

PSO に対するランダム探索機能付加効果に関する考察

STUDY ON EFFECT OF RANDOM RESEARCH FUNCTION IN PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

坊原 尚記*・作田 健**・香月 智***

Naoki BOHARA, Takeshi SAKUDA and Satoshi KATSUKI

*防衛大学校研究科前期課程学生 建設環境工学科（〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20）

**修(工) 防衛大学校研究科後期課程学生 建設環境工学科（〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20）

***工博 防衛大学校教授 建設環境工学科（〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20）

This paper presents a modified particle swarm optimization method and its application for an optimal design of skeletal steel check dam. In order to improve the search efficiency, the conventional particle swarm optimization method is modified by adding both the search range constraint and the random search term. The efficiency of modification is discussed by using a basic 2 dimensional nonlinear function problem. And it is shown that the search range constraint works well in the initial search process and the random search term works well in the final convergence process.

Key Words : particle swarm optimization , random research function, velocity restriction function

1. 緒 言

近年、コンピュータの計算能力の向上と価格低下によって最適化技術を用いた構造最適設計が、身近において実用的なものとなっている¹⁾³⁾。さらに近年では、古典的に行われていた数理計画法に基づくものよりも、人工生命技術と称される、生物の有する特性を真似た技術を用いるものが多い。これは、探索効率の観点のみならず、実設計問題が持つ複雑な条件を取り入れ易いことも一因と考えられる。特に、遺伝的アルゴリズム(以下 GA と呼ぶ)は、設計変数を離散値として取り扱える点において、実用設計との合性が良いことなどから、多くの分野で実用研究への取組みが見られる。

中でも、生物群の有する探索能力を真似た手法として、Particle Swarm Optimization⁴⁾ (以下 PSO と呼ぶ)が注目されている。PSO は、Kennedy・Eberhart⁵⁾によって考案され、鳥の群れが餌を求めて飛ぶ行動や、魚が群れを成して遊泳する行動などから、工学的な最適化へ応用した手法であり、土木分野でも応用研究が散見されるようになってきた。例えば、江本ら⁶⁾は、ナップサック問題において離散値 PSO と GA を比較し、その有効性を示している。しかし、GA においても、忠実に原理とした生物メカニズムを再現するだけでは、工学的な探索効率に必ずしも優れるものではなく、多様なアイデアによる改良を経て、実用性に優れたものとなっている。

このような観点から、本研究では、従来の PSO アルゴリズムに加えて、①一回の移動距離に制約を加える探索範囲制約と、②従来のベクトル合成で得られる着地点

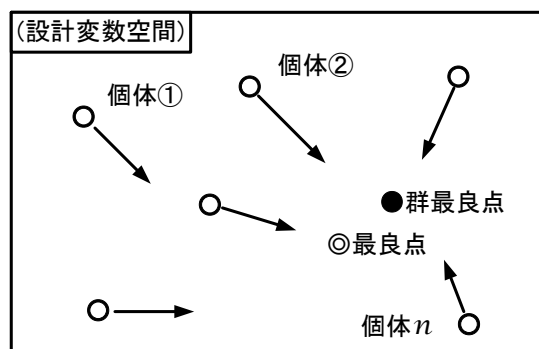


図-1 PSO 探索の模式図

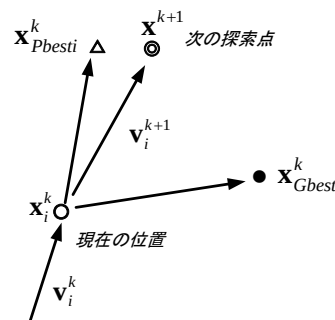


図-2 PSO の探索点更新の概念図

に、局所的なばらつきを与える局所ランダム探索機能を付加する修正を行い、その効果について検討したものである。

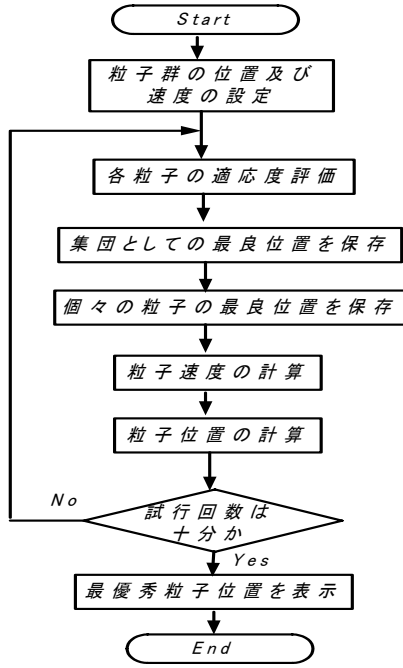


図-3 PSOによる処理手順

2. 修正 PSO の探索基本式

2.1 従来型 PSO の探索基本式

PSO は生物を真似た粒子群が、情報を共有しながら解空間を探索するという手法である。すなわち、図-1 に示すような範囲が制約された設計変数の空間において、独立した位置座標 $\mathbf{x}_i$ を有する n 個の粒子 ($i=1 \sim n$) を与える。空間の位置に応じて、餌の多寡があるように、適応度 (目的) 関数 Z は位置ベクトル $\mathbf{x}$ の関数として表されるものとする。すなわち、原問題は次式によって与えられる。

$$Z = f(\mathbf{x}) \rightarrow \max \quad (1)$$

ここで、 n 個の粒子 (個体) は、群全体が過去において経験した最良の位置 ($\mathbf{x}_{Gbest}$) 情報を共有しており、また個々には、自身の経験した最良位置 ($\mathbf{x}_{Pbesti}$) 情報を有している。

そのうえで、個々の粒子は、図-2 に示すように、① 群最良位置へ近づくとするベクトル、② 自身の最良位置へ戻ろうとするベクトル、および③ 自身が有している慣性ベクトルの重み付き相加平均によって次回位置 ($\mathbf{x}_i^{k+1}$) を決定する。すなわち、

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (2-a)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = w\mathbf{v}_i^k + c_1 r_1 (\mathbf{x}_{Pbesti}^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2 r_2 (\mathbf{x}_{Gbest}^k - \mathbf{x}_i^k) \quad (2-b)$$

ここで、 $\mathbf{x}_i^{k+1}, \mathbf{x}_i^k$: 粒子 i のそれぞれステップ $k+1, k$ における位置、 $\mathbf{v}_i^{k+1}, \mathbf{v}_i^k$: 粒子 i のそれぞれステップ $k+1, k$ における速度、 $\mathbf{x}_{Pbesti}^k$: 粒子 i のステップ k における最良位置、 $\mathbf{x}_{Gbest}^k$: ステップ k における群の最良位置、 w : 粒子の慣性、 c_1 : 自身の既往最良値へ戻ろうとする強度パラメータ、 c_2 : 群の最良値へ近づくことす

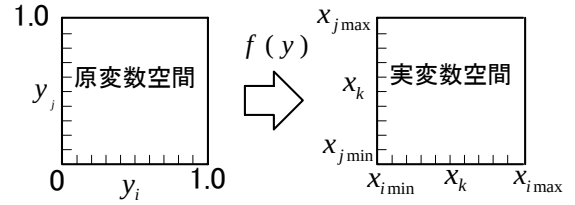


図-4 変数変換概念図

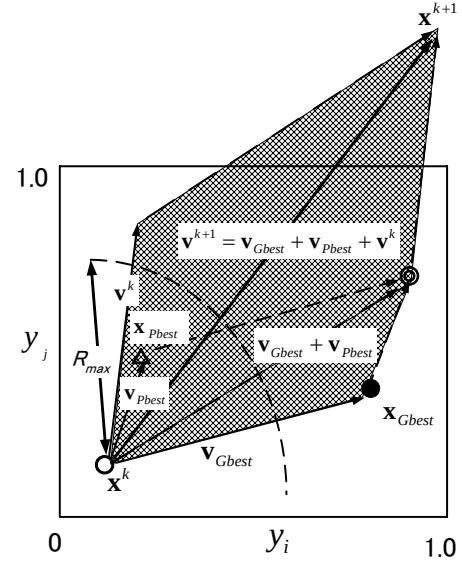


図-5 探索域制約の説明

る強度パラメータ、 r_1, r_2 : $0 \sim 1$ の一様乱数。

よって、処理手順は図-3 に示すようになる。すなわち、

- ① まず、 n 次元の解空間において、初期粒子の位置および速度をランダムに設定する。
- ② 各粒子ごとの適合度 (式(1)) を計算する。
- ③ 個々の粒子について、集団全体におけるこれまでの最良位置での適合度との比較を行い、適合度が大きい場合は、その粒子の位置を $\mathbf{x}_{Gbest}$ に保存する。
- ④ 個々の粒子において、これまで移動してきた軌跡の最良位置での適合度との比較を行い、適合度が大きい場合は、その粒子の位置を $\mathbf{x}_{Pbesti}$ に保存する。
- ⑤ 各粒子の $k+1$ 段階の位置を式(2)により求める。
- ⑥ 過程②から繰り返す。

2.2 変数変換

図-4 に変数変換概念図を示す。本研究で用いる PSO プログラムは自作であり、基本的には、既定化された変数 $\mathbf{y}$ 空間で位置座標が決定される。すなわち、

$$0.0 \leq y_i (i=1 \sim n) \leq 1.0 \quad (3)$$

ここで、 y_i : 既定化変数、 n : 次元数。

既定化変数と実変数とは、任意の変換式もしくは変換処理によって結びつけられている。

$$x_k = f_k(y_i) \quad (4)$$

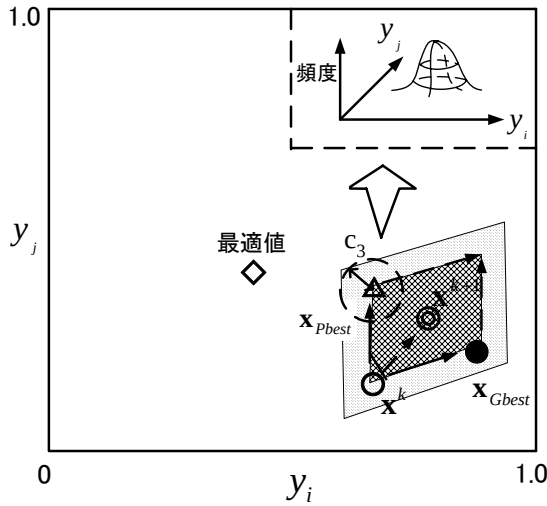


図-6 局所ランダム探索機能説明図

ここで、 f_k は実変数 x_k を求める関数 (処理) であり、線形変換、非線形変換、もしくは離散数値処理プログラムで処理するものである。最も実用的な処理としては、遺伝的アルゴリズム(GA)で行うように、 x_k が離散値を有する場合に、それぞれの x_k の離散値に対して、リスト番号を付与し、リスト番号と y_i を関連づけておくものである。この場合には、 y_i の連結値とリスト番号との完全な一致はできないので、 y_i をリスト番号の数値範囲に線形変換した後、四捨五入で離散処理する。このような処理によると、実変数の次元数に対して、完全相関処理を施して、原変数空間を減ずるなどの柔軟な対応が可能となる。

2.3 探索範囲制約

式(2)による制御は、群が広範囲に散在する場合に必ずしも良い収束制御とならない場合がある。図-5 には、式(2)において、 $c_1=1.0, c_2=1.0$ とした場合の、ある粒子の次回移動ベクトルの範囲を (図) によって模式的に示したものである。この図では、 $\mathbf{x}^k$ の現位置と群最良点とがかなり離れており、また、慣性速度 $\mathbf{v}^k$ もかなり大きな場合を示しているが、収束計算の初期において良く発生する状況を模したものである。この場合、 $r_1=1.0, r_2=1.0$ とした 3 つのベクトル和は、探索領域を飛び出している。 r_1, r_2 は一様乱数であるので、 $\mathbf{v}^{k+1}$ は、図中の (図) 範囲内で均等確率に出現することになるが、飛び出した範囲のものは、ベクトル反射処理法を施すとしても、偏った頻度分布となることが分かる。なによりも、これでは、探索範囲が広すぎて、全空間を一様探索するに等しいものとなっている。これを防止するには、 c_1, c_2 を小さくすることが考えられるが、小さくすると、後述するように、収束の後期において探索範囲が小さすぎる問題が発生する。事実、文献 5) では、 c_1, c_2 の推奨値を、 $c_1=2.0, c_2=2.0$ としている。そこで、本研究では、速度ベクトルの大きさに最大値制約を与えるものとした。

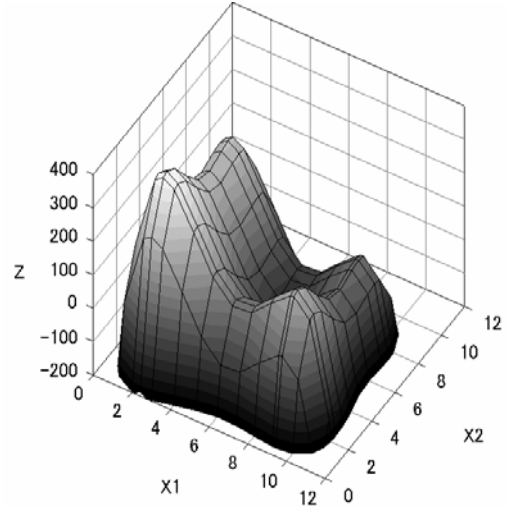


図-7 二次元多峰性関数

すなわち、

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = w\mathbf{v}_i^k + c_1r_1(\mathbf{x}_{pbest}^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2r_2(\mathbf{x}_{gbest}^k - \mathbf{x}_i^k) \quad (5-a)$$

$$\text{where } |\mathbf{v}_i^{k+1}| \leq R_{\max} \quad (5-b)$$

ここで、 $R_{\max}$: 移動ベクトルの最大制約値。
このようにすれば、図-6 に示すように、移動量が半径 $R_{\max}$ の超球面を超えなくなる。

2.4 局所ランダム探索機能

PSO の探索を続けると、群は概ね、最適値付近に集約され、個々の粒子の速度ベクトルは、相対的に小さくなる。図-6 に集約間近における式(2)による探索域の模式図を示す。この場合には、慣性ベクトルも群最良値への速度ベクトルも小さいため、総じて式(2)による探索範囲 (図) は、全領域に比して小さくなっている。この場合、図-6 に示すように、真の最適値が探索範囲外に位置付けられる可能性があるため、解の収束が悪くなる。そこで本研究では、式(2)に局所ランダム探索域を加えるものとした。すなわち、

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = w\mathbf{v}_i^k + c_1r_1(\mathbf{x}_{pbest}^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2r_2(\mathbf{x}_{gbest}^k - \mathbf{x}_i^k) + c_3V_r \quad (6-a)$$

$$\text{where } |\mathbf{v}_i^{k+1}| \leq R_{\max} \quad (6-b)$$

ただし、 c_3 : 乱数項パラメータ、 V_r : 平均値が 0 で標準偏差が 1.0 の n 次元正規確率変数ベクトル。
式(6)を用いると、探索範囲は図-6 中の拡大された網掛け (図) の領域になるため、式(2)の問題を補うことが期待できる。

3. 非線形多峰性関数への適用

3.1 適応度関数

ここでは、二次元の多峰性関数 ⑨を用いて、提案した PSO の探索効率に及ぼす改良効果を検討する。すなわち、適応度関数は、次式で与えられる。

表-1 PSO パラメータ

項目	数値
粒子数	5
試行回数	100
w	0.9
c ₁	2.0
c ₂	2.0
c ₃	0.0~0.1
R _{max}	0.0~1.4

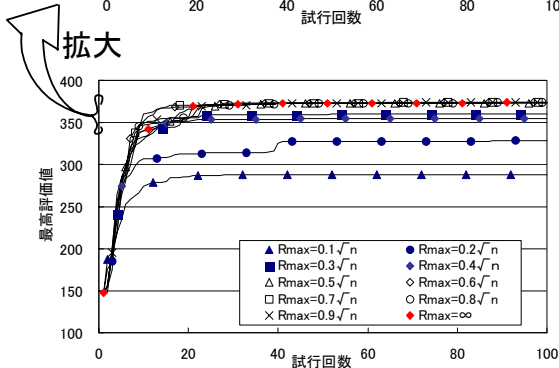
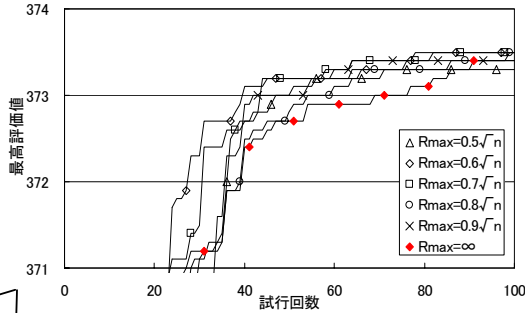


図-8 群最良値の収束状況に及ぼす探索範囲制約の効果

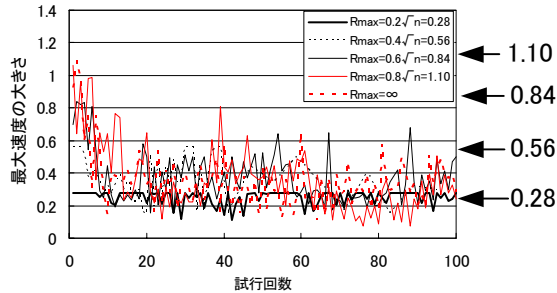


図-9 R_{max} 制約の發揮状況

$$Z = -\frac{3}{2} \left\{ (x_1^4 - 24x_1^3 + 193x_1^2 - 570x_1 + 400) + (x_2^4 - 21x_2^3 + 151x_2^2 - 411x_2 + 280) \right\} \rightarrow \max \quad (7)$$

探索範囲は、次式によるものとする。

$$0.0 \leq x_1 \leq 12.0, 0.0 \leq x_2 \leq 12.0 \quad (8)$$

与えられた適応度関数を図-7 に示すものであり、付加条件として、変数 x_1, x_2 が 0.01 刻みの離散値を取るものとする、次の 4 つの局所最大値を有する。

$$Z(2.43, 2.31) = 373.5 \quad (9-a)$$

$$Z(2.43, 7.57) = 238.6 \quad (9-b)$$

$$Z(9.18, 2.31) = 190.7 \quad (9-c)$$

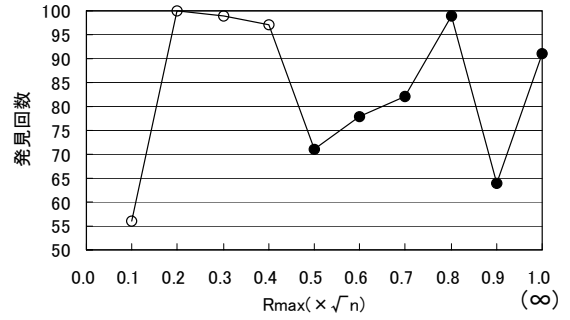


図-10 最大適応度発見速度に及ぼす制約値の影響

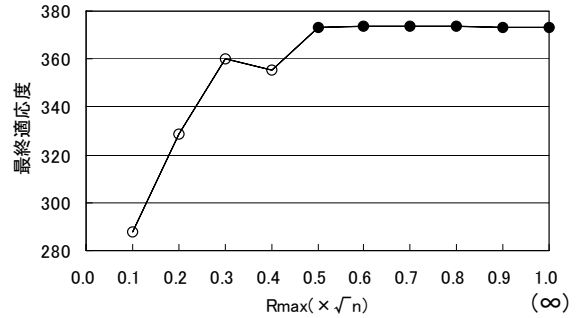


図-11 制約値が最終適応度に及ぼす影響

$$Z(9.18, 7.57) = 55.8$$

(9-d)

3.2 探索範囲制限の効果

探索範囲制限の効果について検討するために、表-1 に示すように、5 つの粒子で最大 100 回の試行回数とする PSO の条件で、式(7)の最大値を探索した。すなわち、従来型 PSO の制御パラメータについては、文献 5) で示されるものを参考に、事前のパラメトリックスタディーで最も効率の良かった値、($w=0.9, c_1=2.0, c_2=2.0$)とした。そのうえで、探索範囲制限の効果を検討するために、局所ランダム探索の効果を無くして ($c_3=0.0$), $R_{\max}$ をパラメトリックに変化させて探索効率に及ぼす影響を検討した。なお、 $R_{\max}$ は、既定値変数 y 空間の n 次元最大距離 $\sqrt{n}$ に対する比で決定するものとした。

図-8 に各 $R_{\max}$ に対する収束状況を比較して示す。なお、PSO では、初期条件がランダムに発生するので、各 $R_{\max}$ に対しては 10 回ずつ計算を行い、その平均を示している。図より、 $R_{\max}$ を設けない場合には、91 回で最大値 $Z = 373.4$ に達しているのに対して、 $R_{\max}$ 制約の小さい $0.1\sqrt{n}$ や $0.2\sqrt{n}$ では、100 回目においても 350 未満の適応度の点しか発見できていないことから、あまり細かい探索範囲制約が好ましくないことがわかる。

しかし、 $R_{\max}=0.6\sqrt{n}$ とした場合には、試行回数 20 回目以降において常に制御しない場合よりも、適応度の高い群最良値を見つけており、最大値 373.5 を 78 回目で発見している。すなわち、探索が速くなっている。

図-9 は、 $R_{\max}$ を 0.2 ごと増加した場合の、5 つの粒子

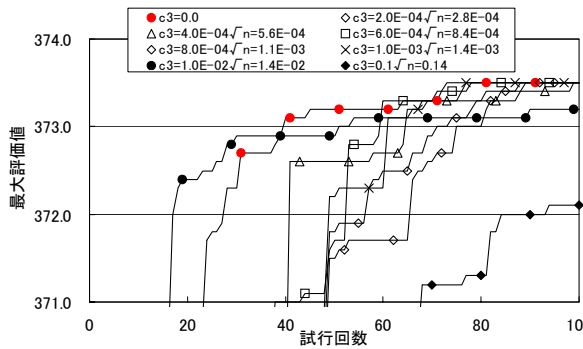


図-12 局所ランダム探索が最良値探索に及ぼす影響

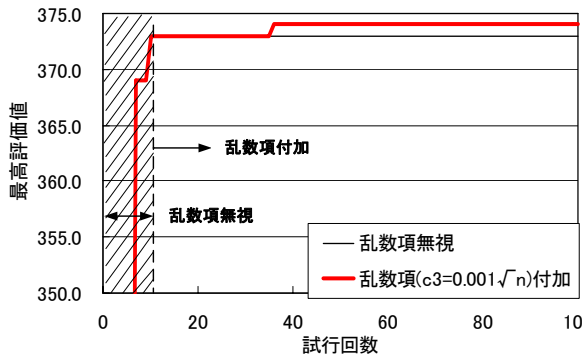


図-13 局所ランダム項を途中から付加した場合

のうちの最大 $|\mathbf{v}|_{\max}$ と試行回数の関係を示したものである。これより、 $R_{\max}$ を小さく $0.2\sqrt{n}$ とした場合には、試行回数 100 回直前においても制御が継続して効いており、その移動量が終始、抑制されていることがわかる。一方、 $R_{\max}=0.6\sqrt{n}$ では、1 回目以降、おおむね 10 回目まで制御が効いているが、その後は $R_{\max}$ 制約に達することなく式(2)による速度が自然に低下していることがわかる。

続いて、図-10, 11 にそれぞれ最大適応度発見速度に及ぼす制約値の影響、および制約値が最終適応度に及ぼす影響を示す。まず、図-10 より最も早く最良値に達するのは $R_{\max}=0.1\sqrt{n}$ の場合で 56 回目である。しかし、図-11 を見ると、 $R_{\max}=0.1\sqrt{n}$ では、本来の最高値 $Z=373.5$ には全く達していない。このように試行 100 回では、最適値に至らないものを○で示すものとして検討から除外すると、 $R_{\max}=0.5\sqrt{n} \sim 0.7\sqrt{n}$ 位が収束が早く、かつ最適値発見もほぼ保証できることがわかる。

3.3 局所ランダム探索項の効果

続いて、提案処方局所ランダム探索項の効果を調べるために、 $R_{\max}$ を前項の検討で最も良いとされる、 $R_{\max}=0.5\sqrt{n}$ に固定した上で、 c_3 を $0.0 \sim 0.1\sqrt{n}$ の範囲でパラメトリックに変化させて検討する。図-12 に局所ランダム探索が最良値探索に及ぼす影響を示す。なお、この場合も図-8 と同様に各線は 10 回平均を示している。これより、 $c_3=0.0$ とした場合に比して、 $c_3=0.001\sqrt{n}$ と

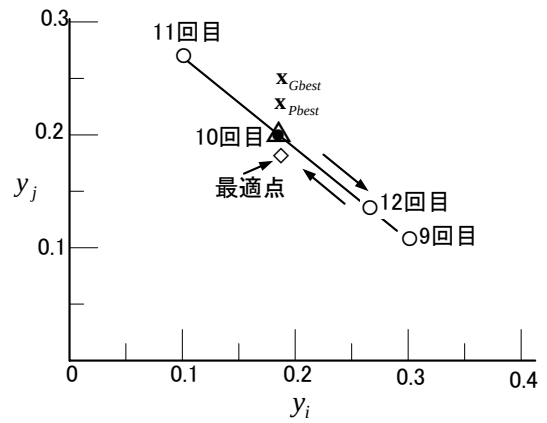


図-14 局所ランダム項を途中から付加したもの

した場合の最適値発見試行回数が早くなっていることがわかる。図-13 には、局所ランダム探索項が無いまま収束計算を行ったものと、試行回数 10 回目から同じ条件で、局所ランダム探索を $c_3=0.001\sqrt{n}$ とし与えた場合の、収束の比較を示している。局所ランダムを付加しない場合には、試行回数 36 回目に最良値が改善されている。図-14 に局所ランダム探索を無視した場合の計算例における、ある粒子の移動歴を示す。この粒子は、試行回数 10 回目に群内で最良の位置に達したため、この粒子は $\mathbf{x}_{Pbest} = \mathbf{x}_{Gbest}$ となり、試行回数 10 回目における $\mathbf{x}_{Pbest}$ と $\mathbf{x}_{Gbest}$ ベクトルは同一線上にある。よって、慣性ベクトルも同一方向となっている。このため、与えられた探索範囲は広がりを見失い、一直線上の探索を繰り返すことになる。この場合、真の最適値がこの線上にないため、この粒子が真の最適値方向に移動する可能性はないことがわかる。しかし、局所ランダム項を与えると、探索範囲は広がりを持つため、その範囲内に真の最適値が含まれることがわかる。

4. 結 言

本研究は、従来型 PSO に探索範囲制約と局所ランダム探索機能を付加することを提案したものである。本研究で得られた成果は以下ようになる。

- (1) PSO の探索初期段階には、過剰に粒子が動き、探索効果が低下するため、現位置からの探索範囲を制約することが有効である。なお、本研究の検討によると、探索区域の制約値は、最大長の半分程度が適切であることが示された。
- (2) 従来型 PSO は、群内最良値が最適値に近づくと、その粒子の有する群内最良値情報と自分自身の最良値情報が一致してしまう。その結果、本来 3 ベクトルの方向自由度を有するものが、1 次元に縮退してしまうことがわかった。このため、粒子が最適値に近づいた収束後期では、群れの探索効率が低下することになる。これを防止するため、幾分かランダム探索自由度を与える局所ランダム探索が有効であることが示された。
- (3) 本研究の検討問題は、2 次元程度の少ない設計変数

空間の検討であるので、実際の構造最適化問題等において検討と修正を重ねる必要がある。

謝辞

本研究にあたって、山口大学の中村秀明助教授より PSO の基礎について教示頂いたことを記して謝辞とする。

参考文献

- 1) 構造工学委員会 AL 技術の構造システム最適化への応用に関する研究小委員会報告:新しい構造システム最適化手法, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.1-18, 1996.7.
- 2) 古田均, 杉本博之: 遺伝的アルゴリズムの構造工学への応用, 森北出版, 1997.9.
- 3) 香月智, 上田稔, 安井英穂: 遺伝的アルゴリズムの送電用鉄塔実務設計への応用, 土木学会論文集, No.749/VI-61, pp.63-71, 2003.12.
- 4) 伊庭斉志: 進化論的計算手法 知の科学, 人工知能学会, 2005.1.
- 5) James Kennedy and Russell Eberhart: Particle Swarm Optimization, Proc. The 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, vol.IV, pp.1942-1948, 1995.
- 6) 江本久雄, 中村秀明, 川村圭, 宮本文穂: ナップサック問題における Discrete Particle Swarm Optimization の有効性, 第9回日本知能情報ファジィ学会中国・四国支部大会論文集, 2004.12.
- 7) 坊原尚記, 白石博文, 香月智, 肥後野孝倫, 嶋丈示: 対話型最適設計法を援用した鋼製砂防えん堤の試設計, 応用力学論文集, Vol.8, pp.41-52, 2005.8.
- 8) 須藤敦史, 星谷勝, 宮沢和樹: 遺伝的要素を考慮したインポートランス・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化, 土木学会論文集, No.519/I-32, pp.223-232, 1995.7.