

1. 彎曲水路における二次流の発達

彎曲水路の流れは遠心力とそれに起因する二次流で特長づけられる。二次流の発生、発達の過程を各座標軸のまわりの廻転角速度の変化として考えてみる。図-1に示した円筒座標系を用いると (r, θ, z) 方向の廻転角速度 ξ, η, ζ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{r \partial \theta} - \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (Ur)}{\partial r} - \frac{\partial V}{r \partial \theta} \right), \quad (3)$$

ただし、 U : θ 方向の流速成分 V : r 方向の流速成分 W : z 方向の流速成分

村本(1965)は 180° 彎曲水路で廻転成分の変化を測定し図-2を得た。

図から次の点が読みとられる。

- 1) 直線部では、当然、 η, ζ はほぼ0であるが ξ はある有限値をもつ。これは表層と底層の流速差をあらわしている。
- 2) 彎曲部に入ると、遠心力の作用によって半径方向の流速成分 V があらわれてくる。しかも遠心力の大きさは速度の2乗に比例するから V は底層より表層が大きく、このため流れに直角な断面内の廻転

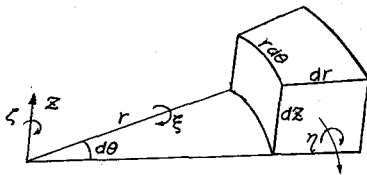


図-1

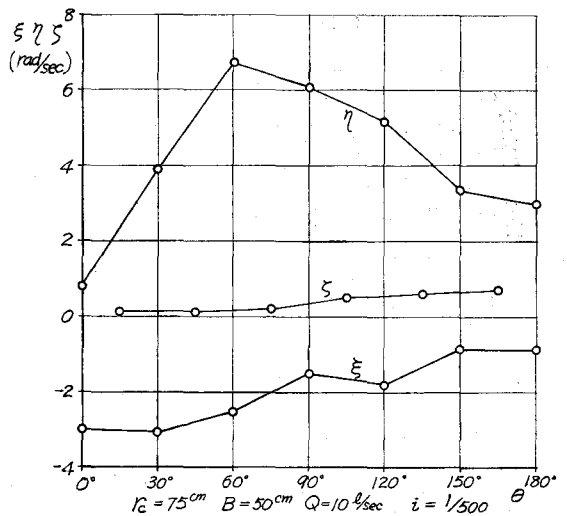


図-2

η があらわれてくる。 η は彎曲角とともに増加し $\theta \approx 60^\circ$ で最大となる。

3) 彎曲部の始点附近では、しかし、 z 軸のまわりの廻転を拘束する条件はない。したがって遠心力の作用があらわれても、彎曲角の小さい間は $\zeta \approx 0$ の状態が保たれるであろう。実際に、図-2でも $\theta = 30^\circ$ 附近までは $\zeta \approx 0$ の流れとなっている。

4) 彎曲角が増加するとともに、流れには水路の側壁の効果があらわれて、半径方向の流速成分 V は断面内の循環流を発生させる。このことは流れの表層と底層に混合を生じ、流速が均一化されることを意味している。したがって、二次流が発達する領域では表層、底層の流速差に起因する廻転成分 ξ, η はともに減少してくる。図-2によれば、 $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$ で側壁の効果が目立ってくるのがわかる。

5) 流れが水路壁に拘束されると、 z 軸のまわりの廻転成分があらわれてくる。図-2において彎曲角の増加とともに ζ が増すのはこの理由による。二次流が十分発達した流れでは表層と底層との混合が進むので2つの廻転成分 ξ, η は比較的小さく、これに対し z 軸のまわりの廻転成分 ζ が大きいことが特長である。図-2で $\theta > 150^\circ$ の部分は二次流が十分発達した領域とみられる。

2. 彎曲角と流速の横断分布

前章に述べた二次流の発達過程から、彎曲部における流速の横断分布と彎曲角との関係を定性的に推定するこ

とができる。

主流流速 U の横断分布を(4)式であらわす。

$$U = kr^n \quad (4)$$

彎曲角が小さくと ≈ 0 の流れでは(3)式から、 $n \approx -1$ となることがわかる。この流れは、やがて彎曲水路の中を一定の角速度で流下する流れに移行していく。もし流れが完全に同一角速度で流下する状態に達すれば(3)式から $n = +1$ となり、しかも $\omega = k$ となることがわかる。(4)式において、 $n = -1$ の流れを自由渦、 $n = +1$ の流れを強制渦と呼んでいる。

したがって彎曲部の流速分布は彎曲角の増加とともに自由渦型から強制渦型へ移行するのが一般的な性質である。図-3に岸・佐伯ら(1965)の実験結果の1例を示す。図によれば、彎曲角度の増加とともに横断流速分布が自由渦型から強制渦型に移行する状態が明瞭に読みとられる。また彎曲角度が大となれば、二次流が十分発達して彎曲角 θ による流れの変化が近似的に無視できる一種の等流状態が形成されることがわかる。

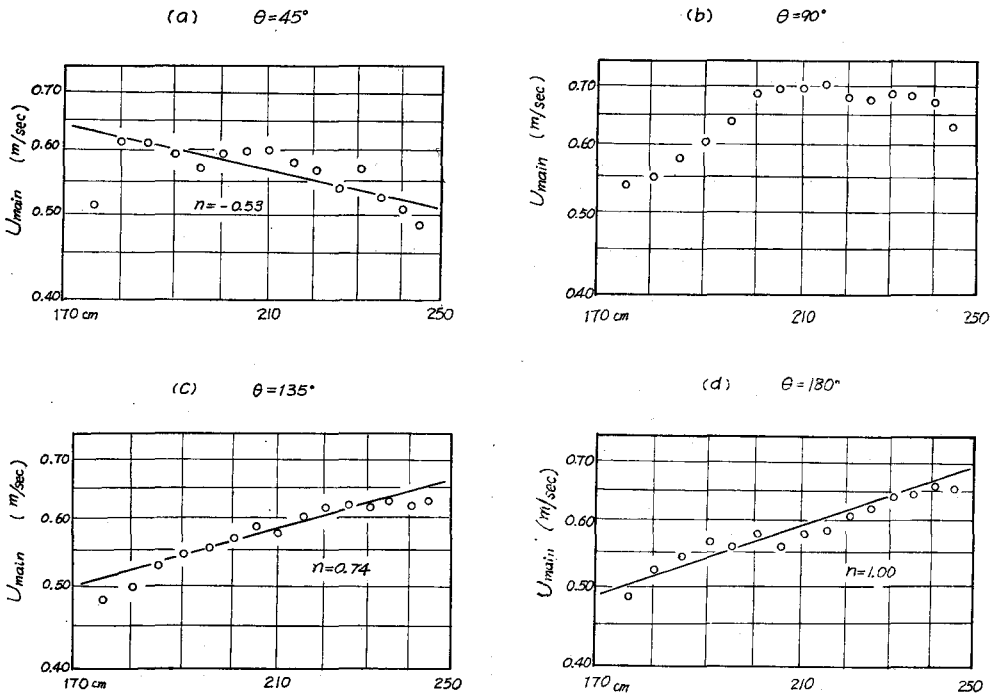


図-3 $h = 8$ cm, $B = 80$ cm, $r_e = 210$ cm, $Q = 37.61$ /sec, $S = 1/400$

二次流が十分発達した部分での横断流速分布を求めることは、開水路彎曲流の1つの限界を把握する意味で実用上も重要なことである。村本(1964)は彎曲部の流れを次の式に基づいて解析した。

$$V \frac{dU}{dr} + \frac{VU}{r} = gi \quad (5)$$

$$V \frac{dV}{dr} - \frac{U^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = -g \frac{dh}{dr} \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d(Vr)}{dr} = 0 \quad (7)$$

ただし h : 水深

(5), (6)式はそれぞれ θ, r 方向の運動方程式, (7)式は連続の式である。

(5), (7)式から(8), (9)式が得られる。

$$Vr = C_1 \quad (8)$$

$$Ur = \frac{g_i}{3C_1} r^3 + C_2 \quad (9)$$

ただし C_1, C_2 は積分常数

(8), (9)式の関係を(6)式に代入し横断水面形を求める。そこで水路中心での水深が断面平均水深に等しいと仮定すれば C_1, C_2 の間の関係が定まり、結局横断流速分布として(10)式が得られる。

$$\frac{U}{U_0} = \frac{t^3 + \alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)}}{\alpha^3 + \alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)}} \cdot \frac{\alpha}{t} \quad (10)$$

ただし

U_0 : 水路中心線 $r = r_0$ における流速

$\alpha = r_0/B$ ($>1/2$ とする)

$t = r/B$

B : 水路巾

(10)式は $\alpha = r_0/B$ によって横断流速分布がきまり、 α が同一ならば水深、河床粗度などは流速分布に直接関係しないことを意味している。(10)式は、 α が大きければ (例えば $\alpha > 2$)、断面の中心近くでは $U \approx kr^{1/2}$ の指数型分布で近似できる。

村本 (1965) は $r_0/B = 3$, $n = 0.013$, $i = 1/500$ の水路で $h/B < 0.2$ の数種の水深について実験を行ない横断流速分布が(10)式によく一致したと報告している。しかし、別に行なわれた北大での実験では (1963, 64, 65) $r_0/B = 3$, $n \approx 0.019$, $i = 1/400$, $h/B < 0.2$ という村本の実験と類似の条件の下で (10)式よりは急な横断流速こう配が得られ、(4)式の指数 n は $1/2$ より大きく 1 に近い値であった。

H. A. Einstein および J. A. Harder (1954) は横断流速分布として(11)式を提案している。

$$(r/U)dU/dr = c \cdot f(r/B) - 1 \quad (11)$$

ここに f : 水路の摩擦係数, c : 係数

(11)式の左辺は(4)式における指数 n をあらわすから、同一の幾何学的条件の彎曲流では粗度の大きい流れほど流速分布の指数 n が大となることをあらわしている。(11)式によれば、村本の実験と北大での実験との流速分布形の違いは粗度係数によるものと一応説明できる。しかし(11)式においても、係数 c の性質はほとんどわかっていないから、この式から直ちに横断流速分布を求めることはできない。

結局、彎曲部の流速の横断分布は、定性的な性質は解明されたが、定量的には未解決の段階だといわざるを得ない。

3. 横 断 水 面 形

横断水面形は(6)式を簡単化した(12)式から求められる。

$$g \frac{dh}{dr} = \frac{U^2}{r} \quad (12)$$

A. T. Ippen, P. A. Drinker ら (1962) は流速の横断分布と横断水面形の関係をしらべた。(12)式に自由渦型の流速分布を用いると

$$4h = \frac{K_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right), \quad K_1 = Ur \quad (13)$$

ただし、 $4h$: 水路兩岸での水位差, r_1, r_2 : それぞれ彎曲部内、外壁の曲率半径。

(13)式で流れの平均水深および平均比エネルギーが直線部と同一と仮定すれば(13)式は(14)式になる。

$$\Delta h = \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{2B}{r_0} \left(\frac{1}{1 - \frac{B^2}{4r_0^2}} \right) \quad (14)$$

ただし、 V ：断面平均流速

次に(12)式に強制渦型の流速分布を適用し、前と同じ仮定を用いると(15)式が得られる。

$$\Delta h = \frac{V^2}{2g} \frac{2B}{r_0} \left(\frac{1}{1 + \frac{B^2}{12r_0^2}} \right) \quad (15)$$

(14)、(15)の両式をくらべると、彎曲部の横断水位差は、 $B/r_0 \ll 1$ ならば流速分布の型には関係しないことがわかる。

(14)、(15)の両式を書き直すと(16)、(17)式が得られる。

$$\Delta h/h = 2F^2 r \left(\frac{B}{2r_0} \right) \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{B}{2r_0} \right)^2} \right] \quad (16)$$

$$\Delta h/h = 2F^2 r \left(\frac{B}{2r_0} \right) \left[\frac{3}{3 + \left(\frac{B}{2r_0} \right)^2} \right] \quad (17)$$

(16)、(17)式を図-4に示した。

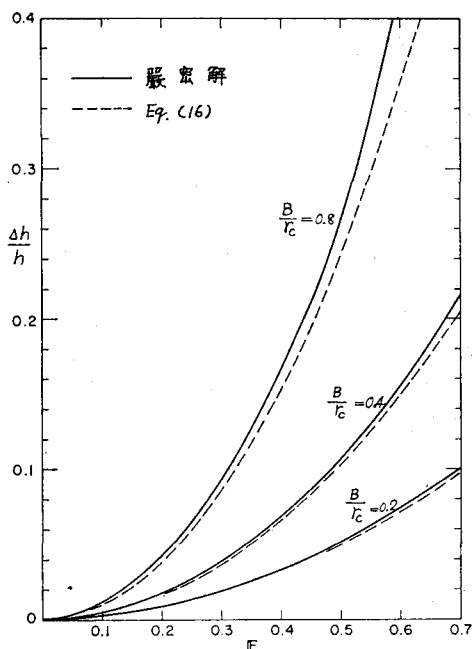


図-4(a) 自由渦分布

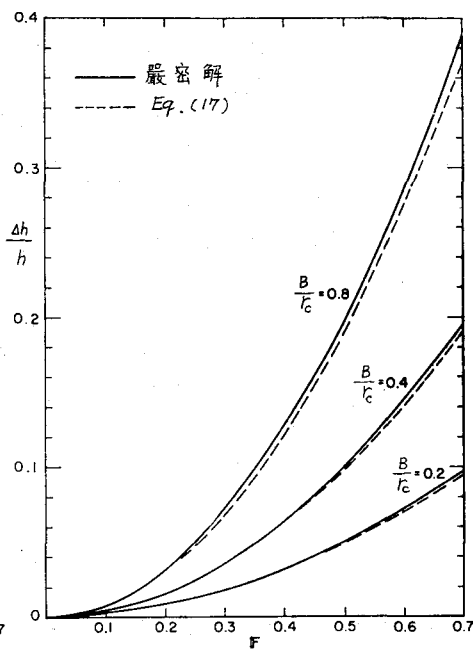


図-4(b) 強制渦分布

さらに、横断水面こう配は、実験によれば、断面内ではほぼ一定に近い性質がある。これは内外壁に接した部分の流速が、壁の効果で減速され、水面こう配を一樣化するためである。この性質のため、彎曲部の水面形を求めることは、流速分布とは違って簡単である。

4. 彎曲部のエネルギー損失

開水路彎曲部のエネルギー損失は A. Shukry (1950) の実験を除いては資料が乏しい。しかも Shukry の実験

は $h/B > 0.6$ の比較的深い水路で行なわれたから、自然河川のような浅い流れと条件が異なっている。

北大で行なわれた実験の1例を図-5に示す。実験条件は図中に説明した通りである。水深は彎曲部に入って増し始め、彎曲角 $\theta \approx 60^\circ$ で最大水深になり、その後水深は緩やかに減少して $\theta > 135^\circ$ の場所ではほぼ等流状態になる。図-5には水位とともに断面平均流速を用いたエネルギー線を示してある。この実験の例では彎曲部の損失水頭は $\Delta H_b = 0.2\text{cm}$ であるが、損失係数を(18)式で定義すれば

$$\Delta H_b = f_b \frac{V^2}{2g} \quad (18)$$

ここに、 f_b :彎曲部の損失係数、 V :等流平均流速

$f_b \approx 0.2$ となり、この値は川巾が管径に相当すると考えると管路の曲りの損失係数とほぼ等しい(例えば土木学会水理公式集参照)。

(18)式を書き直して彎曲部の水深増加を求めると(19)式が得られる。

$$\frac{\Delta h_b}{h} = f_b \frac{F_r^2}{2(1 - F_r^2)} \quad (19)$$

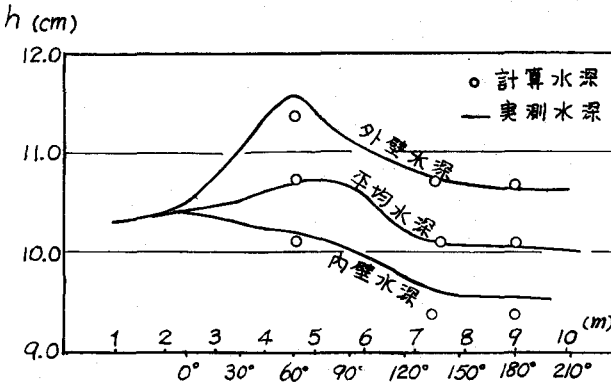


図-6 $f_b = 0.2$ $F_r = 0.64$ $B/r_o = 0.33$ $h = 10.04\text{ cm}$

略式 $\Delta h/2h = F_r^2(B/2r_o)$ で内外壁の水深を求めたのが図中の計算である。この例でみられるとおり、 $B/r_o < 0.5$ の彎曲部であれば、水面形の計算に簡単な近似式が適用可能である。

5. 彎曲部における流れの剝離と河床せん断力の分布

これまで、流れに剝離がない場合を述べたが、流路の途中で剝離があれば流況は当然変化する。開水路彎曲

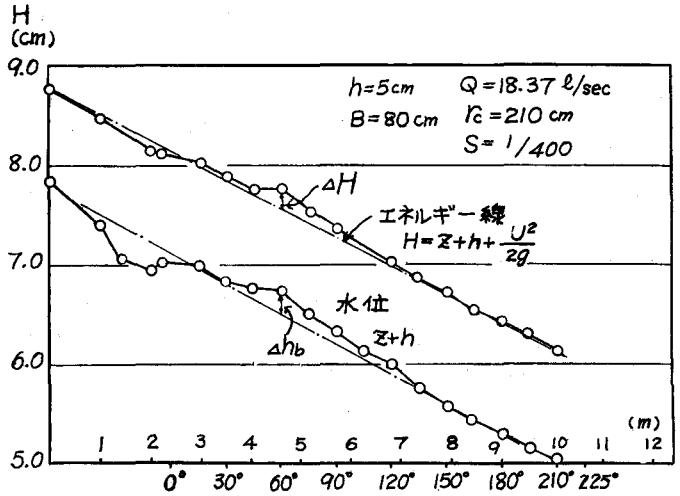


図-5

図-5のエネルギー線を見ると、彎曲部の損失は主として $\theta = 60^\circ \sim 130^\circ$ の間で生じていることが認められる。第2章の説明を参照すれば、この領域は流れが自由渦型から強制渦型に移行する部分にあっている。

前章と本章とで述べた近似式を用いて、彎曲部の水面形を求めた実験例を示す。

図-6は $B = 0.5\text{ m}$, $r_o = 1.5\text{ m}$, $i = 1/400$ の彎曲水路の水面形を示したもので、断面平均水深および内外壁の水深は図中の実線のように変化した。 $\theta > 135^\circ$ の部分ではほぼ等流状態にあり、 $F_r = 0.64$ であった。この値を(19)式に代入し、 $\theta = 60^\circ$ の断面の平均水深を求めるが、この例でも $f_b = 0.2$ が適当であった。この平均水深から、(16)、(17)式の簡

部では、曲りの内側に剥離が起こり、その渦領域のために流心は曲りの外側に移る。もともと剥離がない場合でも彎曲部の流れは横断流速分布が自由渦型から強制渦型に移行するが、剥離があればその傾向は助長される。

彎曲部の下流端では、横断水面形が直線部の水面形に移行するのであるから、彎曲の内側においては水深は流下方向に増加する。

この圧力上昇が剥離の原因である。したがって彎曲部内壁における水位低下が剥離の効果をあらわす水理量であろう。

水位低下は(16)あるいは(17)式であらわされるから、 F_r が一定の流れであれば B/r_o が流況を支配するパラメーターとなるであろう。

A. T. Ippen, P. A. Drinker ら (1962) は法こう配 2 割の台形彎曲水路で河床せん断力の分布を測定した。

図-7はその結果の 1 例で彎曲角 $\theta = 60^\circ$ の水路について B/r_o によるせん断力分布の変化を示したものである。

図は流入直線部の平均せん断力 $\bar{\tau}_0$ と任意の点のせん断力 τ との比を示したものであるが、 B/r_o が大きい場合には著しい剥離渦があらわれ、河床せん断力の局所的な集中が生ずる点が注目される。

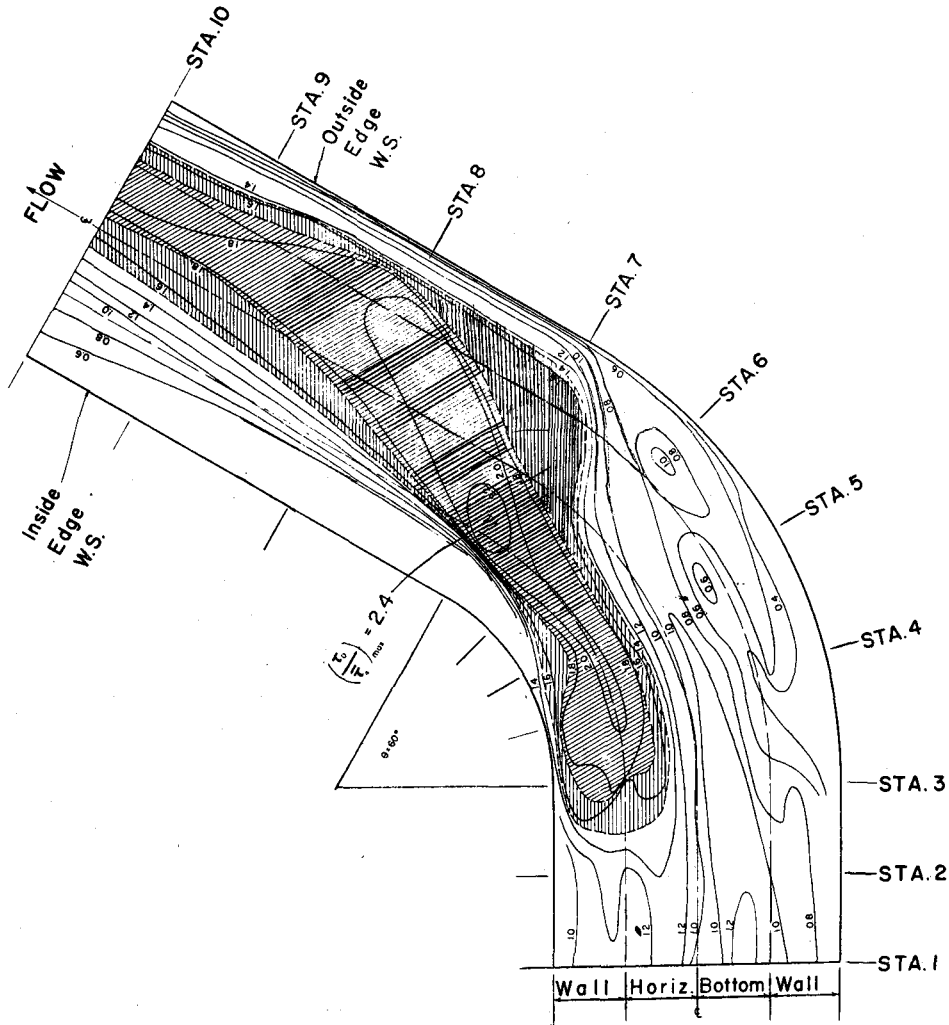


図-7(a) $B/h = 8$, $B/r_o = 0.8$

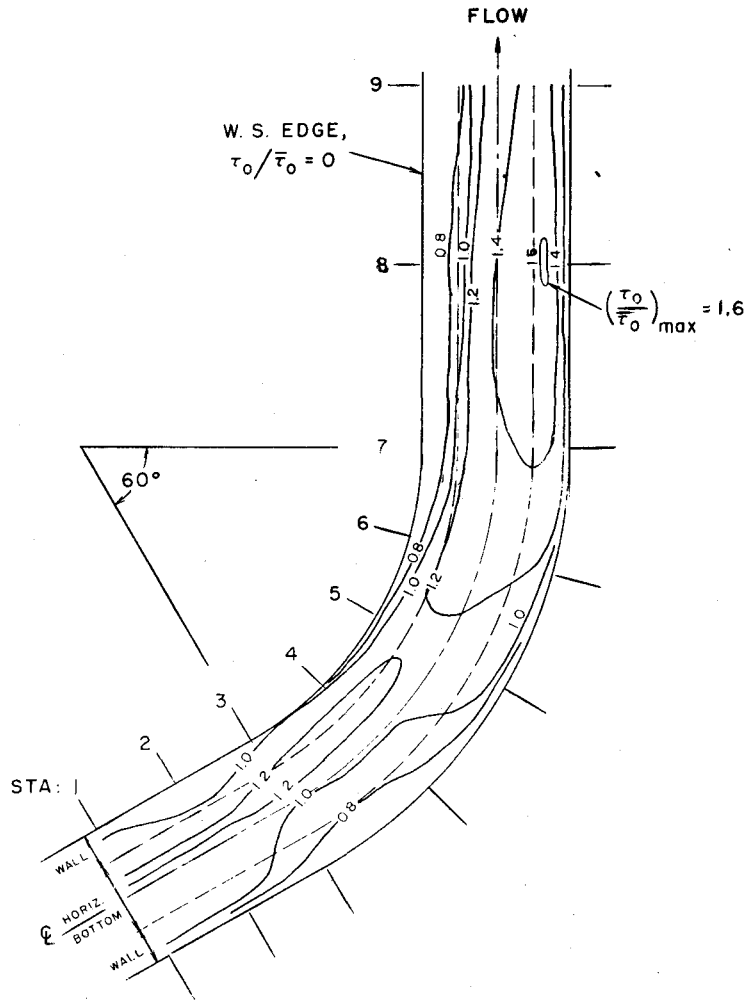


図-7(b) $B/h = 8$, $B/r_0 = 0.34$

Ippen らは彎曲角 $\theta = 60^\circ$ の水路について、 $(\tau/\bar{\tau})_{\max}$ と B/r_0 との関係をしらべ図-8を示した。図によれば $B/r_0 > 0.5$ となれば剥離によるせん断力の集中が目立ってくるということがわかる。

6. 複合彎曲部における河床せん断力の分布

2 箇の彎曲部の複合形について流況と河床せん断力分布を調べるにより、蛇行河川の流れの特性を把握することができる。

Ippen, Drinker らは 60° 彎曲部の複合形について実験を行なっている。図-9は図-7(a)の彎曲部を逆向きに2箇接続した場合の河床せん断力分布を示す。初めの彎曲部の下流端で外側に移行した流心が、第2の彎曲部の内側に流入するから第2の彎曲部では自由渦型の流速分布

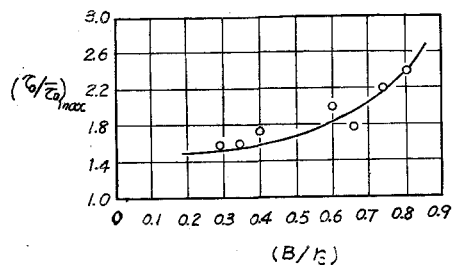


図-8

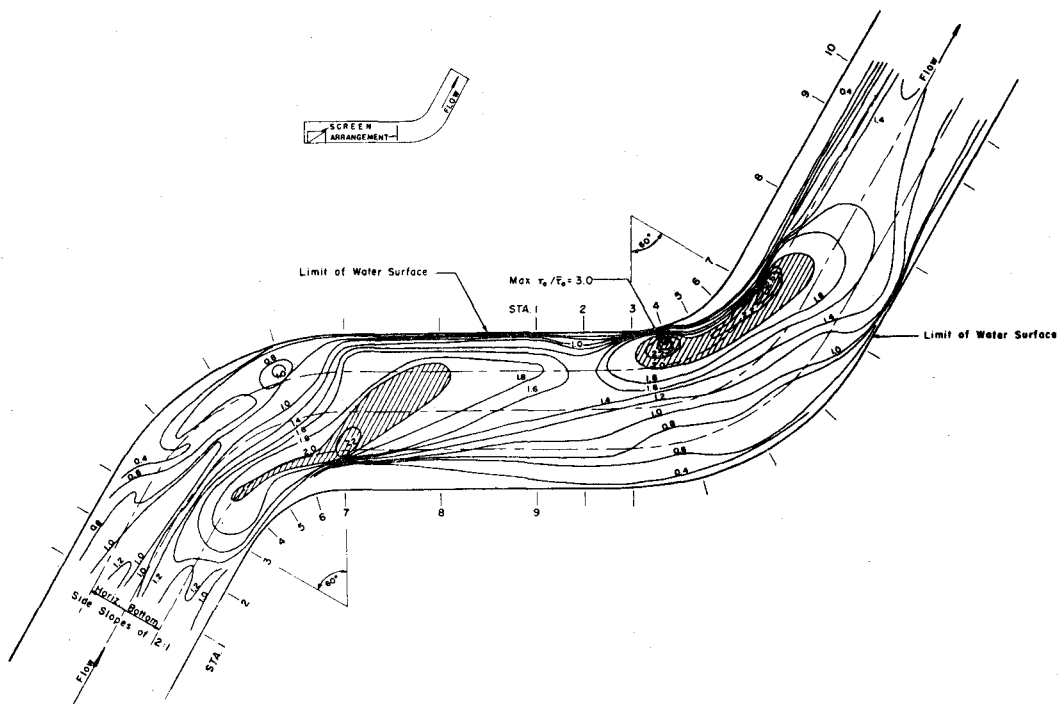


図-9 $B/h = 8$, $B/r_c = 0.8$

がさらに強調される。そのため第2の彎曲部の内側に沿って河床せん断力の著しい集中が生ずる。第2の彎曲部の下流端に生ずる剝離は単一彎曲部の場合より小規模で、下流の流れは単一彎曲部の場合よりはるかに一様化されている。

図-10は図-7(a)の彎曲部を同じ向きに組み合わせた例である。初めの彎曲部の下流端で外側に移った流れは、第2の彎曲部に入って幾分一様化されるが、その下流端で再び剝離のために外側に移る。結局最大流速の点は内

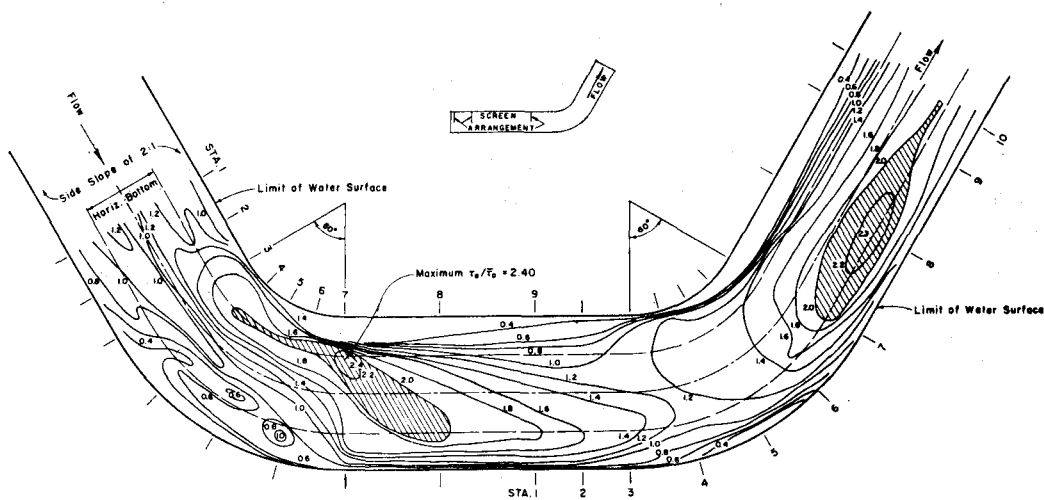


図-10 $B/h = 8$, $B/r_c = 0.8$

側に移るまでには到っていない。第2の彎曲部ではせん断力の最大値は単一彎曲部とちがって彎曲部の下流端外壁沿いにあらわれるが、 $(\bar{\tau}_0/\tau_0)_{\max}$ は単一彎曲部と同程度で特に大きくなってはいない。図-9と図-10を比較すれば最大せん断力が増大するのは逆向きに接続された複合彎曲部であって、同じ向きの複合彎曲部ではせん断力の最大値は単一彎曲部より大きくならないことがわかる。

参 考 文 献

- 1) Shukry, A.: Flow around Bends in an Open Flume, Trans. ASCE, Vol. 115, 1950.
- 2) Einstein, H. A. and Harder, J. A.: Velocity Distribution and the Boundary Layer at Channel Bends, Trans. AGU, Vol. 35, No. 1, 1954.
- 3) Ippen, A. T., Drinker, P. A. and others: Stream Dynamics and Boundary Shear Distributions for Curved Trapezoidal Channels, MIT Rept. No. 47, 1962.
- 4) 石原藤次郎, 村本嘉雄: 開水路彎曲流における水理学的特性に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1962.
- 5) 村本嘉雄, 石田真一: 彎曲部水流の水理学的特性に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1963.
- 6) 村本嘉雄, 石田真一: 開水路彎曲部の水理学的特性に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1964.
- 7) 村本嘉雄, 石田真一: 彎曲部の流れに及ぼす二次流の効果について. 京大防災研究所年報, 7号, 1964.
- 8) 村本嘉雄, 井上喬之: 開水路彎曲部の内部機構. 京大防災研究所年報, 8号, 1965.
- 9) 村本嘉雄, 井上喬之: 開水路彎曲部の水理学的特性に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1965.
- 10) 岸 力, 小川芳昭, 住吉幸彦: 開水路彎曲部の二次流に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1962.
- 11) 岸 力, 小川芳昭: 開水路彎曲部の二次流に関する研究. 土木学会水理講演集, 1962.
- 12) 岸 力, 佐伯 浩: 開水路彎曲部の二次流に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1964.
- 13) 岸 力, 佐伯 浩, 青木敬三: 開水路彎曲部の二次流に関する研究. 土木学会年次講演会概要, 1965.
- 14) 吉川秀夫, 須賀堯三: 開水路の彎曲によるエネルギー損失について. 土木学会年次講演会概要, 1963.
- 15) 須賀堯三: 河川の彎曲部における洗掘について. 土木技術資料, vol. 5, No. 4, 1963.
- 16) 吉川秀夫, 須賀堯三: 開水路の彎曲によるエネルギー損失について. 土木学会年次講演会概要, 1964.