

高 潮 理 論

序 に か え て

この研修会のための講義録執筆要領を受け取りましたときに実のところ大いに驚かされました。「講義内容は当該課題に対して、世界最高水準のものを目標とする」と劈頭に書いてあります。正直、辞退しようと思いました。少なくとも私に関する限り、世界最高どころの話ではありません。ここ 2、3 年こそ休んでいますが毎年のような高潮災害で痛めつけられるわが国では、正確な高潮予報を渴望する強い社会的要請に応じて数多くの先人たちの、それこそ世界的な輝かしい業績が、未熟な研究者を圧倒するがごとくに報告されています。いまさら、私ごときに要領で指示されるような内容のものを書きえましょう。

しかし、以下にご覧のとおりここにともかく執筆しております。すなわち逃げ口上は次のごとくであります。

まず、さきに申しましたとおり高潮に関してはその理論的解明はわが国が世界的水準にあります。そのことこそが執筆する者にとって最も大きな力づけとなります。先人の数多くの業績と真摯な討議の過程とをできるだけ簡明に列挙しさえすれば、とりもおさず世界最高水準のものを講述しうることになりましょう。それこそハサミとノリと若干の編集能力とがあれば川はたりと思われまふ。

しかしながら、申すまでもなくただそれだけのために長時間を空費する研究者はありますまい。すなわち、あえて広言することをお許し願えんとすれば、気象理論としての高潮現象の把握と、われわれ工学者としての問題意識とは同じ高潮を扱うに致しましてもおのずから趣の異なるところがあろうかと思ひます。第二室戸台風ののち、和歌山県湯浅へ調査に参りましたときに、海岸一面にそれこそ山をなして堆積しておりました海底砂礫の実態を見ましたときに、高潮の海水流動のはげしさにいまさらながら驚嘆しましたが、そういった現実を見たときほど微小振幅波理論として与えられてきた高潮の知識の空しさを感じたことはありません。あらゆる項の省略を拒否した精緻極まる解析も直径 10 cm に及ぶ海底礫塊を輸送する高潮時のこの強烈な海水流動を説明することはできません。少々の大胆な仮定を踏んまえてでも有限波高としての扱いを試みたいという強い衝動を感じます。主として第 3 章では以上の意図でそういった方向へのアプローチを試みた積りであります。申すまでもなく、適切でない仮説と独断が 3 章に限らず随所にあるかとは存じます。しかしそういった誤りを誤りと指摘し、適当と認められるものはそれを採択し十分な討論のもとで漸次、高潮の実態が浮び上って来るといった型こそ、私が最もこの研修会に期待し、楽しみにしているところであります。あえて話題を提出して諸賢の御批判をえたいのであります。

なお、今回は高潮についての次の重要な課題、すなわち、高潮の予報、および高潮防禦対策について全く触れませんでした。前者は電子計算機による高潮の数値計算、後者は高潮防波堤の効果が今日的な主要内容でありましようが、いずれも高潮の本質論に関連しないと判断して割愛します。ただ、数値計算、とくに非線型項を含む差分式の安定条件などについて機会があればぜひ勉強したいと念願しております。

第1章 高 潮 の 実 態

1. 1 高 潮 概 説

天体（主として太陽と太陰）の引力によって海面が規則的に昇降する現象を天文潮（astronomical tide）とよび、気象的要因で起こる海面の昇降を気象潮（meteorological tide）と名づける。

気象潮には台風や、連吹する風によって短時間に起こるものと、1日、半年あるいは1年の周期をもつ長周期のやや規則的なものがある。後者の内、日単位の短周期のものは天文潮の半日潮や1日潮成分にくらべ小さいのが普通であるが、年単位の気象潮は平均水面の変化にかなり著しい程度に影響を及ぼし、長周期の天文潮よりはるかに大きいことさえある。この長周期気象潮は気圧の季節変動などによるもので日本沿岸で20~40cmの程度である。（気象潮をはじめ、港湾の副振動・津波・海中核爆発による海面振動などを含んで異常潮（abnormal tide）という。）

この気象潮のうち、台風や温帯性低気圧によって起こる少なくとも日単位の異常潮を高潮（storm surge, または storm tide）といい、観測潮位から当時の推算(天文)潮位を差引いた偏差を気象潮差とよぶ。（しばしば、たとえば水理公式集などで、気象潮偏差という言葉が用いられてきたが気象潮自身が上に述べた意味での deviation であるからさらに「偏差」という言葉を重ねるのは少々くどいように思われる。）ここで注意すべきことは少なくとも分単位の海面振動、たとえば港湾の seiche, 副振動、あるいは beating などによる海面昇降は高潮とはよばない。したがって厳密な意味での高潮記録は極めて低周波のみを記録する low-pass filter を透した潮位記録であるといえよう。水面積の小さい閉じた湾域のなかに設けられた検潮所においては台風接近にともなって顕著な beating が発生して潮候曲線を著しく乱す（例・和歌山県串本・袋港）。したがってこのような場合は潮位計に何らかの減衰機構を加えてこのような高周波部分を除かなければ正しい高潮そのものの波形はえられないであろう。

昭和年代で最大気象潮差が2.0mを越した高潮は次のとおりである。

このような破壊的な高潮の成因は、その total energy が 10^{25} ~ 10^{26} erg. の程度の強大な台風によるものではあるが、表に見られるように最大気象潮の既往最大値が3.5mの order であることは津波の波高がしばしば10mを越

年・月・日	発 生 域	最大気象潮差(m)	台 風
1934 (S・9) 9・21	大 阪 湾	約 3	第一室戸台風
1945 (S・20) 9・17	鹿児島湾	2 以上	枕 崎 台 風
1950 (S・25) 9・3	大 阪 湾	2.4	Jane 台 風
1959 (S・34) 9・26	伊 勢 湾	3.5	伊 勢 湾 台 風
1961 (S・39) 9・16	大 阪 湾	2.45	第二室戸台風

えるのと比較してきわめて注目すべきである。非常に強い地震 ($M = 8.6$ 程度) でもそのエネルギーは、 5×10^{24} erg の order で台風のそれより小さいけれども海底地震の場合は効率よく海水へ波動エネルギーが伝達されるので(計算方式により、異なるが地震エネルギーの1~10%が津波エネルギーとなるものと考えられるから(飯田波事, 1958)), 波高10mにおよぶ波動が発生しうるのである。ところが台風では(界面, 地表面または海面)で摩擦, すなわち shear の work-done によって失なわれるエネルギーは total energy の 10^{-4} ~ 10^{-5} の order である。後述するようにとくに沿岸での高潮の成因に有効な寄与をすると考えられている風の海面 shear の仕事量がこのように(台風エネルギー総量にくらべ)小さく、換言すれば効率が悪いことが津波と高潮の潮位偏差の大きな差違となって現われるのである。(なお、注意すべきことは、津波では外力の海水への作用は衝撃的であるけれども、高潮の場合はその作用が継続・累積的であるといった本質的な差違がある。)

さて、このような強い高潮はつねに台風にともなわれて発生するのであるがその気象潮潮位曲線はほぼ相似であってその schematic な潮位曲線は図-1.1のとおりである。

すなわち高潮主体部分が現われる前に、(台風中心がなお300~1000kmはなれているにもかかわらず)先駆的な水面上昇が発生します。この forerunner は台風による直接的な気象擾乱によるものではない。つづいて水位上昇速度の異常に大きな(たとえば Jane 台風などで1.8m/hr.)高潮主体部が現われる。水位上昇速度が著る

しく大きいのでこの部分を storm surge とよぶ。最大潮位に達した後、ふたたび急速な下降をたどり、(湾などでは) 水域の固有振動に対応するいわゆる resurgence が永く続く。なおナマの潮位記録を注意深く観察すると、とくに forerunner と surge 前面で短周期(10sec.~1min. の order) のある種の攪乱波が記録されているので、曲線自体がその攪乱波振幅でまっ黒に塗りつぶされ太い線となっているのが見られよう。(これは閉塞水域の beating か、ある

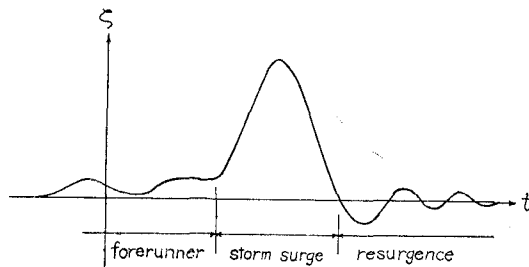


図-1.1 高潮の一般波型

いは先行うねりの記録かとも想像されるがいまのところ的確な判断を下しうる資料をもっていない。佐藤¹⁾によると、台風域内の海面波動が海底に振動を与えその pulsation が沿岸に伝達されたものとしている。)

forerunner の発生因についても、いまだ定説がない。筆者は台風域内で、たとえば風の不連続面によって発生した長波の伝播であると考えるが、宮崎は台風中心から 1000 km 以遠では気圧低下の効果より風の吹き寄せ効果の方が卓越することを見出した後述の解析に立て、この forerunner の現象を説明しようものとしている。

ところで、言うまでもなく防災上の見地からも問題となるのは高潮主体部、すなわち storm surge である。境界がなく水深も十分に大きい (1,000 m 以上の) 外海では台風による海面上昇は主として気圧降下によるものと信じられているから仮りにその見解に従えば、超 A 級の台風でも平均の海面上昇は 1m の程度であろう。あるいはうねりの形式でそのエネルギーの分散があるとすればもっと小さいかもしれない。この程度の波高をもつ高潮が沿岸、とくに水深の浅い湾に侵入するときに、どのような機構で built-up されて大きな高潮に成熟するのであろうか。この問題について第 2 章で詳論する。

つぎに、温帯性低気圧、あるいは季節風などの、連吹する風の wind draft によって起こる高潮がある。春に低気圧が日本海に入り急激に成長するときこれにむかって暖域・太平洋側から連吹する南風によってその沿岸に起こる気象潮や、冬季に日本海沿岸に見られる季節風によるものである。前者はときに数 10 cm の異常潮をもたらすが後者は水位上昇としてはそれほど大きくはならず、むしろ激浪による浪害がしばしば「高潮被害」として世間に誤り伝えられている。

いうまでもなく、この種の高潮は風の海面での shear によって広い範囲に海水流動が起こり、それが海岸線にむかうときはそこに海水の堆積、すなわち高潮が発生するといった累積効果であるから、台風高潮のように鋭い潮位曲線の立ち上りは見られず、built-up ももちろん起こりえない。さらに必ずしも湾入部ではなくとも極端にいて (fetch の大きい) 直線状海岸の方がむしろ発生しやすい。要するに防災的な見地からは、気象潮差が 1.0m 以下のこういった wind draft による高潮は台風高潮の破壊力にくらべほとんど問題にならない。

1. 2 高潮発生の要因と頻度

先にのべたごとく、われわれが主として対象にするのは台風高潮であるから、ここではその発生すべき時期・地域・地形といった要因について概説する。このことについては奥山・宇野木²⁾の適切な整理資料があるから詳細は別記文献を参照されたい。

(1) 高潮の発生する時期 高潮の発生時期はもちろん台風来襲期に一致する。すなわち、9月について 8・10 月が多く 4・5 月がこれについて多い。(ただし、3~5 月のものは温帯性低気圧によるものである。)

(2) 高潮の発生しやすい地域 高潮発生回数の多い方から順番にあげれば、大阪湾・有明海・児島湾周辺瀬戸内海・東京湾ついで伊勢湾・鹿児島湾といった順になる。発生回数が多ければ当然のことながら気象潮差も大きい。ただし台風経路によっては油津 (偏差 1.2 m) 土佐清水 (1.0 m) のごとくまれに 1.0 m をこす高潮も起りうるけれどもその回数はきわめて少なく (数年~数十年に 1 回の程度)、しかも被害範囲も局部的である。

なお、概して西日本の方が発生回数が多いのは地形的条件のみならず、台風が西日本を通る頻度が大きいからである。ここで注意すべきことは顕著な台風高潮が発生するのは水深の浅い湾入部であるという点である。深く湾入していてもたとえば駿河湾のように水深がいちじるしく大きければ大きな高潮はおこらず、波浪害の方がむ

しろ大きい。前述した深海の場合とは逆に、平均水深 30m 前後の浅海では風の吹き寄せ効果の方が卓越してくるのであるが、こういった湾入部の浅海では wind-draft が強くきくとともに、湾の平面形といった地形効果が storm surge の built-up に大きな寄与をなすことを暗示していきわめて興味深い。

(3) 高潮発生の頻度 かつて橋本³⁾は、1900年から1950年間の大阪港における年間最高潮位の記録によって、大阪港での確率潮位を求めている。それによれば

最高潮位 6 m 以上は約250年に1回
5 m 以上は約143年に1回
4 m 以上は約 83年に1回
3 m 以上は約 23年に1回

(平均潮位に換算するには 2.21 m を引けばよい)

もちろん統計値としては気象潮差を用いるのがより妥当である。宮崎⁴⁾は一定限度以上の気象潮差の生起確率を計算して次表のような値をえた。

なお、洪水の生起確率についての Gumbel の方法と同じ手法で最大潮差の頻度を求めると、たとえば神戸におけるその超過確率は

0.5m 以上が 0.786, 1.0m 以上が 0.224, 2.0m 以上が 0.0055 となり確率年はおおの 1.3年, 4年, 182年となって右表の計算値とほぼ一致する。

以上の計算はいずれも 1 年の期間での最大気象潮の生起確率を扱い、その変化が偶然量としているがより短い時間単位 (たとえば季節単位) をとれば明らかに系統的な傾向が現われる。さらに高潮の生因は台風であり台風はとりもなおさず太陽エネルギーの地表上での顕著な具現量であるから、よく知られている Köppen の黒点周期に追隨して高潮の年生起そのものにもそういった意味の周期傾向があるのかもしれない。

1. 3 最大気象潮差の推算

気象潮の発生源は気圧降下と風である。気圧降下量を $4p(\text{mb})$ とすればそれによる 静的な海面上昇量 ζ_s は

$$\zeta_s = 0.9914p \text{ (cm)} \tag{1.3.1}$$

さらに、wind draft による海面上昇量 ζ_w は風の海面摩擦力 $\tau_s = \gamma^2 \rho_a W^2$ (ただし ρ_a : 空気密度) に比例するから

$$\zeta_w = KW^2 \tag{1.3.2}$$

の形で表現できるだろう。

$4p$ として最大気圧降下量を、 W として最大の fetch をもつ最大風速をとれば、最大気象潮 ζ は次式で表わされる。

$$\zeta = \zeta_s + \zeta_w = K_1 4p + K_2 W^2 \tag{1.3.3}$$

これは出水の最大流出高水量を推算する、いわゆる Rational 公式に対応するもので、既往の観測記録を整理して定数 K_1, K_2 が当該地点で定められている。(もちろん、その地点で記録を更新する高潮が発生すれば、とくに観測例が少ない場合に K_1, K_2 がその新しい資料によって大幅に変わってくる。)

統計資料がきわめて少ないときは (1.3.3) のように $4p$ と W の二要素に分けることがそれほど意味をもたぬことになるし、風速は当然 $4p$ の関数であり、し

表 気象潮差の return period (年)

地 点	気 象 潮 差 (m)			
	0.5	1.0	1.5	2.0
大 阪	0.7	3	12	34
神 戸	1.0	5	24	105
名 古 屋	0.6	5	24	200
横 浜	1.4	12	—	—

表 - 1.1 最大偏差式 (1.3.3) の定数値

地 名	K_1	K_2	主 風 向
東 京	1.0	0.16	S
	1.059	0.138	S7°E
横 浜	1.0	0.071	E
	1.0	0.028	ES
	1.0	0.054	S
	1.0	0.034	SSW
	1.0	0.052	SW
名 古 屋	1.674	0.165	SSE
大 阪	1.0	0.22	SW
	2.167	0.181	S6.3°E
神 戸	2.330	0.114	S31.2°W

かも Δp はその予測がかなり容易であるといった事情から風の効果を気圧効果の中に implicit に含ませてしま
って

$$\zeta = \alpha \cdot \Delta p + \beta \tag{1.3.4}$$

の形を採っている例もある。

定数 K_1, K_2 および α, β の各地における値を表-1.1 に示す。

高潮現象の動力学的理論が、いまだ若干の未解決な問題を残している現状では、こういった経験式で簡単に最
大高潮量を予測することは実用上きわめて有益である。

表-1.2 最大偏差式 (1.3.4) の定数値

台風経路	地 名	串 木	和歌山	洲 本	小松島	宇 野	高 松	松 山	宇和島	清 水	高 知
	P_0	1010.7	1010.6	1011	1010.8	1010.7	1011.1	1011.3	1010.3	1010.8	1010.6
西通過	α	1.9	1.8	1.3	1.1	2.1	2.5	2.2	1.7	8.7	1.9
	β	6.4	24.5	33.5	23.8	32.8	19.3	40.3	13.9	28.8	19.4
東通過	α	—	—	—	—	0.4	0.5	1.1	0.8	2.0	0.9
	β	—	—	—	—	41.1	39.0	4.9	18.6	28.1	15.1

第2章 高 潮 の 理 論

2. 1 高潮の基本方程式

左手系の直交座標系を用い、鉛直混合が水平混合にくらべ十分大きいとし、さらに長波近似が許されて圧力分
布が静水圧的であるとすれば高潮の運動方程式は次のようである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \lambda v - g \frac{\partial}{\partial x} (\zeta - \zeta_0) + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{2.1.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\lambda u - g \frac{\partial}{\partial y} (\zeta - \zeta_0) + \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \tag{2.1.2}$$

ただし

ζ : 水面の総変動量, ζ_0 : 気圧による水面の静的変量

λ : Coriolis の係数 ($=2\omega \cdot \sin \varphi$)

ε : 渦粘性係数。

ところで前述のように高潮の（とくに沿岸付近
での）水位上昇速度はかなり大きいので上式の
 $\partial u/\partial t, \partial v/\partial t$ といった項は十分大きいのは勿論
であるが、それらにくらべ慣性項が省略しうるの
かどうかの問題である。

浅海での高潮挙動が長波的であるとすれば海水
実質の移動速度 u は

$$u = 2 \left\{ \sqrt{g(h+\zeta)} - \sqrt{gh} \right\} \tag{2.1.3}$$

(h は水深)

の程度であってときに数 m/sec. に達することも
ありうるので、何らの検討なしにこれら慣性項を
省略することはできない。このことについて宇野
木⁹⁾ は 図-2.1 のごとき防波堤開口部付近の流れ
においてこれらの項の大きさを調べて図のように

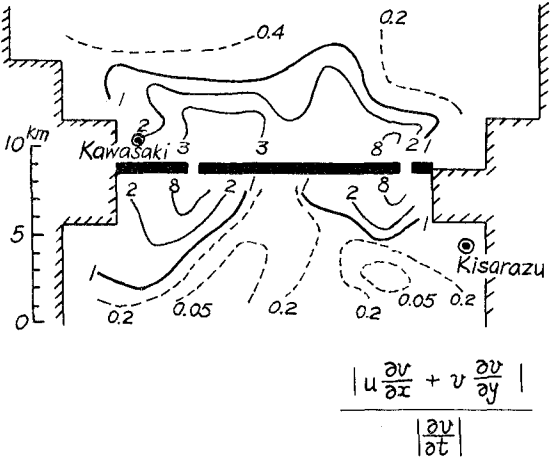


図-2.1 加速度項の大きさの比較 (宇野木⁹⁾による)

極端な流水断面の変化がある場合を除いて空間的加速度項はほぼ省略できるものとしている。

この項の省略のことについては後程改めて見るものとして、いまは上述の見解に従うことにすると式(2.1.1), (2.1.2) はおのおの次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \lambda v = -g \frac{\partial}{\partial x} (\zeta - \zeta_0) + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.1.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \lambda u = -g \frac{\partial}{\partial y} (\zeta - \zeta_0) + \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2.1.4)$$

連続方程式は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz \quad (2.1.5)$$

ただし h : 水深とする。

次に境界条件は

$$\text{水面 } z=0 \text{ で } \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho}, \quad \varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho}$$

$$\text{水底 } z=h \text{ で } u=v=0$$

ただし τ_x, τ_y : 水面に作用する x, y 方向の shear,

さらに進行性気象擾乱を $F(x-Vt, y)$ とすれば (すなわち $F(x, y)$ で表わされる擾乱が x の正方向に V の移動速度で動くものとすれば) その中心から無限遠方では水面変動は消滅するので,

$$\left. \begin{array}{l} x-Vt(\equiv x') \rightarrow \pm \infty \\ y \rightarrow \pm \infty \end{array} \right\} \text{ で } u=v=\zeta=0$$

以上の基本式をこの境界条件のもとに解くのであるが、特別にことわらない限り、計算の単純化のために次の仮定を設ける。すなわち

- (1) 気象擾乱は一定速度で進行するものとし、進行中にその性状は変化しない。
- (2) 水深は一様とする。
- (3) 渦粘性係数と Coriolis 係数は一定とする。

2.2 外海での高潮 (その1) 近似理論

海底摩擦や偏向力の効果を省略し、しかも気象擾乱が x 方向のみの一次元的拡がりをもつ (すなわち $F(x-Vt)$ とされる場合) ような単純化した解析を近似理論とよぶ。

式(2.1.3)における $\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ は

$$\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} = -\frac{1}{\rho h} (\tau_s - \tau_b) \doteq -\frac{\tau_s}{\rho h}$$

(ただし τ_s, τ_b : 海面および海底での shear) とおけるので式(2.1.3)と式(2.1.5)はおのおの

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -g \frac{\partial}{\partial x} (\zeta - \zeta_0) - \frac{\tau_s}{\rho h} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -h \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned}$$

となる。上の二式から u を消去すれば (水面での気圧変動部分: $P_s = -\rho g \zeta_0$ を考慮して)

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h \frac{dP_s}{dx} - \tau_s \right\} \quad (2.2.1)$$

上式において

$$F(x-Vt) = \frac{1}{\rho} \left(h P_s - \int_x \tau_s dx \right) \quad (2.2.2)$$

とおけば式(2.2.1)は

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (2.2.3)$$

となる。左辺がなければもちろん微小振幅の長波、あるいは閉塞水域の自由振動の基本式になるのであるが、いまの場合は式(2.2.2)で示される外力、すなわち気圧傾度と海面接線力とが強制外力として作用するような強制振動である。要するに高潮とは気圧変化と風の吹き寄せ効果によって単調増加の方向をとる海面の強制振動であって、自由波や反射波のない外海では進行性をもつ長波の型式となり、閉塞水域では強制力の作用するセイシュとなるのがこのようなきわめて単純化した基本式で明確に理解される。

式(2.2.3)は Fourier または Laplace 変換を施して独立変数を減らし解を求めるところのいわゆる Heaviside の operation method によって次のように計算される。

Laplace 変換により式(2.2.3)の両辺に e^{-ipx} をかけ $-\infty$ から $+\infty$ まで積分すれば (F が $x \rightarrow \pm\infty$ で 0 であることを考慮して) 次式をうる。

$$\frac{d^2\bar{\xi}}{dt^2} + p^2 c_0^2 \bar{\xi} = -p^2 \bar{F} \quad (2.2.4)$$

$$\text{ただし } \bar{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi e^{-ipx} dx, \quad \bar{F} = \int_{-\infty}^{\infty} F e^{-ipx} dx$$

しかるに F は $F(x-Vt)$ であるから

$$\bar{F} = \int_{-\infty}^{\infty} F(x-Vt) e^{-ipx} dx = e^{-ipVt} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-ip\xi} d\xi = e^{-ipVt} F(p)$$

したがって式(2.2.4)は

$$\frac{d^2\bar{\xi}}{dt^2} + p^2 c_0^2 \bar{\xi} = -p^2 e^{-ipVt} F \quad (2.2.5)$$

となりその解は

$$\bar{\xi} = A e^{ipc_0 t} + B e^{-ipc_0 t} + \frac{F}{V^2 - c_0^2} e^{-ipVt}$$

$t=0$ で衝撃的に気象擾乱 F が発生する、すなわち初期条件として

$$t=0 \quad \text{で} \quad \bar{\xi} = 0, \quad \frac{d\bar{\xi}}{dt} = 0$$

とすれば上の一般解は

$$\bar{\xi} = \frac{F}{2(c_0^2 - V^2)} \left\{ \left(1 - \frac{V}{c_0}\right) e^{ipc_0 t} + \left(1 + \frac{V}{c_0}\right) e^{-ipc_0 t} - 2e^{-ipVt} \right\} \quad (2.2.6)$$

ふたたび原変数に逆変換して結局次の解がえられる。

$$\xi = \frac{1}{2(c_0^2 - V^2)} \left\{ \left(1 - \frac{V}{c_0}\right) F(x + c_0 t) + \left(1 + \frac{V}{c_0}\right) F(x - c_0 t) - 2F(x - Vt) \right\} \quad (2.2.7)$$

第1項が気象擾乱部分から逆行する長波、第2項は順行する長波、第3項は擾乱部分とともに移行する波動部分を示す。

まず式(2.2.2)で示される強制外力の気圧と、風の吹き寄せの各効果について概略の見積りをしてみよう。

$$\tau_s = \gamma^2 \rho_a U^2 \quad (2.2.8)$$

(ただし ρ_a : 空気密度, U : 海面付近の風速)

さらに台風内域では旋衡風近似が成り立つものとして

$$U^2/r = \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial P_s}{\partial r} \quad (2.2.9)$$

一次元問題として扱うので $r \rightarrow x$ とし、上の2式から

$$\tau_s = \gamma^2 x \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \text{または} \quad \left(\frac{\tau_s}{h} \right) / \left(\frac{\partial P_s}{\partial x} \right) = \gamma^2 \frac{x}{h} \quad (2.2.10)$$

代表的な長さ x としては台風内域半径、あるいは湾平面の代表的な距離などを用いればよいだろう。たとえば、大阪湾を長軸 60 km 短軸 30 km, 平均水深 $h=30$ m の長円形と見做して、 $x \approx 60$ km とし、 $\gamma^2 = 2.6 \times 10^{-3}$ の値を用いると、

$$\left(\frac{\tau_s}{h} \right) / \left(\frac{\partial P_s}{\partial x} \right) \approx 4.3 : 1$$

となる。すなわち大阪湾の場合(さらに一般に浅海においては)風の効果の方が気圧効果よりはるかに卓越する

ものと判断される。なお水深 120 m あたりで両方の効果が等しくなり、水深 1000 m 以上では逆に風の効果は無視することができる。

つぎに式 (2.2.7) の数値計算例を示そう。

大阪湾における実測によれば気象擾乱関数 $F(x-Vt)$ は

$$F = -\alpha(x-Vt)e^{a(x-Vt)} \tag{2.2.11}$$

の形で表わすのが適当であるといわれている⁶⁾。

$$\alpha \doteq 1.0, \quad a \doteq \frac{1}{10}$$

とし、 $c=\sqrt{gh}$ において $h=30\text{ m}$ であるので $c \doteq 17.4\text{ m/sec.} \doteq 1.0\text{ km/min.}$ である。 $c=V$ で共振状態となるのでその前後、すなわち

$V > c$ の場合として $V = 0.8\text{ km/min.}$,

$V < c$ の場合として $V = 1.2\text{ km/min.}$

の2つの場合について式 (2.2.7) の数値計算を行なえば 図-2.2 および 図-2.3 のとおりである。

図に見られるように、 $t=0$ から発生した高潮は、気象擾乱の影響を受けている間は、時間の経過につれてほぼ直線的に built-up されるが $V \neq c$ であるから高潮進行と気象擾乱の進行とがずれて後者の強制拘束力が解

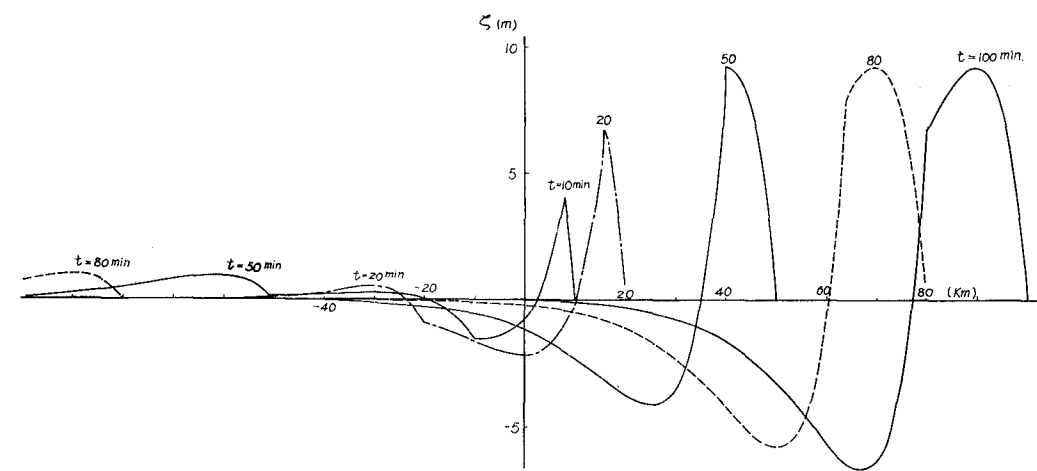


図-2.2 $V = 0.8\text{ km/min.}$ のときの高潮の built-up (式 2.2.7の数値計算, 室田・岡田による).

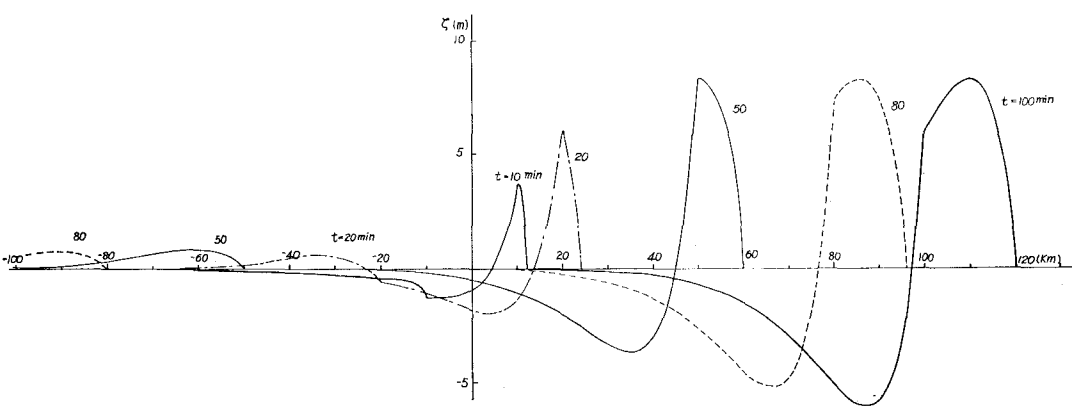


図-2.3 $V = 1.2\text{ km/min.}$ のときの高潮の built-up (式 2.2.7の数値計算, 室田・岡田による)

除された後では built-up された高潮波高はもちろん増加することなく一定速度 c で進行する。また高潮背面には顕著な depression の部分があってそれにつづき x の負方向に進行する逆行波が認められる。なお $V < c$ の方が $V > c$ の場合よりやや大きく増幅される傾向があるがこれは気象擾乱の増幅作用が $V < c$ の場合の方がより長く高潮波面に作用するためである。

ただし以上の計算は岸からの反射をまったく考慮していない。沖から海岸 ($x = 0$) にむかって進行する高潮で岸からの反射を考慮する場合は式 (2.2.7) を導いたとほとんど同じ計算によって後述の式 (2.4A.2) がえられる。

2.3 外海での高潮 (その2) 厳密な解 (宮崎⁸⁾の理論)

海底摩擦と Coriolis の力を省略なしに考慮した基本式 (2.1.3), (2.1.4) のおのにおに 2 重 Fourier 変換

$$\varphi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y, z) e^{-i(px+qy)} dx dy$$

をほどこせば次のようになる。

$$ipV\bar{u} + \lambda\bar{v} = ipg(\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) - \varepsilon \frac{d^2\bar{u}}{dz^2}, \quad (2.3.1)$$

$$ipV\bar{v} - \lambda\bar{u} = iqg(\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) - \varepsilon \frac{d^2\bar{v}}{dz^2} \quad (2.3.2)$$

上の2式を z で微分して

$$ipV \frac{d\bar{u}}{dz} + \lambda \frac{d\bar{v}}{dz} = -\varepsilon \frac{d^3\bar{u}}{dz^3},$$

$$ipV \frac{d\bar{v}}{dz} - \lambda \frac{d\bar{u}}{dz} = -\varepsilon \frac{d^3\bar{v}}{dz^3}$$

$\bar{m} \equiv \bar{u} + i\bar{v}$, $\bar{n} \equiv i\bar{u} + \bar{v}$ とおけば上の2式より

$$\frac{d\bar{m}}{dz} = A e^{(\alpha - i\alpha)z} + A' e^{-(\alpha - i\alpha)z}, \quad (2.3.3)$$

$$\frac{d\bar{n}}{dz} = B e^{(\beta - i\beta)z} + B' e^{-(\beta - i\beta)z} \quad (2.3.4)$$

ただし $\alpha = \sqrt{(pV - \lambda)/2\varepsilon}$, $\beta = \sqrt{(pV + \lambda)/2\varepsilon}$

境界条件 $z = 0$ で $\varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho}$, $\varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho}$ を式 (2.3.3), (2.3.4) に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} A + A' (\equiv \bar{M}) &= -\frac{1}{\rho\varepsilon} (\tau_x + i\tau_y), \\ B + B' (\equiv \bar{N}) &= -\frac{1}{\rho\varepsilon} (i\tau_x + \tau_y) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.5)$$

式(2.3.3), (2.3.4) を z で積分し, 式(2.3.5) と $z = h$ で $u = v = 0$ の境界条件を入れると

$$\left. \begin{aligned} \bar{m} &= -\frac{(1+i)}{2\alpha} \left\{ \bar{M} e^{-(\alpha - i\alpha)z} - 2A \cosh(\alpha - i\alpha)z \right\} + \bar{m}_0, \\ \bar{n} &= -\frac{(1+i)}{2\beta} \left\{ \bar{N} e^{-(\beta - i\beta)z} - 2B \cosh(\beta - i\beta)z \right\} + \bar{n}_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.6)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_0 &= \frac{(1+i)}{2\alpha} \left\{ \bar{M} e^{-(\alpha - i\alpha)h} - 2A \cosh(\alpha - i\alpha)h \right\}, \\ \bar{n}_0 &= \frac{(1+i)}{2\beta} \left\{ \bar{N} e^{-(\beta - i\beta)h} - 2B \cosh(\beta - i\beta)h \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.7)$$

一方, 式(2.3.1), (2.3.2) から

$$\bar{m}_0 = \frac{(p+iq)g}{2\varepsilon\alpha^2} (\bar{\xi} - \bar{\xi}_0), \quad \bar{n}_0 = -\frac{(ip+q)}{2\varepsilon\beta^2} (\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) \quad (2.3.8)$$

連続式 (2.1.5) に式 (2.3.6) を代入し, 式 (2.3.7), (2.3.8) によって $\bar{m}_0$, $\bar{n}_0$, A , B を消去すれば

$$\begin{aligned}
-4p i \bar{\zeta} &= -2 \int_0^h \left\{ (ip+q) \bar{m} + (p+iq) \bar{n} \right\} dz \\
&= -(-p+iq) K_\alpha M - (ip-q) K_\beta N - \frac{(\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_0) g i}{\varepsilon} (L_\alpha + L_\beta) (p^2 + q^2)
\end{aligned} \quad (2.3.9)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned}
K_\alpha &= \left\{ \operatorname{sech}(\alpha - i\alpha) h - 1 \right\} / \alpha^2 \\
K_\beta &= \left\{ \operatorname{sech}(\beta - i\beta) h - 1 \right\} / \beta^2 \\
L_\alpha &= \left\{ \alpha h - \frac{(1+i)}{2} \tanh(\alpha - i\alpha) h \right\} / \alpha^3 \\
L_\beta &= \left\{ \beta h - \frac{(1+i)}{2} \tanh(\beta - i\beta) h \right\} / \beta^3
\end{aligned} \right\} \quad (2.3.10)$$

式 (2.3.9) の逆変換によって結局、次の解がえられる。

$$\begin{aligned}
\zeta &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int \int \int \left[M(k, l) (ip+q) K_\alpha + N(k, l) (p+iq) K_\beta \right. \\
&\quad \left. - \frac{g}{\varepsilon} \zeta_0(k, l) (p^2 + q^2) (L_\alpha + L_\beta) \right] / \left[4pV - \frac{g}{\varepsilon} (p^2 + q^2) (L_\alpha + L_\beta) \right] \\
&\quad \times e^{-ip(k-x') - iq(l-y)} dk dl dp dq
\end{aligned} \quad (2.3.11)$$

ただしとくに上下限を記入しないときは積分はすべて $-\infty$ から $+\infty$ までの定積分を示すものとし、 $x' \equiv x - Vt$ とする。

気象擾乱 $F(x - Vt, y)$ が x' 方向のみの関数であるときは式 (2.3.11) の基本解は次のようになる。

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \int \int \frac{M(k) K_\alpha i + N(k) K_\beta - \frac{g p}{\varepsilon} \zeta_0(k) (L_\alpha + L_\beta)}{4V - \frac{g p}{\varepsilon} (L_\alpha + L_\beta)} e^{-ip(k-x')} dk dp \quad (2.3.12)$$

式 (2.3.11) または (2.3.12) を与えられた $F(x', y)$ を用いてとけば高潮の水面形がえられるはずであるが、いうまでもなくこれら式中の定積分はきわめて複雑であって少なくとも現在までに知られている特殊関数では到底表現できない。

しかし水深が十分大きい場合と十分に小さい場合については厳密解が宮崎によってえられている。以下にそのおのおのについてのべる。

(1) 深海の場合

$2\varepsilon/h \ll \lambda^*$ とすれば式 (2.3.10) において

$$K_\alpha \doteq -\frac{1}{\alpha^2}, \quad K_\beta \doteq -\frac{1}{\beta^2}, \quad L_\alpha \doteq \frac{\alpha h - \frac{1+i}{2}}{\alpha^3}, \quad L_\beta \doteq \frac{\beta h - \frac{1+i}{2}}{\beta^3} \quad (2.3.13)$$

とおけるから式 (2.3.11) は

$$\begin{aligned}
4\pi^2 \zeta &= - \int \int \int \int G(k, l, p, q) e^{-ip(k-x') - iq(l-y)} dk \cdot dl \cdot dp \cdot dq \\
&+ \int \int \int \int dk dl dq \int_{-(\lambda/V)}^{-(\lambda/V)+d} \left\{ H(k, l, p, q) + G(k, l, p, q) \right\} \times e^{-ip(k-x') - iq(l-y)} dk dl dp dq \\
&+ \int \int \int \int dk dl dq \int_{-(\lambda/V)}^{-(\lambda/V)+d} \left\{ H(k, l, p, q) + G(k, l, p, q) \right\} \times e^{-ip(k-x') - iq(l-y)} dk dl dp dq
\end{aligned} \quad (2.3.14)$$

* この意味は摩擦項 $\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ が偏向力項 λu より十分小さいことを示す。本章 4・B を参照

ただし,

$$\left. \begin{aligned} G(k, l, p, q) &= \frac{\left(ip + \frac{\lambda}{V}\right) \frac{\tau_x}{\rho} + \left(iq - \frac{\lambda}{V}\right) \frac{\tau_y}{\rho} - c_0^2(p^2 + q^2)\zeta_0}{(c_0^2 - V^2)p^2 + c_0^2q^2 + \lambda^2} \\ H(k, l, p, q) &= \frac{M(k, l)(ip + q)K_\alpha + N(k, l)(p + iq)K_\beta - \frac{g}{\varepsilon}\zeta_0(k, l)(p^2 + q^2)(L_\alpha + L_\beta)}{4pV - \frac{g}{\varepsilon}(p^2 + q^2)(L_\alpha + L_\beta)} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.15)$$

とし, $p = \pm\lambda/V$ で式(2.3.13)が成立せぬのでその特異点をにげるため上・下限を $\frac{\lambda}{V} \pm \mathcal{A}$ のようにとる。したがって $\mathcal{A}$ は λ/V よりはるかに小さく, すなわち $K_\beta \gg K_\alpha$, $L_\beta \ll L_\alpha$ となる。ゆえにたとえば式(2.3.14)の第2積分は,

$$\iiint dq dk dl \int_{-r_0+l r_0}^{r_0-l r_0} \left\{ \frac{\phi_1 \gamma^2}{\gamma - \tanh \gamma} + \frac{\phi_2 (\text{sech } \gamma - 1)}{\gamma - \tanh \gamma} + \frac{\phi_3}{\gamma} + \phi_4 \gamma \right\} d\gamma \doteq 0 \quad (2.3.16)$$

ただし,

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{\mathcal{A} \cdot V}{2\varepsilon}} h, \quad \phi_n (n=1, 2, 3, 4) \text{ は } q, k, l \text{ の関数とする。}$$

結局 $2\varepsilon/h^2 \ll \lambda$ を満足する深浅の場合は十分の近似で次の解がえられる。

$$\begin{aligned} \zeta &= -\frac{1}{4\pi^2} \iiint \left\{ \frac{\left(ip + \frac{\lambda}{V}\right) \frac{\tau_x}{\rho} + \left(iq - \frac{\lambda}{V}\right) \frac{\tau_y}{\rho} - c_0^2(p^2 + q^2)\zeta_0}{(c_0^2 - V^2)p^2 + c_0^2q^2 + \lambda^2} \right. \\ &\quad \times e^{-lp(k-x') - lq(l-y)} dk dl dp dq \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

一次元的拡がりをもつ気象擾乱 $F(x')$ の場合は式(2.3.12)は次のように近似される。

$$\zeta = -\frac{1}{2\pi} \iint \frac{ip \frac{\tau_x}{\rho} - \frac{\lambda}{V} \frac{\tau_y}{\rho} - c_0^2 p^2 \zeta_0}{(c_0^2 - V^2)p^2 + \lambda^2} e^{-lp(k-x')} dk dp \quad (2.3.18)$$

式(2.2.17), (2.3.18) はともに ε の項がないので海底 shear が無視されていることになる。

ところで以上で用いた変換は当然ある条件の下でのみ可能であって, たとえば

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(p) e^{-lp(k-x')} dp$$

の計算は

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(p) dp$$

の積分が存在してはじめて可能である。したがってたとえば式(2.3.17)の変換関数を p に独立な部分と, p に関する条件を満足する2つの部分に分けるべきで, 前者

$$\frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0(k, l)$$

は4重 Fourier 変換によって変換され, 式(2.3.17)より,

$$c_0^2 - V^2 (\equiv a^2) > 0 \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} \zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 &= -\frac{1}{2\pi a^2} \int_x^\infty dk \iint \left\{ \frac{\tau_x}{\rho} \left(1 + \frac{a\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}}\right) \right. \\ &\quad + \frac{\tau_y}{\rho} \left(\frac{iqu}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} - \frac{a\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) + \frac{c_0^2(\lambda^2 + V^2 q^2)}{a^2 \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \zeta_0 \left. \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{a} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} - iq(l-y) \right\} dl dq \\ &\quad - \frac{1}{2\pi a^2} \int_{-\infty}^{x'} dk \iint \left\{ -\frac{\tau_x}{\rho} \left(1 + \frac{a\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}}\right) + \frac{\tau_y}{\rho} \left(\frac{iqu}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} - \frac{a\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) \right. \\ &\quad + \frac{c_0^2}{a} \frac{(\lambda^2 + V^2 q^2)}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \zeta_0 \left. \right\} \exp \left\{ \frac{1}{a} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} - iq(l-y) \right\} dl dq \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

$V^2 - c_0^2 (\equiv a'^2) > 0$ のとき,

$$\begin{aligned}
\zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 = & -\frac{1}{2\pi a'^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int \left[-\frac{\tau_x}{\rho} \left(1 + \frac{a'\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) \cos \frac{k}{a'} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{\tau_y}{\rho} \left(-\frac{iq a'}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} - \frac{a'\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) - \frac{c_0^2}{a'} \frac{(c_0^2 \lambda^2 + V^2 q^2)}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \zeta_0 \right\} \sin \frac{k}{a'} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} \right] \\
& \times e^{-iq\alpha - \eta} dldq - \frac{1}{2\pi a'^2} \int_{-\infty}^{x'} dk \int \left[-\frac{\tau_x}{\rho} \left(1 + \frac{a'\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) \cos \frac{k}{a'} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{\tau_y}{\rho} \left(-\frac{iq a'}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} - \frac{a'\lambda}{V\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \right) - \frac{c_0^2}{a'^2} \frac{(c_0^2 \lambda^2 + V^2 q^2)}{\sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2}} \zeta_0 \right\} \sin \frac{k}{a'} \sqrt{c_0^2 q^2 + \lambda^2} \right] \\
& \times e^{-iq\alpha - \eta} dldq
\end{aligned} \tag{2.3.20}$$

式(2.3.19) は上述の条件を満足するので直接積分できるが、式(2.3.20) はそうはいかない。式(2.3.20) を I_1 (その変換関数が上の条件を満たす部分) と次式で与えられる I_2 の2部分にわけると、

$$\begin{aligned}
I_2 = & \frac{1}{2\pi a'^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int \left\{ \left[\frac{\tau_x}{\rho} \cos \frac{c_0 k}{a'} q - \left(\frac{a' \tau_y}{c_0 \rho} - \frac{c_0 V^2}{a'} q \zeta_0 \right) \sin \frac{c_0 k}{a'} q \right] \right. \\
& \times e^{-iq\alpha - \eta} dldq - \frac{1}{2\pi a'^2} \int_{-\infty}^{x'} dk \int \left\{ \left[\frac{\tau_x}{\rho} \cos \frac{c_0 k}{a'} q + \left(\frac{a' \tau_y}{c_0 \rho} - \frac{c_0 V^2}{a'} q \zeta_0 \right) \right. \right. \\
& \times \left. \left. \sin \frac{c_0 k}{a'} q \right] e^{-iq\alpha - \eta} dldq, \right. \\
& \left. \frac{1}{2\pi} \int F(l) e^{-iq\alpha - \eta} dldq = F(y) \right.
\end{aligned} \tag{2.3.21}$$

の変換により上式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
I_2 = & \frac{1}{2a'^2 \rho} \int_0^{\infty} \left\{ \tau_x \left(x' + k, y + \frac{c_0}{a'} (k + x') \right) + \tau_x \left(x' + k, y - \frac{c_0}{a'} (k + x') \right) \right. \\
& - \tau_x \left(x' - k, y - \frac{c_0}{a'} (k - x') \right) - \tau_x \left(x' - k, y + \frac{c_0}{a'} (k - x') \right) \Big\} dk \\
& - \frac{1}{2a' c_0 \rho} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left\{ \tau_y \left(k, y + \frac{c_0 k}{a'} \right) - \tau_y \left(k, y - \frac{c_0 k}{a'} \right) \right\} \right. \\
& + \left. \frac{c_0^2 V^2 \rho}{a'^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \zeta_0 \left(k, y + \frac{c_0 k}{a'} \right) - \zeta_0 \left(k, y - \frac{c_0 k}{a'} \right) \right\} \right] dk
\end{aligned} \tag{2.3.22}$$

Bessel 関数についての次の公式

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-a\sqrt{b^2 + x^2}}}{\sqrt{b^2 + x^2}} e^{-ixy} dy &= 2K_0(b\sqrt{a^2 + x^2}) \\
\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(a\sqrt{b^2 + x^2})}{\sqrt{b^2 + x^2}} e^{-ixy} dy &= 2K_0(b\sqrt{y^2 - a^2}) \quad (|y| > a \text{ のとき}) \\
&= \pi Y_0(b\sqrt{a^2 - y^2}) \quad (|y| < a \text{ のとき}) \\
\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(a\sqrt{b^2 + x^2})}{\sqrt{b^2 + x^2}} e^{-ixy} dy &= 0 \quad (|y| > a \text{ のとき}) \\
&= \pi J_0(b\sqrt{a^2 - y^2}) \quad (|y| < a \text{ のとき})
\end{aligned}$$

(ただし a, b は正の常数)

を用いれば式(2.3.19) と I_1 の積分ができて式(2.3.19) と式(2.3.20) は最終的に次のようになる。

$c_0 > V$ のとき

$$\begin{aligned}
\zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 = & -\frac{1}{\pi a'^2} \int_0^{\infty} dk \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{\rho} \tau_x(x' + k, l) - \frac{1}{\rho} \tau_x(x' - k, l) \right] \\
& \times \left\{ \frac{\lambda}{ar} K_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) + \frac{\lambda a}{c_0 V} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{\rho} \tau_x(x' + k, l) + \frac{1}{\rho} \tau_y(x' - k, l) \right\} \\
& \times \left\{ \frac{a\lambda}{c_0^2} \frac{y-l}{r} K_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) - \frac{\lambda a}{c_0 V} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) \right\} + \left\{ \zeta_0(x' + k, l) + \zeta_0(x' - k, l) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{c_0 \lambda^2}{a} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) - \frac{V^2 \lambda^2 (y-l)^2}{2c_0^2 r^2} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) - \frac{V^2 \lambda^2 (y-l)^2}{2c_0^2 r^2} K_2 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) \right. \\
& \left. + \frac{V^2 \lambda k^2}{c_0^2 r^3} K_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} r \right) \right\} dl
\end{aligned} \tag{2.3.23}$$

$c_0 < V$ のとき

$$\begin{aligned}
& \zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 = \frac{1}{2a'^2 \rho} \int_0^\infty \left\{ \tau_x \left(x' + k, y + \frac{c_0}{a'} (k + x') \right) \right. \\
& + \tau_x \left(x' + k, y - \frac{c_0}{a'} (k + x') \right) - \tau_x \left(x' - k, y - \frac{c_0}{a'} (k - x') \right) \\
& - \tau_x \left(x' - k, y + \frac{c_0}{a'} (k - x') \right) \Big\} dk - \frac{1}{2a' c_0 \rho} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\tau_x \left(k, y + \frac{c_0 k}{a'} \right) \right. \\
& - \tau_y \left(k, y - \frac{c_0 k}{a'} \right) \Big] + \frac{c_0^2 V^2 \rho}{a'^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \zeta_0 \left(k, y + \frac{c_0 k}{a'} \right) - \zeta_0 \left(k, y - \frac{c_0 k}{a'} \right) \right\} dk \\
& - \frac{1}{2a'^2 \rho} \int_0^\infty dk \int_{y-(c_0/a')k}^{y+(c_0/a')k} \left\{ \tau_x(x' + k, l) - \tau_x(x' - k, l) \right\} \left\{ \frac{\lambda k}{a s} J_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) - \frac{\lambda a'}{c_0 V} Y_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) \right\} \\
& + \left\{ \tau_y(x' + k, l) + \tau_y(x' - k, l) \right\} \left\{ \frac{\lambda a' (y-l)}{c_0^2 s} J_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) - \frac{\lambda a'}{c_0 V} J_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) \right\} \\
& - \rho \left\{ \zeta_0(x' + k, l) + \zeta_0(x' - k, l) \right\} \left\{ \frac{c_0 \lambda^2}{a'} J_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) - \frac{V^2 \lambda^2 (y-l)^2}{c_0^2 s^2} J_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) \right. \\
& \left. + \frac{V^2 \lambda^2 (y-l)^2}{c_0^2 s^2} J_2 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) - \frac{V^2 \lambda k^2}{c_0 s^2} J_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} s \right) \right\} dl + \frac{\lambda}{\pi \rho c_0 a' V} \int_0^\infty dk \\
& \times \int_{y+(c_0/a')k}^\infty \left\{ \tau_x(x' + k, l) - \tau_x(x' - k, l) \right\} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s' \right) dl + \frac{\lambda}{\pi \rho c_0 a' V} \int_0^\infty dk \\
& \times \int_{-\infty}^{y-(c_0/a')k} \left\{ \tau_x(x' + k, l) - \tau_x(x' - k, l) \right\} K_0 \left(\frac{\lambda}{c_0} s' \right) dl
\end{aligned} \tag{2.3.24}$$

ただし, $r = \sqrt{-\frac{c_0^2}{a'^2} k^2 + (l-y)^2}$, $s = \sqrt{\frac{c_0^2}{a'^2} k^2 - (l-y)^2}$
 $s' = \sqrt{(l-y)^2 - \frac{c_0^2}{a'^2} k^2}$ とする。

気象擾乱が x 方向のみの一次元的拡がりをもつ場合は最終的に次のようになる。

$c_0 > V$ のとき

$$\begin{aligned}
& \zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 = -\frac{1}{2a^2} \int_0^\infty \left[\left\{ \frac{\tau_x}{\rho} (x' + k) - \frac{\tau_x}{\rho} (x' - k) \right\} - \frac{a}{V} \left\{ \frac{\tau_y}{\rho} (x' + k) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\tau_y}{\rho} (x' - k) \right\} + \left\{ \zeta_0(x' + k) + \zeta_0(x' - k) \right\} \frac{c_0^2 \lambda}{a} \right] e^{-\frac{k\lambda}{a}} dk
\end{aligned} \tag{2.3.25}$$

$c_0 < V$ のとき

$$\begin{aligned}
& \zeta - \frac{c_0^2}{c_0^2 - V^2} \zeta_0 = -\frac{1}{2a'^2} \int_0^\infty \left[\left\{ -\frac{\tau_x}{\rho} (x' - k) - \frac{\tau_x}{\rho} (x' + k) \right\} \cos \frac{k\lambda}{a'} - \frac{a'}{V} \left\{ \frac{\tau_y}{\rho} (x' + k) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\tau_y}{\rho} (x' - k) \right\} \sin \frac{k\lambda}{a'} - \frac{c_0^2 \lambda}{a'} \left\{ \zeta_0(x' + k) + \zeta_0(x' - k) \right\} \sin \frac{k\lambda}{a'} \right] dk
\end{aligned} \tag{2.3.26}$$

いま, 簡単のために移動する気象擾乱を拡がりのない point impulse とみなして上式を数値計算してみよう。もちろんこの仮定はその point 近傍では現実的な意味はないが点源から十分離れた位置ではやや容認されうる近似であろう。

$$x' \neq 0, \quad y \neq 0 \quad \text{で} \quad \tau_x = \tau_y = \zeta_0 = 0 \quad \text{とし,}$$

$$X \equiv \frac{1}{\rho} \iint \tau_x dx' dy, \quad Y \equiv \frac{1}{\rho} \iint \tau_y dx' dy, \quad Z \equiv \iint \zeta_0 dx' dy$$

$$\Omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\rho} \tau_x(x', 0)$$

とて、すべての気象要素を一点に集中させれば式 (2.3.23), (2.3.24) はおのおの次のようになる。

(i) $c_0 > V$ のとき

$$\begin{aligned} \zeta - \left(\frac{c_0}{a}\right)^2 \zeta_0 = & -\frac{1}{\pi a^2} \left[\left\{ -\frac{\lambda x'}{a r_0} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) + \frac{\lambda a}{c_0 V} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} X \right. \\ & + \left\{ \frac{a \lambda y}{c_0^2 r_0} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) - \frac{\lambda a}{c_0 V} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} Y \\ & + \left. \left\{ \frac{c_0}{a} \lambda^2 K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) - \frac{V^2 \lambda^2 y^2}{2 c_0^2 r_0^2} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) - \left(\frac{V \lambda y}{2 c_0 r_0} \right)^2 K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) + \frac{V \lambda x'^2}{c_0 r_0^3} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} Z \right] \end{aligned} \quad (2.3.27)$$

ただし $r_0 = \sqrt{\left(\frac{c_0}{a} x'\right)^2 + y^2}$ 複号は $x' \geq 0$ に対応する。

(ii) $c_0 < V$ で $(c_0 x'/a)^2 > y^2$ のとき

$$\begin{aligned} \zeta + \left(\frac{c_0}{a}\right)^2 \zeta_0 = & -\frac{1}{2a'^2} \left[\pm 2\Omega + \left\{ -\frac{\lambda x'}{a' S_0} J_1\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) \pm \frac{\lambda a'}{c_0 V} Y_0\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) \right\} X \right. \\ & + \left\{ \frac{a' \lambda y}{c_0^2 S_0} J_1\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) - \frac{\lambda a'}{c_0 V} J_0\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) \right\} Y \\ & - \left. \left\{ \frac{c_0 \lambda^2}{a'} J_0\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) - \left(\frac{V \lambda y}{c_0 S_0} \right)^2 J_0\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) + \left(\frac{V \lambda y}{c_0 S_0} \right)^2 J_2\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) - \frac{V^2 \lambda x'^2}{c_0 S_0^3} J_1\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0\right) \right\} Z \right] \end{aligned} \quad (2.3.28)$$

ただし $S_0 = \sqrt{(c_0 x'/a')^2 - y^2}$

(iii) $c_0 < V$ で $(c_0 x'/a')^2 \leq y^2$ のとき

$$\zeta + \frac{c_0^2}{a'^2} \zeta_0 = \frac{\Omega}{a'^2} + \frac{\lambda}{\pi a' c_0 V} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} S_0'\right) X \quad (2.3.29)$$

ただし $S_0' = \sqrt{y^2 - (c_0 x'/a')^2}$

とくに十分深い海で $c_0 \gg V$ の場合は式 (2.3.27) より

$$\begin{aligned} \zeta - \zeta_0 = & -\frac{1}{\pi c_0^2} \left[\left\{ -\frac{\lambda x'}{c_0 r_0} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) + \frac{\lambda}{V} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} X \right. \\ & + \left\{ \frac{\lambda y}{c_0 r_0} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) - \frac{\lambda}{V} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} Y \\ & + \left. \left\{ \lambda^2 K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) - \left(\frac{V \lambda y}{2 c_0 r_0} \right)^2 K_2\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) + \frac{V \lambda x'^2}{c_0 r_0^3} K_1\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \right\} Z \right] \end{aligned} \quad (2.3.30)$$

点源から十分離れた位置では上式から、

$$\zeta - \zeta_0 = \frac{\lambda}{\pi c_0^2} K_0\left(\frac{\lambda}{c_0} r_0\right) \left\{ \frac{Y}{V} \pm \frac{X}{V} - \lambda Z \right\} \quad (2.3.31)$$

表 2-1 に示すような X, Z などの実測記録からの換算値を用いて式 (2.3.31) を数値計算すれば図-2.4 のようになる。

ただし、 $Y \equiv 0$ とする。

表 2-1

	$X/V(\text{c.g.s.})$	$Z(\text{c.g.s.})$	$\lambda(1/\text{sec.})$
第一室戸台風	6×10^{14}	2×10^{18}	6×10^{-5}
ルース台風	2×10^{14}	5×10^{17}	6×10^{-5}
沖縄台風	8.9×10^{13}	2.4×10^{17}	5×10^{-5}

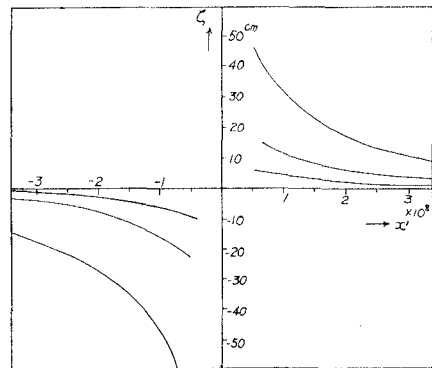


図-2.4 移動する point impulse の気象擾乱による水位変動の一次元解 (点源から十分はなれた場合)

有限の広がり（円形）をもつ気象擾乱でそのごく近傍について考えるときは式 (2.3.23) は次のようになる。

$$\zeta - \zeta_0 = \frac{V^2}{\pi c_0^2} \iint \zeta_0(k, l) \frac{\{(l-y)^2 - (k-x')^2\}}{\{(l-y)^2 + (k-x')^2\}^2} dk dl$$

Coriolis 係数を省略した上式を計算すればよく知られているような水面変化のパターンがえられる⁹⁾。（水理公式集 p. 562 参照）

この有限広がり（円形）の擾乱中心からかなり離れると、同じく式 (2.3.23) は、

$$\zeta - \zeta_0 \doteq \frac{4r_0}{c_0 V} \left[\frac{1}{\rho} \tau_y(x', y) - \lambda V \zeta_0(x', y) \right] K_1 \left(\frac{\lambda}{c_0} r_0 \right) \quad (2.3.32)$$

となり、

$$\frac{1}{\rho} \tau_y \equiv \frac{A}{r_0} \cos(\theta + 23^\circ),$$

$$\zeta_0 \equiv B/(r_0 + r_a)$$

（ただし、 A, B, r_a は定数）

として上式を計算すれば 図-2.5 のとおりである。この領域では風と気圧の効果とともにかいてあるので、図にみられるように右側危険半円で水位が高く、左側・可航半円ではより水位が低い。

以上の計算結果によれば、深海においても風の吹き寄せ効果が無視しがたいのみならず、気象擾乱中心からはなれた位置ではむしろ主要な効果となりうることに注意する必要がある。

(2) 浅海の場合

$2\varepsilon/h^2 \gg \lambda$ とすれば式 (2.3.10) は

$$K\alpha \doteq K\beta \doteq i h^2, \quad L\alpha \doteq L\beta \doteq -\frac{2}{3} i h^2 \quad (2.3B.1)$$

したがって式 (2.3.11) は

$$\zeta = \frac{1}{4\pi^2} \iiint \left[\left\{ \frac{3\tau_x(k, l)}{2\rho c_0^2} p + \frac{3\tau_y(k, l)}{2\rho c_0^2} q + i(p^2 + q^2)\zeta_0(k, l) \right\} / (p^2 + q^2) + ap \right] \times e^{-ip(k-x') - iq(l-y)} dk dl dp dq \quad (2.3B.2)$$

ただし $a = 3\varepsilon V/c_0^2 h^2$

一次元的広がり（円形）の気象擾乱： $F(x-Vt)$ のときは、

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \iint \left[\left\{ \frac{3\tau_x(k, l)}{2\rho c_0^2} + ip\zeta_0(k, l) \right\} / (ip+a) \right] \times e^{-ip(k-x')} dk dp \quad (2.3B.3)$$

式(2.3B.2), (2.3B.3) にはいずれも Coriolis 係数は含まず海底摩擦の効果が入ってきている。

これら両式を積分すればおのおの最終的に次の結果がえられる。

$F(x-Vt, y)$ のとき、

$$\begin{aligned} \zeta - \zeta_0 = & -\frac{a}{4\pi} \int_0^\infty dk \left[\left\{ e^{ak/2} \left\{ -\frac{3}{2\rho c_0^2} \tau_x(k+x', l) - a\zeta_0(k+x', l) \right\} \right. \right. \\ & \times \left\{ \frac{k}{r} K_1 \left(\frac{ar}{2} \right) - K_0 \left(\frac{ar}{2} \right) \right\} - e^{-ak/2} \left\{ \frac{3}{2\rho c_0^2} \tau_x(-k+x', l) - a\zeta_0(-k+x', l) \right\} \\ & \times \left\{ \frac{k}{r} K_1 \left(\frac{ar}{2} \right) + K_0 \left(\frac{ar}{2} \right) \right\} - \frac{3}{2\rho c_0^2} \tau_x(k+x', l) e^{ak/2} + \tau_y(-k+x', l) e^{-ak/2} \left. \right\} \\ & \times \frac{l-y}{r} K_1 \left(\frac{ar}{2} \right) \Big] dl \end{aligned} \quad (2.3B.4)$$

$F(x-Vt)$ のとき、

$$\zeta - \zeta_0 = e^{-ax'} \int_{-\infty}^{x'} \left(\frac{3\tau_x}{2\rho c_0^2} + a\zeta_0 \right) e^{ak} dk \quad (2.3B.5)$$

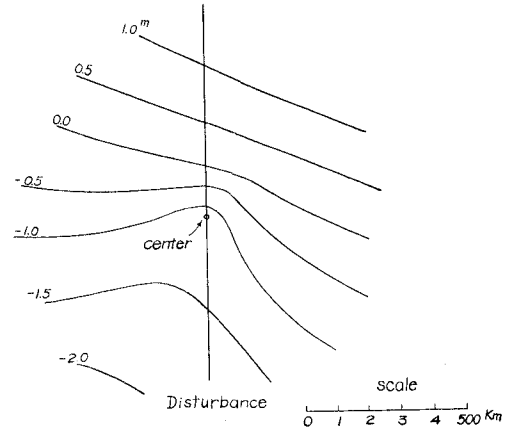


図-2.5 気象擾乱中心から相当はなれた場合の水位変動二次元解

ただし $r = \sqrt{k^2 + (l-y)^2}$

浅海の場合でも気象擾乱を point impulse とみなしうるものとすれば式(2.3B.4) は次のようになる。

$$\zeta = \frac{a}{4\pi} \left[\left(\frac{3X}{2C_0^2} - aZ \right) \left\{ \frac{x'}{r} K_1 \left(\frac{ar}{2} \right) + K_0 \left(\frac{ar}{2} \right) \right\} + \frac{3Y}{2C_0^2} \frac{y}{r} K_1 \left(\frac{ar}{2} \right) \right] e^{-ax'/2} \quad (2.3B.6)$$

$Y \equiv 0$, $h = 23 \text{ m}$ として

case I : $X = 3 \times 10^{17} \text{ c.g.s.}$, $Z = 2 \times 10^{18} \text{ c.g.s.}$, $a = 3 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$

case II : $X = 10^{17}$, $Z = 5 \times 10^{17}$, $a = 2 \times 10^{-7}$

として上式を数値計算すれば 図-2.6 のとおりである。

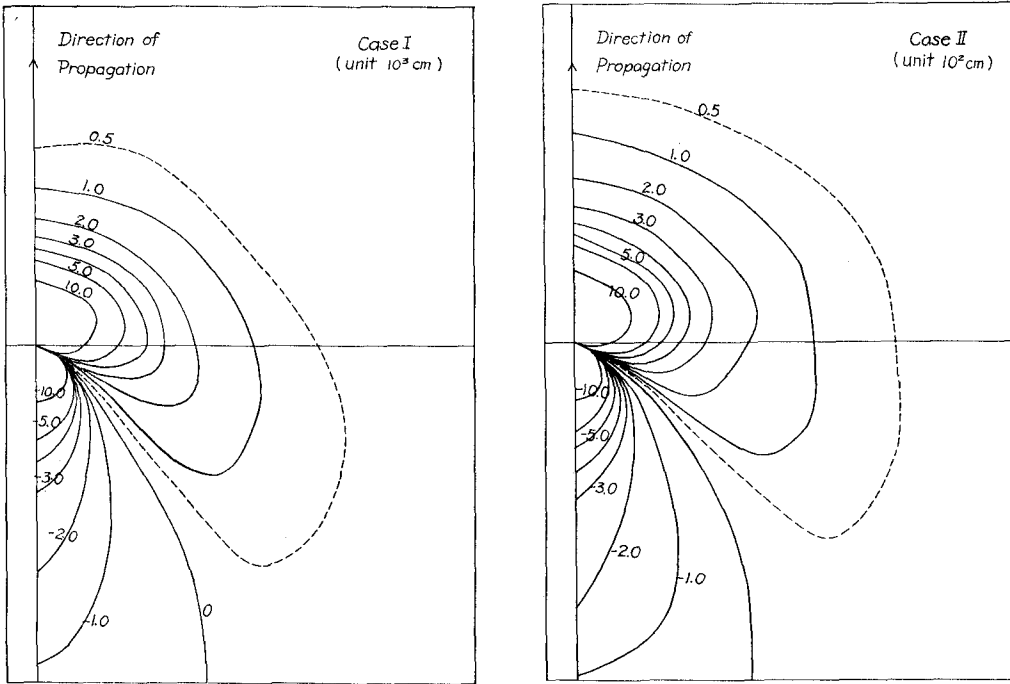


図-2.6 浅海での水位変動の計算値

つぎに気象擾乱が一次元的拡がりて $F(x-Vt)$, $\tau_y \equiv 0$ の場合について、

$$\frac{1}{\rho} \tau_x \equiv -A_1 e^{-a_1 x'}, \quad \zeta_0 \equiv B e^{-a_3 x'} \quad \text{for } x' > 0,$$

$$\frac{1}{\rho} \tau_x \equiv A_2 e^{a_2 x'}, \quad \zeta_0 \equiv B e^{a_4 x'} \quad \text{for } x' < 0$$

とおけるものとする、式(2.3B.5) から

$$\begin{aligned} \zeta &= -\frac{3A_2}{(a+a_2)c_0^2} e^{a_2 x'} + \frac{a_4 B}{(a+a_4)} e^{a_4 x'} \quad \text{for } x' < 0, \\ \zeta &= \frac{3}{2c_0^2} \left\{ \frac{A_1}{a-a_2} + \frac{A_2}{a+a_2} \right\} e^{-ax'} - \frac{3A_1}{2(a-a_1)c_0^2} e^{-a_2 x} \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{a-a_3} - \frac{1}{a+a_4} \right\} a B e^{-ax'} - \frac{a_3 B}{a-a_3} e^{-a_3 x'} \quad \text{for } x' > 0 \end{aligned} \quad (2.3B.7)$$

もし海底摩擦を無視すれば

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{c_0^2 - V^2} \left\{ \frac{A_2}{a_2} e^{a_2 x'} + B c_0^2 e^{a_4 x'} \right\} \quad \text{for } x' < 0, \\ \zeta &= \frac{1}{c_0^2 - V^2} \left\{ \left(\frac{A_2}{a_2} - \frac{A_1}{a_1} \right) + \frac{A_1}{a_1} e^{-a_1 x'} + B c_0^2 e^{-a_3 x'} \right\} \quad \text{for } x' > 0 \end{aligned} \quad (2.3B.8)$$

式(2.3B.7) と (2.3B.8) を Jane 台風の規模のものについて数値計算すれば 図-2.7 のとおりである。

この計算結果によれば当然の事ながら摩擦を考慮した方がはるかに水位は低くなり、摩擦を無視した場合に限り高潮波形が $x' = 0$ に関し対称となることが判る。

さらに摩擦を考慮すれば $c_0 = V$ でも水位は無限大とはならない。

2.4 沿岸での高潮

前節では境界のない open sea での高潮について述べたが、われわれが主として興味をもち、かつ海岸工学あるいは防災工学においてその対象とするところは勿論、沿岸における高潮現象である。

ところが、沿岸では海岸線といった境界条件が新たに付加され、現象的には海岸からの反射波、あるいは閉塞水域での自由振動が(前節までの)進行性強制波に混在してくるので解析上からもやや複雑な取り扱いとならざるをえない。さらに、水深や(とくに V 字形湾などで)湾幅の影響を受けて、たとえば湾断面が湾奥に向って漸減するような場合は高潮波高が増大するといったように、沿岸地形の影響による変形機構ももちろん考慮しなければならぬ。

しかし、より本質的な問題は沿岸での高潮解析においてはもはや前節で慣用したような微小振幅の仮定がきかず有限振幅の非線型解析によらなければならない点であって、このことは解析上はもちろんのこと、高潮現象の解釈にあたって非線型項の評価を論拠として大きく見解の別れるところである。このことについては第3章で検討することにしてまず微小振幅波としての変形問題について述べることにする。ただし水深の変化は考えないので平面的な沿岸地形の効果が検討されることになる。

(1) 近 似 理 論¹⁰⁾

気象擾乱 $F(t - \frac{x}{V})$ が水深 h (一定) の半無限海面を沖 ($x > 0$) に向って進行する場合は

$$x = 0 \quad \text{で} \quad u = 0$$

の境界条件を新たにに加えるだけで2節とまったく同じ計算によって次式がえられる。

$$\zeta = -\frac{1}{1+F} F\left(t - \frac{x}{V}\right) \quad (2.4A.1)$$

よって海岸 $x = 0$ での水位は $-F(t)/(1+F)$ となる。

ただし、 $F = V/\sqrt{gh}$

同様に、 $V < 0$ で、すなわち沖から海岸に向って $F(x+Vt)$ の気象擾乱が接近する場合は¹¹⁾

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{F(x+Vt-x_0) + F \cdot F(Vt - F \cdot x - x_0)}{1-F^2} \\ & + \frac{F(c_0 t - x - x_0)}{2(1-F)} - \frac{F(x - c_0 t - x_0)}{2(1+F)} \end{aligned} \quad (2.4A.2)$$

ただし x_0 は $t = 0$ における海岸から擾乱前面までの距離であって第1項が擾乱に拘束されてそれとともに進行する部分、第2項はその反射、第3項は擾乱による $x < 0$ 方向への進行長波、第4項はその反射波を示す。

つぎに、閉じた水域の軸方向に進行する気象擾乱の場合について、

移動方向に直交する水域幅を $b(x)$ とすれば連続方程式は、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{b(x)h(x)} \int_0^b \frac{\partial}{\partial x} \{h(x)b(x)u\} dz \quad (2.4A.3)$$

であるから式(2.2.1)に対応するものとして次式をうる。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left(bh \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho b} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(hb \frac{dP_s}{dx} \right) - \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (hb\tau_s) \right\} \quad (2.4A.4)$$

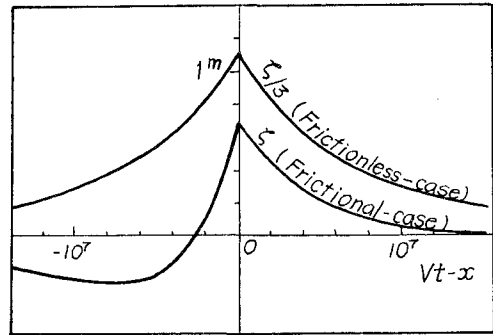


図-2.7 中心対称の気象擾乱による
浅海での水位変動

まず自由振動の mode をしらべるために、特性方程式

$$\frac{d}{dx} \left(bh \frac{dX}{dx} \right) + \frac{\lambda^2}{g} bX = 0 \quad (2.4A.5)$$

を満足する固有関数 X と λ を求める。

ただし境界条件は

$$\begin{aligned} \text{完全に閉じた湾では} \quad & \begin{cases} x=0 \\ x=l \end{cases} \text{ で } \frac{dX}{dx} = 0, \\ \text{一端 (} x=0 \text{) で開いた湾では} \quad & \begin{cases} x=0 \\ x=l \end{cases} \text{ で } \begin{cases} X=0 \\ dX/dx=0 \end{cases} \end{aligned}$$

とする。

なお、正規直交関数の条件：

$$\int_0^l b(x) X^2 dx = 1$$

も満足するものでなければならない。

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n \quad (2.4A.6)$$

とおけば式 (2.4A.4) より、

$$\frac{d^2 A_n}{dt^2} + \lambda_n^2 A_n = \frac{1}{\rho} B_n(t) \quad (2.4A.7)$$

ただし、外力項 $B_n(t)$ は

$$\begin{aligned} B_n(t) &= \int_0^l b(x) Z(x, t) X_n dx, \\ Z &= \frac{1}{b} \left[-\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (hb\tau_s) + \frac{\partial}{\partial x} \left(hb \frac{\partial P_s}{\partial x} \right) \right] = \sum_{n=1}^{\infty} B_n(t) X_n \end{aligned} \quad (2.4A.8)$$

$t=0$ で $\zeta=0$, $d\zeta/dt=0$ の初期条件のもとに式 (2.4A.7) を解けば 式(2.4A.6) より、

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_n}{\rho \lambda_n} \int_0^t B_n(\xi) \sin \lambda_n(t-\xi) d\xi \quad (2.4A.9)$$

大阪湾を閉じた長円と仮定し、観測記録から換算される τ_s および dP_s/dx を用いて第一室戸台風による大阪の高潮を式 (2.4A.9) によって和達¹²⁾が計算したところを示せば 図-2.8 のとおりである。

計算では5次の振動成分までとってあって、図に見られるように計算による最大の水位上昇量は 3.15 m で実測された約 2 m の値よりはるかに大きい。これは強制外力の見積りが正しくなかったことや、海底摩擦による減衰を考慮していないためであろう。さらに、大阪湾を完全に閉じた水域として扱うのは適当でなく、一端（紀伊水道）の開いた湾とすべきであるといわれているが、その場合、この想定水域の固有振動の基本周期は約 310 min. で双節振動成分の周期でも約 57分の程度である。ところが、気象擾乱の強制外力の時間的变化は大きいのでさらに高次の成分波までよせ集める必要がある。しかしその計算は非常に面倒であるばかりでなく、前述のような減衰効果といった本質的な問題が脱落しているので、こういった方向の高潮解析は労多くして成果は少ないといわざるをえない。ただし高潮主体部に後続するいわゆる resurgence の説明にはこの方法がまことに有効であることはいうまでもない。

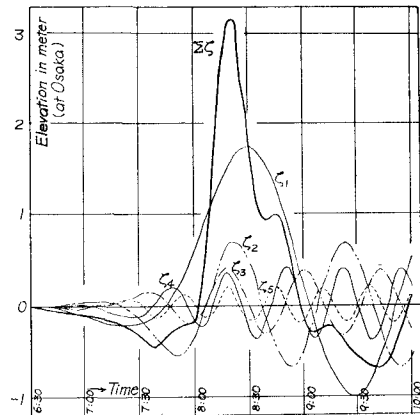


図-2.8 強制セイシュとして計算した第一室戸台風による大阪湾の水位変動

(2) 厳密な解 沿岸では一般に深海の仮定 $h^2 \ll 2\varepsilon/\lambda$ がなりたたないから浅海の取り扱いをすべきであって、したがってここでは Coriolis 係数 λ を無視し摩擦効果を導入した式について考えよう。

まず境界形状が $f(x, y) = 0$ で与えられたときには

$$f(x, y) = 0 \quad \text{で} \quad q_n = 0 \quad (2.4B.1)$$

(ただし境界にたてた法線方向 n の水平流速成分を q とする。)

上の形で境界条件を設けると境界で、鉛直方向の流速成分はなお存在がゆるされるから (曲率のきつい、たとえば連続波でも上の条件を満足するという意味で) 長波の近似を基本とするわれわれの場合は式 (2.4B.1) は適切ではなく。

$$f(x, y) = 0 \quad \text{で} \quad M_n = 0 \quad (2.4B.2)$$

(ただし M_n は法線 n 方向の質量輸送とする。)

とすべきであるという宮崎の指摘は正しい。

ところで浅海の場合の基本式として宮崎は次式を提案している。

$$F\left(t - \frac{x}{V}, y\right) \text{ のとき } \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{3\varepsilon}{c_0^2 h^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \zeta = 0 \quad (2.4B.3)$$

$$F\left(t - \frac{x}{V}\right) \text{ のとき } \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{3\varepsilon}{c_0^2 h^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \zeta = 0 \quad \text{または} \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{c_0 h}{\sqrt{3\varepsilon}} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad (2.4B.4)$$

式 (2.4B.4) からきわめて明らかなように上の2式は拡散率 (熱伝導率に対応する) が $c_0 h / \sqrt{3\varepsilon}$ であるような拡散方程式であって決して波動解を与えない。

上式の当否をしらべるために、たとえば山田¹³⁾にしたがって $u(x, z)$ の鉛直方向速度分布が z の2次関数で近似されるときもっとも簡単に次のようにおけるものとしよう。

$$u(t, x, z) \equiv u_s(x, t) \left\{ 1 - \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right\} \quad (2.4B.5)$$

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

において各項の水深平均をとり $\left(U = \frac{1}{h} \int_0^h u \cdot dz = \frac{2}{3} u_s \right)$, $\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{2u_s \varepsilon}{h^2}$ となることを考慮すれば上式は

$$\frac{2}{3} \frac{\partial u_s}{\partial t} = -\left(g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{2\varepsilon}{h^2} u_s \right) \quad (2.4B.6)$$

$$\text{また連続式} \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dz \quad \text{は}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{2h}{3} \frac{\partial u_s}{\partial x} \quad (2.4B.7)$$

式 (2.4B.6) と (2.4B.7) から表面流速 u_s を消去すれば

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = -\frac{3\varepsilon}{h^2} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (2.4B.8)$$

これは右辺で示される減衰項を含む明らかな波動方程式であり、山田が前掲論文で用いた式と一致する。

高潮現象は明らかに波動的であって決して拡散現象ではない。洪水理論でもときにみられるけれども、抵抗則の近似によって形式的に熱伝導型方程式のようにみられることもあるが (洪水の場合は現象の根元的把握の相異で論議の余地は十分あるけれども) 高潮の場合、鉛直方向の流速分布、要するに抵抗則をどのような型としても拡散方程式に到達するとは思われない。

(宮崎は流速に関する式 (2.4B.5) の分布仮定は精度が悪いのであって、

$$u(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x) \cos \frac{(2n+1)z}{2h} \quad (2.4B.9)$$

の形で表現されるべきものとしている。)

この点に関して筆者はまだ完全な理解に達していないし、また宮崎の式 (2.4B.3) にもとづく各種の解析結果についても承服しがたい点があるのでその成果をここに再録することは遺憾ながら中止したいと考える。

2.5 気象擾乱関数

前節までの解析で気象擾乱 $F(x-Vt, y)$ の関数形が与えられれば少なくとも型式的には解が定まるはずである。電子計算機にかけられるための差分近似では、この関数形をいくら複雑な形で与えてもとにかく数値計算にはのせられるだろうが、解析的な手法にとどまる限りではこの気象擾乱関数の形が可及的単純なことが望ましいのはいうまでもない。ここでは気象擾乱モデルのできるだけ厳密な設定から導かれる擾乱関数を示し、それを逐次単純化した場合の解について述べる。

台風高潮の気象擾乱要素は気圧と風の分布である。

まず地上付近の気圧分布はほぼ円形と見做されるから気圧 p の分布は中心での気圧降下量 $4p$ と中心からの距離 r だけで表現できる。

堀口は沖縄台風 (1924) の資料によって次式を提案している。

$$(r+1.7)4p = 68.1 \quad (2.5.1)$$

ただし r は 100 km の単位とし、 $4p$ は mm-Hg とする。

一般の台風に適するものとして、

$$\text{高橋} : p = p_{\infty} - \frac{4p}{1+r} \quad (2.5.2)$$

$$\text{V. Bjerknes} : p = p_{\infty} - \frac{4p}{1+r^2} \quad (2.5.3)$$

ただし、 $\bar{r} = r/r_0$ で r_0 はおのおのの台風により定まる値 (伊勢湾台風で 75 km) とする。式 (2.5.2) は台風外域の気圧分布をよく表現しているが中心付近にまで適用しがたい。式 (2.5.3) は逆に中心付近はよいが外域には不適当である。このような欠陥を満たすものとして

$$\text{藤田} : p = p_{\infty} - \frac{4p}{\sqrt{1+r^2}} \quad (2.5.4)$$

が実際の気圧分布をよく表現するものとして広く用いられている。しかし、風速分布の項で述べる負渦度領域が上式では考慮されておらずそのため台風のポテンシャルエネルギーが有限確定とならないという矛盾を含んでいる。それでこのような考慮から厳密には次式によるべきであるといわれる。

$$\text{笠原・増田} : p = p_{\infty} - 4p(e^{-r^2/r_1^2} + e^{-r^2/r_2^2}) \quad (2.5.5)$$

つぎに台風域内の風速分布については古くから Rankine の複合渦 (combined vortex) のモデルが慣用されている。すなわち

$$\left. \begin{array}{ll} \text{内域 (正渦度 } \xi_0 \text{ の存在する範囲で)} & W_{\theta} = \frac{\xi_0}{2} r \quad (r \leq a), \\ \text{外域 (渦度 0 の範囲で)} & W_{\theta} = \frac{1}{2} \xi_0 \frac{a^2}{r} \quad (r > a) \end{array} \right\} \quad (2.5.6)$$

これらはモデルとしても単純明快でかつ実際の風速分布を見かけ上、よく表現している。ただしこの型式的致命的な欠点は上式によって運動エネルギーを求めると無限大となってしまう、その矛盾は前述の気圧分布による位置エネルギーの非有限性と同じである。この矛盾を避けるために図-2.9のように、正渦度領域の周縁に負渦度のリングを設けると、そのリング内で風速分布は $r^{-\alpha}$ ($\alpha > 1$) のようになり実際の風速分布をさらによく表現できるといわれている。

ところで、現実の台風による風は、気圧傾度と遠心力および Coriolis の偏向力とが平衡するように吹いている傾度風（あるいは中心付近では偏向力を無視して旋衡風）と考えられるから、傾度風の風速として次式で表わされる。

$$W = \frac{1}{2} r \lambda \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rho a^2 \lambda^2} \frac{dp}{dr}} \right\} \quad (2.5.7)$$

ただし、 $\lambda = 2\omega \cdot \sin \varphi$ 。

普通は藤田の式 (2.5.4) と (2.5.7) を組合わせて風速分布のモデルが設定される。

さらに台風は移動するからいわゆる場の風がベクトル的に加算される。その場の風 V を考慮し、上の手続きでもって直交座標を用いて表示した風速分布は次のようになる。

$$W_x = c_1 V_x \exp \left(-\frac{\pi r}{5 \times 10^7} \right) - \frac{1}{2} c_2 \lambda \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4p_0}{\rho a^2 \lambda^2} \frac{1}{r_0^2 \{1+r^2\}^{3/2}}} \right] \times (0.5x + 0.866y) \quad (2.5.8)$$

$$W_y = c_1 V_y \exp \left(-\frac{\pi r}{5 \times 10^7} \right) - \frac{1}{2} c_2 \lambda \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4p_0}{\rho a^2 \lambda^2} \frac{1}{r_0^2 \{1+r^2\}^{3/2}}} \right] \times (0.866x - 0.5y) \quad (2.5.9)$$

ただし、 p_0 は台風の中心示度とする。

なお、地表面付近で地表面摩擦あるいは海面摩擦を考慮すると、風向は等圧線に關し、左へ $25^\circ \sim 40^\circ$ 偏するようになり、さらに上式で与えられる傾度風風速に $0.6 \sim 0.7$ を乗じたものが地表（あるいは海面）での風速であるといわれている。

はじめに注意したように、気圧分布関数はともかくとして、風速に関する式 (2.5.8)、(2.5.9) のような複雑な型をそのまま採用して気象擾乱関数 $F(x-Vt, y)$ を設定しても解析的には到底解けないし、高潮挙動の本質的な性格について議論するときにこういった強制外力の微細にわたる構造がその本質に強く影響するとは思われないので、気象擾乱の機構を大きく誤まらない限度でその関数形を単純化することはむしろ妥当な方向であろう。

もっとも簡単には、風を含めて気象擾乱そのものが気圧によって定まるものと考え、主として積分の簡単のために式 (2.5.5) に類似の型式：

$$p = -p_0 e^{-a^2(x-Vt)^2} \quad (2.5.10)$$

のように仮定されることが多い。とくに浅海で風の shear が卓越すると判断されるときは、

$$\tau = -\tau_1(x-Vt)e^{-b(x-Vt)} - \tau_2(x-Vt)e^{c(x-Vt)} \quad (2.5.11)$$

（ただし $x-Vt < 0$ のとき $\tau_1 = 0$

$x-Vt > 0$ のとき $\tau_2 = 0$

すなわち中心の接近時と通過時で風速が異なるものとする。）通常は $\tau_1 \ll \tau_2$ と想像されるから、

$$\tau \equiv -\tau_2(x-Vt)e^{c(x-Vt)} \quad (2.5.12)$$

したがって擾乱関数 $F(x-Vt)$ はこの場合次のように書ける。

$$F = \frac{\tau_2}{c^2} e^{c(x-Vt)} \left\{ c(x-Vt) - 1 \right\}, \quad x-Vt < 0 \\ = -\tau_2/c^2, \quad x-Vt > 0 \quad (2.5.13)$$

大阪湾における実測記録に合わせるためには各係数をほぼ次のようにおけばよいといわれている。

$$\tau_2 = 0.972, \quad c = 1/11 \text{ (km/min.)}$$

こういった一次元擾乱関数についていまだ少しく合理的な設定を行ない、近似理論の基本式 (2.2.3) を解けば次のようである。

すなわち

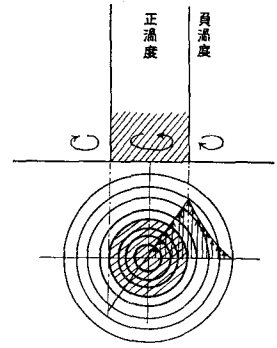


図-2.9 負渦度をもつ台風モデル

気圧分布に関しては式(2.5.4)を一次元的に modify して

$$p(x,t)=-4p\bigg/\sqrt{1+\bigg(\frac{x-Vt}{x_0}\bigg)^2}$$

とおけば静的変量 ζ_0 についての基本式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial t^2}-c_0^2\frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial x^2}=\frac{h}{\rho}\frac{d^2 p}{dx^2}$$

その解は,

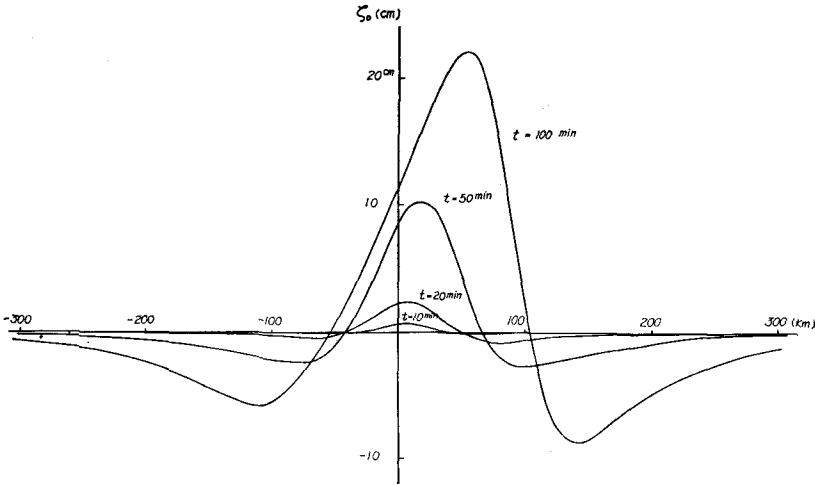


図 - 2.10 (a) $V = 0.8$ km/min の場合の 式(2.5.14) の数値計算

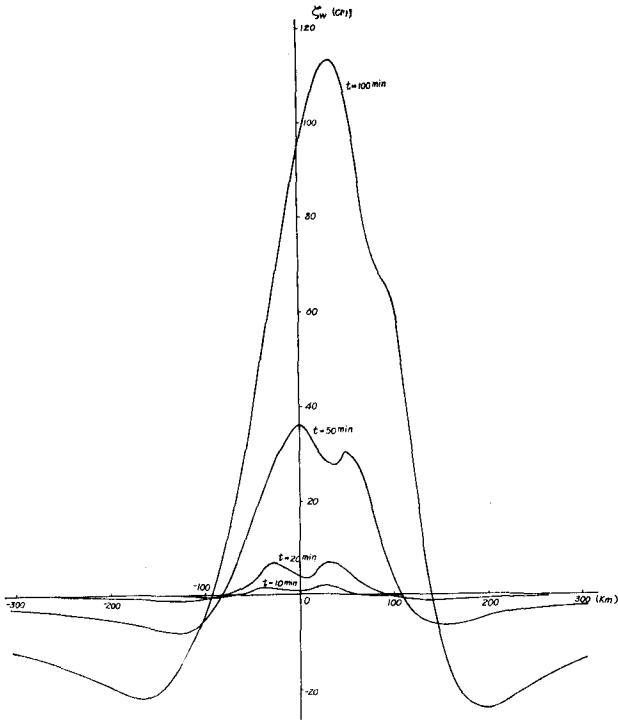


図 - 2.10 (b) $V = 0.8$ km/min の場合の 式(2.5.16) の数値計算

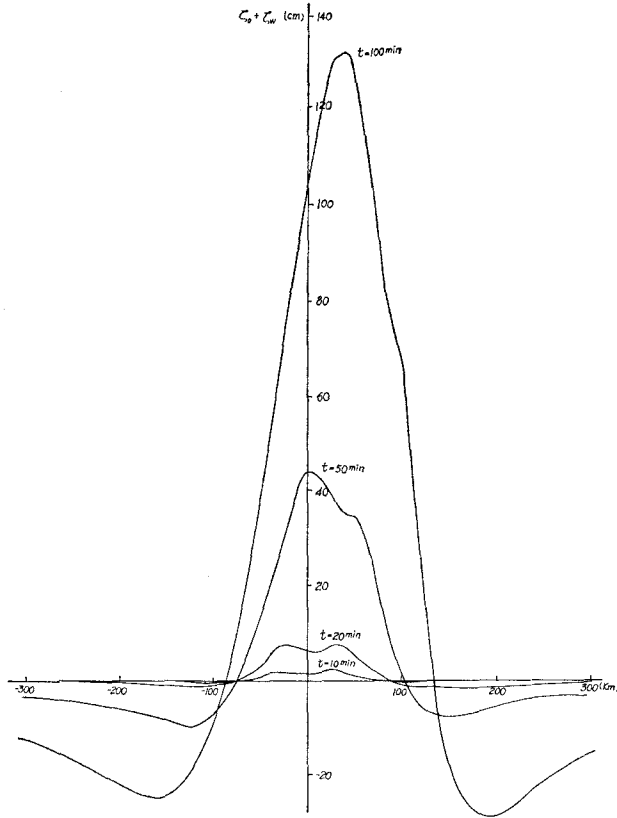


図-2.10 (c) $V = 0.8 \text{ km/min}$ の場合の全変動量 $\xi = \xi_0 + \xi_w$ (いずれも岡田 耕による)

$$\xi_0 = \frac{1}{2(c_0^2 - V^2)} \left(-\frac{h}{\rho} 4p \cdot x_0 \right) \left\{ \left(1 - \frac{V}{c_0} \right) F_0(x + c_0 t) + \left(1 + \frac{V}{c_0} \right) F_0(x - c_0 t) - 2F_0(x - Vt) \right\} \quad (2.5.14)$$

ただし, $F_0(\xi) = (x_0^2 + \xi^2)^{-1/2}$

つぎに風速分布については中心付近を考え, 旋衡風近似が効くものとして,

$$\frac{W^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

とし, $\tau_s = \gamma^2 \rho_a W^2$ に代入し, かつ等圧線に対する偏向角が仮に 45° とすれば

$$\tau_s = -\frac{1}{\sqrt{2}} \gamma^2 r \frac{\partial p}{\partial r}$$

前の気圧分布を代入すれば ($x > Vt$ で $\tau_s < 0$, $x < Vt$ で $\tau_s > 0$ に注意して)

$$\tau_s = -\frac{1}{\sqrt{2}} \gamma^2 \cdot 4p \cdot x_0 \frac{|x - Vt| (x - Vt)}{\{x_0^2 + (x - Vt)^2\}^{3/2}} \quad (2.5.15)$$

wind draft による上昇量を ξ_w とすれば

$$\frac{\partial^2 \xi_w}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \xi_w}{\partial x^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \tau_s$$

その解は

$$\xi_w = \frac{1}{2(c_0^2 - V^2)} \cdot \frac{\gamma^2 4p \cdot x_0}{\sqrt{2} \rho} \left\{ \left(1 - \frac{V}{c_0} \right) F_1(x + c_0 t) + \left(1 + \frac{V}{c_0} \right) F_1(x - c_0 t) - 2F_1(x - Vt) \right\} \quad (2.5.16)$$

ただし, $F_1(\xi) = \ln(|\xi| + \sqrt{x_0^2 + \xi^2}) - \frac{|\xi|}{\sqrt{x_0^2 + \xi^2}}$.

$\Delta p = 48 \text{ mb}$, $x_0 = 60 \text{ km}$, $h = 30 \text{ m}$ ($\therefore c_0 = 1.0 \text{ km/min.}$)

とし, 式 (2.5.14), (2.5.16) によって気圧降下による ζ_0 と wind draft による ζ_w , および $\zeta = \zeta_0 + \zeta_w$ を数値計算すれば 図-2.10, 2.11 のとおりである。

この計算によれば予想されたように $\zeta_0 < \zeta_w$ で wind draft が卓越して作用し, 波頂は常に台風中心より遅れて進行することがわかる。

2.6 風の吹き寄せによる高潮

前節までは移動する気象擾乱, すなわち主として台風による高潮について述べたのであるが, すでに第1章で簡単にふれたように, 海岸線に向って長時間, 風が連吹するときは, 風による海面 shear により海水の輸送が

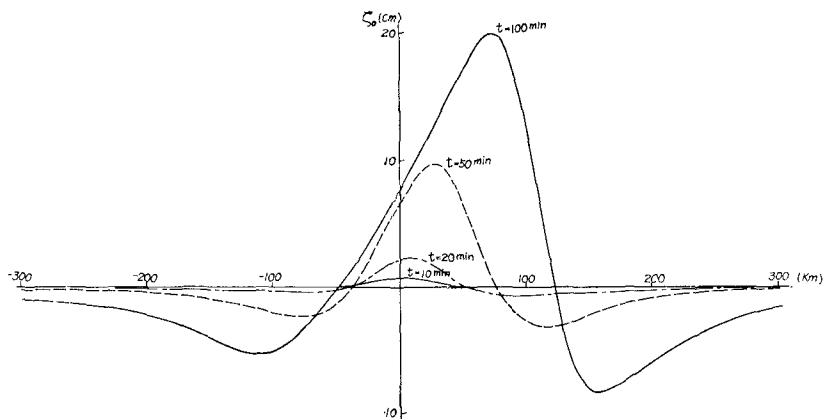


図-2.11 (a) $V = 1.2 \text{ km/min}$ の場合の式(2.5.14)の数値計算

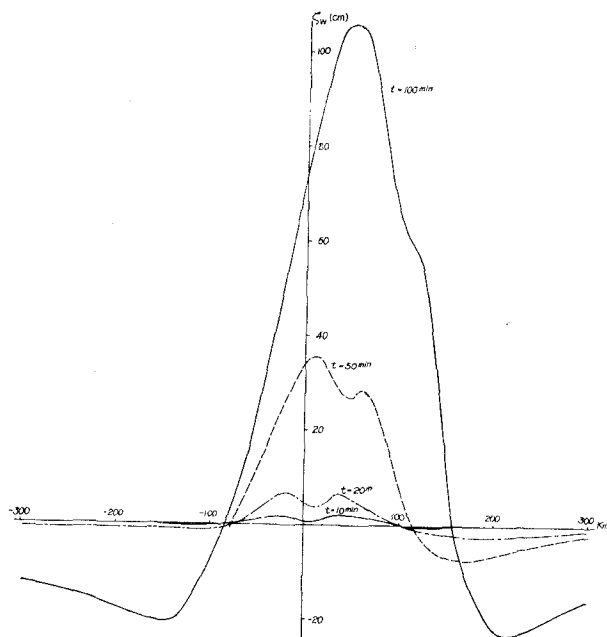


図-2.11 (b) $V = 1.2 \text{ km/min}$ の場合の (2.5.16) 式の数値計算

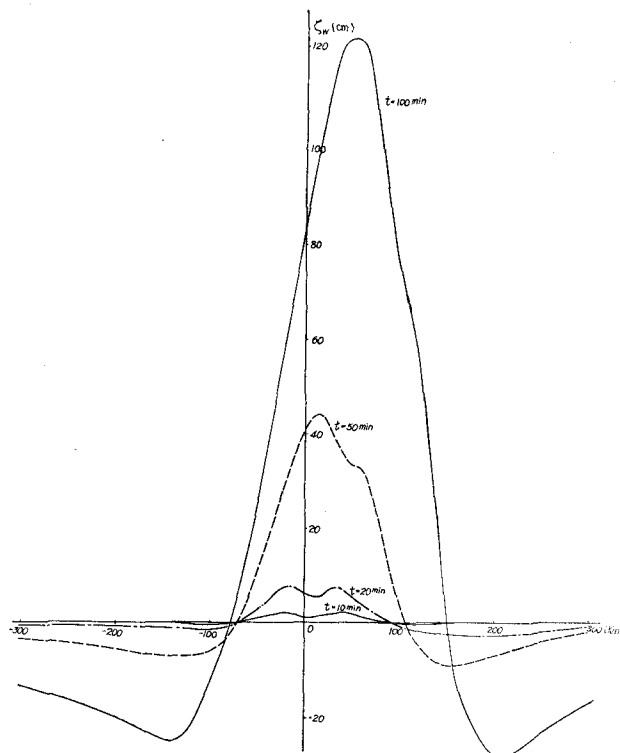


図-2.11 (c) $V=1.2$ km/min の場合の全変動量: $\zeta = \zeta_0 + \zeta_w$ (いずれも岡田 耕による)

起り、その輸送質量が海岸付近に堆積された形で気象潮が発生する。この種の高潮は、したがって移動性低気圧に伴う高潮とことなり、時間的な累積効果として現われるのであるからほぼ定常的な扱いができて、前節までにくらべ解析はきわめて簡単である。

こういった高潮の主成因は風による海面 shear τ_s , すなわち,

$$\tau_s = \gamma^2 \rho_a W^2 \quad (2.6.1)$$

(ただし, ρ_a : 空気密度, W : 海面付近の風速)

の型で与えられるが問題は摩擦係数 γ^2 であって古くは風速 7~8 m/sec. では 2.6×10^{-3} の程度と考えられていたのであるが最近の研究 (水理公式集 p.563 参照) によれば, かなり小さく, はぼその半分の程度であり, 風速の増加とともに若干増加の傾向をとるようである。もっともわれわれが知りたい風速 20 m/sec. 以上の場合について, γ^2 が W とともに単調に増加するのかどうかといった定性的な見通しについても未だ的確な知識をもっていない。

移動しうる粗面 (不規則波の生起している海面) 上の流れとして風を把握して, 通常用いられる流れの抵抗則を, この問題に応用しようとする試みは現在のところ最も正統的な方向であろう。

風速分布がつぎの log-law で与えられるとしよう。

$$\frac{W}{W_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{z}{k} + A \quad (2.6.2)$$

ただし, $K = 0.4$, $A = 8.5$, K は equivalent roughness とする。

海面粗度としての k をどのように評価すべきかが問題であって, k を正しく評価できさえすれば

$$\frac{1}{\gamma} = \left[5.75 \log \frac{3 \times 10^4}{k} \right]^2 \quad (2.6.3)$$

によってただちに γ が決定されるのである。

風による海面 shear はおそらくまず高周波の部分に伝達されると考えられるから長周期波を cut して、

$$k \sim \sqrt{\xi^2} \quad \text{または} \quad k \sim \bar{\xi} \quad (2.6.4)$$

(ただし、 $\sqrt{\xi^2}$: 不規則波高の r.m.s. $\bar{\xi}$: 平均波高)

のような型をとるのが妥当ではなからうか。

室田・白石は random な高さをもつ固定粗面では

$$k = (2.7 \sim 3.3) \bar{\xi} \equiv 3 \bar{\xi}$$

の程度であろうとしている。

日野¹⁴⁾は高周波域での風波スペクトル:

$$\psi(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \quad (2.6.4)$$

$$\text{ただし, } \psi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, t) \cdot \xi(x, t+\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau,$$

$$\alpha: \text{nearly const. } (= 7.4 \times 10^{-3}),$$

を用いて、

$$k = 2\sqrt{\xi^2} \equiv 2 \left[2 \int_{\omega_*}^{\infty} \psi(\omega) d\omega \right]^{1/2} = \sqrt{2} \sqrt{\alpha} g \omega_*^{-2} \quad (2.6.5)$$

を導き、fetch F に対応する $\gamma^2 \sim W$ の理論値を図-2.12のように与えている。

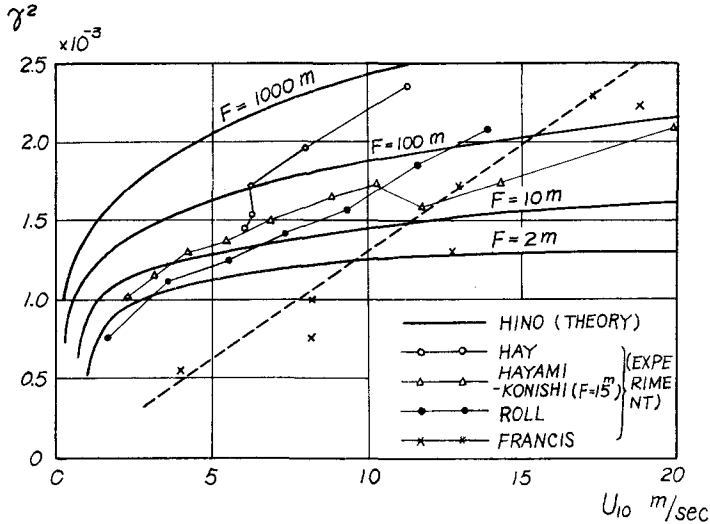


図-2.12 海面摩擦係数と風速・吹送距離との関係 (日野¹⁴⁾による)

ところで長時間 (少くとも閉塞水域では固有振動周期以上) 風が連吹し、ほぼ定常状態に到達した時には、基本式 (2.1.3) より、(気圧効果 ξ_0 を考えることなく) つぎのようになる。

$$\tau_s + \tau_b = \rho g h \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (2.6.6)$$

簡単に $\tau_b \doteq \alpha \tau_s$ ($\alpha \doteq 0.43$) とし、さらに、 $\tau_s + \tau_b = (1 + \alpha) \tau_s \equiv n \tau_s$ において、式 (2.6.1) を上式に代入すれば

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = n \gamma^2 \frac{\rho a}{\rho} \left(\frac{W}{c_0} \right)^2 \quad (2.6.7)$$

$\rho a / \rho$ は 10^{-3} の order である。

Fetch F の区間について上式を積分すれば海岸線での水位上昇量 ξ_0 として次式が得られる。

$$\xi_0 = n \gamma^2 \frac{\rho a}{\rho} F \left(\frac{W}{c_0} \right)^2 \equiv K F \left(\frac{W}{c_0} \right)^2 \quad (2.6.8)$$

第3章 沿岸地形による高潮の変形

3.1 有限振幅長波としての高潮

第1章の高潮の一般特性で述べたように、気象潮差が2mをこすような破壊的な高潮災害は、(鹿児島湾を除いて)、その平均水深が30m前後の水深の浅い湾入部で発生することに注意する必要がある。朔望満潮位は東京湾・伊勢湾および大阪湾でおおの(平均潮位上)約1m, 1.2m, および0.9mの程度であるから最悪の場合これらの湾における平均海面からの水位上昇量は(気象潮差を2mとしても)約3mのorderである。静水深の10%をこえる水位変動があるのに慣性項を無視した微小振幅波としての取り扱いが妥当であるのかといった疑問がまず喚起される。

さらに重要なことは流水断面積の変化が長波変形に及ぼす影響の度合が、波動が有限振幅であるための変形の程度にくらべてはるかに小さいことである。逆にいえば微小振幅波としての前章までの解析は少なくとも沿岸付近の地形による高潮変形を議論する限りにおいてはほとんど意味がなく、変形機構を支配する主要素は波動の有限振幅の特性であるといえる。(このことについての量的な検討は本章第2節で詳しく述べる。)

つぎに、ほぼ完全に閉じたものと見做しうるような(鹿児島湾のような)閉塞水域では、式(2.4A.9)で示されるような強制セイシュの振動によって異常潮がもたらされるのであろうが、たとえば伊勢湾のように外海に開いたV字形湾入部ではどのような機構であるように大きな高潮のbuilt-upが起るのであろうか。

一方、式(2.2.3)ですでに見たように、あるいは図-2.3の計算例で直観的に認められるように、強制力、すなわち気象擾乱の拘束が解除されると、上のように開いた水域では進行性長波の性格をもって高潮主体部が移行するのである。(純粋な形での強制力の解除は、たとえばV字形湾口部、あるいはもっと外海側を台風中心がほぼ湾軸に直交して通過する場合を考えればよいだろう。)

このような場合の高潮挙動を有限振幅の長波とみても大きくその実態を誤るものではないだろう。

以上の二つの根拠からわれわれはただちに、流積変化による長波波高の変化についての、あの有名なGreenの定理を想起するのである。

微小振幅長波でつぎの仮定

$$\frac{1}{b} \frac{db}{dx} \ll \frac{1}{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \frac{1}{h} \frac{dh}{dx} \ll \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dx}$$

すなわち水深、水路幅ともに(波形勾配にくらべ)十分緩やかに漸変するときは波動による水位上昇は次の関係に従って変化する。

$$\xi/\xi_0 = (b_0^2 h_0 / b^2 h)^{1/4} \quad (3.1.1)$$

ただし、添字0は断面0での値を示す。

(その詳細な誘導はLamb: Hydrodynamics, pp. 273~275を参照のこと。)

これを要するに、V字形湾入部では湾口から侵入する長波性高潮が、湾幅・水深の(湾奥に向っての)漸減のために、Greenの法則に従って逐次増幅されるのではなからうか。こういった予測をわれわれは伊勢湾台風による沿岸潮位の記録に適用して(極く湾奥部を除いて)ほぼその妥当なことを証明した¹⁵⁾。(ただし高潮のbuilt-upが必ずしもこういった湾形効果のみによるものではなく、すでに詳細に見てきたように気象擾乱の規模と性格も大いに関係してくるはずであって、われわれのGreenによる整理が見事に的中したように見えるのは、その意味である種の僥倖といえるかもしれない。がそのことが決して湾形効果の評価を弱めるものではないことは断るまでもない。)

ただし、この工学的に簡便直截な取り扱いは高潮主体部を長波と見做す前述の仮説の外につぎの二つの仮定に立っている。すなわち、

(1) 微小振幅の長波で

(2) その長波の波動エネルギーは保存される。

(逆に(2)のエネルギー保存の仮定から簡単に式(3.1.1)を導くことができる。)

もちろん浅海では海底摩擦の損失、沿岸からの反射波エネルギーとしての消費、あるいは非線型項にもとづく波動エネルギーの分散といった機構で長波エネルギーの逸散が起るのであるがそういった各効果の解明は現在のところほとんどなされていない。ただ海底摩擦の導入については、高潮現象とほぼ性格を同じくする洪水波の第2近似理論の巧みな類推によってある程度解析計算の過程に入れることができよう。ここではその指摘にとどめる。

ところで仮定(1)の制限をはずし有限振幅波に拡張する試みが岸¹⁶⁾によって試みられ、また室田は仮定(2)のエネルギー保存の立場から水深と幅員変化のおおのの影響の程度を考察しているので以下にそれらの解析を紹介検討する。

3.2 有限振幅長波の流積変化による変形

(1) 特性曲線法による変形の解析 まず水深 h が x の関数で、もちろん摩擦を考慮しないときは運動方程式と連続方程式からつぎの特性方程式がえられる。

$$\frac{dx}{dt} = u + c \quad \text{で} \quad u + 2c - \frac{dc_0^2}{dx} t : \text{const.} \quad (3.2.1)$$

$$\frac{dx}{dt} = u - c \quad \text{で} \quad u - 2c - \frac{dc_0^2}{dx} t : \text{const.} \quad (3.2.2)$$

進行波を考え式(3.2.1)を用いるものとし、その前式を t で微分すれば ($c_0^2 = gh$ であるから)

$$\frac{d}{dt}(u + 2c) - g \frac{dh}{dx} = 0, \quad \text{または} \quad d(u + 2c) - g dh - \frac{dt}{dx} = 0$$

上式に $dx/dt = u + c$ を代入して

$$d(u + 2c) - \frac{g dh}{u + c} = 0 \quad (3.2.3)$$

いま一様断面水路の厳密解

$$\left. \begin{aligned} u &= 2(c - c_0), \\ c &= \sqrt{g(h + \xi)}, \quad c_0 = \sqrt{gh} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

が水深の漸変する水路においても局所的に成り立つものとして式(3.2.4)を式(3.2.3)に代入して整理すれば、

$$\frac{d\xi}{dh} = \frac{3c^2 - 7cc_0 + 4c_0^2}{2c_0(3c - 2c_0)} \quad (3.2.5)$$

上式が水深の変化にともなう長波波高の増減を与える厳密解である。式(2.5A.4)を代入すると、

$$\frac{d\xi}{dh} = \frac{7 + 3\bar{\xi} - 7(1 + \bar{\xi})^{1/2}}{2\{3(1 + \bar{\xi})^{1/2} - 2\}}, \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{h} \quad (3.2.6)$$

とくに相対波高 $\bar{\xi}$ が小さくその高次項を省略しうる場合は、式(2.5A.6)より

$$\xi \sim h^{-1/4} \quad (3.2.7)$$

となって Green の法則に一致する。

$$d\xi/dh = h \frac{d\bar{\xi}}{dh} + \bar{\xi} \quad (3.2.8)$$

であるから式(3.2.6)はあるいはつぎのようにも書ける。

$$h \frac{d\bar{\xi}}{dh} = - \frac{(\sqrt{1 + \bar{\xi}} - 1)(6\sqrt{1 + \bar{\xi}} - 1)\sqrt{1 + \bar{\xi}}}{2(3\sqrt{1 + \bar{\xi}} - 2)} \quad (3.2.9)$$

積分して $h = h_0$ で $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ とすると

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{\sqrt{1 + \bar{\xi}_0} - 1}{\sqrt{1 + \bar{\xi}} - 1} \right)^{4/5} \left(\frac{6\sqrt{1 + \bar{\xi}_0} - 1}{6\sqrt{1 + \bar{\xi}} - 1} \right)^{6/5} \quad (3.2.10)$$

なお式(3.2.8)で $d\xi/dh = 0$ として $\bar{\xi}_{\max.}$ を求めると

$$\bar{\xi}_{\max.} = 7/9, \quad \text{すなわち} \quad \xi_{\max} = 0.778h \quad (3.2.11)$$

となって、Munk の孤立波の碎波限界 $\xi_0 = 0.78h$ にほぼ一致する。

式(3.2.10) による ζ/ζ_0 と h/h_0 の関係を 図-3.1 に示す。

水路幅員 b が $b(x)$ のときは、式(3.2.1) のかわりに

$$d(u+2c)+uc(b_x/b)dt=0$$

として同様の計算を行なって次式がえられる。

$$\frac{b}{b_0} = \left(\frac{1+\bar{\zeta}}{1+\bar{\zeta}_0} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{1+\bar{\zeta}}-1}{\sqrt{1+\bar{\zeta}_0}-1} \right)^2 \quad (3.2.12)$$

$\bar{\zeta}$ が小さくその高次項が省略できるときは

$$\bar{\zeta} \sim b^{-1/2}$$

となって Green の定理と一致する。

式(3.2.12) による ζ/ζ_0 と b/b_0 の関係を 図-3.2 に示す。

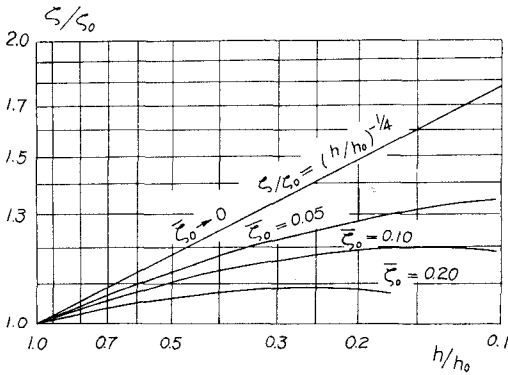


図-3.1 水深変化による長波波高の変化
(岸¹⁶⁾による)

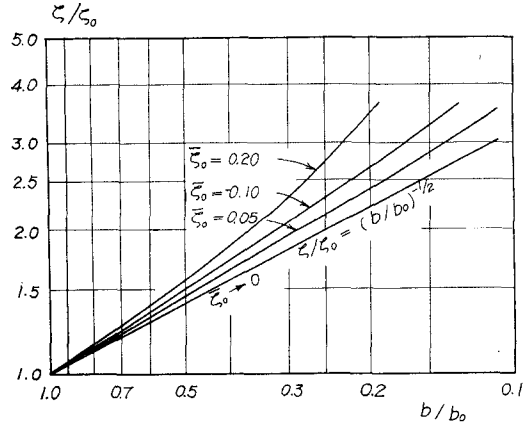


図-3.2 水路幅変化による長波波高の変化
(岸¹⁶⁾による)

(2) dh/dx , db/dx の効果と有限振幅波への Green の定理の拡張¹⁷⁾

$A = b(h+\zeta)$, $h = h(x)$, $b = b(x)$ の場合の一般化された有限振幅長波の基本式は次のとおりである。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left[A(x, t) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{2}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{F^2}{B} \frac{\partial A}{\partial x} \right) \right] \quad (3.2.13)$$

ただし、 $F^2 \equiv u^2/g \frac{A}{b}$

上式で見られるように有限振幅の取り扱いをすれば必ず波面曲率の項が入ってくるが概算すると曲率項は相対波高のほぼ3乗程度までを含む項であってたとえば u についても厳密解 (3.2.4) を (変断面でも局所的に成立するという仮定のもと) に用いなければならない。

式(3.2.4) を式 (3.2.13) に代入し整理するとつぎのようになる。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left\{ (1+\alpha) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \beta I + \gamma \frac{h}{b} J \right\} \right] \quad (3.2.14)$$

ただし $I = dh/dx$, $J = db/dx$ で

α , β , γ は相対波高 $\bar{\zeta}$ のみによる補正係数でつぎのとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 4 \left(1 + \frac{2+\bar{\zeta}}{1+\bar{\zeta}} - \frac{3}{\sqrt{1+\bar{\zeta}}} \right) \\ \beta &= 4 \left(2 + \frac{2+\bar{\zeta}}{1+\bar{\zeta}} - \frac{4+\bar{\zeta}}{\sqrt{1+\bar{\zeta}}} \right) \\ \gamma &= 2 + \bar{\zeta} - 2\sqrt{1+\bar{\zeta}} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.15)$$

この補正値を計算すれば図-3.3のとおりであって、図に見られるように $\alpha \gg \beta$, $\alpha \gg \gamma$ で、しかも $\partial \xi / \partial x \gg I$, $\partial \xi / \partial x \gg J$ であるから、水路の断面積の漸変するための影響は振幅が有限であるための補正量にくらべてはるかに小さい。すなわち、微小振幅波として扱う限りは断面効果のあらゆる予測はほとんど変形の実態を説明できないことがわかる。

さらに、 db/dx の係数が $\gamma h/b$ であることから通常は、 $\gamma h/b \ll \beta$ と考えられるので断面効果の内でも水路幅員の変化の効果は水深のそれにくらべはるかに小さいと考えられる。このことは岸の前述の計算結果(図-3.1と図-3.2)の関係とまったく一致する。

ところで前項 A の特性方程式の方法もつまるところは mass と momentum (あるいは energy) 保存の原理から導かれているのであって、このような条件が許される場合は、より根元的に波動エネルギーの保存といった立場からもっと簡潔に、有限波高の変形解がえられるのではなからうか。

長波エネルギー: E は $b \xi^2 L$ (L : 波長) に比例し、

$$\frac{L}{T} = c = \sqrt{g(h+\xi)} = c_0(1+\bar{\xi})^{1/2}$$

であるから、しばしば慣用される仮定、 T : nearly const. とすれば結局 E : const. より

$$\xi \sim b^{-1/2} h^{-1/4} (1+\bar{\xi})^{-1/4},$$

あるいは

$$\xi/\xi_0 = \left(\frac{b_0^2 h_0}{b^2 h} \right)^{1/4} \left(\frac{1+\bar{\xi}_0}{1+\bar{\xi}} \right)^{1/4} \quad (3.2.16)$$

われわれの行なった実験値と式 (3.2.16) とを比較すると図-3.4 のようになり、ほぼその妥当なことが認められる。

3.3 河川を遡上する高潮

昭和36年の第二室戸台風で大阪中心部の中之島地区が高潮による直接的な被害を受けてから、河川部での高潮挙動の実態を解明すべき研究がふたたび注目されている。ところで高潮来襲時の河川水位記録は近年、ようやく

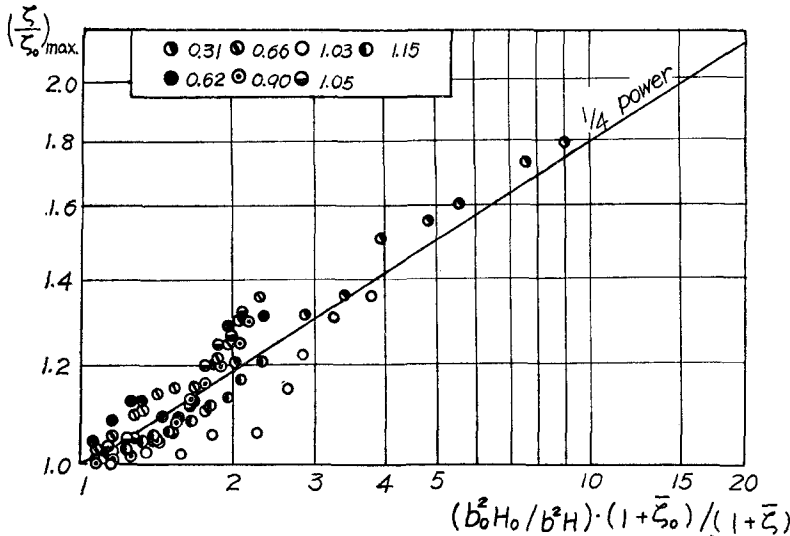


図-3.4 有限振幅波への Green の定理の拡張とその実験値 (室田⁷⁾による)

整備集積されつつあるけれども、台風時には、もちろん河川の出水による水位変動もあるので実際問題として水位記録そのものから高潮による水位変動成分のみを抽出することはほとんど不可能であり、こういった実証的な検討から河口部での高潮挙動の一般的な特性を把握することはできない。

高潮来襲時の河川水位の変化に関しては、ほぼつぎのような両極端の case が考えられよう。すなわち、

- 高潮による河口水位の上昇速度がきわめてゆるやかでほとんど準定常的と考えられる場合。
- 高潮来襲による河口水位の上昇速度がきわめて速く河道を段波状をなして遡上する場合。

上の両 case は結局、水位上昇速度（あるいは加速度）によって類別されるのであろうが、今のところそれを的確に指定しうる criterion をもっていない。Stoker は initial characteristics, すなわち波先端の波面勾配を扱った最近の論文で、水位上昇速度がほぼ 30 cm/min. 以上の場合に case b の bore が生じると報告している。その値は偶然にも第一、第二室戸台風などの高潮の水位上昇速度に一致していきわめて注目すべきところである。

ところで case a の河口での水位上昇速度がきわめて緩やかな場合は短い時間間隔については定常流としての扱いが当然許されよう。性格を同じくする洪水波の場合について、かつて林¹⁸⁾はこのような計算が実測値によく一致することを利根川の場合について示している。すなわち、case a については時時刻刻の河口水位から計算を始めて、その時刻の河川流量を用いて定常流としての背水計算をおこなえばよい。したがってこういった場合の高潮遡上の本質は波動的でなく拡散的（熱伝導型）である。現行の河道部防潮堤計画はすべてこの考えに準拠している。

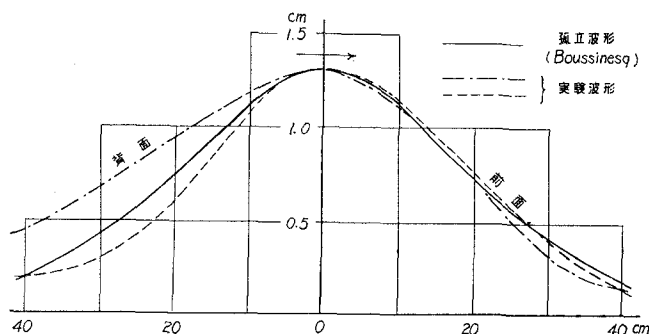


図-3.5 (a) 流れを遡る波と Boussinesq の孤立波形との比較(室田・村岡による)

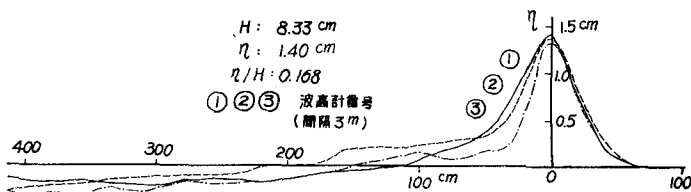


図-3.5 (b) 流れを遡る波の変形(室田・村岡による)

case b のような遡上型式が現実

あるのかどうかは不明であり、いまだ断定しうる資料をもたない。(ただ仄聞するところによると第二室戸台風の際の大阪・土佐堀川および堂島川では前面が立った型の波がおしよせたともいう。)

本章当初の仮説、すなわち高潮のふるまいを長波と見る立場をあえてこの場合にも拡張すると、特性曲線の手段をまつまでもなく、河道に侵入した高潮、すなわち長波は遂には砕波し、段波型式に遷移するだろう。ともあれ、この場合は case a とはまったく趣を異にして河道における高潮遡上の特性は熱伝導型でなく明らかに波動的でなければならない。ところでわれわれの行なった一連の実験によれば有限波高の遡上段波はきわめて不安定であって、かなり短い走行の後に逐次数数の波に分散される特性をもつようである。しかも各分散波の波形はクノイド波、あるいは孤立波にほとんど一致している。(図-3.5)

筆者はつぎのように考える。段波そのものが一種の過渡現象でその意味で波動として不安定であって、いずれは終局的な安定状態に遷移すべきものである。ところで、よく知られているように変分原理から導かれる最も安定な波形は cnoidal (or solitary) wave である。よって流れを遡りうる波は終局的にはそういった安定波形に到達するはずである。そして不連続面の移行としての有限波高の段波がいくつかの波に分散するのは慣性項が主要な役割りを果しているのであろう。(ただし、たとえば段波波高と遷移後の安定波の波高との量的な関係については現在実験を行なっているがまだ報告する段階に達していない。)

もちろん、流れをさかのぼるこれらの安定波の波形は静水中を伝播する波形とは異なるはずであって、たとえば Hunt¹⁹⁾ はつぎのような解析を行なっている。

伝播速度 c の permanent type の波が流速 U の流れの上に伝播する問題を考える。摩擦を省略して、運動方程式および連続式はつぎのとおりである。

$$(U+u-c)u_x + (U_y+u_y)v = -\frac{1}{\rho} p_x, \quad (3.3.1)$$

$$(U+u-c)v_x + vv_y = -g - \frac{1}{\rho} p_y, \quad (3.3.2)$$

$$u_x + v_y = 0 \quad (3.3.3)$$

自由表面で満足すべき境界条件は、

$$(U+u-c)\xi_x - v = 0 \quad (3.3.4)$$

$$(U+u-c)p_x + v p_y = 0 \quad (3.3.5)$$

Stream func. ψ を導入し、式(3.3.1), (3.3.2) から p を消去すると、

$$(U-c-\psi_y)F^2\psi_x - \psi_x(U_{yy}-F^2\psi_y) = 0 \quad (3.3.6)$$

いま U, ψ がつぎのように展開できるものとする。

$$U(y) = \sum_0^\infty u_n y^n, \quad u_0 = 0, \quad (3.3.7)$$

$$\psi(x, y) = \sum_0^\infty \psi_n(x) y^n, \quad \psi_0 = 0 \quad (3.3.8)$$

式(3.3.7), (3.3.8) を式 (3.3.6) に代入し、 y^n の係数を等置すれば、結局、

$$\psi \doteq y\psi_1 - \frac{y^3}{3!}(\psi_1'' - 2u_2) \quad (3.3.9)$$

$$u = -\psi_1 + \frac{y^2}{2!}(\psi_1'' - 2u_2) \quad (3.3.10)$$

$$v = y\psi_1 - \frac{y^3}{3!}\psi_1''' \quad (3.3.11)$$

第一近似として $u = -\psi_1, v = y\psi_1', c = c_0$ を式 (3.3.5) に代入すれば

$$c_0 = U_1 - \frac{1}{2} h U_1' \pm \left(gh + \frac{1}{4} h^2 U_1'^2 \right)^{1/2} \quad (3.3.12)$$

ただし、 $U_1 = U(h)$

$$u = -\frac{U_1 - c_0}{h} \xi, \quad v = (U_1 - c_0) \xi_x \quad (3.3.13)$$

これらをふたたび表面条件の式に入れ ψ_1' を消去すると

$$\begin{aligned} & \xi \xi_x \left\{ U_1' (U_1 - c_0) - \frac{3}{h} (U_1 - c_0)^2 \right\} - \frac{1}{3} \xi_{xxx} h^2 (U_1 - c_0)^2 \\ & + \xi_x \left\{ -gh - h U_1' (U_1 - c) + (U_1 - c)^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

いま solitary wave を考えると

$$x = \infty \quad \text{で} \quad \xi = \xi_x = \xi_{xx} = 0$$

であるから上式を2回積分して、

$$\begin{aligned} & \xi^3 \left\{ U_1' (U_1 - c_0) - \frac{3}{h} (U_1 - c_0)^2 \right\} - \xi_x^2 h^2 (U_1 - c_0)^2 \\ & + 3\xi^2 \left\{ -gh - h U_1' (U_1 - c) + (U_1 - c)^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

wave crest ($x = 0$) で $\xi = \xi_0$ ($\xi_x = 0$) とすれば上式から波形の式がつぎのようにえられる。

$$\xi = \xi_0 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{x \xi_0^{1/2}}{2h^{3/2}} \left\{ \frac{3(U_1 - c_0) - h U_1'}{U_1 - c_0} \right\}^{1/2} \right] \quad (3.3.16)$$

$\left\{ \right\}^{1/2}$ の補正項はつぎのようになる。

$$F(U_1) = \frac{\pm 3 \left(gh + \frac{1}{4} h^2 U_1'^2 \right)^{1/2} - \frac{1}{2} h U_1'}{\pm \left(gh + \frac{1}{4} h^2 U_1'^2 \right)^{1/2} - \frac{1}{2} h U_1'} \quad (3.3.17)$$

$F(0) = 3$ でそのとき式 (3.3.16) は Boussinesq の solitary 波形に一致するが、流れの方向に波が伝わる時は $F(U_1) > F(0)$ で、したがって静水上の波形より steep となり、流れに逆行する遡上波の場合は $F(U_1) < F(0)$ で flat になる。

また伝播速度 c はつぎのようになる。

$$c = \frac{13}{14} U_1 \pm \left\{ g(h + \zeta_0) + \frac{U_1^2}{49} \left(\frac{h}{4} + \frac{\zeta_0}{3} \right) \mp \frac{\zeta_0 U_1}{21h} \left(gh + \frac{U_1^2}{196} \right)^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (3.3.18)$$

ただし、 $U(y) = U_1(y/h)^{1/7}$ とする。

参 考 文 献

- 1) 佐藤 久：Jane 台風に伴う大阪の脈動について，中央気象台彙報，36巻，昭和26年。
- 2) 奥山熊一，宇野木早苗：日本沿岸における高潮の概況，気象研究所研究時報，第11巻6号，昭和34年。
- 3) 橋本義愛：大阪湾の確率潮位，中央気象台彙報，36巻，昭和26年。
- 4) Miyazaki, M: On storm surges which recently struck the Japanese coast, Oceanogr. Mag., vol. 9 (1957).
- 5) 宇野木早苗：防波堤開口部の流速計算についての一考察，第9回海岸工学講演会講演集，昭和37年。
- 6) 和達清夫：台風によって生ずる大阪湾の津浪について，海と空，第18巻12号，昭和13年。
- 7) 室田 明：津波・高潮と河口密度流，水理公式集の解説と例題，関西支部講習会テキスト，昭和39年。
- 8) Miyazaki, M: A theory of storm surge, 中央気象台彙報，第27巻，昭和31年。
- 9) Arakawa, H and M. Yoshitake: On the elevation of the surface of the sea under the influence of a travelling low pressure, Proc. Phys. Math. Soc., Japan vol. 18 (1936).
- 10) 山田彦児：進行性低気圧による高潮 (I)，海と空，第16巻11号，昭和11年。
- 11) Takegami, T: A study of the effects of a travelling atmospheric disturbance upon the sea-surface, Mem. Kyoto Univ., A. 21 (1938).
- 12) 前出 6)。
- 13) Yamada, H: Theoretical estimation of meteorological high water, Rep. Res. Inst. Fluid Eng., Kyūshū Univ., 6 (2) (1950).
- 14) 日野幹雄：風波スペクトルの発生・発達と海面摩擦力との関係，第10回海岸工学講演会講演集，昭和38年。
- 15) 田中 清，室田 明：高潮変形に及ぼす流水断面の効果について，第7回海岸工学講演会講演集，昭和35年。
- 16) Kishi, T: Transformation, breaking and run-up of a long wave of finite height, the 8th Conf. on Coastal Eng. (1938).
- 17) 室田 明・村岡浩爾・和田 明：長波の局所変形に関する実験的研究，第8回海岸工学講演会講演集，昭和36年。
- 18) 林 泰造：変断面水路中の洪水波の変形，第1回水理研究会講演会，昭和31年。
- 19) Hunt, J: Gravity waves in flowing water, Roy. Soc. April (1955).