

津波理論

1. 概 説

海底地震、海中火山の爆発、海中核爆発等によっておこる海面波動を津波という。津波は外洋では波高にくらべ波長のきわめて長い波で目視で識別するのは困難なほどフラットな波動であるが、沿岸部に近づけばその波速は減少するが、岸に向って水深が漸減することによる波高増加、海底地形による回折あるいは凹状海岸からの反射等による focusing 効果、湾の強制振動等によって著るしく増幅されて沿岸に大きな被害をもたらす。

津波の原因となる地震の年生起確率は $M=5.5$ で 0.3 の程度、 $M=8$ で 0.1 の程度であり約 10 年に一度の割合で破壊的な津波の来襲を受けるものと考えねばならない。既往の記録によれば津波 magnitude m (水理公式集参照) で表わして $m=2$ (人的、物質的被害の現われ出す程度の津波) は 10 年に 1 度、 $m=4$ (沿岸での波高が 20~30m で甚大な被害をもたらす程度の津波) は 14 年に一度程度の生起確率であるといわれる。

$M=5.5$ の地震のエネルギー E は $E=2 \times 10^{21} \text{erg}$ といわれ、そのうち津波となって海水に伝達されるエネルギーはほぼその 1% である¹⁾ といわれるが、それにしても巨大なエネルギーをもった波動というべきである。このように津波の波動エネルギー(あるいはそれが沿岸で具現される量としての沿岸波高 H) は当然、地震エネルギー、あるいはその magnitude (in Richter Scale) M と結びつけられる。沿岸からほぼ 1000km 以内の海底で発生した浅発性地震による津波について次のような経験式がある。

$$\log_{10} H = 0.75M - 5.07 \quad \text{ただし } H(m)$$

$$\text{または } H^2 = E / (1.4 \times 10^{23})$$

$E \sim E_t$, $H^2 \sim E_t$ であるから当然 H は $E^{1/2}$ に比例する。

このように沿岸に近い地震であっても震央 (epicenter) が深ければ大きな津波とはならない。

非常に震央の浅い地震でも $M < 6.4$ ではただか波高 50cm 以下の軽微な津波しか現れないが、 $M > 7.75$ では破壊的な津波(波高 5.5m, 周期 30~50 分)が来襲するだろう。1960 年のチリ津波のような特異な例を除けば沿岸に大きな津波被害をもたらす地震は、次のように考えてよいだろう。すなわち、

「海岸から 700~800km 以内の海底で発生する $M > 7.75$ 以上の浅発性海底地震」(The Nature of Tsunami, NESCO Tech. Report, Aug. 1962 の Broad conclusions による)。

2. 津波の線型理論 (外洋での津波)

津波の理論解析は、静水面に波源(初期水位の上昇、あるいは衝撃圧)を与えるか、または海底面の変動を与えた場合の波動問題、すなわち Cauchy-Poisson の波を扱う(ただし静水面に初期水位の上昇を与えた場合の解と海底変動による波動解は基本的には同じであるが、水面衝撃による解は分散波の減衰の様相等は前二者と異なる)。

これらの計算はすべて長波近似、または深海波近似のいずれかによる線型化を行なう。

速度ポテンシャル $\varphi(x, y, z, t)$ に関する Laplace の式

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2-1)$$

を基本式とし、Bernoulli の式

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - gz - \frac{1}{2} q^2 + F(t) \quad (2-2)$$

において $F(t)$ が φ の中に含まれるものとし、 q^2 を省略して水面 $z=\xi$ での条件として次式をうる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - g\xi = \frac{p}{\rho} \quad (2-3)$$

一方、同じく水面で

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (2-4)$$

であるから両式より水面での動力学的条件は次の如くである。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \dot{z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad (2-5)$$

水底条件は変動しない水平面あれば、 $\partial \varphi / \partial z = 0$ であるが地震による海底変動を考える場合は

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\dot{z}(x, y, t) \quad (2-6)$$

ここに $\dot{z}$ は有限の拡がりをもつ海底変形部分の変動速度とする。

$\varphi, \dot{z}$ を Fourier 積分で表現するかあるいは時間に関係する Green 関数を用いて²⁾ 解を求める。

このようにして得られる解は二次元的解析と三次元的解析によるおのおの場合のもちろんのこと、波源を点源とするか有限の拡がりをもつとするのか、さらに波源特性(初期水位の上昇、衝撃圧、海底変動等の擾乱因特性)によってそれぞれ異なった波動解を与える。したがって非常に多くの解が発表されているがここにその代表的なものを示し、詳細な解法は後記文献を参照されたい。

2-1. 初期水位の上昇、衝撃を波源とする場合

A. 点波源、無限水深の二次元解^{3), 4)}

$$\zeta_e \approx \frac{Q_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{k}{x}} \cos(kx - \frac{\pi}{4}) \quad (2-7)$$

$$\zeta_t \approx -\frac{P_0 \sigma}{\sqrt{\pi \rho g}} \sqrt{\frac{k}{x}} \cos(kx + \frac{\pi}{4}) \quad (2-8)$$

ζ_e, ζ_t はおのおの初期水位の上昇、または衝撃を波源とする場合の変動水位を示すものとし、 Q_0, P はそれぞれ(有限の大きさをもつ)水位上昇量および衝撃圧とする。

上式は波源から十分はなれたときの近似解で、さらに

$$k = gt^2/4x^2, \quad \sigma = gt/2x \quad (2-9)$$

となるから周期 T 、波長 L はおのおの次のように変化する。

$$T = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{4\pi x}{gt}, \quad L = \frac{2\pi}{k} = \frac{8\pi x^2}{gt^2} \quad (2-10)$$

すなわち、任意時刻の波形は波源からはなれるにつれて波高は減衰し、波長は増加する(図 2-1)。ただし波源近くで波高が急増するのは点源に有限の力を作用させるといった無理な仮定の結果である。

B. 有限の拡がりをもつ波源の二次元解(無限水深)⁵⁾

$$\zeta_e \approx \frac{2Q}{\sqrt{\pi k x}} \sin kA \cdot \cos(kx - \frac{\pi}{4}) \quad (2-11)$$

$$\zeta_t \approx -\frac{2P}{\sqrt{\pi g x \rho}} \sin kA \cdot \sin(kx - \frac{\pi}{4}) \quad (2-12)$$

ただし波源範囲は $|x| < A$ で上式は波源から十分はなれた ($x \gg A$) 場合の近似解である。

このような場合は波の振幅の増中に波源の scale が影響することに注意する必要がある。なお群波の周期 T_g 、波長 L_g は次式で与えられる。

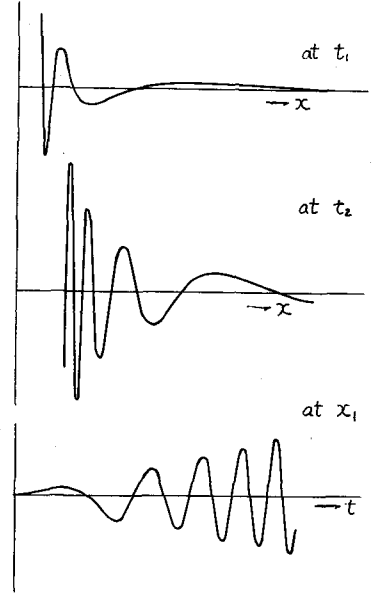


図 2-1 初期水位上昇による波動 (Lamb) 点波源の二次元解

$$Tg = \frac{4\pi x^2}{gtA}, \quad Lg = \frac{4\pi x^3}{gt^2A} \quad (2-13)$$

C. 点波源, 有限水深の二次元解^{6),7)}

$$\zeta_e \cong Q_0 \left(\frac{2}{\tau} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot A_i \left[\left(\frac{2}{\tau} \right)^{\frac{1}{3}} (\chi - \tau) \right] \cos kh(\chi - \tau) \quad (2-14)$$

ただし, $\chi = x/h$, $\tau = t\sqrt{g/h}$, h : 水深,

$A_i[]$: Airy integral

この場合は, 無限水深の場合の分散波減衰則: $x^{-1/2}$ とことなり $x^{-1/3}$ に比例して波高が減衰することになる。Jeffreys⁹⁾によればこれは波前面についてののみなりたつので後続波動主体については $x^{1/2}$ 則がやはり適用されるという。したがって当然, 伝播につれて leading wave が顕著になってくる。

D. 点波源, 無限水深の三次元解⁹⁾

$$\zeta_e \cong \frac{Q_0 k}{\sqrt{2}\pi r} \cos kr \quad (2-15)$$

$$\zeta_i \cong -\frac{P_0 k \sigma}{\sqrt{2}\pi g r} \sin kr \quad (2-16)$$

二次元解では減衰は $x^{-1/2}$ に比例するのに反し, この三次元解では r^{-1} となること, および $\pi/4$ の位相差があることに注意。

E. 有限の拡がりをもつ波源の三次元解(無限水深)¹⁰⁾

eddy viscosity ε による摩擦損失が流速の一乗に比例すると仮定し, 波源が半径 R の円形の場合について次式が得られた。

$$\zeta_e \cong \frac{\sqrt{2}QR}{r} e^{-\varepsilon t} \cdot J_1(kR) \cos kr \quad (2-17)$$

$$\zeta_i \cong -\frac{\sqrt{2}PR}{\rho g r} e^{-\varepsilon t} \cdot J_1(kR) \sin kr \quad (2-18)$$

ただし J_1 は第一次の Bessel 関数。

F. 有限の拡がりをもつ波源の三次元解(有限水深)¹¹⁾

$$\zeta_e \cong \frac{H_e(k)}{rh} \psi_e(kh) \cos(kr - \sigma t) \quad (2-19)$$

$$\zeta_i \cong \frac{kH_i(k)}{pr\sqrt{gh}} \psi_i(kh) \sin(kr - \sigma t) \quad (2-20)$$

$$\varphi_{ei}(kh) = r/t \cdot \sqrt{gh}, \quad \sigma^2 = gk \tanh kh \quad (2-21)$$

ただし, H_e, H_i は水位上昇量 $Q(r)$, 衝撃圧 $P(r)$ のそれぞれの Hankel 変換で, たとえば

$$H_e(k) = \int_0^\infty Q(r) \cdot r \cdot J_0(kr) \cdot dr$$

ψ_e, ψ_i および φ_{ei} は kh の連続関数で深海波および長波の極限近似では次表の如くなる(表2-1)。

たとえば, 半径 R の円形波源で浅海の場合は上式は表中の関数値を用いて(2-22), (2-23)式の如く簡単になる。

表 2-1

	kh	φ_{ei}	ψ_e	ψ_i	σ	C
深 海 $h/L > \frac{1}{2}$	$> \pi$	$1/2 \sqrt{kh}$	$\sqrt{2} kh$	$\sqrt{2} kh$	$\sqrt{gk}$	$\sqrt{g/k}$
浅 海 $h/L < \frac{1}{20}$	$< \frac{\pi}{10}$	1.0	1.0	1.0	$k \sqrt{gh}$	$\sqrt{gh}$

$$\zeta_e \cong Q \frac{R}{r} \frac{J_1(kR)}{kh} \cos(kr - \sigma t) \quad (2-22)$$

$$\zeta_i \cong \frac{P}{\rho} \frac{R}{r} \frac{J_1(kR)}{\sqrt{gh}} \sin(kr - \sigma t) \quad (2-23)$$

上式による数値計算例を図2-2に示す。

2-2. 海底面の変動を波動因とする場合

地震による海底面変動速度 $\dot{z}(x, y, t)$ を

$$\dot{z}(x, y, t) = F(x, y) \cdot G(t) \quad (2-24)$$

とおいた場合、変動範囲の形 $F(x, y)$ と時間的変化の様子 $G(t)$ の両者の種々の組合せが考えられるが本節始めに述べた一般的解法の内、Fourier 変換による一般的な解は次の如くである(ただし二次元解)。

$$\zeta = \frac{2}{\pi g} \int_0^\infty \sigma l(\sigma) \sin \sigma t \cdot d\sigma \int_0^\infty \frac{j(k) \cos kx}{k \left(\frac{P}{Q} - 1 \right)} \left\{ \frac{P}{Q} e^{kh} + e^{-kh} \right\} dk \quad (2-25)$$

ただし $P/Q = [e^{-kh}(gh + \sigma^2)] / [e^{kh}(gh - \sigma^2)]$,

$j(k)$, $l(k)$ はおのおの $F(x)$, $G(t)$ の Fourier 変換とする。

$$\begin{aligned} \text{A.}^{12)} \quad F(x) &= B \quad \text{for } |x| < A, \\ &= 0 \quad \text{for } |x| > A, \quad G(t) = s^2 t e^{-st} \quad \text{for } t > 0 \end{aligned}$$

解は省略するが、その結果によると、初期擾乱水面は海底変動地形に相似で、その擾乱水面は2つにわけて伝播し、 $h \ll L$ の浅海では (x, t) の小さい範囲で $\sqrt{gh}$ より大きい速度で進行する。

$$\text{B.}^{13)} \quad F(x) = B_0 e^{-x^2/a}, \quad G(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}} e^{-t^2/\tau^2}$$

ただし、 a , τ はおのおの長さ、時間の代表的な大きさ。

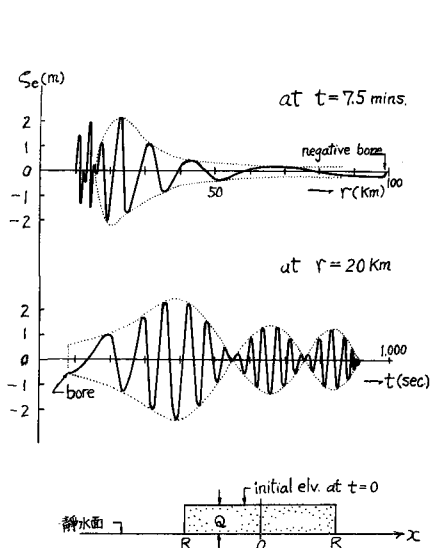


図2-2 円形初期水位上昇(Q)による波動(Kranzer and Keller) 有限水深の三次元解 ($R=2\text{km}$, $Q=28\text{m}$, $h=5\text{km}$)

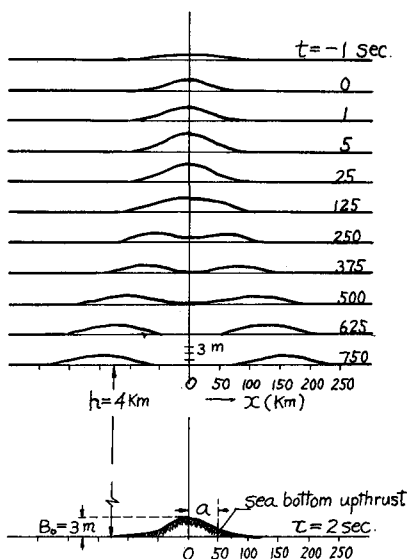


図2-3 海底面の変動による波動(本田・中村) 有限水深の二次元解, $F(x) = B_0 e^{-x^2/a}$, $G(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}} \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right]$

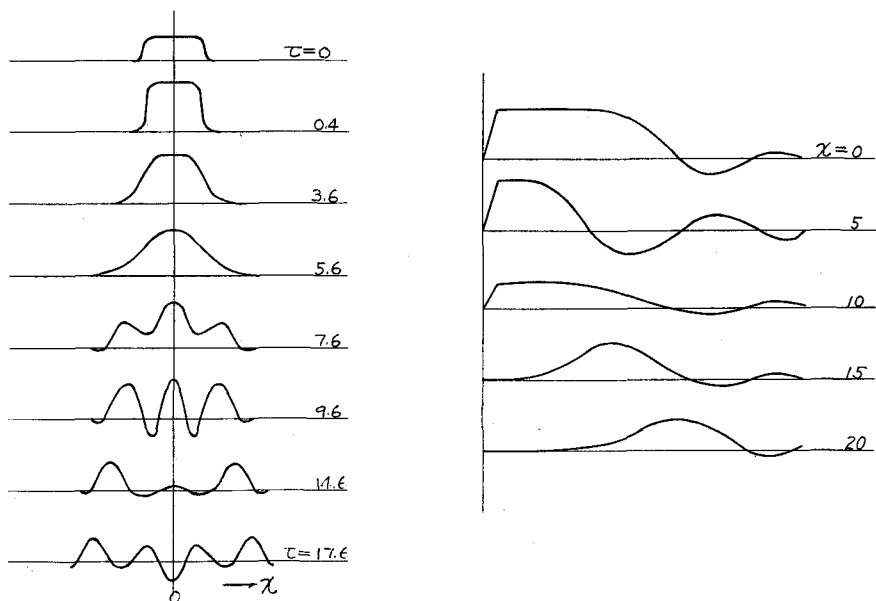


図 2-4 海底面の変動による波動(市栄)

有限水深の二次元解: $F(x) = B$ (for $|x| < A$), $G(t) = 1/2\tau$ (for $|t| < \tau$)
 $(\tau = t\sqrt{g/h}, \chi = x/d, A = 40\text{km}, h = 4\text{km})$

計算例の1つを図 2-3 に示す。この場合は波列は現れない。

$$\text{C.}^{14)} \quad F(x) = B \quad \text{for } |x| < A, \quad G(t) = 1/2\tau \quad \text{for } |t| < \tau \\ = 0 \quad \text{for } |x| > A, \quad = 0 \quad \text{for } |t| > \tau$$

計算例を図 2-4 に示す。この場合は孤立波相似の第 1 波のあとに波列が続く。

$$\text{D.}^{15)} \quad F(x) = B \quad \text{for } |x| < A, \quad G(t) = se^{-st} \quad \text{for } |t| > 0 \\ = 0 \quad \text{for } |x| > A,$$

計算例を図 2-5 に示す。

$$\text{E.}^{16)} \quad F(r) = B \quad \text{for } r < R, \quad G(t) = 1/\tau \quad \text{for } 0 < t < \tau \\ = 0 \quad \text{for } r > R, \quad = 0 \quad \text{for } t > \tau$$

$$\zeta_e(r, t) \cong B \frac{R}{r} \psi_0(kh) J_1(kR) \cos(kr - \sigma t - \frac{\pi}{4}) \quad (2-26)$$

$$\text{ただし } \psi_0(kh) = \frac{1}{\cosh kh} \sqrt{\frac{d\sigma/dk}{k|d^2\sigma/dk^2|}}$$

$$\sigma^2 = gk \tanh kh$$

高橋は上式の如く波動主体は r^{-1} で減衰するが、第 1 波は $r^{-5/6}$ で減衰することを示した。これは 2-1. C. の Jeffreys の注意と同じであってこうした減衰則の差異は波面変曲点前後で曲率の符号がことなることによる。

梶浦¹⁷⁾は次に示すパラメーター:

$$P_a = (6/\tau)^{\frac{1}{3}} a \quad (2-27)$$

(ただし $a = A/h, \tau = t\sqrt{g/h}$)

が津波第 1 波の減衰に重要な役割を演じ、 $P_a < 1$ では波源から十分はなれているので今まで述べてきた減衰則でよいが、 $P_a > 3$ では波源にかなり近いところを扱うことになるので減衰則は表 2-2 の如くなることを示した。

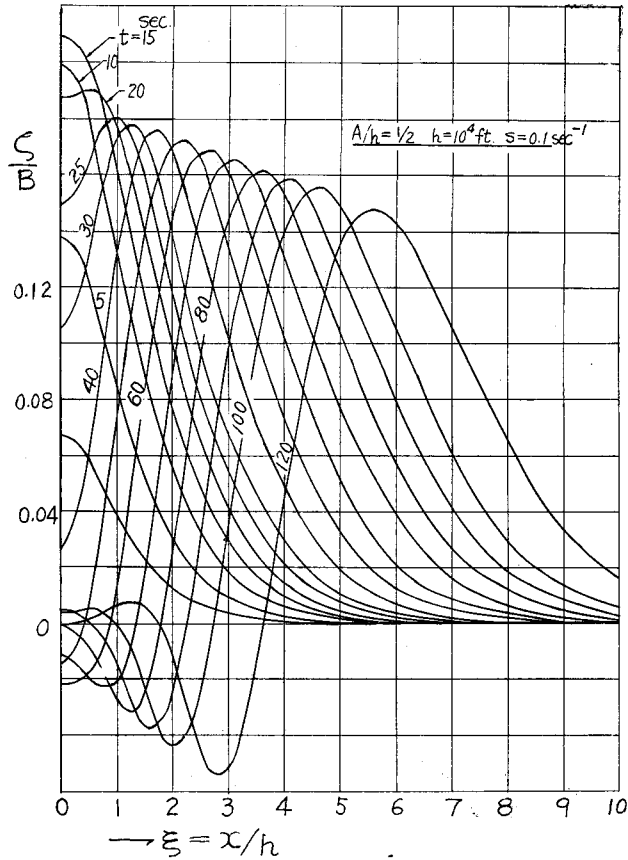


図 2-5 海底面の変動による波動 (Hendrickson)
 有限水深の二次元解, $F(x)=B$ for $|x|<A$
 $G(t)=se^{-st}$ for $t>0$

表 2-2 有限の拡がりをもつ波源による有限水深中の第一波の減衰則 (r^n の n を表中に示す。)

	初期水位上昇あるいは瞬間的 seabed 変動		水 表 面 で の 衝 撃	
	$Pa>3$	$Pa<1$	$Pa>3$	$Pa<1$
二 次 元 解	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
三 次 元 解	$-\frac{2}{3}$	-1	-1	$-\frac{4}{3}$

ビキニで行なわれた一連の海中核爆発により発生した津波の観測記録によれば $r/h<35$ の範囲では r^{-1} の減衰則に従うが、それより遠方では高橋の指摘した $r^{-5/6}$ 則がよく合うという実験結果がえられている。以上のような線型理論が少なくとも減衰問題について相対波高のかなり大きい現象をもかなりよく説明するのは外洋での波高減衰が主として分散性に起因するためである。

なお、周期については図 2-1, 2-2 に見られる如く波源からはなれるにつれて周期・波長が増大するのであるが

深海波あるいは長波のいずれの伝播速度を用いるかによって増大の様子がことなる。計算によれば、まず第1波の周期は $r^{1/6}$ に、それに続く長い波長の(長波と認められる)部分の周期は $r^{1/3}$ に、分散波列のずっと後の方の波、あるいは十分深い海での津波周期は $r^{1/2}$ にそれぞれ比例して増大する。

3. 沿岸での津波の変形

海岸に近づいた津波は大陸棚からの反射、海底地形による屈折、海岸からの反射、海底摩擦による減衰等多くの地形上の要因による変形・減衰をうけて複雑な挙動を示す。とくに湾入部ではその固有振動周期と進入津波周期が一致する場合はその沿岸できわめて大きな津波波高がみられ被害の大部分はこのような場合に現われる。ただし津波スペクトルと称するものの大部分は湾の振動スペクトルであって津波そのもののスペクトルがえがたいのはこの事情による。

閉塞水域の定常振動による沿岸被害のみならず、進行性波動としての波高増幅効果、すなわち流積変化による波高変化、あるいは(津波は沿岸ではほぼ完全反射するので場合によっては) focusing 効果等によるエネルギー集中といった形での被害発生も勿論考えなければならない。

なお津波の陸岸への侵入を通常 run-up といって来たが、run-up から受ける感じから進行性波動の遡上のみを意味するようにとられるので、湾の resonance による沿岸浸水の場合は(run-up によるよりもむしろ back-wash による家屋損壊が大きいという実態をも考慮して) inundation といった表現を用いて両者を区別することが提案されている。¹⁸⁾

3-1. 閉じた水域での強振

閉塞水域の強振問題については種々の水域形状、開口部形状について非常に多くの計算が発表されている。たとえば矩形水域については梶浦¹⁹⁾、Carr²⁰⁾ Le Méhauté²¹⁾、Miles and Munk²²⁾、円形水域について McNown²³⁾、半円形水域について 室田・和田²⁴⁾、杉本²⁵⁾、矩形複合水域について Neumann²⁶⁾、矩形複合水域の相互の coupling について Ippen and Raichlen²⁷⁾ 等の研究がある。

いずれも固有振動周期を求めるのはさして困難ではないが強振振幅を予測することはきわめてむずかしい。

さて前述したように侵入津波周期と湾の固有振動周期が一致した場合は湾水は強振し湾口部で節、湾奥部で腹となる定常振動が現われるから沿岸での観測波高は湾奥に向かって増加の傾向を示す。とくにわが国の三陸沿岸はリアス式海岸で無数の大小の規模の湾入部があり、その固有振動周期も5分から100分の広い範囲にわたっている。したがって広い周波数をもつ津波スペクトルの effect period は三陸沿岸部で、最も増幅率の大きかった(被害の著しかった)湾の固有周期に等しいとさえいいうる。

このことを2, 3の例によって示そう。図3-1は1933年の三陸津波と1960年のチリ津波による沿岸観測波高の整理である²⁸⁾。大船渡湾の固有振動周期は約40分とされているので1960津波(周期60分)はほぼ強振状態に近く湾奥で湾口波高の2~3倍の増幅が認められるのに反し、1933津波(周期16分)では(おそらくは進行性波動としての渦動摩擦損失を受けて)逆に湾奥に向かって波高は低減している。図3-2は湾口波高 η_0 と湾奥波高 η_h の比、すなわち湾内増幅率と、津波周期 T と湾の固有振動周期 T_0 との比の関係を示したものであり、図中 m は湾口からの侵入波高を示す。

図によれば明らかに上述の強振条件、すなわち $T/T_0 \approx 1.0$ で η_h/η_0 が最大になる傾向がほぼ満足されているが、さらに注意すべきは $T < T_0$ では $\eta_h < \eta_0$ であるが $T > T_0$ では常に $\eta_h > \eta_0$ の傾向があり、この特性はきわめて興味深い。

Le Méhauté²⁹⁾ は、不連続境界をもつ波動問題として湾振動を扱かう場合、慣行のポテンシャル関数による方法では解の表現が著しく複雑になるのでこれを避けるため波動の複素数表示による方法が簡明であるとして次の如き解をえた。ただし、外海は幅 l_1 の半無限長水路とし、その一端に幅 l_2 、長さ l 、開口部幅 b の湾が接続するものとし、しかも湾幅 l_2 が入射波の半波長より小さいときは湾横断方向の振動が省略できて問題を二次元的に扱かうものとする。

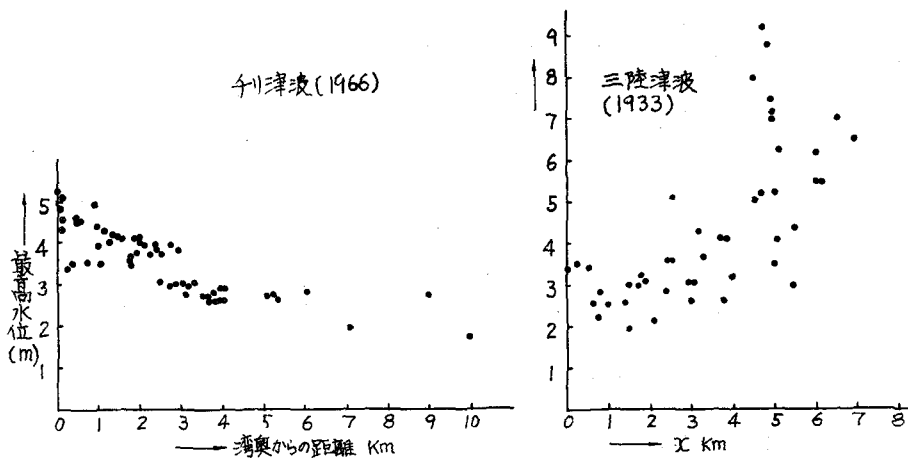


図 3-1 大船渡湾における津波の沿岸水位の記録(文献:28からの引用)

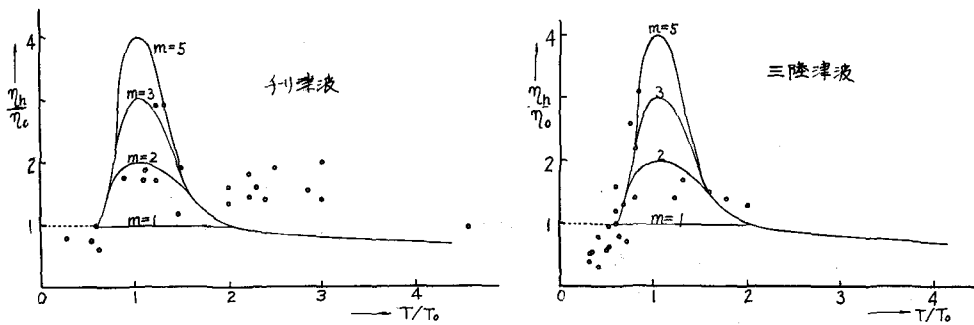


図 3-2 増幅率 η_h/η_0 と T/T_0 の関係

湾奥波高 η_h と湾口波高 η_0 の比は一般に次式で与えられる。

$$\frac{\eta_h}{\eta_0} = \frac{2r(1+P)\alpha_1}{[1+(Pr^2\beta_2)^2 - 2Pr^2\beta_2\cos(2\hat{r} + \hat{\beta}_2)]^{1/2}} \quad (3-1)$$

ただし

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{\frac{l_1}{l_2} \left(\frac{b}{l_2}\right)^2} \frac{2}{1 + AL_2/L_1}$$

$$\beta_2 = \sqrt{1 - AZ\alpha_1^2}, \quad Z = L_2 l_2 / L_1 l_1$$

L_2, L_1 は湾および外海での波長で各領域で水深が異なる場合は

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}$$

より試算的に求める。

P は反射率, r は湾底での摩擦による減衰率で $r = e^{-f/L_2}$

強振は

$$L_2 = l \frac{4\pi}{2n\pi + \hat{\beta}_2} \quad (3-2)$$

の条件で発生し, そのとき

$$(\eta_h/\eta_0)_{max} = \frac{2r(1+P)\alpha_1}{1-Pr^2\beta_2} A_1 \quad (3-3)$$

となる。

3-2. 進行性波動としての湾内津波の変形

津波を有限振幅長波とみなした場合の湾形の増幅効果については拙著「高潮理論」, 第3章, 3.1, 3.2 に詳述してあるのでここでは省略する。

3-3. 津波段波の分散と変形³⁰⁾

ごく海岸に接近して一たん砕けた後の津波, あるいは河川をさかのぼる津波は段波状になるといわれる。その有限波高段波の変形について考える。本文中の記号は図 3-3 に示す。

矩形断面水路の段波波速 c_s は次式で与えられる。

$$c_s = c_0 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad c_0 = \sqrt{gH_0} \quad (3-4)$$

波高 h であるようなステップ状理想段波は不安定モーメントが無限大であるから進行につれて必ず変形する。ところで波面曲率を考慮した長波の波速は近似的に次のように表現される。

$$c = c_0 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{\eta}{H_0} + \frac{H_0^2}{3\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-5)$$

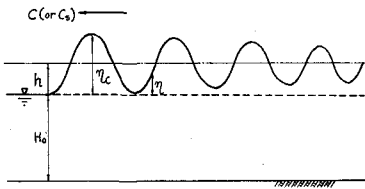


図 3-3 Definition sketch

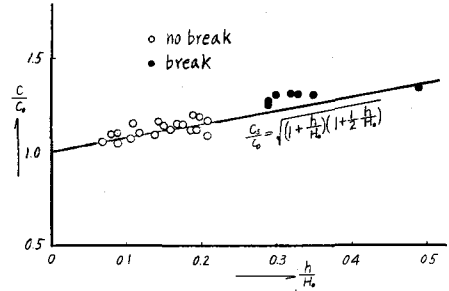


図 3-4 理想段波と分散波の波速の比較(室田)

段波波面に微小な擾乱凹凸が存在し, しかもその擾乱も段波波速と同じ速さで伝播するものとすれば, $\partial^2 \eta / \partial x^2 > 0$ すなわち上に凹の部分では η が減少し, $\partial^2 \eta / \partial x^2 < 0$ すなわち上に凸の部分では η が増加し, 理想段波の front でまず下の条件が現われて $\eta > 0$ となり, これが段波水平波面と接する位置で上の条件が満たされて $\eta < 0$ となり, その凹部が水平波面と接する位置で再び下の条件が満たされて水面がもり上り, ……

このような機構によって段波の分散が行なわれる。すなわち(3-5)式の曲率項が convection 効果を表わす。

実験によれば, こうして発生する分散波は(少くともその第1波については)その波速は段波波速, (3-4)式にほとんど等しいことが確認されている(図 3-4)。

(3-5)式と(3-4)式を等置し, 曲率に関し整理して次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{3}{2} \frac{\eta h}{H_0^3} \left\{ 3 \left(1 - \frac{\eta}{h} \right) + \frac{h}{H_0} \right\} \quad (3-6)$$

分散波の crest では $\partial^2 \eta / \partial x^2 < 0$ であるから上式より,

$$\eta_c/h > 1 + \frac{h}{3H_0} \quad \text{for crest} \quad (3-7)$$

分散波の trough では $\partial^2 \eta / \partial x^2 > 0$ であるから

$$\eta_t/h < 1 + \frac{h}{3H_0} \quad \text{for trough} \quad (3-8)$$

(ただし η_0 , η_t はおのおの静水面からはかった分散波の crest および trough までの高さとする。)

さらにこのように発生する分散波は solitary wave の砕波限界(あるいは Munk の砕波限界) :

$$(\eta_t/H_0)_{crit} = 0.731 \text{ or } 0.781$$

すなわち

$$\eta_t/h = 0.731 \text{ (or } 0.781) \frac{H_0}{h} \quad (3-9)$$

で碎けるので結局、分散波の crest は(3-7)式を等式化した直線と(3-9)式で与えられる双曲線で囲まれる範囲に存在し、分散波 trough は前者(3-7)式の直線の下側に存在し、その範囲内で分散波波高は任意に変動しうる。

図 3-5 はわれわれの行なった実験値の整理であるが上述の結果がよく実験値に一致しているのがわかる。

なお、古く Favre の実験、あるいは Keulegan の計算によって分散波第 1 波の波高 η_t は段波平均波高の 3/2 倍であるといったことが広く信じられているが、これは段波の分散過程が十分に進んで分散波が安定したときのみ成り立つのであって変形の遷移過程では図 3-5 に示す結果が正しくかつ一般的特性を示すものである。

さらに、 $h/H_0 < 1/4$ の段波においては生起分散波は碎けることなく安定分散波列 (cnoid 波) 状態に到達するが、 $h/H_0 > 1/4$ では分散第 1 波は進行につれて波高を増加して行き (3-9) 式の砕波限界で砕波した後安定状態に入っていくようである。

分散波の砕波位置については岸、あるいは室田の論文を参照されたい。

3-4. 海底摩擦による津波の減衰

前述の如く湾内での定常強制振動、あるいは進行性波動は浅海における波としての海底摩擦の影響を受けて減衰する。ところで津波はその周期が数分から 100 分に及ぶ長周期波動であるので、潮流のような時間単位の振動流と、風浪のように数秒程度の短周期振動流との中間に位置するため振動流特性をどのように評価するかが問題である。

ゆっくり振動する潮流の摩擦抵抗については Taylor³¹⁾ を始め Grace^{32), 33)}, Bowden and Fairbairn³⁴⁾, Lesser³⁵⁾, Charnock³⁶⁾, 等の研究があり、もっと短い周期の波に伴う振動流の抵抗則については Biesel³⁷⁾, Eaglison³⁸⁾, Grosch³⁹⁾ 等が層流境界層の近似で理論的に扱い、滑・粗面の層流から乱流境界層の遷移領域について Li⁴⁰⁾, Vincent⁴¹⁾, Collins⁴²⁾ の実験的研究があり、風浪程度の周期波振動流については岩垣の shear meter による実験^{43), 44)}, および現地海岸での実測資料⁴⁵⁾等がある。

ここでは梶浦⁴⁶⁾の乱流状態に対応する長波振動流の抵抗についての理論を紹介する。

運動方程式 :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (3-10)$$

$-g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \equiv \frac{\partial U}{\partial t}$ とおき、 $\bar{u} \equiv \frac{1}{h} \int_0^h u dz$ とすれば、上式は

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - U) = \frac{1}{\rho h} (\tau_s - \tau_B) \quad (3-11)$$

ただし τ_s , τ_B は水面、水底での shear で $\tau_s \equiv 0$ とする。

連続方程式 :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = -\frac{1}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (3-12)$$

と(3-11)式から

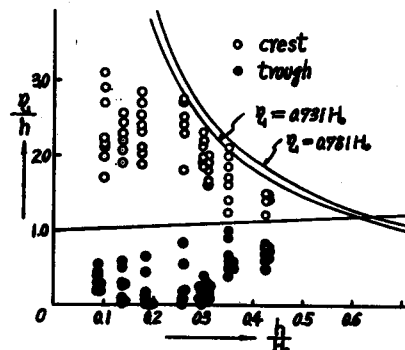


図 3-5 段波分散波の波高変動範囲 (室田)

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} - g h \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} = -\frac{1}{\rho h} \frac{\partial \tau_B}{\partial t} \quad (3-13)$$

$\tau_B/\rho = |u_*| u_*$ の定義において u_* が周期的でたとえば $u_* = \bar{u}_* \cos(\sigma t + \varepsilon)$ の如くであれば

$$\frac{\tau_B}{\rho} = \bar{u}_{*B} u_{*B}, \quad \text{ただし} \quad \bar{u}_{*B} = \frac{8}{3\pi} \bar{u}_{*B} \quad (3-14)$$

一方 τ を eddy viscosity K_z で表現し, $\tau = K_z \frac{\partial u}{\partial z}$ において,

$$K_z = \kappa \bar{u}_{*B} (z + z_0) \quad (\kappa = 0.4) \quad (3-15)$$

のように仮定すれば, $u_* = \tau / \bar{u}_{*B}$ とおいて,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa(z + z_0)} \quad (3-16)$$

(3-11)式と(3-16)式より ($u_* = R_e [u^* \cdot e^{i\sigma t}]$ とおいて)

$$\frac{\partial^2 u_*}{\partial z'^2} - i \frac{K^2}{z'} u_* = 0 \quad (3-17)$$

ただし, $K^2 = \sigma / \rho \kappa \bar{u}_{*B}$, $z' = z + z_0$

$z = h$ で $u_* = 0$ であるから(3-17)式の解は,

$$\frac{u_*}{u_{*B}} = \left(-\frac{y}{y_0} \right) \frac{Z_1(y e^{-i\pi/4}, C_h)}{Z_1(y_0 e^{-i\pi/4}, C_h)} \quad (3-18)$$

ただし, $y = 2K \sqrt{z'}$, $y_0 = 2K \sqrt{z_0}$, $y_h = 2K \sqrt{h + z_0}$ で C_h は次式から定められる。

$$Z_1(y_h \cdot e^{-i\pi/4}, C_h) = 0$$

ここに $Z_1(Y, C_h) = (a + ib) J_1(Y) + i N_1(Y)$

で $J_1(Y)$, $N_1(Y)$ はおのおの1次の Bessel および Neumann 関数とする。その性質から(3-18)式は

$$y_h \text{ が小さいとき, } \frac{u_*}{u_{*B}} = \frac{y_h^2 - y^2}{y_h^2 - y_0^2}$$

$$y_h \text{ が大きいとき, } \frac{u_*}{u_{*B}} = -i\pi \left(-\frac{y}{2} \right) e^{-i\pi/4} H_1^{(2)}(y e^{-i\pi/4})$$

一方, (3-16)式を y で表現し, それに(3-18)式を代入すれば鉛直方向速度分布式として次式をうる。

$$\frac{u}{u_{*B}} = \frac{1}{\kappa} \frac{Z_0(y_0 e^{-i\pi/4}, C_h) - Z_0(y e^{-i\pi/4}, C_h)}{\frac{y_0}{2} e^{-i\pi/4} \cdot Z_1(y_0 e^{-i\pi/4}, C_h)} \quad (3-19)$$

y が小さいときの前述の関係で近似すれば上式は

$$\frac{u}{u_{*B}} = \frac{1}{\kappa} \log \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)$$

の logarithmic law に帰着する。

$$\bar{u} = \frac{2}{y_h^2} \int_{y_0}^{y_h} u y dy \quad \text{を(3-19)式に代入すれば}$$

$$\frac{\bar{u}}{u_{*B}} = \alpha_1 + i\alpha_2 = A e^{i\theta} \quad (3-20)$$

ただし,

$$\alpha_1 = -\left(\frac{\pi}{\kappa} \right) \left\{ b + \frac{2}{\pi} \left(\gamma + \log \frac{y_0}{2} \right) \right\}$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\pi}{\kappa} \right) \left\{ a + \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(-\frac{2}{y_h} \right)^2 \right\}$$

$$y_h \text{ が小さければ} \quad A = -\frac{1}{\kappa} \left\{ 2 \log \left(\frac{y_h}{y_0} \right) - \frac{3}{2} \right\}, \quad \theta = 0 \quad (3-21)$$

$$y_h \text{ が大きければ } A = \left(\frac{\pi}{\kappa} \right) \left\{ \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \left(\gamma + \log \frac{y_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\}^{1/2} \quad (3-22)$$

$$\theta = \tan \left\{ -\frac{\pi}{4} / \gamma + \log \frac{y_0}{2} \right\}$$

friction factor: f は

$$\frac{\tau_R}{\rho} = f \tilde{u}_{*R} \cdot u_{*R} = f \left(-\frac{8}{3\pi} \right) \hat{\tilde{u}} \cdot \tilde{u} \quad (\text{ただし } \hat{\tilde{u}} \text{ は } \tilde{u} \text{ の振幅}) \quad (3-23)$$

で定義されるから(3-20)式より

$$f = A^{-2} e^{-1\theta} \quad (3-24)$$

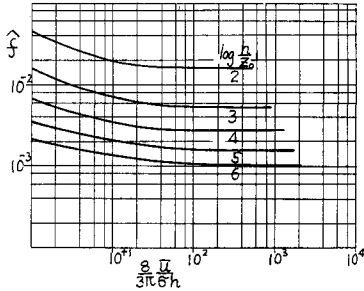


図 3-6 振動乱流の粗面抵抗係数
(梶浦)

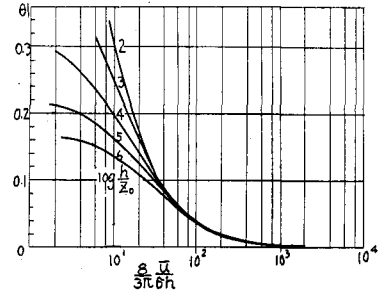


図 3-7 振動乱流の粗面抵抗係数
の位相角(梶浦)

(3-21)式を考慮すれば、 $y_h < 1$ であれば f はほとんど波の周期振幅に関係せず定常流としての扱いができるが、 $y_h > 3$ では(3-22)式の如く f が y_0 の関数となり波の特性が関係してくる。

f の振幅 $\tilde{f}$ と $(8/3\pi)\tilde{u}/\sigma h$ の関係を図 3-6 に、位相角 θ と $(8/3\pi)\tilde{u}/\sigma h$ の関係を図 3-7 に示す。

短周期浅海波の場合このようにして定められる f によって単位時間内に海底摩擦によって失われるエネルギー $-\tau u_0$ の一周期あたりの平均は次の如くである⁴⁷⁾。

$$\frac{1}{T} \int_0^T \tau u_0 dt = \frac{4}{3} \pi^2 T^3 \frac{\rho f H^3}{(\sinh 2\pi h/L)^3} \quad (3-25)$$

長波の場合の海底摩擦を考慮したときの波高低減については水工学シリーズ 64-05 波動論、第 2 章 3 節の岸博士の解を参照されたい。

参 考 文 献

- 1) Iida, K.; Magnitude and energy of earthquakes accompanied by tsunami energy, *Journal Earth Sci., Nagoya Univ.*, Vol. 6(2), 1958.
Ichie, T.; Tsunami waves, *The Port Engineer*, Jan. 1958.
Miyoshi, H.; The efficiency of tsunami, *Journal Oceanogr. Soc. Japan*, Vol. 10(1), May 1954.
- 2) Kajiura, K.; The leading wave of tsunami, *Bulletin Earthquake Res. Inst., Japan*, Vol. 41, June 1963.
- 3) Lamb, H.; *Hydrodynamics*, 1932 Edition, § 238 & 239.
- 4) Stoker, J. J.; *Water waves*, 1959, Chapt. 6.
- 5) Unoki, S. and Nakano, M.; On the Cauchy-Poisson waves caused by the eruption of a submarine volcano, Part I, *Oceanogr. Magazine (Japan)*, Vol. 4(4), 1953.
- 6) Eckert, C.; The approximate solution of one-dimensional wave equations, *Review of Modern Physics*, Vol. 20(1), April 1948.
- 7) Van Dorn, W. G.; Some characteristics of surface gravity waves in the sea produced by nuclear explosions, *Journal Geophys. Res.*, Vol. 66(11), Nov. 1961.
- 8) Jeffreys, H. and Jeffreys, B. S.; *Methods of mathematical physics*, 1956 Edition (Cambrdg. Press. Cambrdg.).
- 9) Lamb, H.; 前出 3) § 255.
- 10) Unoki, S. and Nakano, M.; On the Cauchy-Poisson waves caused by the eruption of a submarine volcano, Paper II, *Oceanogr. Mag.*, Vol. 5(1), 1953.
- 11) Kranzer, H. C. and Keller, J. B.; Water waves produced by explosions, *Journal App. Physics*, Vol. 30(3), Mar. 1959.
- 12) Ichiye, T.; On the theory of tsunami, *Oceanogr. Mag., Japan* Vol. 2(3), 1950.
- 13) Honda, H. and Nakamura, K.; The waves caused by one-dimensional deformation of the bottom of a shallow sea of uniform depth, *Sci. Report, Tohoku Univ.*, Vol. 3(3), Dec. 1951.
- 14) Ichiye, T.; A theory on the generation of tsunamis by an impulse at the sea bottom, *Journal Oceang Soc. Japan*, Vol. 14(2), June 1958.
- 15) Hendrickson, J. A.; Asymptotic solution to surface profile of tsunamis created by rectangular upthrust of sea bed at large distances from the sources, *The Nature of Tsunamis, Their Generation and Dispersions in Water of Finite Depth. NESCD Tech. Report No. SN 57-2, Appendix II*, Aug. 1962.
- 16) Takahasi, R.; On the spectra and the mechanism of generation of tsunamis, *Proc. Tsunami Hydrodynamics Conf., Univ. Hawaii*, Aug. 1961.
- 17) Kajiura, K.; 前出 2)
- 18) Takahasi, R.; Presentation by him on the Conf. Tsunami Runup Seminar (Sapporo, Japan) April. 1965.
- 19) 梶浦欣二郎; 湾水振動におよぼす防波堤の効果, *地震研究所彙報*, 第41号, 昭38.
- 20) Carr, J. H.; Long-period waves or surges in harbors, *Proc. ASCE*, Vol. 78, Sep. No. 123, April 1952.
- 21) Le Méhauté, B.; Theory of wave agitation in a harbor, *Proc. ASCE*, Vol. 87. No. HY 2, March 1961.
- 22) Miles, J. W. and Munk, W.; Harbor paradox, *Proc. ASCE*, Vol. 87, No. WW 3, Aug. 1961.

- 23) McNown, J. S.; Gravity waves symposium; Waves and seiche in idealized ports, Circular 521, Natl. Bureau Stnds., 1952.
- 24) Murota, A.; The model study on the validity of the large break-waters in the Osaka Bay against storm surges, Tech. Report Osaka Univ., Vol. 13, No. 555, 1963.
- 25) 杉本修一; 半円形湾内の副振動について, 第20回土木学会年次学術講演会講演概要, 昭40.
- 26) Defant, A.; Physical Oceanography, Vol. 2, 1961.
- 27) Raichlen, F. and Ippen, A. T.; Wave induced oscillations in harbors, Proc. ASCE, Vol. 91, No. HY 2, March 1965.
- 28) Kato, Y., Suzuki, Z., Nakamura, K., Takagi, A., Emura, K., Ito, M., and Ishida, H.; The Chile tsunami of May 24, 1960 observed along the Sanriku Coast, Japan, Report on the Chile Tsunami, Field Invstg. Committee for Chile Tsunami, Dec. 1961.
- 29) Le Méhauté, B; 前出 21)
- 30) 室田 明; 段波の遷移過程に関する実験的研究, 第9回水理講演会講演集, 昭40
- 31) Taylor, G. I.; Tidal friction in the Irish Sea, Phil. Trans. Roy. Soc., A. 220, 1918.
- 32) Grace, S. F.; Friction in the tidal currents of the Bristol channel, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. Geophys. Suppl., Vol. 3, 1936.
- 33) Grace, S. F.; Friction in the tidal currents of the English channel, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. Geophys. Suppl., Vol. 4, 1937.
- 34) Bowden, K. F., and Fairbairn, N. A.; A determination of the frictional forces in a tidal current, Proc. Roy. Soc. London, A. 214, 1952.
- 35) Lesser, R. M.; Some observations of the velocity profile near the sea floor, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 32, 1951.
- 36) Charnock, H.; Tidal friction from currents near the sea bed, Geophys. Journal, Roy. Astr. Soc, Vol., 2, 1959.
- 37) Biesel, F.; Calcul de l'amortissement d'une houle dans un liquide visqueux de profondeur finie, La Houille Blanche, Sept-Oct., 1949.
- 38) Eaglson, P. S.; Laminar damping of oscillatory waves, Journal Hyd. Div., ASCE, Vol. 88, 1962.
- 39) Grosch, C. E.; Laminar boundary layer under a wave, Phys. Fluids, Vol. 5, 1962.
- 40) Li, H.; Stability of oscillatory laminar flow along a wall, Tech. Memo. No. 47, Beach Erosion Board, Corps of Eng., U. S. Army, 1954.
- 41) Vincent, G. E.; Contribution to the study of sediment transport on a horizontal bed due to wave action, Proc. Conf. Coastal Eng., 6th, Univ. Florida, 1957.
- 42) Collins, J. I.; Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves, Journal Geophy. Res., Vol. 68, 1963.
- 43) 土屋義人・井上雅夫; 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(1), 第8回海岸工学講演会講演集, 昭36.
- 44) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行; 同上(2), 底面摩擦力の測定について, 第11回海岸工学講演会講演集, 昭39.
- 45) 岩垣雄一・柿沼忠男; 秋田海岸の海底摩擦係数について, 第9回海岸工学講演会講演集, 昭37.
- 46) Kajiura, K.; On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. of the Earthquake Res. Inst., Vol. 42, 1964.
- 47) Putnam, J. A. and Johnson, J. W.; The dissipation of wave energy by bottom friction, Tran. ASCE, Vol. 30, No. 1, 1949.