

領域遺伝型遺伝的アルゴリズムの開発

（PSOを利用した新領域の設定）

Development of Genetic Range Genetic Algorithms
(Application of PSO in New Ranges)

荒川雅生*・石川浩**

Masao ARAKAWA and Hiroshi ISHIKAWA

*博(工) 香川大学助教授 工学部信頼性情報システム工学科(〒761-0396 高松市林町 2217-20)

**工博 香川大学教授 工学部信頼性情報システム工学科

This paper deals with development of Genetic Range Genetic Algorithms (GRGAs). In GRGAs, one of the key is to set a new searching range, it needs to be followed after current searching situations, to be focused on local minute search and to be scattered as widely as possible for global search. However, first two strategies have a possibility of early stage convergence, and random scattering cause vain function calls to produce the range which seems no chance to prosper for a number of generations. In this paper, we propose a new method of setting it by using Particle Swarm Optimization (PSO) to overcome dilemma of the conventional method.

Key Words : Genetic Algorithms, Mixed Variable Optimization, PSO

1. はじめに

領域遺伝型遺伝的アルゴリズムは、遺伝子のほかに、表現体との間のインターフェースとなる探索領域を遺伝させながら、探索領域の適者選択により、繁栄の可能性の無い領域を死滅させ、新しい領域を導入することによって、高い精度で、しかも、高い確率で答えを求める手法である。従来までの研究において、新しい領域として、集団の平均値と標準偏差の利用、過去の探索でいた最良値の周辺探索、そして、探索領域の上下限内のランダムな設定によって、局所解の精度の向上と、大局解の探索を指向していた。しかしながら、最初の2つの戦略では、場合によっては早期収束により、大局解を求めることができず、ランダムな設定では、領域として繁栄の可能性の無い無駄な探索を繰り返すという問題点を抱えていた。本研究では新しい領域の導入に、現在の生存個体を個体群と見立てて、PSOを利用して領域を求める手法を開発し、その有効性の検討を行った。

2. 領域遺伝型遺伝的アルゴリズム^{1)・2)}

2.1 連続変数の領域の表現 領域の設定は、領域の中心となる中心値 μ_i^k とその左右の分布を規定する標準偏差 σ_i^{Lk} , σ_i^{Rk} から構成される。そして、遺伝子型表現としてバイナリビットを用いる。各設計変数のバイナリビット p_i はグレイコーディングにより、いったん整数化 $C(p_i)$

し、それを基に次式により連続変数 $R(p_i)$ に変換される。ビット数が m_i のとき、

$$C(p_i) < 2^{m_i-1} \text{ のとき,}$$

$$R(p_i) = \mu_i^k - \sigma_i^{Lk} \sqrt{-2 \ln \left(LB_i + \frac{(UB_i - LB_i)C(p_i)}{2^{m_i-1} - 1} \right)} \dots (1)$$

それ以外のとき、

$$R(p_i) = \mu_i^k + \sigma_i^{Rk} \sqrt{-2 \ln \left(UB_i - \frac{(UB_i - LB_i)(C(p_i) - 2^{m_i-1})}{2^{m_i-1} - 1} \right)} \dots (2)$$

で表現される。ここに、 UB_i, LB_i はパラメータであり、前者は1に近い値、後者は0に近い値である。この他に、探索領域が広がりすぎたり、狭まりすぎたりすることを防ぐ目的で、設計変数ごとに標準偏差値の上下限を設定するものとする。

2.2 離散変数の領域表現 離散変数は全て配列D Bに格納されているものとし、その格納位置を指し示すことで、表現されるものとする。すなわち、バイナリビット p_i はグレイコーディング $C(p_i)$ により、いったん整数化し、それを基に次式に従って離散変数 $R(p_i)$ を表現するものとする。

$$R(p_i) = DB[b_i^k + C(p_i)] \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 b_i^k がデータベースの位置を指し示すための表現であり、この値の決定が連続変数における中心値や左右の標準偏差値と同様に重要な役割を持っている。この値の決定方法は以下の通りである。すなわち、 $b + C(p_i)$ を仮想表現体として、この値に対して、中心値 μ_i^k を与えることで決定する。決定方法は、以下の通りである。

$$b_i^k = \text{Min}(\text{Max}(0, \text{Int}(\mu_i^k - 2^{m_i-1} + 0.5)), \text{upper}_i - 2^{m_i} + 1) \dots\dots\dots (4)$$

である。ただし、データベースは upper_i 個あり、0から数えるものとする。

2. 3 領域の遺伝 領域遺伝型遺伝的アルゴリズムでは遺伝子型表現の遺伝の他に、探索領域も遺伝させるものとする。仮に、両親の領域が異なる場合、それぞれの両親の領域ごとに遺伝子の交叉が行われることになり、4つの新しい個体が発生することになる。また、交叉の際に子供に関してのみ、突然変異を突然変異確率に沿って発生させることにする。(親は突然変異を受けることはない。)

2. 4 領域の死滅 交叉が終わると、次世代の集団への生き残りが必要になる。基本的にはルーレット戦略を用いるとする。その際のルーレット版の大きさの決定は、初期集団のデータを基に以下のように決定する。

$$fit_i = \text{Max}\left(5.0 + 5.0 \frac{f - \text{mean}_{init}}{\text{max}_{init} - \text{mean}_{init}}, \beta\right) \dots\dots\dots (5)$$

である。ここに、 β はシステムパラメータであるが、本研究では、便宜的に1に設定した。

さて、個体の生き残り後に各探索領域に何個体存在するかを数える。そして、個体数が一定数以上になっていない場合、その探索領域はこれ以上探索を進めても局所的な最適解さえも得ることはできないものとして、領域の死滅を行うこととする。

2. 5 初期領域の生成 遺伝的アルゴリズムでは、設計変数ごとに初期的な探索領域を設定する必要がある。この場合、連続変数の場合は表現体そのもの、離散変数の場合は、仮想表現体の上下限値を予め設定する必要がある。

これを $[x_{i,\min_int}, x_{i,\max_int}]$ とする。後は、連続変数の場合は中心値と左右の標準偏差値を、離散変数の場合は中心値を与えることで、初期領域の設定が可能である。すなわち、 k 番目の初期領域は次のように与えられる。

$$\mu_i^k = x_{i,\min_int} + (\gamma + (1 - \gamma)\text{Rand}(x_{i,\max_int} - x_{i,\min_int})) \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_i^{L,k} = \sqrt{-\frac{(x_{i,\min_int} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}} \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_i^{R,k} = \sqrt{-\frac{(x_{i,\max_int} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}} \dots\dots\dots (8)$$

このようにすることで、初期的に与えた領域を中心点だけが異なる範囲で全域探索をすることが可能である。 γ は中心値が極端に端に偏ってしまうことを防ぐためのパラメータであり、本研究では便宜的に0.1に設定した。

2. 6 新領域の発生 2. 4節で取り扱ったように次世代への選択を行った後に領域が死滅することが考えられる。この場合、その領域に代わる新しい領域の設定が必要である。最適化の探索の中で必要な探索領域としては、緒言で記したように

- 探索状況への対応
- 局所解の高精度化
- 大局解の探索

の3つの要素が考えられよう。設計変数ごとにどのような確率でこの3つの要素を選ぶかはシステムパラメータの問題として設計者が設定するものとする。探索の状況として、次世代への生き残った個体の情報から、平均値 μ_i 、標準偏差 σ_i 、過去の世代で最大の適応度を与えた最良値 x_{i_best} 、そして、探索領域の上下限値($[x_{i_min_bound}, x_{i_max_bound}]$)がわかっているものとする。さらに、各変数の側面制約を考慮する。各要求にこたえるためには、やはり、連続変数の場合、離散変数の場合ともにそれぞれ、表現体、仮想表現体の中心値を以下のように決定すればよい。

$$\mu_i^k = \mu_i \dots\dots\dots (9)$$

$$\mu_i^k = x_{i_best} \dots\dots\dots (10)$$

$$\mu_i^k = x_{i_min} + \text{Rand}(x_{i_max} - x_{i_min}) \dots\dots\dots (11)$$

ただし、連続変数の場合、左右の幅を決定する標準偏差 $\sigma_i^{L,k}$ 、 $\sigma_i^{R,k}$ が最小値をとっても側面制約を破る可能性があるがあるので、この場合に備えて、

$$s = \sigma_{i_min} \sqrt{-2\ln(LB_i)} \dots\dots\dots (12)$$

として、

$$\mu_i^k = \min(\max(\mu_i^k, x_{i_min_bound} + s), x_{i_max_bound} - s) \quad (13)$$

とする。左右の幅を決定する標準偏差 $\sigma_i^{L,k}$, $\sigma_i^{R,k}$ に関しては,

$$\sigma_i^{L,k} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{i_max}, \\ \max \left\{ \min \left\{ \sqrt{\frac{(x_{i_min_bound} - \mu_i^k)^2}{2 \ln(LB_i)}}, \sigma_i \right\}, \sigma_{i_min} \right\} \end{array} \right\}$$

..... (14)

$$\sigma_i^{R,k} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{i_max}, \\ \max \left\{ \min \left\{ \sqrt{\frac{(x_{i_max_bound} - \mu_i^k)^2}{2 \ln(LB_i)}}, \sigma_i \right\}, \sigma_{i_min} \right\} \end{array} \right\}$$

..... (15)

で与えられるものとする。双方の式ともに、標準偏差の最大値よりも大きくなることはなく、また、下限値よりも小さくなることもなく、さらに、側面制約を壊すことがないように設定が行えるものである。基本的には、式(9)が探索状況への対応(従来までの設定)、式(10)が最良値近傍の局所解探索である。よって、この場合、式(14, 15)に従わず、標準偏差の最小値をとるようにする。そして、式(11)が大局的な解を探索するためのある異種ランダムサーチの要素を加味したものである。また、新領域の発生にともない、最低限必要な個体数を外来種として導入することとした。ただし、死滅した個体に関しては遺伝子の方だけは残すものとした。

2.7 探索領域の絞込み 一定の世代、領域が生き残った場合、その領域が死滅する可能性は少ない。この領域は確かにより探索領域であろうが、既に解を探索済みであると考えられる。そして、得られたその領域の最良解の近傍によりよい解が存在する可能性が考えられる。そこで、図1のような、探索領域の絞込みを行う。領域の設定は、

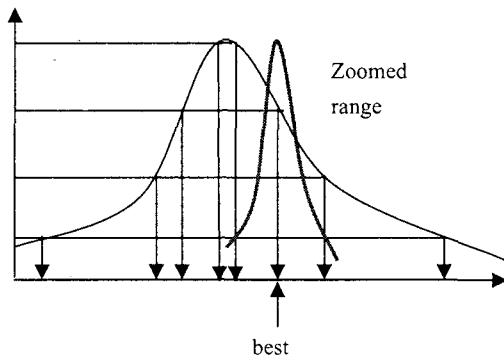


Fig. 1 Range zooming

$$\mu_i^+ = R(C(p_{i,max}) + 1) \quad (16)$$

$$\mu_i^- = R(C(p_{i,max}) - 1) \quad (17)$$

$$\sigma_i^L = \min \left\{ \eta \mu_i, \sqrt{-\frac{(\mu_i^- - \mu_i)^2}{2 \ln(LB_i)}} \right\} \quad (18)$$

$$\sigma_i^R = \min \left\{ \eta \mu_i, \sqrt{-\frac{(\mu_i^+ - \mu_i)^2}{2 \ln(LB_i)}} \right\} \quad (19)$$

である。 η はシステムパラメータである。

3. 提示する方法

3.1 PSO PSO^{3), 4)}はKenedyらによって開発された方法であり、GAのように集団を考え、集団の中における探索の方向性(v_k)を、従来までの最良解(p_{nb})、集団の最良解(p_{gb})、そして、自らの値(x_k)から決定していく方法であり、その様子が、鳥が群れを成して飛んでいく際の様子をもじって名づけられた方法である。

$$v_k = wv_{k-1} + c_1(p_{hb} - x_{k-1}) + c_2(p_{gb} - x_{k-1}) \quad (20)$$

$$x_k = x_{k-1} + c_3 v_k \quad (21)$$

ここで、 $w, c1, c2, c3$ はそれぞれパラメータであり、Kenedyらは、 $c1, c2$ は上限が2の乱数で決定し、 $c3$ は1、 w は0.4~0.6としている。しかしながら、基本的にパラメータは問題に依存し、パラメータの影響は無視できない。また、PSO自体は連続変数を対象としていて、離散変数には対応できていない。さらに、初期段階の集団の形態によってもかなり影響を受けるという性質を有している。

3.2 新領域の設定 本研究では、GRGAsの過程において、従来までの最良解は存在する。そして、死滅する領域の最良値も存在する。このことから式(20, 21)における条件は設定されているものとする。すなわち、領域の中心を x_k と見立てて、数世代変更することで領域の中心を確定することができる。なお、PSOを何世代繰り返すかは、乱数で設定するものとした。さらに、PSOの繰り返しにおける初期速度は0とした。

標準偏差については、式(14, 15)を利用することで求めることが可能である。結果として、 $w, c1, c2, c3$ の他に、連続変数については何世代PSOを実施するか、PSOの発生確率が新しいパラメータとして加わったことになる。

離散変数に対しても、領域の設定は連続変数として取り扱えるので、PSOを利用する上でなんら支障を生じない。

4. 数値計算例

混合設計変数問題のベンチマークとしてSandgren⁽⁵⁻¹⁰⁾が提示した圧力器問題を取り扱う。この問題は、過去に多くの研究者が取り扱っているが、その変遷(表1)を見る限り、非常に求解が困難なものである。遺伝的アルゴリズムの適用事例もあるがいずれも良好な結果にいたっていない。一見すると単純ではあるが、大局解にいたるのが困難な問題である。定式化は以下のようにになっている。

Find

R: inner radius (continuous)

L: length of the cylindrical section (continuous)

Ts: thickness of rolled steel plate (discrete)

Th: thickness of steel plate (discrete)

なお、離散変数は0.125インチすなわち、0.003175 cm 刻みで最小のものから19個分だけ離散値として与えている。

Table 1 Comparison of the results

	Sandgren Penalty 1990	Qian GA 1993	Kannan ALM 1994	Lin SA 1992	Lewis RS+SLP 1996	Arakawa ARangeGA 1998
R m	1.212	1.481	1.481	N/A	0.985	0.986
L m	2.990	1.132	1.198	N/A	5.672	5.653
Ts cm	2.858	2.858	2.858	N/A	1.905	1.905
Th cm	1.588	1.588	1.588	N/A	0.953	0.953
g1	1.190	1.000	1.000	N/A	1.049	1.000
g2	1.339	1.124	1.124	N/A	1.003	1.000
g3	2.247	5.376	5.495	N/A	1.014	1.085
g4	1.000	1.000	1.000	N/A	1.075	1.000
f \$	8129.80	7238.83	7198.20	7197.70	5980.95	5850.38

Constraints

g1: minimum shell wall thickness

$$g_1 = \frac{T_s}{0.0193R} \geq 1 \quad (2.2)$$

g2: minimum head wall thickness

$$g_2 = \frac{T_h}{0.00954R} \geq 1 \quad (2.3)$$

g3: Maximum length

$$g_3 = \frac{6.096}{L} \geq 1 \quad (2.4)$$

g4: minimum volume of tank

$$g_4 = \frac{\pi R^2 L}{-\frac{4}{3}\pi R^3 + 21.24} \geq 1 \quad (2.5)$$

(ただし、式(2.1)の分母第2項はインチ単位で1296000が実際のベンチマーク問題の値)

To minimize

$$f = 37981.2T_s RL + 108506.3T_h R^2 + 193207.3T_s^2 L + 1210711T_s^2 R \quad (2.6)$$

である。ここでは、1インチ当たり0.0254 mで換算したものを記している。この問題は制約付問題であり、何らかの方法でペナルティをかけて制約条件を適応度関数の中に入れる必要がある。そこで、適応度関数を次のように決定した。

$$g = \prod_{i=1}^4 (\max(0.1, \min(1, g_i)))^t \quad (2.7)$$

$$fit = g \times (10000 - f) \quad (2.8)$$

また、設定としては次の5つのパターンの比較を行った。基本設定としては、

- 個体数: 100
- ビット数: 連続変数は4, 離散変数は3
- 最小必要個体数: 15
- 最小必要個体数: 20
- 連続変数の場合: UB=0.99, LB=0.01
- 打ち切り世代数: 10000

後の設定は表2に示すとおりである。

Table 2 Parameters

	Conventional	Proposed
mean	3/9	3/12
best	1/9	1/12
random	5/9	5/12
pso	N/A	3/12
pso repeat	N/A	6
w	N/A	1
c1	N/A	1
c2	N/A	0.7
c3	N/A	0.6
n	0.1	0.1
zoom gen	500	500
min std R	0.0762	0.0762
max std R	76.276	76.276
min std L	0.1219	0.1219
max std L	121.9	121.9

最適化として各設定で同一の種乱数を基に5回ずつ実施した。その結果を表3, 4にそして、収束の状況を図2, 3に示す。この問題の大局解は表1に示すように最適解が5850.38のところにるので、その周辺にどれくら

Table 3 Conventional Method

seed		1	2	3	4	5
R	cm	106.92	98.685	98.521	98.702	98.350
L	cm	448.75	562.61	565.53	562.38	567.82
Ts	cm	2.06375	1.905	1.905	1.905	1.905
Th	cm	1.11125	0.9525	0.9525	0.9525	0.9525
Obj	\$	6060.14	5851.79	5863.88	5851.08	5870.58
g1		1.000	1.000	1.002	1.000	1.004
g2		1.089	1.012	1.013	1.012	1.015
g3		1.358	1.084	1.078	1.084	1.074
g4		1.000	1.000	1.001	1.000	1.000
cut 6000		644319	8021	191825	121518	94034

Table 4 Proposed Method

seed		1	2	3	4	5
R	cm	98.694	98.702	98.694	98.694	98.594
L	cm	562.45	562.33	562.43	562.44	564.05
Ts	cm	1.905	1.905	1.905	1.905	1.905
Th	cm	0.9525	0.9525	0.9525	0.9525	0.9525
Obj	\$	5851.10	5850.63	5851.02	5851.09	5857.08
g1		1.000	1.000	1.000	1.000	1.001
g2		1.012	1.012	1.012	1.012	1.013
g3		1.084	1.084	1.084	1.084	1.081
g4		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
cut 6000		3029	2360	2980	16535	30625

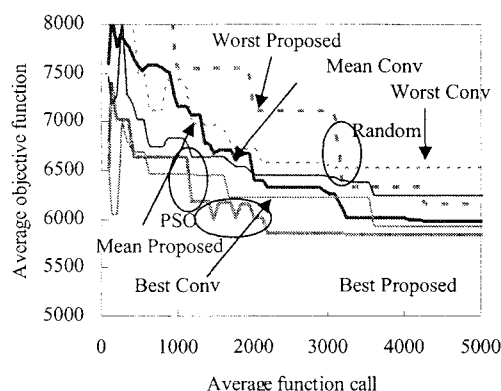


Fig. 2 Convergence early stage

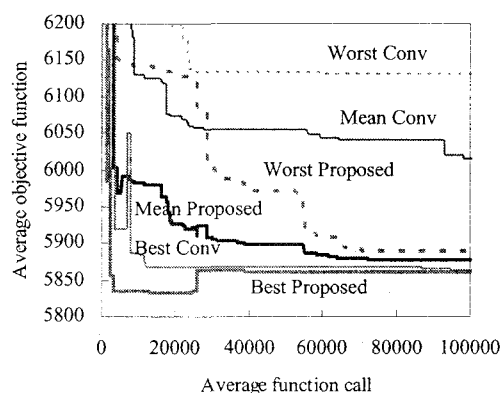


Fig.3 Convergence middle stage

い早く到達できるかが、手法の性能を判断する上でひとつのポイントとなる。そこで、目的関数値が6000を切るまでに要した解析回数を結果の表に入れている。また、今回の設定は、表2に示すように、標準偏差の下限値を小さめに設定してある。これは、局所解へ落ち込みやすい設定にしてあり、それ故に、ランダムは領域設定を比較的多めに採っている。この設定自体、GRGAsにとっては多分に不利な設定である。また、PSOの効果を見るために、領域の絞り込みについても500世代同じ領域が生き残った場合にだけ発生するようにしている。つまり、領域の絞り込みによる効果はあまり期待できない設定であり、PSOの効果を見るための特別な設定である。表3と表4を比較すると、PSOを利用したほうが、大局解に近い値を得ていることがわかる。さらに、顕著な傾向として非常に早期に大局解の近傍に接近している点が上げられよう。この傾向は乱数に頼っている従来法には見えない傾向である。この問題には、局所解として、目的関数値が6059.72, 6090.53, 6370.78, 6410.09の地点に存在する。表3の第1ケースがそのひとつに引っかった事例である。このことから目的関数値が6000を割るというのは、大局解の近傍に到達したひとつの基準であることが分る。2つの表を比べることで、提示した手法が非常に早期に大局解に接近していることが分り、提示した手法の有効性の一端を示すものと考えられる。そこで、それぞれの設定において、大局解にどのように接近していったのかを図2,3に示す。これは、従来法の場合は、4回の平均値ともっともよかった値と最も悪かった値、PSOを利用した場合は5回の平均値と下もよかった場合と、最も悪かった場合を取ったものである。図2は早期段階での結果であり、図3は中盤での結果である。図2の従来方法を見ると、提示した手法の中で最良のものの変遷で図2のPSOと書かれた近辺中にあるような徐々に改善する部分が見受けられないことが分る。この部分が主に、PSOの好影響の部分と考えられる。逆に提示した方法でもあまりうまく言っていない場合は、改善のほとんどの部分を図2に示すようにランダムな領域設定に頼ってしまっている。このことから、PSOが有効に働くことで少ない解析回数で、本事例のように厄介な問題においても大局解を求めることが可能であることを物語っている。一方図3のような中盤では、従来までの方法と比較して、PSOを利用すると、平均的には徐々に改善している。しかしながら、最終的な結果を見ると、10000世代を要しても、厳密な意味での大局解に至っていない。今回は、領域の絞り込みをほとんど行っていないということも考えられるが、PSOを工夫することで、中盤から、終盤に掛けても有効に作用するように検討を加えていく必要がある。

5. おわりに

本論文では、領域遺伝型遺伝的アルゴリズムにおける新領域の発生に対して、過去の世代で求められている最良解と死滅する領域の最良解の情報から、PSOを利用するこ

とで求める方法の提示を行った。連続変数と離散変数からなる混合変数問題のベンチマーク問題に適用した。その結果、従来までの方法よりも少ない解析回数で大局解の近傍に接近できることが判明した。収束の状況を見ると、PSOが有効に作用すると少ない解析回数で大局解に接近することも確認できた。このことから、PSOは初期段階において有効な領域の設定に役立つことが確認されたものと考えられる。中盤においてもそれなりの役割を果たしているものと思われるが、初期段階におけるほどの有効性は確認できなかった。今後、更なる改善を通じて、精度よく大局解を、高い確率で求める方法へと発展させていきたい。謝辞

本研究の遂行に当たって貴重な助言を頂いた北海学園大学の杉本博之教授、そして、PSOの情報を提供し、PSOに関する資料等を提供いただいた金沢大学の北山哲士助手に謝意を表する。

参考文献

- 1) 荒川, 石川: 領域の遺伝を考慮した領域適応型遺伝的アルゴリズムの開発, 日本機械学会論文集, 68-767C, 3681-3688, 2002.
- 2) 荒川, 石川: 領域適応型遺伝的アルゴリズムの開発 (領域の設定方法), 日本機械学会論文集, 機論, 掲載決定, 2003.
- 3) Kennedy, J., Eberhart, R.: Particle swarm optimization, Proc. IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ, IEEE, 1942-1948, 1995.
- 4) X. Hu, R. Eberhart, and Y. Shi. Engineering optimization with particle swarm, IEEE Swarm Intelligence Symposium, Indianapolis, IN, USA, 53-57, 2003.
- 5) Sandgren, E., "Nonlinear Integer and Discrete Programming in Mechanical Design Optimization", Journal of Mechanical Design, 112-2, pp. 223-229, 1990.
- 6) Qian, Z., Yu, J., Zhou, J., "A Genetic Algorithm for Solving Mixed Discrete Optimization Problems", DE-Vol. 65-1, Advances in Design Automation, 1, pp. 499-503, 1993.
- 7) Kannan, B.K. and Kramer, S.N., "An Augmented Lagrange Multiplier Based Method for Mixed Integer Discrete Continuous Optimization and Its Applications to Mechanical Design", Transactions of ASME, Journal of Mechanical Design, 116-2, pp. 405-411, 1994.
- 8) Zhang, C. and Wang, H.-P., "Mixed-Discrete Nonlinear Optimization with Simulated Annealing", Engineering Optimization, 21, pp. 277-291, 1993.
- 9) Lewis, K. and Mistree, F., "Foraging-Directed Adaptive Linear Programming: An Algorithm for Solving Nonlinear Mixed Discrete/Continuous Design Problems", Proc. of ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference, Irvine, 1996, in CD-ROM, 96-DETC/DAC-1601, 1996.
- 10) 荒川, 萩原, "領域適応型遺伝的アルゴリズムの開発 (精度および求解性の向上のためのオペレータの提案)", 日本機械学会論文集, 65-638C, 4156-4163, 1999.