

波浪の推定に関する最近の研究

ま え が き

前回(1964年)の水工学シリーズ 64-06 において筆者は波浪予知論(風波の発達に関する諸研究について)と題して、風波の発生とその機構に関する研究の最近までの発達の段階を述べたので、本篇ではそれに引続いて、その後の研究の進歩と実際の応用について述べたいと思う。前回の論文をここで文献〔I〕として引用することとする。

文献〔I〕の第1章においては、風波の発生機構に関する理論的な研究の結果として Miles の Interaction theory において、波の発生を支配する最も重要な要素が、風速の鉛直分布であることが明らかにされ、また、Phillips の Resonance theory が、風速よりも大きな波速をもった波の発生の機構を示唆するものであり、さらに波の砕けによって支配されるスペクトルの平衡領域においては、波の frequency spectrum に ω^{-5} 法則が成立することが明らかにされたことを述べた。また、第2章においては、このような理論的な研究と並行な形で発展してきた実際的な研究による風と波の関係を述べた。

これらの理論的研究と実際的な研究は、現段階ではほとんど並行して進んできたといつてよく、理論的な研究結果が直ちに実際的な研究の基礎となって新たな段階に入り、あるいは実際的な研究が理論的研究のための直接的な基礎資料を提供するといった強い相互関係は余り見られなかったといつてよいように思われる。この結果、実際的な研究の成果として得られた種々の経験的な方法は、実際問題に適用する場合にいずれが最も信頼できる答であるか判定できないことが多い。

このような理論的と実際的な研究の間の関係の欠除は、信頼できる風と波の実測資料の不足にあるといえるのであって、1961年米国の Easton, Maryland における Conference on Ocean Wave Spectra (この報告は1963年出版されている)の“今後の研究方針”に関する Panel Discussion でも第一の結論として総合的な観測の展開が要望されたことから明らかである。このような実測資料の不足は単に量の豊富さや精度の向上のみで満たされるものではなく、質的方面においても充実されねばならないことが、Miles の理論において明示されたのであって、風速の鉛直分布に関する資料が新たに大きな要素としてつけ加えられるべきことが要請されるようになったのである。このような考察のもとに実測結果の理論的な取扱いが新たに進められて、数多く提出されている実際的な研究の成果が新たに理論的な考察の下に再検討を加えられ始めたのが現在の段階であろうと考えられる。従来の実際的な研究における最も大きな欠陥はこうした質的に満足された実測資料を欠いたことであって、あたかも1947年の Sverdrup-Munk 理論が提出されるまでは、有義波なるものにより不規則波を代表させることを知らず、また風速と風域の長さ、あるいは風の継続時間が波に対する支配的要素であることを、ややもすると見落した初期の研究者達が明確な判定に苦しんだ様子と著るしく似ているといえよう。

現在では英国の Tucker による ship-borne wave meter により、海底の影響をうけない海洋の波の正確な波形とスペクトルを得ることができるようになり、同時に風速分布についても同様の精度によって測定がなされるようになってきているので、これらの資料に基づいた理論的研究と実際的な研究が相互に関連しつつ展開される状態に近づいており、新たな進展が期待される段階に入っている。

ここではこのような観点から注目される Kitaigorodskii の相似の仮定に基づく研究とそれによる Pierson の新らしく提案された Spectrum について簡単に紹介することにする。

なお、今一つ注目すべき点は、波浪予知の routine work としての電子計算機による波浪の計算である。これは波浪予知の理論的な方法を本質的に進展させるものではないが、工学的には最も注目すべき事柄であつて、特に現段階では港湾や海岸の波浪の問題について統計的に信頼できる計画波の選定に対して不可欠の方法を提供するものと思われるし、将来は気象予報とともにこの種の方法によって波浪の予報もなされる時代が来るものと思われる。

1. Kitaigorodskii (1961, 1962, 1963) の研究

Phillips (1958) は, [I] にも簡単に述べたように, 砕波条件が支配的である比較的 frequency の大きいスペクトルの領域 (equilibrium range) でのスペクトル密度が ω^{-5} の形を示すことを次元考察によって導いたが, Kitaigorodskii は一点における海面の frequency spectrum は海面状況を, 風速が十分に長い時間一定の状態が続いたときに風の継続時間には depend しないで, 風上側の距離にのみ depend する steady の状態にあるとき, 風上側からの距離が十分に長くて風の継続時間のみに depend する non-steady の状態にあるときに分けると, frequency spectrum を決定する factor としては, wind field の効果をその表面摩擦力をあらわす friction velocity u_+ ($=\sqrt{\tau/\rho_a}$, ρ_a は空気密度, τ は風による表面の摩擦力) により示し, 考える点の風上側からの距離を x とし, 重力の加速度を g とすれば, 風速分布を示す表面粗度 z_0 は frequency spectrum から決められることになるとし, steady state に対しては, frequency spectrum の支配的な部分の形 $S(\omega)$ は ω, g, u_+ , および x のみの関数として与えられるとした。すなわち,

$$S(\omega) = F(\omega, g, u_+, x) \quad (1)$$

したがって次元的考察から次式の関係が仮定される。

$$S(\omega) = g^2 \omega^{-5} \bar{F}_1 \left(\frac{u_+ \omega}{g}, \frac{gx}{u_+^2} \right) \quad (2)$$

上式で $\bar{F}_1$ は2つの無次元量すなわち無次元の frequency $\bar{\omega} = u_+ \omega / g$ と無次元の fetch $\bar{x} = gx / u_+^2$ の無次元の universal function であり, $S(\omega)/g^2 \omega^{-5}$ は無次元の frequency spectrum である。(2) 式からの $S(\omega)$ 特定の点, 例えば $S(\omega)$ の optimum frequency ω_{max} は, これを無次元化すると, 矢張り無次元 fetch のみの関数であり,

$$\frac{u_+ \omega_{max}}{g} = \bar{F}_2 \left(\frac{gx}{u_+^2} \right) \quad (3)$$

となり, 同様にして平均波高 $\bar{H}$, 平均周期 $\bar{T}$ 等も無次元化すると, ともに次のように表わされることになる。

$$\frac{g\bar{H}}{u_+^2} = \bar{F}_3 \left(\frac{gx}{u_+^2} \right), \quad \frac{g\bar{T}}{u_+} = \bar{F}_4 \left(\frac{gx}{u_+^2} \right) \quad (4)$$

すなわち spectrum の支配的な部分は(2)式により示されるような相似式が成立すると考えるものである。

このような考え方は既に Sverdrup-Munk (1947) が海面状況を海面上 8~10 m の平均風速 U による有義波に関する無次元波高と周期 $gH_{1/3}/U^2$, $gT_{1/3}/2\pi U$ と無次元 fetch gF/U^2 によって表わしたのと類似であり, また Charnock (1958) は風の作用をさらに直接的に摩擦速度 u_+ であらわし, 海面状況を有義波高 $H_{1/3}$, または equivalent wave height (実測波形と同等のエネルギーをもつ単一正弦波の波高) H_e であらわし, Burling (1955), Darbyshire (1952, 1955, 1956) および Neumann (1953) の実測波高について, $gH/u_+^2 = f(gF/u_+^2)$ の universal な関係を示唆したことと類似である。Charnock によれば, 図-1 のように short fetch の場合に, $H_{1/3}(\text{cm}) \propto u_+ F^{1/2}/g^{1/2}(\text{cm})$ (Burling), large fetch の場合に 図-2 のように $H_e(\text{feet}) = 47u_+^2/g$ (Darbyshire), または 図-3 のような, $H_{1/3}(m) = 107u_+^2/g$ (Neumann) の関係が見ら

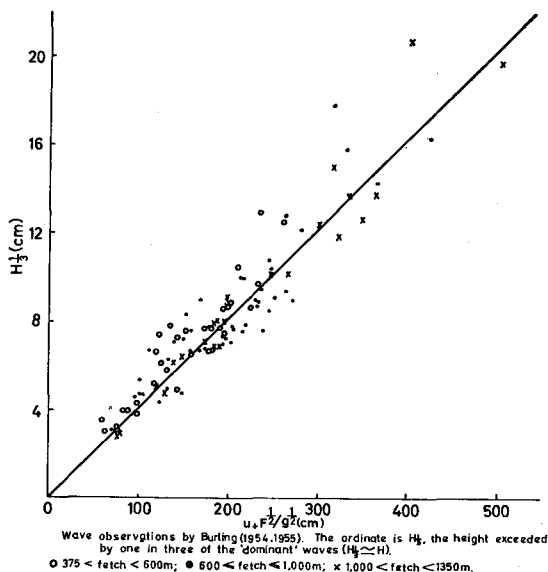
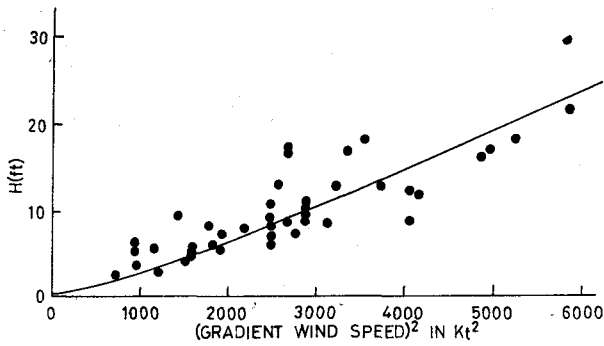
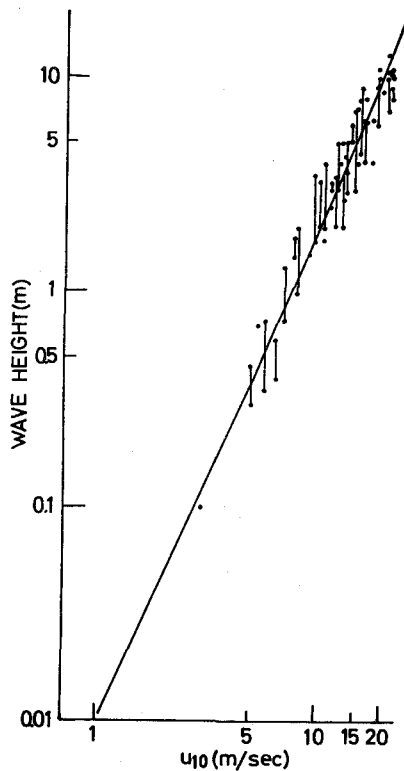


図-1



Wave observations reported by Darbyshire (1955). The line indicated is $H = 47 u_*^2 / g$, drawn on the assumption that the gradient windspeed is $3/2$ times that at 10m.

図 - 2



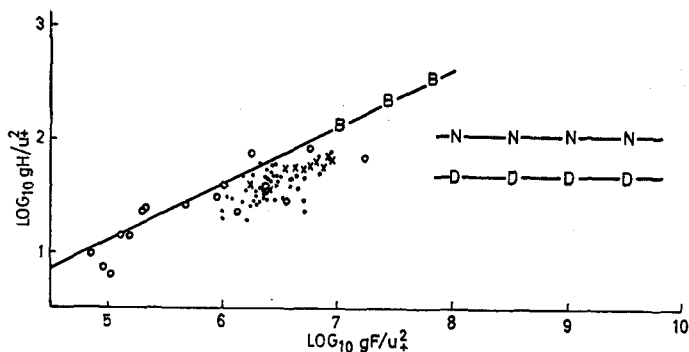
Wave observations reported by Neumann (1953). The ordinate is approximately the 'significant' waveheight, H_s . $H_s \approx 1.35H$. The line drawn is $H = 107 u_*^2 / g$.

図 - 3

れ、これらをまとめると図-4のように gH/u_*^2 と gF/u_*^2 の間に、S-M-B の与えた $gH_{1/3}/U^2$ と gF/U^2 の関係に類似の簡単な関係が示唆され、少なくとも fetch の大きい場合には、

$$\frac{gH}{u_*^2} = \text{const.} \quad (5)$$

の関係が得られることを示している (この結果によると (5) 式の const. は Darbyshire によるものでは 47, Neumann では 107 となり、少なくともいずれか一方の値が系統的な誤差によるものであることが推論されてい



Wave observations reported by Darbyshire (1956). • L. Neagh boat observations, • L. Neagh fixed recorder observations, x Irish Sea observations. The lines indicated are based on the observations of Neumann — N — N — and Darbyshire — D — D — at large fetch and on the observations of Burling — B — B — at short fetch.

図 - 4

る)。この Charnock の考察は Kitaigorodskii の考え方の 1 つの基礎を与えることになろう。

(2) 式の特別な場合として十分に発達した波については

$$S(\omega) = g^2 \omega^{-5} \bar{F}_5 \left(\frac{u_+ \omega}{g} \right) \quad (2)'$$

および

$$\frac{\omega_{max} u_+}{g} = C_1 \quad (3)', \quad \frac{g \bar{H}}{u_+^2} = C_2, \quad \frac{g \bar{T}}{u_+} = C_3 \quad (4)'$$

が予想される。

このような関係を実測により確かめるために摩擦速度 u_+ として, Charnock-Ellison (1956) による neutral, または near-neutral condition における海面での風速分布を表わす式

$$\frac{u}{u_+} = \frac{1}{K} \log \frac{gz}{u_+^2} + 11.0 \quad (6)$$

$$(U = 1 \text{ m/s} \sim 20 \text{ m/s})$$

を用いることにすれば, Burling (1959) のスペクトルの実測値を例として (2) 式の関係を plot すると 図 - 5 のように, $u_+ \omega / g$ のある値を境界として, それ以上の部分ではすべての実測値は Phillips (1958) の示した

$$S(\omega) = \text{const.} g^2 \omega^{-5} \quad (7)$$

の關係に収束していき, const. (無次元) $\approx 6.5 \times 10^{-3}$ が得られ, また $u_+ \omega / g$ の小さい値の部分では, gx/u_+^2

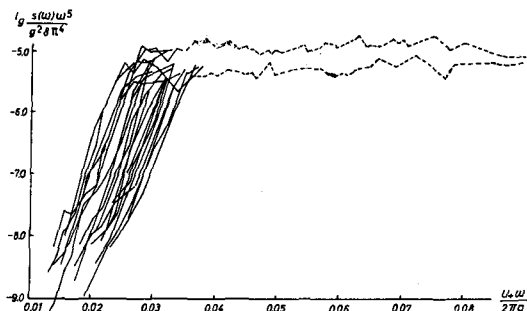


図 - 5 (2)式により表わした波のスペクトル

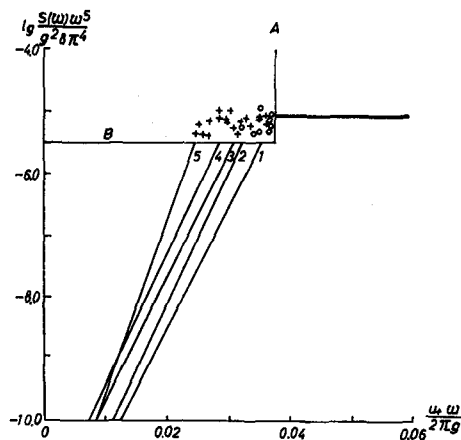


図 - 6 図-5を平均化したスペクトル

によって、曲線は半対数紙上ではかなり規則正しくほぼ直線で配置されているのがわかる。これを gx/u_+^2 の値によって区分して平均的にわかり易く示すと図-6 になる。また、スペクトルの optimum frequency ω_{max} について $u_+\omega_{max}/g$ と gx/u_+^2 の関係は図-7 に示すように明瞭であって、(3)式の関係が示唆される。このような結果から(2)式で仮定された関係は正しいものと考えられ、(2)式の関数形 $\bar{F}$ の形は low frequency の部分では近似的には

$$\log \frac{S(\omega)\omega^5}{g^2} = a + b \frac{u_+\omega}{g} \tag{8}$$

で表わされ、 a および b は無次元の係数で gx/u_+^2 の関数として与えられることが推定された。

Kitaigorodskii は a および b として概略表-1のような値を示している。この(8)式の形は第一近似として推定されるもので、後に示すように non-steady の場合には a と b は無次元吹送時間 $\bar{t} = gt/u_+$ の関数と考えられ、また詳細には図-13のような形を取る。そして1つの問題として(8)式から(7)式への接続点の形が正しく求められねばならないということが残る。

表-1 図-6 の スペクトルの 区分

番 号	スペクトル の 数	各区分内のスペクトルの (gx/u_+^2) $\times 10^{-3}$ の 値	(gx/u_+^2) $\times 10^{-3}$ の 平 均 値	a と b の 値	
				a	b
1	5	21, 22, 24, 27, 27	24	9.51	31
2	6	34, 34, 37, 38, 44, 47	38	9.48	34
3	5	52, 52, 55, 56, 57	54	8.68	31
4	4	62, 63, 64, 69	64	8.59	33
5	3	90, 94, 113	99	9.62	46

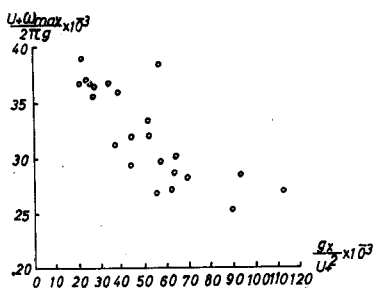


図-7 無次元化した optimum frequency と fetch の関係

Kitaigorodskii はさらにこのような相似の関係を確かめるために(1)式を次元解析により

$$\bar{S}(f) = \bar{F}_1(\bar{f}, \bar{x}) \quad (\omega = 2\pi f) \tag{9}$$

$$\bar{S}(f) = S(f) \frac{g^3}{u_+^5}, \quad \bar{f} = \frac{u_+ f}{g}, \quad \bar{x} = \frac{gx}{u_+^2} \tag{10}$$

として表わし、このように normalize されたスペクトル $\bar{S}(f)$ は無次元の frequency $\bar{f}$, fetch $\bar{x}$ と無次元の関数関係 $\bar{F}_1$ で結ばれることを Burling(1959) の data と別に実際の海洋における data で調べた。

その結果は図-8 および図-9 に示すようで、前の図-6, 7 とほぼ同様で low frequency の領域での $\bar{x}$ によるスペクトル線の変移と optimum frequency $f_{max}u_+/g$ と $\bar{x}$ の関係がわかり、

$$\bar{f}_{max} = \frac{u_+ f_{max}}{g} = \bar{F}_2(\bar{x}) \tag{11}$$

の関係が再び認められる。

物理的には、(8)式の形から(2)式の形へ移行する $u_+\omega/g$ の値の変化、あるいはそれと gx/u_+^2 の関係、さらには(1)式の関係で表わされる以上の high frequency の領域から(1)または(2)式への移行の機構が興味があるが、実用上は海面の支配的な様相は(2)式の形で表わされる領域であるから、(8)式の正しい形、および上述の steady state の状態と gt/u_+ の支配する non-steady state の状態との関連が最も問題となるところである。

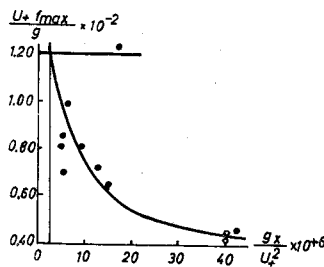


図-8 optimum frequency と fetch の関係

そこで Kitaigorodskii は 1つの方法として Pierson (1959) の示した、風速が時間とともに増大していく storm による海洋上のスペクトルの変化を調べた。この場合は海面状況は風の継続時間のみに関係する non-steady の状態にあると考えられ、(9)式の代わりに

$$\bar{S}(f) = \bar{F}_3(\bar{f}, \bar{t}) \quad \left(\bar{t} = \frac{gt}{u_*} \right) \quad (12)$$

とすることができる。Pierson のスペクトルの中で、風速が時間的に一定な部分に属する代表的な 7 個について平均すると、その gt/u_* の平均値は、 0.34×10^6 であり（この場合の t は Pierson の計算した変動する風速に対する等価換算吸送時間である）、 $u_* f_{max}/g = 0.012$ となっている。そこで図-8 から $u_* f_{max}/g = 0.012$ に対応する gx/u_*^2 を求め

ると 2.6×10^6 となり、したがってこの場合 effective な無次元 duration として $gt/u_*^2 = 2.6 \times 10^6$ が得られたこととなる。すなわち $u_* f_{max}/g$ を媒介として effective fetch と effective duration の関係が一応求められるわけである。これから、steady state の波と non-steady state の波との対応性は上の関係から $x \approx 8u_* t$ となり、Phillips (1958) の与えたスペクトルの component wave における effective fetch x と effective duration t の関係、 $x = (1/2)C(K) \cdot t$ （ここで $C(K)$ とは wave number K をもつ成分波の phase velocity）と、 $u_* \approx U/18$ （ U は図-8 および 9 に用いた data の観測値で、この場合は水面上 13m での値である）の関係から $C(K) \sim 0.9U$ となり、steady state と non-steady state の対応は、水面の風速と近似した phase velocity をもつスペクトルの成分波によって与えられることが示唆される。

このようにして steady state に対するスペクトルと non-steady state に対するスペクトルの対応は optimum frequency を介して求められることになるが、実際には風速は時間的にも場所的にも変化するものであるから、それに対する $\bar{x}$ 、あるいは $\bar{t}$ を観測値から直接求めることが先ず問題となる。そこでスペクトルの area すなわち波の total energy D を

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = 4\pi \int_0^{\infty} S(f) df \quad (13)$$

として、これを一定風速に対して normalize した

$$\bar{D} = \frac{g^2 D}{u_*^4} \quad (14)$$

を考えると、steady state の波に対しては

$$\bar{S}(f) = \bar{F}_1(\bar{f}, \bar{x}) \quad (15)$$

$$\bar{D} = \bar{F}_2(\bar{x}) \quad (16)$$

non-steady state の波に対しては

$$\bar{S}(f) = \bar{F}_3(\bar{f}, \bar{t}) \quad (17)$$

$$\bar{D} = \bar{F}_4(\bar{t}) \quad (18)$$

なる関係で表わされるはずである。ここで $\bar{S}(f)$ 、 $\bar{x}$ 、 $\bar{t}$ 、 $\bar{f}$ は(10)、(12)式で示された一定風速の場合に対して normalize された量である。一定風速の風が吹送する場合には、 $\bar{x}$ 、 $\bar{t}$ は明らかであるから問題はないが、実際の場合は既述のように風速が変わるのでそれに対する $\bar{x}$ 、 $\bar{t}$ はいかに見積られるかを考える。もし(16)、(18)式における F_2 または F_4 の関数形が予め与えられていれば、 $\bar{D}$ を知ることにより、 $\bar{x}$ 、または $\bar{t}$ は容易に求められ、これに対する $\bar{S}(f)$ の形も求められることになる（ $\bar{F}_1$ 、 $\bar{F}_3$ が既知の場合）。しかしここでは $\bar{F}_2$ 、 $\bar{F}_4$ は未知である。この関係を実測から求めるためには、次のように考えることができる。すなわち風域内の考える点での風速の時間的变化を図-10のように step function でおきかえ、この中の風速一定の部分に属するスペクトル

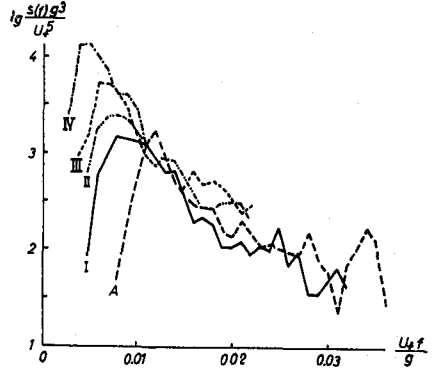


図-9 (10)式により無次元したスペクトル

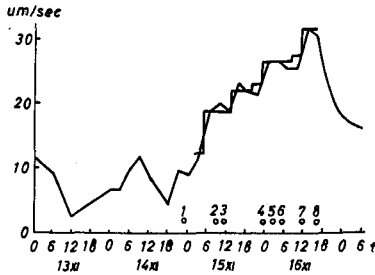


図-10 Pierson (1959)がスペクトルを求めたときの風速の変化

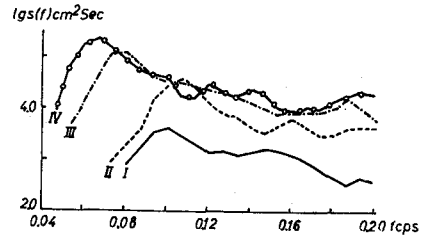


図-11 Pierson (1959) のスペクトルを風速別に平均したスペクトル

を normalize し、また $\bar{D}$ を計算することができる。こうして normalize したスペクトルを図-11、表-2に示すと、これらは low frequency の部分で少しずつずれており、その配列は $\bar{D}$ の大きさによって決まっていることがわかる。

表-2 Pierson (1959) のスペクトルを平均した data

番 号	スペクトルの番号	風速 u (m/sec)	D (m^2)	$u_+ = \frac{u}{18}$ (m/sec)	$\bar{D} = \frac{g^2 D}{u_+^4}$
I	1	9.3	0.23	0.52	303
II	2, 3	19.0	1.39	1.06	107
III	4~6	26.8	5.10	1.49	100
IV	7, 8	31.9	9.22	1.77	91

すなわちこのようにして風速が変動する場合にもスペクトルを normalize し、また $\bar{D}$ を計算することによって(16)または(18)式から、 $\bar{x}$ 、 $\bar{t}$ が決まるから、予め風速が一定の場合について(16) および(18)式を作っておくと風速が変わるときに対する $\bar{x}$ や $\bar{t}$ が簡単に求まることになる。

このようにすれば steady state と non-steady state に対する effective な fetch $\bar{x}$ と duration $\bar{t}$ が求められることになるはずであるが、スペクトルの形については等しい $\bar{D}$ を与える両者の場合の形が一致するか否かは不明であり、実際に steady state の場合と、non-steady state の場合のスペクトルを示す図-12から見ると、ほぼ等しい $\bar{D}$ を与えるスペクトルでも steady のスペクトルにおいては non-steady のスペクトルに比べて、low frequency の部分が flat になっている(これは一般に storm wave の発達における $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ の時間的変化を見ると、 $H_{1/3}$ の peak の後にも $T_{1/3}$ の増加が続くことに対応していると考えられる)。このように同一の $\bar{D}$ を持つ場合でも steady state スペクトルは、 $\bar{S}(f) = \bar{F}_1(\bar{f}, \bar{x})$ で与えられ、他方 non-steady state のスペクトルは、 $\bar{S}(f) = \bar{F}_2(\bar{f}, \bar{t})$ で与えられ、 $x = (1/2)C(K)t$ の関係を無次元化した $\bar{t} = 4\pi\bar{f}\bar{x}$ によって $\bar{F}_1(\bar{f}, \bar{x}) = \bar{F}_2(\bar{f}, \bar{t})$ の関係が満足されることとなり、したがって図-12におけるほぼ等しい $\bar{D}$ をもつ2種のスペクトルが1点 $\bar{f}_{int.}$ において交わることとなる。

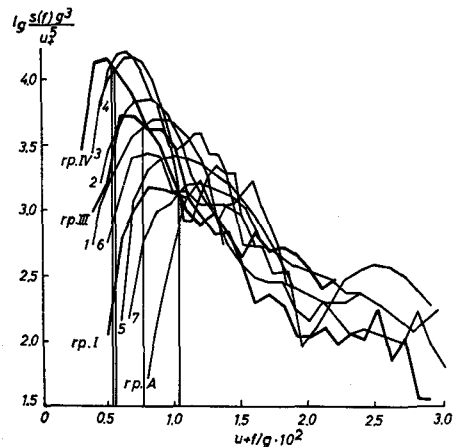


図-12 steady と non-steady の場合のスペクトル

このようにして steady state のスペクトルに対して $\bar{x}$ を知ると、 $\bar{t} = 4\pi\bar{f}_{int.} \bar{x}$ の関係と、 $\bar{f}_{int.}$ を用いて

変動する風速に対するスペクトルの $\bar{f}$ を決めることができ、原理的には steady wave のスペクトルから non-steady wave のスペクトルを見出すこともでき、種々の発達段階における風波の normalize spectra を求めることができることになる。図-13はその例であり、 $\bar{x}$ が増加していくとスペクトルの形は縮まった形になっていき、スペクトルの peak は lower freq. の方に移動していき、またその steep forward face は lower freq. の方に移動し、そのエネルギー密度も増加していくというような風の作用の下での波の発生に関する現在の物理的な機構と一致した形を示し、少なくとも海面波形の支配的なスペクトルの部分の形は、上述のような相似の考え方が適用されることが考えられる。

以上のように海面の波のスペクトルの主要な部分が normalize された fetch と duration の無次元関数として普遍的に表わされるということから、実測値による正しいスペクトルの形への接近の可能性が著しく増大し、理論的な考察との結びつきが明らかにされてきたことは、理論的と実際の研究の関連性を強め、相互の発展に寄与するところが期待されることになる。

2. Pierson のスペクトル

Moskowitz (1964) は1955年4月から1960年3月までの5年間の北大西洋での Weather Explover 号および Weather Reporter 号の ship-borne wave meter による波の記録 460個のスペクトル分析を行ない、これから風速も風向もほとんど一定で、かつ swell が入らないものを気象図と分析したスペクトルから調べ、一定風速と風向の条件の下で fully developed state となったと考えられる波について、風速 20, 25, 30, 35 および 40ノットの各段階に分けてスペクトルの標準形を求めた。この結果から海面上の高さ 19.5m での風速 U (ノット) に対して fully developed state での波の有義波高 $H_{1/3}$ (feet) は次の関係にあることを見出した。

$$H_{1/3} = 0.0182U^2 \quad (19)$$

Pierson & Moskowitz (1964) は Moskowitz の data を用い前述の Kitaigorodskii の研究により明らかにされた、風速の energy spectrum における equilibrium range 以下の frequency range の形が4つの変数 f (frequency), g (重力), u_* (摩擦速度), x (fetch) の関数で決まり、これらの変数によって normalize されたスペクトルの形は fully developed state の波に対しては一定の形を取るべきことを確認し、その場合に対する最も信頼できると考えられるスペクトルの形を提案した。Moskowitz の風速の data はすべて海面上 19.5m の観測値であるため、 u_* の代りにこの高さでの風速 U を用いたスペクトル $S(f)$ を normalize して

$$\bar{S}(f) = \frac{g^3 S(f)}{U^6} = F' \left(\frac{Uf}{g} \right) \quad (20)$$

とおくことができると仮定した。かくして 20, 25, 30, 40ノットの各階級の風速値に対応する無次元の optimum frequency $Uf_{max}/g = 0.140$ をえ、これを一定値として観測されたスペクトルに最も良く適合する A および B_4 の constant values を決めた。(21)式は Kitaigorodskii や Phillips により無次元スペクトルが $\bar{f}$ の大きな値に対しては $\bar{f}^{-5}$ に漸近することから分母に f^{-5} を含むべきことから仮定したもので、分子の形は Roll-Fischer や Bretschneider 等により提案されたスペクトルの形から類推により仮定したもので、理論的な根拠はない。このようにして得られた fully developed sea に対するスペクトルは

$$S(\omega)d\omega = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \cdot \exp \left[-\beta \left(\frac{g}{U_{19.5}\omega} \right)^4 \right] d\omega \quad (22)$$

で、 $\omega = 2\pi f$, $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$, $\beta = 0.74$, $U_{19.5}$ は 19.5m の高さでの風速である。 α , β はともに無次元の常数

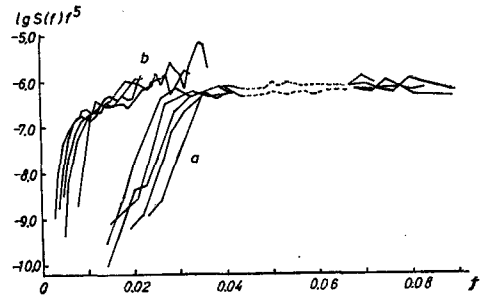


図-13 steady state でのスペクトル
a の group は $\bar{x} = 2.0 \times 10^4 \sim 1.0 \times 10^5$
b の group は $\bar{x} = 3.0 \times 10^6 \sim 4.0 \times 10^7$

である。Bretschneider のスペクトルでは、 U を海面上約 8~10m の高さの風速とすると、 $\alpha = 7.37 \times 10^{-3}$ 、 $\beta = 0.0467$ となっている。(22)式を $w=0 \sim \infty$ について積分し、その平方根の2.83倍を取ることにより、

$$H_{1/3} = 2.14 \times 10^{-2} U_{19.5} \quad (23)$$

の関係が得られ、また

$$\omega_{max} = 0.877g/U_{19.5}, \quad \tau_{ave} = 0.81(2\pi U_{19.5}/g) \quad (24)$$

が得られる。ただし $H_{1/3}$ は meter, $U_{19.5}$ は m/s の単位である。かくして十分に発達した波においては波高は風速 $U_{19.5}$ の平方に比例するという結果が得られる。

従来より知られている Neumann スペクトルにおいては、 $H_{1/3}$ は風速の2.5乗に比例することになり、

$$H_{1/3}(m) = 0.71 \times 10^{-5} U^{2.5}(cm/sec) \quad (25)$$

このように波高が風速の2以上の power に比例する傾向は Pierson (1964) によると次のように解釈される。neutral または near-neutral の状態での海面上の風速分布は、(6) 式の形で表わされる。そこで水面上 10m の高さでの風の抵抗係数 C_{10} と風速 U_{10} によって摩擦係数 τ は $\tau = C_{10}\rho U_{10}^2$ で表わされ、摩擦速度 $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$ であるから、海面から z の高さでの風速 U_z と U_{10} との関係は

$$U_z - U_{10} = \frac{\sqrt{C_{10}} \cdot U_{10}}{K} \cdot \log_e \frac{z}{10} \quad (26)$$

または、

$$U_z = U_{10} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{C_{10}}}{K} \log_e \frac{z}{10} \right\} \quad (26)'$$

で表わされる。

しかるに Deacon & Webb (1962) あるいは Sheppard (1958) によると C_{10} は U_{10} の増加関数として表わされ、例えば、Sheppard によると、

$$C_{10} = (0.80 + 0.114U_{10}) \cdot 10^{-3} \quad (27)$$

である。(27)式を(26)'式に代入して $z = 19.5m$ とおくと、 $U_{19.5}$ と U_{10} の関係が求められ、図-14 のようになる。また、(23)式に(26)'式、(27)式を代入すると

$$H_{1/3} = 2.14 \times 10^{-2} \cdot U_{10}^2 \{ 1 + 1.669 (0.80 + 0.114U_{10})^{1/2} \cdot 10^{-3/2} \}^2$$

となり、水面上 10m の高さにおける風速と $H_{1/3}$ の関係は明らかに U_{10}^2 よりも強い関係にあることがわかる。

図-15 は (27) 式と類似の方法で (23) 式による水面上 5, 7.5, 10, 15, 19.5, 25m の高さでの風速と $H_{1/3}$ の関係を示したもので風速の高さによる変化が波高に影響するところがかかなり大きいことがわかる。図-16 は Neumann の式 (25) の関係と、Sverdrup-Munk による

$$H_{1/3}(m) = \frac{0.26}{g} \cdot U^2(m/s) \quad (28)$$

の関係を示している。Neumann の式では風速はほぼ水面上 7.5m のものである。proposed として示したものは、水面上 7.5m および 19.5m での風速による波高を示したものである。

以上のような考察によると従来提出された風速と波高の種々の関係に対する解釈は、neutral condition における風速の分布と、(27)式のような風速による drag coefficient の増加を仮定するとかなりの程度明らかにされるものであり、

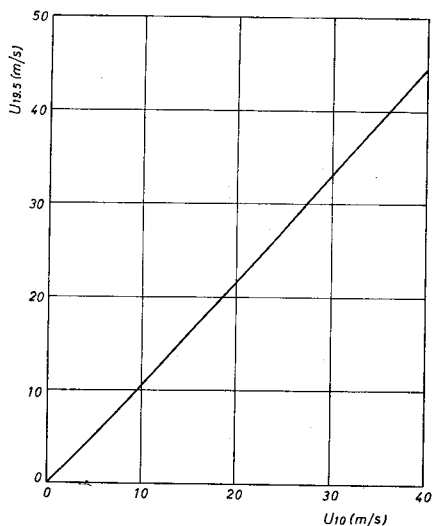


図-14 $U_{19.5}(m/s)$ と $U_{10}(m/s)$ の関係

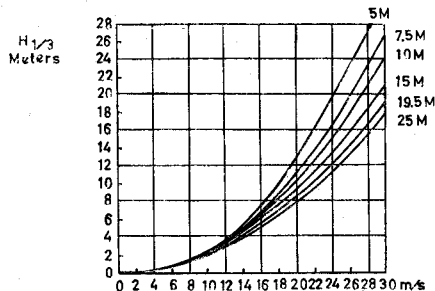


図-15 海面上の種々の高さの風速と波高の関係 (Pierson)

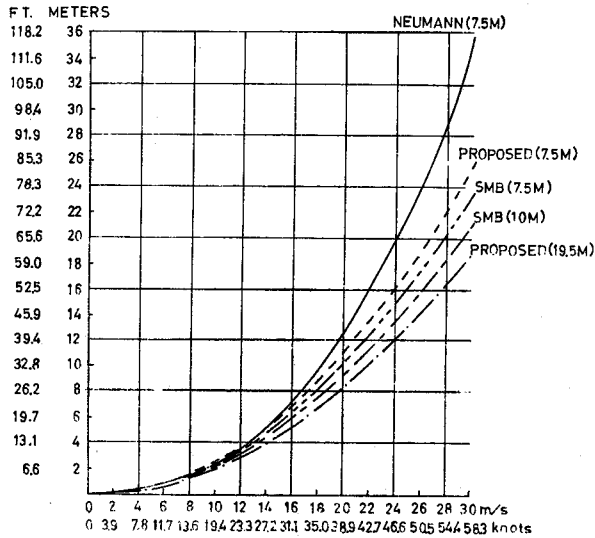


図-16 種々の方法による風速と波高の関係 (Pierson)

正確な波の推定には風速分布がきわめて重要な要素であり、今後の観測にできるだけ正確な風速の測定とともに風速分布の測定をも併行することによってさらに正確な風と波の関係が求められるべきであり、Kitaigorodskiiの相似理論の適用によって、種々の風速条件に対する波のスペクトルも観測値によってかなり明らかにされることが期待される。

3. Wilson (1961) の波浪の数値計算

これは前に発表された Wilson の波の図式解法を敷衍して電子計算機を利用して与えられた Wind field における波の発達を計算する方法であり、原理的には図式解法と大きな差はないが、波浪の数値予報という将来の問題に対して第一歩を踏み入れたものとして注目されるべきものと思う。

図式解法においては、風域図と、決められた風速に対する波高曲線、進行曲線および周期曲線が与えられると風速の変化に対応して波の進行曲線が連続であるように作図し、各点での波高と周期を求めていくのであるが、この手続きを計算によって進めるためには、波高 H 、波速 C 、風速 U 、fetch x についての関係式をまず作っておき、風速および fetch の変化による波高の変化 dH/dx と dC/dx とを計算により求めていくことになる。そのために Wilson は図式解法の際に提案した次の無次元波高 gH/U^2 、波速 C/U と無次元 fetch gx/U^2 の関係式を用いた。

$$\frac{gH}{U^2} = 0.26 \tanh\left[\frac{1}{10^2}\left(\frac{gx}{U^2}\right)^{1/2}\right] \quad (29)$$

$$\frac{C}{U} = 1.40 \tanh\left[\frac{4.36}{10^2}\left(\frac{gx}{U^2}\right)^{1/3}\right] \quad (30)$$

もちろん、この関係は一定風速 U の吹送による波に対するものである。そこでこれから風速 U が fetch x の関数 $U(x)$ である場合に対する dH/dx および dC/dx を求めるために、(29)、(30) 式を $U = \text{const.}$ として x に関して微分し、(29)、(30) 式により gx/U^2 を gH/U^2 または C/U で表わすと

$$\frac{dH}{dx} = f_1\left(\frac{gH}{U^2}\right) \quad (31)$$

$$\frac{dC}{dx} = f_2\left(\frac{C}{U}\right) \quad (32)$$

となり、上式では U は x の関数 $U(x)$ として取り扱うことができることになる。いま簡単のために

$$X = \frac{gx}{U^2}, Y = \frac{gH}{U^2}, Z = \frac{C}{U} \quad (33)$$

とくと、

$$Y' = \frac{dY}{dx} = \frac{dH}{dx} = \frac{2.338(0.26 - Y)(0.26 + Y)}{\log(0.26 + Y) - \log(0.26 - Y)} \quad (34)$$

$$Z' = \frac{dZ}{dx} = \frac{U}{g} \cdot \frac{dC}{dx} = \frac{7.83 \times 10^{-5}(1.40 + Z)(1.40 - Z)}{[\log(1.40 + Z) - \log(1.40 - Z)]^2} \quad (35)$$

となる。上式で dH/dx は呎/呎の単位で Z' は無次元である。そこで予め (34), (35) 式を計算しておけば、種々の Y, Z に対して dH/dx と dC/dx が、それぞれ Y および Z のみの関数として求められる。

図式解法の場合と同様に、考える方向の fetch line に沿う風速成分を天気図および実測資料から計算し、その fetch line 上の各点での風速成分の時間的な変化を風域図として plot し、距離 λ (N.M.), 時間 τ (hr.) の矩形格子点における値を数値として与える (海洋の波の場合格子点の時間間隔 τ は 1hr. とし、距離 λ は 5~10 N.M. と取ってよい)。いま、図-17において各格子点の風速が与えられたとし、その中の任意の点 0 から出発する 1 つの成分波の発達を計算する手続きをみよう。

まず点 0 から発生し進行していく波の初期段階を求めるには (30) 式から fetch x が十分小さくこの間で風速は一定とすると、

$$\frac{C}{U} \div 6.10 \times 10^{-2} \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/3} \quad (36)$$

そこで small fetch Δx_0 の終端では波速 C_a は $C_a = 2.498(U_0 \Delta x_0)^{1/3}$ となる (風速、波速はノット, fetch は N.M. の単位で示す)。したがって点 0 を出る波が Δx_0 の終端に到達するに要する

時間 Δt は、 $\Delta t = \int_0^{\Delta x_0} \frac{2dx}{C}$ で、この C に (36) 式

を用いると、 $\Delta t_0 = [1.20(\Delta x_0)^2/U_0]^{1/3}$ (時間の単位は hr. とする) となり、時間 Δt_0 を 1hr. とすると、 $\Delta x_0 = 0.961\sqrt{U_0}$, また $C_a = 2.281\sqrt{U_0}$ となる。このようにして点 0 での風速 U_0 が知れていれば $\Delta t_0 = 1$ hr. の後の波の進行距離 Δx_0 と波速 C_a はともに U_0 の関数で与えられる。

次に同様にして gx/U^2 が小さいという仮定の下で (29) 式から

$$\frac{gH}{U^2} \div 0.26 \times 10^{-2} \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/2} \quad (37)$$

したがって small fetch Δx_0 の端での波高 H_a (呎) は上式から $H_a = 6.036 \times 10^{-2} U_0 \sqrt{\Delta x_0}$ で $\Delta t_0 = 1$ hr. とすると、前の $\Delta x_0 = 0.961\sqrt{U_0}$ から、 $H_a = 5.265 \times 10^{-2} U_0 \sqrt{U_0}$ となり、また周期 $T = 2\pi C/g$ の関係から $T_a = 0.753\sqrt{U_0}$ となり、波高および周期ともに U_0 の関数として表わされる。かくして点 0 から出発する波の点 a での値がすべて求められる。

これから後の計算では格子点間隔 λ , または τ のいずれかを微分差として取って数値積分を行なうが、それは波の進行速度 V によって決められるので (深海波では $V = C/2$, $C/2 < \lambda/\tau$ の時には τ を微分差とし, $C/2 > \lambda/\tau$ の時には λ を微分差と取らねばならない (これは決められた単位格子面積内での波の発達が、風の吹送時間により決まるか、または吹送距離により決まるので、その小さい方の値を選ばねばならないことによる)。

さて図の点 a から出発する次の段階に対する風速 U_a は格子点での風速 U_{01} と U_{11} とから内挿により

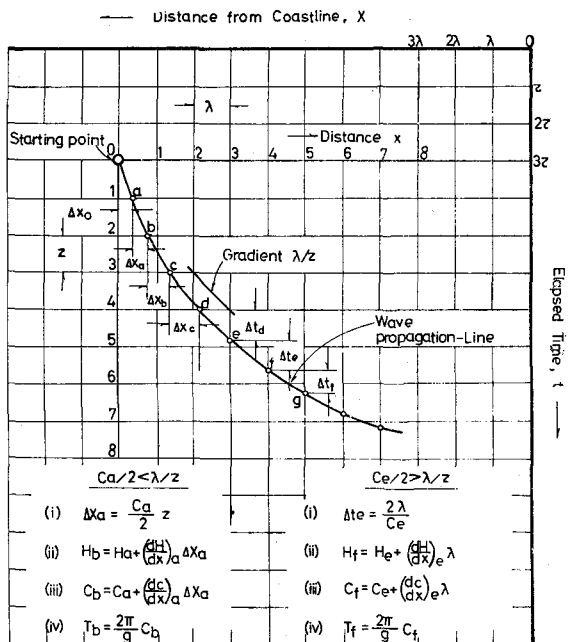


図-17 波の発達の数値計算法

$$U_a = U_{01} + \frac{\Delta x_0}{\lambda} (U_{11} - U_{01})$$

として決められる。また点 a での既に求められた波速 C_a を用いて、 $C_a/2 < \lambda/\tau$ ならば τ を用いて、 $\Delta x_a = C_a \tau/2$ として、点 b が決められる。

この場合には H_b と C_b は (34) 式と (35) 式においてそれぞれ $Y_a = gH_a/U_a^2$, $Z_a = C_a/U_a$ を用いて、 $Y_a' [= (dH/dx)_a]$, および $Z_a' [= (U_a/g) \cdot (dC/dx)_a]$ を求め、これからそれぞれ $H_b = H_a + (dH/dx)_a \Delta x_a = H_a + Y_a' \Delta x_a$, および $C_b = C_a + (dC/dx)_a \Delta x_a = C_a + gZ_a' \Delta x_a/U_a$ が決まる。また周期 T_b は、 $T_b = 2\pi C_b/g$ から計算される。そして次の計算のための風速 U_b は $(\Delta x_0 + \Delta x_a) < \lambda$ のときは $U_b = U_{02} + (\Delta x_0 + \Delta x_a)(U_{12} - U_{02})/\lambda$, とする。 $C/2 < \lambda/\tau$ の条件が満たされている場合には常に上の計算を繰り返すことになる。

点 d におけるように $C_a/2 > \lambda/\tau$ の場合には、微分差として τ の代りに λ を用いる。この場合には、 $V_a = C_a/2 = (x_3 - x_a)/\Delta t_a$ でこれから、 $\Delta t_a = 2(x_3 - x_a)/C_a$, $\Delta x_e = x_3 - x_a$, これを用いて H_e , C_e , T_e は上と同様に求められる。 U_e の値は、 $U_e = U_{34} + \Delta t_a(U_{35} - U_{34})/Z$ で決められる。 H_f と C_f とは微分差を λ とし、 $H_f = H_e + Y_e' \lambda$, $C_f = C_e + gZ_e' \lambda/U_e$ として、 f 点の位が求められる。

この計算によって図式解法では 15~20 分かかかる計算が電子計算機では 1 秒で終了することができ、1/1,000 の時間短縮となるが、風域図から各格子点に風速値を入れるための予備作業では約 1,000 点の格子点に対して 1~2 時間を要するとされる。

この方法の基本的な仮定は図式解法と同じく、

(i) 考える点への fetch line に沿う波の成長は、この線に沿う風速の成分のみに関係し、

(ii) ある特定の方向について計算される小さい波の存在による影響をうけない、

という仮定により、種々の方向の fetch line について上記の計算を行なって最も卓越する波を算出するものである。波の性質を決める (29), (30) 式はこれが確定的なものであるとは限らないので、今後の正確な資料により修正を要するが、Wilson は

$$\frac{gH}{U^2} = \beta \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{0.4}, \quad \frac{C}{U} = \alpha \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{0.3} \quad (38)$$

(ただし α, β は無次元定数) の形の関係がさらによく適合することも示唆している。なおここで興味ある結果として Wilson (1962) が示しているのは、この計算によって、単位の矩形格子面積を通過する波の進行は格子点間隔を密に取るほど多くなり、これらのおのおのの進行曲線に対応する波高 H v.s. T の envelope が求められ、これから次の関係式 (39) により考える格子点での波の frequency spectrum が作られるということである。図-18 は Wilson がこの数値計算法で計算した 1915 年 8 月 14 日から 17 日までのハリケーンによるメキシコ湾岸の Girchrist から南東方向に取った fetch line 上で Girchrist からそれぞれ 400, 300, 280, 250, 190 N. M. の地点を図に示した時刻に対する格子点を通過する多くの進行曲線 $H_{1/3}$ (feet) と $T_{1/3}$ (sec) の対応する値を plot した図で、実線によって 0 の値から最大の $H_{1/3}$ および $T_{1/3}$ までの包絡線が示される。この $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ の関係から

$$|E_s(\omega)| = \frac{1}{128\pi^3} \rho g^3 T^2 \left(T \frac{d(H^2)}{dT} + H^2 \right) \quad (39)$$

の式を用いて、図-19 に示すような energy spectrum の peak から high frequency 側の spectral density が計算される。また peak から low frequency 側では含まれる energy の量は全体に比べると negligible であってスペクトルに現われる成分波の最大周期が、 $T_{max} \approx 1.38 T_{1/3}$ という統計的關係から $E_s(\omega)$ はこの frequency において 0 と仮定することにより図-19 のようなスペクトルが得られ、これを linear な縮尺で示す

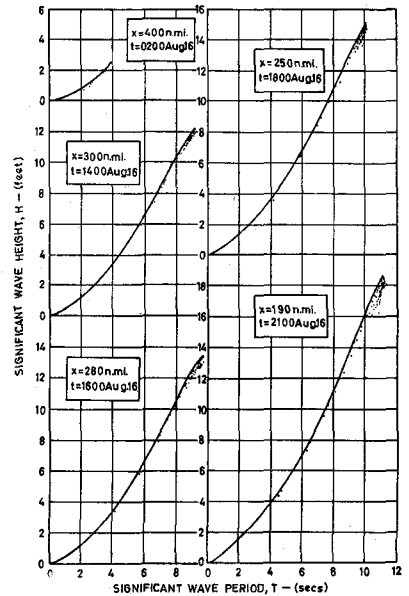


図-18 波高とその周期の関係(Wilson)

と図-20 のようになる。図-19 からわかるようにスペクトルの high frequency 側の形は対数目盛でほとんど直線であって

$$E_s(\omega) \simeq C \cdot g^2 \cdot \omega^{-n} \quad (40)$$

の関係が認められ、しかも n は 4～6 の範囲であってほとんど $n \simeq 5$ になっている。このようにこの計算で求められたスペクトルは一定風速ではなく変動する風速条件の下で求められたものであるにもかかわらず前述の Kitaigorodskii 等の実測資料に基づくスペクトルときわめて近い形を示すことは興味深いところであって、Wilson のこの方法が単に有義波のみを与えるだけでなくスペクトルをも求めることができることは、実際問題に当たってきわめて有利な方法であることを示すものである。

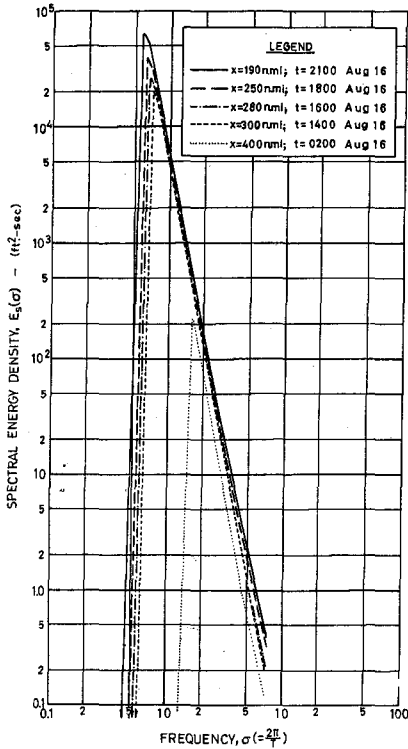


図-19 図-18 から導いたエネルギー
スペクトル (Wilson)

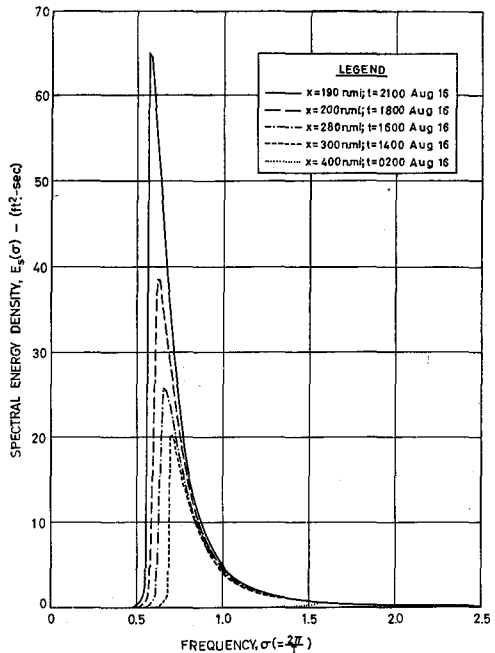


図-20 図-19 のスペクトル

この数値計算法は実用に当たって風域図上の各格子点の風速を算出し、これを計算機に入れる必要があるため、全体の計算所要時間は図式解法に比べて短縮されるとは限らない。したがって目的によっては必ずしも図式計算に代るものとするわけにはいかないし、また実際の波浪予報にこの方法を用いるためには、目的海面に浮標を設けるなどの方法により、表面風速の継続的な受信により、直ちに風速分布を計算機に入れる方法などを考えていく必要があると思われる。

このような深海波に対する数値計算法は浅海風波に対しても拡張することが可能と考えられる。浅海風波に対しては、Bretschneider (1958) が無次元化した水深を parameter として、風速と波高の関係を示している。筆者(1962)はこれを用いて浅海風波に関する考察を行なったことがあるが、そこに用いた浅海風波の周期と波高の関係は次式で近似的に表わすことができる。

$$\frac{gH}{U^2} = 0.26 \tanh \left[0.578 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/4} \right] \tanh \left[\frac{\left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/2} \times 10^{-2}}{\tanh 0.578 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/4}} \right] \quad (41)$$

$$\frac{gT}{2\pi U} = 1.40 \tanh \left[0.52 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/8} \right] \tanh \left[\frac{4.36 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{1/3} \times 10^{-2}}{\tanh 0.52 \left(\frac{gD}{U^2} \right)^{3/8}} \right] \quad (42)$$

上式で D は水深を示す。この式は $D \rightarrow \infty$ で深海の場合の (29), (30) 式に一致するもので, (41) 式の関係を示すと図-21 のようである。浅海波では gD/U^2 が 1 つの変数として入るから, Wilson の深海波の方法をそのまま適用するわけにいかないが, 筆者等 (1960) の浅海波の図式解法の手法を上式に用いると比較的容易に数値計算を行なうことができる。もちろん人間の計算では図式解法を行なうよりも時間を要するので, 電子計算機にのせる必要があり, 現在その作業が行なわれている。

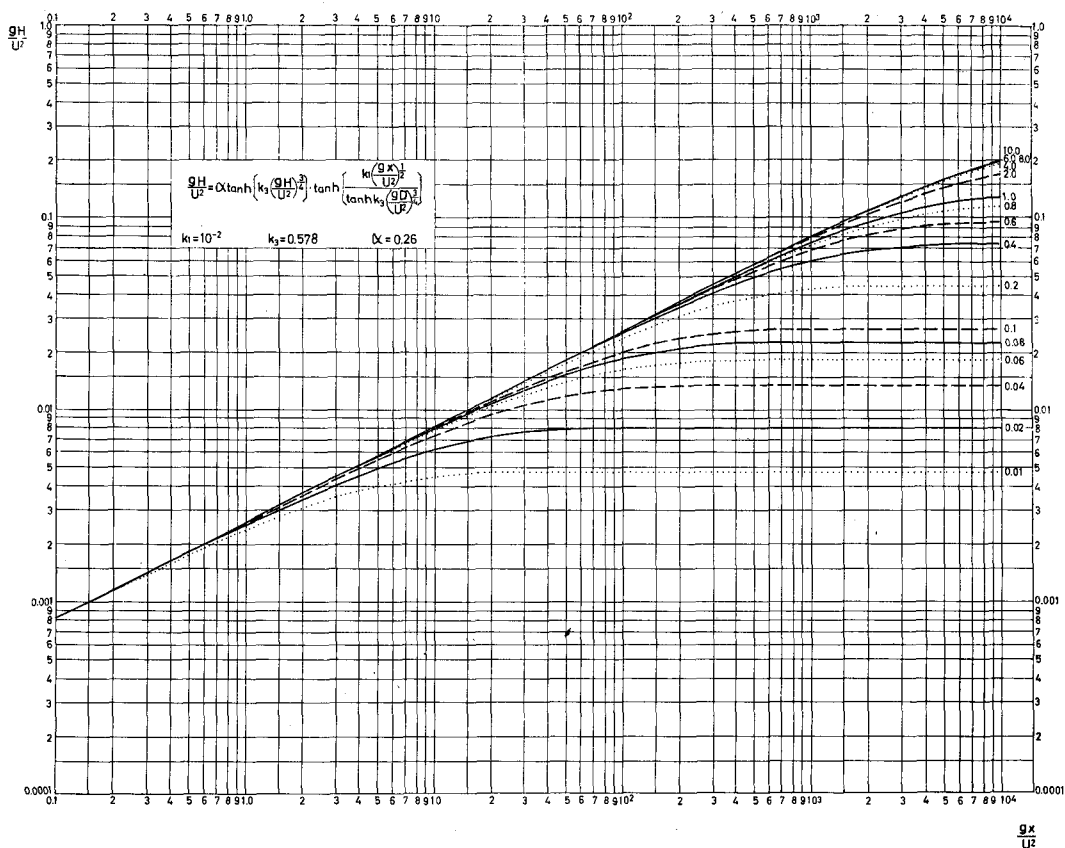


図-21 一定水深の浅海風波の波高と距離および水深の関係

4. 従来の波浪推定の実際的方法

海洋の波を推定する実際的方法は, 大別して, (i) 有義波による方法, (ii) スペクトルを用いる方法, (iii) 統計的な方法, に分類される。(i) は Sverdrup-Munk により提出された有義波の概念を用いて風と波の関係を半理論的に表わすもので, その後 Bretschneider によって補正されて S-M-B 法として広く知られ米国や日本で最も広く用いられており, 内容については, すでに前文献 [I] に示している。なお主として北大西洋および英国周辺の波のスペクトル解析の結果を伴って求められた Darbyshire の方法もあり, [I] の (3.19), (3.20), (3.21) 式に示されたように風速と波高および周期の関係が与えられる。これを実用的に使い易くして示すと図-22 のようであり, もちろん S-M-B の結果とは正しくは一致しないが, 英国において実用的方法として用いられているようである。このほかドイツにおいては主として北海や北大西洋の波の実測資料を基礎として作

られた Walden の方法がよく用いられている。なお 3. に述べた変動する風域に対する Wilson の図式解法もこの有義波の方法に入れられる。これらの方法は工学的な利用の点からみて最も実用的な方法であり、その果した役割も大きい。本質的には Bretschneider (1961) もいうように、現在の時点では波浪予知は science ではなく、technique の問題であり、また Pierson (1961) のいうように有義波の方法は spectrum による方法によっておきかえるべきであるとされる。さらに本質的には、波浪予知の精度は海上風の予知の精度以上には出ることができないという制限もある。しかし実際海岸の波の予知においては実用上はこの方法しかないのであって、特に変動する風速条件に対してしかりで、結局現在ではこの有義波の方法による風と波の関係からの推定と、(iii) のような統計的な過去の結果の利用、および問題地点での波の継続的観測の 3 つの方法の併用によって最も信頼できる波の推定が可能となるものと考えられる。

(ii) のスペクトルを用いる方法は、現在のところ提出されているスペクトルの形自体が、有義波の風と波の関係におけると同様、確定的なものがないので、前述の Pierson のように正確な実測による正しいスペクトルの確定という問題がまず解決されねばならないが、これが解決を得た場合にも変動風域に対するスペクトルの変化を予知する問題にかなりの困難が考えられ、有義波の方法によるほど簡明な方法が得られるか否かは問題であり、実用化にいたるまでの道はかなり遠いと思われる。現在 P-N-J の方法として用いられているものが最もよく知られており、新しい Pierson のスペクトルの提案により修正されることも近いと思われる。

また前述の Darbyshire の方法もスペクトルを用いたものと解することもでき、事実それによるうねりの推定例も見られる。このほかドイツの Piest による方法も提案されている。海岸附近の現象で、特に波の不規則性を考慮せねばならない問題が続出している現在、波のスペクトル予知の問題は工学的にもきわめて重要な、また緊急の問題であり、海洋波のスペクトルの予知と並行して、スペクトルをもつ波の変形や海岸地形、海岸構造物におよぼす効果を調べていく必要がある訳で、事実、現在その努力が広く始められている。われわれ工学者の立場から見るときは、これらの波の不規則性のおよぼす効果のいかんによって、推定されるべき波のスペクトルの精度に対する要求が決められるものと考えられる。それによっては現在の段階においても十分に満足される問題は

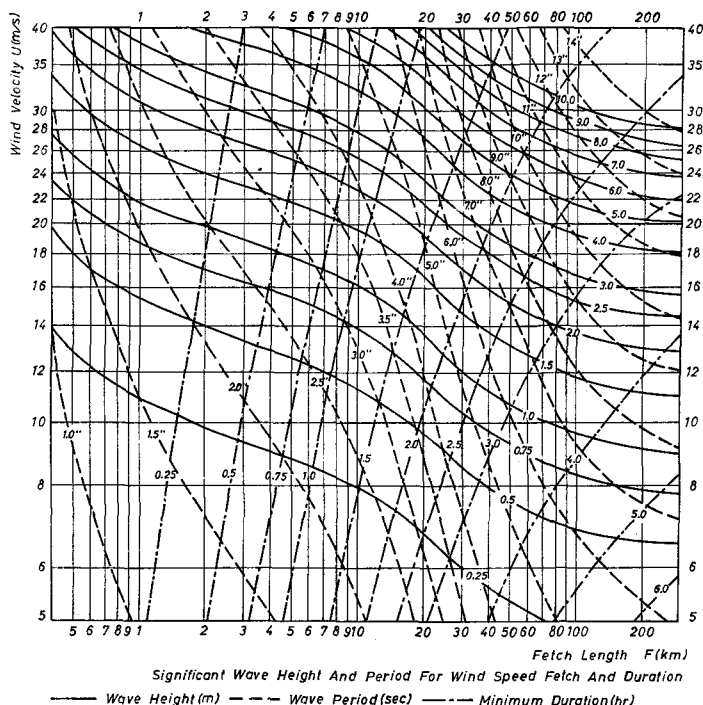


図-22 Darbyshire の風波の予知曲線

多いのであって、私見では、この立場から見るときスペクトルの方法で予知される波も結局の精度においては有義波の方法で予知されるものと大差ないことになるのではなかろうかと思う。

最後に統計的な方法による波の予知は、本質的にはまったく物理的な現象に対する考察を要しない点では前者とまったく異なり、過去の気象資料と波の実測結果の集積とに基づくものであり、考え方によれば最も原始的な方法である。これにはBretschneider (1957) による Hurricane の波の推定法、宇野木(1957) による台風による海洋上の波の分布の推定法、坂本・井島(1963)による台風による太平洋岸での波の推定法などがある。これらの方法の欠陥は現象の直接的解明に役立つ点が少なく、一般性に欠けることであるが、工学的に見ると目的によっては最も実用度の高い方法であり、また過去の気象資料を最も豊富に包含することのできる唯一の方法であるとも考えられる。例えば波による漂砂の推定、確率計画波の推定等、海岸や港湾の計画の基礎資料を求めるためには不可欠の方法として有効である。

参 考 文 献

- Phillips, O. M.: The Equilibrium Range in the Spectrum of Wind-Generated Waves, J. F. M., Vol. 4, 1958
- Kitaigorodskii, S. A.: Applications of the Theory of Similarity to the Analysis of Wind-Generated Wave Motion as a Stochastic Process, Izv. Geophys. Ser., 1961
- Kitaigorodskii, S. A. & S. S. Strekalov: On the Analysis of Spectra of Wind-Caused Wave Action, I, Izv. Geophys. Ser., 1962
- Kitaigorodskii, S. A. & S. S. Strekalov: On the Analysis of Spectra of Wind-Generated Wave Action, II, Izv. Geophys. Ser., No. 8, 1963
- Charnock, N. A.: A Note on Empirical Wind Wave Formula, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., Vol. 84, 1958
- Burling, R. W.: The Spectrum of Waves at Short Fetches, Deutsche Hydrogr. Z. Bd. 12, Ht. 2-3, 1959
- Darbyshire, J.: The Generation of Waves by Wind, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 215, 1952
- Darbyshire, J.: An Investigation of Storm Waves in the North Atlantic Ocean, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 230, 1955
- Darbyshire, J.: An Investigation into the Generation of Waves when the Fetch of the Wind is less than 100 Miles, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. Lond., Vol. 82, No. 354, 1956
- Neumann, G.: On Ocean Wave Spectra and a New Method of Forecasting Wind-Generated Sea, Tech. Memo., No. 43, B.E.B., 1953
- Charnock-Ellison: Atmospheric Turbulence, Surveys in Mechanics, Cambridge Univ. Press., 1956
- Pierson, W. J.: A Study of Wave Forecasting Methods and of the Height of a Fully Developed Sea on the Basis of Some Wave Records obtained by the O.W.S. Weather Explorer during a Storm at Sea, D.H.Z., Bd. 12, Ht. 6, 1959
- Moskowitz, L.: Estimates of the Power Spectrums for Fully Developed Seas for Wind of 20 to 40 Knots, J. Geophys. Res., Vol. 69, No. 24, 1964
- Pierson, W. J.: The Interpretation of Wave Spectrums in Terms of the Wind Profile instead of the Wind measured at a Constant Height, J. Geophys. Res., Vol. 69, No. 24, 1964
- Pierson, W. J. & L. Moskowitz: A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S. A. Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., Vol. 69, No. 24, 1964

- Deacon, E. L. & E. K. Webb: Small Scale Interactions, The Sea, Vol. 1, 1962
- Sheppard, P. A.: Transfer across the Earth's Surface and through the Air above, Quart. J. Roy. Meteo. Soc., Vol. 84, 1958
- Wilson, B. W.: Deep Water Wave Generation by Moving Wind Systems, Proc. A.S.C.E., Vol. 87 WW 2, 1961
- Wilson, B. W.: Deep Water Wave Generation by Moving Wind Systems, Proc. A.S.C.E., Vol. 88 WW 3, 1962
- Bretschneider, C. L.: Hurricane Design Wave Practices, Proc. A.S.C.E., Vol. 83 WW2, 1957
- Unoki, S.: On the Ocean Waves due to Tropical Cyclones, J. Met. Soc. Japan, Ser. II, Vol. 35, 1957
- Ijima, T.: Approximate Estimations of Correlation Coefficient between Wave Heights and Periods of Shallow Water Wind Waves, Proc. 8th Conf. Coastal Eng., Mexico City, 1962
- Sakamoto, N. & T. Ijima: Properties of Waves caused by Typhoons along the Pacific Coast of Japan and their Estimations by Significant Wave Methods, Coastal Eng. in Japan, 1963
- Bretschneider, C. L.: Revisions in Wave Forecasting, Deep and Shallow Water, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., 1958
- 坂本, 井島, 佐藤, 青野: 浅海における風波の図式計算法, 第7回海岸工学講演集, 1960

