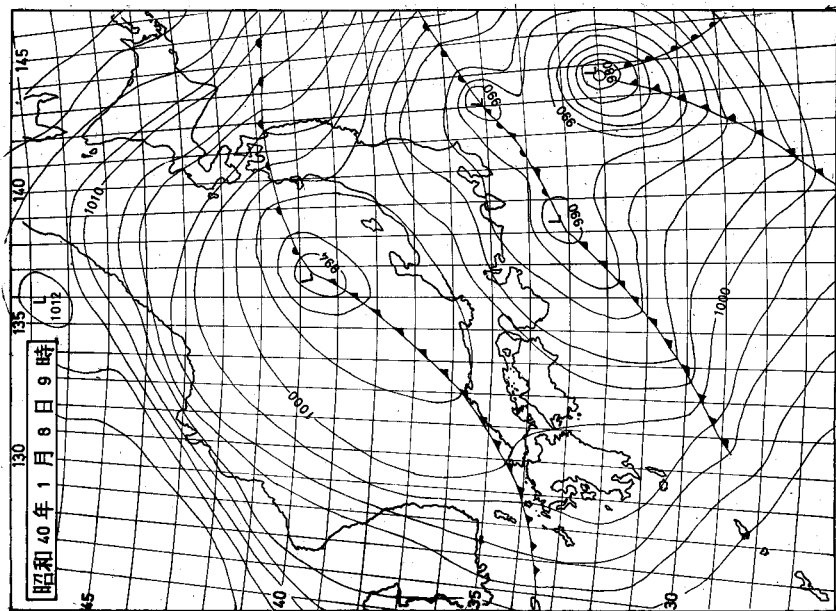


図-21(a) Weather map

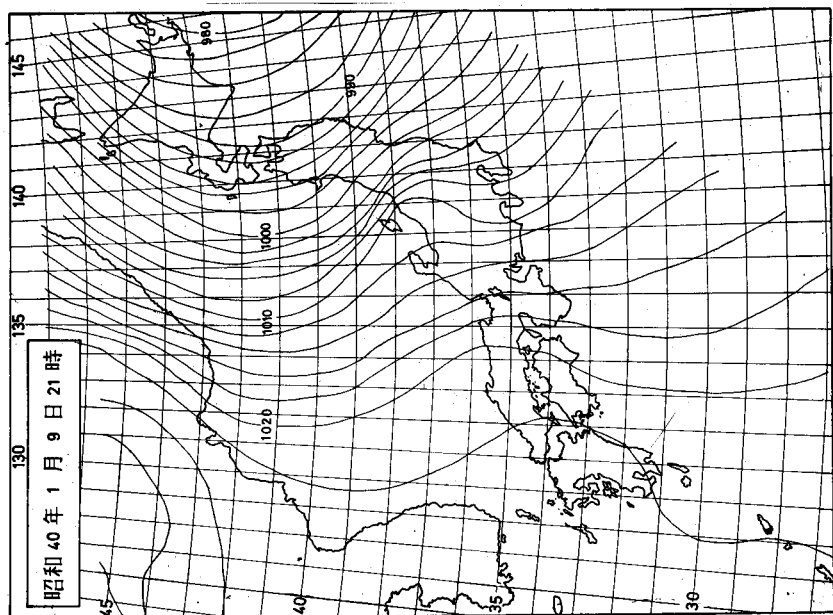


図-21(b) Weather map

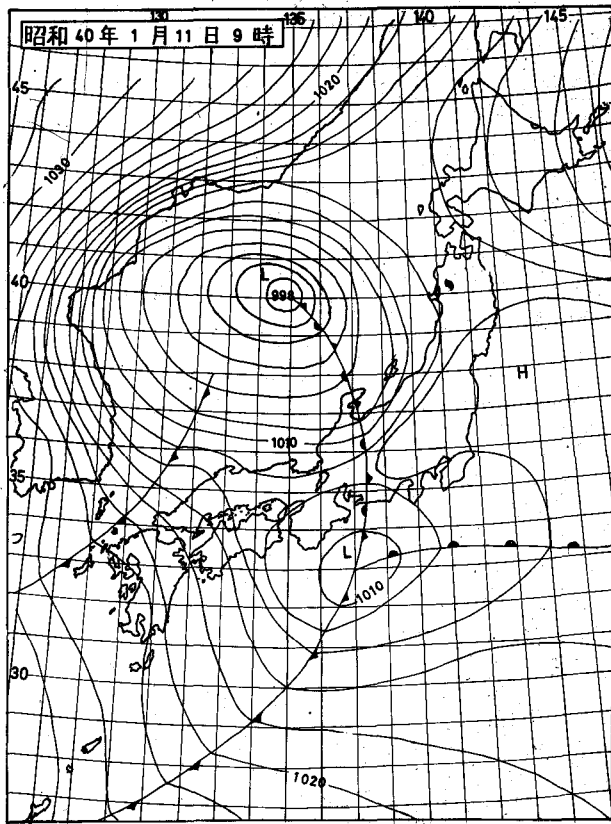


図-21(c) Weather map

この時の気象状況は 図-2 1 に示す様であり、6 時間毎の気圧配置を与えることとしている。こうして与えられた等圧線の位置を読みこみ、計算を行なつた結果、各格子点における風向と風速が得られ、図-2 2 の様な分布を示すことが分かる。日本海沿岸の秋田、新潟、輪島、三国の各海岸に最も近い格子点での計算風速風向と、実測風とを比較すると秋田を除く各点で夫々 1 点又は 2 点における風速が過大値を示す。之は、陸岸近くの等圧線の形が不規則なことから、実測風が、陸地の影響をうけていること、及び等圧線からの風の算出が、かなりの誤差を含む可能性があることによると考えられる。この様な風速条件の下での各海岸における計算波と実測波を図-2 3 に示している。図中実線の実測値波線は計算値の包絡線で矢印は波の方向である。之を見ると、輪島を除いて、結果はかなり実測値と近い傾向を示すことが見られ、波の到達時刻、最大卓越波の値、或はそれらの場所的变化の傾向を窺うことができよう。

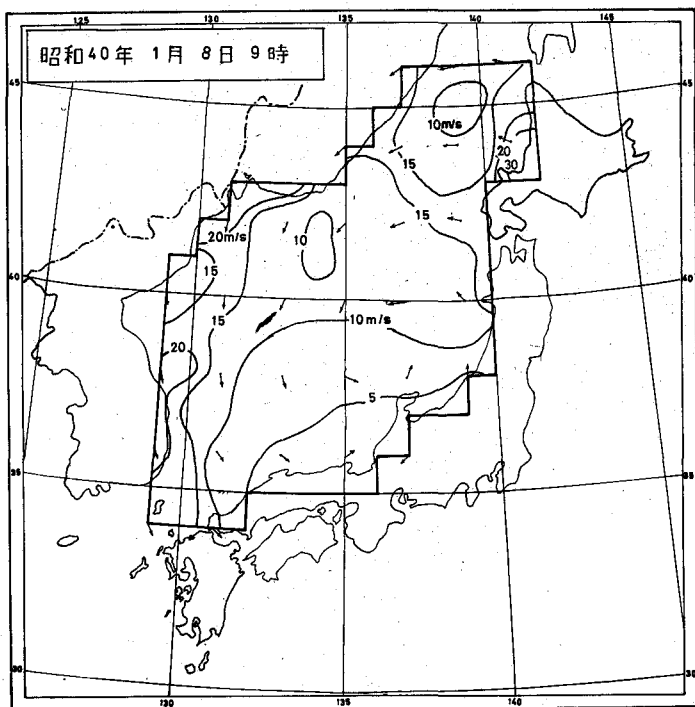


図-22(a) Wind field diagram

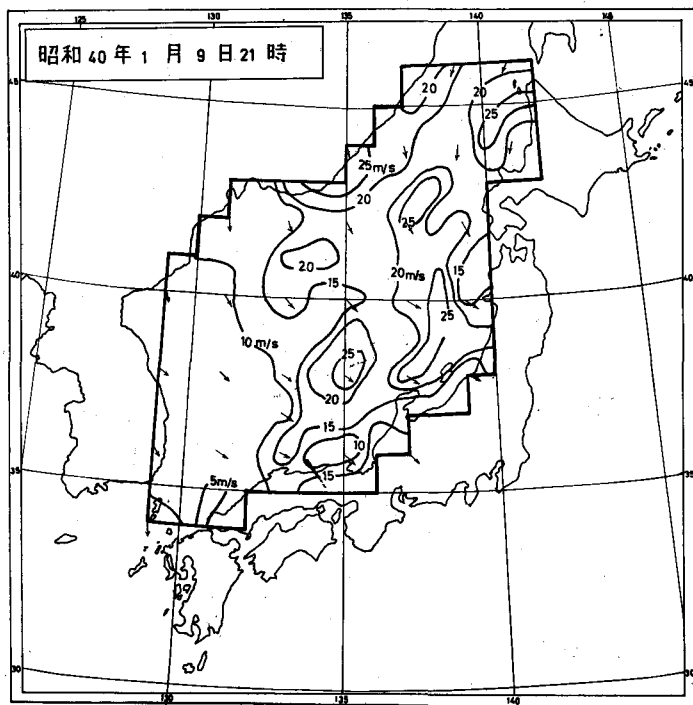


図-22(b) Wind field diagram

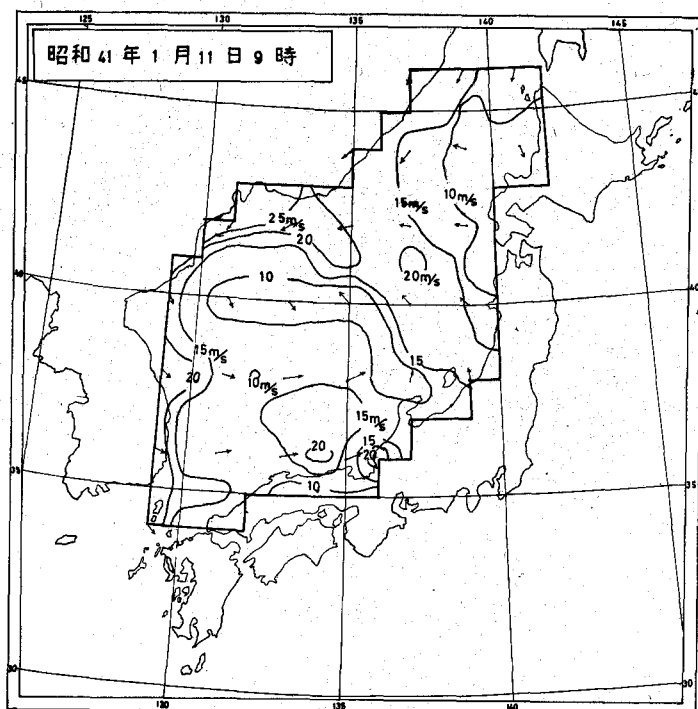


図-22(c) Wind field diagram

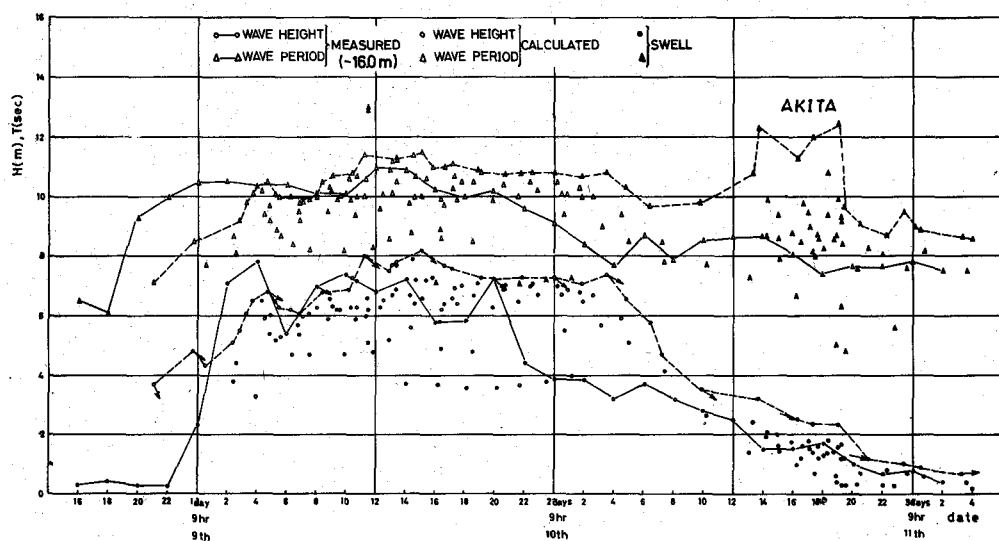


図-23(a) Time variation of measured wave and calculated wave at Aki ta

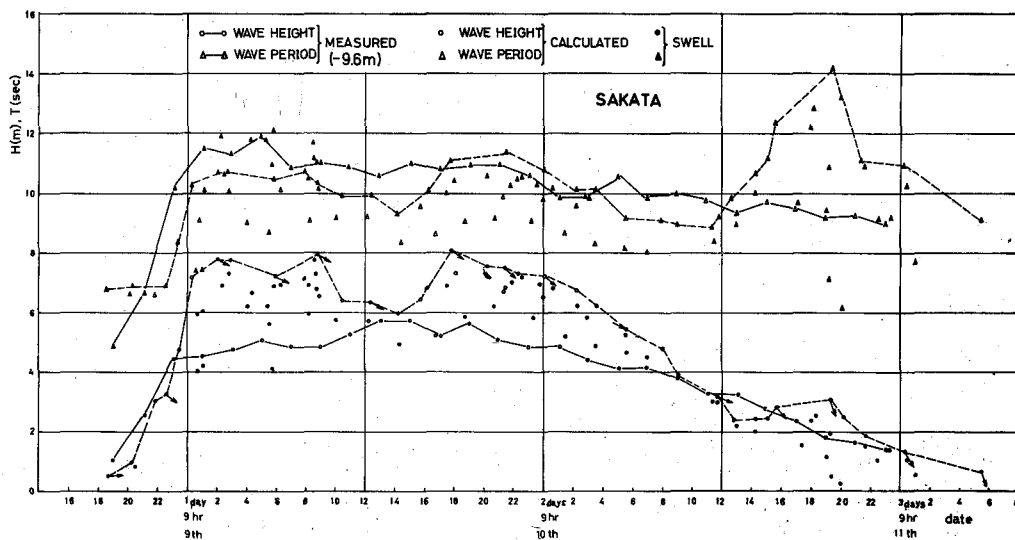


Fig. 23(b) Time variation of measured wave and calculated wave at Sakata

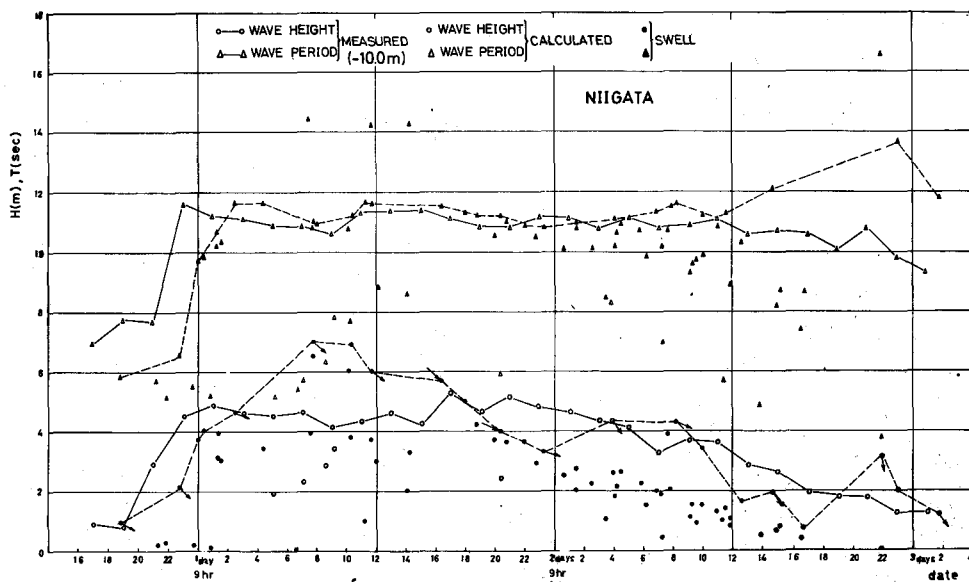
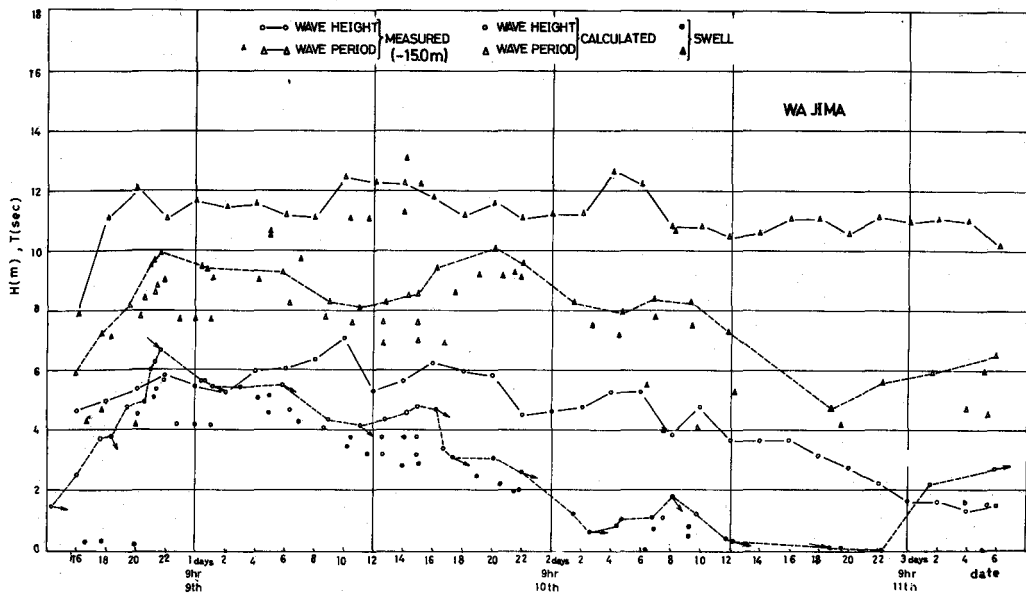
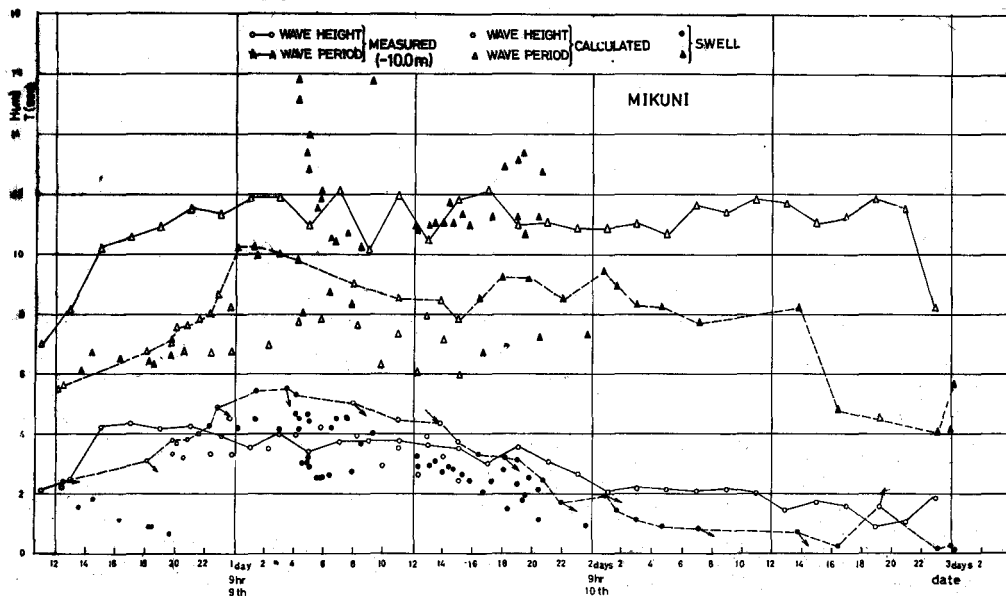


Fig. 23(c) Time variation of measured wave

Fig. 23(c) Time variation of measured wave and calculated wave at Niigata



☒ - 23(d) Time variation of measured wave and calculated wave at Wajima



☒ - 23(e) Time variation of measured wave and calculated wave at Mikuni

参 考 文 献

- Bretschneider, C.L. (1958); "Revisions in Wave Forecasting, Deep and Shallow Water," Proc. 6th Conf. on Coastal Eng.
- Pierson W.J., G. Neumann and R.W. James (1955) "Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics," U.S. Navy Hydro. Office, Pub. No. 603
- Walden, H. (1958); "Die Winderzeugten Meeres Wellen; Teil 1", Deutsche Wetterdienst, Seewetteramt, Einzelveröff. Nr. 18
- Piest, J. (1964); "Die Bestimmung des Tiefwasserseegangs aus seinen skalar-spektralen Komponenten bei bekanntem Windverhältnissen", Deuts. Wett., Seewetteramt, Nr. 43
- Darbyshire, J. (1961); "Prediction of Wave Characteristics over the North Atlantic", Jour. of the Inst. of Navigation, vol. XIV, No. 3,
- Wilson, B.W. (1961); "Deep Water Wave Generation by Moving Wind System"; Proc. A.S.C.E. WW. 2
- Wilson, B.W. (1965); "Numerical Prediction of Ocean Waves in the North Atlantic for Dec. 1959", Deutsche Hydrogr.; Zeitsch. Jahrg. 18, H.E. 3
- 井島武士, 湯麟武 (1966); "浅海風波の数値計算", 第13回海岸工学講演集
- 井島武士, 副島毅, 松尾隆彦 (1967); "数値計算による台風域内の波の分布について", 第14回海岸工学講演集