

最大流制約下のネットワーク最適化に関する基礎的考察

ON THE NET-WORK OPTIMIZATION UNDER THE MAXIMUM FLOW CONSTRAINT

三原徹治*, 趙華安**, 石川康成***, 相良栄作***, 千々岩浩巳****

Tetsuji MIHARA, Hua-An ZHAO, Yasunari ISHIKAWA, Eisaku SAGARA and Hiromi CHIJIWA

*工博 九州共立大学教授 大学院工学研究科都市システム工学専攻（〒807-8585 北九州市八幡西区自由ヶ丘 1-8）

**博(工) 九州共立大学教授 大学院工学研究科電子情報工学専攻

***九州共立大学大学院 工学研究科博士前期課程 都市システム工学専攻

****博(工) 第一復建(株) 構造部

The basic analysis problems of net-work are classified as the minimum tree analysis, the maximum flow analysis, the minimum path analysis and the minimum cost analysis. Many convenient and exactly analysis methods for the such basic analysis problems have been proposed by the mathematicians. However, there are only few studies on the net-work optimization.

This paper presents a net-work optimization method under the maximum flow constraint. The optimal problem is formulated as the discrete two objective problem. The moment of change values of two object functions is introduced to transform two object problem into the scaler object optimal problem. And the Genetic algorithm is used as the optimization tool.

Two numerical examples are performed to investigate the effect of the proposed method.

Key Words: Maximum Flow Analysis, Net-work Optimization, Genetic Algorithm

1. はじめに

ネットワークの基本的解析問題は、最小ツリー解析、最大流解析、最短路解析および最小費用解析に大別される。それぞれの解析に関して効率的に正解を求めるさまざまな手法が、主としてグラフ理論の研究者によって提案されている。しかしながら、ネットワークの修正に関する研究はさほど多くない。その理由として、一般的な最適性規準の設定が困難であること、結局NP困難な問題となる場合が多いことなどが考えられる。

最大流解析は、電気回路網、人や物資を運ぶ輸送網、情報を伝達する情報網などを抽象化したフローネットワークを対象とし、フローネットワークの入口（ソース）から出口（シンク）へ流すことができる最大の流量を求める解析法である。最大マッチング問題など最大流解析に帰着される問題も多く、応用範囲が広い解析法でもある。

あるフローネットワークの最大流より大きな流量を流したいとき、最も簡明な方法はソースとシンクを結ぶ新たな辺を付加し、その辺容量を流量の不足分に設定することである。しかし、フローネットワーク構造を変化させないという前提下では新たな辺の付加のような対処は不可能であり、適切に辺容量を増加させるしかない。この解決のため著者のひとりらはフローネットワークのボトルネックに着目し、要求される流量を流すことができるフローネットワークへの変更アルゴリズムを提示した^{1,2)}。

そのアルゴリズムは、計算過程でボトルネックが初期ネットワークから変化しても対処可能であり、有限回の繰返しで適切な解を求めることができることも証明されているが、特にボトルネックが変化したときに大きな計算量を要することおよび得られる解が必要以上に多くの辺の辺容量を増加させるという問題点を有している。

この問題点を克服するため、論理的アルゴリズムによる解探索を目指した先の研究^{1,2)}に対し、本研究では近似アプローチとしての遺伝的アルゴリズムGAを用いてフローネットワークの最適な変更解を求める一手法を提示する。

2. 最大流解析

2.1 フローネットワークと最大流

電気回路網、輸送網、情報網などを抽象化したフローネットワークの構成要素は、ノード、方向を有する辺および辺容量であり、グラフ $N(V, E, W)$ で表すことができる。ここに、 V はノード集合、 E は辺集合、 W は辺容量集合である。グラフ $N(V, E, W)$ は各辺の始点、終点および辺容量の3配列を用いて表現できる（表-1、図-1参照）。

最大流解析とは、フローネットワークの各辺流量がそれぞれの辺容量以下であるような状態のうち、ソースからシンクまでの流量が最大となる状態を求めることである。その代表的な解法アルゴリズムにはDinic法、Goldberg-Tarjan法、Ford-Fulkerson法、Edmonds-

Karp法などがある．本研究で最大流解析を必要とする場合にはFord-Fulkerson法を用いる．

なお，通常の最大流解析では辺長（ノード間距離）は意味を持たないとして取扱われるので，本研究でもそれに倣うこととする．

2.2 最大流最小カット定理

フローネットワークにおいて，ノード集合 V がある境界線によって2つの集合に分離されるとき，その境界線をカットと呼び，その境界線と交わる辺の辺容量の総和をカット容量という．

ノード集合 V を，ソース側集合とシンク側集合とに分離するすべてのカットのカット容量が最大流以上となることから「最大流と最小カット容量は一致する」という最大流最小カット定理が導かれる．この最小カット容量を与えるカット上の辺をボトルネックと呼ぶ．

2.3 最大流解析の具体例

ノード数=9，辺数=11の0911モデルのグラフを表-1に示す．ノード1をソース，ノード9をシンクとする．このグラフは図-1のようにネットワーク表示できる．ただし，図-1では混同を避けるため辺番号は□数字で，ノードは○数字でそれぞれ表記している．

表-1 0911 モデルのグラフ

番号	1	2	3	4	5	6
始点	1	1	1	2	2	3
終点	2	3	4	5	9	9
容量	6	5	6	8	2	2
番号	7	8	9	10	11	
始点	4	5	6	7	8	
終点	8	7	8	9	9	
容量	7	7	6	6	2	

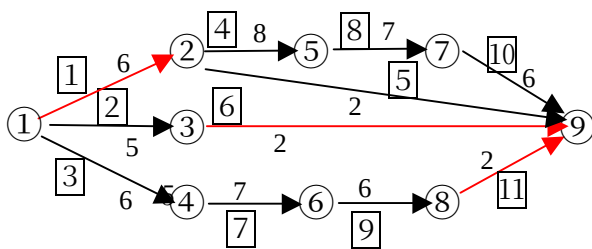


図-1 0911 モデルのネットワーク図

このフローネットワークにおいて，ノード番号表記でルート1→3→9で流量=2，ルート1→4→6→8→9で流量=2を流せることは容易にわかる．残るルート1→2→5→7→9とルート1→2→9では，6と0，5と1，4と2のいずれかの組合せの流量が流せることになるが，いずれの場合もその合計流量=6で，流量の総計=10が最大流である．

図-1において赤線表示した辺は，この場合のボトルネックである．それらの辺容量の合計，すなわち最小カット容量=6+2+2=10であり，最大流=10と一致する．

3. 最適化問題の定式化

3.1 最大流に関する条件

初期フローネットワークの最大流を $F'_{\max}$ ，最大流量の要求値を $F_{\text{req}}(> F'_{\max})$ ，変更後のフローネットワークの最大流を $F_{\max}$ とすると，3者は次の関係を満足しなければならない．

$$F_{\max} \geq F_{\text{req}} > F'_{\max} \quad (1)$$

3.2 辺容量の増加量

辺容量集合 W の要素を，初期フローネットワークでは $C'_i (i=1:I)$ ，更新後は $C_i = C'_i + \Delta C_i (i=1:I)$ とする．ここに， I は辺の総数， $\Delta C_i (i=1:I)$ は辺 i の辺容量の増加量である．

フローネットワークを更新することによる辺容量の増加量 MF は次式で算出できる．

$$MF = \sum \Delta C_i \quad (2)$$

3.3 辺容量が増加する辺の数

式(2)はフローネットワーク全体での辺容量の増加量 MF を表しているが， $\Delta C_i > 0$ がどの辺に割り当てられるかを示す指標として，辺容量が増加する辺の数 ME を次式のように算出する．

$$ME = \Delta C_i > 0 \text{ の辺の数} \quad (3)$$

3.4 原問題の定式化

式(2)の MF および式(3)の ME は，いずれもなるべく小さいほうがフローネットワークの変更としては望ましい．その際，式(1)の最大流に関する条件は最適化問題では制約条件となる．よって，最大流の要求値を満足するフローネットワークの更新問題の原問題は式(4)のような2目的最適化問題として定式化される．

Given: ネットワーク構造， $C'_i (i=1:I)$ ， F_{req}

Find: $\Delta C_i (i=1:I)$

Object: Minimize(MF) (4a)

Minimize(ME) (4b)

Subject to: $F_{\max} \geq F_{\text{req}}$ (4c)

4. 解法

4.1 目的関数のスカラー化に関する検討

式(4)の2目的最適化問題はそのままでは解くことができず，目的関数をスカラー化する必要がある．ここでは，以下の4種のスカラー化手法について問題特性との適合性や取扱い容易性の観点から検討する．

(1) 満足化トレードオフ法によるスカラー化

多目的最適化問題のスカラー化手法の代表的なものとして満足化トレードオフ法によるスカラー化がある。各目的関数に関して固定した理想点および任意の希求水準を導入することによって、希求水準による要求に対応した解を特定するものである。ただし、各目的間にトレードオフ関係があることが前提である。

式(4)の2つの目的関数には、しかし、明確なトレードオフ関係を認めることができないので、この手法の適用は適当ではないと判断される。

(2) 費用関数などによるスカラー化

2つの目的の MF と ME の関数 $f(MF, ME)$ が、たとえば更新に関わる費用を表現する費用関数である場合には、この関数を用いて目的関数のスカラー化が可能である。ただし、そのためには対象フローネットワークが何らかの具体的なネットワークでなければならない。

本研究では一般的なフローネットワークを対象としているので、この手法の適用は今後の課題とせざるを得ない。

(3) 加法型スカラー化関数

加法型関数によるスカラー化は、多目的最適化問題の解法として多用されるものである。本問題に適用すると次式のような関数となる。

$$\text{Minimize} \left(\alpha_F \frac{MF}{MF_0} + \alpha_E \frac{ME}{ME_0} \right) \quad (5)$$

ただし、 MF_0, ME_0 はそれぞれ MF および ME の基準値、 α_F, α_E は各目的の重み係数である。

設定する MF_0, ME_0 や α_F, α_E の値が得られる解に大きな影響を及ぼすので、どのような値とするかについて明確な判断基準がない場合での使用は慎重でなければならない。

(4) 変化モーメントによるスカラー化

式(4)の2つの目的 MF と ME とはいずれも初期フローネットワークから更新フローネットワークへの変化量を表している。そこで、次式のような積型の関数について検討してみる。

$$\text{Minimize} (MF \times ME) \quad (6)$$

式(6)のカッコ内は変化量同士の積であり変化モーメントと呼ぶこともでき、 MF と ME とがいずれも最小化関数であるからその積も最小化関数となる。式(5)のような基準値や重み係数の設定も必要なく、シンプルな形でスカラー化される。

(5) 修正問題の定式化

以上の目的関数のスカラー化に関する検討から、本問題においては式(6)に示すスカラー化手法を適用することとした。式(4)の目的関数をスカラー化した修正問題は次式のように定式化される。

Given: ネットワーク構造, $C_i' (i=1:I)$, F_{req}

Find: $\Delta C_i (i=1:I)$

Object: Minimize(Obj= $MF \times ME$) (7a)

Subject to: $F_{max} \geq F_{req}$ (7b)

4.2 遺伝的アルゴリズムGA適用のための定式化

ここでは、最適化ツールに遺伝的アルゴリズムGAを用いてネットワーク全体を最適化するための定式化について述べる。

(1) 最適化対象からの除外ルール

式(7)に示す修正問題の解を求める場合、最大流最小カット定理からボトルネックの辺容量の変更が優先されるべきであることは明らかである。しかし、ボトルネックの辺は複数存在し、どの辺容量を増加させるのが効果的かを前もって知ることはできない。また、辺容量の変更によって初期フローネットワークのボトルネックのほかにボトルネックが出現することも容易に推察される。これらの現象に柔軟に対応できるようにするためにはボトルネックの性質を利用することを諦めて、フローネットワークを構成するすべての辺を最適化の対象とせざるを得ない。

しかし、最大流解析の特性から以下の3ルールに該当する辺は最適化の対象から除外することができる。

- ・ルール1: すべての辺のうち $C_i' \geq F_{req}$ を満足する辺。
- ・ルール2: すべての辺のうち $C_i' \geq \max(F_j') + \mu$ を満足する辺。

ただし、 F_j' = 最大流解析におけるルートjの流量、

$$\mu = \min(F_{req} - F_{max}', \Delta C_i^{\max}),$$

$\Delta C_i^{\max}$ = 辺iの辺容量増分量の最大値。

- ・ルール3: 最大流解析でルートj上に出現した辺のうち $C_{ionj}' \geq F_j' + \mu$ を満足する辺

(2) 線列構成

上記3ルールのいずれにも合致しない辺が最適化の対象となる。辺容量増量の最小値を0、増分刻みを1とするとGAによる最適化に必要な最適化対象辺iの2進数線列のサイズは式(8)で算出される。

$$\lceil \log_2 \Delta C_i^{\max} \rceil + 1 \quad (8)$$

ここに、 $\lceil \cdot \rceil$ はガウス記号である。

(3) 罰金関数

式(7)に示す修正問題に関するGAにおいて個体評価に用いる罰金関数 PF は式(9)のように定式化される。

$$PF = Obj + \max\{0, \gamma(F_{req} - F_{max}')\} \quad (9)$$

ここに、 γ = 十分大きな定数（本研究では $\gamma = 100.0$ に設定）である。

5. 数値計算例

5.1 0911モデル

(1) 問題設定

提案手法の妥当性を検証するために比較的小さなフローネットワークとして最大流解析の具体例に用いた0911モデルを対象とした計算例を示す。

初期フローネットワークは表-1および図-1に示すものをそのまま用いる。この最大流 $F_{\max}^i = 10$ であるからこれより大きい $F_{\text{req}} = 15$ を最大流の要求値とする。最適化の対象となるすべての辺の辺容量の増分値 $\Delta C_i = 0, 1, 2, \dots, 7$ とする（式(8)で算出される必要線列サイズ=3ビット）。

(2) 限定列挙法による最適解探索

本例の組合せ総数 = $8^{11} = 85.9$ 億である。この問題の最適解を列挙法によって探索しようとする、すべての組合せに対して、その最大流値を最大流解析ルーチンを用いて求めなければならない。1回の最大流解析に要する計算時間を 0.001 秒とかなり短目に仮定しても、85.9 億 $\times$ 0.001 秒 = 99.4 日というとんでもない時間を必要とする（実際には、最大流解析ルーチン以外のルーチンもあるので、さらに大きな計算時間となる）。

一方、本例の場合、ある組合せの Obj 値を算出するルーチンは極めて小さく 1 回の計算時間も 10^{-10} 秒程度であり、すべての組合せの Obj 値を算出するだけなら 10 秒以下ですむ。本例では Obj 値が小さい解ほど高い最適性を有するので、大きな Obj 値の組合せは高い最適性を有する解になりにくく、最適解である可能性も小さい。よって、ある基準値を設定し、それよりも大きな Obj 値を有する組合せに対しては最大流解析ルーチンを省略するという手続きを導入した列挙法アルゴリズムを構築する。この手続きによって、仮に最大流解析ルーチンの実行回数が全組合せの 1.0% 程度に低減された場合には 23.8 時間と実行可能な計算時間に短縮できることになる。このような、簡単な関数値によって検討する組合せ数を低減する方法を限定列挙法と呼ぶ³⁾。

ここでは、 Obj 値 > 15.0 の組合せに対して最大流解析ルーチンを省略するとともに、 $ME > 2$ の組合せに対しても同様に最大流解析ルーチンを省略する限定列挙法により高い最適性を有する解を探索した。最大流解析ルーチンを省略できる組合せ数が予想以上に多かったために計算時間は約 2 時間であった。

その結果、本例では 6 組の同値の最適解が存在することが判明した。判明した最適解はいずれも $MF = 5$,

$ME = 2$, $F_{\max} = 15$ であり、 $Obj = 10$ であった。表-2 に 6 組の最適解の辺容量の変化量を示す。表中、A~F は最適解を区別するための記号である。結果的に、最適解はいずれも図-1 に示したボトルネックの辺容量を合計 5 だけ増加させる組合せとして得られていることがわか

る。しかし、初期フローネットワークでは辺 1, 6, 11 のみがボトルネックであったが、最適解 B を除く最適解では最小カットが 2 本出現している（例として、最適解 E のネットワーク図を図-2 に示す。変更された辺容量を赤字で、初期ネットワークと同じボトルネックを赤線で、新たに出現したボトルネックを青線で、それぞれ表示している）。これは、辺容量が増加する辺をなるべく少なくし、かつ辺容量の増加総量をなるべく小さくしたいという問題目的が追求された結果と評価することができる。

表-2 0911 モデル：限定列挙法による最適な ΔC_i の組合せ

辺番号	1	2-5	6	7-10	11
A	0	0	1	0	4
B	0	0	2	0	3
C	0	0	3	0	2
D	1	0	0	0	4
E	2	0	0	0	3
F	2	0	3	0	0

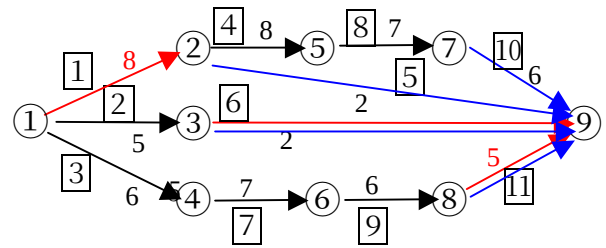


図-2 0911 モデル：最適解 E のネットワーク図

(3) 提案手法による計算結果

遺伝的アルゴリズム GA を適用した結果を示す。本例では除外ルール 1 と 2 に該当する辺はなく、ルール 3 により辺 7 だけが除外対象となった。GA の 1 個体を表現する線列は 30 ビットである。GA には著者らが開発した scsGA（交配個体選択 GA）⁴⁾ を用いた。その計算パラメータは、まず人口数 $N_P = 100$ 、交配個体数 $N_S = 10$, 11, ..., 20 (11 ケース), 計算世代数 $N_G = 50$ 、突然変異発生確率 $P_m = 0.2, 0.3$ (2 ケース) とした。さらに人口数の影響を検討するために人口数 $N_P = 200$ 、交配個体数 $N_S = 20, 21, \dots, 40$ (21 ケース) による最適化計算も行った。

$N_P = 100$ の結果を表-3 に、 $N_P = 200$ の結果を表-4 にそれぞれ示す。いずれの表でも N_S と P_m ごとに、最適解が得られた場合には表-2 に示す最適解区分「A~F」の該当するものが、最適解が得られなかったときには「-」がそれぞれ表示されている。

表-3より突然変異発生確率 $P_m = 0.2$ のとき 11 ケース中 5 ケースで、 $P_m = 0.3$ のとき 11 ケース中 6 ケースというかなり高い比率で最適解が得られていることがわかる。本例の組合せ総数 85.9 億を考えれば、人口数 $N_P = 100$ でもこのような高い最適解探索率があることは、この種問題へ GA のような近似アルゴリズムを適用する有効性を示す

ものと評価できる。ただし、得られた最適解は、D,Fがそれぞれ1ケースで出現しているが、ほとんどがEであり、A,B,Cはまったく出現していない。

これに対して、表-4に示す人口数 $N_p=200$ の場合には、計算ケース数が増加した効果も当然あるにしろA~Fの解がすべて出現し、最適解探索率も突然変異発生確率 $P_m=0.2$ のとき21ケース中14ケース、 $P_m=0.3$ のとき21ケース中19ケースという非常に高い比率を示している。

表-3 0911 モデル： $N_p=100$ の計算結果

N_s	10	11	12	13	14	15	16
$P_m=0.2$	—	—	—	—	E	—	F
$P_m=0.3$	E	—	—	E	—	E	E
N_s	17	18	19	20			
$P_m=0.2$	D	E	—	E			
$P_m=0.3$	E	—	F	—			

表-4 0911 モデル： $N_p=200$ の計算結果

N_s	20	21	22	23	24	25	26
$P_m=0.2$	—	B	E	—	D	E	D
$P_m=0.3$	E	E	A	—	E	—	D
N_s	27	28	29	30	31	32	33
$P_m=0.2$	E	—	E	D	E	D	E
$P_m=0.3$	E	E	E	E	E	D	E
N_s	34	35	36	37	38	39	40
$P_m=0.2$	E	E	—	—	E	—	—
$P_m=0.3$	C	E	E	E	D	F	E

(4) $F_{req}=20$ の場合の最適化結果

さらに最大流の要求値 $F_{req}=20$ とした最適化計算を行った。得られた最適解は「辺2：5→8，辺6：2→8，辺11：2→6」であった。初期フローネットワークのボトルネックの3辺1,6,11の辺容量の変更に留まらず、辺2の辺容量が変更され、6本のカットが最小カット（その総容量=20）が出現する解である。

このように、本研究で対象とする最適化問題では最大流の要求値が大きい場合には、初期フローネットワークのボトルネックの辺容量のみの変更に留まらず、それ以外の辺容量の変更も必要となる。ただし、更新フローネットワークのボトルネックのひとつは初期フローネットワークのボトルネックと一致する。

単に初期フローネットワークのボトルネックの辺容量のみの変更に留まらない最適解を高い比率で探索する最適解探索能力の高さと得られる解のバラエティとから提案手法の妥当性を確認できた。

5.2 1837モデル

(1) 問題設定

本研究で対象としている問題では、対象フローネットワークの規模が大きくなればなるほど、そして最大流の要求値が大きくなればなるほど解の自由度が大きくなり、最適解が得られにくくなる傾向をもつと考えられる。よって、ここでは提案手法の適用性を検証するために比較的規模が大きいフローネットワークを対象とし、最大流の要求値も2種設定してその影響も検討する。

対象とするフローネットワークはノード数=18，辺数=37で、そのグラフを表-5に示す。ノード1をソース，ノード18をシンクとし、37辺の始点と終点をランダムに与えた。その際、シンクのノード18は始点候補から、ソースであるノード1を終点候補からそれぞれ除外し、終点番号が始点番号より大きくなるようにランダムに割振った。その上で、あえて辺4,8,13,18,19については始点番号と終点番号を入替えた。これは本研究で用いた最大流解析法が、部分的なループ経路があっても最大流を正確に求めることができる点を検証するためであり、最適化への影響を調べるものではない。さらに、37辺の辺容量を2~24の範囲でランダムに与えた。

本モデルの最大流 $F'_{max}=24$ であるからこれより大きい要求値として $F_{req}=28$ と32の2ケースを設定した。

0911モデルと同様に、最適化の対象となるすべての辺の辺容量の増分値 $\Delta C_i=0,1,2,\dots,7$ と設定した。

表-5 1837 モデルのグラフ

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
始点	1	1	1	6	2	2	3	6	3	3
終点	2	3	4	1	5	6	4	5	7	8
容量	20	17	15	6	10	12	4	5	4	2
番号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
始点	5	6	12	4	11	9	4	9	8	12
終点	11	11	6	12	12	12	9	7	7	13
容量	9	12	6	10	10	6	8	2	3	3
番号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
始点	13	12	9	7	9	8	14	14	8	10
終点	17	14	14	15	15	15	17	15	10	15
容量	7	4	7	3	2	7	20	10	9	6
番号	31	32	33	34	35	36	37			
始点	10	15	14	14	17	16	11			
終点	16	16	16	18	18	18	13			
容量	8	12	5	19	24	23	11			

(2) $F_{req}=28$ の場合

まず、除外ルールにより最適化対象の辺数=22 と 15 辺を除外することができた。次に scsGA による最適化計算を行った。0911 モデルで用いた計算パラメータでは納得できる解が得られなかったため、人口数 $N_p=500$ 、交配個体数 $N_s=50, 51, \dots, 100$ (51 ケース)、計算世代数 $N_G=200$ 、突然変異発生確率 $P_m=0.2$ と 0.3 を設定した。この計算パラメータの設定変更は、遺伝的アルゴリズム GA のような近似アプローチによって比較的規模の大きい問題の良好な解を得るためには、人口数や計算世代数などを大きく設定する必要があるという一般的傾向に基づくものである。

最適化計算の結果、 $Obj=4 \times 1=4$ の 2 つの解「辺 10:2→6」および「辺 22:4→8」が得られた。いずれも辺容量が増加した辺数=1、辺容量の総増加量=4 であり、これ以上 Obj 値を小さくする組合せを考えることができないので、本例の最適解と判断した。突然変異発生確率 $P_m=0.2$ のときに 51 ケース中 17 ケースで、 $P_m=0.3$ のときには 51 ケース中 27 ケースで、2 つの最適解のいずれかが得られた。その最適解探索率は 0911 モデルの人口数 $N_p=200$ のときに観察された高い探索率よりかなり小さく、 $N_p=100$ のときと同程度であった。ここにも問題規模が大きくなった影響を見ることができる。

なお、除外ルールを適用せずにすべての辺を最適化対象とした計算も同じ計算パラメータで行った。突然変異発生確率 $P_m=0.3$ のときに 51 ケース中 2 ケースで最適解が得られたが、 $P_m=0.2$ では最適解が 1 ケースも出現しなかった。最適化対象辺数を減少させることができる除外ルールの効果を確認することができた。

(3) $F_{req}=32$ の場合

最大流の要求値が大きくなれば除外ルールによって除外される辺数が少なくなることが予想される。 $F_{req}=32$ とした本例では、予想通り $F_{req}=28$ の場合よりも 6 辺少ない 9 辺しか除外されなかった。最適化対象辺は 28 辺であり、scsGA の 1 個体を表現する線列のサイズは 84 ビットであった。

$F_{req}=28$ の場合と同じ計算パラメータで最適化計算を行った結果、 $Obj=16$ の解が、突然変異発生確率 $P_m=0.2$ のときに 51 ケース中 2 ケース、 $P_m=0.3$ のときに 51 ケース中 6 ケースで得られた。この $Obj=16$ の解は「辺 10:2→3, 辺 21:7→14」あるいは「辺 17:8→9, 辺 21:7→14」のように $MF=8$, $ME=2$ の解である。本例の場合、すべての辺の辺容量増分量の最大値 $\Delta C_i^{\max}=7$ に設定しているため $MF=8$ の解で $ME=1$ の解は存在しないことから、この $MF=8$, $ME=2$, $Obj=16$ の解を最適解と判断した。

$F_{req}=28$ の場合に比較すると最適解を得たケース数が

少なくなっている。これは最適化対象辺数が増えたことにより 1 個体を表現する線列サイズが大きくなり、最適解が得られにくくなった影響と推察される。ただし、人口数 $N_p=500$ 、計算世代数 $N_G=200$ 程度で最適解が探索されていることは評価に値すると考えることもでき、提案手法が十分な適用性を有するものであることを確認することができた。

6. まとめ

最大流制約下のフローネットワークの最適更新問題の解を論理的アルゴリズムによって求めようとすると多くの問題点を克服しなければならず、現時点では効果的かつ一般的な方法がない。この難点を克服するため、本研究では近似アプローチによる一解法として遺伝的アルゴリズム GA を用いた手法を提示した。

辺容量の増加量の総和および辺容量が増加する辺の総数という 2 つの最小化目的関数を有する 2 目的最適化問題を原問題として定式化し、2 目的の特性を考慮した変化モーメント最小化関数を導入して原問題をスカラー化することができた。さらに最適化対象辺数の減少を図るために最適化対象辺からの除外ルールを確立した。最適化ツールに scsGA (交配個体選択 GA) を用いた数値計算例により、提案手法の妥当性および適用性について検討し、この種問題の解法として近似アプローチを利用する有効性を確認することができた。

なお、本研究では一般的な最大流解析の方法に倣って辺長は意味を持たず、またフローネットワークも具体的なものではないということを前提とした。しかし、具体的なフローネットワークを対象とする場合には辺長が意味を持つこともあると考えられ、最適化問題の設定なども本研究とは異なるものとなる可能性がある。これについては今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 王京, 趙華安: 最大流制約のネットワーク最適法, 電子情報通信学会全国総合大会講演論文集, A-1-19, 2005.3.
- 2) J.Wang, Z. Yang and H.A. Zhao, Optimizing Communication Networks with Specified Max Flow, Proc. of The International Conf. on Electrical Engineering 2005, Vol.1, pp.413-419, 2005.7
- 3) 三原徹治, 千々岩浩巳: 解特性に着目した離散的 2 目的最適塑性設計法に関する一考察, 土木学会構造工学論文集, Vol.40-A, pp.559-568, 1994.3..
- 4) Mihara, T., Chijiwa, H. and Ohta, T.: On the efficiency of GA with selecting the crossing strings for the Discrete Optimal Problems, Proceedings of International Symposium on Optimization and Inovative Design, #105, 1997.7.